***** به نام خداوند بخشنده و مهربان *****

عنوان درس :

طراحی اجزاء (۱)

نام استاد :

جناب آقای دکتر پور سینا

تهیه کننده :

روح ا... شیشه بران

۲۰۰۷-۰۵-۱۵

Refrences :

۱. طراحی اجزإ در مهندسی مکانیک

نویسنده : جوزف ادوارد شیگلی – (جلد قرمز رنگ)

ترجمه مهندس دیبایی نیا

۲. طراحی اجزإ ماشین

نویسنده : آرلف (ORLOV) ۵ جلد به فارسی ترجمه شده است.

۳. طراحی اجزإ ماشین

نویسنده : دکتر مهدی اخلاقی ۲ جلد آبی رنگ

۴.طراحی مکانیکی اجزإ ماشین

نویسنده : رابرت .ال.مارت (۲جلد)

مترجم : دکتر حمید رضا قاسم زاده (دانشگاه تبریز)

این کتاب برای طراحی شافت ۱۳ تا ۱۶ مثال خوب دارد که توصیه می شود دانشجویان آنرا حل کنند.

۵. SCHAM'S SERIES OUT LINE FOR ASIAN STUDENT

این کتاب دارای جلد سبز است و حتماً باید برای دانشجویان آسیایی باشد.

۶. جداول واستاندارد های ماشین سازی در طراحی

ترجمه : (مهندس عبدا... ولی نژاد) استاندارد DIN را کاملاً شرح داده است.

۷. ۲۲۰R۲۵ REVISED EDITION MACHINARY HAND BOOK (AUSI)

تقسیم بندی نمره درس طراحی اجزأ (۱):

۱. half term : grade ۸

۲. final term : grade ۸

۳. project : grade ۴

Total grades : ۲۰۰

- توضیح برای پروژه درسی این است که مشخصات زیر داشته باشد:

۱.جلد داشته باشد.

۲.فهرست داشته باشد.

۳.نقشه داشته باشد.

۴. لازم است که فردی که می خواهد طراحی کند حداقل با یکی از نرم افزار های زیر آشنایی داشته باشد:

۱.ANSYS : بر نامه ای برای آنالیز تنش ، کرنش تغییر طول

۲.MAPLE : برنامه ای است ریاضی که میتوان برنامه مربوط به طراحی پروژه را به آن داد.

۳.MATLAB : همانند میپل است.

۴.AUTOCAD : برنامه ای برای رسم فنی و نقشه کشی.

۵.INVENTOR : برای طراحی پیچ ، جوش ، شافت ، بلبرینگ و چرخ دنده.

۶.SOLID WORKS : نرم افزاری قدرتمند برای نقشه کشی دو بعدی و سه بعدی ومونتاژ قطعاتی که به طور جداگانه رسم شده است.

۷.COSMOS WORKS : این نرم افزار جانبی SOLID WORKS برای آنالیز تنش وکرنش است.

۸.WORKING MODEL : برای حرکت دادن اجزأ وآنالیز نیرویی

۹.VISUAL NASTARAN : همانند بالا.

در این درس ما ۳ پروژه برای دانشجویان عزیز در نظر گرفتیم:

۱.طراحی جرثقیل و یا طراحی لیفتراک liftruck

۲.طراحی شافت برای یک گیربکس

۳.طراحی پیچ و جوش

Syllabus:

۱. آنالیز تنش و رفتار مواد
۲. طراحی بر مبنای استحکام استاتیکی.
۳. طراحی بر مبنای استحکام خستگی.
۴. طراحی شافت (اساسی ترین بخش درس طراحی (۱)).
۵. پیچ ها (پیچ جزء قطعات استاندارد است).
۶. طراحی جوش.
۷. طراحی فنر.

مقدمه(Introduction) :

تعریف طراحی :

اگر ایده ای را از حالت بالقوه به حالت بالفعل در آوریم ، در صورتیکه نیاز ما را برطرف سازد می گوئیم طراحی انجام داده ایم.

فاکتورهای اصلی در طراحی اجزأ :

۱. استحکام (strength): استحکام جزء خواص ذاتی یک ماده است.

شاید در درس مقاومت مصالح حد نهایی تنش تعریف کرده باشیم امّادر اینجا خاطر نشان می کنیم استحکام یک خاصیت ذاتی است و ربطی به تنش ندارد.

$$S_t 37 \begin{cases} S_{ut} = 370\text{Mpa} \\ S_y = 295\text{Mpa} \end{cases}$$

۲. قابلیت اعتماد (Reliability) (R) :

سنجش آماری عدم گسیختگی یک قطعه مکانیکی حین کار قابلیت اعتماد آن قطعه نامیده می شود.

قابلیت اعتماد را با R نمایش می دهیم و محدوده آن به صورت ذیل می باشد:

$۰<R<۱$

برای مثال اگر می گوییم R=۰,۹۰ می باشد یعنی ۹۰% قطعات در مقابل تنش یاد شده ایمن می باشند.

۳. مسائل حرارتی پیش بینی شده و پیش بینی نشده.

۴.سایش(wear)

۵.خوردگی

۶.وزن (weigh)

۷.شکل ظاهری

۸.هزینه

۹.پرداخت سطح

۱۰.عملیات حرارتی

۱۱.ایمنی

۱۲. سر وصدا

۱۳. تعمیر ونگهداری.

ضریب ایمنی (safety):

واژه ضریب ایمنی به ضریبی گفته می شود که میزان ایمنی یک عضو را ارزیابی می نماید.

$$n = \frac{F_u}{F}$$

$F_u =$ حد نهایی بار

$F =$ مقدار بار گذاری شده

ضریب ایمنی به سه شکل اعمال می شود:

۱. قطعه ای را در نظر بگیرید که تحت تأثیر نیروی F ، Torque ، یا Moment باشد آنقدر نیروی F را بالا می بریم که هر گونه افزایش کوچک نیروی F سبب آسیب رساندن دائمی به توانایی عملکرد صحیح آن عضو شود اگر این مقدار F را با F_u نمایش دهیم در آن صورت ضریب ایمنی به صورت زیر تعریف می شود:

$$n = \frac{F_u}{F}$$

اگر $F_u = F$ در آن صورت n=۱

- ضریب ایمنی وقتی یک شود دال بر این نکته است که کوچکترین تغییر جزیی باعث از بین رفتن قطعه می شود.
- ضریب ایمنی را تا آنجا که امکان دارد باید پایین بیاوریم.

سوال: چرا از ضریب ایمنی استفاده می کنیم :

۱.اطلاعات کافی در دست نیست.

۲.موادی که روز به روز می آید سبکتر ومقاومتر است.

۳.نحوهء استفاده مصرف کننده

۲.اعمال ضریب ایمنی بر روی استحکام تسلیم مواد مورد استفاده می شود.

با استفاده از فرمول های زیر می توان تنش نرمال وبرشی مجاز را تعریف نمود:

$$(\text{Normal stress allowed})\,\sigma = \frac{s}{n}$$

$$(\text{Shear stress allowed})\,\tau = \frac{S_s}{n}$$

۳.روش سوم برای تعیین ضریب ایمنی این است که ضریب ایمنی را می توان به صورت چند مؤلفه تقسیم کنیم و هر کدام از مؤلفه ها را در بارگذاری مربوط به خودش اعمال نمائیم.

$$n = n_s, n_1, n_2, n_3$$

$n_S =$ استحکام را کاهش می دهیم

$n_1 =$ Moment

$n_2 =$ Torque

$n_3 =$ Force

۴. تعیین ضریب ایمنی قطعات به روش پاگزلی:

در مسائل طرح شده در کلاس یا کتاب معمولاً ضریب ایمنی داده شده یا جواب مسئله بـه گونـه ایـست کـه ضـریب ایمنی عدد مشخصی است که باید محاسبه شود. ولی در طراحی واقعـی ضـریب ایمنـی بـرای کـاربرد مـشخص بایـد انتخاب شود. انتخاب آن بستگی به تجربه وآگاهی طراح دارد پاگزلی[1] روشـی بـرای تعیـین ضـریب ایمنـی بـه طـور سیستماتیک معرفی کرده است که به شرح ذیل می باشد:

$$n = XY$$

ضریب x : تأثیر محیط عملکرد وتولید وساخت قطعه در بر دارد[2].

برای تعیین ضریب X موارد زیر را به صورت خیلی خوب (v_g)، خوب (g ،) متوسط (f)،یا ضـعیف (P) ارزیـابی کنید.

A) کیفیت مواد ، تبحر کارکنان تعمیر وسرویس ، و بازبینی (کنترل کیفیت)

B) کنترل بر بارگذاری روی قطعه

C) دقت تحلیل و محاسبا ت تنش ، اطلاعات تجربی و تجربه با چنین طرح هایی

		B=			
A=	**C=**	**V_g**	**g**	**f**	**p**
V_g	**V_g**	١,١	١,٣	١,٥	١,٧
	g	١,٢	١,٤٥	١,٧	١,٩٥
	f	١,٣	١,٦	١,٩	٢,٢
	P	١,٤	١,٧٥	٢,١	٢,٤٥
g	**V_g**	١,٣	١,٥٥	١,٨	٢,٠٥
	g	١,٤٥	١,٧٥	٢,٠٥	٢,٣٥
	f	١,٦	١,٩٥	٢,٣	٢,٦٥
	P	١,٧٥	٢,١٥	٢,٥٥	٢,٩٥

[1]. Pugsley

[2]. Environment & Manufacturing Factor

f	V_g	۱٫۵	۱٫۸	۲٫۱	۲٫٤
	g	۱٫۷	۲٫۰۵	۲٫٤	۲٫۷۵
	f	۱٫۹	۲٫۳	۳٫۷	۳٫۱
	P	۲٫۱	۲٫۵۵	۳٫۰	۳٫٤۵
p	V_g	۱٫۷	۲٫۱۵	۲٫٤	۲٫۷۵
	g	۱٫۹۵	۲٫۳۵	۲٫۷۵	۳٫۱۵
	f	۲٫۲	۲٫٦۵	۳٫۱	۳٫۵۵
	P	۲٫٤۵	۲٫۹۵	۳٫٤۵	۳٫۹۵

ضریب Y : بازتاب اقتصادی و اجتماعی قطعه را در بر دارد[۳].

برای تعیین ضریب Y موارد زیر را به صورت خیلی جدی (v_s)، جدی (s) و معمولی (n_s) ارزیابی کنید.

	D=		
E=	n_s	s	v_s
n_s	۱٫۰	۱٫۲	۱٫٤
S	۱٫۰	۱٫۳	۱٫۵
v_s	۱٫۲	۱٫٤	۱٫٦

D) خطر برای پرسنل یا استفاده کنندگان

E) بازتاب اقتصادی

بنابراین با توجه به مطالب گفته شده برای تعیین ضریب ایمنی قطعات ضریب ایمنی را برای تک تک اجزاء محاسبه می کنیم . واین ضرایب را در طراحی اثر می دهیم.

- **نتیجه کلی :**

---

۳. Social & Economic impact factor

با ضریب ایمنی یا باید استحکام را کاهش دهیم ، یا باید بار گذاری را از بارگذاری واقعی بالاتر ببریم . بنابراین اگر ابعاد یک قطعه را بزرگ می کنیم یعنی داریم ضریب ایمنی را بالا می بریم.

- **آنالیز تنش :**
- **تانسور تنش**

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \text{Sym} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ & & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

۱. تانسور تنش یک ماتریس متقارن (Symmetric) است یعنی $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ و $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ و $\tau_{yz} = \tau_{zy}$.

۲. تانسور تنش دارای ۹ مؤلفه است که ۶ مؤلفه آن اصلی و سه مؤلفه آن وابسته است.

مؤلفه های اصلی $\leftarrow \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}\}$

مؤلفه های وابسته $\leftarrow \{\tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{zx}\}$

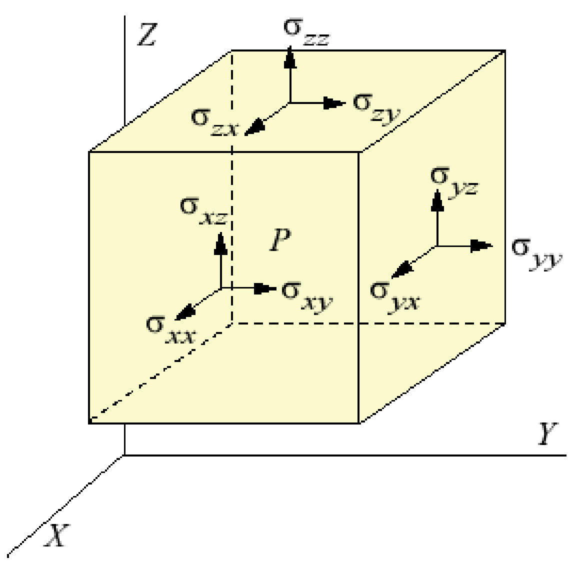
۳. تنش نرمال وقتی مثبت است که بار مثبت می باشد.

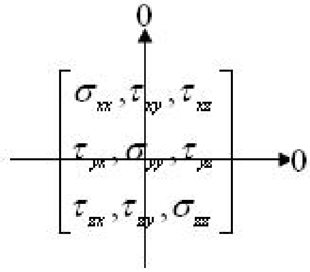
۴. تنش برشی وقتی مثبت است که هر دو جهت مثبت محور باشد.(قرار داد تیموشیکنو)

۵. در حالت کلی ما اصلاً تنش برشی منفی نداریم.

۶. τ_{xy} یعنی عمود بر محور X و در جهت محور Y .

۷. اگر در تانسور تنش یک سطر ویک ستون هم شماره داری عناصر صفر باشد مسأله تنش صفحه ای یا دو بعدی می باشد.





سوأل :

چرا $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ است؟

جواب: چون چرخش نداریم وتنها از سه معادله تعادل نیرو یعنی $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$ استفاده می کنیم لذا چون از معادلات گشتاور استفاده نمی کنیم و ما در تانسور تنش ۹ مؤلفه تعادل (equilibrium) داریم که ۳ تای آنها ممان هستند که قبلاً استفاده شده اند و ما دیگر حق بکار گیری آنها را نداریم.

سوأل :چگونه یک مسأله طراحی را حل کنیم؟

جواب) روند کلی حل یک مسئله طراحی بدین صورت است که ابتدا در سازه مورد نظر نقطه یا نقاط بحرانی(critical points) را که در آنها ماکزیمم تنشها را داریم بیابیم سپس مقادیر تنش را در این نقاط محاسبه و با مقاومت ماده مقایسه می کنیم.

اگر مقدار تنش ماکزیمم مساوی یا بزرگتر از مقاومت قابل تحمل ماده بود در قطعه شکست (Failure) روی می دهد.پس در تمامی مسائل طراحی اجزا با یک رابطه کلی سر وکار داریم که عبارت است از :

مقاومت ماده قطعه > ماکزیمم تنش نرمال

در مرحله یافتن نقاط یا المان بحرانی فاکتور های مختلفی مؤثر هستند از جمله هندسه قطعه ،نحوه بار گذاری ، تمرکز تنش. ار لحاظ هندسی نقاط با مقاطع کوچکتر تنش بیشتری را تحمل می کنند. در مسائل عملی هیچگاه نمی توان به صورت صد در صد نقطه بحرانی را پیدا کرد آنچه در این مرحله به طراح کمک می کند تجربه و داشتن حس مهندسی می باشد. معمولاً یک سری نقاط را به عنوان نقاط بحرانی حدس زده و پس محاسبه تنش ها در این نقاط نقطه با تنش ماکزیمم نقطه بحرانی است. یکی ازراهکار ها یافتن نقاط بحرانی رسم دیاگرم های نیرو و گشتاور است که هر کجا از این نمودارها حداکثر نیرو وگشتاور را داشتیم آنجا نقطه بحرانی است . به عنوان مثال دریک شافت نقطه بحرانی مربوط به جای خار یا پله های شافت است که محل تمرکز تنش می باشد.

پس به طور کلی روند زیر را در طراحی باید طی کنیم:

۱.رسم دیاگرامهای P,V,T,M

۲.مقطع بحرانی را از روی دیاگرامها تشکیل می دهیم ، مثلاً در استاتیک جایی که ممان ماکزیمم است نقطه بحرانی می باشد.

۳.المان بحرانی

۴.تانسور تنش در المان بحرانی

۵.با استفاده از یک معیار تسلیم مناسب تشخیص دهیم که آیا عضو یا مکانیزم مورد نظر تحت این بارگذاری ایمن است یا نه ، در واقع ضریب ایمنی را محاسبه می کنیم و مسئله را تاجایی تکرار (چک طرح)می کنیم که ضریب ایمنی داده شده در صورت مسأله ارضا شود.

دسته بندی مسائل در درس طراحی اجزأ:

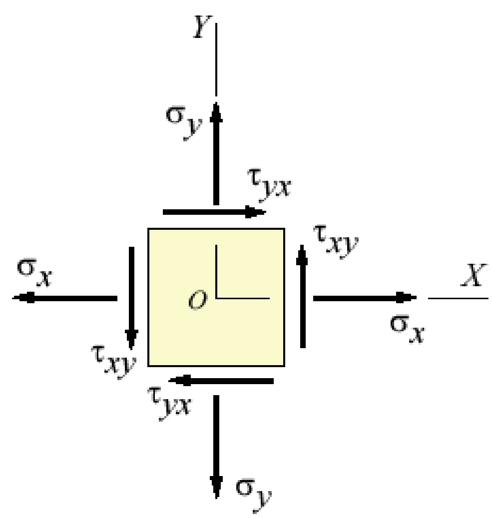
۱.طراحی(design) : در طراحی دانشجو با سعی وخطا به جواب مورد نظر می رسد لذا مشکل تر تا چک طرح است. دانشجو باید به این نکته توجه کند که در درس طراحی اجزأ ما می خواهیم طراحی انجام دهیم نه چک طرح.

۲.چک طرح (Check design): در چک طرح مستقیم به جواب می رسیم.

- **دایره مور(Mohr's circle):**

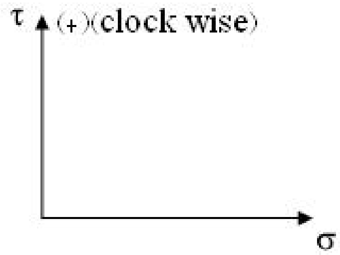
روش ترسیمی:

۱. تنش نرمال کششی را مثبت وتنش نرمال فشاری منفی در نظر می گیریم.



۲. τ_{xy} اگر المان را در جهت عقربه های ساعت بچرخاند (clock wise)(+) است و در غیر اینصورت (counter clock wise) (–)می باشد.

۳. دستگاه کارتزینی انتخاب می کنیم که محور قائم آن τ و محور افقی آن σ باشد.



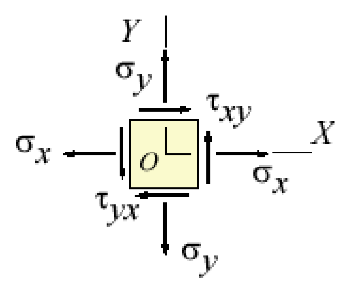
۴. وجوه المانی را که بر روی آن تنش ها قرار دارند را نام گذاری می کنیم یکی را سطح X و یکی را سطح Y می نامیم:

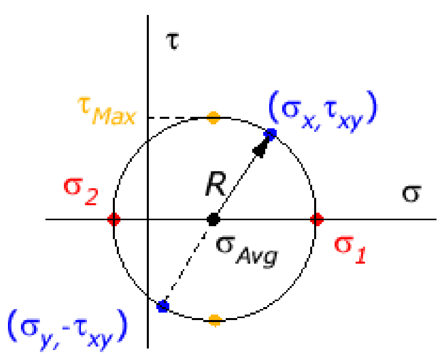
اکنون $X\begin{vmatrix}\sigma_x \\ \tau_{xy}\end{vmatrix} \quad Y\begin{vmatrix}\sigma_y \\ \tau_{yx}\end{vmatrix}$ مشخص می گردند.

۵.نقاط X,Y را روی دستگاه کارتزین نشان می دهیم ، مسلماً یکی از این نقاط بالای محور و دیگری پایین محور می افتد.

۶.دو نقطه را با یک خط به یکدیگر وصل می کنیم. محلی را که خط XY محور افقی را قطع می کند با C نمایش می دهیم و مرکز دایره مور می نامیم ، اکنون به مرکز C وشعاع C_x یا C_y دایره می زنیم و دایره مور مشخص می شود.

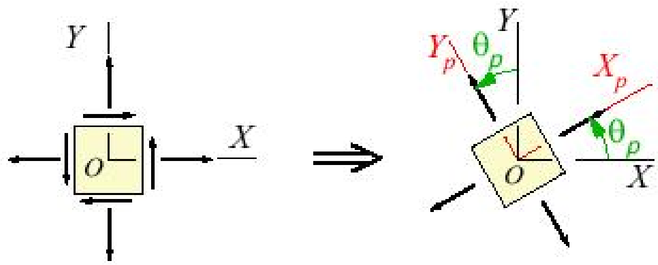
۷.از آنجائیکه نقاط x,y را با خط مستقیم به یکدیگر وصل نمودیم بین دونقطه در دایره مور ۱۸۰ درجه اختلاف فاز است ، حال آنکه بر روی المان به اندازه ۹۰ درجه اختلاف فاز می باشد.

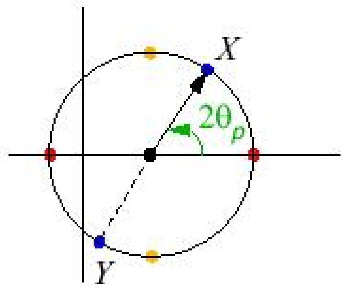


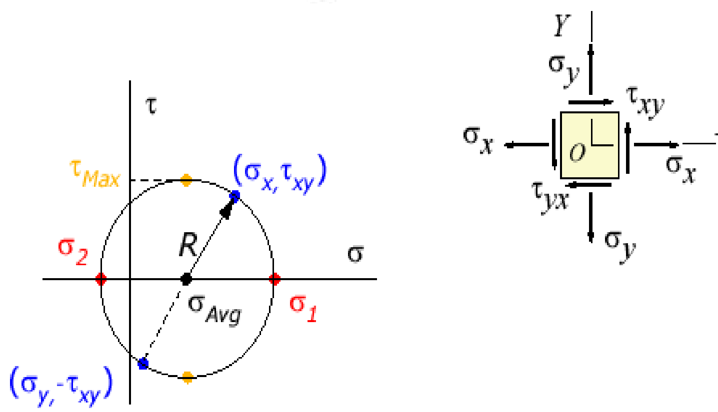


- تذکرمهم :

از آنجائیکه بر روی المان زاویه بین x,y ۹۰ درجه است لذا هر چه قدر بر روی دایره مور بچرخیم بر روی المان بایستی نصف آنرا بچرخیم.







نتیجه:

مرکز دایره موهر به مختصات $\sigma_{avg}=\dfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2}$ و شعاع $R = \sqrt{\left(\left(\dfrac{\partial x - \partial y}{2}\right)^2 + \tau xy^{\,2}\right)}$ می باشد. این دایره حالات مختلف تنش را در یک المان هنگامیکه المان دچار چرخش می شود نشان می دهد و بدین صورت رسم می شود که با بدست آوردن σ_{avg} مرکز آن مشخص می شود و با محاسبه R شعاع دایره نیز مشخص می گردد.

طبق این دایره ماکزیمم ومینمم تنش نرمال زمانی روی می دهد که تنش برشی صفر باشد ، این تنش ها را تنش های اصلی می نامیم.

$$\tau_{\max} = |\tau_{\min}| = R$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_c + R = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_c - R = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - R$$

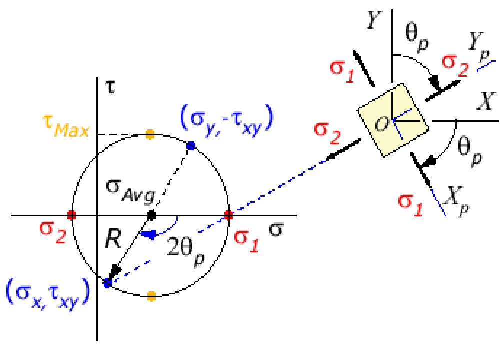
$$\sigma_x - \sigma_c = \sigma_x - \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$$

$$R = \sqrt{\left(\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}{}^2\right)} \rightarrow \tau_{\max} = \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau xy^2}$$

$$tg 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

- تذکر مهم :

اگر از نقطه X به اندازه $2\theta_p$ روی دایره حرکت کنیم به $\sigma_{\max}$ می رسیم در حالیکه روی المان به اندازه θ_p حرکت کنیم به $\sigma_{\max}$ می رسیم.



- تذکر مهم :

$\tau_{\max}$, $\tau_{\min}$ از لحاظ مقداری برابر امّا مختلف العلامه می باشند در عمل ما τ مثبت ومنفی نداریم وبرای راحتی کار – و+ تعریف می کنیم.

- **کاربرد دایره موهر در تحلیل سه بعدی تنش:**

دایره موری که ترسیم نمودیم در حقیقت مربوط به المان تنش صفحه ای است یعنی: ($\sigma_z , \tau_{xz} , \tau_{yz} = 0$)

امّا در حقیقت سه دایره مور وجود دارد و بایستی برای $\tau_{\max}$ شعاع دایره بزرگترین را در نظر بگیریم.

در یک المان سه بعدی اگر $\sigma_1 , \sigma_2 , \sigma_3$ به عنوان تنش های اصلی باشند ، می توان سه دایره موهر برای المان رسم کرد. در این حالت اگر المان حول هر کدام از محور های اصلی (مثلاً σ_1) بچرخد مسیر تنش بر روی محیط یکی از سه دایره خواهد بود .

در حالت تنش سه بعدی اگر همیشه تنشها را به صورت $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ مرتب کنیم آنگاه تنش برشی ماکزیمم برابر است با :

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

قابل ذکر است که تنش دو بعدی حالت خاصی از تنش سه بعدی است ؛ لذا داریم :

۱. در صورتیکه تنش های $\sigma_1, \sigma_2 or(\sigma_{min}, \sigma_{max})$ هر دو مثبت(هم علامت $(0 < \sigma_2 < \sigma_1)$) باشند. باید بین حداکثر تنش برشی در صفحه و حداکثر تنش برشی تفاوت قائل شد ، که حداکثر تنش برشی در صفحه برابر با $\tau_{max} = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$ خواهد بود امّا حداکثر تنش برشی یک مساله تنش سه بعدی است که $\sigma_3 = 0$ است که در آن صورت حداکثر تنش برشی برابر

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}\sigma_2 \text{ و } \sigma_1 > \sigma_2, \sigma_3 = 0$$

در واقع اگر σ_{max} و σ_{min} هم علامت باشند تنش سوم را برابر صفر فرض می کنیم.

و سه دایره مور رسم می کنیم ، یکی بین $\sigma \max, \sigma \min$ (که در همین درس یاد گرفتیم).

یکی بین σ_{min} و صفر و یکی بین σ_{max} وصفر و در این حالت شعاع دایره بزرگتر مقدار τ_{max} را نمایش می دهد.

توجه : تنش برشی به صورت فضایی کنترل می شود امّا تنش نرمال در اینجا صفحه ای است چون $\sigma_3 = 0$ است.

$$\sigma_{max} = \sigma_c + R = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R \to \sigma_{max} = 40 + 64 = 104Mpa$$

$$\sigma_{min} = \sigma_c - R = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - R \to \sigma_{min} = 40 - 64 = -24Mpa$$

۲. اگر σ_1, σ_2 غیر هم علامت باشند.

دایره موری که رسم می کنیم شعاعش نشانگر ماکزیمم مقدار تنش برشی نیز است.

- مثال (۱):

برای تنش های داده شده دایره موهر را رسم نمایید وجهات اصلی را مشخص کنید.

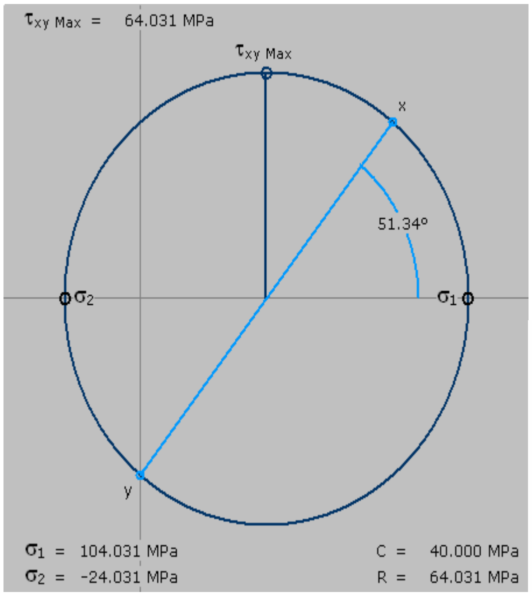
$$\begin{cases} \sigma_x = 80Mpa \\ \tau_{xy} = 50MPa \end{cases}$$

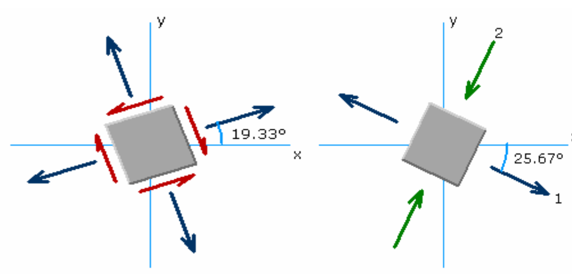
$$R = \sqrt{\left(\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^{\ 2}\right)} \to \tau_{max} = \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau xy^2} \to R = 64Mpa$$

$$tg2\theta_{P1} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \to 2\theta_{P1} = 53.3^\circ$$

$$2\theta_S = \frac{\pi}{2} - 2\theta_{P1}$$

بنابراین برای رسم دایره موهر خواهیم داشت:





- تبدیلات تنش:

۱. روش محاسباتی

۲. روش دایرهء مور

$$\sigma_x', \tau_{x'y'}, \sigma_y'$$

$$۱)\ \sigma_x' = \frac{\sigma_x + \partial_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$۲)\ \tau x' y' = \frac{\sigma x - \sigma y}{2}\sin 2\theta - \tau xy \cos 2\theta$$

$$\sigma x' = \left| \begin{array}{l} -\sigma y' \\ \theta = \theta + \dfrac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

$$\frac{d\sigma_x'}{d\theta} = 0 \rightarrow -(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta + 2\tau_{xy}\cos 2\theta = 0$$

$$3)tg 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \rightarrow 2\theta_p 1, 2\theta_p 2 \rightarrow \sigma_x'\Big|_{\theta_1 = \theta_{p1}} = \sigma_{\max} or \sigma_{\min}$$

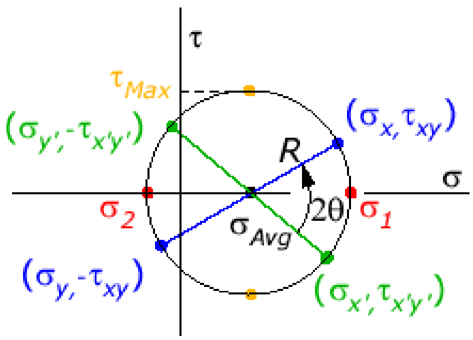
$$\tau_{x'y'} = \left| \begin{array}{l} \theta = \theta_{p1} \\ \rightarrow ? \\ \theta = \theta_{p2} \end{array} \right.$$

$$4)\,2\tau_{xy}\cos 2\theta = (\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = \frac{2\tau_{xy}\cos 2\theta}{2} - \tau_{xy}\cos 2\theta = 0$$

$$\frac{d\tau_{x'y'}}{d\theta} = 0 \rightarrow \frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2\tau_{xy}} \rightarrow 2\theta_{s1}, 2\theta_{s2} \rightarrow \tau_{\max}, \tau_{\min}$$

$$\sigma_{x'}\Big|_{\theta=\theta_{s'}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left(\frac{-2\tau_{xy}\sin 2\theta}{2}\right) + \tau_{xy}\sin 2\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$



نکته : تنش در سه بعد

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz} \\ \tau_{yx}, \sigma_{yy}, \tau_{yz} \\ \tau_{zx}, \tau_{zy}, \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

برای بدست آوردن تنش های اصلی کافیست دترمینان زیر را حساب کنید و مساوی صفر قرار دهیم:

$$\begin{vmatrix} (\sigma_{xx} - \sigma) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_{yy} - \sigma) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_{zz} - \sigma) \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$$ تنش های اصلی

این حالت برای دوبعدی هم جواب می دهد به عنوان مثال داریم.

$$\partial ij = \begin{bmatrix} 80 & 50 \\ 50 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 80-\sigma & 50 \\ 50 & 0 \quad -\sigma \end{bmatrix} \rightarrow -80\sigma - \sigma^2 - 2500 = 0 \rightarrow 104, -24$$

(تست های کنکوری)

- تست کنکور مهندسی مکانیک ۶۹

تنش های اصلی برای تانسور تنش داده شده عبارت است از:

$$\partial ij = \begin{bmatrix} 0,b,b \\ b,0,b \\ b,b,0 \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} 1.0,2b,-b \\ 2.b,b,b \\ 3.2b,-b,-b \\ 4.b,b,-b \end{cases}$$

- تست کنکور مهندسی مکانیک ۷۷

در لبه آزاد جسمی که از ماده تراکم ناپذیر ساخته شده و در حالت کرنش صفحه ای قرار دارد ، تانسور تنش به صورت زیر است . کدام مقدار مبین یکی از تنشهای اصلی است؟

$$\partial ij = \begin{bmatrix} \partial xx, \tau xy, 0 \\ \tau yx, \partial yy, 0 \\ 0,0,200 \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} 1.-400 \\ 2.100 \\ 3.400 \\ 4.600 \end{cases}$$

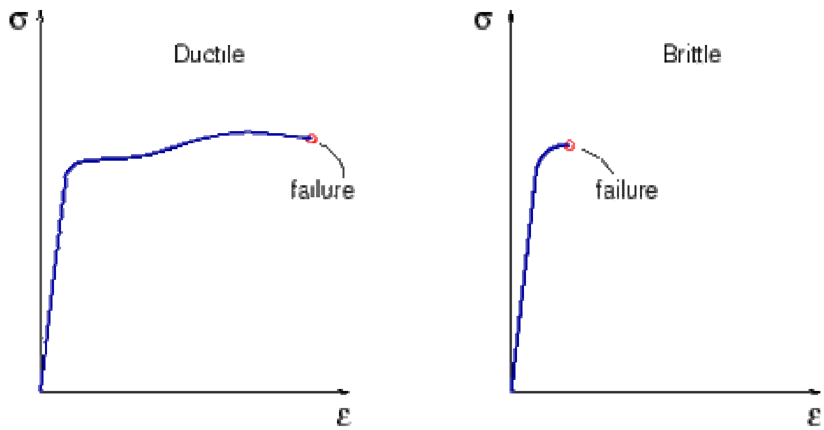
فصل ششم

طراحی بر مبنای استحکام استاتیکی

طراحی بر مبنای استحکام استاتیکی:

۱.مواد نرم(Ductile): موادی که قابلیت تغییر فرم پلاستیک را دارند.

۲. مواد ترد(Brittle): وارد منطقه پلاستیک نمی شوند. ترد یا نرم بودن ماده نیز به ساختار بلوری ماده بر می گردد که در علم مواد مفصلاً شرح داده شده است.



Important

- **نکات مهم :**
- استحکام مواد نرم در کشش و فشار رفتار یکسانی دارند یا به عبارت دیگر $\begin{cases} S_{ut} = S_{uc} \\ S_{yt} = S_{yc} \end{cases}$
- در مواد ترد $S_{uc} \neq S_{ut}$ می باشد، استحکام فشاری نهایی S_{uc} بسیار بیشتر از استحکام کششی نهایی S_{ut} است.

برای مثال بتن فشار را خوب تحمل می کند اما کشش را تحمل نمی کند بخاطر همین است که در بتن میلگرد کار می گذارند که کشش را هم تحمل کند.

- این نکته را باید رعایت کرد که مواد ترد **شکسته** می شوند امّا مواد نرم **گسیخته** می شوند.
- مواد نرم در نقطه Full plastic گسیخته می شوند.

انواع بار گذاری :

۱.بار گذاری استاتیکی (Static loading)

۲.بار گذاری خستگی (Fatigue loading)

سوأل : مشخصات یک بردار Vectorچیست؟

۱.اندازه ۲.راستا ۳. جهت ۴. نقطه اثر

سوأل : بردار نیرو در استاتیک و مقاومت مصالح و طراحی اجزا چگونه برداری است؟

۱. در استاتیک : بردار لغزنده است ، چون نقطه اثر در استاتیک در نظر می گرفتیم.
۲. در مقاومت مصالح و طراحی نیرو یک بردار ثابت خواهد بود چون در طراحی ومقاومت ما تغییرات کشسان و مومسان داریم.

حال اگر چهار مولفه یک بردار را برای نیرو با هم در نظر بگیریم این بار گذاری استاتیکی است.
امّا اگر چهار مولفه بالا یکی از آنها تغییر کند این بارگذاری دینامیکی است.
تذکر:اگر تغییرات آنقدر کوچک باشد که بتوان از اثر آن صرف نظر کرد می توان بارگذاری دینامیکی را به استاتیکی تبدیل کرد . (مثلاً تحلیل یک جرثقیل در نرم افزار working model در شتاب جاذبه صفر و یا شتاب نزدیک صفر با طولانی کردن حرکت اجزاء)
همانگونه که خاطر نشان شد مواد به دو دسته عمومی نرم و ترد قابل تقسیم هستند لذا برای شکست این مواد معیارهای وجود دارد که در زیر به بررسی آنها می پردازیم.

معیارهای گسیختگی مواد نرم :
اگر توجه کنید در اینجا لفظ گسیختگی را بکار بردیم ولفظ شکست را به کار نبردیم زیرا مواد نرم شکسته نمی شوند بلکه گسیخته می شوند.
از آنجائیکه طراحی مواد نرم باید به گونه ای باشد که همواره در فاز الاستیک باقی بماند بهترین معیاری که استفاده می شود استفاده از تنش یا استحکام تسلیم (S_y) می باشد.
امّا مواد ترد از آنجائیکه نقطه تسلیم مشخصی ندارند استفاده از S_y چندان معقول به نظر نمی رسد. وبهتر است از تنش نهایی S_{ut} یا S_{uc} استفاده کنیم.

$u \rightarrow ultimate$
$y \rightarrow yield$
$t \rightarrow tention$
$c \rightarrow \mathrm{compression}$

۱.**معیار ماکزیمم تنش نرمال**(Criterion maximum normal stress)
۲.**معیار ترسکا یا ماکزیمم تنش برشی**(Criterion Tersca)
۳.**معیار ون میزز**(Criterion von mises)

۱.معیار ماکزیمم تنش نرمال:
این نظریه به علت قدمتش بیان می شود ، پیش بینی های آن با آزمایش وفق ندارد واصولاً نتایج نا امنی می دهد این تئوری می گوید :
تسلیم یا شکست موقعی در قطعه مکانیکی رخ می دهد که بزرگترین تنش اصلی آن با استحکام (در مواد نرم با S_y ودر مواد ترد با S_{ut}) برابر شود.
فرض کنید سه تنش اصلی را برای هر حالت تنش به شکل زیر مرتب کنیم :

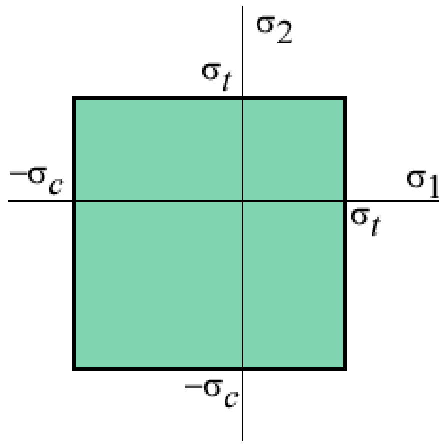
$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

این نظریه می گوید گسیختگی در مواد نرم زمانی روی می دهد که:

$$\sigma_1 = S_{yt}, \sigma_3 = -S_{yc}$$

و در مواد ترد زمانی رخ می دهد که:

$$\sigma_1 = S_{ut}, \sigma_3 = -S_{uc}$$



۱. نکات مهم :

۱. این تئوری هم برای مواد نرم و هم برای مواد ترد کار برد دارد.

۲. اگر نقطه بار گذاری load point داخل مربع بود حتماً گسیختگی نداریم چون در ناحیه ایمن واقع شده است.امّا اگر خارج این مربع بود گسیختگی داریم (توجه اینکه نقطه بار گذاری از محاسبه $\sigma 1, \sigma 2$ بدست می آید.)

یعنی برای هر نقطه ضریب ایمنی یک است و در آستانه گسیختگی می باشد. $n = \frac{OB}{OA} \rightarrow$

۳. ماکزیمم تنش نرمال در ربع اول و سوم جواب های قابل قبول می دهد چون در محدوده بیضی ون مایز نیز قرار می گیرد و در این حالت است که با ماکزیمم تنش برشی شباهت دارد امّا این معیار در ربع های دو و چهار خارج از بیضی ون مایزز قرار می گیرد واین نشان دهنده آن است که معیار ماکزیمم تنش نرمال در ربع اول وسوم امن تر امّا در دو ربع دیگر نمی تواند از ایمنی خاصی بر خوردار باشد و استفاده از این معیار را خطر ناک می کند وبهتر است طرا ح فقط برای زمانی که می خواهد به جواب تخمینی سریعی برسد و اندازه برای آن مهم نیست از آن استفاده کند. در غیر این صورت در ربع های دو وچهار معیار ون میزز امن تر است.

بنابراین اگر ضریب ایمنی قطعه را با معیار ماکزیمم تنش نرمال n۱ وبا ماکزیمم تنش برشی n۲ وبا ون مایز n۳ بگیریم در این صورت خواهیم داشت:

$$n_2 \leq n_1, n_2 \leq n_3$$

۴. اگر المانی تحت پیچش باشد معیار ماکزیمم تنش نرمال نمی تواند پیش بینی صحیحی در مورد گسیختگی انجام دهد.

اثبات:

$$\tau = R \rightarrow \sigma \max = R = \tau \max = Sy$$

$$\tau = R \rightarrow \sigma \min = -R = -\tau \max = Sy$$

$\tau \max = 0.577Sy$ اگر $\tau \max$ از این مقدار بیشتر شود ما صد در صد تسلیم یا گسیختگی داریم امّا اینجا $\tau \max = S_y$ و در حالیکه آزمایش نشان می دهد که قطعه های بار گذاری در پیچش بیشینه در حدود ٪۶۰ استحکام تسلیم باشد یا S_y از ۵۷۷. آن بزرگتر است واین یکی از دلایلی است که این نظریه نا مناسب است.

۲. تئوری ماکزیمم تنش برشی یا معیار ترسکا:

۱.این تئوری به خاطر سادگی و پیش بینی صحیح آن کاربرد فراوان دارد وفقط برای مواد نرم به کار می رود.

۲. این تئوری می گوید یک عنصر مکانیکی زمانی به تسلیم می رسد که تنش برشی ایجاد شده در آن عضو با تنش برشی max همان قطعه وقتی تحت آزمایش کشش ساده به تسلیم می رسد برابر باشد.

برای آزمایش کشش ساده داریم:

$$\tau_{\max} = \frac{S_y}{2} = \frac{\sigma 1}{2}$$

برای پیچش خالص با فرض $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ هم داریم:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{S_y}{2}$$

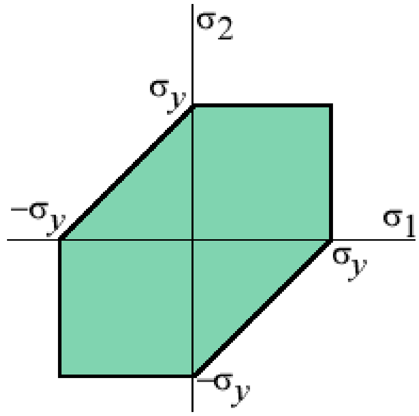
این نظریه می گوید که استحکام تسلیم در برش از معادله $S_{sy} = 0.5S_y$ بدست می آید.

اگر ضریب ایمنی را در نظر بگیریم داریم :

$$n\tau_{\max} = n\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 0.5S_y \rightarrow n = \frac{0.5S_y}{\tau_{\max}}$$

۳. معیار ترسکا ابعاد قطعه را بزرگتر تا ماکزیمم تنش نرمال می دهد.

۴. از مقایسه این شکل با شکل مربوط به معیار ماکزیمم تنش نرمال در می یابیم که این دو معیار در ربع اول و دوم مشابه همدیگرند



۳. نظریه انرژی واپیچش (فون مایز (میزز)):

۵. این نظریه همانند معیار ترسکا فقط برای تعریف لحظه شروع تسلیم به کار می رود.
۶. فقط برای مواد نرم کار برد دارد امّا کار کردن با ان به سادگی ترسکا نیست.
۷. نظریه وان میزز به خاطر آن به وجود آمد که استحکام تسلیم مشاهده شده در مواد نرمی که به گونه هیدرواستاتیکی تنش گذاری شده اند به مراتب بیشتر از مقادیر حاصل از آزمون کشش ساده بود بنابراین مسلم شد که تسلیم صرفاً کششی یا فشاری نیست بلکه تا اندازه ای برش بین اجزا (تغییر زاویه) نیز بستگی دارد.
۸. تنش های هیدرواستاتیکی برای ما ایجاد مزاحمت نمی کنند بلکه آنچه ایجاد مزاحمت می کند تنش های انحرافی هستند.
۹. تئوری قدیمی می گوید تسلیم هنگامی آغاز می شود که انرژی ذخیره شده در جزء تحت تنش با انرژی کرنشی ذخیره شده در جزئی از نمونه آزمون کشش ساده در نقطه تسلیم برابر باشد که ، **نظریه انرژی کرنشی ماکزیمم** نام دارد این نظریه دیگر استفاده نمی شود امّا اساس نظریه انرژی واپیچش یا همان فون مایسس (ون مایز) است.

نکته مهم : حداکثر انرژی جنبشی یک ضریب ایمنی بزرگتر از نظریه واپیچش می دهد.

تست فوق لیسانس :

فرق نظریه انرژی واپیچش با حداکثر انرژی کرنشی در چیست؟

ج: فرق آن این است که انرژی حداکثر کرنشی یک واحد حجم را تحت عنوان (تنش های هیدرواستاتیکی) بیشتر دارد تا واپیچش.

کل انرژی کرنشی از رابطه $u=\frac{1}{2}\varepsilon_x\sigma_x$ محاسبه می شود که بسط آن با رابطهء زیر می باشد:

$$\frac{1}{2}\sigma_1\varepsilon_1+\frac{1}{2}\sigma_2\varepsilon_2+\frac{1}{2}\sigma_3\varepsilon_3$$

$$\varepsilon 1=\frac{1}{E}\left[\sigma_1-\upsilon(\sigma_2+\sigma_3\ \_)\right]$$

$$u=\frac{1}{2E}\left[\sigma_1^{\ 2}+\sigma_2^{\ 2}+\sigma_3^{\ 2}-2\upsilon(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_3\sigma_1)\right]$$

$$u_v=\frac{1}{2E}\left[3\sigma^2{}_{average}-2\upsilon(3\sigma_{average}{}^2)\right]=\frac{3\sigma_{av}{}^2}{2E}\left[1-2\upsilon\right]$$

$$u_d=u-u_v=\frac{1+\upsilon}{3E}\left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2}{2}\right]$$

نکته (۱) : اگر انرژی کرنشی حداکثر دارید باید با u مقایسه کنید و اگر انرژی واپیچش دارید باید آنرا با u_d مقایسه کنید.

نکته(۲) :در رابطه مربوط به u_d که انرژی تغییر شکل را نشان می دهد تنش هیدرواستاتیک $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$ قرار داده شود u_d برابر صفر خواهد بود.

در رابطه u_d در صورتیکه فرایند کشش ساده باشد u_d به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

برای کشش ساده داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\sigma_1=S_y\\ \sigma_2=0\\ \sigma_3=0\end{array}\right\}\rightarrow u_d=\frac{1+\upsilon}{3E}S_y^2$$

$$\frac{1+\upsilon}{3E}S_y^2=\frac{1+\upsilon}{3E}\left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2}{2}\right]$$

$$S_y^2=\left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2}{2}\right]$$

$$if\rightarrow\sigma'=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2\right]^{1/2}$$

آنگاه سه حالت پیش می آید :

زمانیکه $\sigma'>Sy$ قطعه دیگر تسلیم شده است و مرگ حتمی برای قطعه را داریم.

زمانیکه $\sigma'=Sy$ شد قطعه تسلیم می شود و فاتحه قطعه خوانده شده است.

زمانیکه $\sigma'<Sy$ شد قطعه امید برای ماندن را دارد و این مسئله خوب است.

- حالت خاص حالت دو بعدی است:

$$\sigma_3=0\rightarrow\sigma'=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\sigma_1^{\ 2}+\sigma_2^{\ 2}-\sigma_1\sigma_2\right]^{1/2}$$

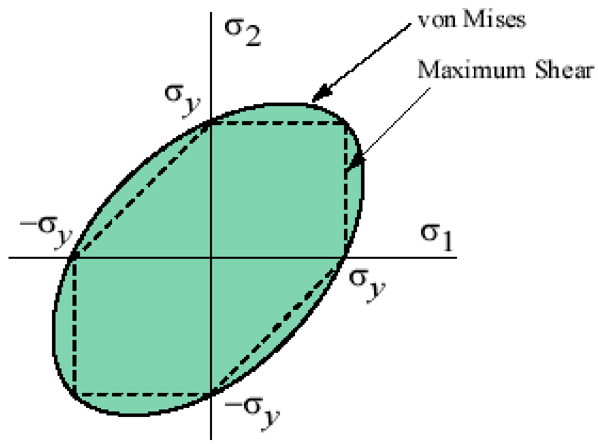
اگر به معادله σ' در بالا توجه کنید یک معادله بیضی به صورت زیر است :

$$X^2 + Y^2 - XY = A$$

در این معادله بیضی اقطار آن موازی محور های x و y نیست چون:

$$\frac{(x-a)^2}{A^2} + \frac{(y-b)^2}{B^2} = C^2$$

بنابراین داریم : $S_y = \left[\sigma_1^{\ 2} + \sigma_2^{\ 2} - \sigma_1\sigma_2\right]^{1/2}$.



- نکات مهم :

۱. اگر یک مسئله **پیچش خالص** را مورد بررسی قرار می دهیم :

$$\sigma' = \left[3\tau_{\max}^{\ 2}\right]^{1/2} = S_y \Rightarrow \sqrt{3}\tau_{\max} = \sigma' = S_y \Rightarrow \tau_{\max} = 0.577 S_y$$

۲. معیار میزز دقیق ترین معیاری است که برای مواد نرم به کار می رود اما ایمنی آن کمتر از ترسکا است ، یعنی ضریب ایمنی میزز از ترسکا کمتر است. به عبارت دیگر جواب های میزز وترسکا ۱۵٪ اختلاف دارند.

۳. در صورتیکه از معیار میزز استفاده نماییم و قطعه مورد بحث تحت ترکیبی ار خمش و پیچش باشد در اینصورت از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^{\ 2} + 3\tau_{xy}^{\ 2}}$$

در این رابطه σ_x نمایه ای برای خمش و τ_{xy} برای پیچش است که برای پیچش داریم $\tau = \frac{Tr}{j}$.

۵.فرمول معیار میزز در حالت کلی که این معیار را تئوری تنش هشت وجهی هم می گویند به فرم زیر است:

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2 + 6(\tau_{xy}^{\ 2} + \tau_{xz}^{\ 2} + \tau_{yz}^{\ 2})\right]^{1/2}$$

در این فرمول به σ_1 تنش موثر یا تنش ون مایزی می گویند.

۶.فرمول معیار میزز در حالت سه بعدی: $\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2\right]^{1/2}$

۷.فرمول معیار میزز در حالت دو بعدی:

$$\sigma_3 = 0 \rightarrow \sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\sigma_1^{\,2} + \sigma_2^{\,2} + \sigma_1\sigma_2\right]^{1/2}$$

- **استحکام مواد ترد تحت بارگذاری استاتیکی** :

از جمله خواص مواد ترد می توان به زیر اشاره کرد که تست های فوق لیسانس هم بوده است:

۱.نمودار تنش وکرنش تا نقطه شکست خط پیوسته همواری می باشد.

۲.گسیختگی در اثر شکست اتفاق می افتد بنابراین این مواد نقطه تسلیم مشخصی را ندارند.

۳.**استحکام فشاری** این مواد معمولاً چندین برابر **استحکام کششی** آنها است.

یعنی $S_{ut} \neq S_{uc}$.

۴.**استحکام پیچشی** نهایی S_{su} که مدول گسیختگی است تقریباً با **استحکام کششی** آنها برابر است. یعنی $S_{su} = S_{ut}$.

در حقیقت از سه تئوری **ماکزیمم تنش نرمال** ،**کلون- مور**، **کلون- مور اصلاح شده** می توان برای پیشگیری شکست مواد ترد استفاده نمود پس معیار هایی که برای مواد ترد به کار می رود مطابق زیر است.

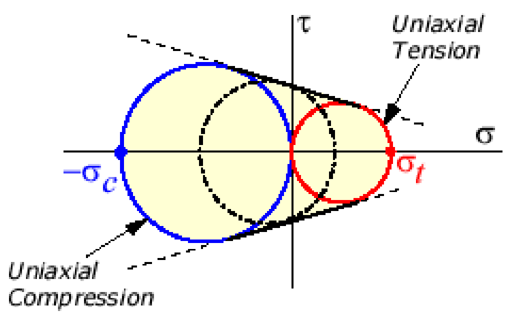
- **معیار های شکست مواد ترد:**

۱.تئوری ماکزیمم تنش نرمال:

این تئوری مطابق باآنچه که برای مواد نرم به کار می رفت برای مواد ترد هم به کار می رود.

اگر $\sigma 1, \sigma 2$ را محاسبه کنیم و load point با مختصات $A = \begin{vmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{vmatrix}$ را بدست آوریم و در ناحیه ایمن واقع شد شکست نداریم در غیر اینصورت شکست داریم.

۲.تئوری کلون-مور:

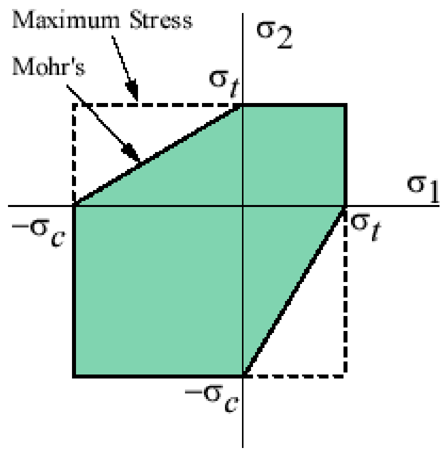


این تئوری که به آن نقطه اصطکاک داخلی هم می گویند بر اساس آزمونهای ساده کشش و فشار استوار می باشد.دو دایره مطابق شکل بالا رسم می کنیم ، مماس مشترک این دودایره را رسم کرده اکنون برای هر وضعیت بار

گذاری یک دایره مور قابل ترسیم است در صورتیکه این دایره داخل ناحیه هاشور خورده قرار گیرد بارگذاری ایمن در غیر اینصورت شکست خواهیم داشت.

$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}}+\frac{\sigma_3}{S_{uc}}=\frac{1}{n}$$

در این معادله حتماً S_{uc} منفی خواهد بود.



۳.تئوری کلون- مور اصلاح شده :

می دانیم که معادله خط کلون- مور اصلاح شده در صفحه قبل به شرح زیر است:

$$\frac{n\sigma_2}{S_{ut}+S_{uc}}+\frac{n\sigma_1}{S_{ut}}=\frac{S_{uc}}{S_{ut}+S_{uc}}$$

- نکات مهم فرمول فوق:

۱.طرف چپ رابطه فوق حتماً بایستی به صورت جمع باشد حال چه جمع منفی یا چه جمع مثبت.

۲. S_{uc} در رابطه بالا بایستی حتماً منفی باشد.

۳. از فرمول بالا زمانیکه خط بارگذاری (خط ۴۵ درجه) را قطع می کند استفاده میکنیم.

۴. در فرمول فوق برای σ_1,σ_2 داریم:

$$\sigma_{1,2}=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\pm\left[(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}{}^2\right]^{1/2}$$

۵. S_{uc},S_{ut} را از جدول آخر کتاب شیگلی برای مواد مختلف خوانده می شود و n هم ضریب ایمنی است.

۶.معیار کلون- مور جانب احتیاط را دارد چون همگی نقاط داده شده در خارج می افتند.

اما معیار کلون مور اصلاح شده به محطاطی کلون مور نیست ولی پیش بینی شکست را بهتر انجام مید دهد.

۷.سه معیار یاد شده در حل یک مسئله طراحی برای n (ضریب ایمنی) جواب های نزدیک به هم می دهند امّا معیار همیشه ماکزیمم تنش نرمال جواب های بزرگتر از کلون مور و کلون مور اصلاح شده می دهد.

۸.در استفاده از S_{ut},S_{uc},S_y توجه کنید که $1Mpa=\frac{N}{mm^2}$ بنابراین اگرواحد متری داشتید بهتر است به mm تبدیل کنید.

• مثال(۱)

پینی به قطر ۶ mm از چدن $A_{STM}\,NO40\begin{cases} S_{ut} = 293Mpa \\ S_{uc} = 965Mpa \end{cases}$ ساخته شده است ، پین جوری طراحی شده است که بار محوری فشاری ۳۵KN همراه با بار پیچشی ۹٫۸KN.m تحمل می نماید. مطلوبست مقدار ضریب ایمنی با استفاده از سه نظریه شکست مواد ترد.

حل : اولین کار برای حل این مسئله این است که مؤلفه های تنش اصلی را محاسبه کنیم :

نیروی محوری فشاری تولید کننده تنش نرما مطابق زیر است :

$$\sigma_x = \frac{F}{A} = \frac{-3.5\times10^3}{\frac{\pi}{4}\times(6^2)} = -124Mpa$$

و تُرک تولید کننده تنش برشی به صورت زیر است :

$$\tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16\times9.8\times10^3}{\frac{\pi}{4}\times(6^3)} = 231Mpa$$

For principal stress have as following:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \left[(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}{}^2\right]^{1/2} \Rightarrow \sigma1 = 177Mpa, \sigma2 = -301Mpa$$

• **Criterion maximum normal stress :**

$$n = \frac{S_{ut}}{\sigma1} = \frac{293}{177} = 1.65$$

• **Criterion CLOM-MOHR :**

$$\left(\frac{\sigma1}{S_{ut}} + \frac{\sigma2}{S_{uc}}\right) = \frac{1}{n} \Rightarrow \left(\frac{177}{293} + \frac{-301}{-965}\right) = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 1.09$$

• **Criterion optimized CLOM-MOHR :**

$$\left(\frac{n\sigma_2}{S_{ut}+S_{uc}} + \frac{n\sigma_1}{S_{ut}}\right) = \left(\frac{S_{uc}}{S_{ut}+S_{uc}}\right) = n\left(\frac{\sigma_2}{S_{ut}+S_{uc}} + \frac{\sigma_1}{S_{ut}}\right) = \frac{S_{uc}}{S_{ut}+S_{uc}}$$

$$\Rightarrow n\left(\frac{-301}{293-965} + \frac{177}{293}\right) = \left(\frac{-965}{293-965}\right) \Rightarrow n = 1.36$$

مثال (۲):پینی با ضریب ایمنی ۲٫۵ طراحی کرده ایم اگر جنس پین $A_{STM}\,NO40\begin{cases} S_{ut} = 293Mpa \\ S_{uc} = 965Mpa \end{cases}$ باشد و بار محوری فشاری در آن ۳۵KN همرا با بار پیچشی ۹٫۸KN.m باشد مطلوب است قطر پین با استفاده از بهترین معیار شکست برای مواد ترد.

با توجه به نیروی محوری فشاری برای تنش نرمال داریم :

$$1)\sigma_x = \frac{F}{A} = \frac{-3.5\times 10^3}{\frac{\pi}{4}\times d^2}$$

$$2)\sigma_y = 0$$

$$3)\tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16\times 9.8\times 10^3}{\pi d^3}$$

$$4)\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}{}^2 \right]^{1/2}$$

$$5)n\left(\frac{\sigma_2}{S_{ut}+S_{uc}} + \frac{\sigma_1}{S_{ut}} \right) = \frac{S_{uc}}{S_{ut}+S_{uc}}$$

$$2)\sigma_y = 0$$

$$3)\tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16\times 9.8\times 10^3}{\pi d^3}$$

$$4)\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}{}^2 \right]^{1/2}$$

$$5)n\left(\frac{\sigma_2}{S_{ut}+S_{uc}} + \frac{\sigma_1}{S_{ut}} \right) = \frac{S_{uc}}{S_{ut}+S_{uc}}$$

با جایگذاری ۱و۲و۳ در ۴ و باجایگذاری ۴ در ۵ خواهیم داشت:

$$\frac{2.5\left(\frac{-3.5\times 10^3}{\frac{\pi}{2}\times d^2}\right) + \left(\left(\frac{-3.5\times 10^3}{\frac{\pi}{2}\times d^2}\right)^2 + \left(\frac{16\times 9.8\times 10^3}{\pi d^3}\right)^2 \right)^{1/2}}{293} = \frac{-965}{293-965} \rightarrow d =$$

نتیجه : این سوال یک سوال طراحی بود که در حل پروژه جرثقیل و یا لیفتراک liftruck می تواند کمک کننده باشد.

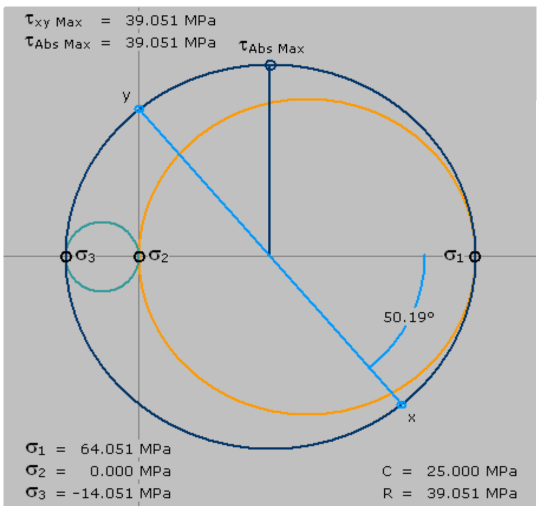
- مثال (۳):آزمایش نشان داده است خواص چدنی عبارت است از $\begin{cases} S_{ut} = 150Mpa \\ S_{uc} = 600Mpa \end{cases}$ ضریب ایمنی را برای هر یک از سه نظریه شکست مواد ترد در حالت های تنش زیر بدست آورید.

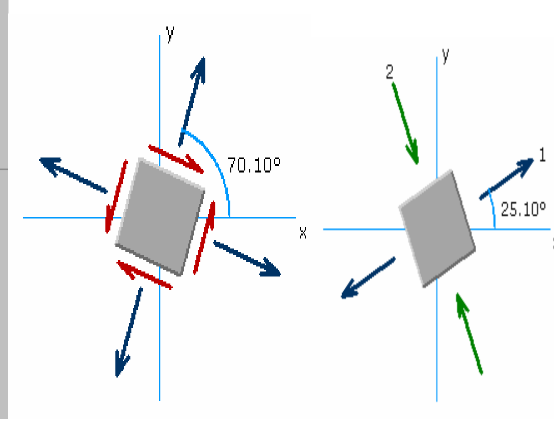
الف) $\sigma_x = 50Mpa, \tau_{xy} = 30Mpa$

حل :

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}{}^2 \right]^{1/2}$$

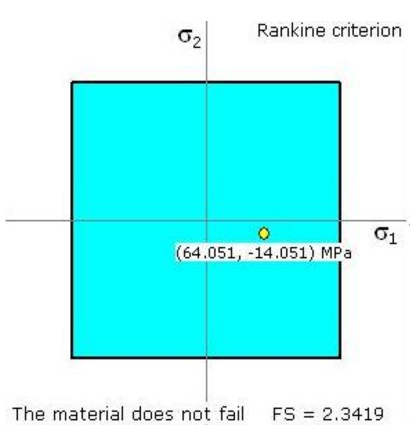
$$\sigma_{1,2} = \frac{50}{2} \pm \left[(\frac{50}{2})^2 + 30^2 \right]^{1/2} = 64.1, -14.1$$



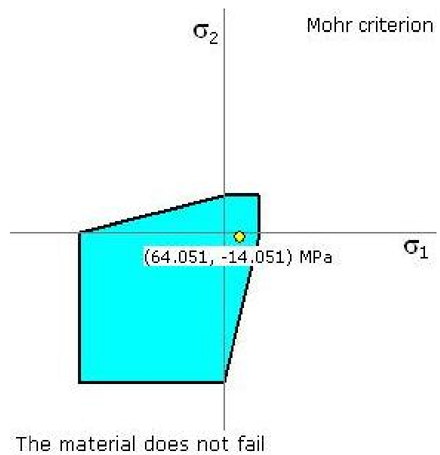


توجه داریم که $\sigma_3 < \sigma_2 < \sigma_1$ بنابراین جهت بدست آوردن نقطه load point بر روی نمودار داریم: $\begin{cases} \sigma_1 = 64.051 \\ \sigma_2 = -14.051 \end{cases}$

ماکزیمم تنش نرمال: $n_1 = \frac{S_{ut}}{\sigma_1} = \frac{150}{64.1} = 2.34$

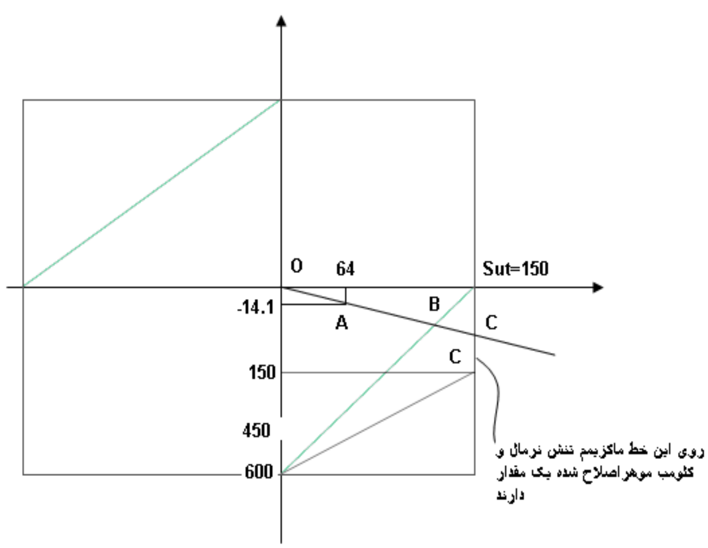


کلومب موهر:
$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}}+\frac{\sigma_2}{S_{uc}}=\frac{1}{n}\rightarrow n_2=\frac{1}{\frac{\sigma_1}{S_{ut}}+\frac{\sigma_2}{S_{uc}}}=\frac{1}{\frac{64.1}{150}+\frac{-14.1}{-600}}=2.22$$



کلومب موهر اصلاح شده:
$$\frac{n\sigma_2}{S_{ut}+S_{uc}}+\frac{n\sigma_1}{S_{ut}}=\frac{S_{uc}}{S_{ut}+S_{uc}}\rightarrow n_3=2.9$$

با توجه به اینکه n۱ برابر ۲٫۳۴ مقدارn۳ غیر قابل قبول خواهد بود زیرا معمولاًمعیار ماکزیمم تنش نرمال جواب بیشتری را از کلون موهر اصلاح شده می دهد این مطلب از روی نمودار معیار ها هم به صورت زیر واضح است.



اگر به نقطه c توجّه کنید می بینید که خط گذرنده از load point را قطع نمی کند بنابراین جواب ۲٫۹ برای n۳ کلومب موهر اصلاح شده غ ق ق است.از طرفی می دانیم روی خط (ماکزیمم تنش نرمال و کلومب موهر

اصلاح شده)یک مقدار دارند پس عدد قابل قبول همان عدد بدست آمده برای n۱ یعنی $n_1 = n_2 = 2.34$ می باشد.

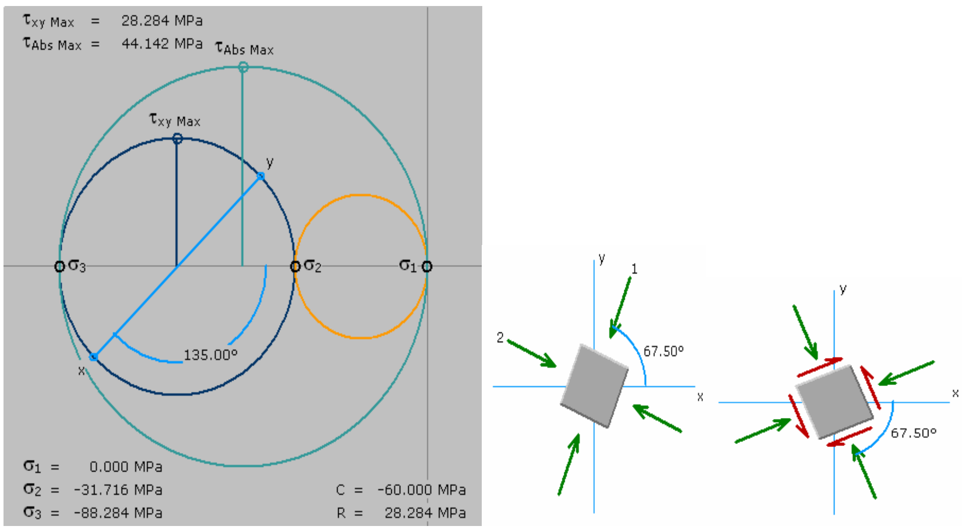
- ب) $\sigma_x = -80Mpa, \sigma_y = -40Mpa, \tau_{xy} = 20Mpa$

حل :

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}{}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{-80-40}{2} \pm \left[(\frac{-80+40}{2})^2 + 20^2 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = -31.71MPa, \sigma_2 = -88.28Mpa$$

با توجه به اینکه σ_1, σ_2 هم علامت می باشند برای رسم دایره موهر خواهیم داشت:



توجه داریم که $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$ بنابراین جهت بدست آوردن نقطه load point بر روی نمودار

داریم: $\begin{cases} \sigma_1 = 0 \\ \sigma_2 = -88.284 \end{cases}$

معیار ماکزیمم تنش نرمال:

$$n_1 = \frac{S_{uc}}{\sigma_2} = \frac{-600}{-88.28} = 6.79$$

معیار کلومب موهر :

$$\frac{\sigma_2}{S_{ut}} + \frac{\sigma_1}{S_{uc}} = \frac{1}{n} \rightarrow n_2 = \frac{1}{\frac{\sigma_2}{S_{ut}} + \frac{\sigma_1}{S_{uc}}} = \frac{1}{0 + \frac{-88.28}{-600}} = 6.79$$

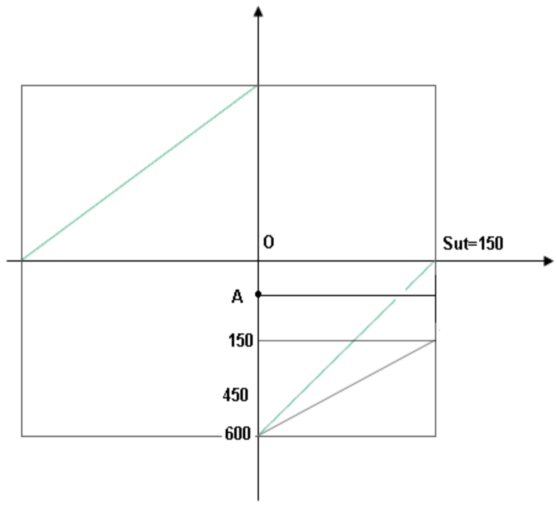
معیار کلومب موهر اصلاح شده :

$$\frac{n\sigma_2}{S_{ut} + S_{uc}} + \frac{n\sigma_1}{S_{ut}} = \frac{S_{uc}}{S_{ut} + S_{uc}} \rightarrow n_3 \left(\frac{-88.28}{150-600} + \frac{0}{-600} \right) = \frac{-600}{150-600}$$

$$\rightarrow n_3 (0.196) = 1.33 \rightarrow n_3 = \frac{1.33}{0.196} = 6.79$$

نتیجه :

هرگاه load point روی یکی از محور های دیاگرام افتاد نتیجه می گیریم که n۱=n۲=n۳ است.



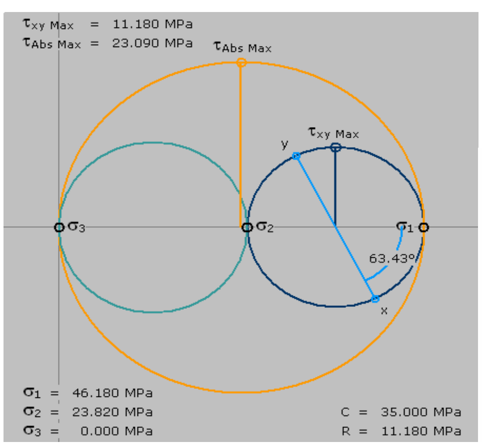
- ج) $\sigma_x = 40Mpa, \sigma_y = 30Mpa, \tau_{xy} = 10Mpa$

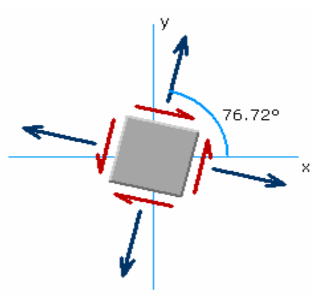
حل:

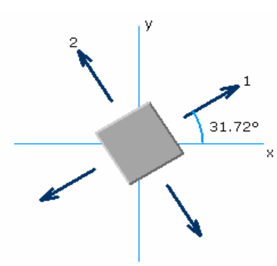
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}{}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{40+30}{2} \pm \left[(\frac{40-30}{2})^2 + 10^2 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = 46.180MPa, \sigma_2 = 23.81Mpa$$

با توجه به اینکه σ_1, σ_2 هم علامت می باشند داریم:







بنابراین جهت بدست آوردن نقطه load point بر روی نمودار داریم:

$$\begin{cases} \sigma_1 = 46.180 \\ \sigma_2 = 0 \end{cases}$$

هرگاه load point روی یکی از محور های دیاگرام افتاد یا به عبارت دیگر σ_2 یا σ_1 صفر شود نتیجه می گیریم که n۱=n۲=n۳ (برای هر سه معیار مقدار مساوی برای ضریب ایمنی داریم)است.

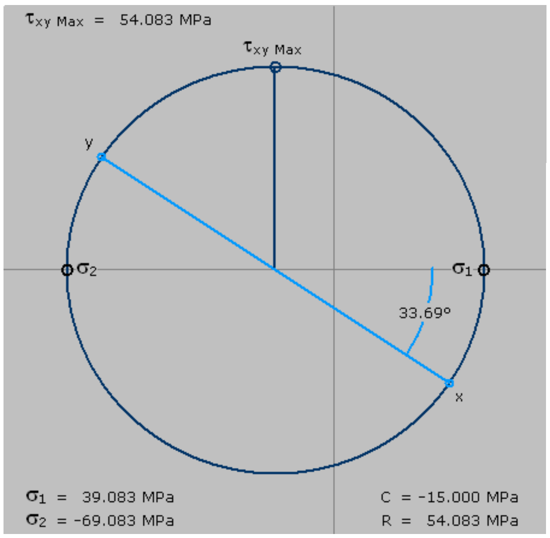
$$n_1 = n_2 = n_3 = \frac{S_{ut}}{\sigma_1} = \frac{150}{46.18} = 3.25$$

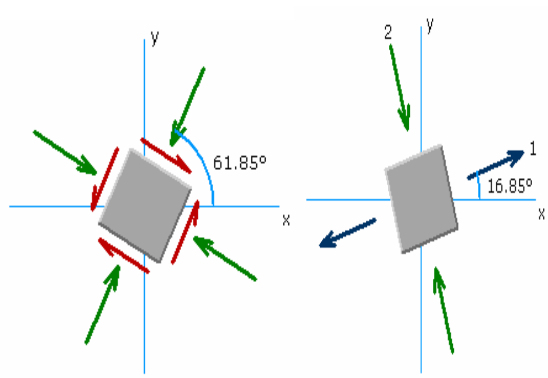
د) $\sigma_x = 30Mpa, \sigma_y = -60Mpa, \tau_{xy} = 30Mpa$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}{}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{30-60}{2} \pm \left[(\frac{30+60}{2})^2 + 30^2 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = 39.1MPa, \sigma_2 = -69.1Mpa$$

همانطور که مشاهده می کنید تنش های اصلی مختلف العلامه می باشند.





برای پیدا کردن load point بر روی نمودار با توجه به دایره موهر فوق داریم:

$$\begin{cases} \sigma_1 = 39.1Mpa \\ \sigma_2 = -69.1MPa \end{cases}$$

معیار ماکزیمم تنش نرمال:

$$n_1 = \frac{S_{ut}}{\sigma_1} = \frac{150}{39.1} = 3.84$$

معیار کلومب موهر :

$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_2}{S_{uc}} = \frac{1}{n} \rightarrow n_2 = \frac{1}{\frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_2}{S_{uc}}} = \frac{1}{\frac{39.1}{150} + \frac{-69.1}{-600}} = 2.67$$

معیار کلومب موهر اصلاح شده:

$$\frac{n\sigma_2}{S_{ut} + S_{uc}} + \frac{n\sigma_1}{S_{ut}} = \frac{S_{uc}}{S_{ut} + S_{uc}} \rightarrow n_3 \left(\frac{-69.1}{150-600} + \frac{39.1}{150} \right) = \frac{-600}{150-600}$$

$$\rightarrow n_3 (0.154 + 0.260) = 1.33 \rightarrow n_3 = \frac{1.33}{0.414} = 3.22$$

از مقایسه این مساله با مساله قبلی در می یابیم که این مسئله راحتر بوده است چرا که این مساله یک مسئله چک طرح است و تنش ها را داریم حال آنکه مسئله قبلی یک مسئله تقریباً طراحی بود.

• مثال (۴):در صورت استفاده از میلهء برنجی C_{2700} ضرایب ایمنی را در مورد هر یک از سه نظریه گسیختگی استاتیکی در حالتهای تنشی زیر را بیابید:

الف) $\sigma_x = 70Mpa$ و $\sigma_y = 30Mpa$

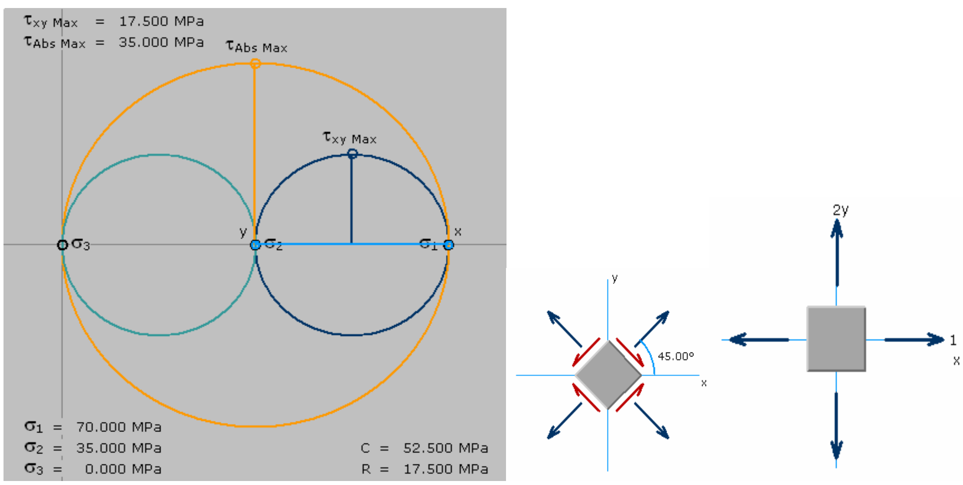
حل:

$$\begin{cases} S_y = 310Mpa \\ S_{Sy} = 0.5S_y = 155MPa \end{cases}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}{}^2 \right]^{1/2}$$

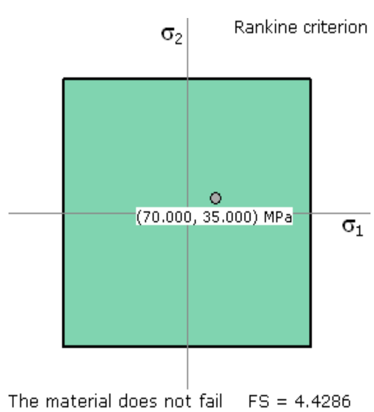
$$\sigma_{1,2} = \frac{30+70}{2} \pm \left[\left(\frac{30-70}{2}\right)^2 + 0 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = 70MPa, \sigma_2 = 30Mpa$$

با توجه به اینکه σ_1, σ_2 هم علامت می باشند داریم:



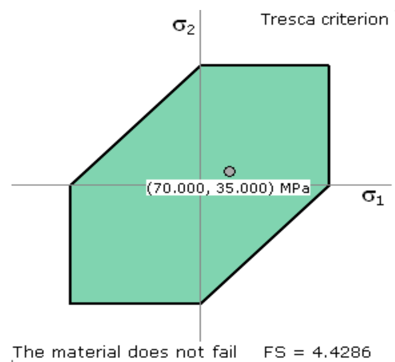
معیار ماکزیمم تنش نرمال :

$$n_1 = \frac{S_y}{\sigma_1} = \frac{310}{70} = 4.43$$



معیار ماکزیمم تنش برشی:

$$n_2 = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}} = \frac{155}{35} = 4.43$$

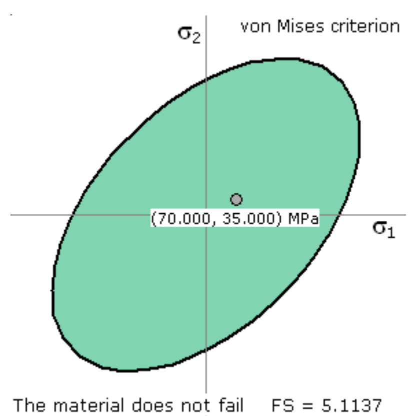


از اینکه دو معیار ماکزیمم تنش برشی و ماکزیمم تنش نرمال یک جواب را به مادادند می توان به این نتیجه هم رسید که load point در ربع اوّل یا سوم واقع شده است.

معیار ون مایزز :

$$\sigma' = \sqrt{(\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2 - (\sigma_1 \times \sigma_2)^2)} \rightarrow \sigma' = 60.8MPa$$

$$n_3 = \frac{S_y}{\sigma'} = \frac{310}{60.80} = 5.1$$



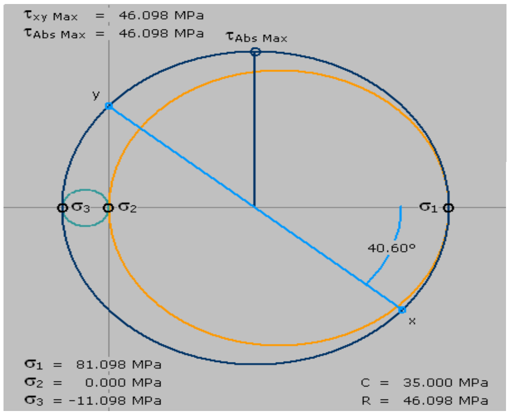
ب) $\sigma_x = 70Mpa$ و $\tau_{xy} = 30MPa$ حل:

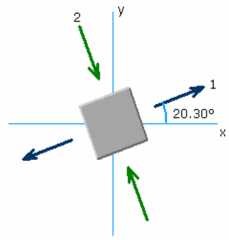
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}{}^2 \right]^{1/2}$$

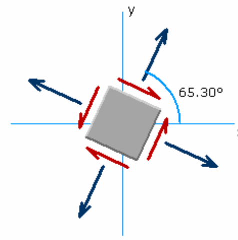
$$\sigma_{1,2} = \frac{70}{2} \pm \left[(\frac{-70}{2})^2 + 30 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = 81.1MPa, \sigma_2 = -11.1Mpa$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau xy^2} \rightarrow \tau_{\max} = \sqrt{(\frac{70}{2})^2 + 30^2} = 46.1MPa$$

با عنایت به اینکه دو تنش اصلی مختلف العلامه هستند داریم:







با توجه به تنش اصلی بدست آمده داریم:

$$\sigma' = \sqrt{\left((\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2 - (\sigma_1 \times \sigma_2)\right)} \rightarrow \sigma' = 87.2MPa$$

معیار ماکزیمم تنش نرمال: $n_1 = \dfrac{S_y}{\sigma_1} = \dfrac{310}{81.1} = 3.82$

معیار ترسکا یا ماکزیمم تنش برشی: $n_2 = \dfrac{S_{sy}}{\tau_{\max}} = \dfrac{155}{46.1} = 3.36$

معیار ون مایزز: $n_3 = \dfrac{S_y}{\sigma'} = \dfrac{310}{87.2} = 3.55$

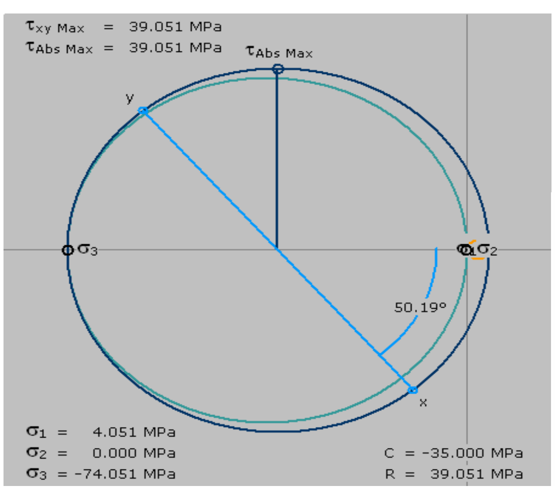
ج) $\sigma_x = -10Mpa, \sigma_y = -60Mpa, \tau_{xy} = 30Mpa$

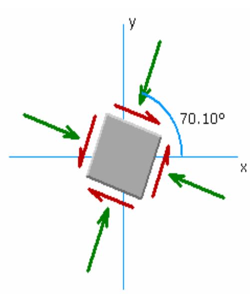
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}{}^2 \right]^{1/2}$$

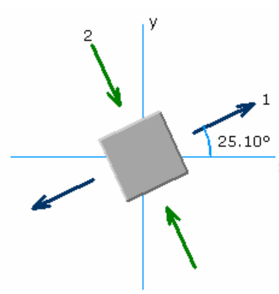
حل : $\sigma_{1,2} = \dfrac{-10-60}{2} \pm \left[\left(\dfrac{-10+60}{2}\right)^2 + 30^2 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = -74.1MPa, \sigma_2 = 4.1Mpa$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau xy^2} \rightarrow \tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{-10+60}{2}\right)^2 + (30)^2} = 39.1MPa$$

با استفاده از دایره موهر هم داریم:







با توجه به تنش های اصلی بدست آمده داریم:

$$\sigma' = \sqrt{\left((\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2 - (\sigma_1 \times \sigma_2)\right)} \rightarrow \sigma' = \sqrt{(5491.81 + 16.81 + 303.81)}$$
$$\sigma' = 76.24MPa$$

معیار ماکزیمم تنش نرمال:
$$n_1 = \frac{S_y}{\sigma_1} = \frac{310}{74.1} = 4.18$$

معیار ترسکا یا ماکزیمم تنش برشی:
$$n_2 = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}} = \frac{155}{39.1} = 3.96$$

معیار ون مایزز یا واپیچش :
$$n_3 = \frac{S_y}{\sigma'} = \frac{310}{76.24} = 4.07$$

د) $\sigma_x = 50Mpa, \sigma_y = 20Mpa, \tau_{xy} = 40Mpa$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}{}^2 \right]^{1/2}$$
$$\sigma_{1,2} = \frac{50+20}{2} \pm \left[(\frac{50-20}{2})^2 + 40^2 \right]^{1/2} \rightarrow \sigma_1 = 77.7MPa, \sigma_2 = -7.7Mpa$$
$$\tau_{\max} = \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau xy^2} \rightarrow \tau_{\max} = \sqrt{(\frac{50-20}{2})^2 + (40)^2} = 42.7MPa$$

با توجه به تنش های اصلی بدست آمده داریم:

$$\sigma' = \sqrt{\left((\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2 - (\sigma_1 \times \sigma_2)\right)} \rightarrow \sigma' = \sqrt{(6037.29 + 59.29 + 598.29)}$$
$$\sigma' = 81.82MPa$$

معیار ماکزیمم تنش نرمال:
$$n_1 = \frac{S_y}{\sigma_1} = \frac{310}{77.7} = 3.99$$

معیار ترسکا یا ماکزیمم تنش برشی:
$$n_2 = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}} = \frac{155}{42.7} = 3.23$$

معیار ون مایزز یا واپیچش :
$$n_3 = \frac{S_y}{\sigma'} = \frac{310}{81.82} = 3.79$$

تمرکز تنش:

عواملی که باعث تمرکز تنش می گردند مربوط به جنس و هندسه قطعات می باشد.

در روابطی که در درس مقاومت (۱) بدست آوردیم :

$$\tau_0 = \frac{V.Q}{I.t}, \sigma_0 = \frac{P}{A}, T_0 = \frac{T.r}{j}, \sigma_0 = \frac{M.c}{I}$$

فرض نمودیم که قطعات دارای هیچ غیر یکنواختی نیستند ، اکنون در در طراحی (۱) تمرکز تنش هایی را مورد بررسی قرار می دهیم که فقط به علّت تغییر هندسه به وجود می آید.

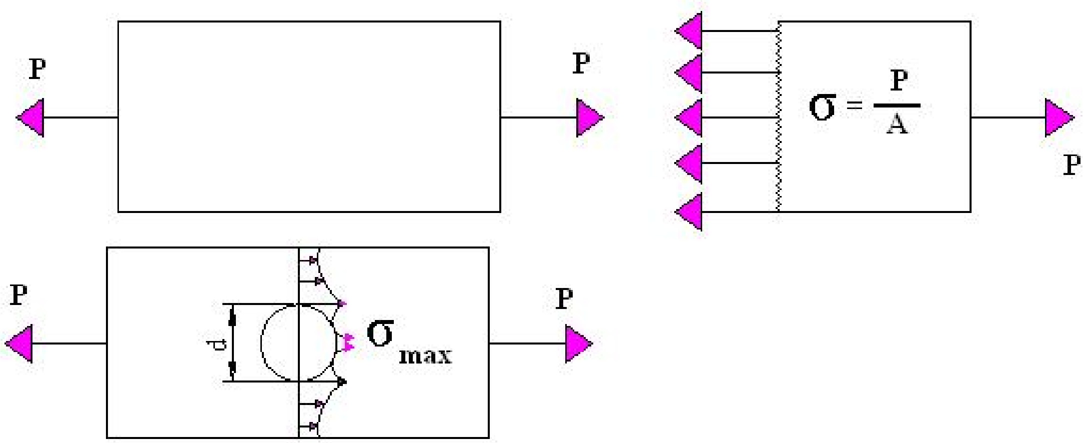
k_T : ضریب تمرکز تنش هندسی برای تنش های نرمال می باشد و با رابطه $k_T = \frac{\sigma_{MAX}}{\sigma_0}$ معرفی می شود.

k_{TS} : ضریب تمرکز تنش هندسی برای تنش های برشی است وبه این صورت تعریف می شود

$$k_{TS} = \frac{\tau_{MAX}}{\tau_0}$$

برای محاسبه K_{ts}, K_t به پیوست ۲۳ مراجعه می نمائیم و K_{ts}, K_t را تعیین می کنیم.

τ_0, σ_0 با استفاده از مقاومت مصالح (۱) قابل محاسبه است لذا $\tau_{\max}, \sigma_{\max}$ قابل محاسبه است.



مواد به دودسته نرم و ترد تقسیم می شوند لذا برای این دو دسته از لحاظ تمرکز تنش داریم :

تمرکز تنش باید بررسی شود ← استاتیکی ← ماده ترد

تمرکز تنش باید بررسی شود ← خستگی ← ماده ترد

(*) تمرکز تنش **نباید** بررسی شود ← استاتیکی ← ماده نرم

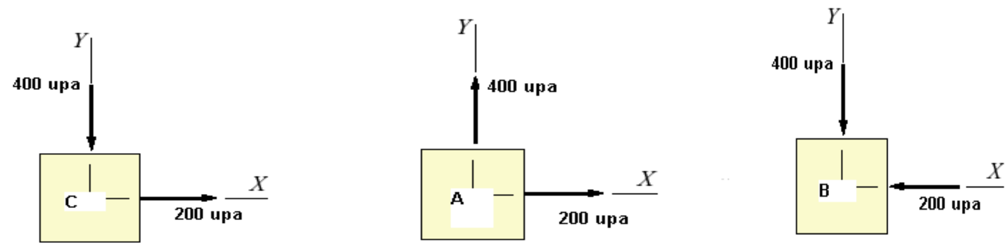
تمرکز تنش باید بررسی شود ← خستگی ← ماده نرم

بنابراین موادی که نرم هستند و تحلیل استاتیکی روی آنها انجام می شود دیگر نباید صحبتی از تمرکز تنش در مورد آنها کرد.

در پروژه طراحی جرثقیل ، لینک ها از مواد نرم هستند بنابر این تمرکز تنش ندارند.

تست های کنکور از این فصل:

۱.قطعه ای از ماده با ازدیاد طول لحظه شکست حدود سه درصد ساخته شده است . تنش در نقاط A,B,C در این قطعه مطابق شکل نشان داده شده می باشد . با توجه به شکل و بر اساس دقیق ترین نظریه واماندگی $S_{ut} = 500Mpa$، کدام عبارت صحیح است.(مهندسی مکانیک ۸۱)



۱) نقطه C بحرانی تر از B و B بحرانی تر از A است.

۲) نقطه A بحرانی تر از C و C بحرانی تر از B است.

۳) نقطه A بحرانی تر از B و B بحرانی تر از C است.

۴) نقطه A وB وC دارای شرایط یکسان هستند.

جواب:

۱. این ماده یک ماده نرم است چون ازدیاد طول نسبتاً زیادی دارد.
۲. نظریه ون مایز دقیق ترین نظریه برای حل مواد نرم است.
۳. چون τ_{xy} را نداریم بنابراین تنش های نشان داده شده روی هر المان تنش های اصلی هستند.
۴. فرمول معیار ون مایز به صورت زیر است:

$$S_y = \left[\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2 - \sigma_1\sigma_2\right]^{1/2}$$

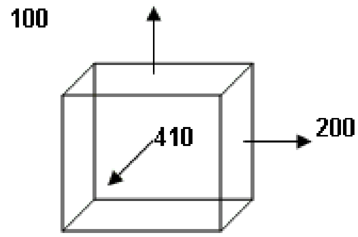
$$\sigma_A = \sqrt{(200)^2 + (400)^2 - (200)(400)} = 346.4Mpa$$

$$\sigma_B = \sqrt{(-200)^2 + (-400)^2 - (-200)(-400)} = 346.4Mpa$$

$$\sigma_C = \sqrt{(200)^2 + (-400)^2 - (200)(-400)} = 5298.2Mpa$$

بدون حل هم می توان سریع به این نتیجه رسید که در زیر رادیکال آنچه مهم است ترم $\sigma_1\sigma_2$ در هر المانی که این مقدار منفی شود آن المان بحرانی ترین المان است. چون منفی حاصلضرب این دو عدد در منفی فرمول یک عبارت مثبت می شود و زمانیکه با دو ترم دیگرجمع می شود تبدیل به یک عبارت بزرگتر می شود لذا تست های این چنینی را بدون حل باید زد.

۲. المانی تحت بار گذاری زیر قرار دارد . در صورتیکه ماده قطعه دارای استحکام های زیر باشد ، کدامیک از اتفاقات پیش بینی شده برای قطعه خواهد افتاد(S_{ut}=۴۲۰Mpa و S_y=۳۰۰Mp).(مهندس مکانیک ۷۹).



۱)قطعه بر اساس معیار حداکثر تنش نرمال بار گذاری را تحمل خواهد کرد.

۲)قطعه بر اساس معیار ترسکا تسلیم خواهد شد.

۳) قطعه بر اساس معیار ون مایزز بار گذاری را تحمل خواهد کرد.

۴)قطعه در صفحه y-z تسلیم می شود.

حل :

۱.معیار ماکزیمم تنش نرمال اگر ماده را نرم در نظر بگیریم :

$n = \frac{S_y}{\sigma_{\max}} = \frac{300}{410} < ۱$ پس گزینه ۱ غلط است.

۲. معیار ماکزیمم تنش نرمال :

$n = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{300}{410-100} < 1$ طبق این معیار قطعه تسلیم می شود پس گزینه ۲ صحیح است.

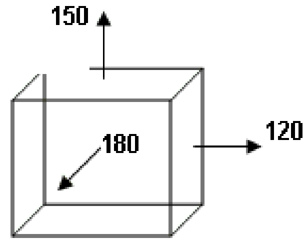
۳.معیار ون مایزز :

$$n = \frac{S_y}{\sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2}{2}}} = \frac{300}{274} > 1$$

گزینه سه هم صحیح است .

پس این تست بیش از یک جواب صحیح داشته است.

۴. ماده ای چکش خوار دارای استحکام تسلیم S_y=۱۰۰Mpa و استحکام نهایی (S_{ut}=۱۵۰Mpa) می باشد. در صورتیکه المانی از ماده تحت بار گذاری زیر باشد (مهندس مکانیک ۶۹).



۱)حتماً تسلیم می شود ولی نمی شکند.

۲)حتماً خواهد شکست.

۳)تسلیم نخواهد شد و نخواهد شکست.

۴)بدون آنکه تسلیم شود، خواهد شکست.

حل: $S_{ut} = 150 < \sigma_{max} = 180 \leftarrow$ پس شکست رخ می دهد. بنابراین دو گزینه ۱ و ۳ غلط است.

طبق مطمئن ترین تئوری سیلان یا تسلیم یعنی ماکزیمم تنش برشی داریم:

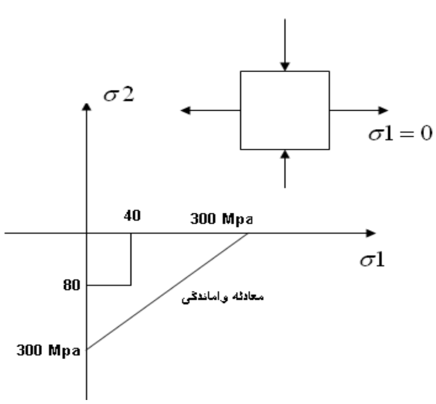
$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{180-120}{2} = 30$$

$$S_{sy} = 0.5 S_y \rightarrow S_{sy} = 50$$

$S_{sy} > \tau \max \leftarrow$ تسلیم اتفاق نمی افتد. بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

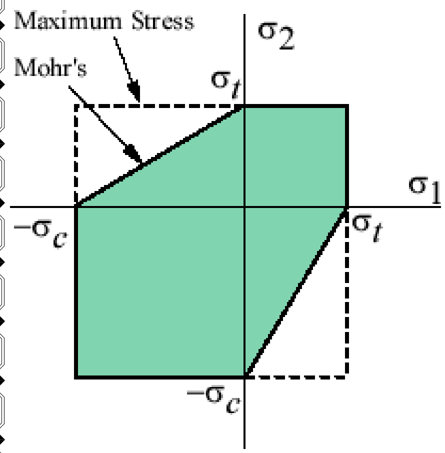
۵.تنش های اصلی در بحرانی ترین نقطه جسمی به صورت زیر است . اگر معادله واماندگی استاتیکی (Static Failure) به صورت خطی مطابق شکل زیر فرض شود ، مطلوبست مقدار ضریب اطمینان (n) کدام است؟

۱)۲ ۲)۲,۵ ۳)۳ ۴)۳,۵



حل :

راه اول :استفاده از فرمول های معیار کلون مور



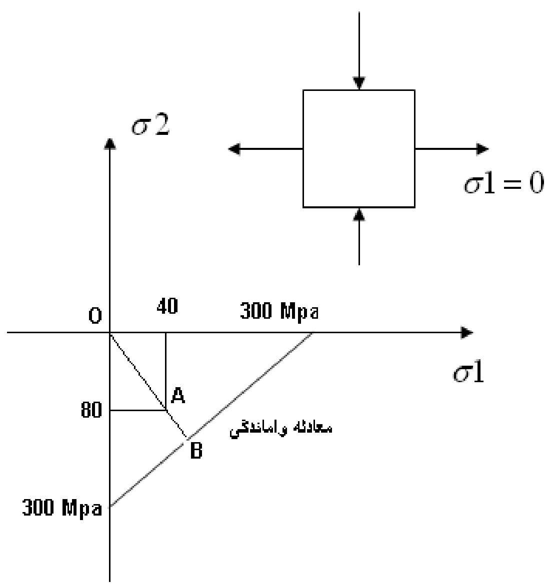
$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}}+\frac{\sigma_3}{S_{uc}}=\frac{1}{n}\rightarrow\frac{-80}{300}+\frac{40}{-300}\rightarrow\frac{120}{300}=\frac{1}{n}\rightarrow n=2.5$$

راه حل دوم :استفاده از نقطه load point روی شکل مربوط به معیار کلون مور:

$$n=\frac{OB}{OA}\rightarrow n=2.5$$

$$OA=\sqrt{(40^2)+(80^2)}=89.443$$

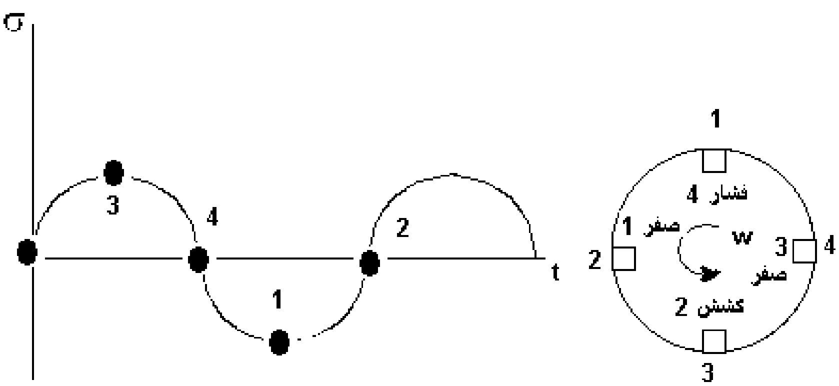
بنا براین گزینه ۲ صحیح است.

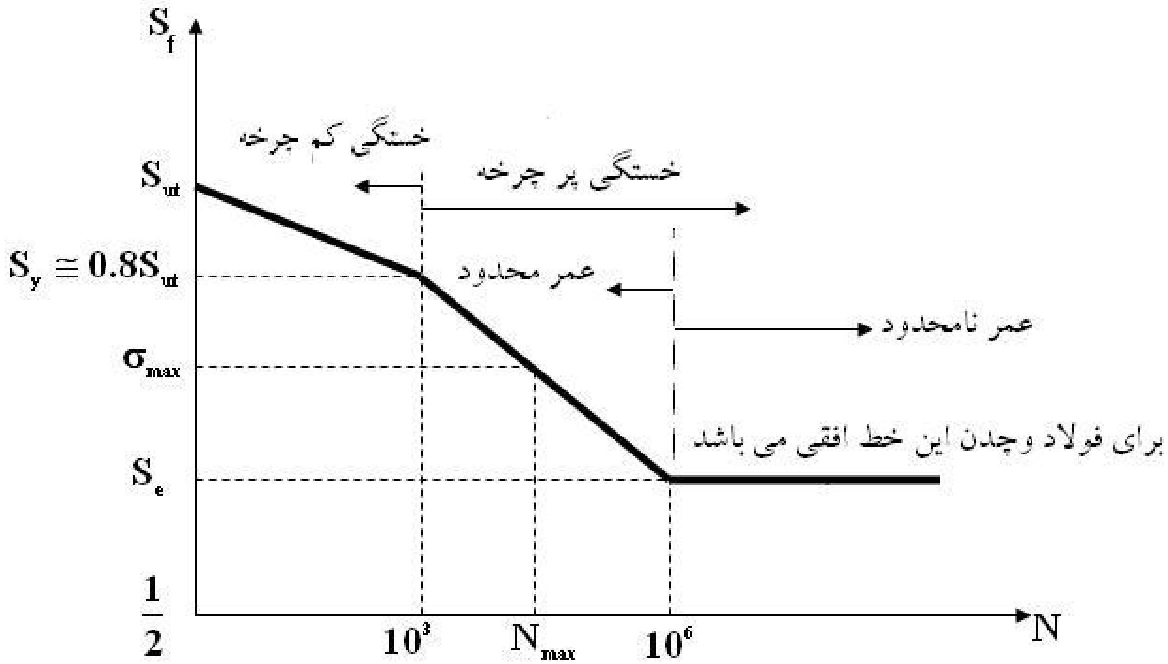


فصل هفتم

طراحی برای استحکام در برابر خستگی

خستگی در قطعات ماشین که در اثر تنش های نوسانی یا مکرر می شکنند دیده می شود که بیشترین تنش های عملی ، کمتر از مقاومت نهایی ماده و حتی در بعضی موارد کمتر از مقاومت تسلیم ماده می باشد. شاخصترین ویژگی این شکست ها آن است که تنش ها به دفعات بسیار زیاد تکرار می شده اند.
از این رو است که شکست را شکست خستگی یا (Fatigue Failure) می نامند.
شکست خستگی ، با یک تَرک کوچک آغار می شود که با اشعه X قابل شناسایی است.
تَرک از نقطه ای از ناپیوستگی قطعه (مانند تغییر مقطع ، جای خار ، یا یک سوراخ) در ماده گسترش می یابد. با پیداش تَرک اثر تمرکز تنش بیشتر شده و تَرک تندتر پیشرفت می کند و باعث کاهش سطح مقطع می شود تا این که در یک سطح مقطع باقیمانده قطعه به صورت ناگهانی می شکند. بنابراین مقطع یک شکست خستگی با دو ناحیه مشخص تمیز داده می شود . ناحیه نخست به علّت پیشرفت تدریجی تَرک و ناحیه دوم به علت شکست ناگهانی است.
تسلیم و گسیختگی در بارگذاری خستگی نداریم و شکست داریم. شکست خستگی به مراتب مهم تر از شکست استاتیکی است که در فصل قبل مورد بحث قرار گرفت.چرا که در این شکست تنش های کمتری صورت گرفته و همچنین شکستی ناگهانی بوده و خبر نمی دهد.
اگر یک شافت گردان را تحت یک تنش سینوسی کاملاً برگشتی (بین مثبت و منفی یک مقدار) قرار گیرد (مطابق شکل) و مقدار دورهای لازم برای شکست میله را برای تنش های اعمالی مختلف بدست آورده و سپس روی یک نمودار که محور افقی آن لگاریتم تعداد دور و محور قائم آن مقاومت خستگی قطعه است رسم کنیم نموداری شبیه شکل زیر خواهیم داشت که به نمودارS-N معروف است.





نمودار S-N

- **نکات مهم وکنکوری این نمودار:**

۱. $\mathbf{S_f}$: استحکام خستگی می باشد.

۲. $\mathbf{S_e}$:حد دوام خستگی می باشد.

۳.اگر $\frac{1}{2} < N < 10^3 \leftarrow$ **خستگی کم چرخه** گویند. (تعداد چرخه تنش (N)) که بیشتر مصارف نظامی دارد و همانگونه که از دیاگرام S-N مشخص است از همان ابتدا تنش به گونه ای است که جسم از فاز الاستیک خارج است.

۴. اگر $10^3 < N < 10^6 \leftarrow$ **خستگی پرچرخه با عمر محدود** گویند.

۵. اگر $10^6 < N \leftarrow$**خستگی پر چرخه با عمر نامحدود** گویند.

۶. اگر $10^6 < N \leftarrow$ مقاومت خستگی $\mathbf{S_e}$ خواهد بود.

۷. اگر σ_{max} در نمودار S-N زیر S_e بیافتد عمر قطعه بی نهایت می شود. به عبارت دیگر اگر تنش ما از $\mathbf{S_e}$ کمتر باشد ار نظر تئوری قطعه می تواند بی نهایت دور بزند.

۸. اگر بتوانیم برای فولاد ها وچدن ها S_e محاسبه کنیم کار آسان می شود و اگر بخواهیم ضریب ایمنی را بدست آوریم داریم:

$$n = \frac{S_e}{\sigma_{max}}$$
$$if\ n > 1 \rightarrow life = \infty$$
$$if\ n < 1 \rightarrow life = \lim ited$$

۹.مرز بین ناحیه عمر محدود و عمر نامحدود بجز برای فولاد ها که بین 10^6 تا 10^7 چرخه تنش می باشد در مورد بقیه مواد مقدار مشخصی ندارد.

۱۰.در صورتیکه دیاگرام S-N بر وری یک کاغذ لگاریتمی رسم شود نمودار بر ناحیه $\mathbf{10^3 < N < 10^6}$ دقیقاً به صورت یک خط خواهد بود لذا معادله این خط بر روی کاغذ لگاریتمی به صورت یک معادله لگاریتمی خواهد شد که به صورت زیر است:

$$S_f = 10^C N^b \text{ یا } \log S_f = b \log N + c$$

که برای c , b هم داریم:

$$b = -\frac{1}{3}\log(\frac{0.8S_{ut}}{S_e}) \text{ و } c = \log\frac{(0.8S_{ut})^2}{S_e}$$

خاطر نشان می شود که در صورتیکه واحد های متفاوت تنش مورد استفاده قرار گیرد هر واحدی که استفاده کنیم b ثابت می ماند و c تغییر می کند.

۱۱. در صورتیکه N معلوم باشد می توانیم S_f را از رابطه $10^C N^b$ محاسبه نماییم ودر صورتیکه S_f مشخص باشد N را از رابطه $N = 10^{-C/b} S_f^{1/b}$ بدست آوریم.

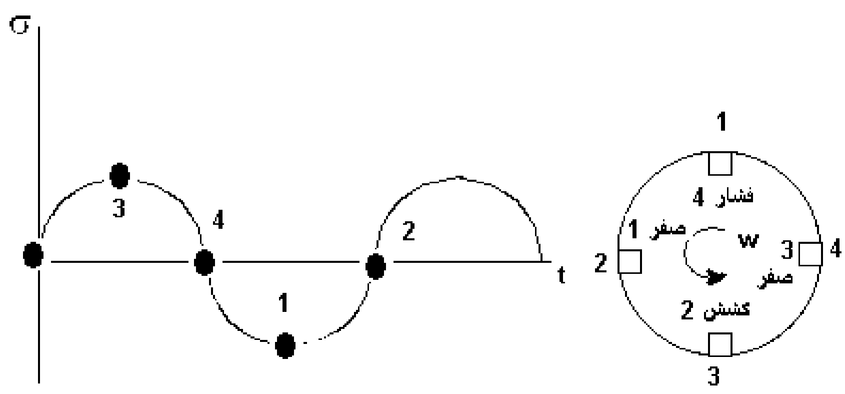
۱۲.محدوده $\mathbf{S_f}$ و N به صورت روبرو است:

$$\begin{cases} S_e < S_f < 0.8S_{ut} \\ 10^3 < N < 10^6 \end{cases}$$

۱۳.نمودار فوق هیچگاه برای فلز ها و آلیاژهای غیر آهنی افقی نمی شود به عبارت دیگر این مواد حد دوام ندارند.

۱۴. هر المان روی شافت هر دور که می زند یک چرخه تنش طی می شود.

(مثلاً در امتحان می گویند شافت نیم دور ازیک طرف می زند و ۳/۴ دور از طرف دیگر)



۱۴.نمودار S-N رسم شده و رابطه بدست آمده از آن برای محاسبه $\mathbf{S_f}$ برای حالتی است که **تنش وارده سینوسی و برگشتی** باشد. امّا در عمل نحوه بار گذاری می تواند حالات متفاوتی داشته باشد.

مثال (۱):

حد دوام یک عضو فولادی ۱۲۰Mpa و اسصتحکام کششی آن ۴۰۰Mpa می باشد ، استحکام خستگی مربوط به چرخه تنش مربوط به چرخه تنش $\mathbf{N = 90 \times 10^3}$ چقدر است؟

حل:

$$b = -\frac{1}{3}\log\frac{0.8S_{ut}}{S_e} = -\frac{1}{3}\log\frac{0.8\times 400}{120} = -0.142$$

$$c = \log\frac{(0.8S_{ut})^2}{S_e} = 2.931$$

$$S_f = 10^{2.931} \times (90\times 10^{-3})^{-0.142} = 168.84MPa$$

$$S_e < S_f < 0.8S_{ut} \rightarrow 120 < 168.84 < 320$$

حد دوام خستگی که تا کنون در مورد آن صحبت کردیم مربوط به نمونه آزمایشگاهی می باشد و معمولاً برای تعیین حد دوام نمونه آزمایشگاهی از روش های آماری استفاده می کنند بدین صورت که چندین نمونه آزمایشگاهی را تحت آزمایش قرار داده و نهایتاً حد دوام خستگی را برای فولاد و یا چدن خاصی تعیین می نمایند امّا ما بدنبال محاسبهء حد دوام خستگی برای نمونه های واقعی که در عمل به کار برده می شود هستیم لذا :

S_e : حد دوام نمونه واقعی

$\overline{S'_e}$: حد دوام نمونه آزمایشگاهی

S_e : حد دوام نمونه آزمایشگاهی که با استفاده از روش آماری محاسبه می شود

- نکته:

آزمایش نشان می دهد:

برای مواد نرم
$$\begin{cases} S'_e = 0.5S_{ut} \quad S_{ut} \le 1400Mpa \\ S'_e = 700Mpa \quad S_{ut} > 1400Mpa \end{cases}$$

برای مواد ترد
$$\begin{cases} S'_e = 0.45S_{ut} \quad S_{ut} \le 600Mpa \\ S'_e = 275Mpa \quad S_{ut} > 600Mpa \end{cases}$$

مقادیر $\mathbf{S'_e}$ بدست آمده برای نمونه آزمایشگاهی است و برای یک قطعه عملی بایستی با یک سری ضرایب صحیح شود.

ضرایب اصلاحی مارین:

یکی از روش هایی که می توان توسط آن به حد دوام نمونه واقعی رسید ضرایب مارین است البته این روش در کتاب درسی به آن اشاره گردیده است و روش های متفاوتی برای رسیدن از S'_e به S_e وجود دارد .

ضرایب اصلاحی مارین ۶ ضریب است که به صورت زیر معرفی می گردد:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$$

$\mathbf{k_a}$: ضریب اصلاح سطح

$\mathbf{k_b}$: ضریب اصلاح اندازه

$\mathbf{k_c}$: ضریب قابلیت اعتماد که بستگی به R (۰<R<۱) (Reliability)

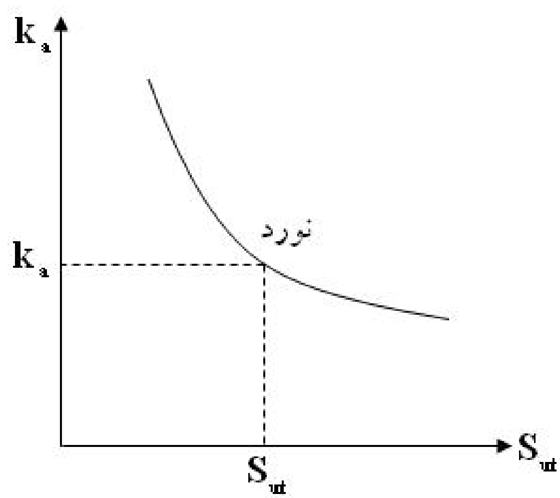
$\mathbf{k_d}$: ضریب اصلاح دما (کتاب متالوژی مکانیکی نویسنده :هیتر مترجم دکتر شهره شریفی)

$\mathbf{k_e}$: ضریب اصلاح تمرکز تنش

$\mathbf{k_f}$: ضریب اصلاح اثر های دیگر : هر اثر دیگری که در ۵ فاکتور اصلی اوّل در نظر نگرفته شد باشد بایستی در این ضریب مدّ نظر گرفته شود.)

- $\mathbf{k_a}$: ضریب اصلاح سطح:

برای بدست آوردن این ضریب می توانید از شکل ۷-۸ کتاب شیگلی صفحه ۲۶۷ استفاده نمایید.



- $\mathbf{k_b}$: ضریب اصلاح اندازه:

به دو دلیل از ضریب اندازه استفاده می کنیم:

۱)هر مقطع گردی قطرش به اندازه نمونه آزمایشگاهی نیست

۲)هر مقطعی گرد نیست تا با نمونه آزمایشگاهی که گرد است مقایسه شود.

نظریه کوگوئل(تست کنکور از این قسمت زیاد است.):

خمش وپیچش:

نظریه کوگوئل بر مبنای این عقیده پیشنهاد شده است که گسیختگی به احتمال بر هم کنش تنش زیاد با ترک موئی بحرانی در حجم معین بستگی دارد.

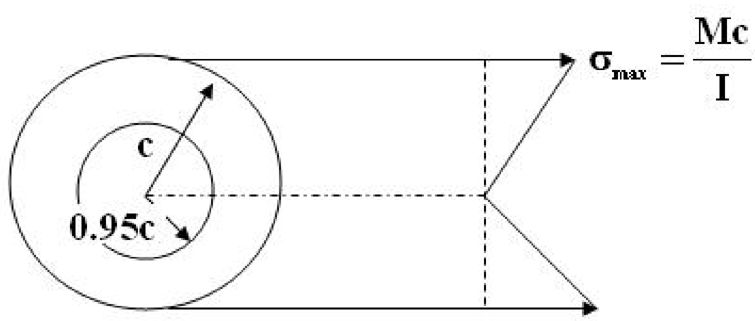
کوگوئل از حجمی از ماده استفاده می کند که تحت تنشی به اندازه **۹۵** درصد تنش ماکزیمم یا بیشتر از آن قرار دارد و آنرا با حجم تیر چرخان معادل مقایسه می کند تا ضریب اندازه بدست آید.

تذکر مهم : نظریه کوگوئل را فقط برای خمش و پیچش می توان استفاده کرد و برای بار های محوری راه دیگری پیشنهاد خواهیم کرد.

بر طبق نظریه کوگوئل خواهیم داشت: $k_b \begin{cases} 1 & d \le 8mm \\ 1.189 d_{eq}^{-0.097} & 8mm \le d \le 250mm \end{cases}$

برای یک مقطع گرد چرخان ، ۹۵ ٪ مساحت تحت تنش مساحت حلقه ای است که قطر بیرونی آن d وشعاع درونی آن ۰,۹۵d است بنابراین:

الف) **تیر با مقطع گرد توپر و توخالی چرخان**:



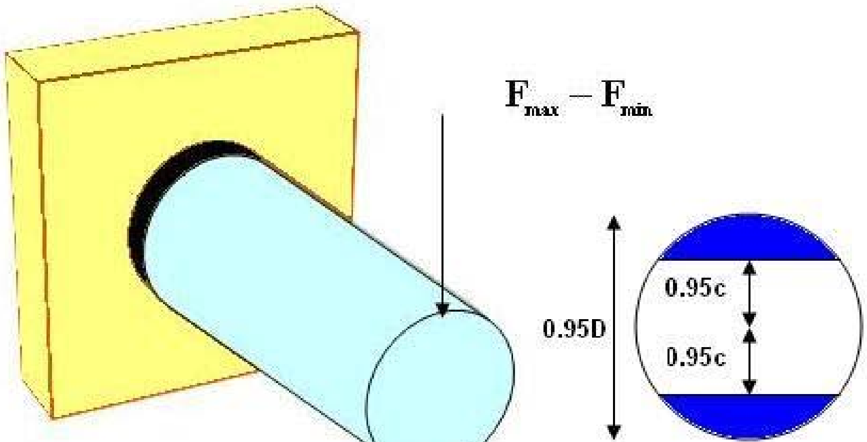
$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$$

$$0.95\sigma_{\max} = 0.95(\frac{Mc}{I}) = \frac{M(0.95c)}{I}$$

$$0.95A = \frac{\pi}{4}(d^2 - (0.95d)^2) = 0.0766 d_{eq}^{\ 2}$$

$$\mathrm{A} = \pi(\mathrm{c}^2 - (0.95c)^2) = 0.0766 d_{eq}^{\ 2}$$

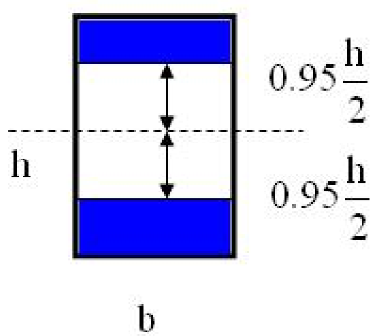
ب)تیر با مقطع گرد بدون چرخش (ساکن):



$$A = 0.0105D^2 = 0.0766{d_{eq}}^2 \rightarrow {d_{eq}}^2 = 0.37D$$

مساحت قطاع از آخر کتاب استاتیک

ج) مقاطع مستطیلی غیر دوّار:

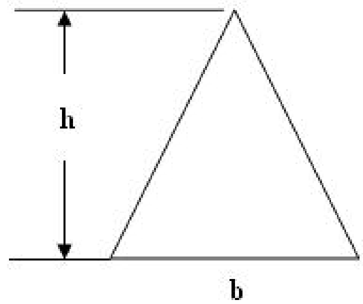


$$A = bh - 0.95bh = 0.05bh$$

$$0.05bh = 0.0766{d_{eq}}^2 \rightarrow d_{eq} = 0.808(bh)^{1/2}$$

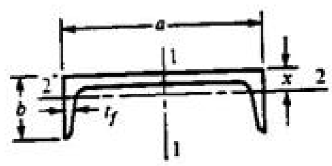
می توانیم مستطیل را دوّار هم بگیریم.

د) مقطع مثلث:

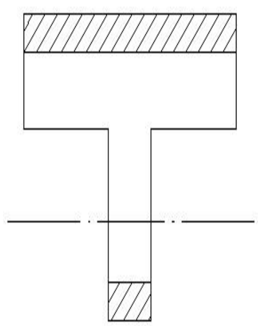


پ) مقا طع ناودانی :

$$A_{0.95\sigma} = 0.0766 d_{eq}{}^{2} = \begin{cases} 0.05\mathrm{ab}\ \ (\mathrm{Axis}\,1\text{-}1) \\ 0.052\mathrm{xa} + 0.1_{\mathrm{ft}}(b-x)\ \ \ (Axis2-2) \end{cases} \rightarrow solve\ \ for\ d_{eq}$$

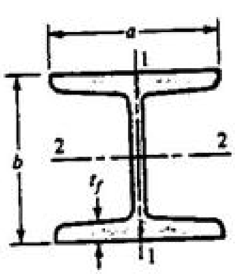


ت)مقطع تی شکل:



ث) مقطع I شکل:

$$A_{0.95\sigma} = 0.0766 d_{eq}{}^{2} = \begin{cases} 0.10\mathrm{a} \times \mathrm{t_f}\ \ (\mathrm{Axis}\,1\text{-}1) \\ 0.10\mathrm{b} \times \mathrm{a}\ \ \ ,\ t_f > 0.25a\ \ (Axis2-2) \end{cases} \rightarrow solve\ \ for\ d_{eq}$$



- نکته مهّم:

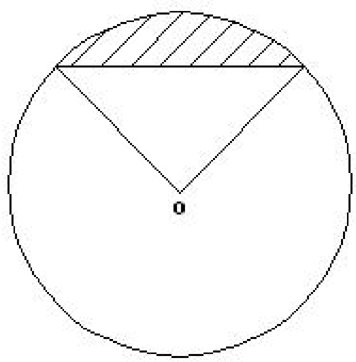
طبق نظریه کوگوئل اگر درقطعه فقط کشش داشته باشیم ، کشش می تواند باعث ایجاد تَرک باشد. بنابراین باید در محاسبات آنرا در نظر بگیریم .

امّا اگر نقطه ای روی قطعه تحت فشار باشد می توان حالت فشار را در نظر نگرفت ، زیرا اگر فشار کمک بسته شدن تَرک نکند ، باعث باز شدن آن هم نمی شود امّا کشش باعث باز شدن آن می شود.

(مثال: در پروژه ایکه برای طراحی شافت داده می شود سعی کنید بار محوری روی شافت را به صورت فشاری در نظر بگیرید تا از محاسبه آن صرف نظر کنید.)

توجه : برای محاسبه مساحت قطاع هم داریم:

$$S = \pi r^2 \times \frac{\alpha}{2\pi} - S_\Delta$$



بار محوری :

همانطور که قبلاً هم گفته شد نظریه کوگوئل برای بار محوری به کار نخواهد رفت و این نظریه فقط برای خمش و پیچش کار برد دارد امّا در مورد بار محوری برای محاسبه S'_e از فرمول فرود استفاده می کنیم و k_b را در فرمول S_e برابر ۱ در نظر می گیریم :

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$$

$$S'_e = \left(\left[0.566 - 9.68 \times 10^{-5} S_{uc}\right] S_{uc}\right), \;\; S_{uc} \geq 400 MPa$$

سوال:

اگر در یک قطعه ای هم بار محوری و هم خمش وپیچش داشتیم برای محاسبه k_b و S'_e چه کنیم؟

جواب : در کتاب شیگلی پیش بینی می شود که ضریبی تحت عنوان (α) در نظر گرفته شود، و α به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\alpha = \frac{k_b)_{Flexible}}{k_b)_{Axial}}$$

این ضریب باید در دو **مولفه نوسانی تنش** ناشی از بار محوری ضرب گردد و در عوض از k_b و S'_e برای بار های خمشی و پیچشی استفاده شود.امّا k_b مربوط به محوری را نیز نباید ۱ بگذاریم و باید از فرمول زیر محاسبه کنیم:

$$S'_e = (k_b)_{Axial} \times S'_e)_{Flexible} = (k_b)_{Axial} \times 0.5 S_{ut}$$

چرا نباید ۱ بگذاریم ؟ زیرا k=۱ فقط برای زمانی است که بار محوری خالص داریم.

اگر تحلیل با استفاده از دایره موهر انجام می شود ، **مولفه های تنش محوری** را باید پیش از یافتن تنش های اصلی ، در ضریب α ضرب کرد.

k_c: ضریب قابلیت اعتماد که بستگی به R (۰<R<۱) (Reliability) :

جدول ۲۷۶ کتاب شیگلی مربوط به ضریب است. این ضریب در امتحان اذیت کننده نیست .

هرچه R_c (قابلیت اعتماد) به ۱ نزدیک تر می شود k_c کوچکتر می شود.

تذکر مهّم : اگر در یک مسئله ای به k_c اشاره نشده بود R=۰٫۵ و $k_c = 1$ فرض می کنیم.

- **k_d** : ضریب دما :

برای بدست آوردن k_d به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\begin{cases} 1 \quad IF \quad T \le 350^\circ C \\ 0.5 \quad IF \quad 350^\circ C \le T \le 500^\circ C \end{cases}$$

تذکر مهّم :

در همه مسائل فعلاً k_d را برابر ۱ در نظر بگیرید یعنی تمام از ۳۵۰ درجه سانتی گراد کمتر است. توجّه داریم که دما های بالاتر از ۳۵۰ درجه سانتی گراد کل برنامه S_y, S_{ut} را به هم می ریزد.

و رابطه بالا یک رابطه بدَرد نخور برای ما می شود.

- **k_e:** ضریب اصلاح تمرکز تنش:

۱. $k_t = \dfrac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$ و $k_{ts} = \dfrac{\tau_{max}}{\tau_0}$ σ_0 و τ_0 تنش های اسمی می باشند.

۲.نمودار های مختصر شده ضریب های تمرکز تنش در جدول پ-۲۳ نشان داده شده اند.

۳. k_t و k_{ts} مقدار های نظری هستند.

۴. تمرکز تنش اثری شدیداً موضعی است.

۵. نیازی نیست k_t و k_{ts} را در مورد تنش های استاتیکی مواد نرم اعمال کرد ولی باید در مورد تنش های استاتیکی مواد با استحکام زیاد ، داکتیل بودن کم ، سخت شده ، و یا بسیار سرد کاری شده اعمال شوند.

۶.تمرکز تنش را هنگامی باید در نظر گرفت که قطعه از مواد ترد ساخته شده است یا تحت بار گذاری خستگی است.

۷.در بار گذاری خستگی نیز دو ضریب کاهش یافته برای تمرکز تنش تحت عناوین k_f و k_{fs} وجود دارد که همواره بزرکتر از یک می باشد و به صورت زیر تعریف می شود:

$$k_f = \frac{\text{حد دوام نمونه های بدون فاق}}{\text{حد دوام نمونه های فاق دار}}$$

این ضریب معمولاً ضریب تمرکز تنش خستگی نیز نامیده می شود، اگر چه در بارگذاری استاتیکی مواد ترد نیز از آن استفاده می شود.

۸ از آنجائیکه برای تعیین k_f و k_{fs} نیاز به آزمایش داریم و اینکار برای هرنمونه مقدور نمی باشد لذا بهتر است k_f و k_{fs} به گونه ای با k_t و k_{ts} ارتباط پیدا کند به همین منظور q ضریب حساسیت به فاق را تعریف می کنیم.

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1} \quad ,0 \le q \le 1$$

اگر q=۰ باشد حساست به فاق نداریم پس $k_f = 1$ است.

اگر q=۱ باشد ماده کاملاً حساس است پس $k_f = k_t$ است.

همچنین برای q_s داریم:

$$q_s = \frac{k_{fs} - 1}{k_{ts} - 1} \quad ,0 \le q_s \le 1$$

حساسیت چد نها به فاق بسیار کم است و از حدود صفر تا ۰,۲ بسته استحکام کششی آنها ، تغییر می کند. برای رعایت جوانب احتیاط پیشنهاد می شود در مورد همهء چدنها از حساسیت به فاق q=۰,۲ استفاده شود.

۹. همانطور که قبلاً هم اشاره شد k_t و k_{ts} را از نمودار های پیوست کتاب شیگلی قابل محاسبه هستند. برای q و q_s نیز می توان به ترتیب از نمودارهای ۱۳-۷ و ۱۴-۷ استفاده کرد.

۱۰. تعریف دیگر که می توان برای k_f داشت این است که k_f را ضریب کاهنده استحکام خستگی نیز می نامند. و بعد از این با همین مفهوم از آن استفاده می کنیم . به این معنا که ضریب اصلاحی تمرکز تنش k_e با k_f را بطه زیر را خواهد داشت:

$$k_e = \frac{1}{k_f}$$

نکته مهّم:

$\mathrm{k_f}$ عامل تمرکز تنش است و هیچ ربطی به فرمول $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$ ندارد.

بنابراین در امتحان مواظب باشید که این رابطه را اشتباه نکنید.

مدل های بارگذاری مختلف و محاسبه $\mathrm{k_e}$ (ضریب اصلاح تمرکز تنش):

از آنجائیکه روی میله سوراخ داریم پس تمرکز تنش نیز داریم بنابراین نیروی محوری F تولید $\mathrm{k_f}$ و تُرک (T) تولید $\mathrm{k_{fs}}$ می کند .

توجه داریم که $\mathrm{k_f}$ و $\mathrm{k_{fs}}$ هیچ ربطی به ندارند زیرا هم جنس نیستند.

در مواردی که یک تُرک ویک بار محوری به یک قطعه سوراخ دار وارد می شود به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\sup pose \quad k_e = 1 \rightarrow \begin{cases} \sigma \rightarrow k_f \times \sigma \\ \tau \rightarrow k_{fs} \times \tau \end{cases}$$

تجربه نشان داده است که :

$$k_f = k_{f1} \times k_{f2} \rightarrow k_e = \frac{1}{k_{f1} \times k_{f2}}$$

$$k_{fs} = k_{fs1} \times k_{fs2}$$

حال شکل زیر را در نظر بگیرید که از یک پلّه و از یک سوراخ ، یعنی دو عامل تمرکز تنش درست شده است.

$$\sup pose \quad k_e = 1 \rightarrow \begin{cases} \sigma \rightarrow k_f \times \sigma \\ \tau \rightarrow k_{fs} \times \tau \end{cases}$$

$$k_f = k_{f1} \times k_{f2} \rightarrow k_e = \frac{1}{k_{f1} \times k_{f2}}$$

$$k_{fs} = k_{fs1} \times k_{fs2}$$

تذکر بسیار مهّم:

اگر $\mathrm{k_e}$ را از فرمول $k_e = \frac{1}{k_{f1} \times k_{f2}}$ حساب کردید دیگر نمی توانید $\mathrm{k_f}$ را در مؤلفه نوسانی تنش ضرب کنید .

اگر $\mathrm{k_f}$ را در مؤلفه نوسانی تنش ضرب کردید ، در فرمول $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$ حتماً باید $\mathrm{k_e}$ را ۱ بگذاریم.

- $\mathbf{k_f}$:ضریب اصلاح اثر های دیگر:

هر عاملی که باعث افزایش σ_{max} می شود ، بایستی استحکام را کاهش دهد. یعنی $\mathbf{k_f}$ را در محاسبات وارد می کند که مقدار آن کوچکتر از ۱ می باشد و هر عاملی که σ_{max} در قطعه کاهش دهد ضریب بزرگتر از یک خواهد بود $\mathbf{k_f}>1$ که باعث افزایش S_e می شود.

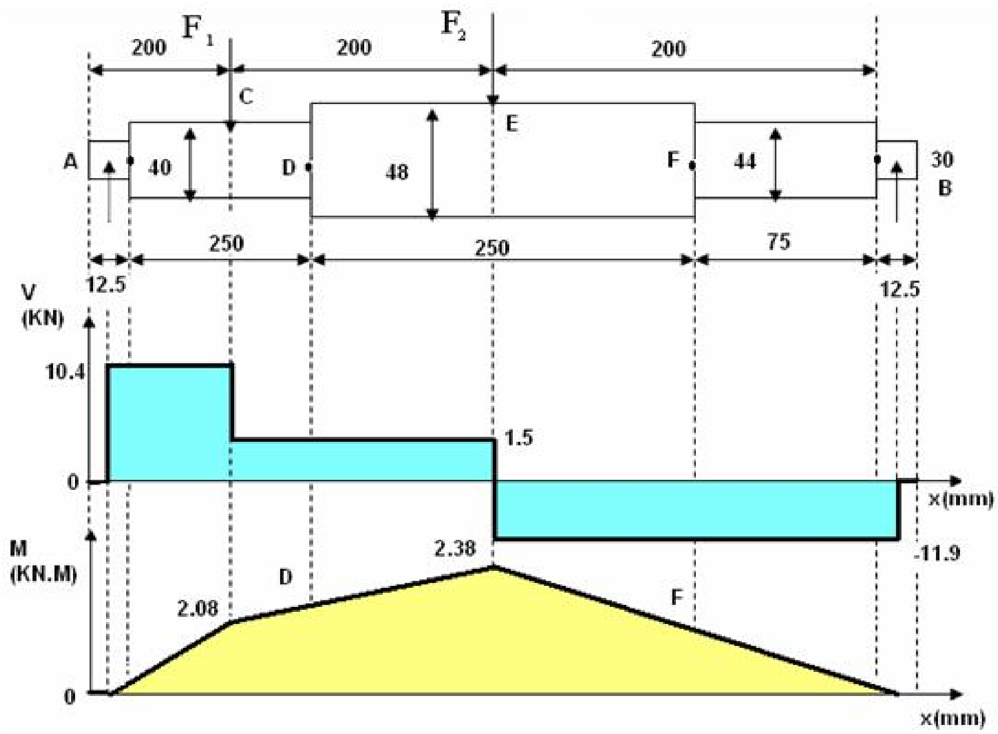
مثال) محوری که در شکل نشان داده شده است با سرعت $\omega = 1720 r.pm$ می چرخد و باید عمری برابر ۳ دقیقه در ۵۰٪ قابلیت اعتماد داشته باشد فولاد مورد استفاده خواص زیر را دارد :

شعاع راکورد r =۱,۶mm ، $S_{ut} = 610MPa$ ، E=۲۰۷GPa ، HB ۱۷۸ سختی برینل

محور سنگ زده شده و روی تکیه گا ههای ساده ای در A و B قرار گرفته است و با نیرو های استاتیکی $F_1 = 8.9KN$ و $F_2 = 13.4KN$ بار گذاری می شود. ضریب ایمنی را برای مقاومت با شکست پیداکنید.

حل: ابتدا دیاگرام های V-X و M-X را رسم کرده و از روی آن نقطه بحرانی را مشخص می کنیم ، لذا داریم:

- **رسم آبشنی از شافت و آنالیز نیروی شافت در صفحه (x-y)**



$$\sum M_A = 0 \rightarrow B = -11.9$$
$$\sum F_y = 0 \rightarrow A = 10.4$$

نقاط کاندید برای بدست آوردن نقطه بحرانی نقاط C,D,E,F هستند امّا نقاط C, E بدَرد گشتاور گیری نمی خورند بلکه ما بایستی گشتاور را در نقاط D و F که نقاط مربوط به پله ها هستند محاسبه کنیم .

برای نقطه D :

$$\mathrm{Kt})_{\mathrm{D}}\begin{cases} D/d = \dfrac{48}{40} = 1.2 \\ r/D = \dfrac{1.6}{40} = 0.04 \end{cases} \xrightarrow{14-7 table} k_t = 2$$

$$\mathrm{q})_{\mathrm{D}}\begin{cases} S_{\mathrm{ut}} = 610MPa \\ r = 1.6mm \end{cases} \xrightarrow{13-7 table} q = 0.78$$

$$\begin{cases} M_D = (2.08) + [(250+12.5)-(200)]\times 10^{-3}\times 10.5 = 2.17KN \\ k_f = 1+q(k_t-1) \to k_f = 1+(0.78(2-1)) = 1.78 \end{cases}$$

با توجه به اینکه $\mathrm{k_f}$ در مؤلفه σ ضرب می شود داریم:

$$k_f \times M_D = 3.87KN.m$$

برای نقطه F :

$$\mathrm{Kt})_{\mathrm{F}}\begin{cases} D/d = \dfrac{48}{44} = 1.09 \\ r/D = \dfrac{1.6}{44} = 0.036 \end{cases} \xrightarrow{14-7 table} k_t = 2.1$$

$$\mathrm{q})_{\mathrm{F}}\begin{cases} S_{\mathrm{ut}} = 610MPa \\ r = 1.6mm \end{cases} \xrightarrow{13-7 table} q = 0.78$$

$$\begin{cases} M_F = (2.38) + [(200+12.5)-(75+12.5)]\times 10^{-3}\times -11.9 = 1.041KN \\ k_f = 1+q(k_t-1) \to k_f = 1+(0.78(2.1-1)) = 1.858 \end{cases}$$

با توجه به اینکه $\mathrm{k_f}$ در مؤلفه σ ضرب می شود داریم:

$$k_f \times M_F = 1.934KN.m$$

برای نقطه E :

$$\begin{cases} M_E = 2.38KN.m \\ k_f = 1 \end{cases}$$

- تذکر مهّم:

حال باید تعیین کرد که بین C, D,E,F کدامیک به عنوان نقطه بحرانی می باشد.

با توجّه به گشتاور و تمرکز تنش از مقادیر بالا بدست می آوریم که D به عنوان نقطه بحرانی است.

امّا آیا قطر شافت در تعیین حالت بحرانی قطر شافت دخیل است؟

ج: در جواب می گوییم ۱۰۰٪ دخیل است امّا اینجا خوشبختانه در D قطر ۴۰ میلیمتر است ودر F ۴۴ میلیمتر است پس باز از لحاظ قطر هم D نسبت به F بحرانی تر است.

حال فرض می کنیم که قطر F برابر ۴۰ و قطر D برابر ۴۴ بود حال بایستی چگونه تعیین کنیم که F بحرانی است یا D؟

در این حالت برای محاسبه حالت بحرانی نمی توانستیم از روی تمرکز تنش و گشتاور پی به حالت بحرانی ببریم بلکه باید از رابطهء زیر استفاده کنیم:

$$\begin{cases} I = \dfrac{\pi d^4}{32} \\ \sigma = \dfrac{MC}{I} \end{cases} \rightarrow \sigma_{\max} = k_f \, \frac{32M}{\pi d^3}$$

چه زمانی σ ماکزیمم مقدار خود را خواهد داشت؟

همانطور که از رابطه بالا معلوم است زمانیکه d کاهش می یابدM و k_f افزایش پیدا کند .

نقطه بحرانی D شد حال برای محاسبه σ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \sigma_{\max})_D = k_f \, \dfrac{32M}{\pi d^3} = \dfrac{1 \times 32 \times 2.17 \times 10^6}{\pi (40^3)} = 346MPa \\ N = 3 \times 1720 = 5160 rev \end{cases}$$

با توجه به نمودار S-N خستگی از نوع پر چرخه با عمر محدود داریم.

چون ما قصد داریم که k_e را از فرمول مربوط به آن حساب کنیم و در فرمول S_e مقدار آنرا قرار دهیم لذا با توجّه به نکات درسی دیگر نبایستی مقدار k_f را در تمرکز تنش ضرب کنیم لذا مقدار آنرا در فرمول فوق برابر ۱ قرار دادیم.

- تعیین ضرایب مارین :

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$$

برای بدست آوردن k_a با توجه به اینکه محور سنگ زده شده است داریم:

$$k_a = \begin{cases} S_{ut} = 610MPa \\ page267 \rightarrow k_a = 0.89 \end{cases}$$

در این شافت هنگام آنالیز نیرویی بار محوری را به صورت فشاری در نظر گرفتیم تا بتوانیم از اثر آن صرف نظر کنیم امّا در مورد خمش ، چون خمش داریم لذا از فرمول کوگوئل به صورت زیر استفاده می کنیم :

$$k_b \begin{cases} 1 \quad d \le 8mm \\ 1.189 d_{eq}^{\;-0.097} \;\; 8mm \le d \;\; \le 250mm \rightarrow k_b = 1.189(40)^{-0.097} = 0.831 \end{cases}$$

$R = 50\% \rightarrow k_c = 1$

چون بحثی از دما نشده است و دما نیز از ۳۵۰ درجه سانتیگراد کمتر است بنابراین $k_d = 1$.

$$k_e = \frac{1}{k_f} = \frac{1}{1.78} = 0.562$$

با توجه به اینکه حرفی از دیگر اثر ها نیست پس $k_f = 1$ خواهد بود.

$$S'_e = 0.5S_{ut} = 305MPa$$

$$\rightarrow S_e = (0.89)(0.831)(1)(1)(0.562)(1) = 126MPa$$

$$\begin{cases} S_e = 126MPa \\ N = 5160rev \\ S_{ut} = 610MPa \end{cases} \rightarrow n = \frac{S_e}{\sigma_{\max}} = \frac{126}{346} = 0.36 < 1 \ \rightarrow \lim ited\ life$$

اگر کمی تأمل کنید ، می بینید که خستگی پرچرخه با عمر محدود است و برای یک خستگی با عمر محدود معادله خط در نمودار S-N به صورت لگاریتمی تعریف می شد و داشتیم:

$$b = -\frac{1}{3}\log(\frac{0.8S_{ut}}{S_e}) = -\frac{1}{3}\log(\frac{(0.8)(610)}{(126)}) = -0.195$$

$$c = \log\frac{(0.8S_{ut})^2}{S_e} = \log\frac{(0.8 \times 610)^2}{126} = 3.27$$

$$S_f = 10^c N^b = (10^{3.27}) \times (5160^{-0.195} = 351.58MPa$$

$$n = \frac{S_f}{\sigma_{\max}} = \frac{351.58}{346} = 1.016$$

- **تنش های نوسانی:**

سه حالت عمومی از تنش های متناوب را در شکل زیر می بینیم:

حالت (ج) همان حالتی است که نمودار S-N برای آن رسم شده است ، در این حالت $\sigma_m = 0$(تنش متوسط) است.

در این نمودار ها σ_a دامنه تنش ، σ_m تنش متوسط و σ_rمحدوده ، σ_{min} حداقل تنش و σ_{max} حداکثر تنش است و داریم:

$$(Fatigue)\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} > 0 \qquad (Statically)\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

$$\sigma_r = 2\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$$

تنش کاملاً معکوس شونده :

غالباً لازم است استحکام قطعه ها را در وضعیت تنشی غیر از تنش کاملاً معکوس شونده تعیین کرد بسیار اوقات در طراحی تنش ها بدون گذشتن از صفر نوسان می کنند.

σ_s تنش استاتیکی یا پایا است و ر بطی به σ_m ندارد. و در حقیقت ممکن است هر مقداری بین σ_{max} تا σ_{min} به خود اختصاص دهد معمولاً σ_s به علّت پیشگاه استاتیکی به وجود می آید.

σ_a همواره مقدار مثبت داد در صورتیکه σ_m می تواند مثبت ، منفی و یا صفر باشد.

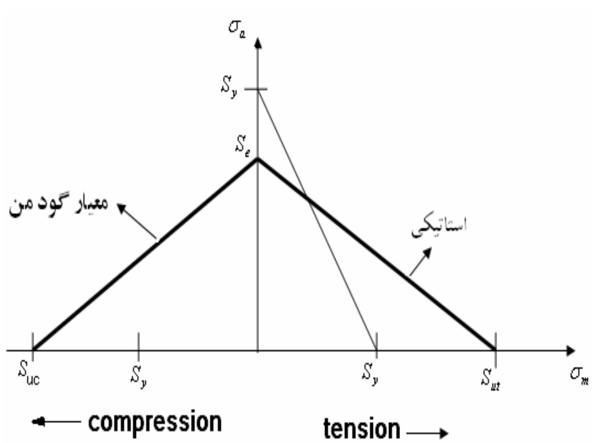
از اینجا به بعد با σ_m مانند یک تنش استاتیکی برخورد می کنیم و σ_a یک تنش خستگی در نظر می گیریم .

خاطر نشان می شود بدترین نوع بارگذاری نوسانی ، بار گذاری کاملاً معکوس شونده می شود که در آن $\sigma_m = 0$ است.

از اینجا به بعد دنبال معیار تسلیمی می گردیم که بتوانیم با استفاده از σ_a و σ_m پیش بینی کنیم آیا قطعه شکسته می شود یا بارگذاری ایمن است.

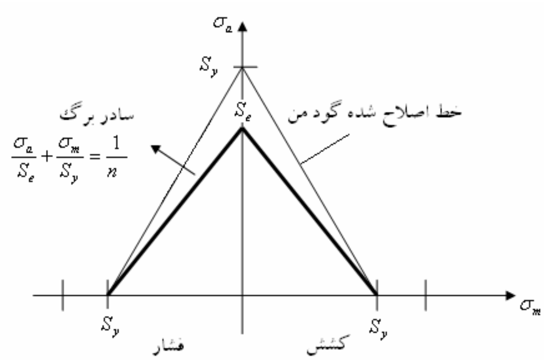
- **معیار های شکست بر مبنای استحکام خستگی:**

۱)معیار گود من:

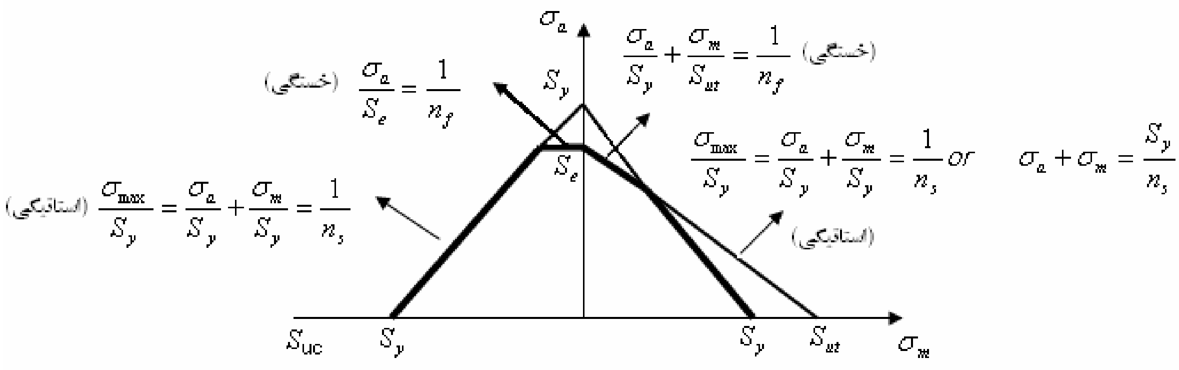


۲)معیار سادر برگ:

معیار سادر برگ تا معیار گود من محطاطانه تر عمل می کند.

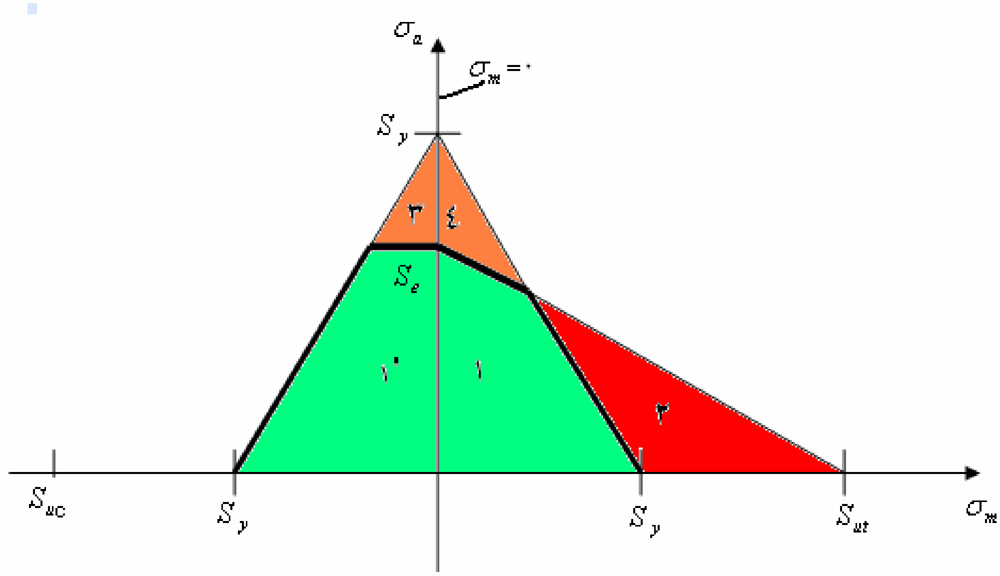


۳)ترکیب سادر برگ وگودمن(تا آخر کار ما از این معیار استفاده خواهیم کرد):



نمودار سادر برگ و گود من

- نکات مهم نمودار ترکیب سادر برگ وگودمن:



۱) ناحیه ۱: اگر بارگذاری در این ناحیه بیافتد بارگذاری ایمن است. وعمر قطعه با توجه به نمودار S-N بی نهایت است.

۲) ناحیه '1 : ناحیه ایمن بارگذاری است ، تنش در این ناحیه فشاری است بنابراین ترک باز نمی شود.

۳) ناحیه۲: ناحیه ای است که وارد فاز پلاستیک شده ایم.و اگر بارگذاری در این ناحیه بیافتد حاکی از آن است که قطعه از لحاظ استاتیکی مشکل دارد.

۴) ناحیه ۳و۴ :در این ناحیه قطعه ازلحاظ خستگی مشکل خواهد داشت و با توجه به نمودار S-Nعمر قطعه محدود خواهد بود.

۵) خطی که ضخیم نمایش داده شده است معیار اصلی ما برای تعیین ضریب ایمنی است.
خارج این خط قطعه یا از لحاظ استاتیکی و یا از لحاظ خستگی مشکل دارد.

۶) اگر $n_s > 1$ عمر قطعه نامحدود است و اگر $n_s < 1$ عمر قطعه محدود خواهد بود.

حد دوام خستگی پیچش:

راه اول:

اگر قطعه تحت تُرک نوسانی باشد داریم:

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2}$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2}$$

آزمایش نشان می دهد که ما می توانیم بگوئیم:

$$S_{Se} = 0.5 S_e \ , \quad {}_{se} = \frac{\sqrt{3}}{3} S_e = 0.577 S_e$$

S_e را حد دوام خستگی گویند و S_{se} را حد دوام خستگی برشی گویند.

برای یک تنش برشی ۵۰ مگا پاسکال معادل آن تنش نرمال ۱۰۰ مگا پاسکال است چون :

$$\tau = S_{sy} = \frac{S_y}{2}$$

$$\sigma = 2\tau = S_y$$

۲) استفاده از معیار ون مایزز:

می توان با استفاده از تئوری ون مایزز برای بدست آوردن حد دوام پیچشی استفاده کرد یعنی :

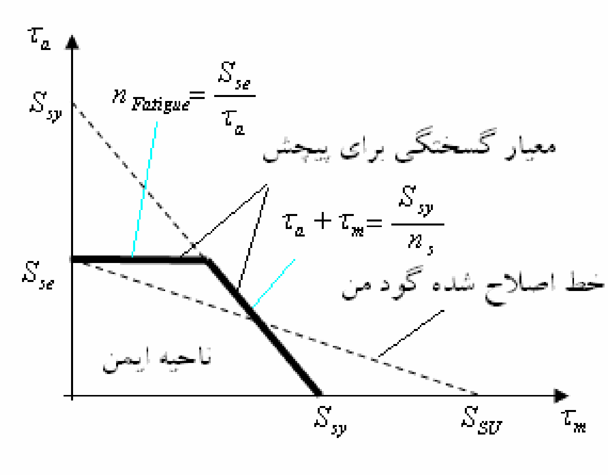
$${}_{se} = \frac{\sqrt{3}}{3} S_e = 0.577 S_e$$

در حالی که تنها بار های پیچشی اعمال می شوند یعنی τ_a, τ_m داریم برای حالت واماندگی استاتیکی داریم:

$$n_{statically} = \frac{S_{sy}}{\tau_{\max}} \ , S_{sy} = 0.577 S_y \ , \tau_{\max} = \tau_a + \tau_m$$

و برای واماندگی خستگی بدون توجه به τ_m داریم :

$n_{Fatigue} = \dfrac{S_{se}}{\tau_a}$ یعنی τ_m تأثیری در حد تحمل پیچشی ندارد.



- تنش های حاصل از بارگذاری ترکیبی:

$$\begin{cases} M_{max} \\ M_{min} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M_a = \dfrac{M_{max} - M_{min}}{2} \rightarrow \sigma_{a1} \rightarrow K_{f1}\sigma_{a1} \\ M_m = \dfrac{M_{max} + M_{min}}{2} \rightarrow \sigma_{m1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_{max} \\ T_{min} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T_a = \dfrac{T_{max} - T_{min}}{2} \rightarrow \tau_a \rightarrow K_{fs}\tau_s \\ T_m = \dfrac{T_{max} + T_{min}}{2} \rightarrow \tau_m \rightarrow K_{ts}\tau_m \rightarrow Brittle \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{max} \\ P_{min} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_a \rightarrow (\alpha)\sigma_{a2} \rightarrow (\alpha)(K_{f2})(\sigma_{a2}) \\ P_m \rightarrow \sigma_{m2} \rightarrow K_{t2}\sigma_{m2} \rightarrow Brittle \end{cases}$$

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \sigma'_a = \left[\left((k_{f1}\sigma_{a1}) + (\alpha \times k_{f2}\sigma_{a2})\right)^2 + 3(k_{fs}\tau_a)^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ \sigma_m = \sigma'_m = \left[(\sigma_{m1} + \sigma_{m2})^2 + 3(\tau_m)^2\right]^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

در نمودار فوق و معیار (سادر برگ و گودمن) که گفته شد می آییم و σ_a و σ_m را قرار می دهیم بعد بررسی می کنیم که در ناحیه ایمن واقع شده است یا نه؟امّا حال برای محاسبه K_b باید چه کار کنیم؟

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$$

برای خمش و پیچش داشتیم :

$$k_b \begin{cases} 1 \quad d \le 8mm \\ 1.189 d_{eq}^{-0.097} \quad 8mm \le d \le 250mm \end{cases}$$

$$S'_e = 0.5 S_{ut}$$

برای بار محوری هم داشتیم:

$$\begin{cases} k_b = 1 \\ S'_e = \left(\left[0.566 - 9.68 \times 10^{-5} S_{ut}\right] S_{ut}\right) \end{cases}$$

سوال:

اگر در یک قطعه ای هم بار محوری و هم خمش وپیچش داشتیم برای محاسبه k_b و S'_e چه کنیم؟

در کتاب شیگلی پیش بینی می شود که ضریبی تحت عنوان (α) در نظر گرفته شود، و α به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\alpha = \frac{k_b)_{Flexible}}{k_b)_{Axial}}$$

این ضریب باید در دو **مولفه نوسانی تنش** ناشی از بار محوری ضرب گردد و در عوض از k_b و S'_e برای بار های خمشی و پیچشی استفاده شود.امّا k_b مربوط به محوری را نیز نباید ۱ بگذاریم و باید از فرمول زیر محاسبه کنیم:

$$S'_e = (k_b)_{Axial} \times S'_e)_{Flexible} = (k_b)_{Axial} \times 0.5S_{ut}$$

چرا نباید ۱ بگذاریم ؟ زیرا k=۱ فقط برای زمانی است که بار محوری خالص داریم.

اگر تحلیل با استفاده از دایره موهر انجام می شود ، **مولفه های تنش محوری** را باید پیش از یافتن تنش های اصلی ، در ضریب α ضرب کرد.

طراحی برای بار های ضربه ای :

در طراحی برای بار های ضربه ای می توان سه نکته زیر را مد نظر قرا داد:

۱)حجم قطعه را زیاد کنیم.

۲)از ماده با ضریب ارتجاعی کم ومقاومت تسلیم بالا استفاده کنیم.

۳)هندسه قطعه را طوری طراحی کنیم که حتی الامکان تنش به صورت یکنواخت پخش شود و اثرات تمرکز تنش را کمترین کنیم.

مثال (۱) :

قطعه مکانیکی از فولادی با مشخصات $S_{ut} = 600MPa$ و $S_y = 480MPa$ و $S_e = 200MPa$ ساخته شده است ، ضریب ایمنی را برای حالت های تنشی زیر تعیین کنید.

الف) **تنش خمشی متناوبی** بین ۴۰MPa و ۱۰۰MPa.

جواب:

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = 100MPa \\ \sigma_{\min} = 40MPa \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \dfrac{100-40}{2} = 30MPa \\ \sigma_m = \dfrac{100+40}{2} = 70MPa \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 3.75$$

با توجه به نمودار هم می توان این ضریب ایمنی را به صورت زیر تعیین کرد:

$$n=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=3.75$$

ب)**تنش خمشی متناوبی** بین ۲۰۰MPa ,۰۰

$$\begin{cases}\sigma_{\max}=200\,MPa\\ \sigma_{\min}=0\,MPa\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\sigma_a=\dfrac{200-0}{2}=100\,MPa\\ \sigma_m=\dfrac{200+0}{2}=100\,MPa\end{cases}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e}+\frac{\sigma_m}{S_{ut}}=\frac{1}{n_f}\rightarrow n_f=1.5$$

ج) تنش فشاری محوری خالصی بین صفر تا ۲۰۰MPa (فرض کنید که $(K_b)\,flexible=0.85$).

$$\begin{cases}\sigma_{\max}=0MPa\\ \sigma_{\min}=-200MPa\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\sigma_a=\dfrac{0-(-200)}{2}=100MPa\\ \sigma_m=\dfrac{0-200}{2}=-100MPa\end{cases}$$

$$\begin{cases}S'_e=K_b)_{Axial}\times 0.5S_{ut}\\ S'_e)_{Axial}=[0.566-9.68\times10^{-5}S_{ut}]S_{ut}\end{cases}\rightarrow[0.566-9.68\times10^{-5}S_{ut}]=k_b\times0.5$$

$$\rightarrow K_b)_{Axial}=\frac{0.566-(9.68\times10^{-5}\times600)}{0.5}=1.016$$

$$\rightarrow\alpha=\frac{K_b)_{Flexible}}{K_b)_{Axial}}=\frac{0.85}{1.016}=0.84$$

ضریب α بدست آمده باید در مؤلفه نوسانی ناشی از بار محوری ضرب گردد:

$$\begin{cases}\sigma_a=\alpha\times\sigma_a\rightarrow0.84\times100=84MPa\\ \sigma_m=-100MPa\end{cases}\rightarrow\frac{\sigma_a}{S_e}=\frac{1}{n_f}\rightarrow n_f=2.38$$

مثال (۲):

میله ای دارای مشخصات $\begin{cases}S_{ut}=551MPa\\ S_y=413MPa\end{cases}$ و $S_e=276MPa$ می باشد . برای هر یک از موارد زیر ضریب ایمنی را برای مقابله با شکست استاتیکی و ضریب ایمنی را برای مقابله با شکست خستگی و یا عمر مورد نظر قطعه را محاسبه نمایید.

الف)تنش پیچشی پایای $\tau_m=103MPa$ وتنش خمشی متناوب $\tau_a=172MPa$.

منظور از پایا این است که مقدارش ثابت می باشد و مؤلفه نوسانی ندارد.)

منظور از متناوب بودن همان نوسانی بودن است پس مؤلفه پایا ندارد.

$$\begin{cases}\tau_a = 0 \\ \tau_m = 103MPa\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sigma_a = 172MPa \\ \sigma_m = 0\end{cases}$$

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases}\sigma_a = \sigma'_a = \sqrt{(172)^2 + 0} = 172MPa \\ \sigma_m = \sigma'_m = \sqrt{0 + 3(108)^2} = 178.4MPa\end{cases}$$

با توجه به اینکه هنوز نمی دانیم که ضریب ایمنی استاتیکی است یا خستگی یا هر دو برای چک مطلب باید حداقل این دو ضریب ایمنی با استفاده ار دو فرمول روبرو و باید به هم نزدیک باشند محاسبه کنیم.

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f}$$

$$\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n_s}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 1.056$$

$$\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n_s} \rightarrow n_s = 1.67$$

نقطه B هنوز به خط استاتیکی نرسیده پس باید علاوه بر n_f ، n_s را هم در نظر بگیریم.

با توجه به اینکه $n_s = 1.67$ و $n_s > 1$ بنابراین عمر قطعه نا محدود است. امّا اگر $n_s < 1$ عمر قطعه محدود می شد.

ب) تنش پیچشی τ_m=$103MPa$ و تنش پیچشی متناوب $\tau_a = 69MPa$وتنش خمشی $\sigma_a = 83MPa$

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases}\sigma_a = \sigma'_a = \sqrt{(83)^2 + 3(69)^2} = 145.51MPa \\ \sigma_m = \sigma'_m = \sqrt{0 + 3(198)^2} = 178.41MPa\end{cases}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 1.3$$

$$\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n_s} \rightarrow n_s = 1.2$$

ج)تنش پیچشی پایای $\tau_m = 138MPa$ وتنش پیچشی متناوب $\tau_a = 69MPa$.

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases}\sigma_a = \sigma'_a = \sqrt{3(69)^2} = 119.5MPa \\ \sigma_m = \sigma'_m = \sqrt{3(198)^2} = 239MPa\end{cases}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 1.15$$

$$\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n_s} \rightarrow n_s = 1.15$$

د) تنش پیچشی متناوب $\tau_a = 207MPa$:

جواب:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \sigma'_a = \sqrt{3(207)^2} = 358MPa \\ \sigma_m = \sigma'_m = 0 \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + 0 = \frac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 0.77 < 1 \rightarrow life\ \ is\ \ \lim ited$$

$$\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n_s} \rightarrow n_s = 1.15$$

$$b = -\frac{1}{3}\log(\frac{0.8S_{ut}}{S_e}) = -\frac{1}{3}\log(\frac{(0.8)(551)}{(276)}) = -0.068$$

$$c = \log\frac{(0.8S_{ut})^2}{S_e} = \log\frac{(0.8\times 551)^2}{276} = 2.85$$

$$\begin{cases} S_f = 10^c N^b \\ Sf = 358MPa \end{cases} \rightarrow N = 21898cycl$$

تذکر مهم : علّت اینکه در بالا $Sf = 358MPa$ می گیریم این است که چون تنش ۳۵۸MPa عمر قطعه را محدود می کند بنابراین هر σ که۸عمر را محدود می کند همان Sf خواهد بود.

هـ) تنش پیچشی پایای $\tau_m = 103MPa$ وتنش کششی $\sigma_a = 103MPa$.

$$\begin{cases} \tau_a = 103MPa \\ \tau_m = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_a = 0 \\ \sigma_m = 103MPa \end{cases}$$

$$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \rightarrow \begin{cases} \sigma_a = \sigma'_a = \sqrt{3(103)^2} = 178.4MPa \\ \sigma_m = \sigma'_m = \sqrt{(103)^2} = 103MPa \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\sigma_a}{S_e} + \dfrac{\sigma_m}{S_{ut}} = \dfrac{1}{n_f} \rightarrow n_f = 1.2 \\ \sigma_a + \sigma_m = \dfrac{S_y}{n_s} \rightarrow n_s = 2 \end{cases} \rightarrow n_s > 1 \rightarrow life\ \ is\ \ \infty$$

تذکر مهم:

تنش نرمال به علّت بار محوری به وجود می آید لذا بایستی α را در مؤلفه نوسانی تنش محوری ضرب نمائیم ، امّا خوشبختانه در انجا مؤلفه استاتیکی داریم و مؤلفه نوسانی حاصل از بار محوری صفر است.

فصل پانزدهم

طراحی شافت

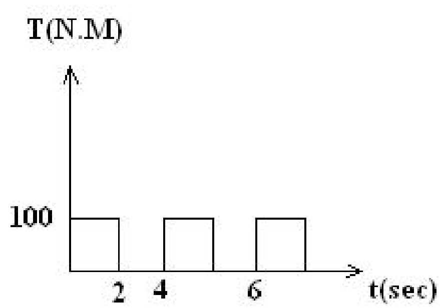
طراحی شافت:

آنچه در این فصل به عنوان طراحی شافت بیان می شود ترکیبی از فصول ۶،۷،۱۱،۱۵ کتاب شیگلی می باشد.
در کتاب شیگلی بحثی به این صورت وجود ندارد از آنجاییکه هر عضو ماشین باید بر روی محور قرار داشته باشد لذا طراحی شافت یکی از مهمترین قسمت هایی است که در درس طراحی اجزا(۱) به طور مجزا ومفصل به آن پرداخته می شود.

تعریف شافت(Shaft):عضو چرخشی یا ثابت و معمولاً با سطح مقطع دایره ای است که روی آن اجزإ مانند چرخ دنده ها،چرخ تسمه،لنگ ها،چرخ زنجیر ها و سایر اجزإ انتقال قدرت نصب می شود.
تعریف اسپیندل(Spindle):محورکوتاه چرخشی را اسپیندل گویند.
تعریف اکسل(Axle):محوری است ساکن و یا چرخان که تحت بار پیچشی قرار نمی گیرد.

در طراحی شافت ها بایستی دیاگرام ممان خمشی (M_a, M_m) و (T_a, T_m) و (P_a, P_m) باید رسم شود.
لذا بایستی قادر باشیم مؤلفه های نوسانی و متوسط را از یکدیگر تمیز دهیم.
آنچه باعث نوسانی شدن ترک می شود نوع مصرف توان توسط مصرف کننده است با توجه به نمودار تُرک مصرفی می توان دیاگرام T_a, T_m را رسم کرد.

مثال : مصرف کننده ای تُرک پیچشی را به صورت شکل زیر مصرف می کند مطلوبست T_a, T_m.



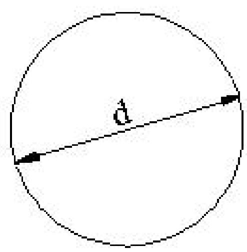
$$\begin{cases} T_a = \dfrac{100-0}{2} = 50 N.m \\ T_m = \dfrac{100+0}{2} = 50 N.m \end{cases}$$

بحث M_a, M_m قبلاً در بار گذاری خستگی و استاتیکی بیان گردید همانگونه که قبلاً گفتیم حتی بار های ثابت بر روی شافت چرخان نیز قادر به تولید M_a هستند. ودر صورتیکه نیروی عدم بالانس بر روی شافت وجود داشته باشد این نیروی عدم بالانس باعث تولید M_m می گردد.

تذکر مهّم:
منبع قدرت آنقدر توان می دهد که مصرف کننده در خواست می دهد.
مثلاً اگر قدرت موتور ۱۰۰ کیلو وات امّا مصرف کننده ۳۰ کیلو وات باشد توان کشیده شده از موتور ۳۰ کیلو وات می باشد.(مثال بارز آن یک سفره از غذاهای رنگارنگ است که از یک طرف سالن تا طرف دیگر سالن بیاندازند و به شما بگویند از این غذا ها میل بفر مایید شما نهایتاً تا جایی می توانید به خوردن ادامه دهید که کاملاً از غذا خوردن سیر شده باشید امّا سفره هنوز از غذا پر است.)

- **طراحی شافت بر مبنای بار استاتیکی** :

$$\sigma_x = \frac{32M}{\pi d^3}, \quad \tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} \rightarrow \tau_{max} = \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau xy^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{16M}{\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{16T}{\pi d^3}\right) \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{16}{\pi d^3}[M^2 + T^2]^{\frac{1}{2}}$$



۱) معیار ترسکا :

$$n = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}} = \frac{\frac{1}{2}S_y}{\frac{16}{\pi d^3}[M^2 + T^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{\pi d^3 S_y}{32[M^2 + T^2]^{\frac{1}{2}}} \rightarrow d = \left[\frac{32n}{\pi S_y}[M^2 + T^2]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

۲)معیار ون مایزز:

$$\begin{cases} \sigma' = \left[\sigma_x{}^2 + 3\tau_{xy}\right]^{\frac{1}{2}} \\ \sigma' = \frac{S_y}{n} \end{cases} \rightarrow \frac{S_y}{n} = [(\frac{32M}{\pi d^3})^2 + 3(\frac{MT}{\pi d^3})^2]^{\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{S_y}{n} = \frac{16}{\pi d^3}[4M^2 + 3T^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\rightarrow d = [\frac{16}{\pi S_y}[4M^2 + 3T^2]^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{3}}$$

بنابر این با معلوم بودن M، T و n می توان قر شافت را تعیین کرد.

نکته:

می توان از روش های دیگری نیز برای محاسبه قطر شافت استفاده نمود البته شرایطی که برای بار گذاری استاتیکی بیان نمودیم در عمل به ندرت با آن روبرو می شویم در ۹۹٪ موارد بار گذاری روی شافت دینامیکی(غیر استاتیکی) است . زیرا چرخش خود شافت باعث دینامیکی شدن بارها می شود.

رهیافت قدیمی :

در سال ۱۹۲۷ انجمن مهندسان آمریکا کُدی برای طراحی محور های انتقال قدرت بنا نهاد اگر چه سالیان درازی است که از آن استفاده نمی شود امّا از نظر تاریخی قابل اعتنا است.

روش استفاده از کُد (ASME):

ابتدا یک تنش برشی مجازی به نام τ_p تعریف می کنیم و از دو مقدار زیر هر کدام که کوچکتر بود به آن اختصاص می دهیم :

$$\tau_p = 0.3S_{yt}, \tau_p = 0.18S_{ut}$$

بر طبق این کُد اگر تمرکز تنش ناشی از قوس ، پله ، یا جای خار ایجاد شود این تنش ها بایستی ۲۵٪ کاهش یابد برای مثال اگر شافت تحت بار گذاری استاتیکی باشدمی توانیم داشته باشیم:

$$\tau_a = \frac{16}{\pi d^3}[M^2 + T^2]^{\frac{1}{2}}$$

در کُد تعریف شده گشتاور خمشی (M) و تُرک پیچشی(T) به ترتیب در ضریب های شوک و خستگی C_t و C_m بسته به شرایط هر کاربرد ضرب می شوند و نهایتاً

$$\tau_a = \frac{16}{\pi d^3}[(C_m M)^2 + (C_t T)^2]^{\frac{1}{2}}$$

C_t و C_m از جدول ۱-۱۵ که در زیر نمایش داده شده است تعیین می شوند:

اگر خوب دقت کنیم متوجّه خواهیم شد که کُد ASME حدود قطر را تعیین می کند ویک قر با اندازه دقیق را به ما نمی دهد.

برای بدست آوردن قطر تقریبی می توان از فرمول زیر استفاده کرد :

$$d = [\frac{5.1}{\tau_p}[(C_m M)^2 + (C_t T)^2]^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}$$

در فرمول ذکر شده τ_p تنش برشی مجاز max است و طراح می تواند بسته به شرایط طراحی تا ۲۵٪ τ_p تعریف شده را کاهش دهد. برای مثال اگر عملکرد دستگاه به گونه ای باشد که باعث خطر افتادن جان انسان ها گردد بهتر است که این ۲۵٪ در نظر گرفته شود.

نکته مهّم:

قبل از بدست آوردن معادلات مربوط به طراحی شافت این نکته را در نظر می گیریم که دراکثر مواردی که با طراحی شافت روبرو هستیم شافت تحت خمش کاملاً معکوس شونده و تنش پیچشی کاملاً پایا بار گذاری می شود به عبارت دیگر یکی از مواردی که بسیار زیاد در محورها ایجاد می شود ، وجود یک گشتاور پیچشی ثابت و یک گشتاور نوسانی می باشد. در این صورت داریم:

$$\begin{cases} \sigma_a = \dfrac{32M}{\pi d^3} \\ \tau_m = \dfrac{16T}{\pi d^3} \end{cases}$$

در این مورد می توان با استفاده از تئوری های مختلفی قطر شافت را بدست آورد:

تئوری ساین:

تئوری ساین می گوید استحکام خستگی خمشی تحت تأثیر وجود تنش پیچشی میانگین قرار نمی گیرد مگر اینکه این تنش از حدود ۵۰٪ استحکام تسلیم پیچشی فزون تر شود . با توجه به اینکه طراحی شافت فوق العاده ساده می شود.

فرمول ساین به صورت زیر است که تست های فوق لیسانس را در بر می گیرد:

$$\sigma_x = \frac{S_e}{n} = \frac{32M}{\pi d^3} \rightarrow d = \left[\frac{32M \times n}{\pi S_e}\right]^{\frac{1}{3}}$$

فرمول مهّم وستینگ هاوس (Westing house):

کلی ترین حالت طراحی شافت در زمانی است که هم ممان خمشی و هم تُرک پیچشی دارای مؤلفه نوسانی متوسط باشند در این صورت پیشنهاد می شود از فرمول **Westing house** استفاده نمایید.

این فرمول از ترکیب دو معیار ترسکا و سادر برگ به صورت زیر بدست می آید:

$$d = \left[\frac{32n}{\pi}\left[\left(\frac{T_a}{se} + \frac{T_m}{sy}\right)^2 + \left(\frac{M_a}{se} + \frac{M_m}{Sy}\right)^2\right]^{1/2}\right]^{1/3}$$

تذکر ۱: در امتحان واحد ها را بایستی رعایت کنید اگر تمام گشتاور ها در فرمول فوق بر حسب (N.mm) و تنش بر حسب (MPa) با شند در این صورت قطر شافت به صورت mm بدست خواهد آمد.

تذکر۲ : این قطر یک قطر over design است یعنی بیشترین قطر را این فرمول به ما می دهد چون از دو معیار ترسکا وسادر برگ به طور همزمان استفاده کرده ایم.

موارد استفاده از فرمول **Westing house** را به ۴ دسته زیر تقسیم می کنیم:

۱. اگر **ماده نرم** باشد و بخواهیم قطر شافت را در ناحیه ای محاسبه کنیم که یکی از عوامل تمرکز تنش وجود دارد در این صورت بایستی مؤلفه نوسانی تُرک و ممان در ضریب تمرکز تنش ضرب شود یعنی M_a را در K_f و T_a را در K_{fs} بنا براین فرمول به صورت زیر در می آید:

$$d=\left[\frac{32n}{\pi}\left[\left(\frac{kf_sT_a}{se}+\frac{T_m}{sy}\right)^2+\left(\frac{K_fM_a}{se}+\frac{M_m}{Sy}\right)^2\right]^{1/2}\right]^{1/3}$$

۲.اگر **ماده ترد** باشد و بخواهیم قطر شافت را در ناحیه ای محاسبه کنیم که یکی از عوامل تمرکز تنش وجود دارد در این صورت بایستی مؤلفه نوسانی تُرک و ممان در ضریب تمرکز تنش ضرب شود ، بنابراین فرمول d با از روی فرمول Westing house به صورت زیر خواهد بود:

$$d_s=\left[\frac{32n}{\pi}\left[\left(\frac{kf_sT_a}{se}+\frac{K_{ts}T_m}{sy}\right)^2+\left(\frac{K_fM_a}{se}+\frac{K_tM_m}{Sy}\right)^2\right]^{1/2}\right]^{1/3}$$

۳. در صورتیکه بدانیم مؤلفه های استاتیکی حاکم بر مسئله نیستند می توانیم در فرمول Westing house $S_y \xrightarrow{convert} S_{ut}$ (s_y را به S_{ut}) تبدیل کنیم پس فرمول چنین خواهد شد:

$$d_S=\left[\frac{32n}{\pi}\left[\left(\frac{kf_sT_a}{se}+\frac{T_m}{sy}\right)^2+\left(\frac{K_fM_a}{se}+\frac{M_m}{Sy}\right)^2\right]^{1/2}\right]^{1/3}$$

۴. برای در نظر گرفتن بار محوری از فرمول میشگه استفاده می کنیم ، خاطر نشان می گردد از آنجایی که قطر در دو طرف فرمول میشگه وجود دارد بایستی با سعی و خطا مسأله را حل نمود امّا برای سادگی حدس اولّیه را توسط فرمول Westing house بدست می آوریم و سپس قط نهایی را با فرمول میشگه محاسبه می کنیم.

$$d=\left(\frac{32n}{\pi S_e}\left[(M_a+\frac{P_ad}{2})^2+\frac{3T_a^{\ 2}}{2}\right]^{1/2}+\frac{32n}{\pi S_{ut}}\left[(M_m+\frac{P_md}{2})^2+\frac{3T_m^{\ 2}}{4}\right]^{1/2}\right)^{1/3}$$

تذکرات بسیار مهّم:

۱.زمانیکه عوامل تمرکز تنش در مسأله گرفته می شوند و در مؤلفه های نوسانی ضرب می شوند K_e را در ضرایب مارین برابر ۱ قرار می دهیم.

۲.در صورتیکه مؤلفه های متوسط T_m, M_m فشاری باشند ، بایستی آنها را مثبت فرض کنیم و طراحی را انجام دهیم و در فشار چک نمائیم.

پس در فرمول های یاد شده تحت هیچ شرایطی T_m, M_m را منفی نمی گیریم.

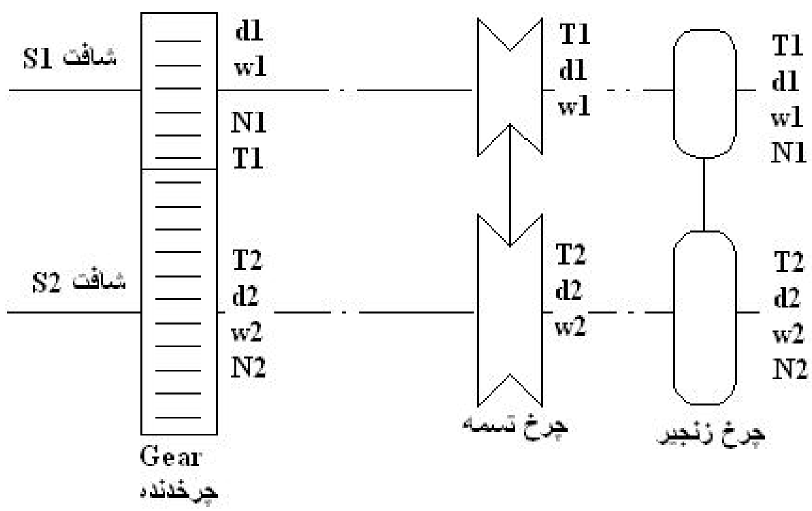
۲. تمام معیار هایی که تا کنون گفتیم بر اساس ترسکا و گود من یا ترسکا و سادر برگ بود در صورتیکه معیار استاتیکی را بجای ترسکا به صورت میزز قرار دهیم در کل فرمول های ارئه شده باید تغییر زیر را بدهیم:

به جای مقدار۳۲ مقدار $\frac{48}{\sqrt{3}}$ را قرار می دهیم.

به عنوان مثال داریم :

$$d_s = \left[\frac{48n}{\sqrt{3}\pi} \left[\left(\frac{T_a}{se} + \frac{T_m}{sy} \right)^2 + \left(\frac{M_a}{se} + \frac{M_m}{Sy} \right)^2 \right]^{1/2} \right]^{1/3}$$

طراحی شافت :



نکته (۱) : اگر شافت S_1, S_2 با چر خدنده ۱ و۲ به هم متصل شوند جهت حرکت چرخدنده ۱ و۲ بر عکس هم است امّا اگر به جای چرخدنده از چرخ زنجیر یا چرخ تسمه استفاده شود حرکت در یک جهت است.

نکته(۲):چون چرخ دنده ها به طور مستقیم به هم وصل می شوند برای چرخیدن بایستی اندازهء دندانه ها با هم برابر باشد آنچه معرف اندازهء دندانه ها می باشد مدول نامیده می شود.

$$\begin{cases} m = \frac{d}{N} \\ m_1 = m_2 \end{cases} \rightarrow \frac{d_1}{N_1} = \frac{d_2}{N_2} \rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{d_1}{d_2} \quad (1)$$

$d \leftarrow$ قطر دایره گام است (diameter)

$N \leftarrow$تعداد دندانه ها است (Number teeth).

نکته (۳):سرعت چر خدنده ها در نقطه تماس با هم برابر است.

$$V_1 = V_2 \rightarrow \frac{d_1}{2}\omega_1 = \frac{d_2}{2}\omega_2 \rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (2)$$

نکته (۴):راندمان در این اجزأ برابر ۱۰۰٪ گرفته می شود لذا توان ورودی و خروجی برابر است.

$$P_1 = P_2 \rightarrow T_1\omega_1 = T_2\omega_2 \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (3)$$

از روابط ۱و۲و۳ در فوق می توانیم به رابطه کلی زیر برسیم:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (*)$$

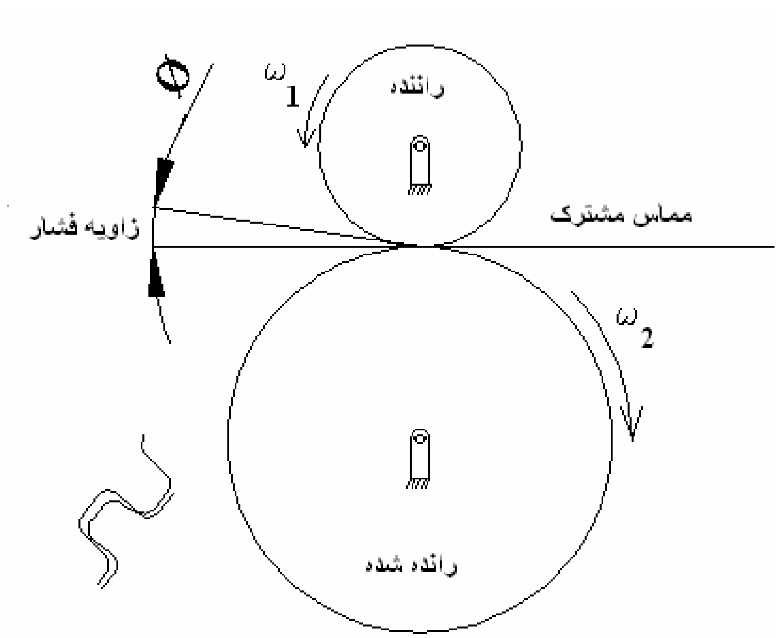
نکته (۵) :رابطه (*) به ما می گوید که چرخ دنده ای که دندانه بیشتری داشته باشد نتیجه قطر کمتری دارد و هر چه سرعت بیشتری داشته باشد تُرک کمتری دارد.

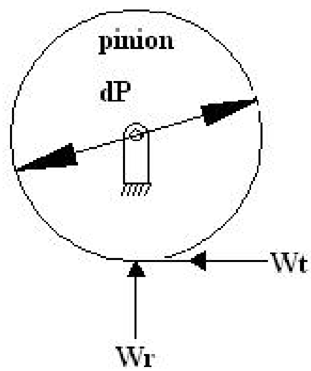
نکته (۶):رابطه(*) برای چرخ زنجیر ، چرخ دنده حاکم است امّا برای چرخ تسمه چون تعداد دندانه نداریم بنابراین ترمِ $\frac{N_1}{N_2}$ از فرمول (*) حذف خواهد شد.

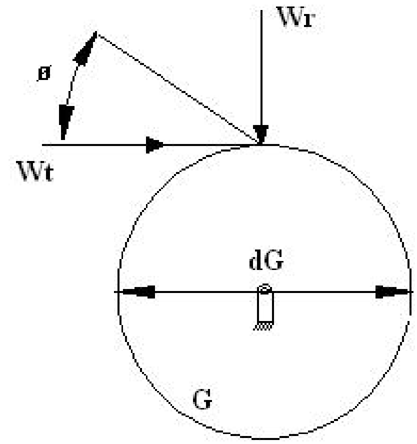
نکته (۷):در درس طراحی اجزأ از این به بعد به چرخدنده کوچک پینیون (Pinion) می گوییم که بیشتر مواق راننده(Driver) است.

و به چرخدنده بزرگ درایون(Driven) گفته می شود.

- زاویه فشار(Angle pressure)(ϕ):







زاویه فشار ، زاویه ای است که نیرو تحت آن از چرخدنده راننده به چرخ دنده رانده شده منتقل می شود.

زاویه فشار استاندارد است که از جدول می خوانیم $14.5°,20°,25°$ اگر در مسئله نگفته بودن شما $20°$ را بگیرید.

$$\begin{cases} W_t = W\cos\phi \\ W_r = W\sin\phi \end{cases} \rightarrow tg(\phi) = \frac{W_r}{W_t}$$

اگر بخواهیم T رامحاسبه کنیم داریم :

$$\begin{cases} T_P = W_t \times \dfrac{d_P}{2} \\ T_G = W_t \times \dfrac{d_G}{2} \end{cases}$$

تذکرات بسیار مهّم:

۱) $W_r \leftarrow$نیروی شعاعی $\leftarrow$ جهت این نیرو همیشه به سمت مرکز چرخدنده است و تمایل به دور کردن دو چرخدنده از هم دارد.

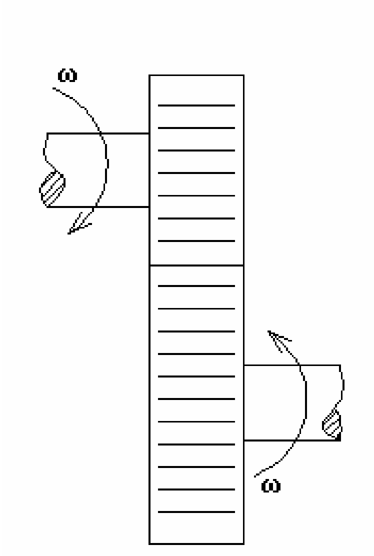
۲) $W_t \leftarrow$نیروی مماسی $\leftarrow$ابتدا این نیرو باید جهتش روی رانده شده معلوم شود سپس آنرا عکس می کنیم و روی راننده قرار می دهیم. (به مثال توجّه کنید).

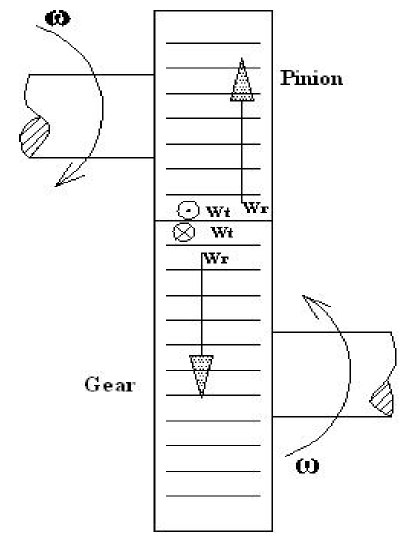
(در امتحان اگر به این دو نکته توجّه نشود نمره ای در کار نیست).

مثال (۱):

در شکل زیر جهت نیرو های مماسی و شعاعی را بر روی چرخدنده ها نشان دهید .

(تذکر: چرخدنده ای که به موتور وصل است راننده می شود).





جواب:

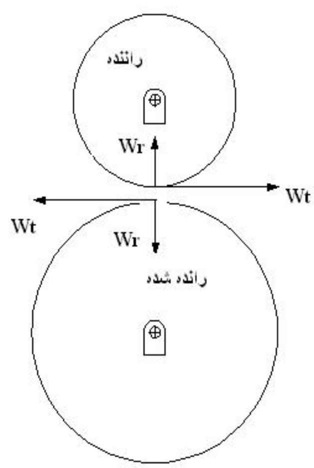
اگر خودمان را در سمت چپ راننده بگذاریم و نگاه کنیم چرخدنده راننده در چه جهتی می چرخد؟

جواب این سوال این است که در جهت عقربه های ساعت می گردد.

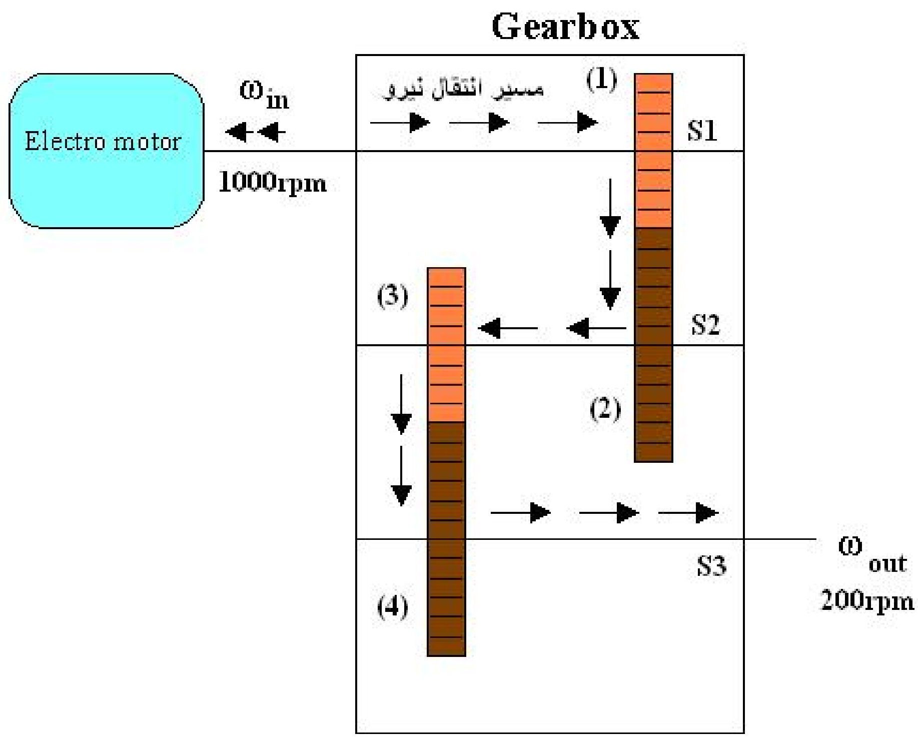
حالا چه نیرویی به رانده شده می دهد؟

راننده می زند تو سَر رانده شده و آن را در داخل تخته یا صفحه فرو می کند. بنابراین W_t را بروی رانده شده به صورت (⊗)نمایش داده ایم.

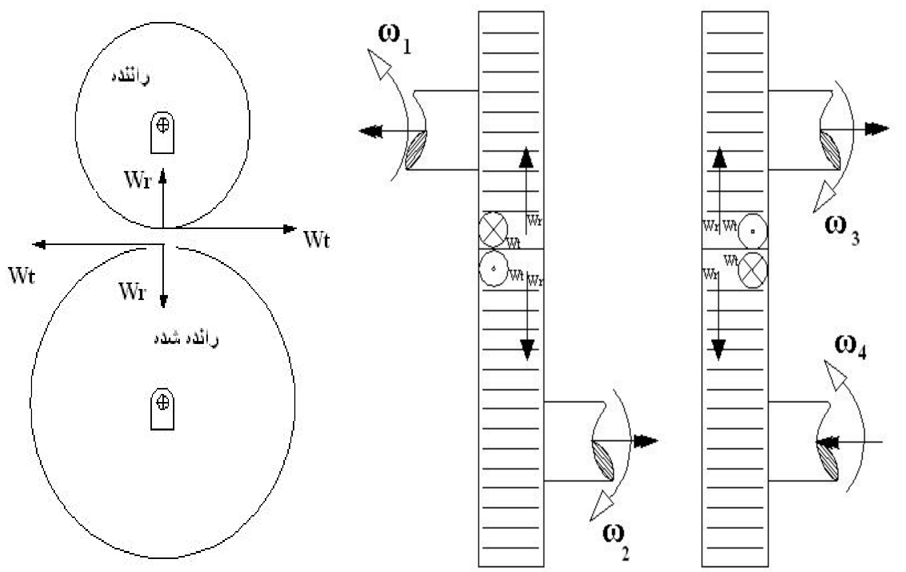
حال طبق نکاتی که قبلاً گفته شد بایستی عکس آنرا روی راننده به طرف بیرون (⊙) نمایش می دهیم. حال از نمای جانبی نیروها را به صورت زیر نمایش می دهیم.



مثال (۲):



مرحله (۱) : تعیین (W_r, W_t)



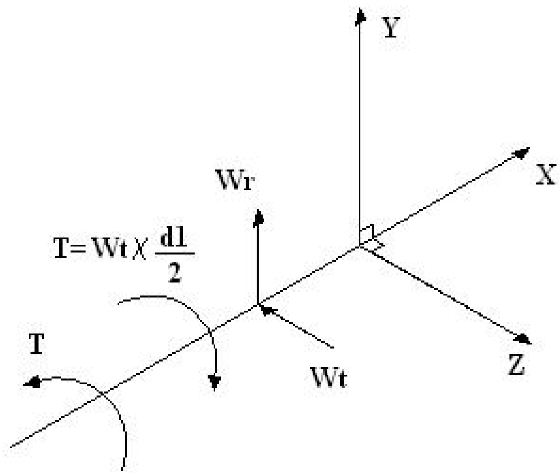
مرحله (۲) :

تعیین مسیر حرکت است ، تعیین مسیر حرکت به منظور تعیین تُرک مصرفی می باشد ، معمولاً در گیربکس کاهنده هرچه به سمت خروجی حرکت کنیم تُرک بیشتر و چرخدنده و شافت هم بزرگتر می شود.

مرحله(۳):

برداشتن چرخدنده ۱ از روی شافت ۱ و قرار دادن نیروهای مربوط به این چرخ دنده روی شافت.

زمانیکه چرخدنده ساده را از روی شافت برداشتیم دو نیرو ویک ترک برای آن جایگزین می کنیم.



نکات مربوط به چرخ تسمه و چرخ زنجیر:

تسمه یک طرف سفت دارد ویک طرف شُل .

طرفی که به راننده نزدیک می شود طرف سفت و طرفی که از راننده دور می شود طرف شل می باشد.

$$\frac{F_1}{F_2} = e^{\mu\theta}$$

$\theta \leftarrow$زاویه تماس تسمه وپولی بر حسب رادیان است.

$\mu \leftarrow$ضریب اصطکاک است.

$F_1 \leftarrow$کشش طرف سفت است.

$F_2 \leftarrow$کشش طرف شُل است.

- اگر به جای تسمه ، زنجیر داشته باشیم کشش طرف شُل یعنی F_2 صفر خواهد بود و کشش طرف سفت تحت F_1 قرار می دهیم.