

بناام خدا

جزوه انتقال حرارت II

نگارنده:

علیرضا باهري

Alirezabaheri.blogfa.com

تابستان ۱۳۹۲

در این جزوه مباحث زیر را می‌فوانید:

- جایجایی آزاد (جلسات اول تا سوم)
- جوشش و میعان (جلسات چهارم و پنجم)
- مبدلهای حرارتی (جلسات ششم و هفتم)
- تشعشع (جلسات هشتم و نهم)
- انتقال حرارت تشعشع (جلسات دهم تا دوازدهم)

فهرست

صفحه	شماره جلسه
۳	۱
۹	۲
۱۵	۳
۲۴	۴
۳۲	۵
۴۰	۶
۴۷	۷
۵۳	۸
۶۱	۹
۷۰	۱۰
۷۹	۱۱
۸۶	۱۲

جلسه اول

فصل اول: جابجایی آزاد (Free Convection)

به طور کلی سه روش برای انتقال حرارت بین دو جسم که اختلاف دمایی با هم دارند وجود دارد. این روش ها عبارتند از

- هدایت (Conduction)
- جابجایی (Convection)
- تشعشع (Radiation)

در انتقال گرمای هدایت دو جسم نسبت به هم ساکنند، انتقال حرارت در جامدات غالباً از نوع هدایت است. در انتقال حرارت ۱ در مورد آن به تفصیل بحث شده است.

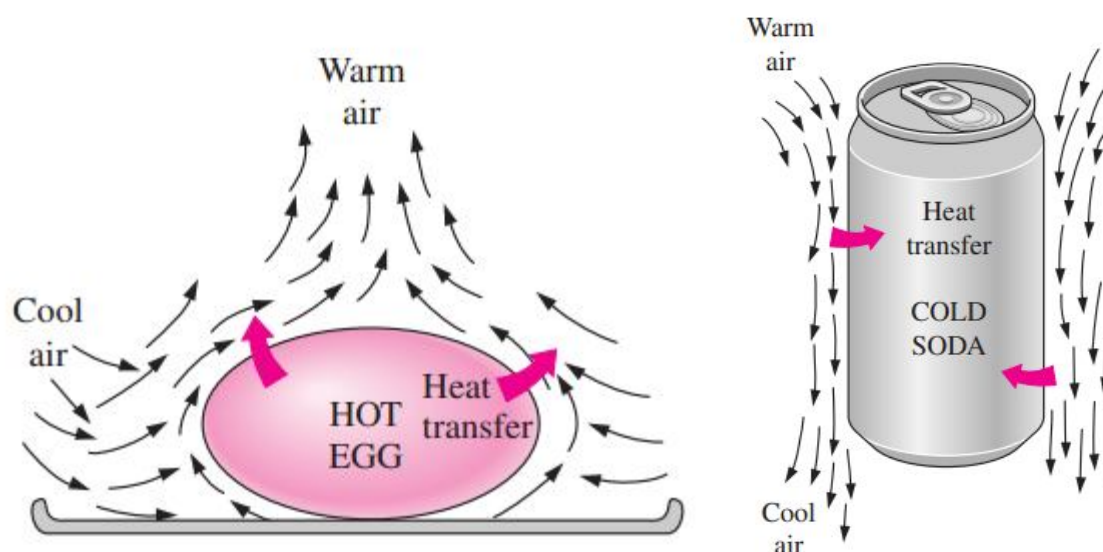
نوع دیگر انتقال حرارت، جابجایی نام دارد که میان یک جسم ساکن و سیال متحرک در تماس با آن صورت می گیرد که خود بر سه نوع است.

- جابجایی آزاد (Free convection)
- جابجایی اجباری (Forced Convection)
- جابجایی همراه با تغییر فاز (Boiling and Condensation).

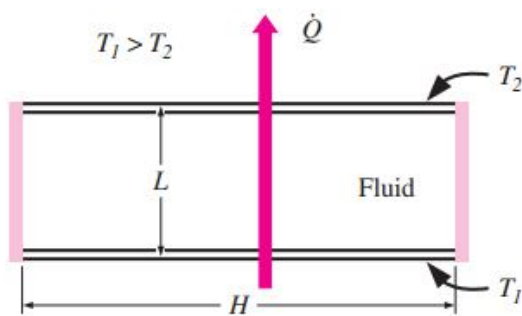
در انتقال حرارت ۱ نوع جابجایی اجباری به طور مشروح بررسی شد. دو نوع دیگر انتقال گرمای جابجایی در انتقال حرارت ۲ مورد بررسی قرار می گیرد.

انتقال گرمای جابجایی آزاد (Free Convection Heat Transfer)

یکی از صورت های انتقال حرارت جابجایی، انتقال گرمای جابجایی آزاد (طبیعی) است. در این نوع انتقال گرما که بین یک جسم ساکن و یک سیال صورت می گیرد، سیال حرکت بسیار آرامی دارد. بر خلاف انتقال گرمای جابجایی اجباری عامل حرکت سیال نیروی خارجی از قبیل پمپ و یا فن نیست، بلکه به واسطه نیروهای شناوری (Buoyancy Forces) به تدریج انتقال حرارت با سطح انجام می شود.



ملاحظات فیزیکی (Physical Considerations)



مطابق شکل، سیالی بین دو صفحه افقی بزرگ در دماهای متفاوت قرار دارد. دمای صفحه پایینی بیشتر از دمای صفحه بالایی است و چگالی سیال در جهت گرانش کاهش می یابد. اگر اختلاف دما از یک حد بحرانی تجاوز کند شرایط ناپایدار شده و نیروهای شناوری (غوطه وری) قادر خواهند بود بر نیروهای اصطکاکی غلبه کنند. نیروی گرانش بر سیال سنگینتر واقع در لایه های بالایی بیشتر از نیروی وارد بر سیال سبکتر لایه های پایینی شده و جریان چرخشی بوجود می آید. سیال سنگینتر به پایین آمده، گرم می شود در حالی که سیال سبکتر به بالا رفته و سرد می شود. اما اگر $T_1 < T_2$ چگالی در جهت نیروی گرانش کم نمی شود و چنین شرایطی وجود ندارد. در این حالت شرایط پایدار است و حرکت توده سیال به وجود نمی آید. در حالت اول انتقال گرما از سطح پایینی به سطح بالایی در اثر جابجایی آزاد صورت می گیرد در حالی که در حالت دوم انتقال گرما از سطح بالایی به سطح پایینی در اثر هدایت روی می دهد.

تمرین

سطحی با دمای $120C$ به طور افقی از زیر و رو در معرض سیالی با حرکت آرام و دمای $20C$ قرار گرفته است. انتقال حرارت از صفحه به سیال چگونه صورت می پذیرد؟

تحلیل انتقال حرارت جابجایی

در شکل پایین، سطح در یک سیال ساکن و گسترده قرار گرفته و چون $T_s > T_\infty$ است، سیال مجاور سطح گرمتر و در نتیجه سبکتر از سیال دور از سطح می شود، در نتیجه، نیروی غوطه وری یک لایه مرزی جابجایی آزاد را بوجود می آورد که در آن سیال گرم شده به سمت بالا حرکت کرده و سیال ساکن محیط را به داخل خود می کشد. دیده می شود توزیع سرعت حاصله شباهتی به توزیع سرعت در لایه مرزی جابجایی اجباری ندارد. اگر $T_s < T_\infty$ باشد لایه مرزی جابجایی آزاد بوجود می آید اما در این حالت، حرکت سیال رو به پایین خواهد بود.

معادلات حاکم (Governing Equations)

معادلات حاکم بر انتقال اندازه حرکت و انرژی در جابجایی آزاد، همانند جابجایی اجباری، از اصول بقای مربوطه سرچشمه می گیرد. اندازه حرکت در جهت X:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - g + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

اندازه حرکت در جهت Y به صورت زیر ساده می شود:

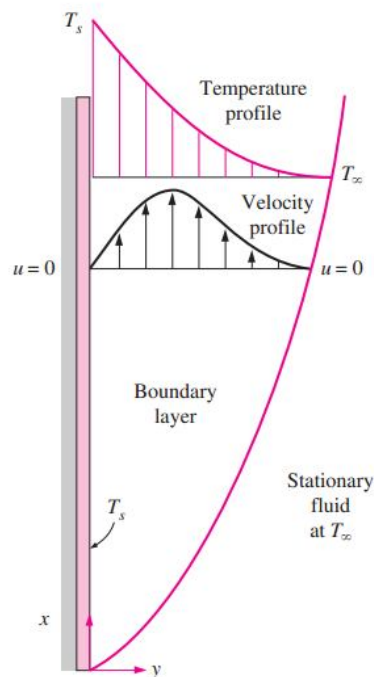
$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0$$

یعنی اینکه گرادیان فشار در هر نقطه در داخل لایه مرزی بایستی با گرادیان فشار در سیال ساکن خارج لایه مرزی (در همان X) برابر باشد، اما در ناحیه اخیر $u = v = 0$ و در نتیجه مومنتوم در جهت X به شکل زیر در می آید:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_{\infty} g$$

با جایگذاری رابطه بدست آمده در معادله مومنتوم در جهت X به عبارت زیر می رسمیم:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho} (\rho_{\infty} - \rho) + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$



عبارت اول سمت راست، نیروی غوطه وری است و چون چگالی ρ متغیر است جریان سیال بوجود می آید. با معرفی ضریب انبساط حجمی گرمایی (Volumetric Thermal Expansion Coefficient):

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \approx -\frac{1}{\rho} \frac{\rho_{\infty} - \rho}{T_{\infty} - T}$$

معادله اندازه حرکت در جهت X بصورت زیر بدست می آید:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_{\infty}) + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

بنابراین معادلات حاکم بر جابجایی آزاد بصورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= g\beta(T - T_{\infty}) + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{aligned}$$

برای یک گاز کامل $\beta = \frac{1}{T}$ (دما بر حسب کلوین) و برای مایعات و گازهای غیر ایدال β از جدول بدست می آید.

عدد گراشف (Grashof Number)

عدد گراشف یک عدد بدون بعد است که در انتقال حرارت جابجایی آزاد اهمیت فراوانی دارد. عدد گراشف همان قدر در جابجایی آزاد مهم است که عدد رینولدز در جابجایی اجباری مهم است. عدد گراشف نسبت نیروی غوطه وری به نیروی لزجت است.

$$Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

در این رابطه:

g شتاب جاذبه، β ضریب انبساط حجمی، T_s دمای سطح، T_∞ دمای سیال، L طول مشخصه شکل و ν ویسکوزیته سینماتیکی سیال است.

در انتقال گرمای جابجایی:

$$Nu_L = f(Re_L, Gr_L, Pr)$$

دمای لایه ای (Film Temperature) میانگین دمای سطح و سیال است که آن را با T_f نشان می دهند. تمام خواص می بایست در دمای لایه ای محاسبه شوند.

تمرین

یک صفحه عمودی با درجه حرارت 200 C در معرض هوای 20 C قرار دارد. با افزایش درجه حرارت صفحه از 200 C به 400 C و با فرض ثابت ماندن لزجت سینماتیکی عدد گراشف چند برابر می شود؟

مقایسه جابجایی اجباری و جابجایی آزاد

اکنون این سوال پیش می آید که چه موقع از جابجایی اجباری در مقابل جابجایی آزاد می توان چشم پوشید و یا بالعکس و یا تحت چه شرایطی هر دو جابجایی مهم است و هر دو را باید لحاظ نمود.

• اگر $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \ll 1$ جابجایی اجباری اهمیت دارد و از جابجایی آزاد می توان چشمپوشی کرد.

• اگر $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \approx 1$ جابجایی اجباری و جابجایی آزاد هر دو مهمند.

• اگر $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \gg 1$ جابجایی اجباری اهمیت ندارد و تنها جابجایی آزاد مهم است.

$$\begin{aligned} \frac{Gr_L}{Re_L^2} \ll 1 &\Rightarrow Nu = f(Re, Pr) \\ \frac{Gr_L}{Re_L^2} \approx 1 &\Rightarrow Nu = f(Re, Gr, Pr) \\ \frac{Gr_L}{Re_L^2} \gg 1 &\Rightarrow Nu = f(Gr, Pr) \end{aligned}$$

جابجایی آزاد آرام روی یک سطح عمودی (Laminar Free Convection on a Vertical Surface)

حل های گوناگونی برای معادله های لایه مرزی جابجایی آزاد آرام بدست آمده اند و حالت خاصی که خیلی مهم است جابجایی آزاد روی سطح عمودی همدمای واقع در یک محیط وسیع ساکن است. در این حالت روابط زیر بدست آمده اند:

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}} g(\text{Pr})$$

$$g(\text{Pr}) = \frac{0.75 \text{Pr}^{\frac{1}{2}}}{(0.609 + 1.221 \text{Pr}^{\frac{1}{2}} + 1.238 \text{Pr})^{\frac{1}{4}}}$$

$$Gr_x = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu^2} \quad Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx = \frac{4}{3} \frac{k}{L} \left(\frac{Gr_L}{4}\right)^{\frac{1}{4}} g(\text{Pr})$$

$$\bar{Nu}_L = \frac{4}{3} Nu_L$$

$$h_x = \frac{2k}{\delta_x} \Rightarrow \delta_x = 3.93x \text{Pr}^{-0.5} (0.952 + \text{Pr})^{0.25} Gr_x^{-0.25}$$

\bar{Nu}_L و \bar{h} ، Nu_x ، h_x ، δ_x بترتیب ضخامت لایه مرزی، ضریب انتقال حرارت جابجایی موضعی و عدد نوسلت موضعی در فاصله x از لبه پایینی صفحه، ضریب انتقال گرمای جابجایی متوسط و عدد نوسلت متوسط در صفحه می باشند.

اثرات اغتشاش جریان (Effects of Turbulence)



(a) Laminar flow



(b) Turbulent flow

لایه مرزی جابجایی آزاد فقط به جریان آرام ختم نمی شود. مانند جابجایی اجباری، ناپایداری هیدرودینامیکی نیز ممکن است در جریان بوجود آید. یعنی اغتشاشات کوچک در جریان ممکن است تقویت شده و جریان را از آرام به مغشوش تبدیل کند. وقوع تبدیل جریان از آرام به آشفته توسط عدد رایلی (Rayleigh Number) مشخص می شود:

$$Ra_x = Gr_x Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu\alpha}$$

برای سطوح عمودی در $Ra_{x,c} = 10^9$ جریان از آرام به آشفته تبدیل می شود که به عدد رایلی بحرانی معروف است.

تمرین

یک صفحه عمودی به طول 30cm و دمای 90C را در نظر بگیرید. این صفحه در هوای 30C آویزان است. اگر هوا ساکن باشد، ضخامت لایه مرزی در لبه بالایی صفحه را پیدا کنید. اگر هوا با سرعت جریان 10m/s روی صفحه حرکت کند، ضخامت حاصله را با حالت قبل مقایسه کنید.

تمرین

چند صفحه نازک در حمام آب 20C بطور عمودی آویزان اند و خنک می شوند. اگر صفحات ابتدا در 54C و به طول 0.15m باشند، چه فاصله مینیممی بین آنها از تداخل لایه های مرزی جابجایی آزاد جلوگیری می کند؟

جلسه دوم

روابط تجربی برای جابجایی آزاد خارجی

(Empirical Correlations for External Free Convection Flows)

بطور کلی روابط تجربی جابجایی آزاد برای اشکال هندسی متداول غوطه ور بصورت زیر است:

$$Nu_L = \frac{\bar{h}L}{k} = CRa_L^n$$

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}$$

معمولا برای جریان آرام $n = \frac{1}{4}$ و برای جریان مغشوش $n = \frac{1}{3}$ است. بنابراین برای جریان مغشوش \bar{h}_L مستقل از L است.

صفحه عمودی (Vertical Plate)

می توان به کمک جدول یا نمودار مقادیر C و n را که به عدد رایلی بستگی دارند، بدست آورد و در رابطه $Nu_L = \frac{\bar{h}L}{k} = CRa_L^n$ قرار داد.

رابطه چرچیل (Churchill) و چو (Chu) که برای تمام اعداد رایلی معتبر است، بصورت زیر است:

$$Nu_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2$$

رابطه زیر برای جریان آرام نتایج بهتری بدست می دهد ولی برای جریانهای آشفته نباید از آن استفاده کرد:

$$Nu_L = 0.68 + \frac{0.67 Ra_L^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{4}{9}}}$$

دو رابطه فوق با فرض دمای ثابت سطح معتبر هستند.

چنانچه برای استوانه ای رابطه زیر برقرار باشد (D و L بترتیب قطر و طول استوانه می باشند) می توان از روابط جابجایی آزاد صفحه عمودی برای آن استفاده کرد:

$$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr_L^{\frac{1}{4}}}$$

تمرین

مطلوبست ضریب انتقال گرمای جابجایی متوسط برای دیوار عمودی خانه ای با ارتفاع $2.5m$ که دمای هوای داخلی و سطح دیوار آن بترتیب عبارتند از:

- الف) 20 و 10 درجه سانتیگراد
- ب) 27 و 37 درجه سانتیگراد

تمرین

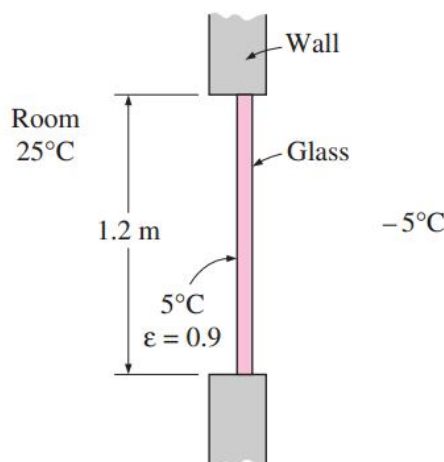
سطح دریچه یک فر خانگی به ارتفاع $0.5m$ و به عرض $0.7m$ در ضمن کار به دمای متوسط $32C$ می رسد. گرمای داده شده به اتاق

را که دمای هوای آن 22°C است، بیاید. اگر ضریب صدور دریاچه 1 و محیط اطراف نیز در دمای 22°C باشد، درباره دفع گرمای ناشی از جابجایی آزاد نسبت به دفع گرمای ناشی از تشعشع توضیح دهید.

تمرین

یک پنجره شیشه ای به ابعاد 1.2m در 2m و ضخامت 6mm را در نظر بگیرید. ضریب هدایت دمایی جنس آن $k=0.78\text{W/mC}$ و ضریب صدور آن 0.9 است. اتاق و دیوارهای اطراف پنجره همگی در دمای 25°C ثابت نگه داشته شده اند و دمای میانگین سطح داخلی پنجره در 5°C اندازه گیری شده است. اگر دمای بیرون -5°C باشد، تعیین کنید:

- الف) ضریب انتقال جابجایی روی سطح داخلی پنجره
 - ب) نرخ کل انتقال حرارت از میان پنجره
 - ج) ضریب انتقال حرارت جابجایی آزاد و تشعشعی روی سطح بیرونی پنجره
- آیا می توان از مقاومت دمایی شیشه در این حالت چشمپوشی کرد؟



حالت شار ثابت

نتایج بالا برای صفحات دما ثابت صادق بود اکنون حالتی را در نظر می گیریم که بجای دمای ثابت در سطح، شار حرارتی ثابت و معلوم باشد. در این حالت اختلاف دمای $T_s - T_{\infty}$ بر حسب x تغییر و از مقدار صفر در لبه ابتدایی شروع به افزایش می کند و مقدار آن در انتهای صفحه ماکزیمم می شود. برای تعیین دمای ماکزیمم روش زیر را به کار می بریم:

دمایی بعنوان دمای نقطه وسط ($T_{L/2}$) فرض می کنیم و با این دمای لایه ای و $\Delta T_{L/2}$ را از روابط زیر بدست می آوریم:

$$T_f = \frac{T_{L/2} + T_{\infty}}{2}$$

$$\Delta T_{L/2} = T_{L/2} - T_{\infty}$$

حال عدد رایلی را از رابطه زیر محاسبه می کنیم:

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta T_{L/2}L^3}{\nu\alpha}$$

بسته به اینکه جریان آرام باشد یا آشفته از رابطه مناسب عدد نوسلت را بدست می آوریم و از آنجا ضریب انتقال حرارت جابجایی را

$$\left(\bar{h} = \frac{Nu_L}{L} k\right)$$

اکنون رابطه $q'' = \bar{h} \Delta T_{L/2}$ را نوشته و q'' را بدست آورده و با q'' واقعی که در مساله داده شده است، مقایسه می کنیم، اگر کمتر از آن باشد، $T_{L/2}$ بزرگتری حدس می زنیم و چنانچه مقدار آن بیشتر از مقدار واقعی باشد $T_{L/2}$ کوچکتری حدس می زنیم و این عمل را تا زمانی که شار بدست آمده با شار واقعی برابر شود ادامه می دهیم.
دمای ماکزیمم که در انتهای صفحه روی می دهد از رابطه زیر بدست می آید:

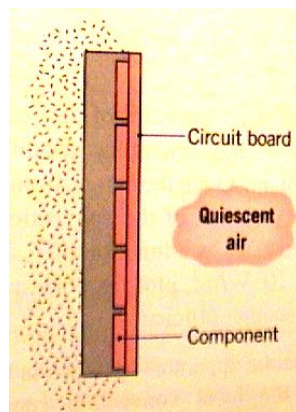
$$T_{L/2} = T_{\infty} + 1.15 \Delta T_{L/2}$$

دمای هر نقطه دیگر صفحه را می توان از رابطه زیر تعیین کرد:

$$T_x = T_{\infty} + 1.15 \left(\frac{x}{L}\right)^{0.2} \Delta T_{L/2}$$

تمرین

قطعات الکترونیک روی یک صفحه مدار تخت قائم به اضلاع $5W, 150mm$ گرما تولید می کنند. پشت صفحه کاملاً عایق بندی شده و جلوی آن در مجاورت هوای ساکن $27C$ است. با فرض شار گرمایی یکنواخت از سطح، حداکثر دمای صفحه را بدست آورید. اگر صفحه در دمای یکنواخت باشد دمای آن چقدر خواهد بود؟



سطوح افقی و شیبدار (Inclined and Horizontal Plates)

شکلهای زیر انتقال حرارت جابجایی آزاد روی یک سطح افقی و یک سطح شیبدار که هر دو وجه آن گرم است را نشان می دهند.
برای سطح بالایی صفحه گرم یا سطح زیری صفحه سرد از روابط زیر استفاده می شود:

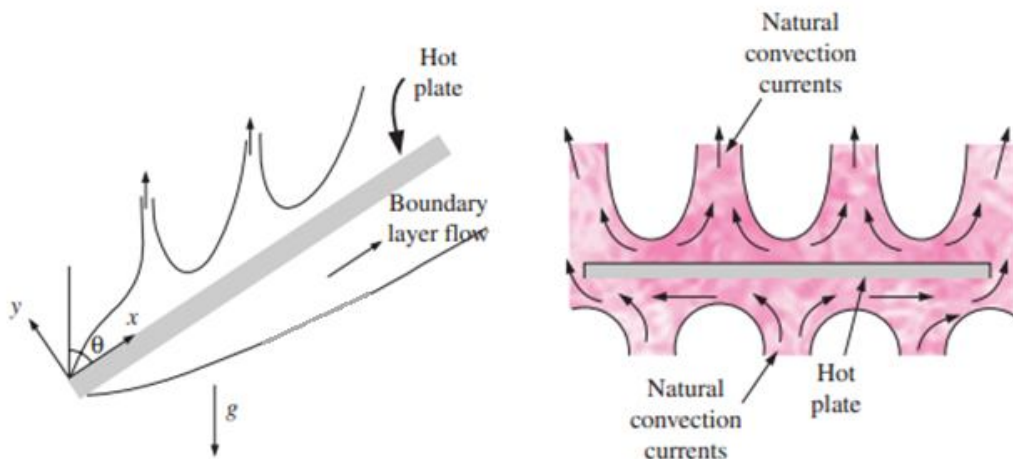
$$Nu_L = 0.54 Ra_L^{\frac{1}{4}} \quad 10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$$

$$Nu_L = 0.15 Ra_L^{\frac{1}{3}} \quad 10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$$

و برای سطح زیری صفحه گرم یا سطح بالایی صفحه سرد:

$$Nu_L = 0.27 Ra_L^{\frac{1}{4}} \quad 10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}$$

برای سطح بالای صفحه سرد و سطح زیر صفحه گرم و در حالتی که $0 \leq \theta \leq 60$ ضریب جابجایی را می توان از روابط مربوط به سطوح عمودی بدست آورد مشروط بر آنکه در محاسبه عدد رایلی از $g \cos \theta$ بجای g استفاده شود.



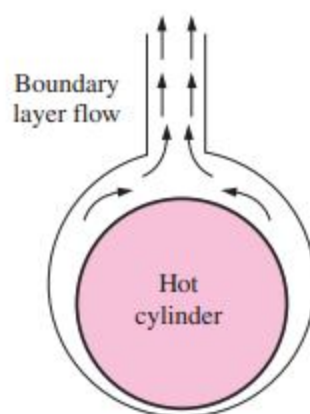
تمرین

یک گرمکن الکتریکی به شکل صفحه ای مدور و افقی به قطر 400mm برای گرم کردن کف یک مخزن روغن موتور در دمای 5C بکار می رود. قدرت لازم برای نگهداشتن سطح گرمکن در دمای 70C چه مقدار است؟

تمرین

ورقی به ابعاد یک متر در یک متر تحت زاویه 45 درجه قرار گرفته و از زیر در معرض شار گرمایی تشعشعی 300 وات بر متر مربع قرار دارد. اگر سطح بالایی عایق بندی باشد دمای تعادلی را که ورق در هوای ساکن 0C به آن خواهد رسید تعیین کنید.

استوانه افقی طویل (Long Horizontal Cylinder)



رابطه مورگان (Morgan) در مورد این شکل هندسی بصورت زیر است:

$$Nu_D = \frac{\bar{h}D}{k} = CRD_D^n$$

که در آن C و n از جدول مخصوص بدست می آیند و عدد رایلی و نوسلت بر مبنای قطر استوانه اند.

$$Ra_D = Gr_D Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{\nu\alpha}$$

چرچیل و چو رابطه ای بصورت زیر پیشنهاد داده اند:

$$Nu_D = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 Ra_D^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{8}{27}}}\right\}^2$$

عدد نوسلت موضعی برای یک استوانه گرم با رشد لایه مرزی تغییر می کند. این لایه مرزی در $\theta = 0$ شروع شده و در $\theta < \pi$ خاتمه می یابد و سیال نهایتاً بصورت توده ای به بالا جریان می یابد. اگر جریان روی تمام سطح استوانه آرام بماند، عدد نوسلت موضعی در $\theta = 0$ بیشترین مقدار را داشته و با افزایش θ همواره کاهش می یابد که این کاهش تا محل تبدیل جریان آرام به مغشوش ادامه خواهد داشت.

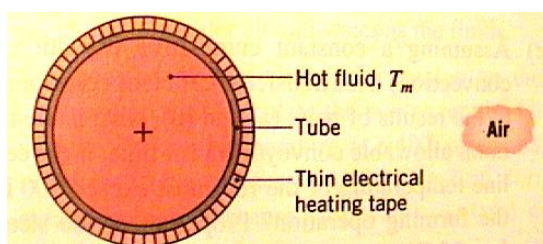
اگر استوانه سردتر از محیط باشد، لایه مرزی از $\theta = \pi$ شروع می شود و در این نقطه عدد نوسلت بیشترین مقدار را داشته و جریان توده سیال بسوی پایین است.

تمرین

یک لوله بخار عایق نشده بطور افقی از داخل اتاق بزرگی که دمای هوا و دیواره های آن 300K است می گذرد. قطر لوله 150mm و دما و ضریب صدور سطح آن به ترتیب 400K و 0.85 است. نرخ اتلاف گرما بر واحد طول لوله را حساب کنید.

تمرین

سیال گرمی در دمای متوسط 45C داخل لوله ای جدار نازک آزمایشی به قطر 20mm جریان دارد. لوله بطور افقی در هوای ساکن 15C قرار گرفته است. برای کنترل دقیق دما که مورد نیاز آزمایش است نوار گرمکنی روی سطح خارجی لوله نصب شده است تا از اتلاف گرما از سیال داغ به محیط جلوگیری نماید.

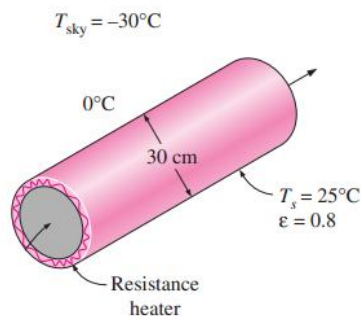


- الف) با چشمپوشی از اتلاف گرمای تشعشعی، شار گرمایی q_e'' مورد نیاز نوار گرمکن برای آنکه دمای سیال یکنواخت بماند را حساب کنید.
- ب) با فرض اینکه ضریب صدور نوار گرمکن 0.95 و محیط هم در دمای 15C باشد، شار گرمایی را حساب کنید.

تمرین

لوله ای به طول 100m و قطر بیرونی 30cm که در معرض هوای آرام 0C قرار دارد، در نظر بگیرید. لوله توسط الکتریسیته گرم می شود و دمای سطح بیرونی توسط ترموستات در 25C ثابت نگه داشته می شود. ضریب صدور سطح بیرونی لوله 0.8 و دمای موثر آسمان 30C- است.

- الف) توان الکتریکی هیتر را بر حسب کیلووات بدست آورید.
- ب) هزینه الکتریسیته مصرفی را در خلال 10 ساعت کار تحت شرایط فوق از قرار هر کیلو وات ساعت \$0.09 تعیین کنید.



کره (Sphere)

برای کره های واقع در سیالات با $Pr \geq 0.7$ و برای $Ra \leq 10^{11}$ چرچیل رابطه زیر را توصیه کرده است:

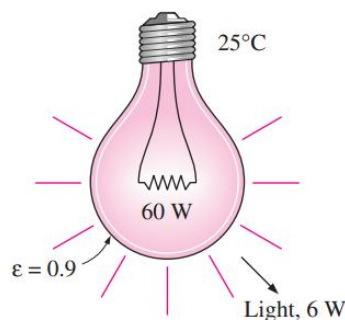
$$Nu_D = 2 + \frac{0.589 Ra_D^{0.25}}{\left[1 + \left(\frac{0.469}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{4}{9}}}$$

تمرین

دمای سطح یک لامپ 20 واتی وقتی که این لامپ در اتاقی با دمای هوا و محیط 25C قرار دارد در شرایط کار دائم 125C است. لامپ را مانند کره ای به قطر 40mm با ضریب صدور سطح 0.8 در نظر گرفته نرخ انتقال گرما از لامپ به محیط را حساب کنید.

تمرین

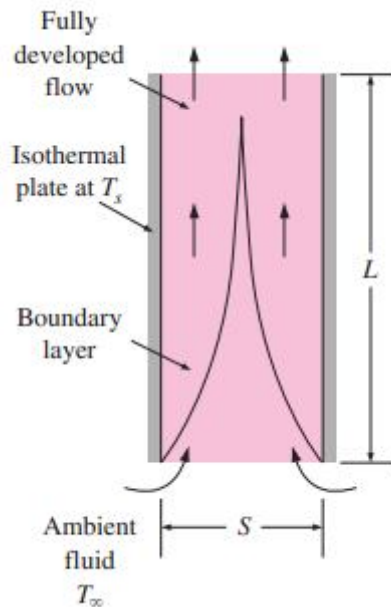
یک لامپ حبابی 60 واتی به قطر 8cm را در اتاقی به دمای 25C در نظر بگیرید. ضریب صدور شیشه لامپ 0.9 است و فرض می شود 10 درصد انرژی که از حباب می گذرد بصورت نور باشد و بقیه انرژی بصورت تشعشع و جابجایی آزاد تلف می شود. دمای تعادل حباب شیشه ای را بیابید. دمای دیوارهای داخلی اتاق را همان دمای هوای اتاق در نظر بگیرید.



جلسه سوم

جابجایی آزاد در مجاری بین سطوح موازی (Free Convection within Parallel Plate Channels)

یکی از اشکال هندسی در جابجایی آزاد شامل مجرای بین صفحات عمودی (یا مورب) است که از دو انتها به محیط راه دارد.



برای کانالهای عمودی ($\theta = 0$) نیروی غوطه وری تماماً در جهت حرکت سیال (x) عمل می کند و لایه های مرزی روی هر دو سطح در $x=0$ شروع شده و رشد می کنند. برای کانالهای کوتاه و یا با فاصله زیاد از یکدیگر ($\frac{L}{S}$ کوچک) رشد لایه مرزی روی هر سطح مستقل از سطح دیگر است و شرایط مانند حالت مربوط به یک صفحه تنهاست که در یک محیط بزرگ ساکن قرار گرفته باشد اما برای $\frac{L}{S}$ بزرگ لایه های مرزی نهایتاً به هم می رسند و جریان کاملاً توسعه یافته را ایجاد می کنند.

رابطه الن باس (Elenbaas) برای سطوح دما ثابت متقارن برای کانالهای عمودی (Vertical Channels) بکار می رود:

$$Nu_s = \frac{1}{24} Ra_s \left(\frac{S}{L} \right) \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{35}{Ra_s \left(\frac{S}{L} \right)} \right] \right\}^{\frac{3}{4}}$$

$$Nu_s = \left(\frac{q}{A} \right) \frac{S}{T_s - T_\infty} \frac{1}{k}$$

$$Ra_s = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) S^3}{\alpha \nu}$$

در ناحیه کاملاً توسعه یافته:

$$Nu_{s(fd)} = \frac{Ra_s S}{24 L}$$

خواص در دمای ثابت ورودی (محیط) تعیین می شوند.

چنانچه یک سطح دما ثابت و سطح دیگر عایق شده باشد، رابطه عدد نوسلت برای سطح دما ثابت در شرایط کاملاً توسعه یافته بصورت زیر در می آید:

$$\overline{Nu}_{S(fd)} = \frac{Ra_s S}{12 L}$$

برای سطوح با شار گرمایی ثابت، راحت تر است که عدد نوسلت موضعی بصورت زیر تعریف شود:

$$\overline{Nu}_{S,L} = \left(\frac{q''}{T_{S,L} - T_\infty} \right) \frac{S}{k}$$

و نتایج بر حسب عدد رایلی اصلاح شده که به صورت زیر تعریف می شود بیان گردد:

$$Ra_s^* = \frac{g\beta q'' S^4}{k\alpha\nu}$$

اندیس L اشاره به شرایط در $x=L$ دارد که در آن نقطه دمای صفحه حداکثر است. برای سطوح با شار گرمایی ثابت متقارن در شرایط کاملاً توسعه یافته رابطه زیر قابل استفاده است:

$$\overline{Nu}_{S,L(fd)} = 0.144 \left[Ra_s^* \left(\frac{S}{L} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

و برای شار گرمایی نامتقارن با یک سطح عایق شده:

$$\overline{Nu}_{S,L(fd)} = 0.204 \left[Ra_s^* \left(\frac{S}{L} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

بار کوهن (Bar-Cohen) و روزنو (Rohsenow) روابطی برای عدد نوسلت بدست آورده اند که برای تمام مقادیر $\frac{S}{L}$ صادق است. این روابط برای سطوح دما ثابت و شار گرمایی ثابت بترتیب عبارتند از:

$$\overline{Nu}_S = \left[\frac{C_1}{\left(Ra_s \frac{S}{L} \right)^2} + \frac{C_2}{\left(Ra_s \frac{S}{L} \right)^{\frac{1}{2}}} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\overline{Nu}_{S,L} = \left[\frac{C_1}{Ra_s^* \frac{S}{L}} + \frac{C_2}{\left(Ra_s^* \frac{S}{L} \right)^{\frac{2}{5}}} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

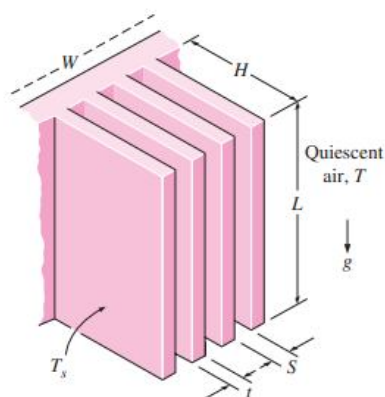
که ثابتهای C_1 و C_2 برای شرایط مرزی گرمایی مختلف سطوح بصورت زیر است:

سطوح دما ثابت متقارن	$C_1 = 576$	$C_2 = 2.87$	سطوح با شار گرمایی ثابت متقارن	$C_1 = 48$	$C_2 = 2.51$
سطوح دما ثابت آدیاباتیک	$C_1 = 144$	$C_2 = 2.87$	سطوح با شار گرمایی ثابت آدیاباتیک	$C_1 = 24$	$C_2 = 2.51$

تمامی خواص سیال باید در دمای متوسط $\bar{T} = \frac{T_s + T_\infty}{2}$ برای سطوح دما ثابت و $\bar{T} = \frac{T_{s,L} + T_\infty}{2}$ برای سطوح با شار گرمایی ثابت محاسبه شوند.

در صفحات موازی عمودی که بعنوان پره ها برای تقویت انتقال گرمای جابجایی آزاد از سطح پایه با عرض ثابت بکار می روند، بررسی فاصله بهینه بین صفحات مفید واقع می شود. اگر فاصله پره ها کم شود چون نیروهای ویسکوز افزایش می یابند لذا آهنگ انتقال حرارت کاهش می یابد از طرفی اگر فاصله صفحات (پره ها) زیاد شود مقدار مساحت تماس در حجم مشخص کاهش می یابد و در نتیجه مقدار انتقال حرارت کم می شود، بنابراین فاصله بهینه ای وجود دارد که مقدار انتقال حرارت در حجم مشخص ماکزیمم می شود. این فاصله بهینه از رابطه زیر بدست می آید:

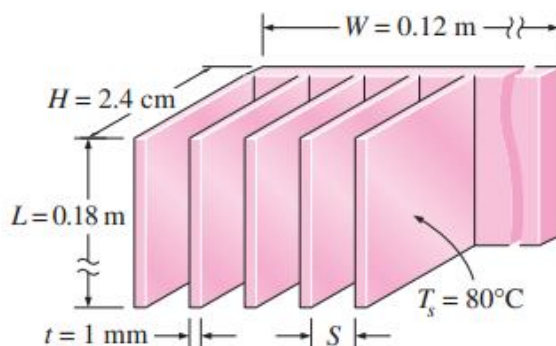
$$S_{opt} = 2.714 \frac{L}{Ra_L^{0.25}}$$



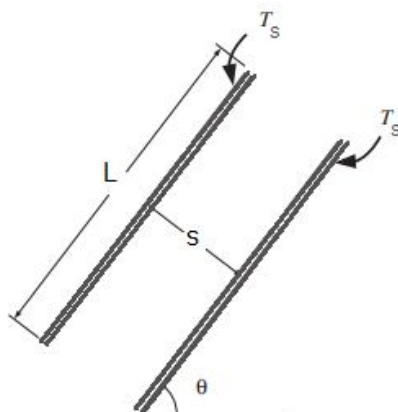
تمرین

یک صفحه گرم عمودی به ابعاد 12cm در 18cm که در هوای 30C قرار دارد توسط پره هایی مستطیلی مطابق شکل خنک می شود. ضخامت پره ها 0.1cm و طول آنها در راستای قائم 18cm و در راستای عمود بر صفحه 2.4cm است.

- الف) فاصله بهینه پره ها از هم را پیدا کنید
- ب) نرخ انتقال حرارت توسط جابجایی طبیعی از پره ها را بدست آورید. دمای سطح پره ها 80C است.



کانالهای مورب (Inclined Channels)



برای کانالهای مورب واقع در آب و در شرایط صفحات دما ثابت متقارن و صفحات دما ثابت - آدیباتیک می توان از رابطه زیر برای زوایای بین 45 تا 90 درجه استفاده کرد:

$$Nu_s = 0.645 [Ra_s \left(\frac{S}{L}\right)^{\frac{1}{4}}]$$

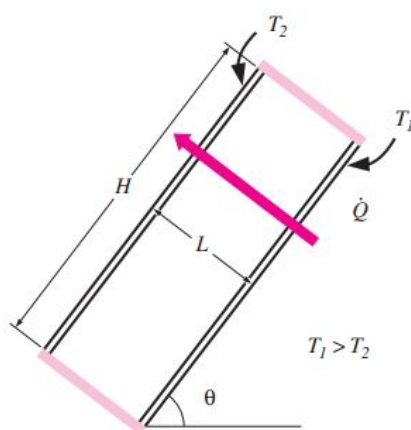
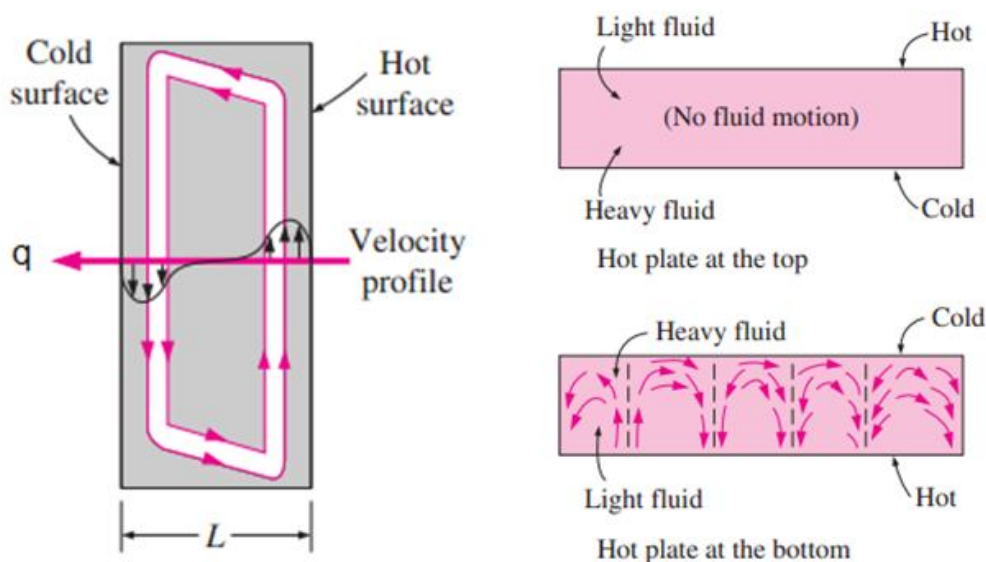
تمامی خواص سیال باید در دمای متوسط $\bar{T} = \frac{T_s + T_\infty}{2}$ محاسبه شود.

محفظه ها (Enclosures)

منظور از محفظه، سطوح با دماهای متفاوت که بوسیله یک سیال محصور، از یکدیگر جدا شده اند می باشد.

محفظه های مستطیلی (Rectangular Cavities)

در شکل زیر دو سطح مقابل در دماهای متفاوت قرار داشته و بقیه سطوح عایق شده اند. محفظه های مستطیلی ممکن است افقی یا عمودی و یا شیبدار باشند، زاویه شیب ممکنست از صفر تا 180 درجه تغییر کند.



شار گرما در عرض محفظه بصورت زیر تعریف می شود:

$$q'' = h(T_1 - T_2)$$

برای محفظه های افقی که از زیر گرم شده باشند و برای اعداد رایلی کمتر از مقدار بحرانی 1708 نیروی غوطه وری نمی تواند بر مقاومت ناشی از نیروهای لزوج غلبه کند در نتیجه جریان جابجایی در داخل محفظه بوجود نمی آید و انتقال گرما صرفا هدایتی خواهد بود و $Nu_L = 1$.

اما برای $Ra_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L^3}{\alpha\nu} > 1708$ جریان جابجایی بوجود می آید. برای اعداد رایلی خیلی بزرگ جریان سیال کاملا مغشوش می شود.

ضریب گرمای جابجایی در یک محفظه مستطیلی که از زیر گرم شده باشد را می توان بطور تقریبی از رابطه گلوب و دراپکین بدست آورد (این رابطه برای $\frac{H}{L}$ بزرگ استفاده می شود):

$$Nu_L = \frac{\bar{h}L}{k} = 0.069Ra_L^{\frac{1}{3}} Pr^{0.074}$$

تمامی خواص سیال در $\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$ باید محاسبه شوند.

اگر صفحه گرم بالا و صفحه سرد پایین باشد ($\theta = 180$) انتقال گرما از صفحه بالا به صفحه پایین فقط از طریق هدایت انجام می شود و $Nu_L = 1$ و مستقل از عدد رایلی است. در یک محفظه مستطیلی عمودی سطوح قائم گرم و سرد شده و سطوح افقی آدیاباتیک هستند. همانطور که در شکل دیده می شود جریان سیال بصورت یک سلول گردشی بوده که در آن سیال از مجاور سطح گرمتر به بالا رفته و از مجاور سطح سردتر به پایین می آید. برای اعداد رایلی کوچک (کمتر از 1000) جریان ناشی از غوطه وری ضعیف بوده و انتقال گرما بین دو سطح فقط از طریق هدایت در سیال انجام می شود لذا $Nu_L = 1$. در اعداد رایلی بزرگتر جریان گردشی شدیدتر شده و در لایه های مرزی نازک مجاور دیواره های جانبی متمرکز می شود. سیال در وسط محفظه تقریباً ساکن است ولی با افزایش عدد رایلی جریانهای گردشی دیگری ممکن است در گوشه ها بوجود آید که در نهایت منجر به تبدیل جریان به مغشوش شود.

$$\begin{aligned} Nu_L &= 0.22 \left(\frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L \right)^{0.28} \left(\frac{H}{L} \right)^{\frac{1}{4}} & 2 < \frac{H}{L} < 10 & Pr < 10^5 & 10^3 < Ra_L < 10^{10} \\ Nu_L &= 0.18 \left(\frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L \right)^{0.29} & 1 < \frac{H}{L} < 2 & 10^{-3} < Pr < 10^5 & 10^3 < \frac{Ra_L Pr}{0.2 + Pr} \\ Nu_L &= 0.42 Ra_L^{\frac{1}{4}} Pr^{0.012} \left(\frac{H}{L} \right)^{-0.3} & 10 < \frac{H}{L} < 40 & 1 < Pr < 2 \times 10^4 & 10^4 < Ra_L < 10^7 \\ Nu_L &= 0.046 Ra_L^{\frac{1}{3}} & 1 < \frac{H}{L} < 40 & 1 < Pr < 20 & 10^6 < Ra_L < 10^9 \end{aligned}$$

تمامی خواص سیال در $\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$ باید محاسبه شوند.

برای محفظه های مایل رابطه زیر بکار می رود:

$$Nu_L = 1 + 1.44 \left[1 - \frac{1708}{Ra_L \cos \theta} \right] \left[1 - \frac{1708 (\sin 1.8\theta)^{1.6}}{Ra_L \cos \theta} \right] + \left[\left(\frac{Ra_L \cos \theta}{5830} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right] \quad \frac{H}{L} \geq 12 \quad 0 < \theta < \theta^*$$

علامت [] نشان دهنده آن است که اگر مقدار داخل این علامت منفی شد، بایستی آن را برابر با صفر اختیار نمود.

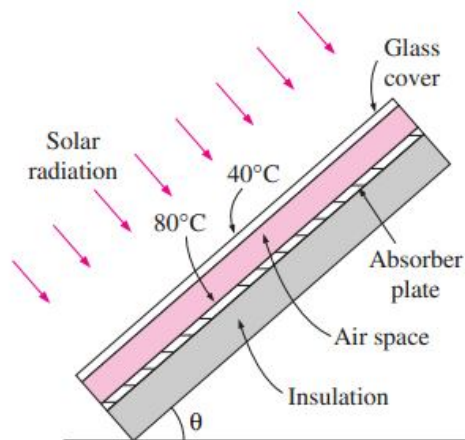
$$\begin{aligned} Nu_L &= Nu_L(\theta = 0) \left[\frac{Nu_L(\theta = 90)}{Nu_L(\theta = 0)} \right]^{\frac{\theta}{\theta^*}} (\sin \theta^*)^{\frac{\theta}{4\theta^*}} & \frac{H}{L} \leq 12 & 0 < \theta < \theta^* \\ \frac{H}{L} = 1 &\Rightarrow \theta^* = 25 & \frac{H}{L} = 3 &\Rightarrow \theta^* = 53 & \frac{H}{L} = 6 &\Rightarrow \theta^* = 60 & \frac{H}{L} = 12 &\Rightarrow \theta^* = 67 & \frac{H}{L} > 12 &\Rightarrow \theta^* = 70 \end{aligned}$$

در زوایای بیشتر از مقدار بحرانی روابط زیر توصیه شده است:

$$\begin{aligned} N\bar{u}_L &= N\bar{u}_L(\theta = 90)(\sin \theta)^{\frac{1}{4}} & \theta^* < \theta < 90 \\ N\bar{u}_L &= 1 + [N\bar{u}_L(\theta = 90) - 1](\sin \theta) & 90 < \theta < 180 \end{aligned}$$

تمرین

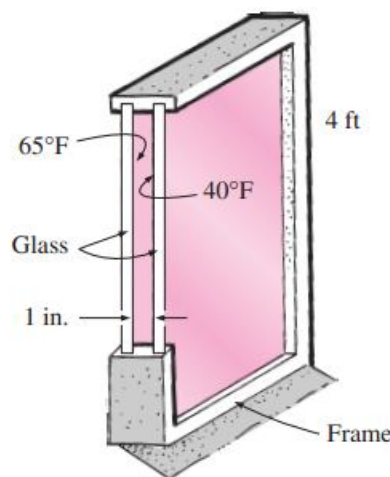
یک صفحه جاذب به ارتفاع 2m و پهنای 3m که با زاویه θ نسبت به افق کج شده است را در نظر بگیرید. پشت جاذب بخوبی عایق شده است. صفحه جاذب و پوشش شیشه ای آن که 2.5cm از هم فاصله دارند، بترتیب در دماهای 80 و 40 درجه سانتیگراد هستند. نرخ حرارت تلف شده از جاذب توسط جابجایی طبیعی را برای $\theta = 0, 20, 90$ درجه محاسبه کنید.



تمرین

یک پنجره دو جداره به ارتفاع 4ft و پهنای 6ft شامل دو ورق شیشه ای می باشد که توسط یک لایه هوا در فشار یک اتمسفر به ضخامت 1in از هم جدا شده اند. اگر دمای سطح شیشه ها در تماس با هوای ساکن 65 و 40 درجه فارنهایت باشد، تعیین کنید نرخ انتقال حرارت از پنجره را

- الف) توسط جابجایی آزاد
- ب) توسط تشعشع



استوانه های هم محور (Concentric Cylinders)

اگر استوانه داخلی گرم و استوانه بیرونی خنک باشد ($T_i > T_o$) سیال از اطراف استوانه داخلی بالا رفته و از مجاور استوانه بیرونی پایین می آید. اگر $T_i < T_o$ جهت جریان معکوس می شود. مقدار انتقال حرارت در این حالت با استفاده از رابطه زیر بدست می آید:

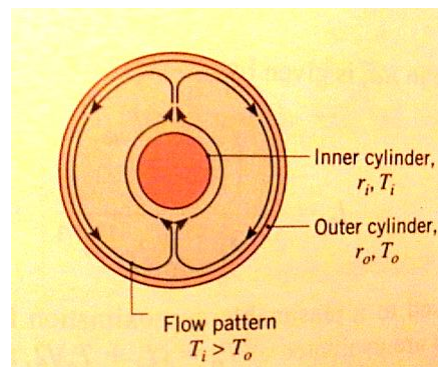
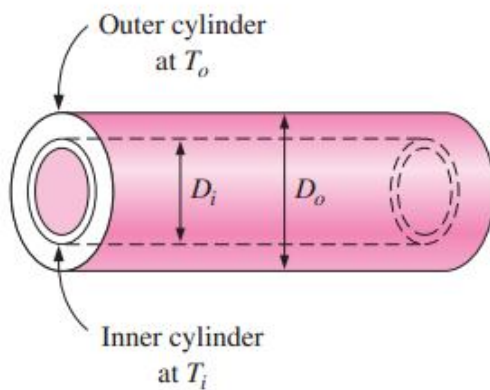
$$q = \frac{2\pi k_{eff} L}{\ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right)} (T_i - T_o)$$

$$\frac{k_{eff}}{k} = 0.386 \left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}} \right)^{\frac{1}{4}} (Ra_c^*)^{\frac{1}{4}}$$

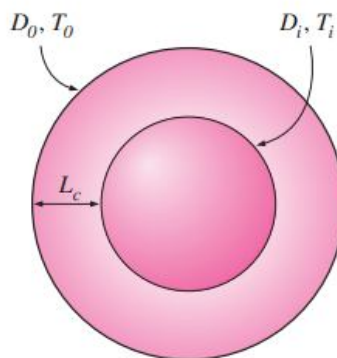
$$Ra_c^* = \frac{[\ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right)]^4}{L^3 \left(D_i^{-\frac{3}{5}} + D_o^{-\frac{3}{5}} \right)^5} Ra_L$$

برای $Ra_c^* < 100$ عملاً $k_{eff} \approx k$

تمام خواص سیال در $\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$ باید محاسبه شوند.



کره های هم مرکز (Concentric Spheres)



$$q = \pi k_{eff} \frac{D_o D_i}{L_c} (T_i - T_o)$$

$$\frac{k_{eff}}{k} = 0.74 \left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}} \right)^{\frac{1}{4}} (Ra_s^*)^{\frac{1}{4}}$$

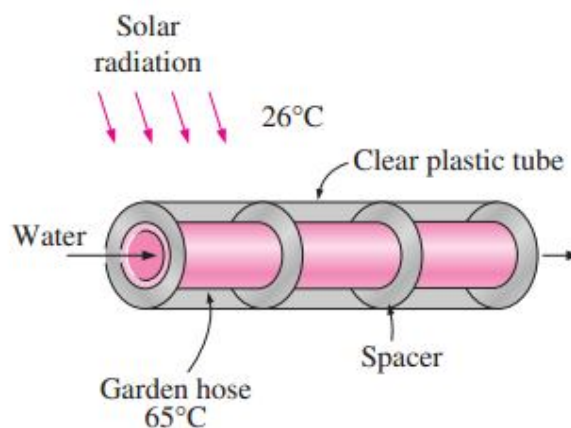
$$Ra_s^* = \left[\frac{L_c}{(D_o D_i)^4} \times \frac{Ra_L}{(D_i^{-\frac{7}{5}} + D_o^{-\frac{7}{5}})^5} \right]$$

تمرین

ازت مایع در یک کپسول کروی جدار نازک به قطر داخلی 1m قرار دارد. کپسول بطور هم مرکز داخل یک محفظه کروی جدار نازک بزرگتر به قطر 1.1m واقع است و فضای بین آن دو از هلیوم در فشار یک اتمسفر پر شده است. در شرایط کار عادی دمای سطوح داخلی و خارجی بترتیب 77K و 283K است. اگر گرمای نهان تبخیر ازت $2 \times 10^5 \frac{J}{kg}$ باشد، نرخ جرمی خروجی گاز ازت از منفذ را بدست آورید.

تمرین

یک کلکتور خورشیدی ساده با قرار دادن یک لوله پلاستیکی صاف به قطر 5cm اطراف یک لوله خرطومی به قطر 1.6cm ساخته شده است. به منظور ماکزیمم جذب تشعشعات خورشیدی، لوله خرطومی به رنگ سیاه در آمده است و چند حلقه پلاستیکی برای ایجاد فضای میان لوله خرطومی و پوشش پلاستیکی به کار رفته است. در یک روز صاف دمای لوله خرطومی 65C و دمای هوای محیط 26C اندازه گرفته شده است. نرخ انتقال حرارتی که آب درون لوله به ازای هر متر از طول لوله توسط جابجایی آزاد از دست می دهد، چقدر است؟



ترکیب جابجایی آزاد و اجباری (Combined Free and Forced Convection)

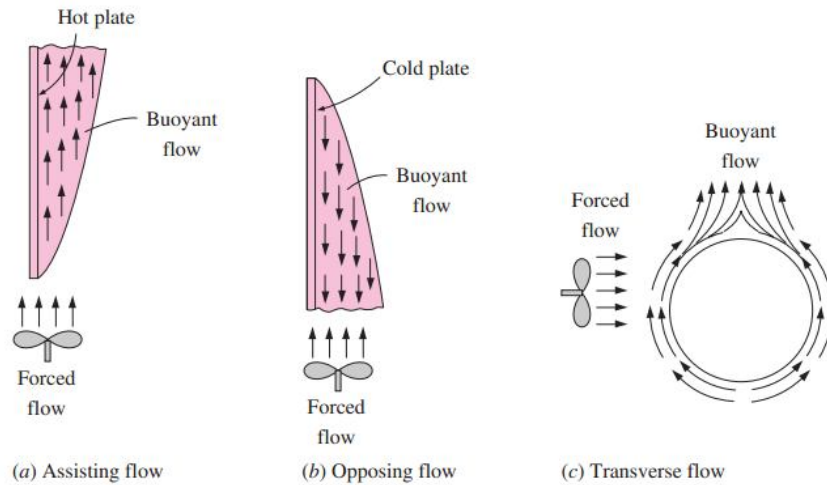
در عمل حالاتی وجود دارد که انتقال حرارت به طریق جابجایی در آنها هم اجباریست و هم آزاد. این حالات وقتی به وجود می آیند که یک سیال را بر روی یک سطح حرارت دیده با یک سرعت نسبتاً کم به جریان درآورند. همراه با سرعت جریان اجباری، نیروهای شناوری ناشی از اختلاف چگالی سیال در نزدیکی سطح حرارت دیده باعث ایجاد جابجایی آزاد می شوند.

بطور کلی هرگاه $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \approx 1$ هر دو جابجایی اهمیت خواهند داشت.

نتایج انتقال گرمای جابجایی مرکب برای جریانهای داخلی و خارجی معمولاً بصورت زیر نشان داده می شود:

$$Nu^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n$$

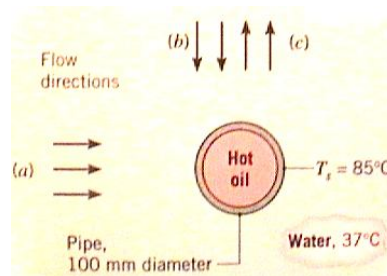
اندیس های F و N بترتیب به جابجایی اجباری و آزاد اشاره می کنند. علامت مثبت مربوط به جریانهای همسو (مانند جریان اجباری رو به بالا روی یک سطح عمودی گرمتر) و عرضی (مانند جریان اجباری افقی روی استوانه گرم یا صفحه افقی گرمتر از محیط) و علامت منفی مربوط به جریان مخالف (مانند جریان اجباری رو به پایین روی یک سطح عمودی گرمتر از محیط) است. برای سطح افقی و استوانه یا کره بترتیب $n=3.5$ و $n=4$ است.



تمرین

در یک آبگرمکن صنعتی از لوله های افقی به قطر 100mm استفاده می شود که روغن داغ در آن جریان دارد. در یک شرایط کاری خاص، سرعت آب روی لوله 0.5m/s است. جریان روغن دمای سطح لوله را در 85C نگه می دارد و دمای آب 37C است. تاثیر جهت جریان را روی نرخ انتقال گرما بر واحد طول استوانه برای حالات

- الف) افقی
- ب) رو به پایین و
- ج) رو به بالا تعیین نمایید.



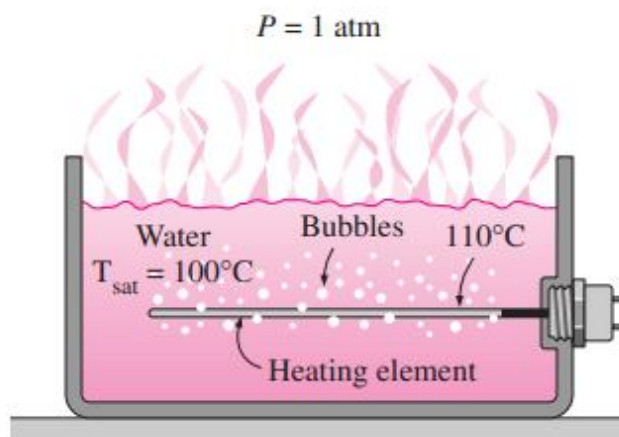
جلسه چهارم

فصل دوم: جوشش و میعان (Boiling and Condensation)

جوشش

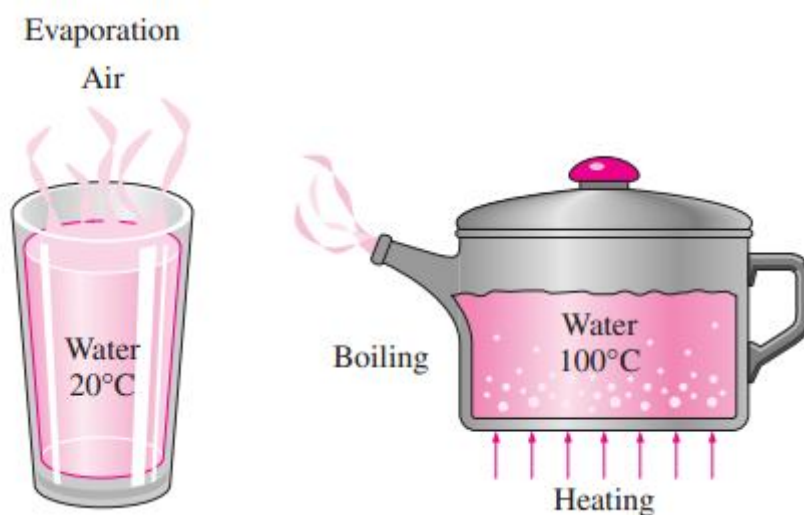
تبخیر در سطح مشترک جامد مایع را جوشش می نامند. وقتی دمای سطح (T_s) بیشتر از دمای اشباع (T_{sat}) متناظر با فشار مایع باشد، جوشش رخ می دهد. شار حرارتی ناشی از جوشش را می توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$q_s'' = h(T_s - T_{sat}) = h\Delta T_e$$



در شکل زیر تفاوت بین تبخیر و جوشش نشان داده شده است.

تبخیر در سطح مشترک مایع و بخار صورت می گیرد در حالی که جوشش در سطح مشترک جامد و مایع روی می دهد.

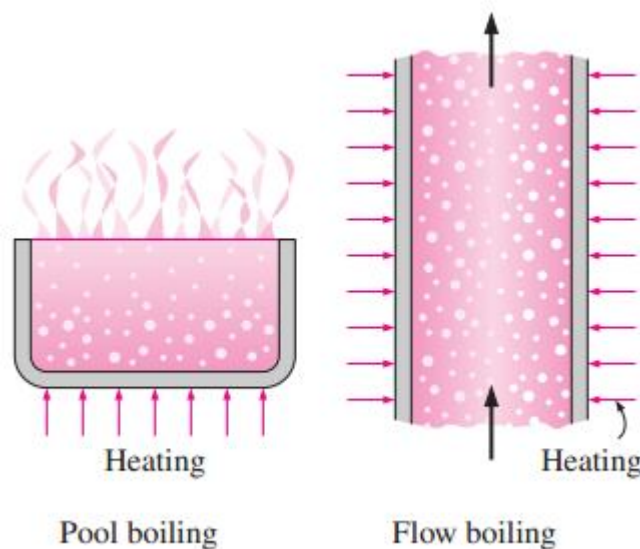


جوشش مخزنی یا استخری (Pool Boiling)

وقتی سطح گرمادیده در زیر سطح آزاد مایع غرق شده باشد و سیال ساکن باشد جوشش را از نوع مخزنی یا استخری می نامند. در جوشش استخری، سیال، ساکن است و حرکت در مجاورت سطح جامد توسط جابجایی طبیعی و اغتشاشات مربوط به رشد و جدایی حباب ها صورت می گیرد.

جوشش اجباری (Forced Boiling)

در این فرآیند سیال ساکن نیست و توسط یک عامل خارجی به حرکت در می آید و نیز انتقال حرارت توسط جابجایی طبیعی و اغتشاشات مربوط به حبابها صورت می گیرد.



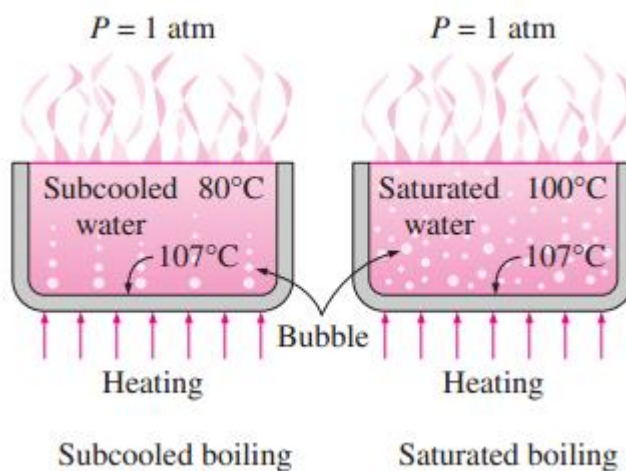
جوشش را بر اساس تحت اشباع یا اشباع بودن هم می توان دسته بندی نمود.

جوشش اشباع یا حجمی (Saturated Boiling)

در این فرآیند دمای مایع کمی از دمای اشباع بیشتر است در این حالت حبابهای تشکیل شده در روی سطح در اثر نیروی غوطه وری به بالا رانده شده و سرانجام از سطح آزاد مایع خارج می شود.

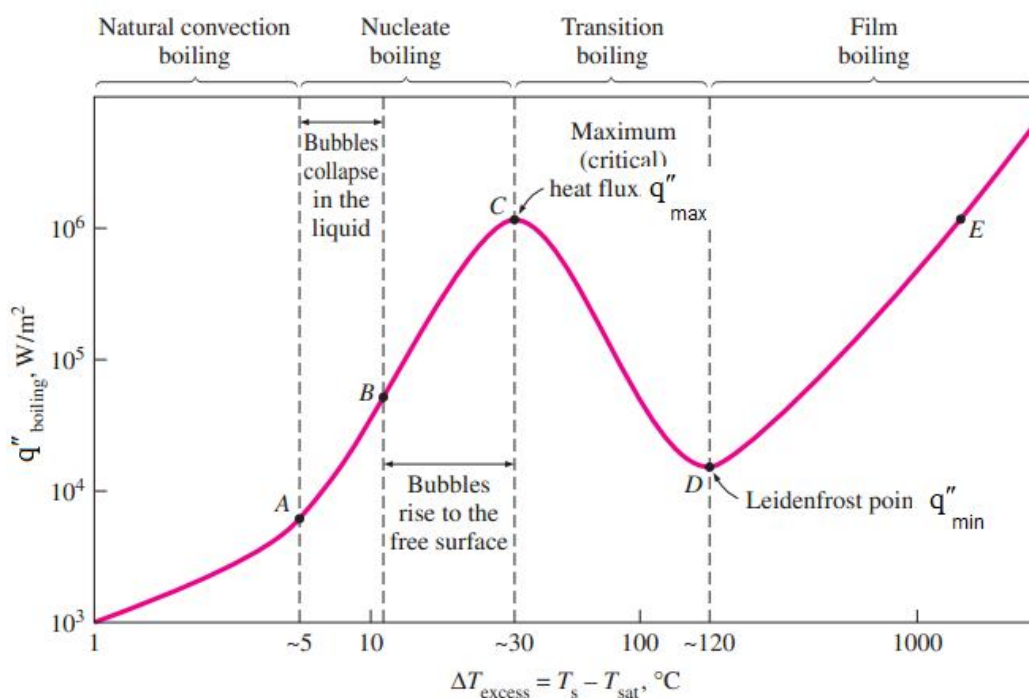
جوشش سرد یا موضعی (Subcooled Boiling)

در این فرآیند دمای مایع از دمای اشباع کمتر است و حبابهای تشکیل شده در سطح ممکن است در مایع تقطیر شود.



منحنی جوشش (Boiling Curve)

نوکیاما (Nukiyama) با استفاده از یک سیم نیکل-کرم که درون یک مخزن آب قرار داده بود نواحی مختلف جوشش استخری را بررسی کرد. شار گرمایی که از سیم نیکل-کرم به آب اشباع داده می شد با اندازه گیری شدت جریان I و اختلاف پتانسیل E تعیین و دمای سیم هم از خاصیت تغییرات مقاومت الکتریکی آن با دما بدست می آمد.



مطابق نمودار بالا، چهار رژیم مختلف جوشش استخری وجود دارد.

جوشش جابجایی آزاد (Free Convection Boiling)

در این حالت $\Delta T < 5C$ است، جابجایی تولید نمی شود و انتقال گرما بیشتر با مکانیزم جابجایی آزاد صورت می گیرد. در این حالت برای جریانهای آرام و آشفته بترتیب داریم:

$$h \propto \Delta T_e^{\frac{1}{4}} \Rightarrow q'' \propto \Delta T_e^{\frac{5}{4}}$$

$$h \propto \Delta T_e^{\frac{1}{3}} \Rightarrow q'' \propto \Delta T_e^{\frac{4}{3}}$$

جوشش هسته ای (Nucleate Boiling)

در این حالت $5C < \Delta T < 30C$ است و دو ناحیه وجود دارد:

- الف) $5C < \Delta T < 10C$: در این ناحیه حبابهای مجزایی حاصل می شود. این حبابها سبب افزایش اختلاط مایع می شوند و q'' و h به شدت زیاد می شوند. این حبابها زمانی که رو به بالا حرکت می کنند بتدریج به مایع گرما می دهند و در نتیجه در مایع چگالیده می شوند.

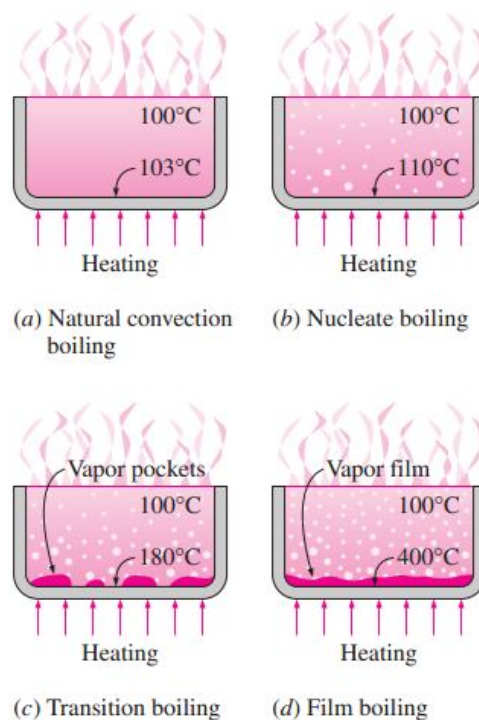
- ب) $10C < \Delta T < 30C$: در این ناحیه حبابها بهم می پیوندند و با توجه به اینکه مایع گرم شده است، حبابها می توانند به سطح آزاد مایع برسند و در مایع تقطیر نشوند. انتقال گرما در $\Delta T_e = 30C$ حداکثر است که این شار گرمایی را شار گرمای بحرانی (Critical Heat Flux) می نامند. در جوشش هسته ای: $q'' \propto \Delta T_e^3$ و $h \propto \Delta T_e^2$

جوشش انتقالی (Transition Boiling)

با ازدیاد ΔT_e ، حبابها در اطراف سطح مشترک تجمع می کنند. این حبابها با هم ائتلاف نموده و باعث کاهش انتقال گرما می شوند، زیرا حبابها محتوی گاز هستند که دارای ضریب هدایت بسیار کمتری از مایع است. این ناحیه تا $\Delta T_e = 120C$ ادامه می یابد. در این اختلاف دما، کمترین مقدار شار حرارتی وجود خواهد داشت. این نقطه را نقطه لیدن فرست (Leidenfrost Point) می نامند.

جوشش فیلمی (Film Boiling)

ائتلاف حبابها سرانجام در $\Delta T_e = 120C$ در هم شکسته خواهد شد و حبابهای بزرگ بخار از سطح کنده می شوند و شار حرارتی با افزایش ΔT_e افزایش می یابد.



رابطه روزنو (Rohsenow)

در محدوده جوشش هسته ای رابطه زیر برای محاسبه شار حرارتی q'' بر حسب اختلاف دمای ΔT_e برقرار است:

$$q'' = \left(\frac{C_{p,f} \Delta T_e}{h_{fg} Pr_f^n C_{s,f}} \right)^3 h_{fg} \mu_f \sqrt{\frac{g(\rho_f - \rho_v)}{\sigma}}$$

h_{fg} : آنتالپی تبخیر $C_{p,f}$: گرمای ویژه مایع اشباع Pr_f : پراوتل مایع اشباع μ_f : لزجت مایع اشباع

σ : کشش سطحی که به دما بستگی داشته و از جدول خوانده می شود. ρ_f : چگالی مایع اشباع ρ_v : چگالی بخار اشباع g : شتاب جاذبه

$C_{s,f}$ و n : ضرایبی هستند که بستگی به ترکیب سطح جامد و سیال دارند و از جدول خوانده می شوند.

تمام خواص در فشار اشباع خوانده می شود.

Surface tension of liquid-vapor interface for water

$T, ^\circ\text{C}$	$\sigma, \text{N/m}^*$
0	0.0757
20	0.0727
40	0.0696
60	0.0662
80	0.0627
100	0.0589
120	0.0550
140	0.0509
160	0.0466
180	0.0422
200	0.0377
220	0.0331
240	0.0284
260	0.0237
280	0.0190
300	0.0144
320	0.0099
340	0.0056
360	0.0019
374	0.0

Surface tension of some fluids

Substance and Temp. Range	Surface Tension, $\sigma, \text{N/m}^*$ (T in $^\circ\text{C}$)
Ammonia, -75 to -40°C :	$0.0264 + 0.000223T$
Benzene, 10 to 80°C :	$0.0315 - 0.000129T$
Butane, -70 to -20°C :	$0.0149 - 0.000121T$
Carbon dioxide, -30 to -20°C :	$0.0043 - 0.000160T$
Ethyl alcohol, 10 to 70°C :	$0.0241 - 0.000083T$
Mercury, 5 to 200°C :	$0.4906 - 0.000205T$
Methyl alcohol, 10 to 60°C :	$0.0240 - 0.000077T$
Pentane, 10 to 30°C :	$0.0183 - 0.000110T$
Propane, -90 to -10°C :	$0.0092 - 0.000087T$

Values of the coefficient C_{sf} and n for various fluid-surface combinations

Fluid-Heating Surface Combination	C_{sf}	n
Water-copper (polished)	0.0130	1.0
Water-copper (scored)	0.0068	1.0
Water-stainless steel (mechanically polished)	0.0130	1.0
Water-stainless steel (ground and polished)	0.0060	1.0
Water-stainless steel (teflon pitted)	0.0058	1.0
Water-stainless steel (chemically etched)	0.0130	1.0
Water-brass	0.0060	1.0
Water-nickel	0.0060	1.0
Water-platinum	0.0130	1.0
<i>n</i> -Pentane-copper (polished)	0.0154	1.7
<i>n</i> -Pentane-chromium	0.0150	1.7
Benzene-chromium	0.1010	1.7
Ethyl alcohol-chromium	0.0027	1.7
Carbon tetrachloride-copper	0.0130	1.7
Isopropanol-copper	0.0025	1.7

دقت داشته باشید جداول فوق در مجموعه نمودارها و جداول مهم انتقال حرارت موجود در کتابخانه وبلاگ وجود ندارد.

تمرین

یک صفحه برنجی حرارت دیده در یک ظرف آب به فشار جو غوطه ور است. دمای صفحه 115C است. انتقال حرارت به ازای واحد سطح را محاسبه کنید. اگر فشار آب به 10atm افزایش یابد توان مورد نیاز چقدر خواهد بود؟ (برای فصل مشترک برنج-آب: $C_{s,f} = 0.006$)

شار گرمای بحرانی برای جوشش هسته ای استخری (Peak(Critical) Heat Flux)

شار گرمای ماکزیمم در ناحیه جوشش هسته ای از رابطه زیر بدست می آید:

$$q''_{\max} = \frac{\pi}{24} h_{fg} \rho_v \left[\frac{\sigma g (\rho_f - \rho_v)}{\rho_v^2} \right]^{\frac{1}{4}} (\rho_f + \rho_v)^{\frac{1}{2}} \approx 0.149 h_{fg} \rho_v \left[\frac{\sigma g (\rho_f - \rho_v)}{\rho_v^2} \right]^{\frac{1}{4}}$$

تمام خواص در فشار اشباع خوانده می شود.

تمرین

شار گرمای بحرانی را برای جوشش آب با فشار یک اتمسفر در روی سطح ماه که شتاب جاذبه آنجا یک ششم سطح زمین است حساب کنید.

شار گرمای مینیمم (Minimum Heat Flux)

ناحیه جوشش انتقالی در عمل کاربرد چندانی ندارد زیرا فقط با کنترل دمای سطح قابل حصول است.

$$q''_{\min} = 0.09 h_{fg} \rho_v \left[\frac{\sigma g (\rho_f - \rho_v)}{(\rho_f + \rho_v)^2} \right]^{\frac{1}{4}}$$

تمام خواص در فشار اشباع خوانده می شود.

جوشش استخری لایه ای (Film Pool Boiling)

در دمای مازاد بالاتر از نقطه لیدنفر است لایه ای دائمی از بخار سطح را پوشانده و تماس، بین فاز مایع و سطح نخواهد بود. یکی از روابطی که برای جوشش لایه ای روی کره یا استوانه افقی به قطر D بکار می رود به صورت زیر است:

$$Nu_D = \frac{\bar{h}_{conv} D}{k_v} = C \left[\frac{g (\rho_f - \rho_v) h'_{fg} D^3}{\nu_v k_v (T_s - T_{sat})} \right]^{\frac{1}{4}}$$

برای استوانه های افقی $C=0.62$ و برای کره $C=0.67$ است.

$$h'_{fg} = h_{fg} + 0.8 C_{p,v} (T_s - T_{sat})$$

خواص بخار در دمای لایه ای $T_f = \frac{T_s + T_{sat}}{2}$ و چگالی مایع در دمای اشباع محاسبه می شوند.

هرگاه دمای سطح زیاد باشد ($T_s > 300$) انتقال گرمای تشعشعی حائز اهمیت می شود.

بروملی (Bromley) جوشش لایه ای روی سطح بیرونی لوله های افقی را مورد بررسی قرار داد و رابطه زیر را برای محاسبه ضریب انتقال گرمای کلی پیشنهاد کرده است:

$$\bar{h}^{\frac{4}{3}} = \bar{h}_{conv}^{\frac{4}{3}} + \bar{h}_{rad} \bar{h}^{\frac{1}{3}}$$

اگر $\bar{h}_{rad} < \bar{h}_{conv}$ باشد، از رابطه ساده تر زیر می توان استفاده کرد:

$$\bar{h} = \bar{h}_{conv} + \frac{3}{4} \bar{h}_{rad}$$

$$\bar{h}_{rad} = \frac{\varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{sat}^4)}{T_s - T_{sat}}$$

در این رابطه ε و σ بترتیب ضریب صدور و ثابت استفان بولتزمن است.

تمرین

میله ای فولادی به قطر 20mm و طول 200mm با ضریب صدور سطح 0.9 از کوره ای به دمای 455C بیرون آورده شده و فوراً در ظرف آبی در فشار اتمسفر فرو برده می شود. نرخ انتقال گرمای اولیه از میله را حساب کنید.

جوشش با جریان اجباری (Forced Convection Boiling)

وقتی مایعی در داخل یک کانال یا روی یک صفحه به دمایی بیشتر از دمای اشباع مایع به زور جریان می یابد، جوشش اجباری بوجود می آید. در جوشش اجباری جریان سیال در اثر حرکت توده سیال و همچنین نیروی غوطه وری است. جوشش با جریان اجباری داخلی معمولاً به جریان دو فازی (Two-Phase Flow) معروف است و با تغییر فاز سریع از مایع به بخار در جهت جریان همراه است. در حالت جوشش با جریان اجباری شار گرمای بحرانی در سرعتهای کم و زیاد بترتیب از روابط زیر بدست می آید:

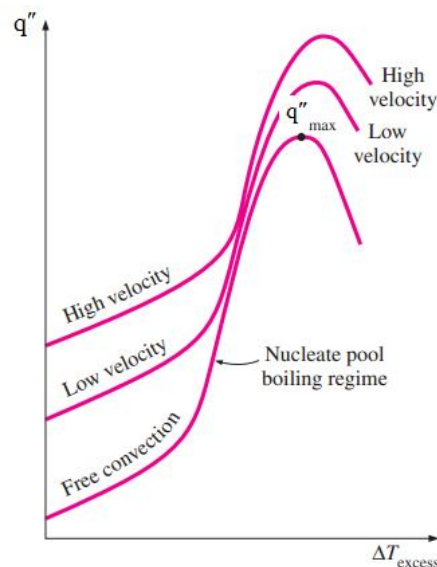
$$\frac{q''_{max}}{\rho_v h_{fg} V} = \frac{1}{\pi} \left[1 + \left(\frac{4}{We_D} \right)^{\frac{1}{3}} \right]$$

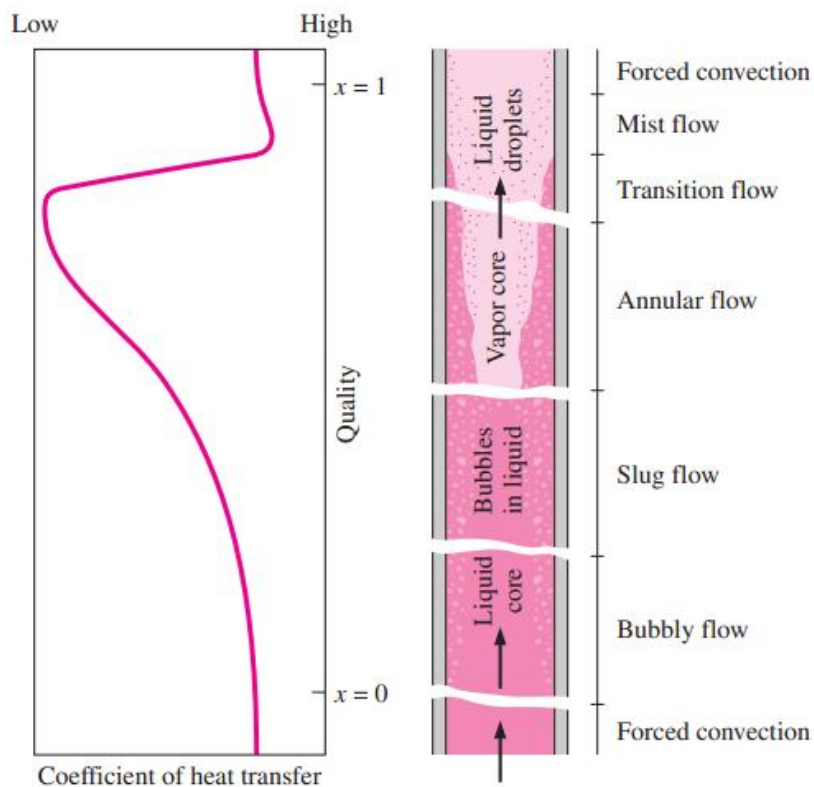
$$\frac{q''_{max}}{\rho_v h_{fg} V} = \frac{(\rho_f / \rho_v)^{\frac{3}{4}}}{169\pi} + \frac{(\rho_f / \rho_v)^{\frac{1}{2}}}{19.2\pi We_D^{\frac{1}{3}}}$$

عدد وبر (Weber Number) نسبت نیروی اینرسی به نیروی کشش سطحی است و برابر است با:

$$We_D = \frac{\rho_v V^2 D}{\sigma}$$

اگر $\frac{q''_{max}}{\rho_v h_{fg} V}$ کوچکتر از $\left[\left(\frac{0.275}{\pi} \right) \left(\frac{\rho_f}{\rho_v} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right]$ باشد جریان با سرعت زیاد و اگر بزرگتر از آن باشد جریان با سرعت کم تلقی می شود.





تمرین

آب اشباع در فشار اتمسفر و با سرعت 2m/s روی میله گرمکنی به قطر 5mm جریان دارد. حداکثر نرخ گرما از میله بازای واحد طول میله را حساب کنید.

جلسه پنجم

میعان (Condensation)

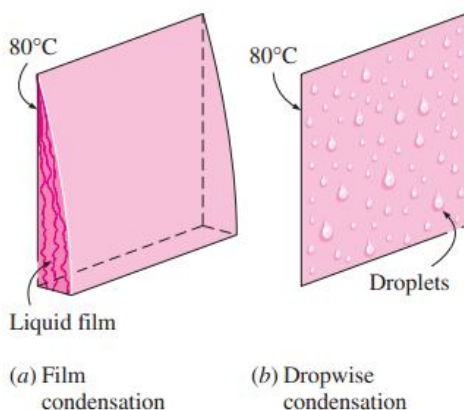
هرگاه بخار آب در تماس با یک سطح کمتر از دمای اشباع آن بخار تحت آن فشار قرار گیرد بخار به مایع تبدیل می شود که آن را میعان می گویند.

میعان لایه ای (Film Condensation)

هرگاه بخاری که به مایع تبدیل شده است سطح جامد را بطور کامل تر کند، مایع میعان یافته لایه ای تشکیل خواهد داد که این میعان را میعان لایه ای می گویند. (شکل a)

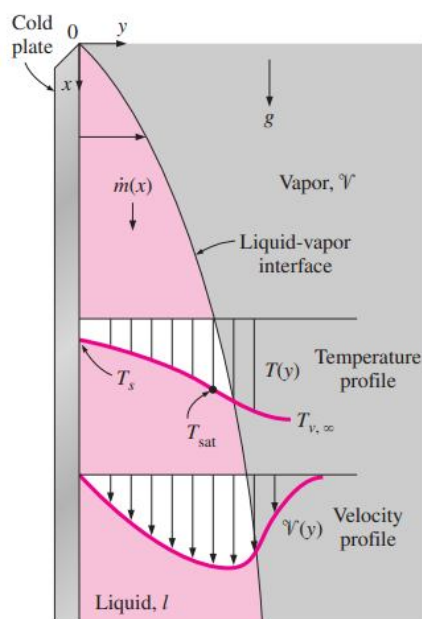
میعان قطره ای (Dropwise Condensation)

هرگاه بخاری که به مایع تبدیل شده است سطح جامد را به طور کامل تر نکند، در آن صورت به صورت قطرات میکروسکوپی زیادی در خواهد آمد که به آن میعان قطره ای می گویند. (شکل b)



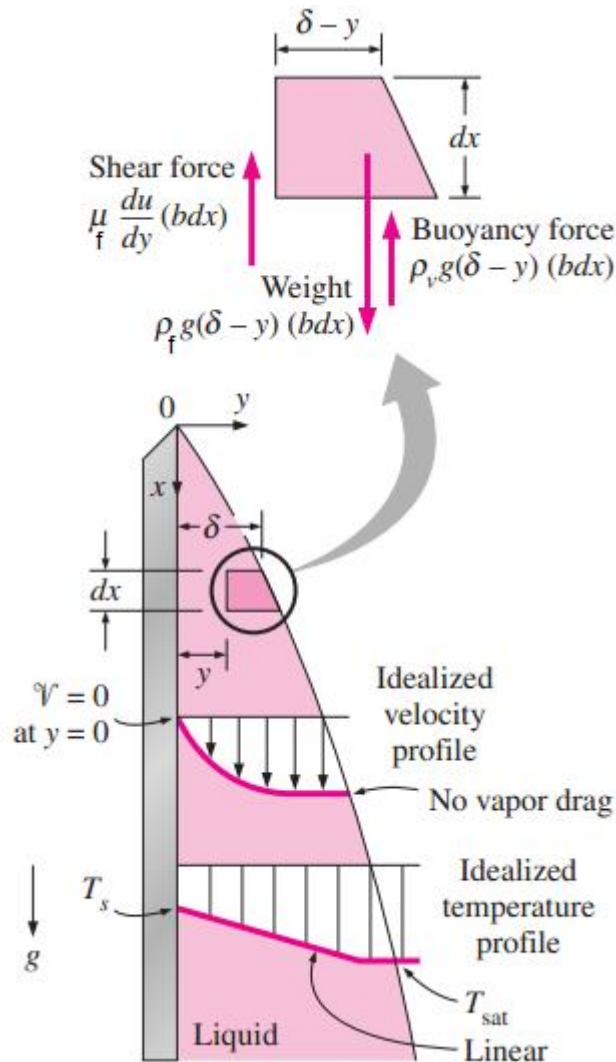
میعان لایه ای آرام (Laminar Film Condensation)

در شکل زیر توزیع سرعت و دما روی یک صفحه عمودی هنگام میعان لایه ای دیده می شود.



معادلات حرکت

فرض می کنیم عرض صفحه b باشد، المانی از سیال درون لایه مرزی را در نظر گرفته، نیروهای وارد بر آن را مشخص کرده و رابطه $\sum F_x = 0$ را برای آن می نویسیم. شرط تعادل ایجاب می کند نیروی وزن برابر نیروهای ویسکوزیته و شناوری باشد بنابراین:



$$\rho_f g(\delta - y)(b dx) = \mu_f \frac{du}{dy}(b dx) + \rho_v g(\delta - y)(b dx) \Rightarrow \frac{du}{dy} = \frac{g(\rho_f - \rho_v)(\delta - y)}{\mu_f} \Rightarrow$$

$$du = \frac{g(\rho_f - \rho_v)(\delta - y)}{\mu_f} dy \Rightarrow \int_0^u du = \int_0^y \frac{g(\rho_f - \rho_v)(\delta - y)}{\mu_f} dy \Rightarrow$$

توزیع سرعت در لایه مرزی مایع بصورت زیر بدست می آید:

$$u(y) = \frac{g(\rho_f - \rho_v)\delta^2}{\mu_f} \left[\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \right]$$

نرخ دبی جرمی را می توان بصورت زیر بدست آورد:

$$\dot{m}(x) = \int \rho_f u(y) dA = \int_0^{\delta(x)} \rho_f u(y) b dy = \frac{g \rho_f b (\rho_f - \rho_v) \delta^3}{3 \mu_f}$$

$$\dot{m}(x) = \frac{g \rho_f b (\rho_f - \rho_v) \delta^3}{3 \mu_f}$$

از دو طرف رابطه فوق نسبت به x مشتق می گیریم:

$$\frac{d\dot{m}}{dx} = \frac{g \rho_f b (\rho_f - \rho_v) \delta^2}{\mu_f} \frac{d\delta}{dx} \quad *$$

نرخ انتقال گرما از المان سیال را می توان بصورت زیر نوشت:

$$dq = k_f (bdx) \frac{(T_{sat} - T_s)}{\delta}$$

از طرف دیگر می دانیم:

$$dq = h_{fg} d\dot{m}$$

دو طرف رابطه فوق را مساوی هم قرار می دهیم در نتیجه:

$$h_{fg} d\dot{m} = k_f (bdx) \frac{T_{sat} - T_s}{\delta}$$

از عبارت بالا نتیجه می شود:

$$\frac{d\dot{m}}{dx} = \frac{k_f b}{h_{fg}} \frac{T_{sat} - T_s}{\delta} \quad **$$

از روابط * و ** نتیجه می شود:

$$\delta^3 d\delta = \frac{\mu_f k_f (T_{sat} - T_s)}{g \rho_f (\rho_f - \rho_v) h_{fg}} dx$$

با انتگرال گیری از دو طرف رابطه فوق و با دانستن اینکه در $x = 0$ داریم $\delta = 0$ ضخامت لایه مرزی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\delta(x) = \left[\frac{4 k_f \mu_f (T_{sat} - T_s) x}{g \rho_f (\rho_f - \rho_v) h_{fg}} \right]^{\frac{1}{4}}$$

که در آن:

$$h'_{fg} = h_{fg} + 0.68 C_{p,f} (T_{sat} - T_s)$$

برای دقت بیشتر از h'_{fg} بجای h_{fg} استفاده شده است.

می توان نوشت:

$$q = h_x (bdx) (T_{sat} - T_s) = k_f (bdx) \frac{T_{sat} - T_s}{\delta}$$

در نتیجه ضریب انتقال گرمای موضعی مطابق رابطه زیر بدست می آید:

$$h_x = \frac{k_f}{\delta} = \left[\frac{g \rho_f (\rho_f - \rho_v) k_f^3 h'_{fg}}{4 \mu_f (T_{sat} - T_s) x} \right]^{\frac{1}{4}}$$

و ضریب انتقال گرمای متوسط در جریان آرام بصورت زیر بدست می آید:

$$\bar{h}_L = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx = \frac{1}{L} \int_0^L \left[\frac{g \rho_f (\rho_f - \rho_v) k_f^3 h'_{fg}}{4 \mu_f (T_{sat} - T_s) x} \right]^{\frac{1}{4}} dx$$

$$\bar{h}_L = 0.943 \left[\frac{g \rho_f (\rho_f - \rho_v) k_f^3 h'_{fg}}{\mu_f (T_{sat} - T_s) L} \right]^{\frac{1}{4}} = \frac{4}{3} h_L$$

در نتیجه عدد نوسلت متوسط بصورت زیر در می آید:

$$Nu_L = \frac{\bar{h}_L L}{k_f} = 0.943 \left[\frac{g \rho_f (\rho_f - \rho_v) h'_{fg} L^3}{\mu_f k_f (T_{sat} - T_s)} \right]^{\frac{1}{4}}$$

کل انتقال گرما به سطح را می توان با استفاده از قانون سرمایش نیوتن به شکل زیر بدست آورد:

$$q = \bar{h}_L A (T_{sat} - T_s)$$

نرخ کل میعان را نیز می توان از رابطه زیر تعیین کرد:

$$\dot{m} = \frac{q}{h'_{fg}} = \frac{\bar{h}_L A (T_{sat} - T_s)}{h'_{fg}}$$

در روابط فوق خواص مایع (اندیس f) در دمای لایه ای (میانگین دماهای سطح و اشباع) و دیگر خواص در دمای اشباع خوانده می شود. لازم بذکر است چون در جداول بعضی مراجع، مقادیر چگالی بصراحت وجود ندارد با استفاده از روابط زیر می توان آنها را بدست آورد:

$$\rho_f = \frac{1}{v_f}, \rho_v = \frac{1}{v_v}$$

در جداول موجود در وبلاگ مقادیر چگالی ها در دماهای مختلف به صراحت داده شده است و نیازی به استفاده از روابط فوق نیست.

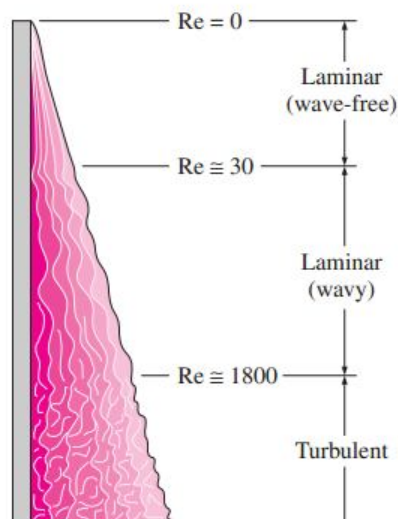
میعان لایه ای مغشوش (Turbulent Film Condensation)

معیار تبدیل لایه مرزی از آرام به مغشوش را می توان بر حسب عدد رینولدز که بصورت زیر تعریف می شود، بیان نمود:

$$Re_\delta = \frac{4\dot{m}}{\mu_f b} = \frac{4\rho_f u_m \delta}{\mu_f}$$

که در آن u_m سرعت متوسط در لایه مایع و ضخامت لایه (δ) مشخصه طولی است.

برای $Re_\delta \leq 30$ لایه مایع آرام و سطح آن بدون موج است و در $30 < Re_\delta \leq 1800$ لایه مایع آرام و موجدار است، همچنین در $Re_\delta = 1800$ جریان کاملا به مغشوش تبدیل می شود.



برای ناحیه آرام بدون موج داریم:

$$Re_{\delta} = \frac{4g\rho_f(\rho_f - \rho_v)\delta^3}{3\mu_f^2}$$

$$\frac{\bar{h}_L(v_f^2/g)^{\frac{1}{3}}}{k_f} = 1.47 Re_{\delta}^{\frac{1}{3}}$$

برای ناحیه آرام موجدار رابطه تجربی زیر پیشنهاد شده است:

$$\frac{\bar{h}_L(v_f^2/g)^{\frac{1}{3}}}{k_f} = \frac{Re_{\delta}}{1.08 Re_{\delta}^{1.22} - 5.2}$$

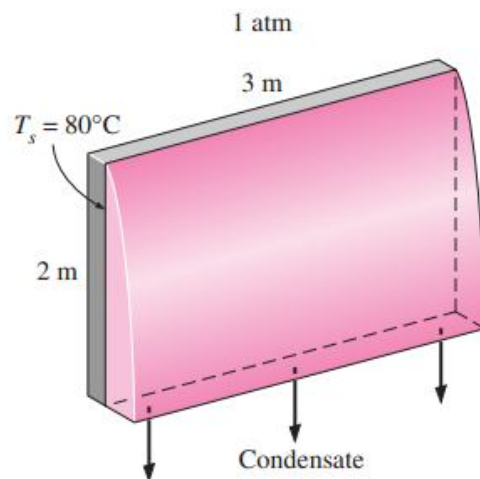
همچنین در ناحیه مغشوش رابطه زیر توصیه شده است:

$$\frac{\bar{h}_L(v_f^2/g)^{\frac{1}{3}}}{k_f} = \frac{Re_{\delta}}{8750 + 58 Pr^{-0.5} (Re_{\delta}^{0.75} - 253)}$$

در انتها لازم به ذکر است برای میعان روی لوله های قائم تمام روابط فوق معتبر است.

تمرین

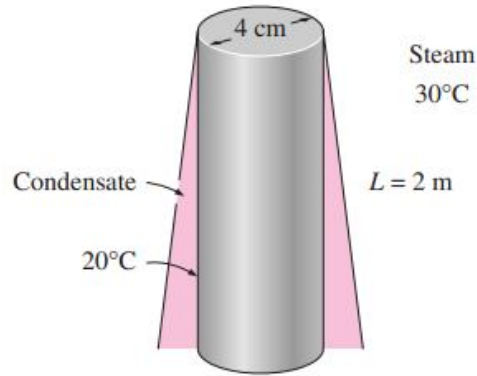
بخار اشباع آب در فشار اتمسفر روی یک سطح عمودی به ارتفاع 2m و پهنای 3m که در دمای 80C است مایع می شود. نرخ انتقال گرما به سطح و نرخ میعان بخار را حساب کنید.



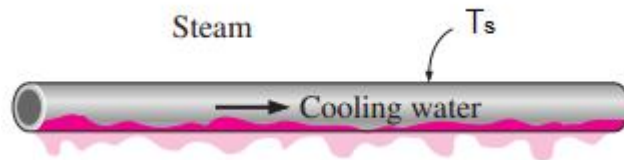
تمرین

بخار اشباع آب در دمای 30C روی سطح بیرونی یک لوله قائم به قطر خارجی 4cm و به طول 2m که بدلیل عبور آب سرد داخل آن در دمای یکنواخت 20C است مایع می شود. تعیین کنید:

- الف) نرخ انتقال گرما از بخار به آب سرد
- ب) نرخ بخار چگالیده شده
- ج) ضخامت لایه مایع در انتهای لوله.



میعان لایه ای در سیستمهای شعاعی (Film Condensation on Radial Systems)



در میعان لایه ای آرام روی لوله افقی و کره از رابطه زیر استفاده می شود:

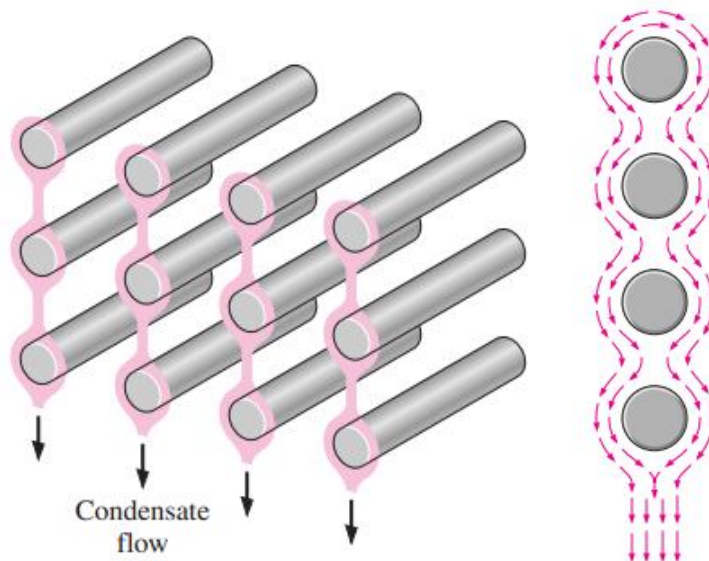
$$\bar{h}_D = C \left[\frac{g \rho_f (\rho_f - \rho_v) k_f^3 h'_{fg}}{\mu_f D (T_{sat} - T_s)} \right]^{\frac{1}{4}}$$

که در آن برای کره $C=0.815$ و برای لوله $C=0.729$ است.

در صورتی که میعان روی ستونی از N لوله افقی زیر هم صورت گیرد، ضریب انتقال حرارت از رابطه زیر بدست می آید:

$$\bar{h}_D = 0.729 \left[\frac{g \rho_f (\rho_f - \rho_v) k_f^3 h'_{fg}}{\mu_f N D (T_{sat} - T_s)} \right]^{\frac{1}{4}}$$

برای لوله های مورب می توان با تعویض g با $g \cos \theta$ در معادلات فوق از آنها استفاده نمود. θ زاویه بین محور لوله و امتداد افق است.



تمرین

لوله ای افقی به قطر 50mm با دمای سطح 34C در حمام بخار آب در فشار 0.2 بار قرار دارد. نرخ میعان و انتقال گرما بر واحد طول لوله را بدست آورید.

تمرین

بخار اشباع آب در فشار 0.1 بار روی مجموعه مربعی از 100 شاخه لوله به قطر 8mm مایع می شود. اگر دمای سطح لوله ها 27C باشد نرخ میعان بر واحد طول مجموعه لوله ها را بدست آورید.

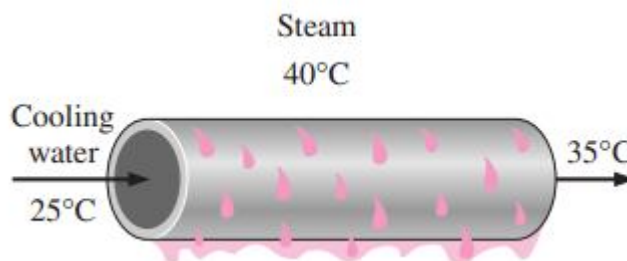
تمرین

صفحه ای به ابعاد $30 \times 30 \text{ cm}^2$ که با عمود زاویه 40 درجه می سازد در معرض بخاری به فشار اتمسفر قرار دارد. دمای صفحه 90C است. مقدار انتقال حرارت و آهنگ جریان جرمی چگالیده را محاسبه کنید.

تمرین

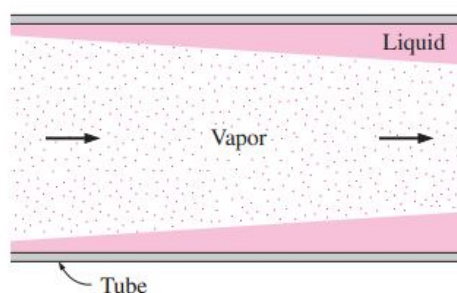
بخار با دمای 40C روی سطح بیرونی یک لوله مسی افقی جدار نازک به قطر 3cm مطابق شکل چگالیده می شود. آب سرد با دمای 25C و سرعت متوسط 2m/s وارد لوله شده و در دمای 35C آن را ترک می کند. تعیین کنید،

- الف) نرخ بخار چگالیده شده
- ب) ضریب انتقال حرارت کلی بین بخار و آب سرد
- ج) طول لوله.



میعان لایه ای داخل لوله های افقی (Film Condensation inside Horizontal Tubes)

در کندانسورهایی که برای سیستمهای تبرید و تهویه مطبوع بکار می روند، معمولاً میعان بخار داخل لوله های افقی یا قائم رخ می دهد. اگر سرعت بخار کم باشد میعان در لوله افقی مطابق شکل زیر خواهد بود یعنی مایع بصورت لایه ای از بالا به پایین لوله جریان می یابد.



برای سرعت بخار کم بنحوی که $Re_{v,i} = \left(\frac{\rho_v u_{m,v} D}{\mu_v} \right)_i < 35000$ که در آن i اشاره به ورودی لوله دارد چاتو (Chato) رابطه زیر را پیشنهاد کرده است:

$$\bar{h}_D = 0.555 \left[\frac{g \rho_f (\rho_f - \rho_v) k_f^3 h'_{fg}}{\mu_f D (T_{sat} - T_s)} \right]^{\frac{1}{4}}$$

که در آن:

$$h'_{fg} = h_{fg} + \frac{3}{8} C_{p,f} (T_{sat} - T_s)$$

در سرعتهای بالاتر بخار، جریان دو فازی بصورت حلقه ای می شود. بخار قسمت مرکزی لوله را اشغال می کند و با افزایش ضخامت لایه مایع در طول لوله، قطر هسته بخار کاهش می یابد.

تمرین

بخار اشباع آب در فشار 1.5 بار درون یک لوله افقی به قطر 75mm که دمای سطح آن 100C است، مایع می شود. با فرض سرعت کم برای بخار و میعان لایه ای، ضریب انتقال گرما و نرخ میعان بر واحد طول لوله را بدست آورید.

میعان قطره ای (Dropwise Condensation)

معمولا ضریب انتقال گرما برای میعان قطره ای بیش از ده برابر میعان لایه ای است. در مبدلهای حرارتی که در آنها میعان قطره ای رخ می دهد، سایر مقاومتهای گرمایی خیلی بزرگتر از مقاومت میعان است و لذا نیازی به داشتن روابط تجربی برای محاسبه ضریب انتقال گرمای میعان قطره ای نیست.

برای میعان بخار آب روی سطوح مسی روابط زیر را می توان بکار برد:

$$\bar{h}_{dc} = 51104 + 2044 T_{sat} \quad 22 C < T_{sat} < 100 C$$

$$\bar{h}_{dc} = 255510 \quad T_{sat} > 100$$

تمرین

لوله ای به قطر 25mm و دمای سطح 15C از داخل اتاقی که دمای هوای آن 37C و رطوبت نسبی آن 75% است می گذرد. نرخ میعان بخار آب بر واحد طول لوله را با فرض میعان قطره ای بدست آورید.

جلسه ششم

فصل سوم: مبدل‌های حرارتی (Heat Exchangers)

مبدل‌های حرارتی تجهیزاتی هستند که جریان انرژی گرمایی را بین دو سیال که در دماهای مختلف هستند فراهم می‌کنند. انتقال گرما در یک مبدل حرارتی معمولاً بصورت انتقال گرمای جابجایی در هر سیال و هدایت از طریق دیواره جدا کننده دو سیال است.

مبدل‌های گرمایی دو لوله ای یا لوله حلقوی (Double-Pipe or Concentric Tube)

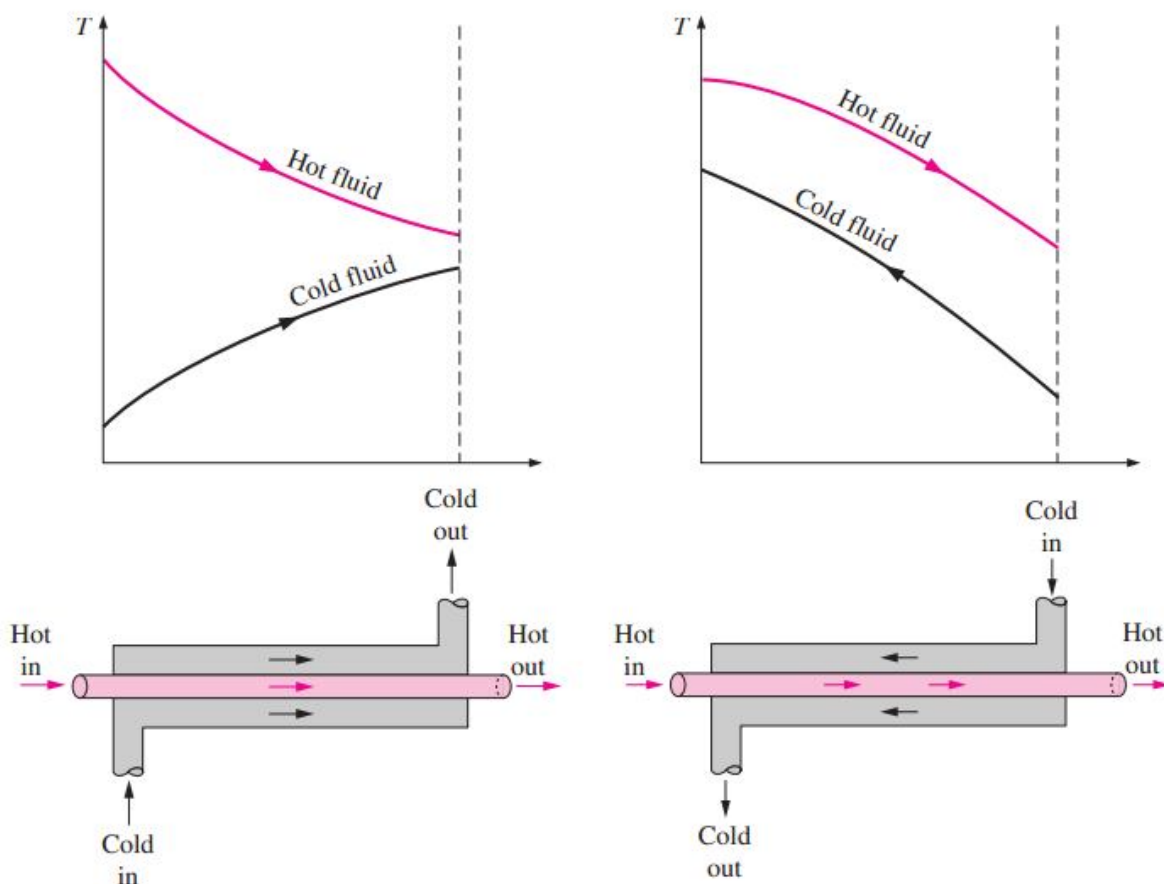
یکی از ساده ترین مبدل‌های گرمایی، مبدل حرارتی دو لوله ایست که شامل دو لوله هم محور است که یک سیال در داخل لوله و دیگری بین دو لوله حرکت می‌کند.

• جریان همسو یا موازی (Parallel-Flow)

در مبدل جریان همسو سیال گرم و سیال سرد از یک طرف وارد شده و از طرف دیگر خارج می‌شوند. در این مبدل دمای سیال سرد خروجی بهیچوجه نمی‌تواند بیشتر از دمای سیال گرم خروجی باشد.

• جریان غیر همسو یا مخالف (Counter-Flow)

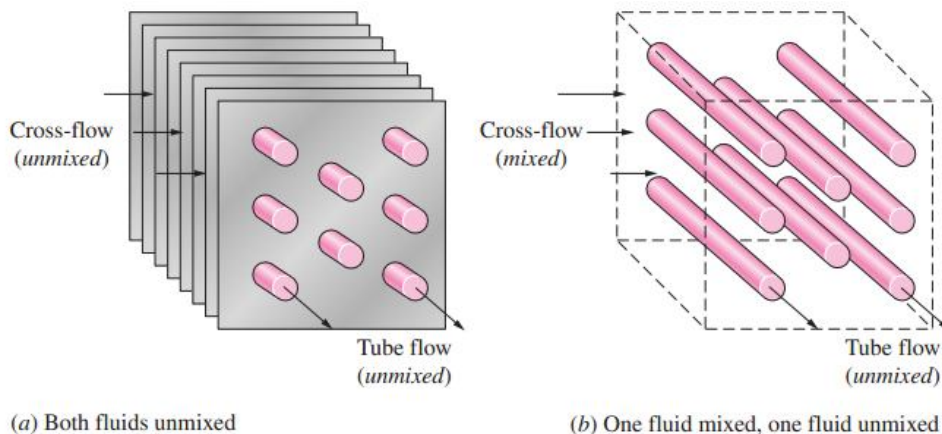
در این نوع مبدل، سیال گرم و سرد از دو سمت جداگانه وارد مبدل می‌شوند و دمای سیال سرد خروجی می‌تواند به بیشتر از دمای سیال گرم خروجی برسد.



جریان عمود بر هم یا متقاطع (Cross Flow)

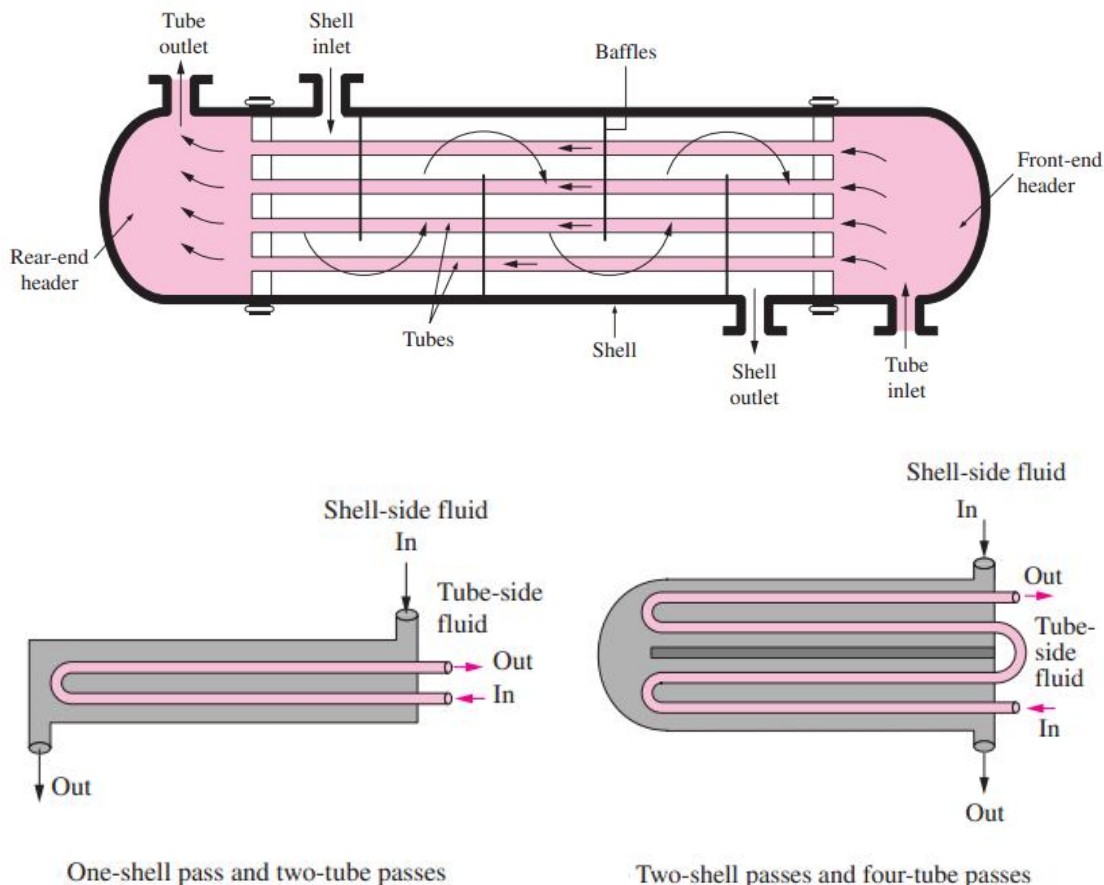
در این نوع مبدل سیال سرد و گرم، عمود بر هم حرکت می کنند. این آرایش در مبدل‌های حرارتی لوله ای پره دار (Finned) و بی پره (Unfinned) نشان داده شده است.

تفاوت این دو در غیرمخلوط (شکل a) یا مخلوط بودن (شکل b) سیال بیرون لوله است.



آرایش پوسته لوله (Shell-and-Tube)

در این آرایش یک سیال در داخل لوله ها و دیگری در داخل پوسته و روی لوله ها به زور رانده می شود. ممکن است از یک یا چند پاس لوله استفاده شود.



مبدل حرارتی فشرده (Compact Heat Exchanger)

در این مبدل نسبت سطح تبادل گرما بر واحد حجم زیاد است. این نوع مبدل شامل مجموعه فشرده ای از لوله ها یا سطوح تخت پره دار هستند و معمولاً وقتی به کار می روند که حداقل یکی از دو سیال گاز و در نتیجه ضریب انتقال گرمای آن کوچک باشد.

ضریب انتقال حرارت کلی (Overall Heat Transfer Coefficient)

در انتقال حرارت ۱ ضریب انتقال گرمای کلی بصورت زیر تعریف شد:

$$U = \frac{1}{R_{tot}A}$$

در نتیجه:

$$q = UA\Delta T$$

برای یک مبدل حرارتی می توان بر مبنای سطح سمت گرم (A_h) یا بر مبنای سطح سرد (A_c) ضریب انتقال حرارت کلی را تعریف کرد. چون انتقال گرما در یک مبدل حرارتی معمولاً بصورت انتقال گرمای جابجایی در هر سیال و هدایت از طریق دیواره جدا کننده دو سیال است، لذا آن را می توان بصورت زیر تعریف کرد:

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{U_o A_o} = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi Lk} + \frac{1}{h_o A_o}$$

بسته به نوع مبدل و جنس دیواره مقادیر تقریبی U در جدول داده شده است.

Representative values of the overall heat transfer coefficients in heat exchangers

Type of heat exchanger	$U, \text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}^*$
Water-to-water	850–1700
Water-to-oil	100–350
Water-to-gasoline or kerosene	300–1000
Feedwater heaters	1000–8500
Steam-to-light fuel oil	200–400
Steam-to-heavy fuel oil	50–200
Steam condenser	1000–6000
Freon condenser (water cooled)	300–1000
Ammonia condenser (water cooled)	800–1400
Alcohol condensers (water cooled)	250–700
Gas-to-gas	10–40
Water-to-air in finned tubes (water in tubes)	30–60 [†]
	400–850 [†]
Steam-to-air in finned tubes (steam in tubes)	30–300 [†]
	400–4000 [‡]

دقت داشته باشید جدول فوق در مجموعه نمودارها و جداول مهم انتقال حرارت موجود در کتابخانه وبلاگ وجود ندارد.

تمرین

آب داغ به دمای 98°C در یک لوله افقی فولادی ($k=54 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$) به قطر داخلی 0.0525m و قطر خارجی 0.0603m با سرعت 0.25 m/s جریان دارد و لوله در معرض هوای اتمسفر به دمای 20°C است. ضریب انتقال حرارت کلی را برای این وضعیت بر اساس سطح بیرونی لوله محاسبه کنید.

تجزیه و تحلیل مبدل حرارتی

برای طراحی یا پیش بینی عملکرد یک مبدل حرارتی بایستی روابطی بین نرخ انتقال گرمای کلی و کمیتاتی مانند دماهای ورودی و خروجی سیال، ضریب انتقال گرمای کلی و مساحت سطح انتقال گرما بدست آورد. دو روش برای تجزیه و تحلیل مبدلهای حرارتی وجود دارد:
روش اختلاف دمای متوسط لگاریتمی و روش بازده-تعداد واحدهای انتقال.

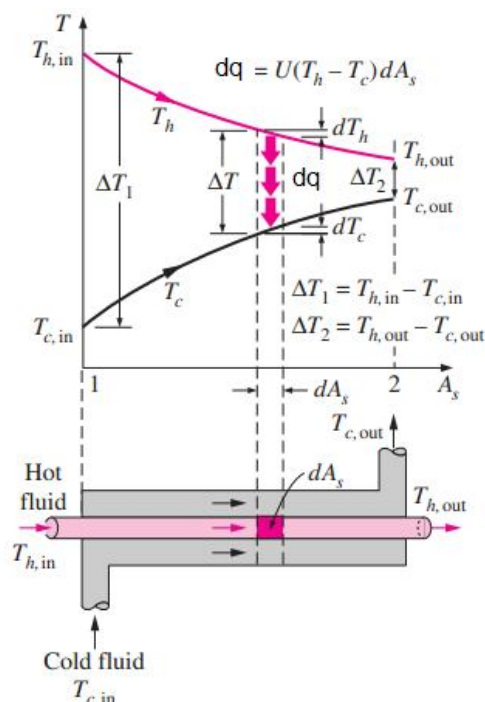
روش اختلاف دمای متوسط لگاریتمی (Log Mean Temperature Difference)

این روش تحلیل به روش LMTD معروف است و هنگامی استفاده می شود که حداقل سه دما معلوم باشد. ابتدا چنانچه دمایی مجهول باشد می توان مقدار آن را از برابری دو رابطه زیر بدست آورد:

$$q = \dot{m}_c c_c (T_{c,o} - T_{c,i})$$

$$q = \dot{m}_h c_h (T_{h,i} - T_{h,o})$$

\dot{m}_c , \dot{m}_h , c_c و c_h بترتیب دبی جرمی سیال گرم، دبی جرمی سیال سرد، گرمای ویژه سیال گرم و ویژه سیال سرد است. لازم بذکر است چون مبدل های گرمایی عایق ساخته می شوند، مقدار گرمایی که سیال گرم از دست می دهد برابر همان گرمایی است که سیال سرد می گیرد. در روابط فوق اندیسهای i و o اشاره به ورودی و خروجی دارد. با توجه به اینکه اختلاف دماهای سیالهای گرم و سرد در طول مبدل تغییر می کند، (نمودارهای دما را در اول همین فصل ببینید). لذا اختلاف دمایی میانگین بنام اختلاف دمای متوسط لگاریتمی (ΔT_{LMTD}) تعریف می شود که اثبات رابطه آن در ادامه می آید.



با کاربرد موازنه انرژی برای هر یک از عناصر دیفرانسیلی شکل فوق داریم:

$$dq = -\dot{m}_h c_{p,h} dT_h = -C_h dT_h$$

$$dq = \dot{m}_c c_{p,c} dT_c = C_c dT_c$$

که در آن

$$C_h = \dot{m}_h c_{p,h}, C_c = \dot{m}_c c_{p,c}$$

از طرفی انتقال گرما در مساحت سطح dA را نیز می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$dq = U \Delta T dA$$

که $\Delta T = T_h - T_c$ اختلاف دمای موضعی بین سیالات گرم و سرد است.

$$\Delta T = T_h - T_c \Rightarrow d(\Delta T) = dT_h - dT_c$$

dT_h, dT_c را از معادلات بالای صفحه بدست آورده و در معادله فوق جایگذاری می کنیم.

$$d(\Delta T) = -dq \left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right)$$

اما $dq = U \Delta T dA$ با جایگذاری و انتگرال گیری:

$$d(\Delta T) = -U \Delta T dA \left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right) \Rightarrow \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -U \left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right) dA \Rightarrow \int_1^2 \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -U \left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right) \int_1^2 dA \Rightarrow$$

$$\ln \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right) = -UA \left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right)$$

اما

$$q = \dot{m}_c c_c (T_{c,o} - T_{c,i}) = C_c (T_{c,o} - T_{c,i}) \Rightarrow C_c = \frac{q}{T_{c,o} - T_{c,i}}$$

$$q = \dot{m}_h c_h (T_{h,i} - T_{h,o}) = C_h (T_{h,i} - T_{h,o}) \Rightarrow C_h = \frac{q}{T_{h,i} - T_{h,o}}$$

با قرار دادن مقادیر C_h و C_c از عبارات فوق و جایگذاری در $\ln \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right) = -UA \left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right)$ خواهیم داشت:

$$\ln \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right) = -UA \left(\frac{T_{h,i} - T_{h,o}}{q} + \frac{T_{c,o} - T_{c,i}}{q} \right) = -\frac{UA}{q} [(T_{h,i} - T_{c,i}) - (T_{h,o} - T_{c,o})]$$

و یا

$$q = -\frac{UA}{\ln \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right)} [(T_{h,i} - T_{c,i}) - (T_{h,o} - T_{c,o})]$$

برای مبدل‌های گرمایی با جریان همسو (موازی) داریم:

$$\Delta T_1 = (T_{h,i} - T_{c,i}), \Delta T_2 = (T_{h,o} - T_{c,o})$$

و در نتیجه:

$$q = UA \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right)}$$

با معرفی $\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1})}$ به اختلاف دمای متوسط لگاریتمی (ΔT_{lm}) خواهیم داشت:

$$q = UA\Delta T_{lm}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1})}$$

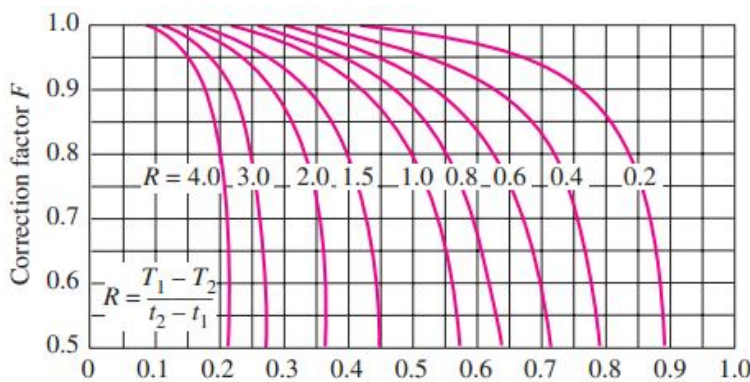
برای مبدل‌های جریان مخالف:

$$\Delta T_1 = (T_{h,i} - T_{c,o}), \Delta T_2 = (T_{h,o} - T_{c,i})$$

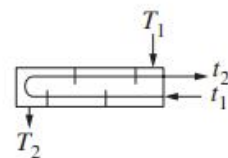
اگر مبدل از نوع دیگری باشد، می‌توان از رابطه زیر برای تعیین مقدار انتقال حرارت استفاده کرد:

$$q = FUA\Delta T_{lm}$$

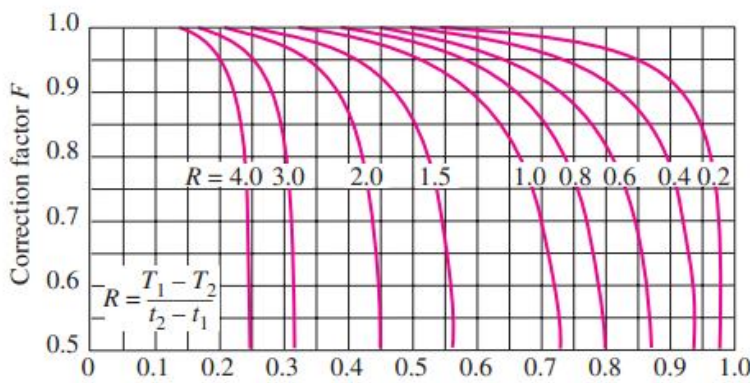
که از ΔT_{lm} جریان مخالف استفاده می‌شود. در رابطه فوق F را ضریب تصحیح می‌نامند که مقدار آن بسته به نوع مبدل با استفاده از نمودارهایی که موجود است بدست می‌آید. نمودار (a) برای مبدل‌های پوسته لوله ای با یک پاس پوسته و با هر تعداد پاس لوله با مضرب دو، نمودار (b) برای مبدل‌های با دو پاس پوسته و با هر تعداد پاس لوله با مضرب چهار، نمودار (c) برای مبدل‌های تک پاس جریان عرضی با هر دو سیال مخلوط نشده و نمودار (d) برای مبدل‌های تک پاس جریان عرضی با یک سیال مخلوط شده و سیال دیگر مخلوط نشده بکار می‌رود.



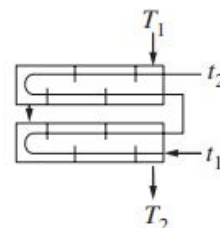
(a) One-shell pass and 2, 4, 6, etc. (any multiple of 2), tube passes



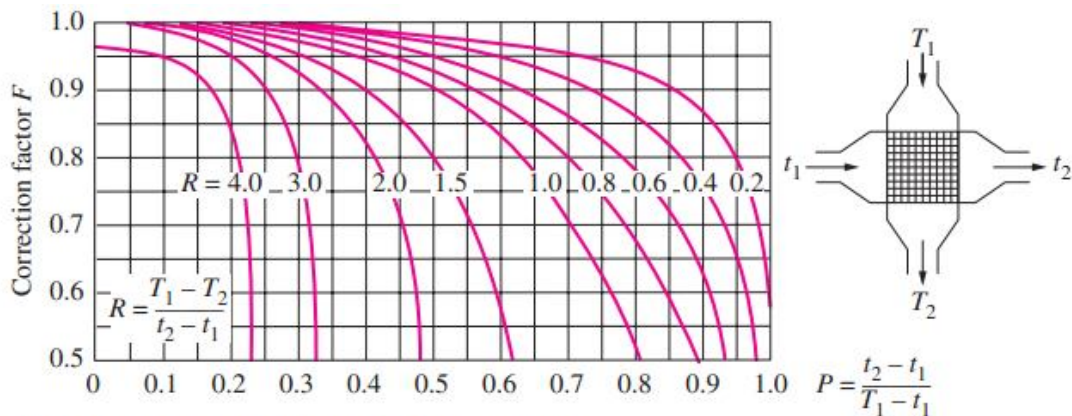
$$P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1}$$



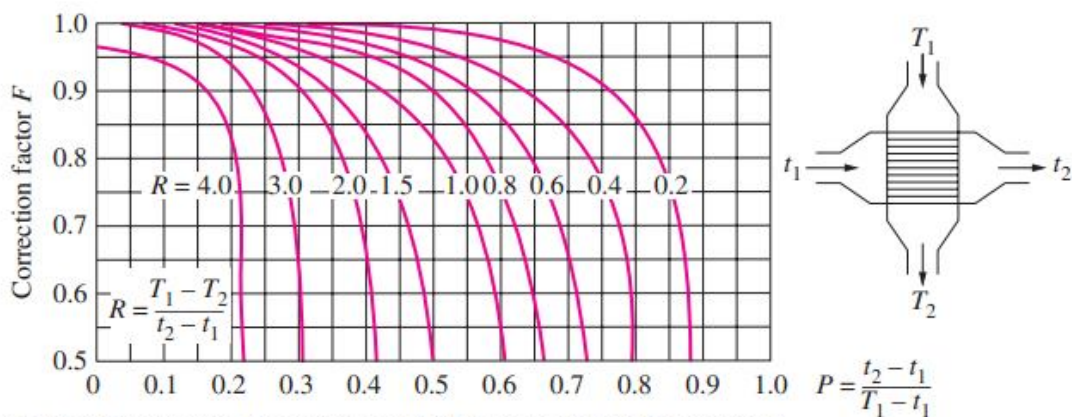
(b) Two-shell passes and 4, 8, 12, etc. (any multiple of 4), tube passes



$$P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1}$$

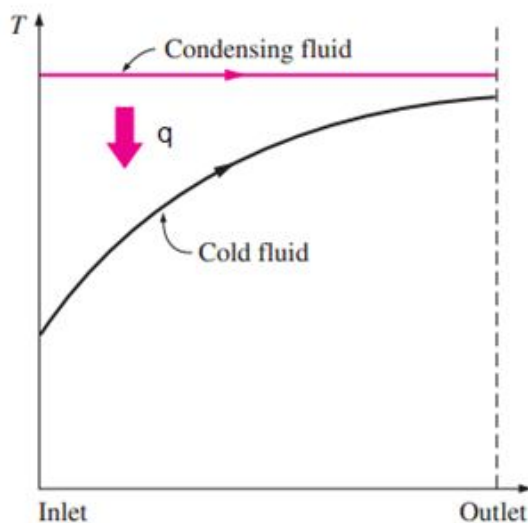


(c) Single-pass cross-flow with both fluids *unmixed*

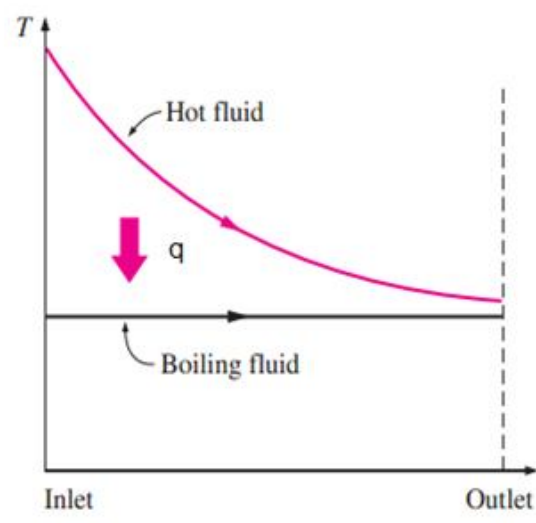


(d) Single-pass cross-flow with one fluid *mixed* and the other *unmixed*

دقت داشته باشید نمودارهای فوق در مجموعه نمودارها و جداول مهم انتقال حرارت موجود در کتابخانه وبلاگ وجود ندارد. چنانچه در یک مبدل حرارتی جوشش یا چگالش وجود داشته باشد، مقدار F برابر با یک در نظر گرفته می شود (مبدل از هر نوع که می خواهد باشد). شکل (a) اختلاف دما را در یک مبدل که چگالش رخ می دهد مانند کندانسور و شکل (b) اختلاف دما را در یک مبدل که جوشش رخ می دهد مانند بویلر نشان می دهد.



(a) Condenser ($C_h \rightarrow \infty$)



(b) Boiler ($C_c \rightarrow \infty$)

جلسه هفتم

تمرین

آب بادبی 68 kg/min از 35°C تا 75°C بوسیله روغنی با گرمای ویژه 1.9 kJ/kgC گرم می شود. سیالها در یک مبدل حرارتی دو لوله ای جریان مخالف بکار رفته اند و روغن با دمای 110°C وارد مبدل شده و در 75°C آن را ترک می کند. ضریب انتقال حرارت کلی $320 \text{ W/m}^2\text{C}$ است. مساحت مبدل حرارتی را محاسبه کنید.

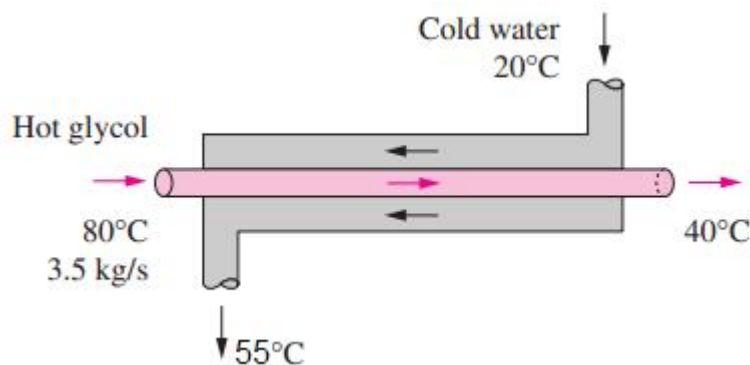
تمرین

تمرین قبل را با این فرض حل کنید که بجای مبدل حرارتی دو لوله ای از یک مبدل پوسته لوله ای که آب در یک پاس پوسته و روغن در دو پاس لوله جریان دارد، استفاده شود.

تمرین

یک مبدل حرارتی جریان مخالف برای خنک کردن اتیلن گلیکول ($C_p = 2560 \text{ J/kgC}$) با نرخ جرمی 3.5 kg/s از 80°C به 40°C توسط آب ($C_p = 4180 \text{ J/kgC}$) بکار می رود. آب با دمای 20°C وارد و با دمای 55°C مبدل را ترک می کند. ضریب انتقال حرارت کلی بر مبنای مساحت داخلی لوله $250 \text{ W/m}^2\text{C}$ است. تعیین کنید:

- الف) نرخ انتقال حرارت
- ب) نرخ جرمی آب
- ج) مساحت سطح لازم برای انتقال حرارت

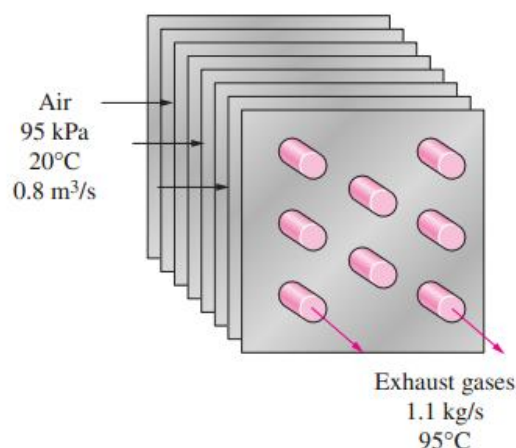


تمرین

برای گرم کردن 1 kg/s آب از 30°C تا 80°C از گاز گرم در یک مبدل جریان متقاطع لوله ای بهره دار استفاده می شود. گازها در 250°C وارد و در 100°C خارج می شوند. ضریب انتقال حرارت کلی $200 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{C}}$ و گرمای ویژه گاز $C_p = 1.04 \frac{\text{kJ}}{\text{kgC}}$ است. مساحت مبدل حرارتی را با استفاده از روش LMTD بدست آورید.

تمرین

هوای ($C_p = 1005 J/kgC$) قبل از اینکه وارد محفظه احتراق شود توسط گازهای خروجی از آگروز در یک مبدل جریان متقاطع پیش گرم می شود. هوای با فشار $95 kPa$ و دمای $20C$ با نرخ $0.8 m^3/s$ وارد مبدل می شود. گازهای احتراق ($C_p = 1100 J/kgC$) در دمای $180C$ با نرخ $1.1 kg/s$ وارد مبدل می شوند و با دمای $95C$ آن را ترک می کنند. حاصلضرب ضریب انتقال گرمای کلی و مساحت سطح تماس $UA = 1200 W/C$ است. فرض کنید سیالات هر دو مخلوط نشده باشند، نرخ انتقال حرارت و دمای هوای خروجی از مبدل را بیابید.



روش بازده-تعداد واحدهای انتقال (Effectiveness-NTU)

وقتی که دماهای ورودی دو سیال معلومند و دماهای خروجی یا داده شده اند و یا با انجام موازنه انرژی به سهولت قابل محاسبه باشند، استفاده از روش $LMTD$ برای تجزیه و تحلیل مبدل ها آسان است، اما اگر فقط دماهای ورودی دو سیال معلوم باشند استفاده از روش فوق به سعی و خطا و تکرار نیاز خواهد داشت که از حوصله خارج است. در این حالت از روش دیگری به نام $\epsilon - NTU$ استفاده می شود.

داشتیم:

$$C_c = \dot{m}_c c_c$$

$$C_h = \dot{m}_h c_h$$

مقدار انتقال گرمای ماکزیمم در یک مبدل حرارتی بصورت زیر تعریف می شود:

$$q_{max} = C_{min} (T_{h,i} - T_{c,i})$$

$$C_{min} = \text{Min}(C_c, C_h)$$

$$C_{max} = \text{Max}(C_c, C_h)$$

بازده مبدل گرمایی (Effectiveness) طبق تعریف بصورت نسبت انتقال گرمای واقعی به حداکثر انتقال گرمای مجاز تعریف می شود:

$$\epsilon = \frac{q}{q_{max}} = \frac{C_c (T_{c,o} - T_{c,i})}{C_{min} (T_{h,i} - T_{c,i})} = \frac{C_h (T_{h,i} - T_{h,o})}{C_{min} (T_{h,i} - T_{c,i})}$$

طبق تعریف بازده یک کمیت بی بعد است و در محدوده $0 \leq \epsilon \leq 1$ می باشد. با دانستن ϵ ، $T_{h,i}$ و $T_{c,i}$ بسادگی می توان نرخ انتقال گرما را از رابطه زیر بدست آورد:

$$q = \epsilon C_{\min} (T_{h,i} - T_{c,i})$$

تعداد واحدهای انتقال (Number of Transfer Units) پارامتری بعدی است که در تجزیه و تحلیل مبدل‌های حرارتی بطور گسترده مورد استفاده قرار می گیرد و برابر است با:

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}}$$

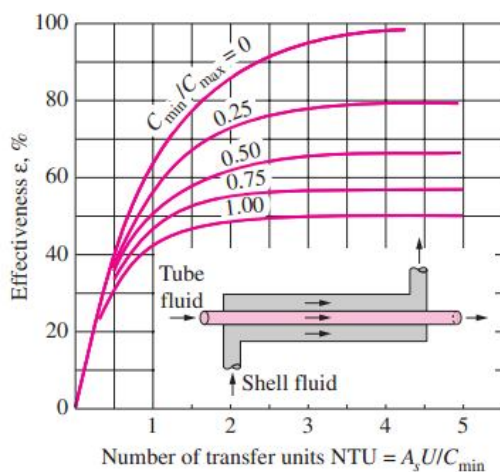
در این رابطه U ضریب انتقال گرمای کلی مبدل و A مساحت تبادل حرارتی در مبدل می باشد. می توان نشان داد برای هر مبدل حرارتی:

$$\epsilon = f\left(NTU, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)$$

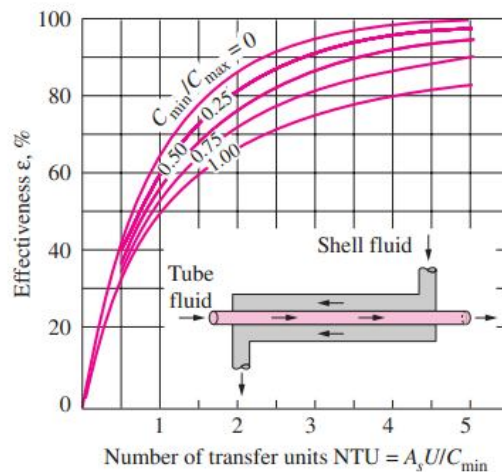
روش حل مسائل با کمک به روش $\epsilon - NTU$

• الف) معلوم بودن NTU

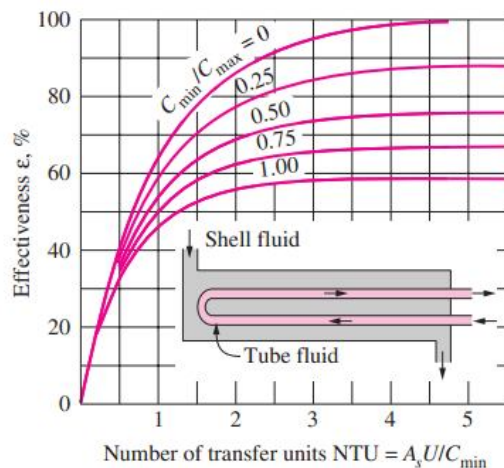
NTU را به کمک رابطه $NTU = \frac{UA}{C_{\min}}$ بدست آورده و سپس با تعیین نسبت $c = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$ و مراجعه به نمودارها و یا روابط بسته به نوع مبدل، مقدار ϵ بدست می آید. در نهایت با جایگذاری در رابطه $q = \epsilon C_{\min} (T_{h,i} - T_{c,i})$ مقدار انتقال حرارت تعیین می شود.



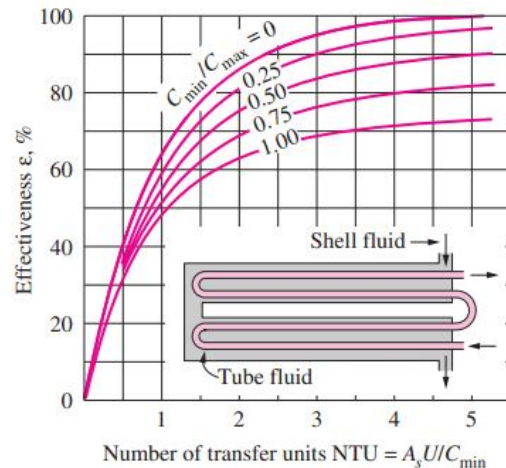
(a) Parallel-flow



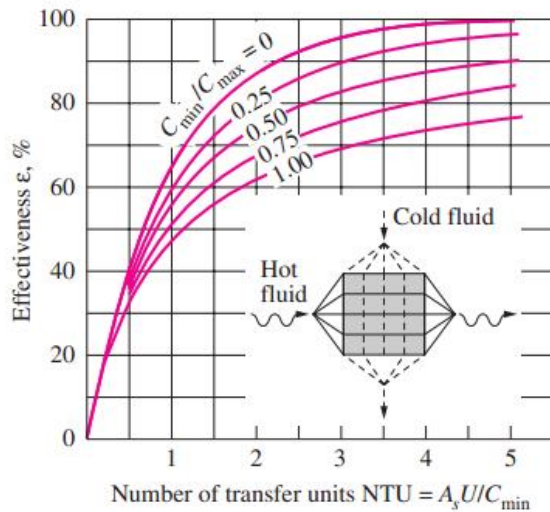
(b) Counter-flow



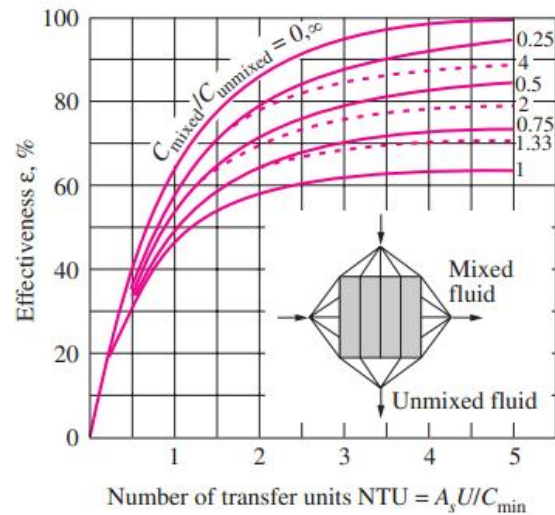
(c) One-shell pass and 2, 4, 6, ... tube passes



(d) Two-shell passes and 4, 8, 12, ... tube passes



(e) Cross-flow with both fluids unmixed



(f) Cross-flow with one fluid mixed and the other unmixed

دقت داشته باشید نمودارهای فوق در مجموعه نمودارها و جداول مهم انتقال حرارت موجود در کتابخانه وبلاگ وجود ندارد. همچنین می توان بجای نمودار از روابط استفاده کرد.

Heat exchanger type

Effectiveness relation

1 Double pipe:

Parallel-flow

$$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 + c)]}{1 + c}$$

Counter-flow

$$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 - c)]}{1 - c \exp[-NTU(1 - c)]}$$

2 Shell and tube:

One-shell pass
2, 4, . . . tube passes

$$\epsilon = 2 \left\{ 1 + c + \sqrt{1 + c^2} \frac{1 + \exp[-NTU\sqrt{1 + c^2}]}{1 - \exp[-NTU\sqrt{1 + c^2}]} \right\}^{-1}$$

3 Cross-flow

(single-pass)

Both fluids unmixed

$$\epsilon = 1 - \exp \left\{ \frac{NTU^{0.22}}{c} [\exp(-c NTU^{0.78}) - 1] \right\}$$

C_{max} mixed,
 C_{min} unmixed

$$\epsilon = \frac{1}{c} (1 - \exp\{1 - c[1 - \exp(-NTU)]\})$$

C_{min} mixed,
 C_{max} unmixed

$$\epsilon = 1 - \exp \left\{ -\frac{1}{c} [1 - \exp(-c NTU)] \right\}$$

4 All heat

exchangers
with $c = 0$

$$\epsilon = 1 - \exp(-NTU)$$

$$c = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$$

در تمام روابط فوق:

- (ب) معلوم بودن ε :

در این حالت به کمک ε و نسبت $\frac{C_{\min}}{C_{\max}}$ و بسته به نوع مبدل از همان نمودارهای اشاره شده استفاده می شود و کمیت NTU بدست می آید. همچنین می توان به کمک روابط، بسته به نوع مبدل از رابطه مناسب بهره گرفت و مقدار NTU را بدست آورد.

Heat exchanger type	NTU relation
1 <i>Double-pipe:</i> Parallel-flow	$NTU = -\frac{\ln [1 - \varepsilon(1 + c)]}{1 + c}$
Counter-flow	$NTU = \frac{1}{c - 1} \ln \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon c - 1} \right)$
2 <i>Shell and tube:</i> One-shell pass 2, 4, . . . tube passes	$NTU = -\frac{1}{\sqrt{1 + c^2}} \ln \left(\frac{2/\varepsilon - 1 - c - \sqrt{1 + c^2}}{2/\varepsilon - 1 - c + \sqrt{1 + c^2}} \right)$
3 <i>Cross-flow (single-pass)</i> C_{\max} mixed, C_{\min} unmixed	$NTU = -\ln \left[1 + \frac{\ln (1 - \varepsilon c)}{c} \right]$
C_{\min} mixed, C_{\max} unmixed	$NTU = -\frac{\ln [c \ln (1 - \varepsilon) + 1]}{c}$
4 <i>All heat exchangers</i> with $c = 0$	$NTU = -\ln(1 - \varepsilon)$

در کندانسور و دیگ بخار که تغییر فاز رخ می دهد مقدار $\frac{C_{\min}}{C_{\max}}$ مساوی صفر است و NTU برای تمامی آرایشهای جریان از رابطه زیر بدست می آید:

$$NTU = -\ln(1 - \varepsilon)$$

تمرین

گازهای خروجی از یک اتاق احتراق در دمای 300C وارد یک مبدل جریان عمود برهم با لوله های پرده دار شده و در دمای 100C از آن خارج می شود. آب تحت فشار نیز با نرخ جریان 1kg/s و در دمای 36C وارد لوله های مبدل شده و در دمای 125C از آن خارج می شود. گرمای ویژه گاز تقریباً 1000J/kgC و ضریب انتقال گرمای کلی بر مبنای مساحت سطح سمت گاز برابر با $U = 100 \text{ W/m}^2\text{C}$ است. با استفاده از روش $\varepsilon - NTU$ مساحت سطح گاز (A_h) را تعیین کنید.

تمرین

مبدل حرارتی مثال قبل یعنی جریان متقاطع با لوله های پره دار (هر دو سیال مخلوط نشده) و ضریب انتقال گرمای کلی بر مبنای سطح سمت گاز برابر با $U = 100 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{C}}$ و مساحت سمت گاز برابر با $A_h = 40 \text{ m}^2$ را در نظر بگیرید. نرخ جریان و دمای ورودی

آب همان مقادیر 1 kg/s و 35C است اما نرخ جریان و دمای ورودی گاز به 1.5 kg/s و 25C تغییر یافته است. نرخ انتقال گرما از مبدل حرارتی و دمای خروجی گاز و آب را حساب کنید.

تمرین

در یک مبدل حرارتی پوسته لوله ای (یک پاس پوسته و دو پاس لوله) از گازهای داغ برای گرمایش 2.5 kg/s آب از دمای 35C به دمای 85C استفاده می شود. گازها که خواص آن نظیر هوا در نظر گرفته می شود با دمای 200C وارد و با دمای 35C از مبدل خارج می شوند. ضریب انتقال گرمای کلی $U = 180 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{C}}$ است. با استفاده از روش $\varepsilon - NTU$ مساحت سطح مبدل را حساب کنید.

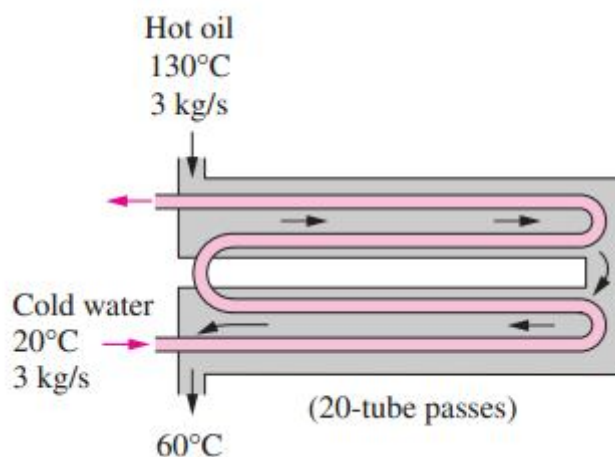
تمرین

اتیلن گلیکول و آب به ترتیب در دماهای 10C و 60C وارد یک مبدل حرارتی پوسته و لوله ای (یک پاس پوسته و دو پاس لوله) می شوند که در آن مساحت سطح 15m^2 است. نرخ جریان اتیلن گلیکول و آب بترتیب 2 kg/s و 5 kg/s و ضریب انتقال گرمای کلی $U = 800 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{C}}$ است. نرخ انتقال گرما و دماهای خروجی را تعیین کنید.

تمرین

آب سرد ($C_p = 4180\text{ J/kgC}$) با دمای 20C و نرخ جرمی 3 kg/s وارد لوله های یک مبدل حرارتی با دو پاس پوسته و بیست پاس لوله می شود. روغن گرم ($C_p = 2200\text{ J/kgC}$) در دمای 130C با همان نرخ جرمی وارد پوسته شده و آن را در 60C ترک می کند. اگر ضریب انتقال حرارت کلی بر مبنای سطح بیرونی لوله $300\text{ W/m}^2\text{C}$ باشد، به هر دو روش تعیین کنید،

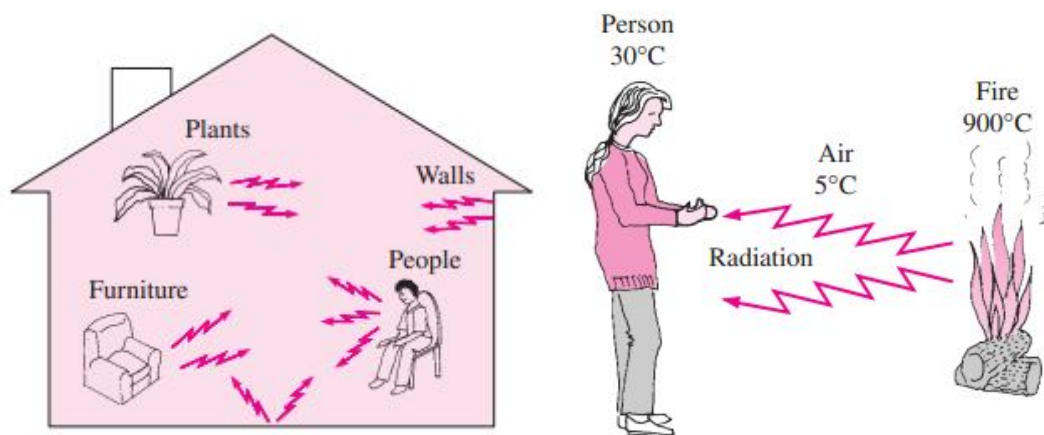
- الف) نرخ انتقال حرارت
- ب) مساحت کل سطح لوله مورد نیاز.



جلسه هشتم

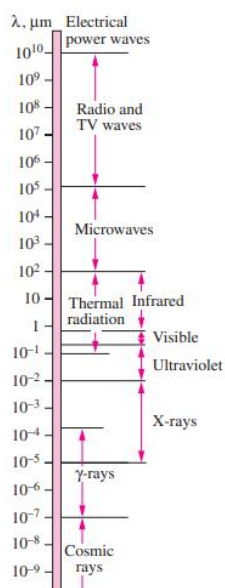
فصل چهارم: تشعشع (Radiation)

سومین نوع انتقال حرارت، انتقال حرارت تابشی است و تنها نوع انتقال حرارت است که انتشار انرژی در آن نیازی به محیط ندارد بنابراین براحتی در خلا می تواند منتشر شود. صدور این انرژی از جسم که توسط ذراتی بنام فوتون انجام می پذیرد را گسیل (Emission) می نامند.



صدور انرژی در طیفهای متعددی انجام می شود که مجموعه این طیفها را اصطلاحاً Electromagnetic Spectrum می نامند. امواج الکترومغناطیسی بترتیب از طول موج بلند به طول موج کوتاه عبارتند از:

- امواج رادیویی (Radio Waves)
- امواج مادون قرمز یا IR (Infrared Rays)
- امواج ماوراء بنفش یا UV (Ultraviolet Rays)
- امواج ایکس (X Rays)
- امواج گاما (γ Rays)
- امواج کاسمیک (Cosmic Rays)



هر یک از امواج فوق دارای شاخه های متعددی می باشند مثلا امواج مایکروویو جزء امواج رادیویی محسوب می شوند که طول موجشان بین یک میلیمتر تا یک متر است. امواج الکترومغناطیس بصورت ایدال در خلا می تواند منتشر شود سرعت آن در خلا همان سرعت نور می باشد و بین سرعت و طول موج رابطه زیر برقرار است:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

که λ, c, ν بترتیب فرکانس، سرعت نور ($3 \times 10^8 \text{ m/s}$) و طول موج است.

بطور کلی انرژی تابشی را می توان در مواقع زیر بعنوان مود اصلی انتقال حرارت استفاده نمود:

- وقتی که دمای مطلق جسم بالا باشد
- محاسبات کوره ها و بویلرها
- محاسبات گازهای خروجی از انتهای موشکها.

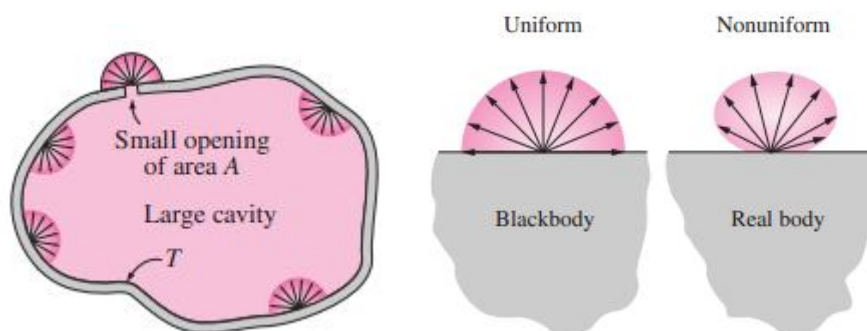
کاربردهای انتقال حرارت تابشی در طراحی وسایلی مانند هواپیمای خورشیدی، ماشین خورشیدی، سقف خورشیدی، گلخانه خورشیدی، نیروگاه خورشیدی، توربین خورشیدی، پمپ خورشیدی، دستگاه تقطیر خورشیدی، ساعت خورشیدی، آب شیرین کن خورشیدی، چیلر خورشیدی، آب سرد کن خورشیدی، آبگرمکن خورشیدی، سلولهای فتوولتائیک، آرام پز خورشیدی، اجاق خورشیدی و... می باشد.

از بین تمام امواج الکترومغناطیس مهندسان مکانیک فقط ناحیه ای برایشان مهم است که به آن ناحیه تابش حرارتی (Thermal Radiation) می گویند. محدوده تابش حرارتی 0.1 میکرومتر تا 100 میکرومتر است و این ناحیه قسمتی از امواج ماوراء بنفش و قسمتی از امواج مادون قرمز است. نور معمولا در ناحیه ماوراء بنفش قرار می گیرد و گرما در ناحیه مادون قرمز. طوج موج نور مرئی بین 0.37 تا 0.7 میکرومتر است.

جسم سیاه (Black Body)

در علم تابش جسم سیاه جسمی است با خواص زیر

- تمام تشعشع فرودی را با هر طول موج و در هر جهت، جذب می کند.
- در یک دما و طول موج مشخص، هیچ سطحی نمی تواند بیش از جسم سیاه انرژی گسیل دارد.
- گرچه تشعشع گسیل شده توسط جسم سیاه تابعی از طول موج و دماست، ولی مستقل از جهت است. یعنی جسم سیاه یک گسیلنده پخشی (یکنواخت) است.



هیچ سطحی دقیقا خواص جسم سیاه را ندارد. بهترین تقریب برای جسم سیاه حفره ای است که سطح داخلی آن در دمای یکنواخت است. اگر تشعشع از روزنه کوچکی وارد حفره شود قبل از خروج بازتابهای متعددی انجام می دهد لذا تمام تشعشع تقریبا توسط حفره جذب می شود و رفتار حفره تقریبا مانند جسم سیاه است.

با مالیدن پوشش هایی بر روی سطح می توان آن را به یک جسم تقریباً سیاه تبدیل کرد آن پوشش ها عبارتند از طلای سیاه، پلاتین سیاه و گرافیت یا کربن سیاه.

زاویه فضایی (Solid Angle)

فرض کنید چشمان شما در مرکز یک کره قرار داشته باشند و مشغول مشاهده المانی از سطح کره باشند. طبق تعریف زاویه فضایی برابر مساحت المانی که مشغول مشاهده آن هستید به مجذور فاصله چشمانتان تا آن المان است یعنی:

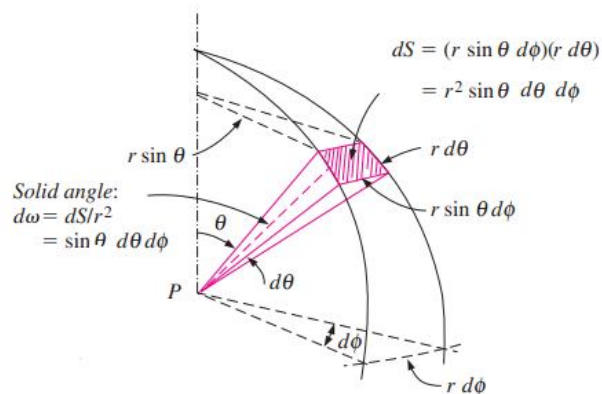
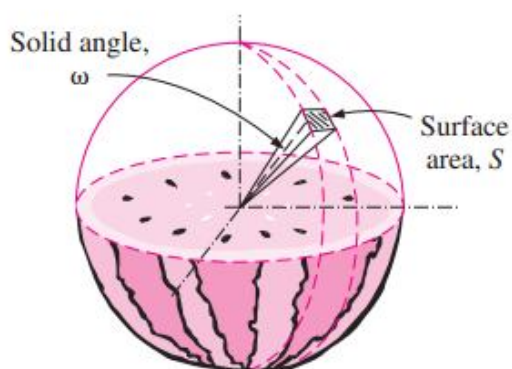
$$d\omega = \frac{dS}{r^2}$$

در این رابطه dS مساحت جزء المان و r فاصله چشمانتان تا المان است. اما مساحت یک المان در مختصات کروی مطابق شکل برابر

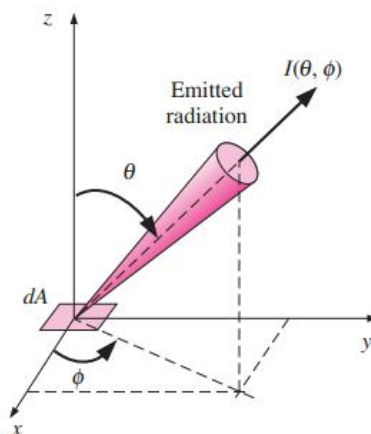
$$dS = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

است در نتیجه:

$$d\omega = \sin \theta d\theta d\phi$$



زوایای فوق در شکل زیر نشان داده شده اند:



شدت (Intensity)

اکنون در مرحله ای هستیم که بتوانیم شدت را تعریف کنیم:

طبق تعریف، شدت برابر توان (dq) صادر شده از جسمی به مساحت المانی dA بر تغییرات طول موج ($d\lambda$) بر تغییرات مساحت تصویری ($dA \cos \theta$) بر تغییرات زاویه فضایی ($d\omega$) است. یعنی:

$$I(\lambda, \theta, \phi) = \frac{dq}{(d\lambda)(dA \cos \theta)(d\omega)}$$

واحد شدت برابر است با $\frac{W}{(\mu m)(m^2)(sr)}$ که SI (استرادیان) واحد زاویه فضایی است.

با در نظر گرفتن dA_1 بعنوان سطح دیفرانسیلی، آهنگ فرود تشعشع از dA_1 بر سطح A_2 از رابطه زیر بدست می آید:

$$q_{dA_1-A_2} = I \times dA_1 \cos \theta_1 \times \omega_{A_2-dA_1}$$

که θ_1 زاویه بین عمود بر سطح dA_1 و جهت تشعشع و $\omega_{A_2-dA_1}$ زاویه فضایی است که سطح A_2 با آن زاویه از dA_1 دیده می شود.

پلانک در سال ۱۹۰۱ ثابت کرد توان صادره از یک جسم سیاه به خلا در دمای T و طول موج λ از رابطه زیر بدست می آید:

$$E_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1)}$$

در این رابطه:

$$C_1 = 3.742 \times 10^8 W \mu m^4 / m^2$$

$$C_2 = 1.439 \times 10^4 \mu m.k$$

$E_{\lambda,b}(\lambda, T)$ توان صدور طیفی نیمکره ای جسم سیاه (Hemispherical Spectral Emissive Power of a Black Body)

نامیده می شود. اندیس b به جسم سیاه اشاره می کند.

از این لحاظ به آن نیمکره ای می گویند چون تابع جهت (θ, ϕ) نیست و به دلیل اینکه تابع طول موج است به آن طیفی گفته می شود.

می توان ثابت کرد برای یک جسم سیاه رابطه زیر همواره برقرار است:

$$E_{\lambda,b}(\lambda, T) = \pi I_{\lambda,b}(\lambda, T)$$

مفهوم فیزیکی $E_{\lambda,b}(\lambda, T)$ یعنی انرژی تابشی بر واحد مساحت و زمان که از المان مساحتی dA به دمای T به تمامی جهات در داخل یک نیمکره به طول موج λ می تابد.

قانون استفن بولتزمن (Stefan-Boltzmann Law)

اگر از رابطه $E_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1)}$ در تمامی طول موجها انتگرال گرفته شود توان گسیل کلی جسم سیاه $E_b(T)$ بدست

می آید:

$$E_b(T) = \int_0^{\infty} E_{\lambda,b}(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1)} d\lambda$$

با محاسبه انتگرال خواهیم داشت:

$$E_b(T) = \sigma T^4$$

σ ثابت استفن بولتزمن نامیده می شود که برابر $5.67 \times 10^{-8} W / m^2 K^4$ است. مفهوم فیزیکی رابطه فوق یعنی توان صادر شده از جسم سیاه به دمای T در تمام جهت ها و در تمام طول موجها.

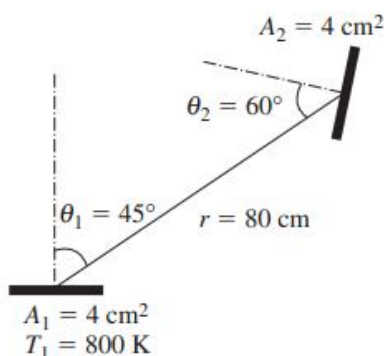
تمرین

جسم مکعب مربعی به طول ضلع 20cm را در دمای 1000K که در هوا معلق است در نظر بگیرید. فرض کنید جسم را بتوان با تقریب خوب یک جسم سیاه فرض کرد. تعیین کنید:

- الف) نرخ تشعشعی بر حسب وات که از مکعب صادر می شود
- ب) توان طیفی نیمکره ای در طول موج $4 \mu m$

تمرین

سطح کوچکی به مساحت $A_1 = 4 \text{ cm}^2$ بصورت یک جسم سیاه به دمای $T_1 = 800 \text{ K}$ تشعشع می کند. قسمتی از تشعشع صادر شده توسط A_1 مطابق شکل به سطح کوچک دیگری به مساحت $A_2 = 4 \text{ cm}^2$ برخورد می کند. زاویه فضایی که سطح A_2 از A_1 دیده می شود چقدر است؟ نرخ فرود تشعشع صادر شده از A_1 به A_2 را بدست آورید. اگر A_2 بطور موازی بالای A_1 و به فاصله 80 سانتیمتری آن بود پاسخهای شما چه تغییری می کرد؟

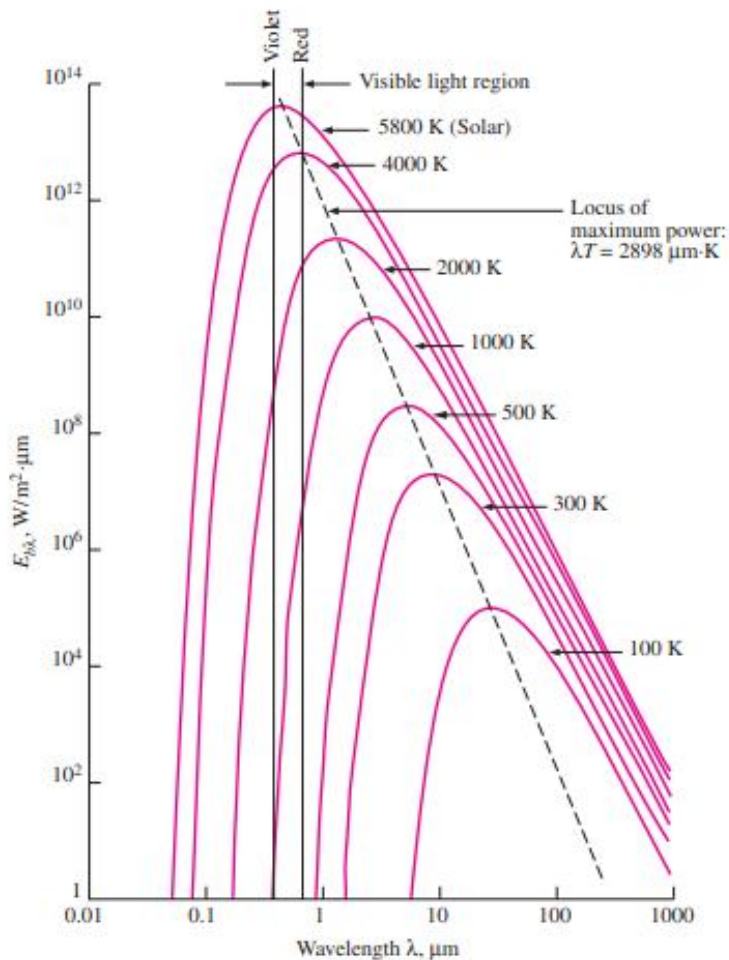


دیاگرام پلانک

توزیع طیفی گسیل تشعشع از جسم سیاه به توزیع پلانک معروف است چون اولین بار توسط او بدست آمد. نکاتی چند در این نمودار قابل تامل است:

- در دماهای خیلی پایین مثلا 100 کلوین جسم سیاه در طول موج کوتاهتر از 8 میکرومتر شار تابشی طیفی نیمکره ایش صفر است و یا در دمای 300 کلوین (دمای اتاق) اگر جسم سیاه با طول موج بزرگتر از 2 میکرومتر انرژی ارسال کند این انرژی محسوس می باشد.
- با افزایش دما در یک طول موج معین توان تابشی طیفی نیمکره ای همیشه افزایش می یابد.
- با افزایش دما در طول موجهای کوتاه شیب منحنی تندتر می گردد.
- با افزایش دما پیک منحنی همیشه به سمت طول موجهای کوتاه میل می کند.

- در دماهای خیلی بالا مثلاً 5800 کلوین پیک منحنی در حوالی طول موج قابل رویت (0.37 تا 0.7 میکرومتر) قرار می گیرد.
- در حالی که در دماهای کمتر از 800 کلوین، گسیل عمدتاً در ناحیه مادون قرمز طیف است که برای چشم مرئی نیست.



قانون جابجایی وین (Wien's Displacement Law)

برای تعیین پیک یک منحنی باید از رابطه $E_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1)}$ نسبت به λ مشتق گرفت و آن را برابر صفر قرار داد،

نتیجه می شود:

$$\lambda_{\max} T = C_3 = 2898 \mu m \cdot K$$

رابطه فوق به قانون وین معروف است.

تمرین

شار انرژی تشعشع خورشیدی که بر سطح خارجی اتمسفر زمین فرود می آید برابر با 1353 W/m^2 است. قطر خورشید $1.39 \times 10^9 \text{ m}$ ، قطر زمین $1.29 \times 10^7 \text{ m}$ و فاصله خورشید تا زمین $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ است.

- الف) توان گسیل خورشید چقدر است؟

- (ب) اگر سطح خورشید را سیاه بگیریم دمای آن چقدر است؟
- (ج) توان گسیل خورشید در چه طول موجی به ماکزیمم می رسد؟
- (د) اگر سطح زمین را سیاه بگیریم و خورشید تنها منبع انرژی برای زمین باشد دمای سطح زمین چقدر است؟

کسر تشعشع (Fraction of Radiation)

کل سطح زیر منحنی پلانک در یک دمای خاص، برابر مقدار تشعشع گسیل شده در تمام جهتها و در تمام طول موجها در آن دماست که در مباحث قبلی ثابت شد مقدار آن برابر است با:

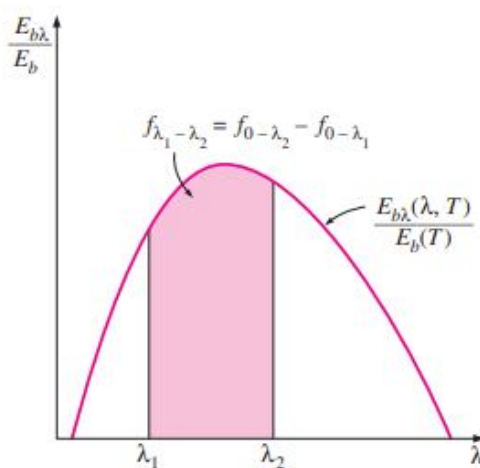
$$E_b(T) = \int_0^{\infty} E_{\lambda,b} d\lambda = \sigma T^4$$

حال فرض کنید جسم سیاه انرژی را در تمام طول موجها نتاباند بلکه در محدوده خاصی انرژی تابش کند، وقتی یک جسم سیاه انرژی را به تمام جهات ولی در یک باند خاص یعنی λ_1 تا λ_2 بتاباند کسر انرژی را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$f_{\lambda_1-\lambda_2} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,b} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,b} d\lambda} \Rightarrow$$

$$f_{\lambda_1-\lambda_2} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4}$$

این کسر نسبت سطح سایه خورده به مساحت کل زیر منحنی شکل زیر است.



چون:

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,b} d\lambda = \int_0^{\lambda_2} E_{\lambda,b} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b} d\lambda$$

در نتیجه:

$$\frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4} - \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4}$$

و یا

$$f_{\lambda_1-\lambda_2} = f_{0-\lambda_2} - f_{0-\lambda_1}$$

کسر تشعشع ($f_{0-\lambda}$) به ازای مقادیر مختلف λT در جدول زیر داده شده است. دقت داشته باشید این جدول در مجموعه نمودارها و جداول مهم انتقال حرارت موجود در کتابخانه وبلاگ وجود ندارد.

Blackbody radiation functions f_λ

$\lambda T,$ $\mu\text{m} \cdot \text{K}$	f_λ	$\lambda T,$ $\mu\text{m} \cdot \text{K}$	f_λ
200	0.000000	6200	0.754140
400	0.000000	6400	0.769234
600	0.000000	6600	0.783199
800	0.000016	6800	0.796129
1000	0.000321	7000	0.808109
1200	0.002134	7200	0.819217
1400	0.007790	7400	0.829527
1600	0.019718	7600	0.839102
1800	0.039341	7800	0.848005
2000	0.066728	8000	0.856288
2200	0.100888	8500	0.874608
2400	0.140256	9000	0.890029
2600	0.183120	9500	0.903085
2800	0.227897	10,000	0.914199
3000	0.273232	10,500	0.923710
3200	0.318102	11,000	0.931890
3400	0.361735	11,500	0.939959
3600	0.403607	12,000	0.945098
3800	0.443382	13,000	0.955139
4000	0.480877	14,000	0.962898
4200	0.516014	15,000	0.969981
4400	0.548796	16,000	0.973814
4600	0.579280	18,000	0.980860
4800	0.607559	20,000	0.985602
5000	0.633747	25,000	0.992215
5200	0.658970	30,000	0.995340
5400	0.680360	40,000	0.997967
5600	0.701046	50,000	0.998953
5800	0.720158	75,000	0.999713
6000	0.737818	100,000	0.999905

تمرین

روشنایی روز متناظر است با توزیع طیفی خورشید که آن را جسم سیاه با دمای 5800K می توان تقریب زد. نور ملتهب حاصل از لامپ خانگی متناظر با توزیع طیفی یک جسم سیاه با دمای 2900K است.

- الف) کسرهای تشعشعی برای ناحیه مرئی $0.47\mu\text{m}$ (آبی) تا $0.65\mu\text{m}$ (قرمز) را برای هر یک از دو منبع نور فوق الذکر محاسبه کنید.

- ب) طول موج متناظر با شدت طیفی ماکزیمم را برای هر یک از دو منبع نور بالا محاسبه کنید.

جلسه نهم

توان گسیل نیمکروی طیفی (Spectral Hemispherical Emissive Power)

توان گسیل نیمکروی طیفی بعنوان آهنگ گسیل تشعشع با طول موج λ از مساحت واحد سطح در تمام جهتها تعریف می شود. رابطه آن با شدت طیفی تشعشع گسیل شده بصورت زیر است:

$$E_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi$$

توان گسیل نیمکروی کلی (Total Hemispherical Emissive Power)

توان گسیل نیمکروی کلی بعنوان آهنگ گسیل تشعشع از مساحت واحد سطح در تمام جهتها و در تمام طول موجها تعریف می شود. رابطه آن با شدت طیفی تشعشع گسیل شده بصورت زیر است:

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda}(\lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi d\lambda$$

ضریب صدور (Emissivity)

ضریب صدور (ε) انحراف رفتار یک جسم نسبت به جسم سیاه را نشان می دهد. ضریب صدور یک نسبت است و ماکزیمم آن برابر یک است که مربوط به جسم سیاه می باشد، هرچه این ضریب بزرگتر باشد رفتار جسم به رفتار جسم سیاه نزدیکتر می شود.

ضریب صدور طیفی جهتی (Spectral Directional Emissivity)

ضریب صدور طیفی جهتی هر سطح با دمای T بعنوان نسبت شدت تشعشع گسیل شده در طول موج λ و در جهت θ و ϕ به شدت تشعشع گسیل شده توسط جسم سیاه در همان مقادیر T و λ تعریف می شود.

$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) = \frac{I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}$$

اندیس e اشاره به صدور دارد.

ضریب صدور جهتی کلی (Total Directional Emissivity)

ضریب صدور جهتی کلی هر سطح با دمای T بعنوان نسبت شدت تشعشع گسیل شده در تمام طول موجها و در جهت θ و ϕ به شدت تشعشع گسیل شده توسط جسم سیاه در همان دما تعریف می شود.

$$\varepsilon_{\theta}(\theta, \phi, T) = \frac{I_e(\theta, \phi, T)}{I_b(T)}$$

ضریب صدور طیفی نیمکروی (Spectral Hemispherical Emissivity)

ضریب صدور طیفی نیمکروی هر سطح با دمای T بعنوان نسبت توان طیفی نیمکروی در طول موج λ به توان طیفی نیمکروی توسط جسم سیاه در همان مقادیر T و λ تعریف می شود.

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{E_{\lambda}(\lambda, T)}{E_{\lambda,b}(\lambda, T)}$$

با جایگذاری عبارات توان طیفی نیمکروی خواهیم داشت:

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi, T) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda,b}(\lambda, T) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}$$

از رابطه $\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) = \frac{I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}$ نتیجه می شود:

$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi, T) = \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) I_{\lambda,b}(\lambda, T)$$

در نتیجه:

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) I_{\lambda,b}(\lambda, T) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda,b}(\lambda, T) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}$$

و چون $I_{\lambda,b}(\lambda, T)$ تابع جهت نیست لذا از انتگرالها بیرون آمده و ساده می شوند. نتیجه نهایی بصورت زیر خواهد بود:

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}$$

می توان فرض کرد $\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T)$ مستقل از ϕ است، با محاسبه انتگرال منخرج، رابطه فوق بصورت ساده زیر در می آید:

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) = 2 \int_0^{\pi} \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, T) \cos \theta \sin \theta d\theta$$

ضریب صدور نیمکروی کلی (Total Hemispherical Emissivity)

ضریب صدور نیمکروی کلی هر سطح با دمای T بعنوان نسبت توان نیمکروی کلی به توان نیمکروی کلی توسط جسم سیاه در همان دما تعریف می شود.

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)}$$

از رابطه $\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{E_{\lambda}(\lambda, T)}{E_{\lambda,b}(\lambda, T)}$ نتیجه می شود $E_{\lambda}(\lambda, T) = \varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) E_{\lambda,b}(\lambda, T)$ و چون $E(T) = \int_0^{\infty} E_{\lambda}(\lambda, T) d\lambda$ نتیجه می شود:

$$E(T) = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) E_{\lambda,b}(\lambda, T) d\lambda$$

با جایگذاری در رابطه داخل کادر بدست می آوریم:

$$\varepsilon(T) = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) E_{\lambda,b}(\lambda, T) d\lambda}{E_b(T)}$$

شار تشعشع ورودی طیفی (Spectral Irradiation)

آهنگ فرود تشعشع از تمامی جهات با طول موج λ بر مساحت واحد سطح، شار تشعشع ورودی طیفی نامیده می شود.

$$G_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi$$

اندیس i به تشعشع ورودی اشاره می کند.

شار تشعشع ورودی کل (Irradiation)

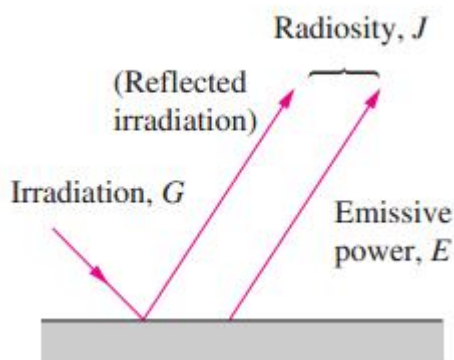
آهنگ ورود تشعشع بر مساحت واحد از تمام جهتها و در تمام طول موجها شار تشعشع ورودی کل نام دارد.

$$G = \int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi d\lambda$$

اگر تشعشع پخش (مستقل از جهت) باشد در آن صورت $I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) = I_{\lambda,i}(\lambda)$ و در نتیجه خواهیم داشت:

$$G_{\lambda}(\lambda) = \pi I_{\lambda,i}(\lambda)$$

$$G = \pi I_i$$



شار تشعشع خروجی طیفی (Spectral Radiosity)

آهنگ خروج تشعشع در تمامی جهات با طول موج λ از مساحت واحد سطح، شار تشعشع خروجی طیفی نامیده می شود در حقیقت این شار دربرگیرنده صدور مستقیم تشعشع و قسمت بازتاب شده شار تشعشع ورودی است.

$$J_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda,e+r}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi$$

اندیس $e+r$ به مجموع صدور مستقیم تشعشع و قسمت منعکس شده ورودی اشاره می کند.

شار تشعشع خروجی کل (Radiosity)

آهنگ خروج تشعشع در تمامی جهات و در تمام طول موجها از مساحت واحد سطح، شار تشعشع خروجی کل نامیده می شود. این شار دربرگیرنده صدور مستقیم تشعشع و قسمت بازتاب شده شار تشعشع ورودی در تمام طول موجها و تمام جهات است.

$$J = \int_0^{\infty} J_{\lambda}(\lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda,e+r}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi d\lambda$$

اگر سطح بازتاب کننده پخش (مستقل از جهت) و همچنین صادرکننده پخشی باشد در آن صورت $I_{\lambda, e+r}(\lambda, \theta, \phi) = I_{\lambda, e+r}(\lambda)$ و در نتیجه خواهیم داشت:

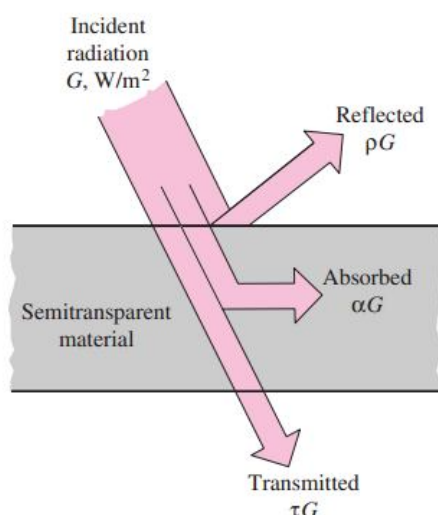
$$J_{\lambda}(\lambda) = \pi I_{\lambda, e+r}(\lambda)$$

$$J = \pi I_{e+r}$$

ضریب جذب (Absorptivity)، ضریب انعکاس (Reflectivity)، ضریب عبور (Transmissivity)

فرض کنید شار G به سطحی برخورد نموده است. بخشی از آن جذب جسم شده، بخشی دیگر پس از برخورد به سطح منعکس شده و بخش دیگر از جسم عبور می کند. ضریب جذب (α) برابر نسبت شار جذب شده به کل شار ورودی (برخوردی) به جسم، ضریب انعکاس (ρ) برابر نسبت شار منعکس شده به کل شار ورودی به جسم و ضریب عبور (τ) برابر نسبت شار عبور یافته از جسم به کل شار ورودی به جسم است. رابطه زیر بین این سه ضریب برقرار است:

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$



ضریب جذب طیفی جهتی (Spectral Directional Absorptivity)

ضریب جذب طیفی جهتی هر سطح کسری از شدت طیفی برخوردی (ورودی) در جهت θ و ϕ و با طول موج λ است که توسط سطح جذب می شود، لذا

$$\alpha_{\lambda, \theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda, i, abs}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda, i}(\lambda, \theta, \phi)}$$

اندیس abs به جذب اشاره دارد.

همانطور که ملاحظه می شود ضریب جذب به دمای سطح وابسته نیست.

ضریب جذب طیفی نیمکره‌ای (Spectral Hemispherical Absorptivity)

ضریب جذب طیفی نیمکره‌ای هر سطح کسری از شدت طیفی برخوردی (ورودی) در تمام جهات و با طول موج λ است که توسط سطح جذب می شود، بنابراین

$$\alpha_{\lambda}(\lambda) = \frac{G_{\lambda,abs}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)}$$

که می توان آن را بصورت زیر نوشت:

$$\alpha_{\lambda}(\lambda) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}$$

اگر توزیع تشعشع ورودی بطور پخشی و $\alpha_{\lambda,\theta}$ مستقل از ϕ باشد معادله فوق بصورت زیر در می آید:

$$\alpha_{\lambda}(\lambda) = 2 \int_0^{\pi} \alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta$$

ضریب جذب کلی نیمکره‌ای (Total Hemispherical Absorptivity)

ضریب جذب کلی نیمکره‌ای هر سطح کسری از شدت برخوردی (ورودی) در تمام جهات و در تمام طول موجها است که توسط سطح جذب می شود، بنابراین

$$\alpha = \frac{G_{abs}}{G}$$

که می توان آن را بصورت زیر نوشت:

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}$$

ضریب انعکاسی طیفی جهتی (Spectral Directional Reflectivity)

ضریب انعکاس طیفی جهتی هر سطح بعنوان کسری از شدت طیفی برخوردی (ورودی) در جهت θ و ϕ و با طول موج λ است که توسط سطح منعکس می شود، لذا

$$\rho_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda,i,ref}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)}$$

اندیس ref به انعکاس اشاره دارد.

ضریب انعکاس طیفی نیمکره‌ای (Spectral Hemispherical Reflectivity)

ضریب انعکاس طیفی نیمکره‌ای هر سطح کسری از شدت طیفی برخوردی (ورودی) در تمام جهات و با طول موج λ است که توسط سطح منعکس می شود، بنابراین

$$\rho_{\lambda}(\lambda) = \frac{G_{\lambda,ref}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)}$$

که می توان آن را بصورت زیر نوشت:

$$\rho_{\lambda}(\lambda) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \rho_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}$$

ضریب انعکاس کلی نیمکره‌ای (Total Hemispherical Reflectivity)

ضریب انعکاس کلی نیمکره‌ای هر سطح کسری از شدت برخوردی (ورودی) در تمام جهات و در تمام طول موجهاست که توسط سطح منعکس می‌شود، بنابراین

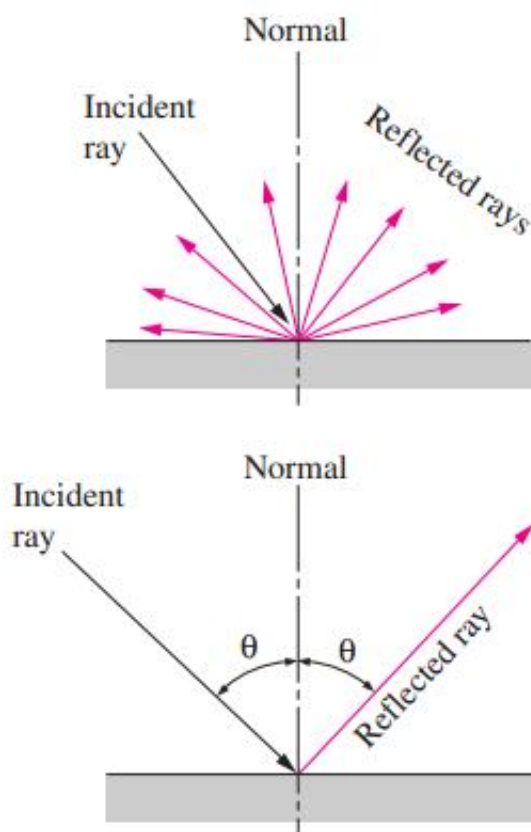
$$\rho = \frac{G_{ref}}{G}$$

که می‌توان آن را بصورت زیر نوشت:

$$\rho = \frac{\int_0^{\infty} G_{\lambda,ref}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}$$

انواع انعکاس

- انعکاس دیفیوز (Diffuse): هرگاه شدت تشعشع بازتاب شده مستقل از زاویه اشعه‌های برخوردی به سطح باشد.
 - انعکاس آینه‌ای (Specular): زمانی است که زاویه پرتوهای انعکاس یافته برابر زاویه پرتوهای برخوردی به سطح باشد.
- شکل بالایی انعکاس دیفیوز (پخششی) و شکل پایینی انعکاس آینه‌ای را نشان می‌دهد.



ضریب عبور طیفی نیمکره‌ای (Spectral Hemispherical Transmissivity)

ضریب عبور طیفی نیمکره‌ای هر سطح کسری از شدت طیفی برخوردی (ورودی) در تمام جهات و با طول موج λ است که از سطح عبور می‌کند، بنابراین

$$\tau_{\lambda}(\lambda) = \frac{G_{\lambda, tr}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)}$$

اندیس tr اشاره به عبور دارد.

ضریب عبور کلی نیمکره‌ای (Total Hemispherical Transmissivity)

ضریب عبور کلی نیمکره‌ای هر سطح کسری از شدت برخوردی (ورودی) در تمام جهات و در تمام طول موجها است که از سطح عبور می‌کند، بنابراین

$$\tau = \frac{G_{tr}}{G}$$

که می‌توان آن را بصورت زیر نوشت:

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} G_{\lambda, tr}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \tau_{\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}$$

سطح مات (Opaque Surface)

اگر سطحی هیچ بخشی از انرژی را از خود عبور ندهد یعنی $\tau = 0$ مات نامیده می‌شود، برای سطوح مات روابط زیر صادق است:

$$\rho = 1 - \alpha$$

$$\rho_{\lambda} = 1 - \alpha_{\lambda}$$

سطح خاکستری (Gray Surface)

اگر ضریب جذب و ضریب صدور مستقل از طول موج باشند سطح را خاکستری می‌نامند.

سطح دیفیوز (Diffuse Surface)

هرگاه ضریب جذب و ضریب صدور مستقل از جهت رفتار کنند، سطح را دیفیوز می‌نامند.

قانون کیرشهف (Kirchhoff's Law)

کیرشهف روابط زیر را که اکنون بنام وی معروفند اثبات کرد:

$$\varepsilon_{\lambda, \theta}(\lambda, \theta, \phi, T) = \alpha_{\lambda, \theta}(\lambda, \theta, \phi, T)$$

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \alpha_{\lambda}(\lambda, T)$$

$$\varepsilon_{\theta}(\theta, \phi, T) = \alpha_{\theta}(\theta, \phi, T)$$

$$\varepsilon(T) = \alpha(T)$$

رابطه اول برای تمامی سطوح، رابطه دوم برای سطوح دیفیوز طیفی، رابطه سوم برای سطوح جهت دار خاکستری و آخرین رابطه برای سطوح دیفیوز خاکستری برقرار است.

تمرین

تابع ضریب صدور طیفی یک سطح مات در دمای 1000K بصورت زیر تقریب زده شده است:

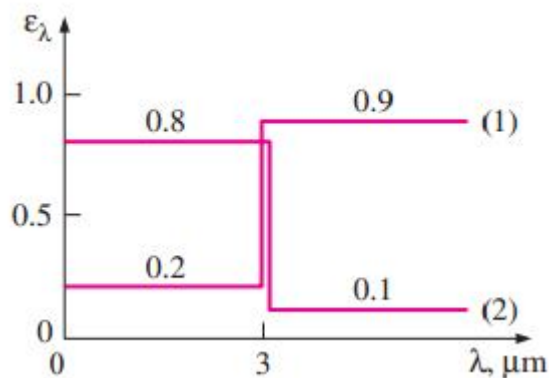
$$\varepsilon_\lambda = \begin{cases} \varepsilon_1 = 0.4, & 0 \leq \lambda < 2 \mu\text{m} \\ \varepsilon_2 = 0.7, & 2 \mu\text{m} \leq \lambda < 6 \mu\text{m} \\ \varepsilon_3 = 0.3, & 6 \mu\text{m} \leq \lambda < \infty \end{cases}$$

ضریب صدور متوسط سطح (کلی نیمکروی) و نرخ صدور تشعشع از سطح را بر حسب وات بر مترمربع بدست آورید.

تمرین

نمودار توزیع ضریب صدور طیفی دو سطح در شکل زیر داده شده است.

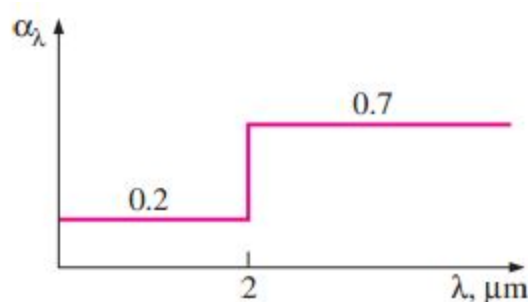
- الف) ضریب صدور متوسط $\varepsilon(T)$ هر سطح در دمای 3000K را تعیین کنید.
- ب) ضریب جذب متوسط $\alpha(T)$ و ضریب انعکاس متوسط $\rho(T)$ هر کدام از سطوح برای تشعشع ورودی از منبعی به دمای 3000K را بدست آورید؟ کدام سطح برای استفاده در یک جذب کننده خورشیدی مناسبتر خواهد بود؟



تمرین

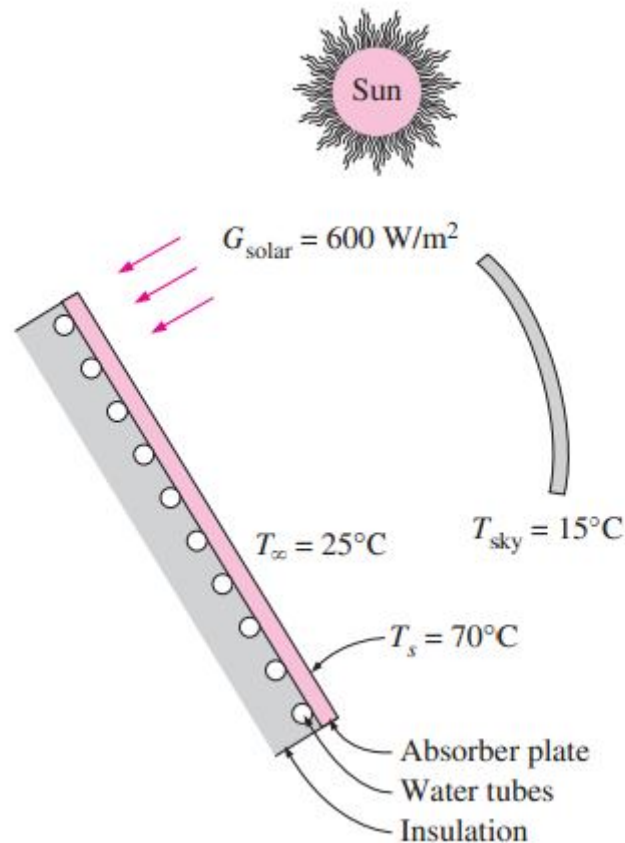
نمودار ضریب جذب طیفی یک سطح در شکل زیر نشان داده شده است.

- الف) ضریب جذب و ضریب انعکاس نیمکره ای کلی را برای این سطح بدست آورید. دمای منبع را 2500K در نظر بگیرید.
- ب) ضریب صدور سطح در دمای 3000K چقدر است؟



تمرین

سطح جذبی یک کلکتور خورشیدی از آلومینیوم با روکش کروم سیاه ($\alpha = 0.87, \varepsilon = 0.09$) ساخته شده است. تشعشع خورشیدی با نرخ 600 W/m^2 به سطح برخورد می کند. دمای هوا و دمای موثر آسمان به ترتیب 25 و 15 درجه سانتیگراد هستند و ضریب انتقال حرارت جابجایی $10 \text{ W/m}^2\text{C}$ می باشد، اگر دمای سطح جذب 70C باشد، نرخ خالص انرژی خورشیدی که صفحه جذب دریافت کرده و به آبی که در پشت آن جریان دارد انتقال می دهد چقدر است؟



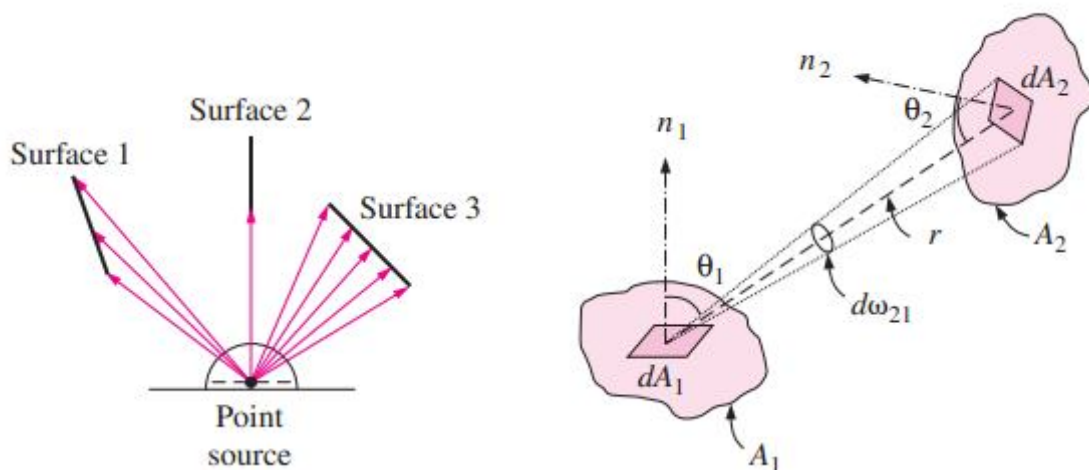
جلسه دهم

فصل پنجم: انتقال حرارت تشعشع (Radiation Heat Transfer)

در این فصل می خواهیم مقدار انتقال تشعشع خالص بین دو سطح را بدست آوریم.

ضریب شکل (Shape Factor) یا ضریب دید (View Factor)

ضریب شکل نسبت انرژی که از یک سطح رها می شود و به سطح دیگر می رسد را نشان می دهد. این ضریب تنها بستگی به مساحت، فاصله دو سطح و زاویه ای که نسبت به خط عمود می سازند، دارد و بهمین دلیل آن را ضریب شکل می نامند.



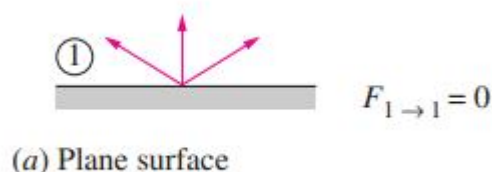
ضریب شکل را با حرف F نشان می دهند و منظور از F_{ij} کسری از تشعشع خروجی از سطح i است که توسط سطح j دریافت می شود. $F_{dA_1 \rightarrow A_2}$ با توجه به شکل فوق از رابطه زیر بدست می آید:

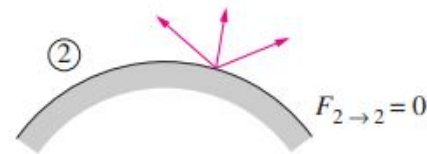
$$F_{dA_1 \rightarrow A_2} = \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_2$$

البته بندرت پیش می آید که نیاز به استفاده مستقیم از رابطه فوق باشد.

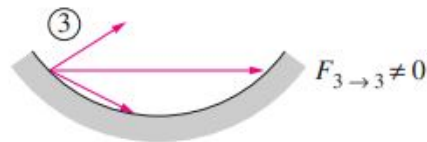
چنانچه سطح تخت و یا محدب باشد چون هیچ کسری از انرژی تشعشعی صادره از سطح به خود سطح نمی رسد لذا ضریب شکل آن نسبت به خودش صفر است.

اما اگر سطح مقعر (خودبین) باشد بخشی از انرژی صادر شده به خود سطح می رسد و لذا ضریب شکل سطح مقعر نسبت به خودش صفر نخواهد بود.



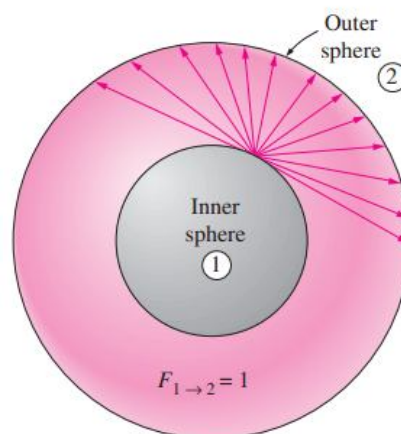


(b) Convex surface



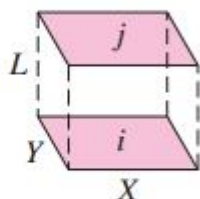
(c) Concave surface

در شکل زیر که یک کره درون کره دیگر قرار گرفته است، بدیهی است هر چه انرژی از کره داخلی صادر می شود به کره بیرونی می رسد بنابراین $F_{1 \to 2} = 1$.



ضریب شکل اشکال هندسی مختلف نسبت بهم در جدول و نمودارهای مخصوصی داده شده است به کمک این جدول و نمودارها و با استفاده از روابط ضریب شکل، ضرائب شکل بسیاری از اشکال دیگر نسبت بهم را می توان بدست آورد.

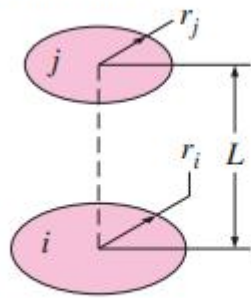
Aligned parallel rectangles



$$\bar{X} = X/L \text{ and } \bar{Y} = Y/L$$

$$F_{i \to j} = \frac{2}{\pi \bar{X} \bar{Y}} \left\{ \ln \left[\frac{(1 + \bar{X}^2)(1 + \bar{Y}^2)}{1 + \bar{X}^2 + \bar{Y}^2} \right]^{1/2} + \bar{X}(1 + \bar{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{X}}{(1 + \bar{Y}^2)^{1/2}} + \bar{Y}(1 + \bar{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{Y}}{(1 + \bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X} \tan^{-1} \bar{X} - \bar{Y} \tan^{-1} \bar{Y} \right\}$$

Coaxial parallel disks

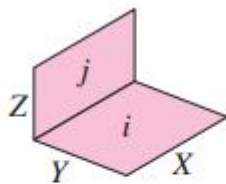


$$R_i = r_i/L \text{ and } R_j = r_j/L$$

$$S = 1 + \frac{1 + R_j^2}{R_i^2}$$

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{2} \left\{ S - \left[S^2 - 4 \left(\frac{r_j}{r_i} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

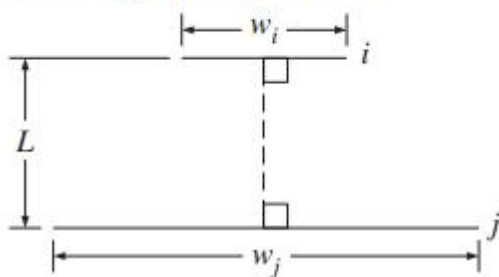
Perpendicular rectangles with a common edge



$$H = Z/X \text{ and } W = Y/X$$

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{\pi W} \left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1 + W^2)(1 + H^2)}{1 + W^2 + H^2} \times \left[\frac{W^2(1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2)(W^2 + H^2)} \right]^{W^2} \times \left[\frac{H^2(1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2)(H^2 + W^2)} \right]^{H^2} \right\} \right)$$

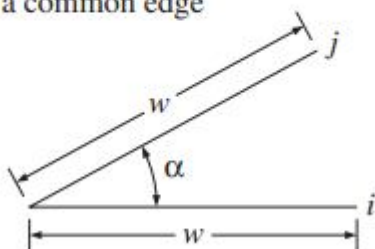
Parallel plates with midlines connected by perpendicular line



$$W_i = w_i/L \text{ and } W_j = w_j/L$$

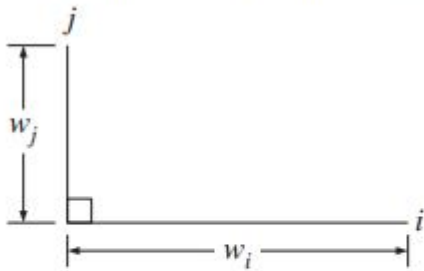
$$F_{i \rightarrow j} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - (W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$$

Inclined plates of equal width and with a common edge



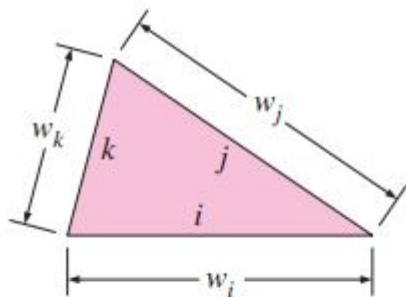
$$F_{i \rightarrow j} = 1 - \sin \frac{1}{2} \alpha$$

Perpendicular plates with a common edge



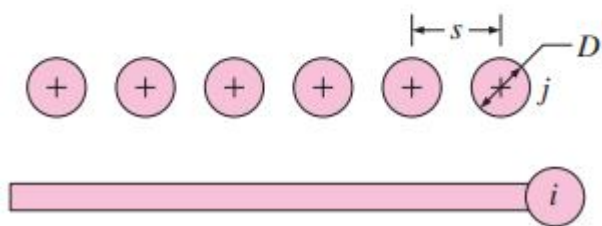
$$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{w_j}{w_i} - \left[1 + \left(\frac{w_j}{w_i} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

Three-sided enclosure

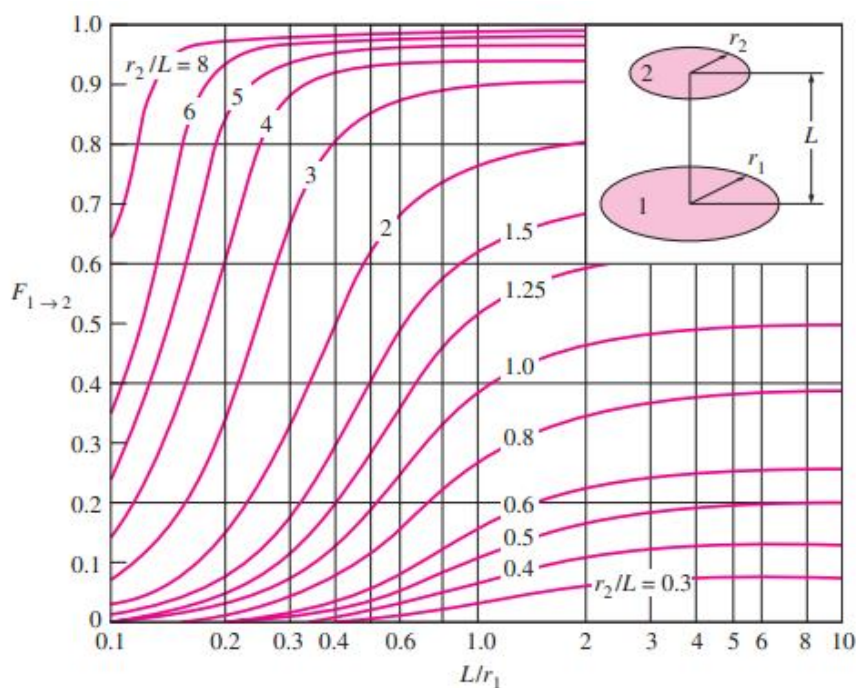


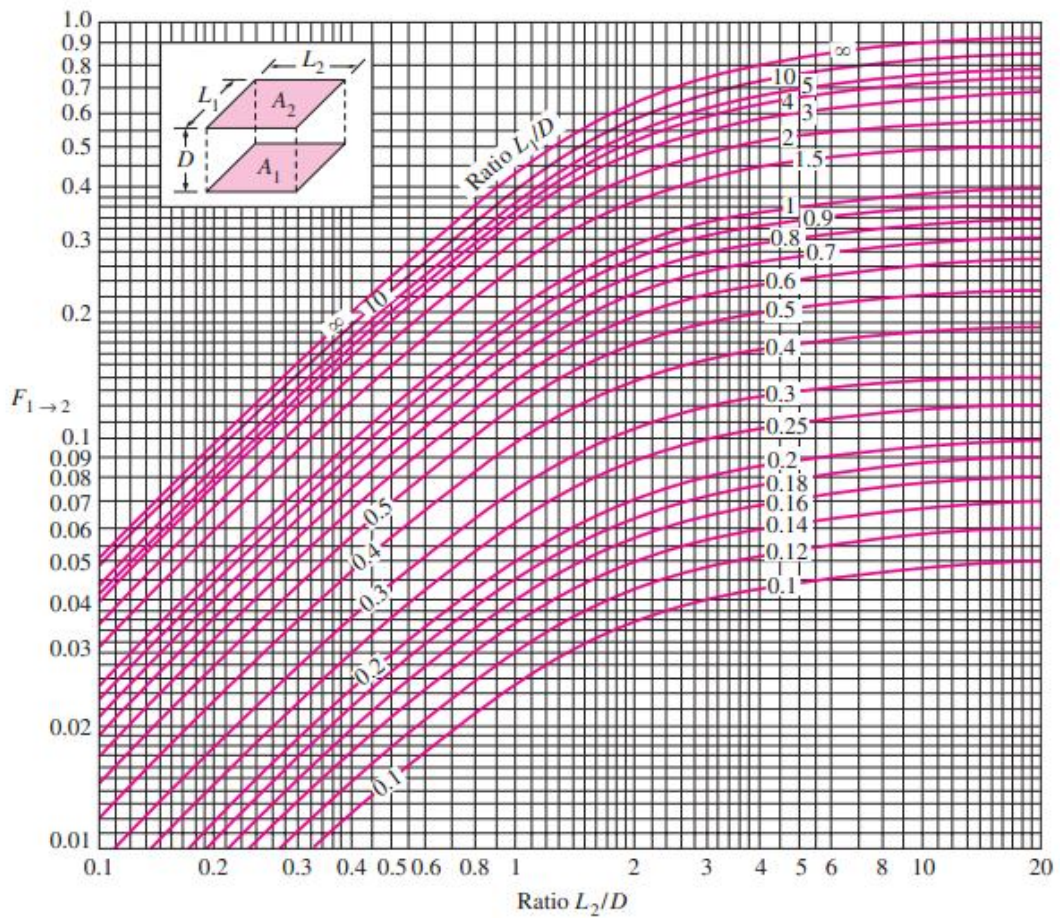
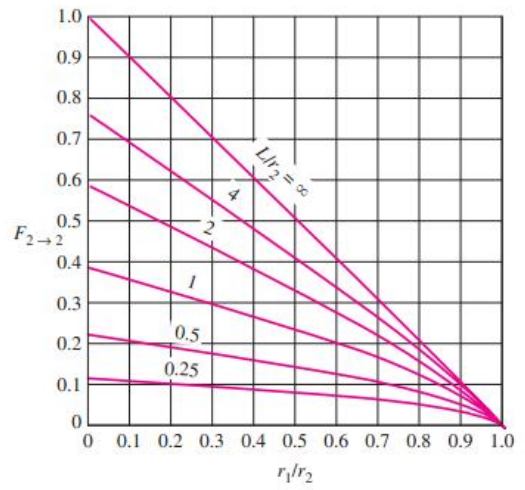
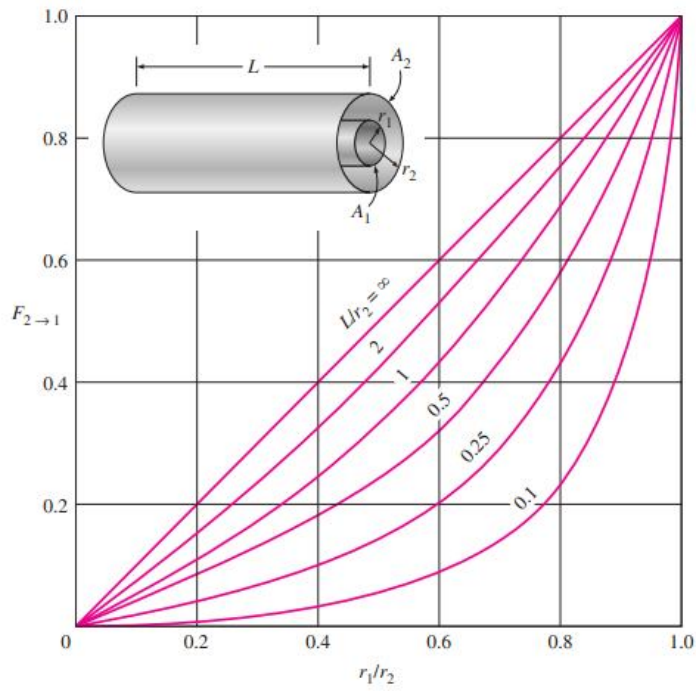
$$F_{i \rightarrow j} = \frac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$$

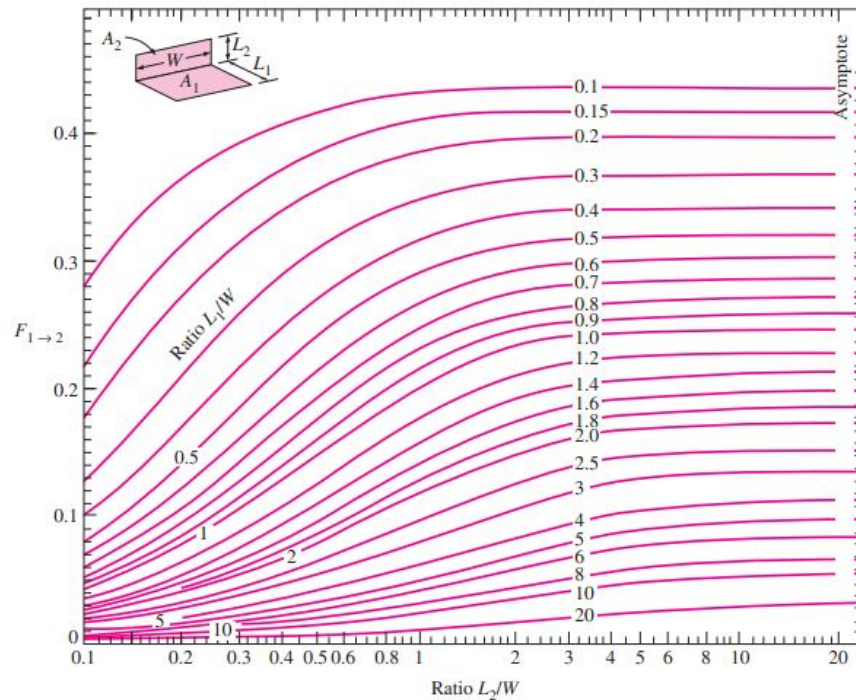
Infinite plane and row of cylinders



$$F_{i \rightarrow j} = 1 - \left[1 - \left(\frac{D}{s} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{D}{s} \tan^{-1} \left(\frac{s^2 - D^2}{D^2} \right)^{1/2}$$







دقت داشته باشید این جداول و نمودارها در مجموعه نمودارها و جداول مهم انتقال حرارت موجود در کتابخانه وبلاگ وجود ندارد.

روابط ضریب شکل (Shape Factor Relations)

- رابطه متقابل (Reciprocity Relation)

$$F_{j \rightarrow i} = F_{i \rightarrow j} \quad \text{when} \quad A_i = A_j$$

$$F_{j \rightarrow i} \neq F_{i \rightarrow j} \quad \text{when} \quad A_i \neq A_j$$

$$A_i F_{i \rightarrow j} = A_j F_{j \rightarrow i}$$

- قانون مجموع (The Summation Rule)

اگر سطحی توسط سطوحی دیگر تشکیل یک محفظه بسته را بدهند مجموع تمام ضریب شکل‌های آن سطح نسبت به خود و دیگر سطوح برابر یک است.

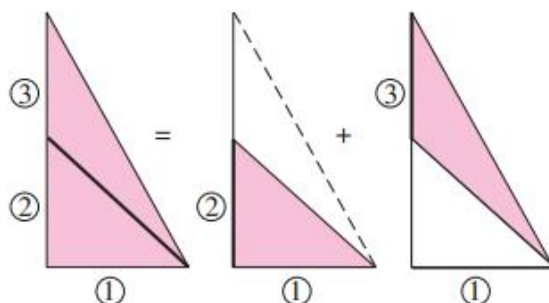
$$\sum_{j=1}^N F_{i \rightarrow j} = 1$$



• قانون جمع پذیری (The Superposition Rule)

ضریب شکل یک سطح نسبت به یک سطح مرکب برابر مجموع ضریب شکلهای آن سطح نسبت به بخشهای مختلف آن سطح مرکب است.

$$F_{1 \rightarrow (2,3)} = F_{1 \rightarrow 2} + F_{1 \rightarrow 3}$$



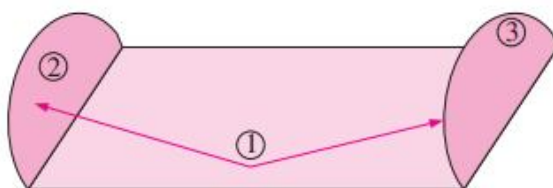
$$F_{1 \rightarrow (2,3)} = F_{1 \rightarrow 2} + F_{1 \rightarrow 3}$$

• قانون تقارن (The Symmetry Rule)

دو سطح که نسبت به سطح سومی تقارن داشته باشند، ضریب شکل یکسانی نسبت به آن سطح خواهند داشت.

$$F_{1 \rightarrow 2} = F_{1 \rightarrow 3}$$

$$F_{2 \rightarrow 1} = F_{3 \rightarrow 1}$$



$$F_{1 \rightarrow 2} = F_{1 \rightarrow 3}$$

(Also, $F_{2 \rightarrow 1} = F_{3 \rightarrow 1}$)

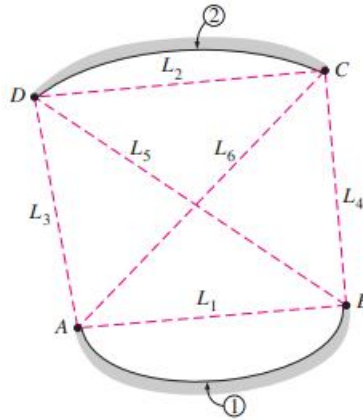
روش نخهای متقاطع (The Crossed-Strings Method)

این روش برای تعیین ضریب شکل سطوح طویل از قبیل کانالها و مجراها بکار می رود و در سال 1950 توسط هاتل پیشنهاد شد و بصورت زیر است:

دو سر سطوح را یکبار دو بدو و بار دیگر بصورت ضریب هم وصل می کنیم، سپس مجموع طول خطوط غیرضریب را از مجموع طول خطوط ضریب کم نموده و حاصل را بر دو برابر طول سطح تقسیم می کنیم تا ضریب شکل آن سطح نسبت به سطح دیگر بدست آید.

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{\sum (\text{Crossed strings}) - \sum (\text{Uncrossed strings})}{2 \times (\text{String on surface } i)}$$

به شکل زیر توجه کنید:

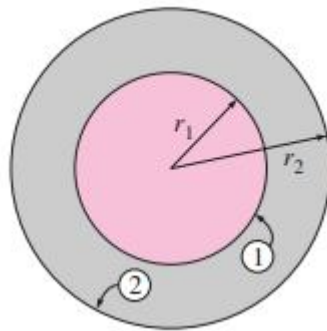


طبق فرمول فوق ضریب شکل سطح 1 نسبت به سطح 2 می شود:

$$F_{1 \rightarrow 2} = \frac{(L_5 + L_6) - (L_3 + L_4)}{2L_1}$$

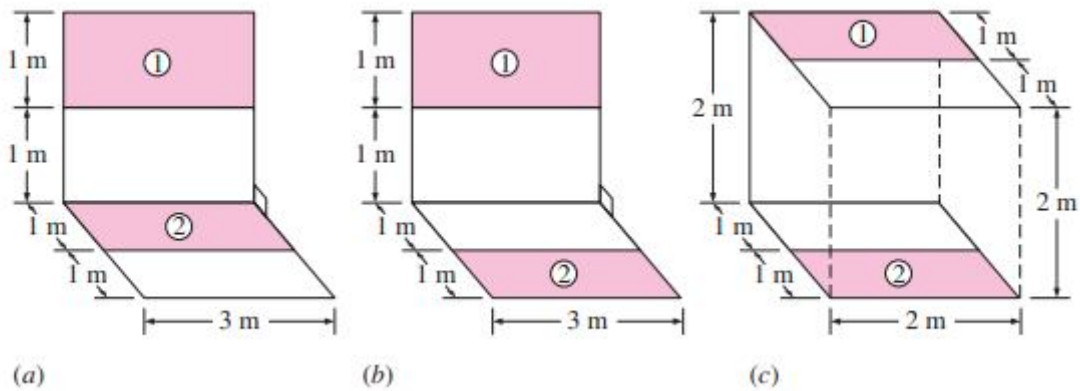
تمرین

تمام ضریب شکلهای ($F_{11}, F_{12}, F_{21}, F_{22}$) دو سطح شکل زیر را بیابید.



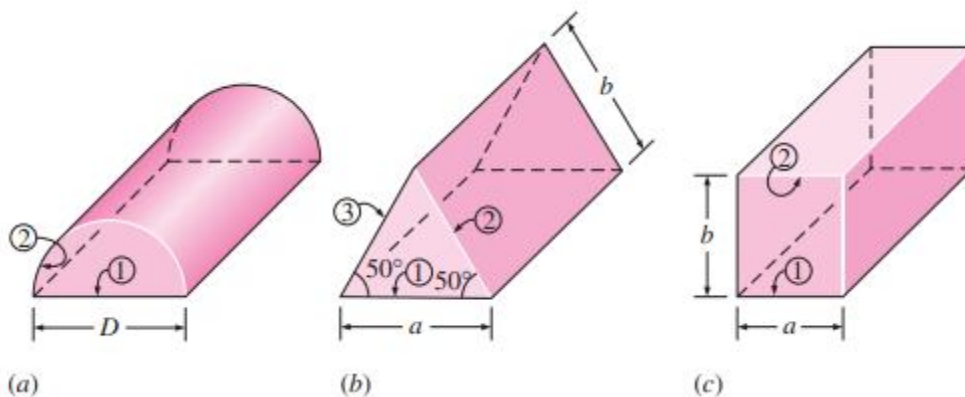
تمرین

F_{12} را در سطوح مستطیلی شکل زیر بدست آورید.



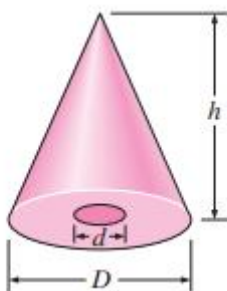
تمرین

F_{21} و F_{12} را در مجراهای طویل هر کدام از شکل‌های زیر پیدا کنید.



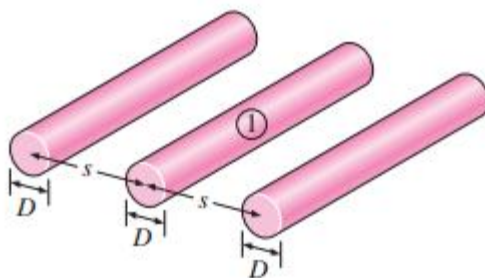
تمرین

یک محفظه مخروطی به ارتفاع h و قطر قاعده D را مطابق شکل در نظر بگیرید. ضریب شکل وجه پیرامونی مخروط را نسبت به حفره ای به قطر d که در مرکز قاعده واقع است تعیین کنید.



تمرین

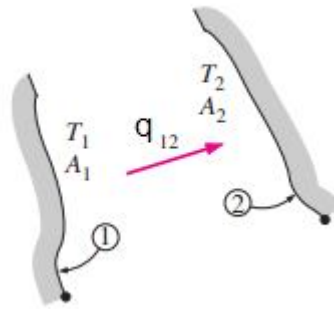
سه استوانه طویل و یکسان به قطر D مطابق شکل به فاصله s از هم قرار گرفته اند. ضریب شکل استوانه میانی را نسبت به محیط اطراف بیابید.



جلسه یازدهم

تبادل تشعشع بین اجسام سیاه

بطور کلی تشعشع می تواند توسط انعکاس و صدور از سطحی خارج شود و با رسیدن به سطح دیگر، منعکس و جذب شود. این مساله برای سطوحی که بتوان آنها را جسم سیاه در نظر گرفت ساده می شود، چون هیچ انعکاسی وجود ندارد، لذا انرژی تنها با صدور خارج می شود و تمام تشعشع ورودی جذب می گردد. مطابق شکل تبادل تشعشع بین دو سطح سیاه با شکل اختیاری را در نظر می گیریم.



مقدار انرژی تشعشعی که از جسم 1 به جسم 2 می رسد برابر است با:

$$F_{1 \rightarrow 2} A_1 E_{b1} = F_{1 \rightarrow 2} A_1 \sigma T_1^4$$

و مقدار انرژی تشعشعی که از جسم 2 به جسم 1 می رسد برابر است با:

$$F_{2 \rightarrow 1} A_2 E_{b2} = F_{2 \rightarrow 1} A_2 \sigma T_2^4$$

در نتیجه انرژی تشعشعی خالص بین دو جسم برابر خواهد بود با:

$$q_{1 \rightarrow 2} = F_{1 \rightarrow 2} A_1 \sigma T_1^4 - F_{2 \rightarrow 1} A_2 \sigma T_2^4$$

اما چون $F_{1 \rightarrow 2} A_1 = F_{2 \rightarrow 1} A_2$ لذا رابطه فوق بصورت زیر ساده می شود:

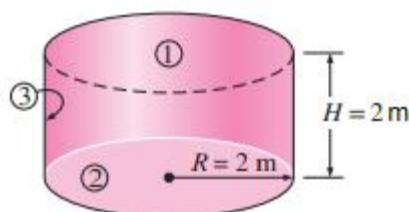
$$q_{1 \rightarrow 2} = F_{1 \rightarrow 2} A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) = F_{2 \rightarrow 1} A_2 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

اگر محفظه ای از N سطح سیاه تشکیل شده باشد مقدار گرمای تشعشعی خالصی بین سطح i و دیگر سطوح محفظه از رابطه زیر بدست می آید:

$$q_i = \sum_{j=1}^N A_i F_{i \rightarrow j} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

تمرین

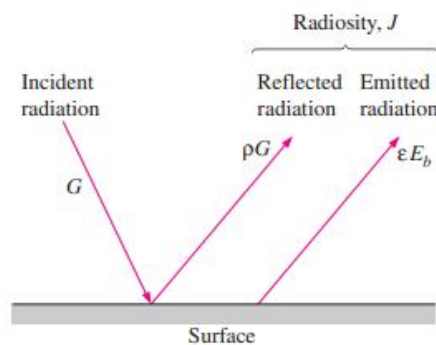
یک تنور استوانه ای شکل با $R=H=2m$ را در نظر بگیرید. سطوح پایین، بالا و جانبی که می توان آنها را سیاه در نظر گرفت بترتیب در دماهای 700، 500 و 1200 کلوین قرار دارند. نرخ تشعشع خالص به یا از سطح بالایی تنور در حالت دائمی را بدست آورید.



تبادل تشعشع بین سطوح پخششی خاکستری در محفظه

پیچیدگی تحلیل تبادل تشعشع بین سطوح غیرسیاه ناشی از انعکاس سطح است. تشعشع ممکن است از تمام سطوح چندین بار بازتاب و در هر سطح تا اندازه ای جذب شود. فرض می کنیم دمای هر سطح ثابت و شار تشعشعی خروجی و ورودی یکنواخت باشد. رفتار سطوح را کدر، پخششی و خاکستری فرض می کنیم. مساله این است که دمای T_i هر سطح معلوم است و می خواهیم شار گرمای خالص تشعشعی q_i'' از آن را بیابیم.

تبادل خالص تشعشع در هر سطح



q_i آهنگ خالص تشعشع خروجی از سطح ۱ اثر خالص برهم کنشهای تشعشعی در این سطح را نشان می دهد و آهنگ انتقال انرژی است که باید از روشهای دیگر به این سطح داده شود تا آن را در دمای ثابت نگه دارد. این جمله برابر است با اختلاف بین شار تشعشع خروجی از این سطح و شار تشعشع ورودی به آن. یعنی:

$$q_i = A_i(J_i - G_i)$$

و چون شار تشعشعی خروجی J_i برابر است با:

$$J_i = E_i + \rho_i G_i$$

چون $E_i = \epsilon_i E_{bi}$ و $\alpha_i + \rho_i = 1$ و $\alpha_i = \epsilon_i$ نتیجه می شود:

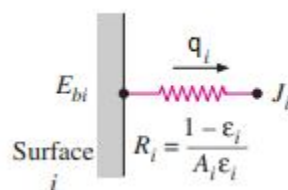
$$J_i = \epsilon_i E_{bi} + (1 - \epsilon_i)G_i$$

از رابطه فوق G_i را بدست آورده و در معادله $q_i = A_i(J_i - G_i)$ قرار می دهیم:

$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{\frac{1 - \epsilon_i}{\epsilon_i A_i}}$$

اگر رابطه بدست آمده با رابطه $q = \frac{\Delta T}{R}$ مقایسه شود می توان نتیجه گرفت پتانسیل محرک در اینجا $E_{bi} - J_i$ و مقاومت تشعشعی سطحی (Surface Resistance to Radiation) برابر است با:

$$R_i = \frac{1 - \epsilon_i}{\epsilon_i A_i}$$



تبادل تشعشع بین سطوح

دو سطح خاکستری، دیفیوز و کدر را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. شار خروجی J نرخ تشعشع بر واحد سطحی که یک سطح را ترک می کند و $F_{i \rightarrow j}$ کسر تشعشعی که از سطح i به سطح j برخورد می کند را نشان می دهد. نرخ تشعشع خالص از سطح i به سطح j را می توان بصورت زیر بیان کرد:

$$q_{i \rightarrow j} = A_i J_i F_{i \rightarrow j} - A_j J_j F_{j \rightarrow i}$$

ولی چون $A_i F_{i \rightarrow j} = A_j F_{j \rightarrow i}$ نتیجه می شود:

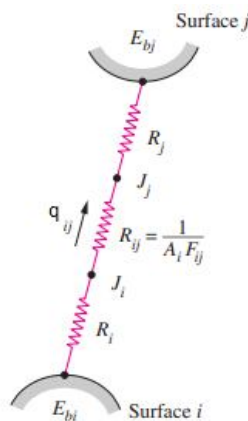
$$q_{i \rightarrow j} = A_i F_{i \rightarrow j} (J_i - J_j)$$

رابطه فوق را می توان بصورت زیر نوشت:

$$q_{i \rightarrow j} = \frac{J_i - J_j}{\frac{1}{A_i F_{i \rightarrow j}}}$$

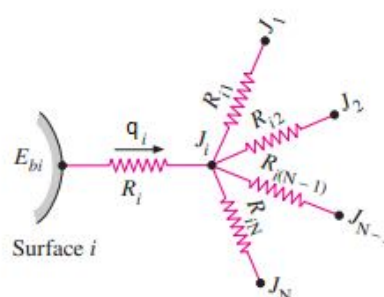
اگر رابطه بدست آمده با رابطه $q = \frac{\Delta T}{R}$ مقایسه شود می توان نتیجه گرفت پتانسیل محرک در اینجا $J_i - J_j$ و مقاومت تشعشعی فضایی (Space Resistance to Radiation) برابر است با:

$$R_{i \rightarrow j} = \frac{1}{A_i F_{i \rightarrow j}}$$



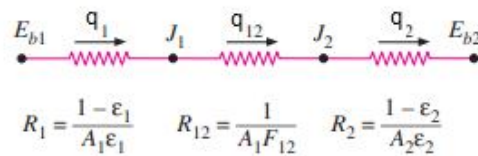
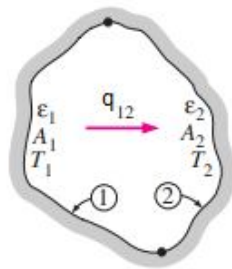
در یک محفظه N سطحی اصل بقای انرژی ایجاب می کند که انتقال حرارت خالص از سطح i برابر مجموع انتقال حرارت های خالص از سطح i به تمام N سطح داخل محفظه باشد، یعنی:

$$q_i = \sum_{j=1}^N q_{i \rightarrow j} = \sum_{j=1}^N A_i F_{i \rightarrow j} (J_i - J_j)$$



انتقال حرارت تشعشی در محفظه دو سطحی

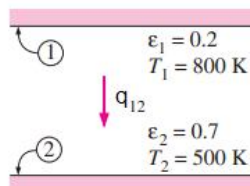
در محفظه های دو سطحی با استفاده از مفهوم مقاومتهای تشعشی می توان نرخ خالص تشعشع را بصورت زیر بدست آورد:



$$q_{12} = q_1 = -q_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}}$$

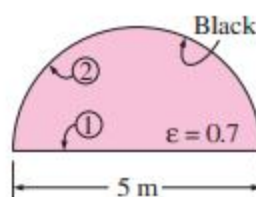
تمرین

دو صفحه موازی بسیار طویل در دماهای یکنواخت $T_1 = 800\text{K}$ و $T_2 = 500\text{K}$ قرار دارند. ضریب صدور دو سطح بترتیب $\epsilon_1 = 0.2$ و $\epsilon_2 = 0.7$ می باشد. نرخ حرارت خالص میان دو صفحه بر واحد مساحت صفحات چقدر است؟



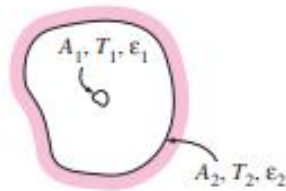
تمرین

شکل زیر یک تنور نیمکروی به قطر $D = 5\text{m}$ را نشان می دهد. سقف گنبدی تنور را می توان بعنوان یک جسم سیاه و قاعده آن را بصورت سطحی با ضریب صدور 0.7 در نظر گرفت. دمای قاعده و سقف تنور بترتیب در 400 و 1000 کلوین ثابت نگه داشته شده اند. نرخ حرارت تشعشی خالص از سقف به سطح قاعده را بدست آورید. انتقال حرارت را دائمی فرض کنید.



برای حالت‌های خاص مهم انتقال حرارت در محفظه‌های دو سطحی از جدول زیر استفاده می‌شود.

Small object in a large cavity

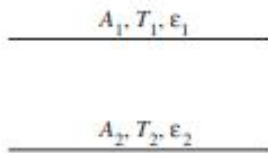


$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = A_1 \sigma \epsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

Infinitely large parallel plates

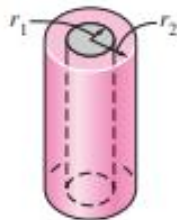


$$A_1 = A_2 = A$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{A \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

Infinitely long concentric cylinders



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$$

Concentric spheres



$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$$

دقت داشته باشید این جدول در مجموعه نمودارها و جداول مهم انتقال حرارت موجود در کتابخانه وبلاگ وجود ندارد.

انتقال حرارت تشعشی در محفظه سه سطحی

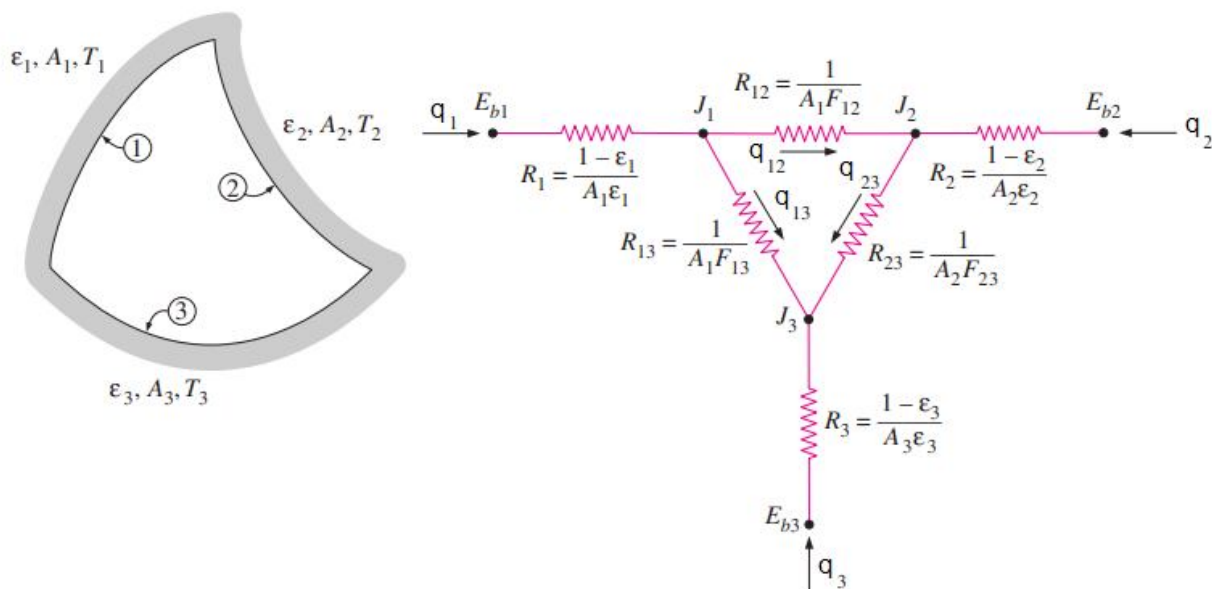
انتقال حرارت در محفظه‌های سه سطحی را باید به روش نود (Node) حل کرد. این روش بیان می‌کند مجموع شدت جریانهای ورودی به یک نود (گره) باید برابر مجموع شدت جریانهای خروجی از آن گره باشد، جهت جریان را در مقاومت‌های خارج از حلقه بسمت حلقه و برای مقاومت‌های داخل حلقه اختیاری فرض می‌کنیم. چون دارای سه نود اصلی می‌باشیم سه معادله

$$\sum q_{in} = \sum q_{out} \text{ نوشته می‌شود:}$$

$$q_1 = q_{12} + q_{13} \Rightarrow \frac{E_{b1} - J_1}{R_1} = \frac{J_1 - J_2}{R_{12}} + \frac{J_1 - J_3}{R_{13}}$$

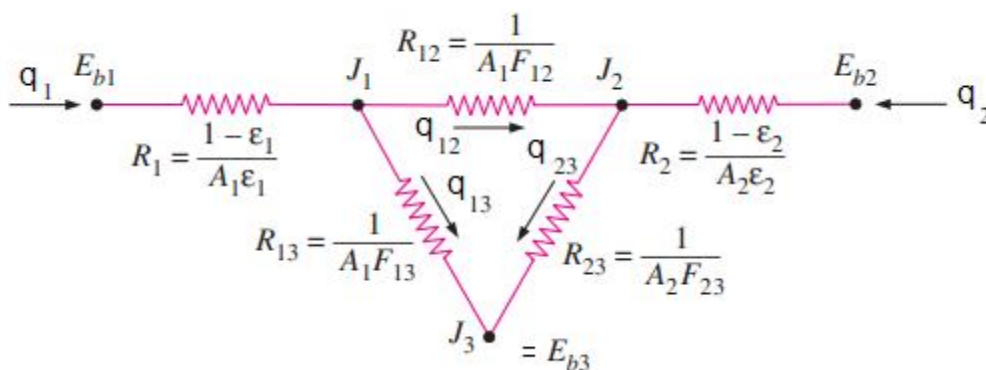
$$q_{12} + q_2 = q_{23} \Rightarrow \frac{J_1 - J_2}{R_{12}} + \frac{E_{b2} - J_2}{R_2} = \frac{J_2 - J_3}{R_{23}}$$

$$q_{13} + q_{23} + q_3 = 0 \Rightarrow \frac{J_1 - J_3}{R_{13}} + \frac{J_2 - J_3}{R_{23}} + \frac{E_{b3} - J_3}{R_3} = 0$$



با حل همزمان سه معادله مقادیر J_1, J_2 و J_3 بدست می آیند و از آنجا می توان مقادیر q را بدست آورد. اگر مقدار q منفی بدست آمد نشان دهنده این است که جهت انتخابی درست نبوده است.

اگر یکی از سطوح مثلا سطح 3 سیاه باشد: $\epsilon_3 = 1$ بنابراین $J_3 = E_{b3} = \sigma T_3^4$ در این حالت باید مدار زیر حل شود:

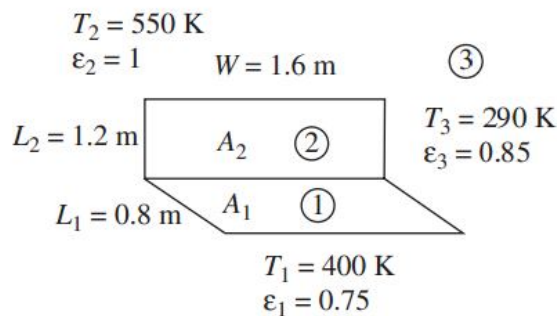


همچنین اگر یکی از سطوح مثلا A_3 بی نهایت بزرگ باشد (مانند محیط) مدار برقی چنین حالتی مانند شکل فوق خواهد بود.

تمرین

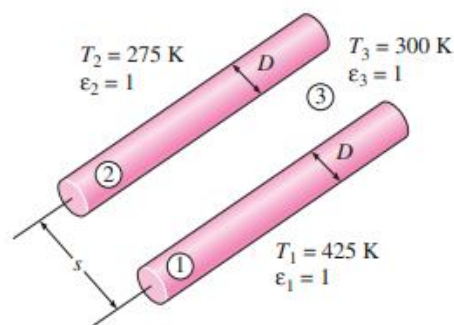
دو سطح مستطیلی عمود بر هم با یک ضلع مشترک که 1.6m طول دارد را مطابق شکل در نظر بگیرید. پهنای مستطیل افقی 0.8m و پهنای مستطیل عمودی 1.2m است. ضریب صدور مستطیل افقی 0.75 و دمای آن 400K است. مستطیل عمودی که می توان آن را مثل یک جسم سیاه در نظر گرفت در دمای 550K ثابت نگه داشته شده است. سطوح پشت مستطیلهای عایق می باشند و دمای

محیط 290K می باشد و محیط را می توان بمنزله جسمی با ضریب صدور 0.85 فرض کرد. نرخ تشعشع خالص بین دو سطح مستطیلی و بین مستطیل افقی و محیط را بدست آورید.



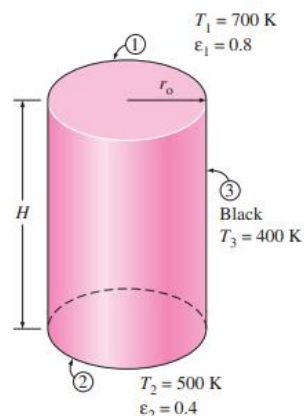
تمرین

دو استوانه یکسان به قطر 16cm به فاصله $s = 50$ سانتیمتری از هم قرار دارند. هر دو استوانه را می توان جسم سیاه در نظر گرفت که در دماهای 425K و 275K ثابت نگه داشته شده اند. محیط را هم می توان یک جسم سیاه در دمای 300K فرض کرد. اگر طول استوانه ها یک متر باشد، نرخ انتقال حرارت تشعشعی بین استوانه ها و همچنین بین استوانه گرمتر و محیط را بیابید.



تمرین

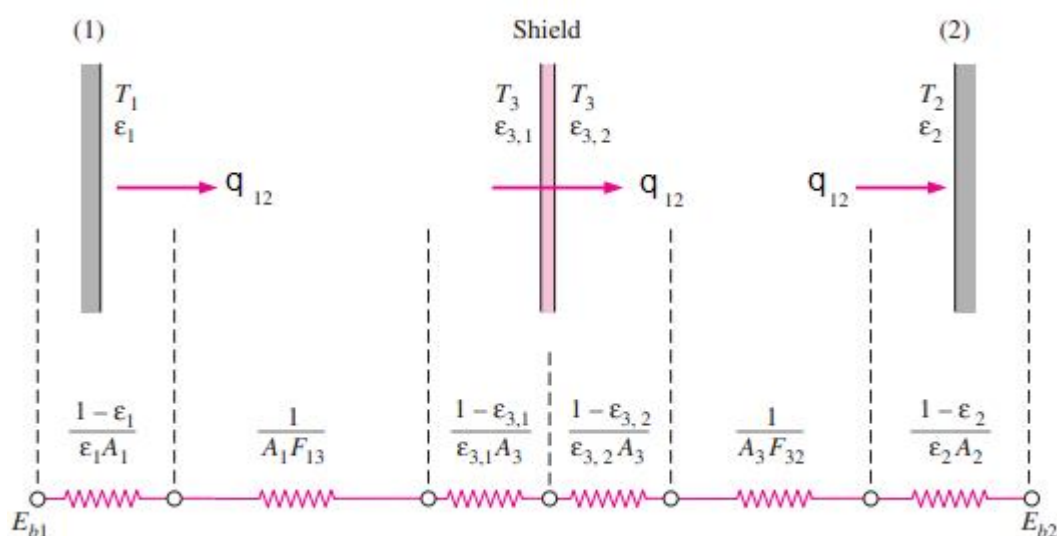
یک تنور استوانه ای بزرگ با $H = 3r_0 = 3\text{m}$ را مطابق شکل در نظر بگیرید. سطح بالایی (سطح 1) و سطح پایینی (سطح 2) تنور که ضریب صدورهای $\epsilon_1 = 0.8$ و $\epsilon_2 = 0.4$ دارد در دماهای $T_1 = 700\text{K}$ و $T_2 = 500\text{K}$ نگهداری می شوند. سطح جانبی را با تقریب خوب می توان یک جسم سیاه در دمای $T_3 = 400\text{K}$ در نظر گرفت. نرخ تشعشع خالص بین هر دو سطح را بدست آورید.



جلسه دوازدهم

سپرهای تشعشی (Radiation Shields)

سپرهای تابشی یا عایق های حرارتی سطوح بسیار نازک آینه ای می باشند که بین دو سطح اصلی قرار می دهند و موجب می شود انتقال حرارت به نحو چشمگیری کاهش یابد. مطابق شکل زیر با قرار دادن یک سپر، سه مقاومت به تعداد مقاومت های بین دو سطح افزوده می شود و در نتیجه انتقال حرارت کاهش می یابد. معمولاً ضریب صدور دو وجه سپر با هم متفاوت است. در اطراف راکتورهای هسته ای سپرها را بمنظور خنک کاری در فواصل مساوی قرار می دهند مثلاً راکتور امیرآباد استوانه ای است و دارای چهار سپر تابشی است.



چنانچه بین دو سطح سپر تابشی قرار نداشته باشد، انتقال حرارت خالص تشعشی از رابطه زیر بدست می آید:

$$q_{12 \text{ No-shield}} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

اگر یک سپر تشعشی بین دو صفحه اصلی قرار بگیرد انتقال حرارت خالص تشعشی در این حالت از رابطه زیر بدست می آید:

$$q_{12 \text{ 1-shield}} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{13}} + \frac{1 - \varepsilon_{3,1}}{A_3 \varepsilon_{3,1}} + \frac{1 - \varepsilon_{3,2}}{A_3 \varepsilon_{3,2}} + \frac{1}{A_3 F_{32}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}}$$

و چون $A_1 = A_2 = A_3 = A$ و $F_{13} = F_{32} = 1$ لذا رابطه فوق بصورت زیر ساده می شود:

$$q_{12 \text{ 1-shield}} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{3,2}} - 1\right)}$$

یا

$$q_{12 \text{ 1-shield}} = \frac{\sigma A(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\epsilon_{3,1}} + \frac{1}{\epsilon_{3,2}} - 1\right)}$$

می توان ثابت کرد اگر از N سپر تشعشعی استفاده شود نرخ انتقال گرما از رابطه زیر بدست می آید:

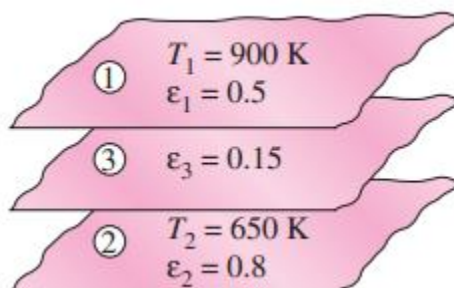
$$q_{12 \text{ N-shield}} = \frac{\sigma A(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\epsilon_{3,1}} + \frac{1}{\epsilon_{3,2}} - 1\right) + \dots + \left(\frac{1}{\epsilon_{N,1}} + \frac{1}{\epsilon_{N,2}} - 1\right)}$$

و در صورتی که ضریب صدور کلیه وجوه سپرها با ضریب صدور سطوح برابر باشند:

$$q_{12 \text{ N-shield}} = \frac{\sigma A(T_1^4 - T_2^4)}{(N+1)\left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{\epsilon} - 1\right)} = \frac{1}{N+1} q_{12 \text{ No-shield}}$$

تمرین

یک ورق نازک آلومینیومی با ضریب صدور هر دو وجه 0.15 بعنوان یک سپر تشعشعی بین دو صفحه موازی بزرگ قرار گرفته است که دماهای آنها عبارتند از $T_1=900\text{K}$ و $T_2=650\text{K}$ و ضریب صدورهای آنها $\epsilon_1=0.5$ و $\epsilon_2=0.8$ می باشند. نرخ انتقال حرارت خالص بین دو صفحه بر واحد مساحت صفحات را بدست آورده و با حالت بدون سپر مقایسه کنید.



تمرین

دو صفحه موازی خیلی بزرگ در دماهای یکنواخت $T_1=1000\text{K}$ و $T_2=800\text{K}$ قرار دارند و ضریب صدور هر کدام 0.2 است. قرار است نرخ انتقال حرارت تشعشع بین دو صفحه با قرار دادن سپرهای آلومینیومی به ضریب صدور 0.15 تا یک پنجم کاهش یابد. تعداد سپرهای مورد نیاز را بدست آورید.

تمرین

دو سپر تشعشعی در فضای خلا بین دو صفحه نامتناهی با دماهای 600K و 325K قرار گرفته اند. دمای آنها را بیابید. تمام سطوح پخشی و خاکستری با ضریب صدور 0.7 هستند.

تمرین

دو سطح بزرگ پخشی خاکستری و موازی به فاصله کمی از هم قرار دارند، اگر ضریب صدور سطوح 0.8 باشد، سپر تشعشعی نازکی با چه ضریب صدور بین سطوح قرار گیرد تا آهنگ انتقال گرمای تشعشع بین دو سطح ده برابر کاهش یابد؟

تمرین

دو دیسک موازی به قطر $D=3\text{ft}$ و به فاصله $L=2\text{ft}$ بالا پایین یکدیگر قرار گرفته اند. دیسکها توسط یک سپر تشعشعی به ضریب صدور 0.15 از هم جدا شده اند. هر دو دیسک را جسم سیاه با دماهای 1200R و 700R در نظر بگیرید. محیطی که دیسکها در آن واقعند را می توان به منزله یک جسم سیاه با دمای 540R فرض کرد. نرخ تشعشع خالص را یکبار با سپر و بار دیگر بدون آن محاسبه کنید.

