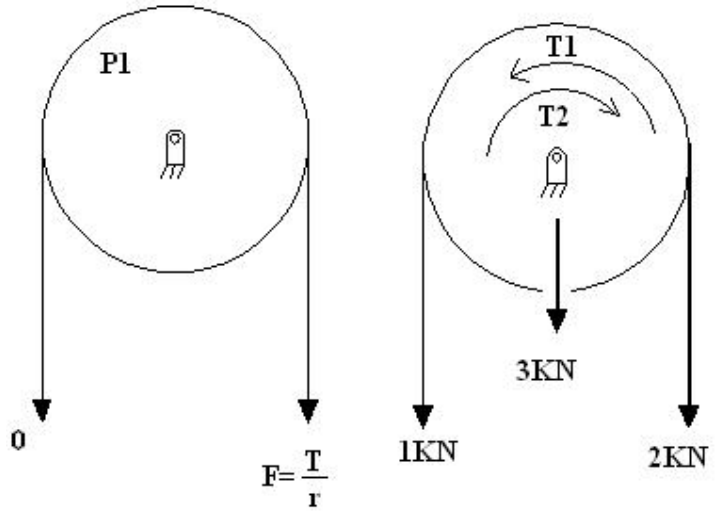
– دواشتباه در درس طراحی اجزإ (۱) از عَمد انجام می دهیم.

۱) برای سادگی کار در درس طراحی (۱) کشش طرف شُل تسمه ها را یعنی F_2 را مساوی صفر می گریم.

۲) $$F = \frac{T_{Driven}}{r_{Driven}}$$

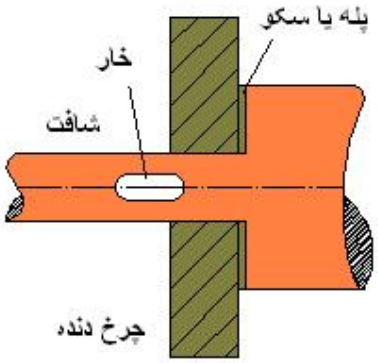
تذکر : در امتحان ممکن است برای F_2 عدد بدهند در این صورت برای حل ، مسئله را استاتیکی حل می کنیم و نیرو ها را به همراه یک تُرک منتقل می کنیم.

$$T_1 = 2 \times r$$
$$T_2 = 1 \times r$$
$$T_1 > T_2 \rightarrow T_3 = T_1 - T_2$$



- **ایجاد خار بر روی شافت :**

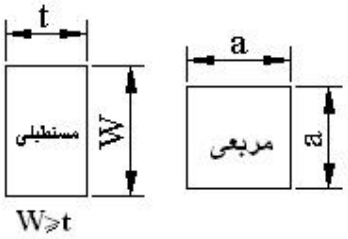
خار قطعه ای است واسطه که اجزإ را به شافت متصل می کند در حقیقت توسط خار یا تُرک به شافت منتقل می شود یا از شافت به خار منتقل خواهد شد ، معمولاً خار در بین شافت و خود خار ضعیف ترین جز می باشد ، علّت آن قیمت پایین خار است.



LearnElement.ir

آنالیز نیرویی خار ها :

خار به دو صورت مقطع مربعی و مقطع مستطیلی وجود دارد.

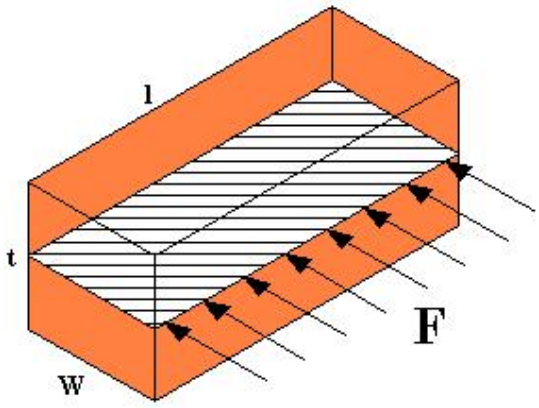


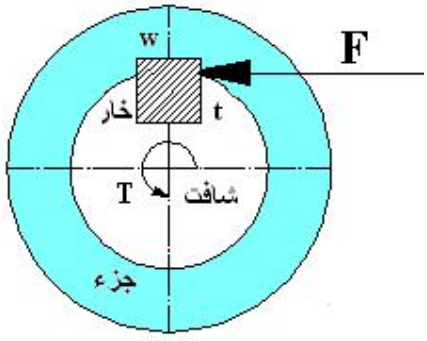
ابعاد مقطع خار ها استاندارد است امّا طول خار ها بستگی به مقدار مورد نیاز در طراحی تعیین می گردد.(توصیه می شود از کتاب استاندارد ولی نژاد صفحه ۱۸۱-۱۸۰ در این زمینه استفاده شود.)

اندازه شافت و خار های مربعی ومستطیلی

Diameter shaft	wide	Square key	Flat key
۱۲-۱٤	٤	٤	۳
۱٦-۲۲	٦	٦	٤
۲٤-۳۰	۸	۸	٦
۳۲-۳٥	۱۰	۱۰	۷
۳٦-٤٤	۱۲	۱۲	۸
٤٥-٥٦	۱٤	۱٤	۱۰
٥۸-٦۸	۱٦	۱٦	۱۱
۷۰-۸۰	۲۰	۲۰	۱۲
۸۲-۹٥	۲۲	۲۲	۱٦
۹٦-۱۱۰	۲٥	۲٥	۲۰
۱۱۲-۱۳٥	۳۰	۳۰	۲۲
۱۳۸-۱٥۰	۳٦	۳٦	۲٥

حالت اوّل : برش خار:



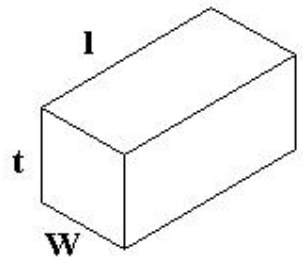


$$\begin{cases} \tau = \dfrac{F}{A} = \dfrac{F}{W \times L} \\ \tau_{\max} = \dfrac{S_y}{2} = S_{sy} \\ \dfrac{F}{W \times L} = \dfrac{S_y}{2} \rightarrow \dfrac{2t}{W \times L \times d} = \dfrac{S_y}{2} \end{cases} \rightarrow L_1 = \frac{(4T).(n)}{(W).(d).(S_y)}$$

در فرمول L_1 ، S_y مربوط به خود خار است.

n : ضریب ایمنی است.

حالت دوّم : لهیدگی خار:



$$\begin{cases} \sigma = \dfrac{F}{A} = \dfrac{F}{(\frac{t}{2}) \times L} \\ F = \dfrac{2T}{d} \\ \sigma = \dfrac{4T}{(L)(d)(t)} = S_y \end{cases} \rightarrow L_2 = \frac{4Tn}{(S_y)(d)(t)}$$

نکات مهّم :

۱) با توجه به اینکه $W \geq t$ پس خواهیم داشت $L_2 > L_1$ بنابراین در طراحی یک خار تنش لهیدگی از تنش برشی به مراتب مهم تر است.

۲) S_y در فرمول های بالا مربوط به خار است زیرا خار تحت برش می باشد وهمچنین ضعیف ترین عضو می باشد.

۳)گاهی اتفاق می افتد ما خاری را طراحی کرده ایم و طول آن بیشتر از جزئی می شودکه قرار است خار در آن قرار گیرد در این مواقع جز را هاب زنی می کنند که در زیر به طراحی هاب خواهیم پرداخت.

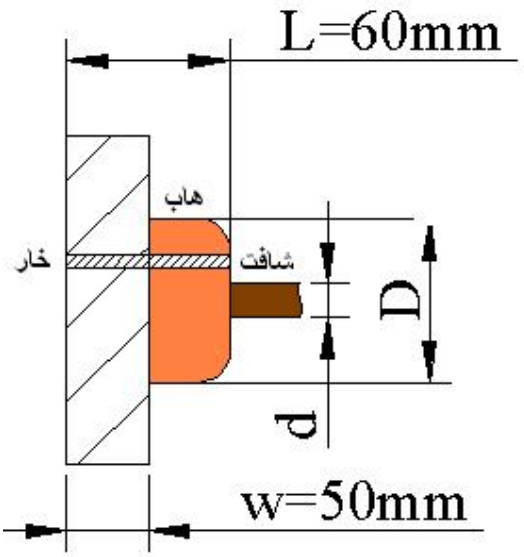
LearnElement.ir

• طراحی هاب: (طراحی هاب چرخدنده ها و پولی)

تعریف هاب

هاب همان گوشت اضافی است که **در یک یا دو طرف جزء** در نظر می گیرند. که باعث پهنای جزء و برابر شدن با طول خار می گردد.

به عنوان مثال :اگر خاری را طراحی کنیم که طول آن ۶۰mm باشد در صورتیکه عرض چرخ دنده برابر ۵۰mm باشد برای ۱۰mm اضافه هاب طراحی می کنیم (شکل زیر).



در طراحی هاب دو شرط مهم زیر را در نظر می گیریم:

$$Diameter\ Hab\begin{cases} STEEL \rightarrow 1.5\mathrm{d}_{\mathrm{shaft}} \\ Cast\ iron\ ,\mathrm{remainder\ alloy} \rightarrow 2\mathrm{d}_{\mathrm{shaft}} \end{cases}$$

حالت سوم: حداقل طول خار:

۴) تجربه نشان می دهد که تحت هیچ شرایطی **طول خار** نبایستی کمتر از $1.25d_{shaft}$ باشد.

$$L_3)_{\min} = 1.25d_{SHAFT}$$

۵) در طراحی خار ما ملزم هستیم که هر ۳ فرمول را محاسبه کنیم و ازمیان آنها آن مقداری جواب است که از همه بزرگتر است.

۶) هزار خار :

هزار خار ها جزء قطعاتی استاندارد می باشند و طراحی آنها دقیقاً مانند خار می باشد.
به عبارت دیگر تُرک انتقالی توسط هزار خار ابعاد آن را تعیین می کند.
۷)محل خار بر روی شافت با تیغه فرز انگشتی و فرز دایره ای قابل ایجاد است لذا چون تیغه فرزها عامل تمرکز تنش می باشند پس باید مقدار این عامل را در تنش ها مربوطه ضرب کنیم برای این منظور داریم:

تیغه فرز انگشتی $\begin{cases} K_f = 1.6 \\ K_{fs} = 1.36 \end{cases}$

تیغه فرز دایره ای $\begin{cases} K_f = 1.36 \\ K_{fs} = 1.36 \end{cases}$

۸) خار زیر پله نمی رود ، در جایی که هم خار و هم پله داشتیم برای پله وخار ضریب تمرکز تنش را محاسبه می کنیم و هر کدام که بزرگتر بود وارد محاسبات می کنیم واز ضرب ان دو در هم جداً خودداری می کنیم.

مراحل طراحی شافت:

مراحل طراحی شافت به صورت زیر می باشد

۱. آنالیز نیرویی شافت : با توجه به اجزإ سوار بر روی شافت آنرا تحلیل استاتیکی می کنیم.

۲. رسم دیاگرامهای نیروی برشی و گشتاور خمشی در دو صفحه (x-z) و (x-y) و محاسبهٔ نیروهای یاتاقانی

۳. محاسبهٔ مؤلفه های M_a، M_m ، T_a و T_m در صورت موجود بودن هر یک از آنها و برگزیدن مقدار max آنها در نقاط بحرانی ، البته اگر چرخدنده مانند چرخدنده هلیکال داشته باشیم با توجه به اینکه این نوع چرخدنده تولید بار محوی هم می کند بنابراین بایستی P_a, P_m را نیز رسم نمائیم.

۴.چون اندازه ها مشخص نیستند لذا K_b, K_e را نمی توان به طور دقیق در فرمول $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$ مشخص کرد لذا در محاسبه S_e مشکل خواهیم داشت جهت رفع این مشکل فرضیّات مهم زیر را انجام می دهیم:

$$K_b = 0.85$$

$\begin{cases} D/d = 1.2 \\ r/d = 0.05 \end{cases}$ $0.5mm \le r \le 1mm$ ← برای رفع مشکل K_e خواهیم داشت

اکنون می توانیم S_e را محاسبه کنیم.

LearnElement.ir

۵.فرمولی که برای محاسبهٔ قطر استفاده می شود همان فرمول Westing house می باشد که به صورت زیر می باشد:

$$d = \left[\frac{32n}{\pi} \left[\left(\frac{kf_s T_a}{se} + \frac{T_m}{sy} \right)^2 + \left(\frac{K_f M_a}{se} + \frac{M_m}{Sy} \right)^2 \right]^{1/2} \right]^{1/3}$$

۶.اندازه های قطر شافت بدست آمده را با کمک جدول زیر استاندارد می کنیم . و در صورتیکه قطر شافت مربوط به محلی باشد که بلبرینگ در آن قرار می گیرد از ۲۰ میلیمتر به بالا ۵ میلیمتر به ۵ میلیمتر افزایش خواهد یافت.

جدول استاندارد سازی قطر شافت

۲,۵	۱۱	۲۳	٤٤	٦٨	۱۰۰
۳	۱۲	۲٤	٤٥	۷۰	۱۰۵
۳,۵	۱۳	۲۵	٤٦	۷۲	۱۱۰
٤	۱٤	۲٦	٤٨	۷۵	۱۱۵
٤,۵	۱۵	۲۸	۵۰	۸۰	۰
۵	۱٦	۳۰	۵۲	۸۲	۰
۵,۵	۱۷	۳۲	۵۵	۸۵	۰
٦	۱۸	۳٤	۵٦	۸۸	۱۹۵
۷	۱۹	۳۵	۵۸	۹۰	۰
۸	۲۰	۳٦	٦۰	۹۲	۰
۹	۲۱	۳۸	٦۲	۹۵	۲۰۰
۱۰	۲۲	٤۰	٦۵	۹۸	
		٤۲			

۷.چک طرح می کنیم. این کار برای شافت هایی که پله دار است انجام می شود چون با استاندارد سازی قطرها، قطرها به هم می ریزد لذا بایستی قطرها را چک طرح کنیم تا ضریب ایمنی جدید از فرمول Westing house مقدار ضریب ایمنی بالاتر از مقدار اولیه ای که صورت مسأله مدّنظر دارد باشد. در غیراین صورت دوباره به

جدول استاندارد سازی قطر شافت مراجعه می کنیم و قطر بالاتر را می خوانیم و مجدداً طراحی را با قطر جدید چک می کنیم. در واقع در چک طرح ما بایستی مقادیر K_b ، K_e و S_e جدیدی را محاسبه کنیم. وبا استفاده از این مقادیر جدید بدست آمده مقدار n (ضریب ایمنی) جدید را محاسبه کنیم.

برای محاسبه K_b از فرمول کوگوئل استفاده می کنیم.

$$K_b \begin{cases} d_{eq} = ?\, diameter\ shaft\ \ get\ in\ the\ design\ shaft \\ 1.189 d_{eq}^{\ -0.097} \quad (8mm \le d_{eq} \le 250mm \end{cases}$$

و برای ضریب ایمنی جدید هم خواهیم داشت:

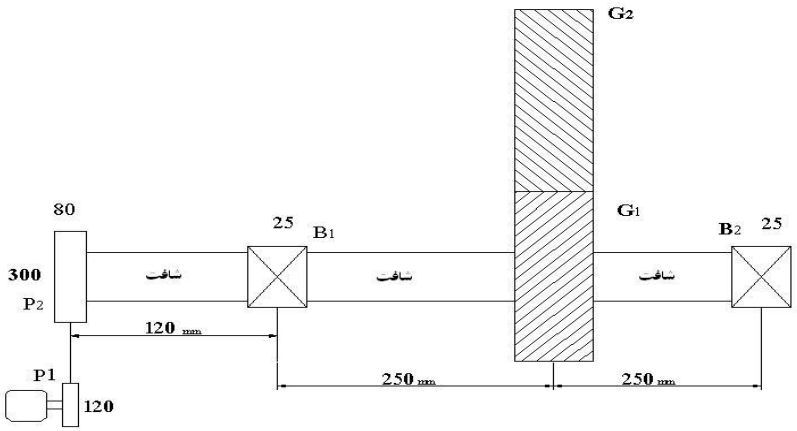
$$n_{new} = \frac{\pi d^3}{32\left[\left(\frac{K_{fs}T_a}{se} + \frac{T_m}{sy}\right)^2 + \left(\frac{K_f M_a}{se} + \frac{M_m}{sy}\right)^2\right]^{1/2}}$$

در این حالت بعد از محاسبه n_{new} دو حالت پیش می آید :

۱) $n_{new} > n_{old} \leftarrow$ در این صورت طراحی *over design* است.

۲) ضریب $n_{new} > n_{old}$ در اینجا ضریب ایمنی کاهش پیدا کرده است لذا ابعاد شافت را در محلی که با کاهش ایمنی روبروهستیم به اعداد استاندارد بالاتر تبدیل می کنیم. مثلاً : در جدول عدد ۶۳ را خواندیم و ضریب ایمنی جدید را محاسبه کردیم ولی این ضریب از ضریب ایمنی صورت سوال کمتر شده است در این حالت است که باید از جدول قطر بالاتر از ۶۳ را بخوانیم.

مثال(۱):قطر شافت را در شکل زیر با توجه به اطلاعات داده شده تعیین نمائید:



LearnElement.ir

$h=3$ و $P=30hp$ و $\omega=950rpm$ و $d_{G1}=180mm$ و $S_{ut}=400MPa$ و $S_y=280MPa$ و $W_a=W_r=0.25W_t$(نیروی محوری) و محور شافت محور x است.

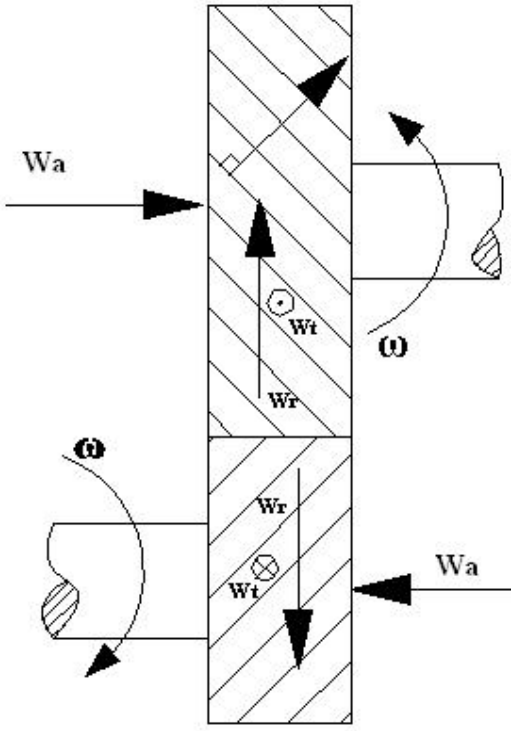
۱) ابتدا بایستی مسیر انتقال نیرو را رسم کنیم این مشخص کردن مسیرانتقال قدرت ، در مشخص کردن میزان تُرک به ما کمک خواهد کرد. لطفاً روی شکل فوق این مسیر را مشخص کنید.

۲) آنالیز نیرو :

نوع چرخدنده در این سوال هلیکال (مارپیچ) می باشد ، چرخدنده هلیکال را مانند فوق نمایش می دهند و این چرخدنده حتماً حتماً دارای مؤلفه نیروی محوری W_a است که این مؤلفه را از روی شیارهای روی چرخدنده می توان به صورت زیر تعیین کرد:

نگاه می کنیم ببینم که رانده شده خطوط شیبدارش چگونه حرکت می کنند به سمت بالا می رود یا پایین می رود از روی آن می توان W_a را تعیین کرد.

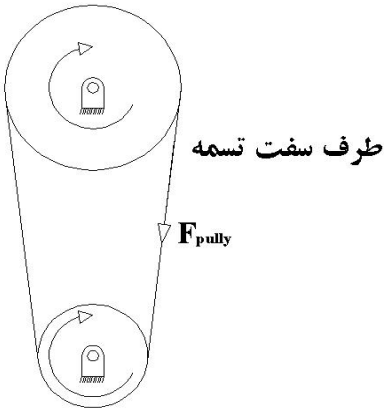
عمود بر خطوط شیاردار برداری را رسم می کنیم و جهت W_a به صورت زیر بدست می آید.



LearnElement.ir

آنالیز نیرو را روی شافت شروع می کنیم بدین منظور داریم:

۱) پولی را از روی شافت بر می داریم و به جای آن یک نیرو و تُرک T را می گذاریم.

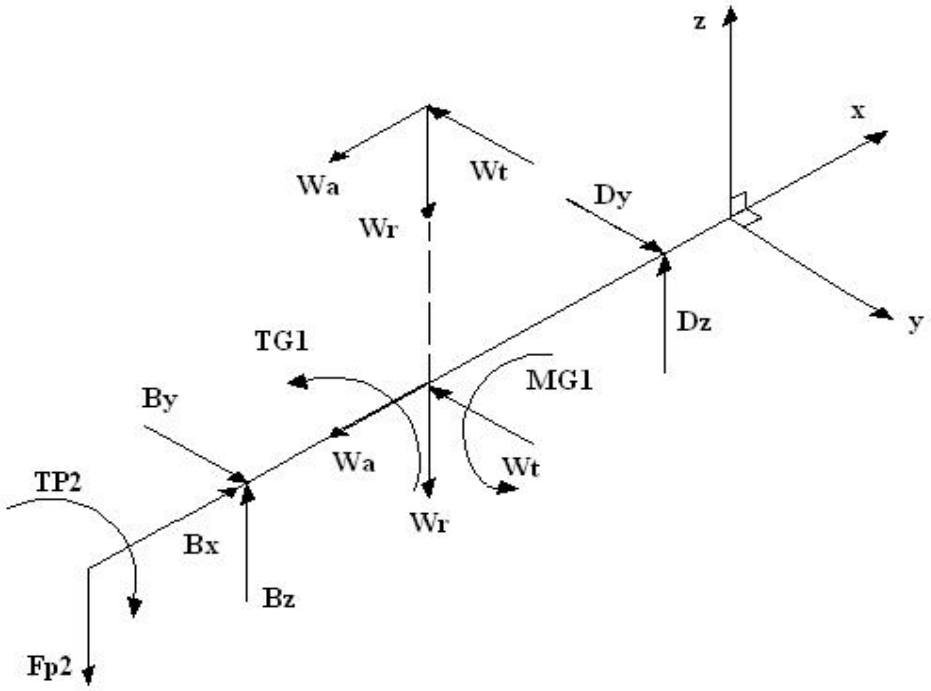


۲) می دانیم که تکیه گاه ها دارای سه مؤلفه هستند که یکی از این سه مؤلفه در راستای محور شافت قرار می گیرد ، این مؤلفه را می توانیم کششی یا فشاری بگیریم .

اگر کششی بگیریم ← می دانیم که نیروی محوری کششی باعث باز شدن ترک می شود بنابراین بر طبق نکاتی که قبلاً گفته شده است باید اثر آن را در محاسبات خود وارد کنیم بنابرای طراحی را با این کار کمی مشکل می کنیم.

اگر فشاری بگیریم ← می دانیم که نیروی محوری فشاری نه تنها باعث باز شدن ترک نمی شود بلکه ترک را بسته نگه می دارد. بنابراین فرض می کنیم نیروی محوری فشاری است و طبق نکاتی که قبلاً خواندیم از نیروی فشاری می توان در محاسبات صرف نظر کرد. بنابراین هر تکیه گاه دو مؤلفه نیرو پیدا می کند.

۳) شافت و نیروهای اعمالی به آن را رسم می کنیم.



LearnElement.ir

$$M_{G1} = W_a \times \frac{D_{G1}}{2}$$

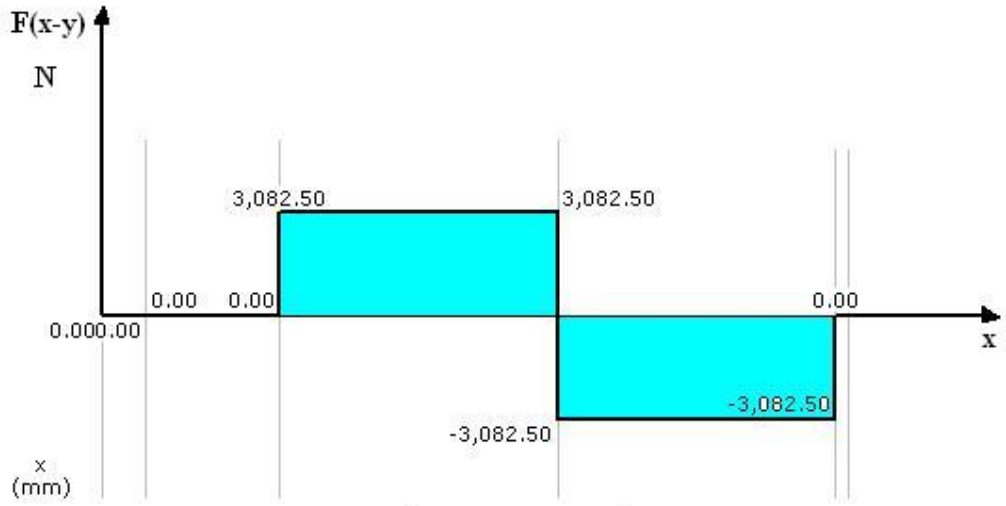
$$T_{G1} = W_t \times \frac{D_{G1}}{2}$$

توجه M_{G1} حول محور y می باشد.

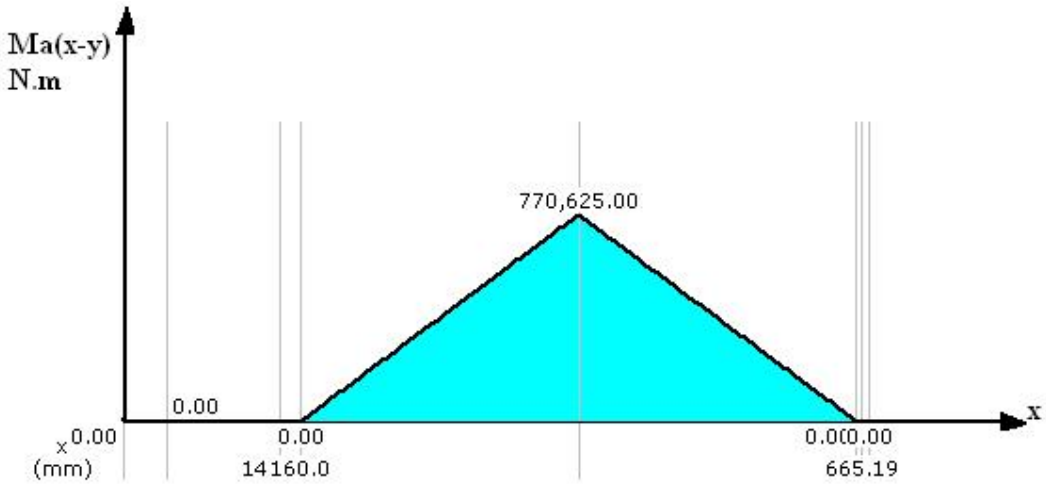
چون D_x با W_a شافت را در قسمت CD می کِشند بنابراین باید از D_x صرف نظر کنیم تا کشش شافت را محاسبه نکنیم.

آنالیز شافت در دوصفحه (X-Z) و (X-Y) :

$$\begin{cases} W_t = W\cos\phi \\ W_r = W\sin\phi \end{cases} \rightarrow tg\phi = \frac{W_r}{W_t}$$

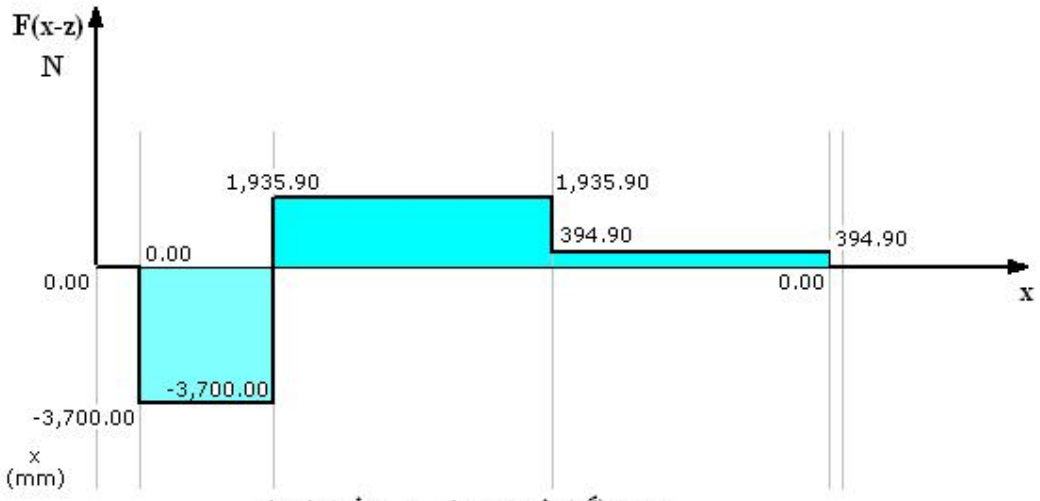


رسم دیاگرام نیروی برشی شافت در صفحه(x-y)

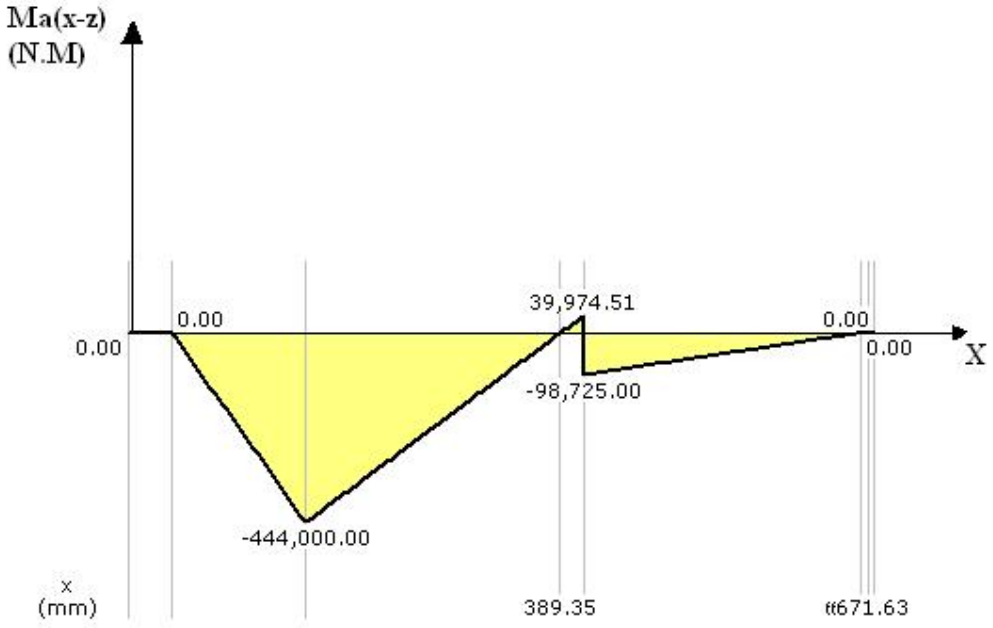


دیاگرام گشتاور خمشی شافت در صفحه (x-y)

LearnElement.ir

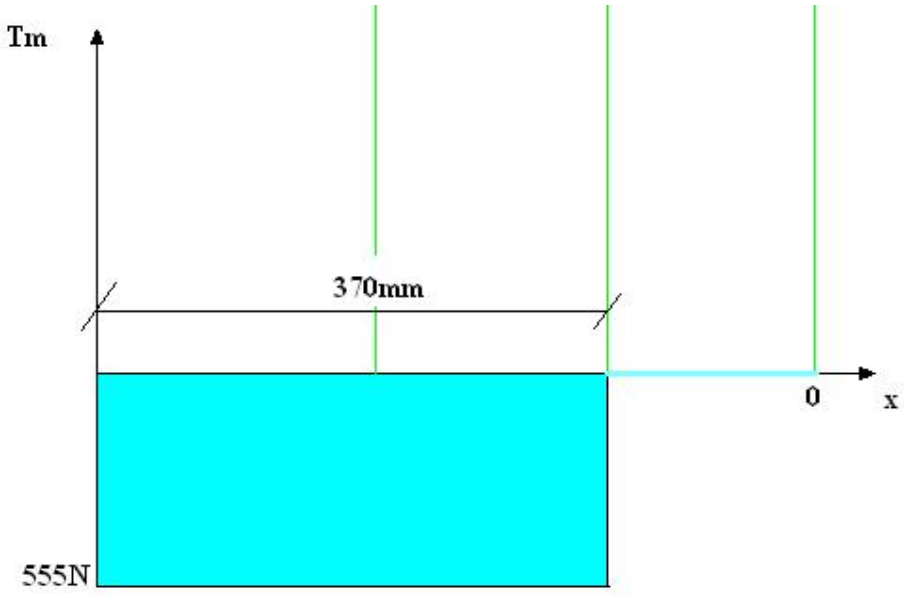


رسم دیاگرام نیروی برشی در صفحه (x-z)



رسم دیاگرام گشتاور در صفحه (X-Z)

LearnElement.ir



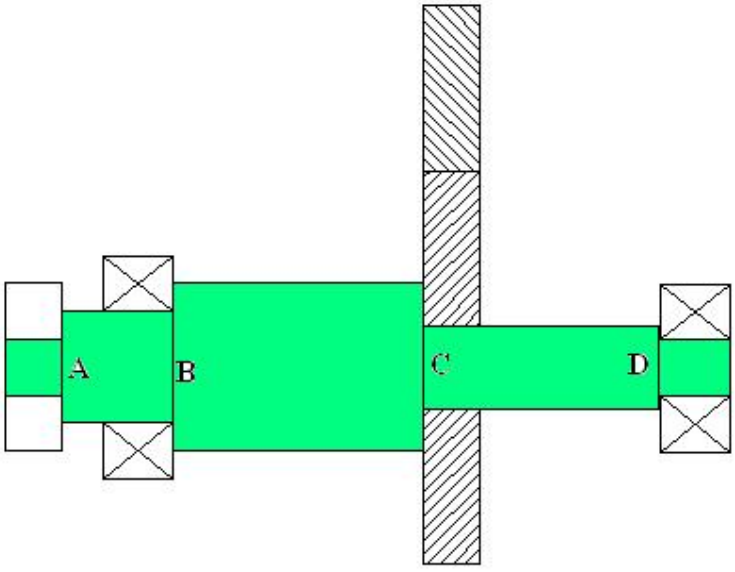
رسم دیاگرام تُرک مصرفی شافت

همانطور که در فوق واضح است. دیاگرام مربوط به نیروی محوری را دیگر نکشیدیم برای اینکه آنرا فشاری فرض کرده ایم و از آن صرفنظر کردیم.

آنچه که در دیاگرام های رسم شده برای ما مهم است نقاط مشخص شده بالا نیستند بلکه نقاطی هستند که روی شافت منطبق بر پله یا جای خار هستند که محل تمرکز تنش می باشند و سازنده مکان بحرانی هستند.

رسم آبشنی از شافت :

بعد از این که آنلیز نیرویی را انجام دادیم بایستی یک آبشنی از طراحی شافت را داشته باشیم ، این آبشن باید به گونه ای معقول باشد ، ما شافت را به صورت زیر طراحی می کنیم :



LearnElement.ir

محاسبه ممان در پله A :

$$M_A = \sqrt{(M_{A(X-Y)})^2 + (M_{A(X-Z)})^2} = 148N.m$$

محاسبه ممان در پله B :

$$\begin{cases} M_B = \sqrt{(M_{B(X-Y)})^2 + (M_{B(X-Z)})^2} \\ M_{B(X-Y)} = (3082.5 \times 12.5 \times 10^{-3}) = 38.53 \\ M_{B(X-Z)} = -444 + \dfrac{(12.5 \times (5635.9 - 3700)}{1000} = -419.80 \end{cases} \rightarrow M_B = \sqrt{(-419.80)^2 + (38.53)^2} = 421.55N.m$$

محاسبه ممان در پله C :

$$\begin{cases} M_{C(x-z)} = -444 + \dfrac{20 \times (5635.9 - 3700)}{1000} = -56.82 \\ M_{C(x-y)} = (3082.5 \times (200 \times 10^{-3}) = 616.5 \end{cases} \rightarrow M_C = 619.11N.m$$

محاسبه ممان در پله D :

$$\begin{cases} \mathrm{M_{D(x-y)}} = \dfrac{3082.5 \times 12.5}{1000} = 38.531 \\ \mathrm{M_{D(x-z)}} = (-394.9) \times 12.5 \times 10^{-3} = 4.936 \end{cases} \rightarrow M_D = 38.85N.m$$

با توجه به رابطهء روبرو برای چرخ تمسه ها داریم :

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\frac{\omega_{P2}}{\omega_{P1}} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \omega_{P2} = \frac{120}{300} \times 950 = 380rpm$$

$$\begin{cases} \omega_{p1} = 950rpm \\ \omega_{p2} = 380rpm \end{cases}$$

با توجه به فرمول توان خواهیم داشت :

$$P = T.\omega$$

$$T_{p2} = \frac{P}{\omega_{p2}} = \frac{30 \times 736}{(380)(\frac{2\pi}{60})(\frac{rad}{s})} = 555N.m$$

$$F_{p2} = \frac{T_{P2}}{r_{P2}} = \frac{555 \times 10^3 (N.mm)}{150(mm)} = 3700N$$

LearnElement.ir

همانطور که قبلاً گفتیم ما مسیر انتقال نیرو را جهت تُرک می خواهیم ، بنابراین داریم:

$$T_{P2} = T_{G1}$$

با تعیین ترک مشخص می کنیم از آنجا که از پولی تا Gear ۱ انتقال نیرو ۱۰۰٪ و جایی مصرف نمی شود بنابراین تُرکی که به Gear ۱ می رسد برابر تُرکی که از پولی خارج می شود . با توجه به این نکته داریم :

$$T_{G1} = T_{P1} = W_t \times \frac{d_{G1}}{2} \Rightarrow w_t = \frac{T_{G1} \times 2}{180} \Rightarrow w_t = \frac{555 \times 10^3 (N.mm)}{90mm} = 6165N$$

با توجه به رابطه ای که برای W_t و W_a در صورت سوال داریم :

$$W_a = W_r = 0.25W_t \Rightarrow W_a = W_r = 1541N$$

$$M_{G1} = 1541 \times 90 \times 10^{-3} = 138.7N.m$$

$$T_{G1} = 6165 \times 90 \times 10^{-3} = 555N.m$$

تعیین نیرو های تکیه گاهی :

$$\begin{cases} D_Z = -394.9 \\ D_y = 3082.5 \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathbf{B}_z = 5635.9 \\ \mathbf{B}_y = 3082.5 \end{cases}$$

بعد از اینکه نیروهای اعمالی روی شافت بدست آمد بایستی عکس العمل تکیه گاهها بر روی شافت را نیزتعیین کنیم به همین منظور از استاتیک خواهیم داشت :

$$\sum M_B)_x = 0 \Rightarrow T_{P2} - T_{G1} = 0 \Rightarrow T_{P2} = T_{G1}$$

$$\sum M_B)_y = 0 \Rightarrow \left[(3700 \times 120) - (1541 \times 250) + (138.7 \times 1000) + (D_Z \times 500)\right] = 0$$

$$\Rightarrow \left[(444000) - (385250) + (138700) = -500D_Z\right] \Rightarrow D_Z = \frac{197450}{-500} = -394.9$$

$$\sum M_B)_Z = 0 \Rightarrow \left[(6165 \times 250) - (500 \times D_y)\right] = 0 \Rightarrow D_y = \frac{1541250}{500} = 3082.5$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y - (6165) + 3082.5 = 0$$

$$\sum F_Z = 0 \Rightarrow \left[(-3700 + B_Z - 1541 + D_Z)\right] = 0 \Rightarrow B_Z = 5635.9$$

بنابراین نیروهای تکیه گاهی به قرار زیر است:

$$D\begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = 3082.5 \\ D_z = -394.9 \end{cases} \qquad B\begin{cases} B_x = 0 \\ B_y = 3082.5 \\ B_z = 5635.9 \end{cases}$$

حال این نیرو ها را روی شافت می گذاریم و جهت تحلیل دیاگرام های (T-X) و (M-X) و(V-X) در دودستگاه Z-X و Y-X شافت را آنالیز می کنیم.

چون اندازه ها مشخص نیستند بنابراین K_b و K_e را نمی توان به طور دقیق در فرمول زیر قرار داد:

LearnElement.ir

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e$$

به منظور رفع این مشکل $K_b = 0.85$ می گیریم و جهت رفع مشکل K_e داریم :

پله A $\begin{cases} \dfrac{D}{d} = 1.2 \\ \dfrac{r}{d} = 0.05 \ \ 0.5 \le r \le 1mm \end{cases} \Rightarrow K_t = 1.9$

$$\begin{cases} S_{ut} = 400(\dfrac{N}{mm^2}) \xrightarrow{page\ 279} q = 0.65 \\ r = 1mm \end{cases}$$

$$K_f = 1 + (K_t - 1)q = 1.6 \Rightarrow K_f = 1.6$$

این K_f هیچ ربطی به K_f فرمول S_e ندارد.

$$K_e = \frac{1}{K_f} \Rightarrow K_e = 0.625$$

$$K_b = 0.85$$

$$K_a \begin{cases} S_{ut} = 400MPa \\ surface\ \text{machining} \xrightarrow{page\ 267} K_a = 0.84 \end{cases}$$

$$K_d = 1 \ \ K_f = 1 \ \ \ K_C = 1$$

وقتی صحبت از R نیست خودمان ٪۵۰ می گیریم و ضریب اطمینان ۱ می شود.

$$S'_e = 0.5 S_{ut} = 200MPa$$

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \times S'_e \Rightarrow S_e = (0.84)(0.85)(1)(1)(0.625)(1)(200) = 89.25MPa$$

با استفاده از فرمول کلی برای قطر شافت داریم :

$$d = \left[\frac{32n}{\pi} \left[\left(\frac{k f_s T_a}{se} + \frac{T_m}{sy} \right)^2 + \left(\frac{K_f M_a}{se} + \frac{M_m}{Sy} \right)^2 \right]^{1/2} \right]^{1/3}$$

رعایت واحد ها در این فرمول مهم است.

LearnElement.ir

$$d_1=\left[\frac{32(3)}{\pi}\left[\left(0+\frac{555\times10^3(N.mm)}{280(N/mm^2)}\right)^2+\left(\frac{148\times10^3(N.mm)}{89.25(N/mm^2)}+0\right)^2\right]^{1/2}\right]^{1/3}=42.9mm$$

$$d_2=\left[\frac{32(3)}{\pi}\left[\left(0+\frac{555\times10^3(N.mm)}{280(N/mm^2)}\right)^2+\left(\frac{421.5\times10^3(N.mm)}{89.25(N/mm^2)}+0\right)^2\right]^{1/2}\right]^{1/3}=53.9mm$$

$$d_3=\left[\frac{32(3)}{\pi}\left[\left(0+\frac{555\times10^3(N.mm)}{280(N/mm^2)}\right)^2+\left(\frac{619\times10^3(N.mm)}{89.25(N/mm^2)}+0\right)^2\right]^{1/2}\right]^{1/3}=60.41mm$$

$$d_4=\left[\frac{32(3)}{\pi}\left[(0+0)^2+\left(\frac{38.85\times10^3(N.mm)}{89.25(N/mm^2)}+0\right)^2\right]^{1/2}\right]^{1/3}=23.9mm$$

حال مشکل اینجا پیدا می شود که ما بلبرینگ با قطر ۵۳,۹mm نداریم و بلبرینگ ها از ۲۰ به بعد شماره۰۴ شان ۵ تا ۵ بالا می رود . پس می آئیم و قطر بلبرینگ را ۵۵mm می گیریم با اینکار همه قطر ها به هم می ریزد حال باید چه کار کنیم ؟از جدول استاندارد سازی قطر ها که در متن درس ارائه شده داریم :

$d_1=44mm$

$d_2=55mm\xrightarrow{page\,443}d_2=63mm$

$d_3=62mm$

$d_4=25mm\xrightarrow{page\,443}d_4=30mm$

توجه داریم که برای d_2 قطر پله پشت ۵۵ با d=۶۳mm می باشد.

نکته دیگری که بایستی به آن توجه کنیم این است که قطر های d_2 و d_3 در مقابل هم غیر قابل قبول هستند و این لذا معقول نیست که بلبرینگی با کُنس داخلی ۶۳ داری پشت بلبرینگ ۶۲ باشد برای رفع این معضل هم داریم :

$$D/d=1.2\Rightarrow D=55\times1.2=66mm$$

بنابرای شافت مورد نظر داری مشخصات زیر است :

$d_1=44\ mm$

$d_2=66\ mm$

$d_3=62\ mm$

$d_4=30\ mm$

LearnElement.ir

فصل هشتم

پیچ ومهره

LearnElement.ir

پیچ و مهره :

پیچ ها قطعاتی هستندکه برای متصل کردن اجزإ مختلف یک سازه به کار می روند.

پیچ ها به سه دسته تقسیم می شوند:

۱) پیچ هایی که به تنهایی به کار می روند (Screw). مانند پیچ نجّاری

۲) پیچ هایی که همراه مهره استفاده می شوند (Bolt & nut).

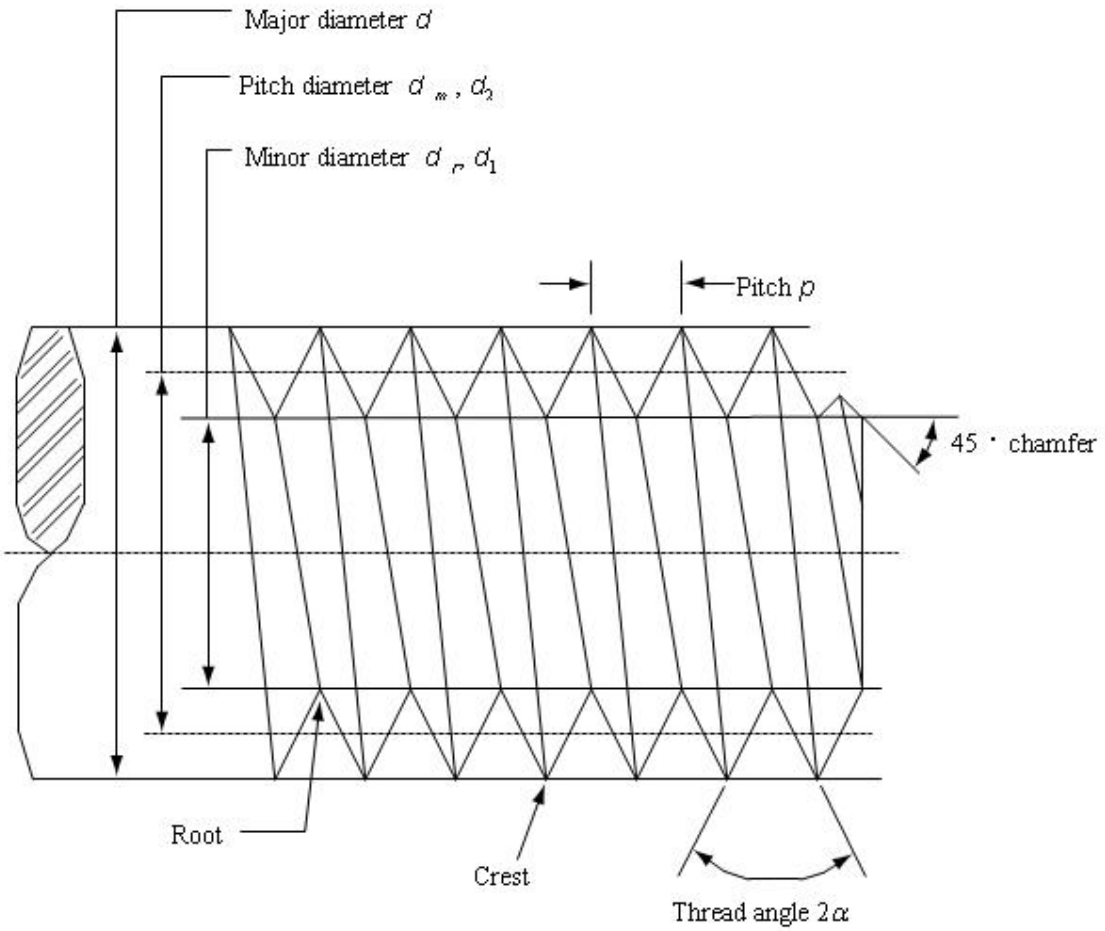
۳) پیچ هایی که وقتی از بال سفت می کنیم از پایین هم سفت می شوند (Stud) یا همان پیچ سر سیلندر.

$Bolt\ M_{x\times y}$ ← عدد x مربوط به قطر و y مربوط به طول است.

پیچ ها جزء قطعات استاندارد هستند و در طراحی ما تنها M را تعیین می کنیم.

$DIN_{۹۳۱}$: اینکه سر پیچ چه شکلی است از روی DIN آن تعیین می شود.

تعاریف واژه های فنی مربوط به پیچ ها:



۱

LearnElement.ir

۱)تعریف گام پیچ (Pitch Diameter) :

فاصله بین دو دنده متوالی پیچ به موازات محور پیچ است.

تعریف گام در واحد های ایالات متحده عکس تعداد دنده N در هر اینچ است.

۲) قطر کوچکتر (d_r) :

کوچکترین قطری که بر روی دنده پیچ اندازه گیری می شود را قطر کوچکتر گویند

۳) قطر بزرگتر یا قطر اسمی (d_v) (Major diameter of thread) :

بزرگترین قطر دنده پیچ می باشد که آنرا با d_v نمایش می دهند.

عدد x در $M_{x\times y}$ مربوط به همین مقدار است.

۴) تعریف جلو بر (Lead of thread):

جلوبر (L) که در شکل مشخص نشده است ، فاصله ای است که مهره بر اثر یک دور بسته شدن به موازات محور پیچ می پیماید.

برای پیچ یک راهه جلوبر برابر گام پیچ است بنابراین برای داریم:

پیچ چند راهه (Multiple thread) :

پیچی که در آن دو رزوه و یا بیشتر در کنار هم تراشیده شود معروف به پیچ چند راهه است.

جلوبری پیچ دو راهه ، دو برابر گام و جلوبری پیچ سه راهه سه برابر گام است .

از پیچ سه راهه جایی استفاده می شود که نیاز به سرعت بیشتر داشته باشیم مثل : استاتر ماشین.

تعریف پیچ راستگرد :(Right hand thread) :

اگر مقطع استوانه پیچ را مقابل خود بگیریم و یک رزوه از آن را در جهت عقربه های ساعت دنبال کنیم و رزوه از ما دور گردد می گوییم پیچ راستگرد است .

در اکثر موارد پیچ های مورد استفاده راستگرد هستند امّا در موارد خاص نیز پیچ ها چپگرد ساخته می شوند.

قطر گامی (d_p) (Pitch diameter of thread):

قطر استوانه ای هم محور با قطر استوانه پیچ که روی این استوانه ضخامت یک دنده با فضای خالی بین دودنده برابر است.

متوسط قطر گامی .قطر ریشه(d_t):

$$d_t = \frac{d_p + d_r}{2}$$

$$A_t = \frac{\pi (d_t)^2}{4}$$

A_t: سطح مؤثر بر اثر کشش است و از فرمول بالا محاسبه می شود و برای هر پیچ در جدول ۳۲۱ کتاب وجود دارد.

LearnElement.ir

نکته تست فوق لیسانس :

اگر یک پیچ تحت کشش قرار گرفت برای محاسبه تنش از فرمول A_t بالا استفاده می کنیم .

امّا اگر یک پیچ تحت برش قرار گرفت برای محاسبه تنش از فرمول زیر استفاده می کنیم که در آن d مربوط به قطر اسمی یا قطر بزرگتر می باشد:

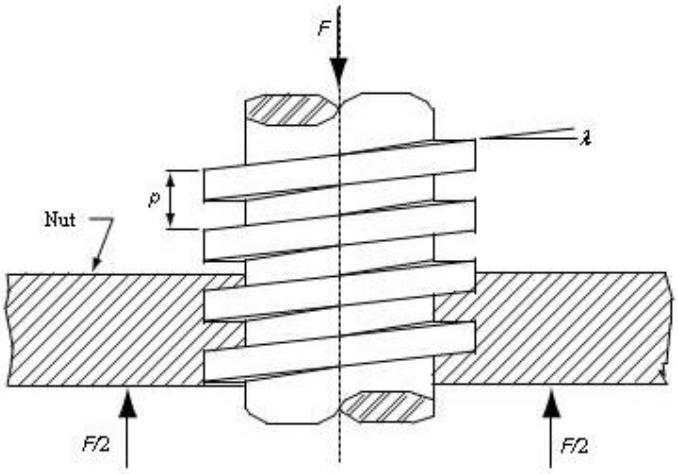
$$A_t = \frac{\pi(d)^2}{4}$$

پیچ های انتقال قدرت :(Power screw thread):

پیچ های دنده مربعی و دندهذوزنقهای برای انتقال قدرت استفاده می شوند (مانند پیچ های جک)

پیچ دنده مربعی بهتر از دنده ذوزنقه ای است

مکانیک پیچ های انتقال قدرت (power screw) :



λ:زاویه جلوبر ، Ψ: زاویه مارپیچ ، P : گام ، F : نیروی فشاری ، d_m: قطر متوسط.

معمولاً پیچهای انتقال قدرت در ماشین ها برای تغییر دادن حرکت زاویه ای به حرکت خطی و انتقال قدرت استفاده می شود ، از جمله کاربرد های این پیچ ها در پیچ های جلو بر ماشین تراش ، پیچ های گیره ها ، پرس های دستی و جک ها می باشد.

$$l = np$$

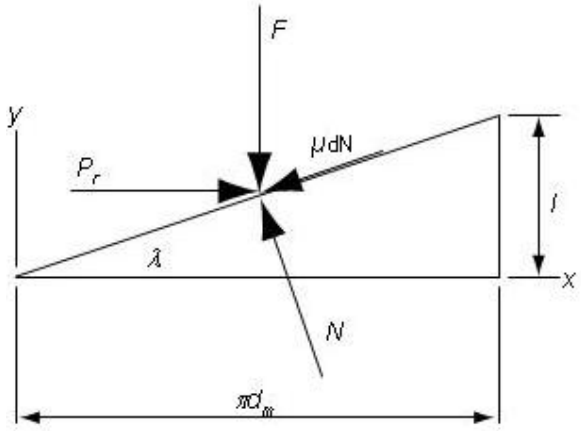
$$\lambda = tg^{-1}(\frac{l}{\pi d_m})$$

$$d_m = d - \frac{p}{2}$$

$$d_r = d - p$$

LearnElement.ir

الف)تُرک بالابر (T_{rise}):



F: نیروی خارجی است که روی پیچ انتقال قدرت می باشد.

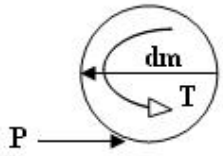
dN: عکس العمل سطح است بین مهره وپیچ.

μdN: نیروی اصطکاک بین رزوه پیچ ومهره.

P: نیروی ایجاد کننده تُرک است ، بنابراین تُرک برابر است با $T = \frac{Pd_m}{2}$.

تذکر :

نیروی μdN ، نیروی اصطکاکی مماس بر سطح رزوه است امّا dN عمود بر سطح رزوه است.



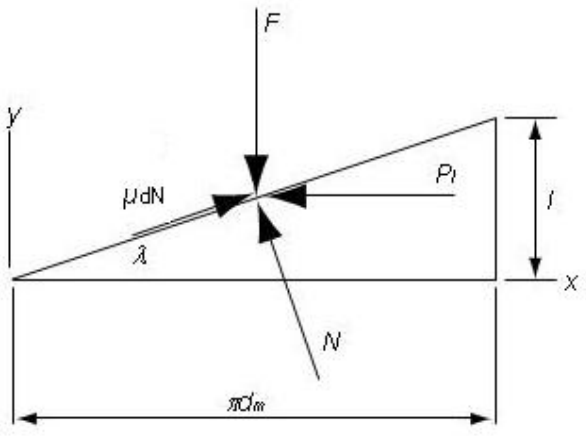
در صورتیکه معادلات تعادل را برای نیروهای اعمالی بر روی یک رزوه بنویسیم رابطه P و F به شکل زیر می شود که از آنها تُرک لازم برای بالا بردن به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{cases} P = \dfrac{F(\sin\lambda + \mu\cos\lambda)}{(\cos\lambda - \mu\sin\lambda)} = \dfrac{F(\,l/\pi d_m + \mu)}{1-(\mu\cdot l/\pi d_m)} \rightarrow \; T = \dfrac{Fd_m}{2}\left(\dfrac{l + \pi\mu d_m}{\pi d_m - \mu l}\right) \\ T = \dfrac{Pd_m}{2} \end{cases}$$

LearnElement.ir

ب)تُرک پایین آمدن (T_{lower}):

آنالیز نیرویی پایین آمدن فقط در جهت نیروی اصطکاک و تُرک با شکل قبلی تفاوت دارد.



جهت عکس گشتاور با عوض شدن جهت P مشخص می شود.

بنابراین برای تُرک لازم جهت پایین آوردن هم داریم:

$$\begin{cases} P = \dfrac{F(\mu\cos\lambda - \sin\lambda)}{\cos\lambda + \mu\sin\lambda} = \dfrac{F(\mu - l/\pi d_m)}{1 + (\mu\cdot l/\pi d_m)} \rightarrow T = \dfrac{Fd_m}{2}\left(\dfrac{\pi\mu d_m - l}{\pi d_m + \mu l}\right) \\ T = \dfrac{Pd_m}{2} \end{cases}$$

معادله فوق گشتاور یا تُرکی را که باید اعمال کنیم تا بر نیروی مالشی غلبه تا بار پایین آید می دهد.

در برخی موارد ممکن است که بزرگ بودن بار یا کم بودن مالش ، سبب شود بار خودش پایین بیاید و پیچ بدون هر گونه زور خارجی بچرخد.

در چنین مواردی ، گشتاور بدست آمده از معادله فوق یا منفی و یا صفر بوده است.

- تذکر بسیار مهم:

تُرک حتماً باید از صفر بزرگتر باشد. $T > 0$

اگر تُرک منفی شود شرط خود قفل کنی زیر سوأل می رود مگر اینکه بوش داشته باشیم و اصطکاک آن بتواند کمک به مثبت کردن قفل کند. چون در این حالت داریم:

$$T_{rise} or\ T_{lower} + T_{bush} > 0$$

$$T_{bush} = T_c = \frac{F(\mu_c \times d_c)}{2}$$

بنابراین در طراحی ما بایستی λ را طوری بگیریم که حتماً از θ کوچکتر باشد این شرط را **شرط خود قفل کنی** گویند.

(در ساخت پیچ انتقال قدرت طراحی پیچ باید به گونه ای باشد که $\theta > \lambda$ باشد.) وبه طور کلی برای شرایط خود قفل کنی داریم:

LearnElement.ir

$$\begin{cases} T>0 \rightarrow \mu - \dfrac{l}{\pi d_m} > 0 \rightarrow \mu > \dfrac{l}{\pi d_m} \rightarrow \mu > \tan\lambda \\ \tan\theta > \tan\lambda \end{cases} \rightarrow \theta > \lambda$$

می توان عبارت ساده ای برای بازده پیچ های انتقال قدرت بدست آورد در صورتیکه نیروی اصطکاک قابل صرف نظر باشد و تُرک T را فقط برای بالا بردن با محاسبه T در دو حالت زیر داریم:

الف) ضریب اصطکاک صفر باشد ← راندمان ۱۰۰٪ خواهد بود.

ب) اگر $\mu = 0$ باشد در این صورت $T_0 = \dfrac{Fl}{2\pi}$ خواهد بود بنابراین داریم :

$$\begin{cases} T_0 = \dfrac{Fl}{2\pi} \\ e = \dfrac{T_0}{T} \end{cases} \rightarrow e = \frac{Fl}{2\pi T}$$

توجه داریم که در فرمول بالا T مربوط به تُرک بالا بر و F نیروی وارد شده و l طول جلوبر می باشد.
روابطی که در فوق بدست آمد برای پیچ های با رزوه های مربعی می باشد. در صورتیکه رزوه ها آکم باشد ، زاویه α دنده های پیچ بر روی روابط اثر می گذارد. در این صورت باید جمله مربوط به نیروی مالشی را بر $\cos\alpha$ تقسیم نمود.

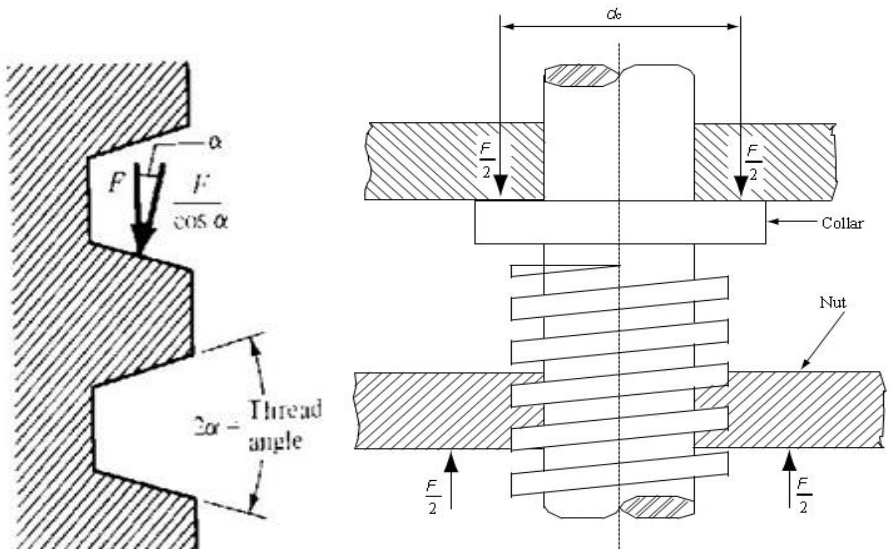
نتیجه برای بالا بردن بار ، یا سفت کردن پیچ یا مهره چنین می شود :

$$T = \frac{Fd_m}{2}\left(\frac{l + \pi d_m \sec\alpha}{\pi d_m - \mu l \sec\alpha}\right)$$

معادله فوق یک معادله تقریبی است چون اثر زاویه پیشرو در نظر گرفته نشده است.

پیچ های قدرت رزوه مربعی بازده بیشتری نسبت به پیچ آکم دارند، زیرا پیچ های آکم به خاطر حالت گوه ای نیروی مالشی بیشتری دارند. امّا به علّت ماشینکاری آسان تر و امکان به کارگیری مهره دو نیمه که برای جبران سایش می توان آن را تنظیم کرد ، پیچ رزوه آکم بر مربعی مزیت دارند .
هنگامی که پیچ زیر بار محوری است ، برای تحمل بار مؤلفه محوری بار ، باید یک یاتاقان کفی یا یقه بین دو عضو دوران کننده و عضو ساکن به کار برد.(شکل زیر)

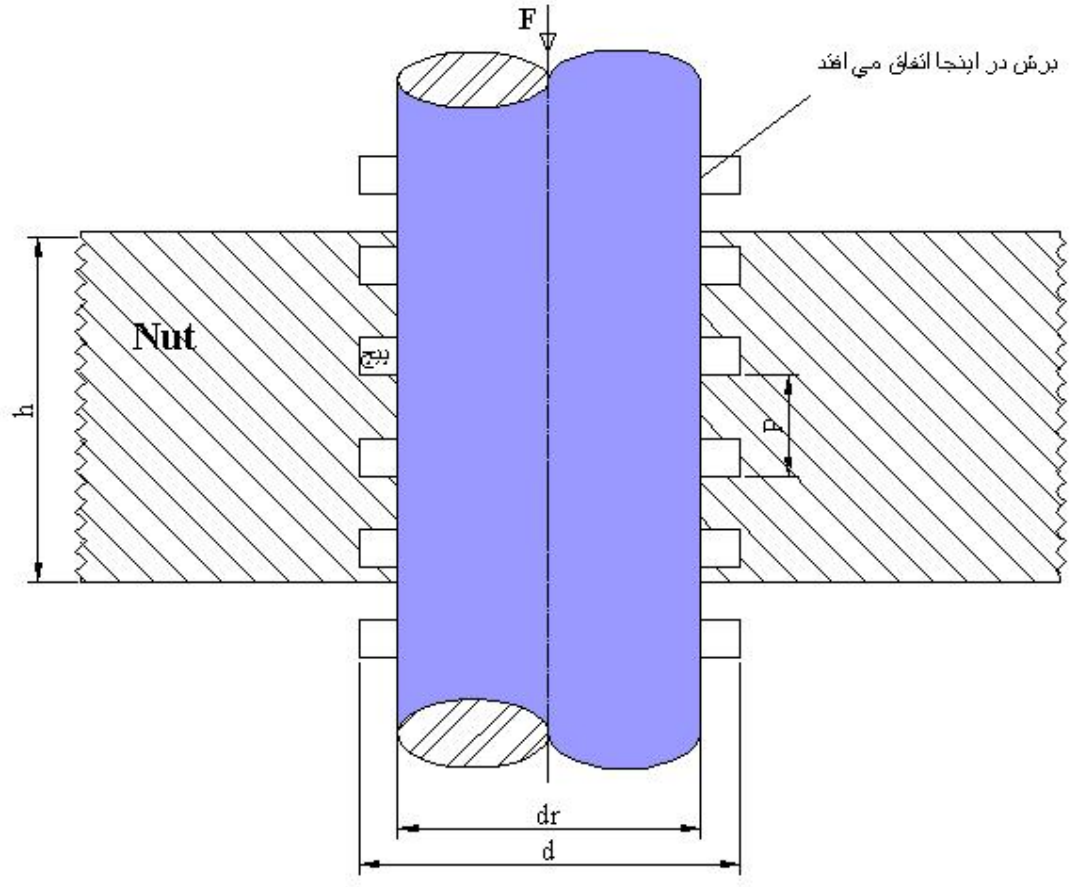
LearnElement.ir



همانطور که قبلاً هم گفته شده است داریم:

$$T_{bush} = T_c = \frac{F(\mu_c \times d_c)}{2}$$

- **تنش های رزوه:**



LearnElement.ir

تنش هایی که در این قسمت محاسبه می شوند تنش های اسمی می باشند ، کاربردی در عمل ندارند امّا از آنها می توان برای محاسبهء ارتفاع مهره (h) استفاده نمود.

در اینجا خاطر نشان می کنیم که پیچ ها معمولاً بر روی ساق خود می بُرند (d_r).

۱) برای محاسبه تنش برشی برای پیچ داریم:

$$\begin{cases} A = \pi \times \frac{P}{2} \times d_r \times \frac{h}{p} \\ \tau = \frac{F}{A} \end{cases} \rightarrow \tau_{bolt} = \tau_b = \frac{2F}{\pi \times d_r \times h}$$

۲) برای محاسبه تنش برشی در مهره هم داریم :

$$\tau_{Nut} = \tau_N = \frac{2F}{\pi \times d \times h}$$

تذکر : بر طبق فرمول های بدست آمده از فوق در می یابیم که تنش برشی Bolt بیشتر از تنش برشی Nut است ، لذا معمولاً جنس مهره را مقداری از پیچ ضعیفتر می گیرند.

- **تنش لهیدگی :**

می توان نیروی F را به صورت اثر لهیدگی نیز بر روی رزوه ها در نظر گرفت در این صورت خواهیم داشت :

$$\begin{cases} A = \frac{\pi}{4}(d^2 - {d_r}^2) \times (\frac{h}{p}) \\ \sigma = \frac{F}{A} \end{cases} \rightarrow \sigma = \frac{4F \times p}{\pi \times h \times (d^2 - {d_r}^2)}$$

نکته طراحی :

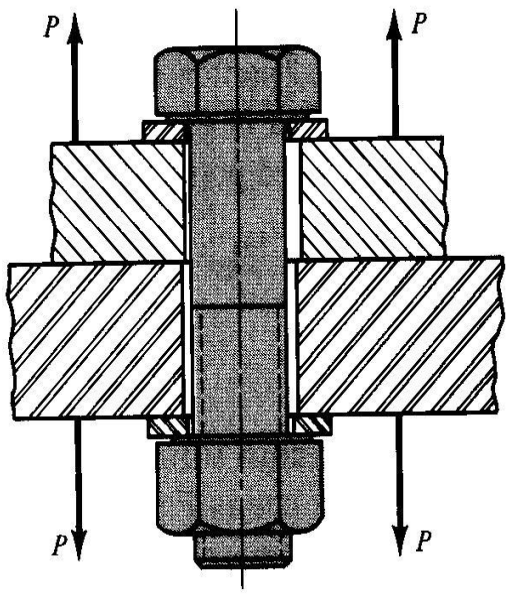
۱) از دو فرمول مربوط به τ و σ در فوق دو تا h را بدست می آوریم هر کدام که بزرگتر بود آنرا به عنوان h مهره استفاده می کنیم ، که در محاسبات فوق τ_b با تنش برشی مجاز مقایسه شده و σ با σ مجاز مقایسه شده و بدست می آید.

۲) اگر پیچ استاندارد باشد به احتمال قریب به یقین بحران در برش می شود یعنی فرمول τ_b وضعیت بدتری را نشان خواهد داد.

- **اتصال های پیچ و مهره ای تحت کشش :**

یکی از کاربرد های پیچ و مهره اتصال قطعات به یکدیگر می باشند. در این مورد با پیچاندن مهره، پیچ کشیده می شود تا نیروی سفت نگه داشتن قطعات به یکدیگر ایجاد شود. این نیروی نگهدارنده را پیش کشش یا پیش بار پیچ بار پیچ می گویند. این نیرو پس از آن که مهره به خوبی سفت شد در اتصال باقی خواهد ماند چه بار کششی خارجی P به آن وارد شود یا نشود.(شکل زیر)

LearnElement.ir



تذکر مهم :

در یک اتصال مقدار گیر برابر است با همه کلفتی ماده ای که گرفته و فشرده شده می شود. مثلاً در شکل فوق مقدار گیر برابر است با مجموع کلفتی دو عضو ودو پولک(واشر فلزی).

نکته تستی فوق لیسانس :

هر گاه اتصالی مورد نظر باشد که بتوانیم بدون روش های تخریبی آن را باز کرد و به حد کافی برای مقاومت در برابر بار های کششی و بار های برشی یا ترکیبی از این دو محکم باشد اتصال پیچ مهره ای ساده با استفاده از واشر سخت کاری شده راه حل خوبی است لیکن هنگامیکه بار های اصلی از نوع برشی باشند استفاده از پرچ پیشنهاد می شود چون پرچ ها سوراخ ها یشان پُر است و به توزیع یکنواخت بار ها در پین پرچ های نگه دارنده کمک می کنند.

همانگونه که در شکل فوق می بینید در اتصالات پیچ و مهره ای بین پیچ و سوراخ لقی وجود دارد.

شکل زیر رسمی از مشخصه های نیرو- خیز است و نشان می دهد که چه اتفاقی می افتد .

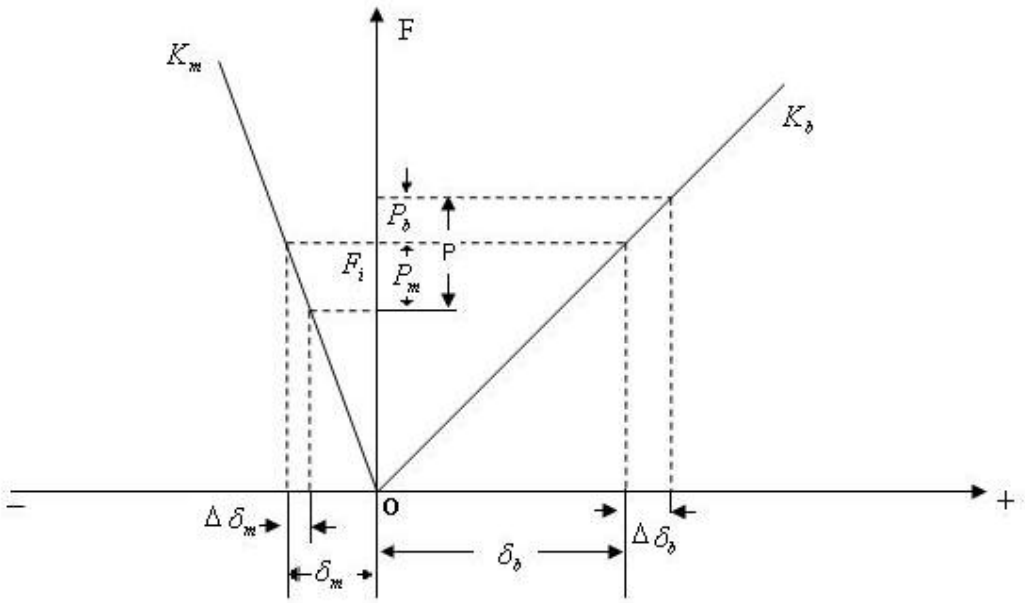
خط K_m سفتی عضو ها است؛ هر نیرویی مانند پیش بار F_i ، تغییر شکل فشاری δ_m را در عضو ها ایجاد خواهد کرد.

همان نیرو تغییر شکل کششی δ_b را در پیچ و مهره سبس خواهد شد.

هنگامیکه بار خارجی اعمال می شود ، δ_m به اندازه $\Delta\delta_m$ کاهش و δ_b به همان مقدار افزایش می یابد ، $\Delta\delta_b = \Delta\delta_m$.

بنابراین بار بر پیچ مهره افزایش و بار وارد بر عضو ها کاهش می یابد.

LearnElement.ir



P: کل بار خاجی.

F_b:کل نیرو وارده بر پیچ.

F_m:کل نیرو وارده بر اعضا.

P_b:سهمی از بار که توسط پیچ تحمل می شود .

P_m: سهمی از بار که توسط اجزا تحمل می شود.

δ_b: تغییر (اضافه) طول پیچ بر اثر پیش بار.

δ_m:تغییر (اضافه) طول اعضا بر اثر پیش بار.

F_i:پیش بار بر روی پیچ.

$\Delta\delta_b$:تغییر طول پیچ بر اثر P_b .

$\Delta\delta_m$: تغییر طول اعضا بر اثر P_m.

K_b: سختی پیچ

K_m : سختی اجزإ.

ابتدا با سفت کردن مهره یک پیش بار F_i ایجاد کرده ایم. حال به بررسی اثر وارد شدن بار کششی خارجی P به این اتصال می پردازیم. بخشی از نیروی P را پیچ تحمل می کند که آن را P_b یا (P_{Bolt}) نامیده و بقیه آن را اعضاء تحمل می کند و P_m یا (P_{member}) نامیده می شود.

با توجه به اینکه پیش بار F_i در پیچ کششی است ؛ برای برایند بار وارد شده به پیچ خواهیم داشت:

$$F_b = P_b + F_i$$

همچنین باتوجّه به اینکه پیش بار F_i در اعضاء فشاری است ؛ برای برایند بار وارد شده به اعضاء خواهیم داشت:

LearnElement.ir

$$F_m = P_m - F_i$$

با توجه به برابر بودن تغییر شکل اعضاء و پیچ داریم:

$$\begin{cases} \delta_b = \dfrac{F_i}{K_b} \\ \Delta\delta_b = \Delta\delta_m \end{cases} \rightarrow \frac{P_b}{K_b} = \frac{P_m}{K_m}$$

همچنین خواهیم داریم $P = P_b + P_m$ بنابراین داریم:

$$P_b = \frac{K_b P}{K_b + K_m} \quad \text{و} \quad P_m = \frac{K_m P}{K_b + K_m}$$

و نهایتاً خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_b = P_b + F_i = \dfrac{K_b P}{K_b + K_m} + F_i = CP + F_i \\ F_m = P_m + F_i = \dfrac{K_m P}{K_b + K_m} - F_i = (1-C)P + F_i \end{cases}$$

که $C = \dfrac{K_b}{K_b + K_m}$ می باشد.

تذکرات مهم:

۱) δ_m حتماً باید منفی باشد (اجزاء باید به گونه ای گیر باشند که منفی باشد.)

۲) P نباید از حد مجاز بالاتر رود که δ_m را مثبت کند؛ چون اگر δ_m مثبت شود اجزاء از هم جدا خواهند شد.

۳)آنچه مهم است F_i است که این دو قید زیر را دارد:

a) F_m حتماً باید منفی باشد یعنی اعضاء از هم جدا نشود.

b) F_b هم باید مثبت باشد.

ما بایستی K_b و K_m را محاسبه کنیم ، محاسبه K_b ساده تر است امّا محاسبه K_m کمی کار می برد.

محاسبه سختی:

الف)محاسبه سختی پیچ(K_b) :

$$\begin{cases} \delta = \dfrac{T.l}{AE} \rightarrow \dfrac{T}{\delta} = \dfrac{AE}{l} \\ A = \dfrac{\pi d^2}{4} \end{cases} \rightarrow K_b = \frac{AE}{l}$$

ب)محاسبه سختی اجزاء(K_m):

در صورتیکه گیرهء پیچ و مهره بیش از دو عضو را شامل شود در این صورت عضو به صورت فنر های فشاری سری عمل می کند و می توانیم برای n جزء بنویسیم:

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{K_n}$$

LearnElement.ir

تذکر بسیار مهم : امکان دارد یکی از اجزاء واشر نرمی باشد در این صورت سختی آن نسبت سایر عضو ها کوچک است لذا $\frac{1}{K_{gasket}}$ عدد بزرگی می شود و در این صورت می توانیم بنویسیم :

$$K_m = K_g$$

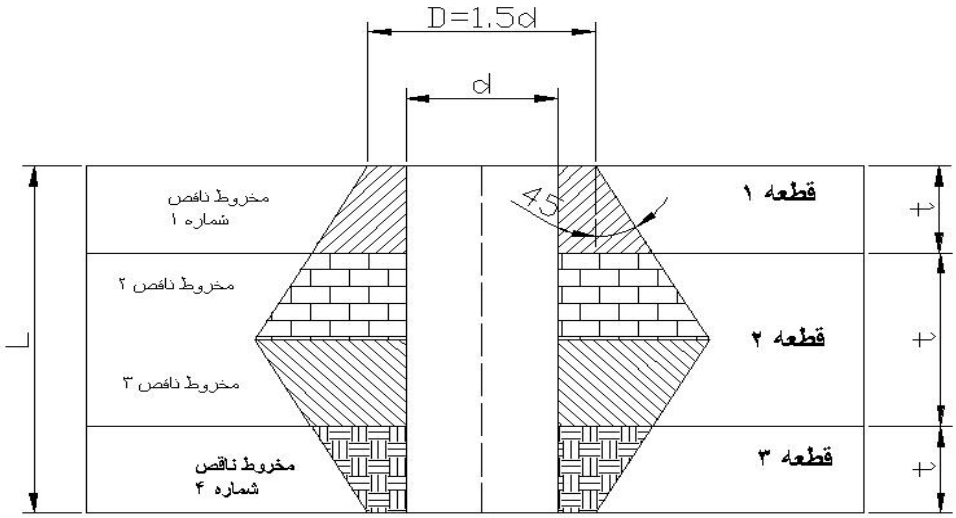
البته امکان دارد که واشرهایی نیز وجود داشته باشد که سختی های آن ها زیاد باشد و دقیقاً مانند یک عضو وارد محاسبات شوند.

- **متُد های محاسبهء K_m :**

دو روش عمده برای محاسبه K_m مورد استفاده قرار می گیرد :

۱. روش استوانه فشار که فشار توزیع شده بین اجزاء را به صورت یک استوانه به قطر داخلی d و قطر خارجی ۳d در نظر می گیریم ؛ این روش منسوخ و دیگر مورد استفاده قرار نمی گیرد.

۲. روش دوم بر اساس توزیع فشار مخروطی می باشد که به شکل زیر ارائه گردیده و از آن استفاده می کنیم.



رسم مخروط هاي فشار جهت محاسبه Km

$$K_m = \frac{\pi \times E \times d \times \tan(\alpha)}{\ln\left[\frac{(2t + D - d)(D + d)}{(2t + D + d)(D - d)}\right]}$$

این مخروط ها با زاویه ۴۵ درجه($\alpha = 45^\circ$) از محل $D = 1.5d$ که روی شکل مشخص است ترسیم می شود یکی از عضو بالایی ودیگری از عضو پایینی.

LearnElement.ir

$$K_m = \frac{\pi \times E \times d}{\ln\left[\frac{(2t+D-d)(D+d)}{(2t+D+d)(D-d)}\right]}$$

برای شکل فوق باید ۴ بار از فرمول K_m استفاده کنیم .(برای هر مخروط یک بار از این فرمول استفاده می کنیم.)

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k'_2} + \frac{1}{k''_2} + \frac{1}{k_3}$$

اگر حالتی را در نظر بگیریم که تنها دو عضو با مدول الاستیسیته و ضخامت یکسان داشته باشیم و طول گیر را $l = 2t$ بگیریم و قطر سطح نشیمن سر پیچ را $D = 1.5d$ بگیریم ، نهایتاً خواهیم داشت:

$$K_m = \frac{\pi E d}{2\ln\left(5\frac{l+0.5d}{l+0.5d}\right)}$$

نکته:

در صورتیکه از واشر استفاده نمودیم D قطر واشر می شود در این صورت K_m از رابطه بالا بدست می آید.

با مشخص شدن K_m اکنون می توانیم سهم هر کدام از پیچ و اعضاء را در گرفتن نیروی p محاسبه نمائیم :

$$\frac{P_b}{K_b} = \frac{P_m}{K_m}$$

- **تُرک مورد نیاز برای سفت کردن پیچ و مهره ها جهت ایجاد پیش بار F_i:**

فرمولی که در زیر ذکر می کنیم یک فرمول کاربردی است و در صنعت هم به ما کمک خواهد کرد، به طوریکه خواهیم داشت:

$$(Tightening\ \ torque)T = kF_i d \quad \begin{cases} K = 0.2 \\ K = 0.15 \end{cases}$$

برای مهره معمولی ۰,۲ و برای مهره آبکاری شده برابر ۰,۱۵ است.

مثالی در صنعت:

در فولاد مبارکه اصفهان چرخدنده دو تیکه بزرگی بوده است که برای بستن آندو به نیاز به پیچ و مهره بوده است امّا فردی که این پیچ ها را روی کار می بسته با این معضل روبرو بوده که این پیچ ها هر روز شُل می شدند ، شما به عنوان یک مهندس مکانیک چه پیشنهادی برای بستن این پیچ دارید؟

جواب: ابتدا تُرک لازم برای بستن را از رابطه بالا بدست می آوریم و با توجه به طول آجاری که شخص برای بستن پیچ ها در دست می گیرد نیروی لازم برای بستن پیچ بدست می آید فرض می کنیم این نیرو برابر ۳۰۰N باشد ، همانطور که واضح است این نیرو را شخص به طور عادی نمی تواند وارد کند برای اینکه پیچ سفت روی کار بسته شود یک راه حل این است که به روش آلمانها عمل کنیم یعنی پیچ را تا یک درجه حرارت مناسب در داخل روغن حرارت دهیم و سپس همانطور که داغ است روی کار ببندیم این کار باعث می شود تا بعد از سرد شدن پیچ فیت کار شود ؛ حال سوال اینجا است که چرا از روغن استفاده کنیم؛ جواب این است که توزیع حرارت روی پیچ با یکنواختی بیشتر صورت می گیرد.

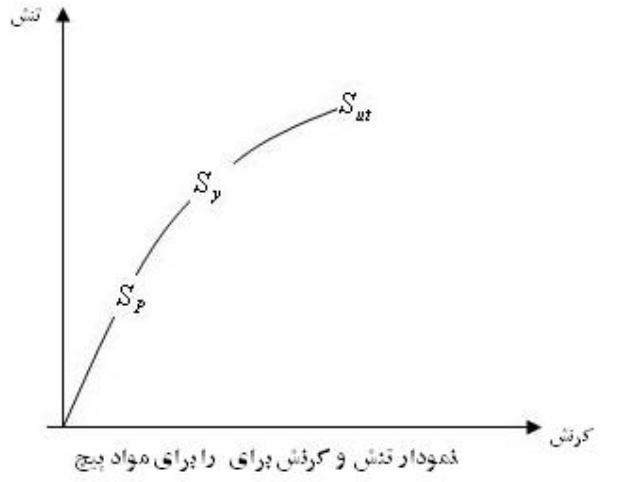
LearnElement.ir

برای تغییرات طول پیچ در حین حرارت هم می توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم:

$$\delta = l\alpha\Delta T \rightarrow \delta = \frac{pl}{EA}$$

- **استحکام گُواه یا گَواه (S_p):**

همانطور که از شکل زیر واضح است حد تناسب و نقطه تسلیم روی هم نیست.



نمودار تنش و کرنش برای را برای مواد پیچ

که مقاومت گواه و مقاومت تسلیم و مقاومت کششی در آن مشخص شده است

در طراحی پیچ ها به علّت حساسیتی که وجود دارد از S_P (Proof stress) به جای S_y استفاده می شود که از لحاظ مقداری از S_y کوچکتر است شکل فوق یک نمونه نمودار تنش وکرنش برای مواد پیچ را نشان می دهد.
نقطه S_P نقطه شروع غیرخطی شدن منحنی تنش و کرنش می باشد که قبل از نقطه سیلان اتفاق می افتد.
در حالت کلی S_P را به صورت $S_P = 0.85S_y$ در نظر گرفت.

تعریف بار گواه چیست؟

بار گواه یک پیچ و مهره ماکزیمم نیرویی است که به آن پیچ و مهره اعمال می شود بدون آنکه در آن تغییر شکل دائمی به وجود آورد.

تعریف استحکام گواه چیست؟

استحکام گواه یا S_P (Proof stress) مقدار حدی تنش است که با استفاده از بار گواه و سطح تحت تنش کششی تعیین می شود یعنی $S_P = \frac{F_P}{A_t}$.

- **پیش بار استاتیکی (F_i):**

همانطور که از روابط قبل بدست آمد ، نیروی وارد شده بر پیچ برای بار استاتیکی P برابر است با :

$$F_b = CP + F_i$$

که C را ثابت اتصال نامیده و به صورت $C = \frac{K_b}{K_b + K_m}$ تعریف شد.

F_i را در سه حالت یا به عبارت دیگر با سه شرط در استفاده از فرمول های بالا می توان بدست آورد :

۱) بیشترین حد ۲)کمترین حد ۳)رابطه تجربی

LearnElement.ir

حالت اول : بیشترین حد:

پیچ وارد فاز پلاستیک نشود یا به عبارت بهتر نبُرد؛ که در این حالت خواهیم داشت:

$$F_b = CP + F_i \xrightarrow{\div At} \frac{F_b}{A_t} = \frac{CP}{A_t} + \frac{F_i}{A_t}$$

توجه داریم که ترم دوم طرف راست معادله فوق یعنی $\frac{F_i}{A_t}$ از جنس تنش است وتنش ماکزیمم می تواند S_P باشد ؛

بنابراین S_P به صورت زیر تعریف می شود:

$$S_P = \frac{CP}{A_t} + \frac{F_i}{A_t}$$

حال اگر بخواهیم ضریب ایمنی را وارد فرمول بالا کنیم باید این ضریب را کجا وارد کنیم؟

تذکر بسیار مهم:

ضریب ایمنی خوب ضریب ایمنی است که نیرو را چند برابر کند.

با توجه به تذکر فوق می توانیم ضریب ایمنی n را در فرمول S_P در کنار نیروی P وارد کنیم.

$$S_P = \frac{C \times nP}{A_t} + \frac{F_i}{A_t}$$

مجهول این فرمول F_i است ؛ پس خواهیم داشت:

$$F_i = A_t S_P - CnP$$

بنابراین برای حد بالایی که پیچ نبرد پیش بار استاتیکی به صورت زیر است:

$$\boxed{F_i)_I = A_t S_P - CnP}$$

حالت دوم :کمترین حد:

$$F_i > 0 \rightarrow -F_i + (1-C)P < 0 \rightarrow F_i > (1-C)nP$$

بنابراین برای حد پایینی پیش بار استاتیکی به صورت زیر است:

$$\boxed{F_i)_{II} = (1-C)nP}$$

تذکر بسیار مهم :

تا اینجا کار باید F_iای را انتخاب کنیم که بین حد بالایی و پایینی باشد یعنی خواهیم داشت:

$$\boxed{(F_i)_{II} < (F_i) < (F_i)_I}$$

تذکر :

دلیلی ندارد که دریک سیستم تنها از یک پیچ و مهره استفاده شود بلکه در صورتیکه سیستم مورد نظر ما تحت بار خارجی P قرار گیرد امّا N پیچ و مهره داشته باشیم مسلماً سهم هر یک از پیچ ها $\frac{P}{N}$ می شود.

LearnElement.ir

بنابراین فرمول فوق به صورت زیر در می آید:

$$For\ N\ bolt\ \ \&\ \ nut \rightarrow \begin{cases} F_i)_{\rm I} = A_t S_P - Cn(\frac{P}{N}) \\ F_i)_{II} = (1-C)n(\frac{P}{N}) \end{cases}$$

حالت سوم :رابطه تجربی:

آزمایش های زیادی انجام شده است و پیش بار های زیر در بار گذاری استاتیکی و خستگی توصیه می شود:

$$F_i)_{III} = \begin{cases} 0.75F_P \\ 0.9F_P \end{cases}$$

$0.75F_P$ برای اتصالات باز و بسته شونده.

$0.9F_P$ برای اتصالات دائمی ؛ که یکبار از آن استفاده کنیم و باز وبسته کردن آن مهم نباشد.

نتیجه کلی :

با بررسی سه حالت F_i انتخابی به صورت زیر می باشد:

$$F_i)_I < F_i < F_i)_{II} < F_i)_{III}$$

یا

$$F_i)_I < F_i < F_i)_{III} < F_i)_{II}$$

گرید پیچ (Bolt grade):

عددی در انتهای پیچ ها نوشته شده است که گرید پیچ را مشخص می کند و در صورتیکه در جدول نتوانیم S_{ut}, S_y, S_P را تعیین کنیم از گرید پیچ می توانیم این مقادیر را تعیین کنیم؛ به عنوان مثال فرض می کنیم که گرید پیچ ۶٫۸ است:

عدد۶٫۸ در جدول ۸-۴ صفحه ۳۳۹ کتاب شیگلی نیست که ما با توجه به قطر اسمس برای آن بتوانیم S_{ut}, S_y, S_P را تعیین نمائیم لذا برای حل این معضل از گرید داده شده به صورت زیر استفاده می کنیم و مجهولات لازم را محاسبه می کنیم:

$$Example(1): 6.8 \begin{cases} S_{ut} = primary\ \ Number \times 100 = 6 \times 100 = 600MPa \\ S_y = \sec ondary\ \ Number \times S_{ut} = 0.8 \times 600 = 480MPa \\ S_P = 0.85S_y \end{cases}$$

$$Example(2): 5.6 \begin{cases} S_{ut} = 5 \times 100 = 500MPa \\ S_y = 0.6 \times 500 = 300MPa \\ S_P = 0.85S_y = 0.85 \times 300 = 255MPa \end{cases}$$

LearnElement.ir

نکته : **پیچ و مهره های مرغوب را تا گستره پلاستیک نیز می توان بار گذاری کرد** ، البته بایستی دقت کرد که در موقع سفت کردن پیچ و مهره اصطکاکی بین کلهء پیچ و مهره و خود مهره هنگامیکه با قطعات در تماس می باشند به وجود می آید وقتی که ما پیچ را سفت کردیم و آچار را برداشتیم پیچ برداشته می شود و تنش هایی که نزدیک به حد پلاستیک شده بودند بر می گردند.

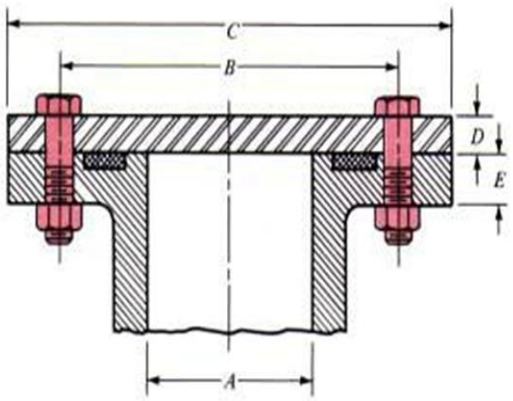
اگر قرار باشد پیچی بِبُرَد همان لحظه اول که می خواهید سفت کنید می برد و اگر بعد ها برید به احتمال ۹۰٪ نوع بارگذاری مورد نظر عوض شده است.

مثال:

در شکل زیر اتصال یک درپوش به مخزن تحت فشاری با استفاده از پیچ مهرهء $M_{۲۰}$ گرید ۵٫۸ نشان داده شده است اندازه ها بر حسب mm به قرار زیر هستند.

$A=۱۰۰mm, B=۲۰۰mm, C=۳۰۰mm, D=۲۰mm, E=۲۵mm$

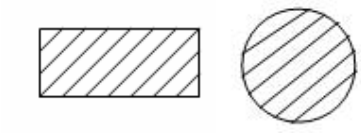
از مخزن برای ذخیرهء گاز با فشار استاتیکی ٦MPa استفاده می شود ؛ با ضریب ایمنی ۳ چه تعداد پیچ و مهره برای این اتصال پیشنهاد می کنید؟ (به عنوان تکلیف در منزل به جای $M_{۲۰}$ با $M_{۱۲}$ مسئله را حل کنید.)



حل :

قبل از حل این مسئله توجه شما را به نکات زیر جلب می کند:

۱) اگر مخزن در گریس بود حتماً جنس اورینگ باید سیلیکون دار باشد.



مقاطع دایره ای را اُورینگ (Oring) و مقاطع مستطیلی را پَکینگ (Packing) گویند.

این مسأله یک مسأله چِک طرح می باشد حال اگر همین مسأله را به شما بدهند و صحبتی در مورد هیچ یک از پارا متر های داده شده در مسأله نباشد و بخواهند که طراحی انجام دهیدچه باید بکنید؟

LearnElement.ir

ج) در صورتیکه در مسئله واقعی از ما تعداد پیچ واندازه پیچ را هم خواستند در آن صورت از آنجائیکه در یک طراحی واقعی قطر پیچ مشخص نیست قادر به محاسبه K_b , K_m و درنهایت **C**نخواهیم بود لذا در قدم اول یک طراحی واقعی بایستی یک مقدار برای **C** فرض کنیم ؛ مسئله را حل نمائیم و بعد **C** را دقیق می کنیم.

۱. در صورتیکه **اتصال بدون واشر** باشد فرض می کنیم:

$$0.2 < C < 0.3$$

$$0.2 < C < 0.4$$

۲. در صورتیکه **اتصال واشر دار** باشد(اگر واشر نرم هم باشد خودش K_m می گیرد) فرض می کنیم:

$$0.75 < C < 0.85$$

حال با توجه به صورت سوال و نکات فوق به حل این مسأله می پردازیم:

$$P_i = \frac{P}{A} \rightarrow P = P_i \times A = 6 \times \frac{\pi}{4} \times (100^2) \rightarrow P = 47.124KN$$

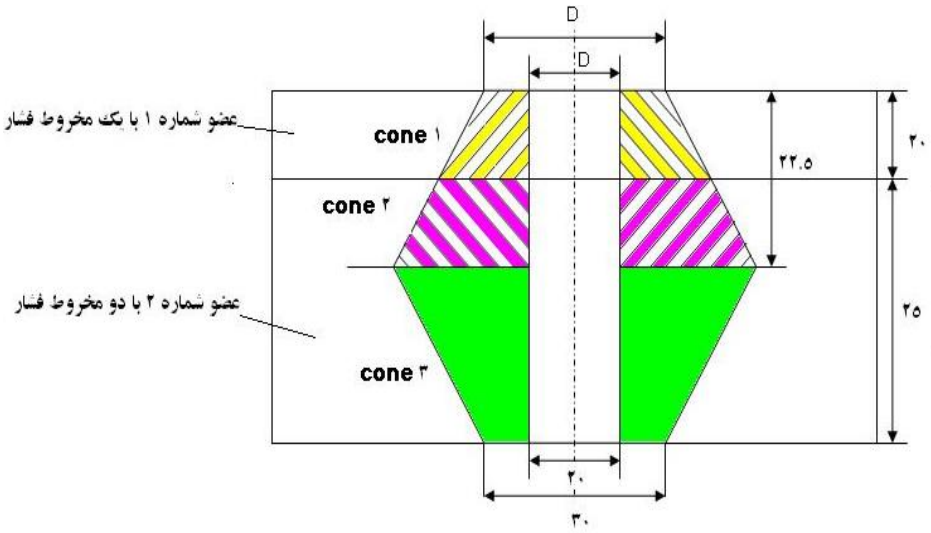
$$grade\ 5.8 \xrightarrow{table\ page\ 339} \begin{cases} S_{ut} = 520MPa \\ S_y = 395MPa \\ S_P = 380MPa \end{cases}$$

$$M_{20} \xrightarrow{table\ 1-8} A_t = 245mm^2$$

$$K_b = \frac{\pi d^2 E}{4l} = \frac{(\pi)(20^2)(207 \times 10^3)}{(4)(45)} = 1.445 \times 10^6\ {}^{N}\!/_{mm}$$

وقتی فولاد داریم $200 < E < 210$ خواهد بود.

برای محاسبه k_m همانطور که قبلاً بررسی شد باید مخروط های فشار (pressure cone) را رسم کنیم؛ لذا خواهیم داشت:



LearnElement.ir

$$cone\ (1) \rightarrow \begin{cases} D = 30mm \\ d = 20mm \\ t = 20mm \end{cases}$$

$$cone\ (2) \rightarrow \begin{cases} D = 30 + 2 \times 20(\tan 45^{o}) = 70mm \\ d = 20mm \\ t = 2.5mm \end{cases}$$

$$cone\ (3) \rightarrow \begin{cases} D = 30mm \\ d = 20mm \\ t = 22.5mm \end{cases}$$

d همیشه ثابت است.

اگر جنس اعضاء ۱ و ۲ به گونه ای باشد که $E_1 = E_2 = 79GPa$ باشد در این صورت برای K_m خواهیم داشت .

$$K_{m1} = 4.859 \times 10^{6}\ {}^{N}\!/_{mm}$$

$$K'_{m2} = 1.204 \times 10^{6}\ {}^{N}\!/_{mm} \rightarrow \frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_{m1}} + \frac{1}{K'_{m2}} + \frac{1}{K''_{m2}} \rightarrow K_m = 2.345 \times 10^{6}\ {}^{N}\!/_{mm}$$

$$K''_{m2} = 4.67 \times 10^{6}\ {}^{N}\!/_{mm}$$

$$C = \frac{K_b}{K_m + K_b} = 0.382$$

خاطر نشان می شود که اگر مسئله طراحی هم بود c دقیق به این عدد نزدیک بود.

$$F_i)_I = A_t S_P - \frac{CnP}{N} = 0.75 A_t S_P$$

$$A_t S_P - \frac{CnP}{N} = (0.75)(245)(380)$$

$$A_t S_P - \frac{CnP}{N} = 69.825KN$$

$$(245)(380) - \frac{(0.382)(3)(47.124)(10^3)}{N} = 69.825KN \rightarrow N = 2.32$$

تذکر بسیار مهم :

توجه داریم که این N، $N_{\max}$ است و شما نبایستی آنرا به عدد بزرگتر از ۲,۳۲ گرد کنید بلکه باید به عدد کوچکتر آن گرد کنیم پس داریم :

$$N = 2$$

در واقع اگر ۲,۳۲ را به ۳ گرد کرده بودیم F_i را زیاد می کردیم و از حد بالایی مقدار F_i هم بیشتر می شود. و این اشتباه خواهد بود.

LearnElement.ir

حال به سراغ محاسبه $F_i)_{II}$ می رویم ؛ لذا برای این منظور خواهیم داشت:

$$F_i)_{II} = \frac{(1-C)nP}{N} = \frac{(1-0.382)(3)(47.124\times10^3)}{2} = 43.684KN$$

با توجه به اینکه مقدار N را کم کردیم لذا بایستی $F_i)_I$ را مجدداً محاسبه کنیم

$$F_i)_I = A_t S_P - \frac{CnP}{N} = (245)(380) - \frac{(0.382)(3)(47.124)(10^3)}{N=2} = 66.1KN$$

$$43.68 < F_i < 66.1$$

محدوده F_i تعیین شده است حال بایستی F_i را برابر چند بگیریم؟

جواب : F_i را باید عددی بین بازه فوق بگیریم .

$$if\ F_i = 50KN \rightarrow F_i)_I = 50\times10^3 = (245)(380) - \frac{(0.382)(n_b)(47.124)(10^3)}{N=2} \rightarrow n_b = 4.8 > 3 \rightarrow ok$$

$$if\ F_i = 50KN \rightarrow of\ F_i)_{II} \rightarrow n_c = 3.4 > 3 \rightarrow ok$$

در کتاب شیگلی به این نکته توجه نمی شود که n_c, n_b دو ضریب ایمنی هستند ودر این راستا بایستی هر دوی اینها ارضاء شوند. بنابراین زمانیکه ضرایب ایمنی را به صورت فوق داریم به این نتیجه می رسیم که طراحی با ۲ پیچ و مهره جواب می دهد و پیش بار پیشنهادی برای سفت کردن پیچ ها را می توان ۵۰KN قرار داد. چرا که از پیش بار max یعنی ۶۶,۱ کمتر و از پیش بار min ۴۳,۶۸ بیشتر است.

- **بار گذاری خستگی :**

در بار گذاری خستگی ما فقط به دنبال $F_i)_I$ جدید هستیم ؛ زیرا $F_i)_{II}$ مربوط به اعضاء و $F_i)_{III}$ نیز یک رابطه تجربی است ، آنچه مسلم است معیار تسلیمی که برای یک پیچ استفاده می شود و بایستی برای طراحی از یکی از معیار های خستگی استفاده کنیم ، لذا در قدم اول بایستی S_e حساب شود.

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_f S'_e$$

از آنجائیکه بر روی ساق پیچ نیروی کششی وجود دارد S'_e از فرمول فورد محاسبه می شود :

$$S'_e = \left[0.566 - 9.68\times10^{-5} S_{ut}\right] S_{ut} \ ,\ K_b = 1$$

برای K_c, K_d, K_f مثل قبل عمل خواهیم کرد.

برای محاسبه K_e و K_a چه کنیم؟

برای K_e داریم $K_e = \frac{1}{K_f}$ که K_f به صورت زیر قابل محاسبه است:

Grade	رزوه نورد شده	رزوه تراشیده شده	قوس
۳,۶-۵,۸	$K_f = 2.2$	$K_f = 2.8$	۲,۱
۶,۶-۱۰,۹	$K_f = 3$	$K_f = 3.8$	۲,۳

LearnElement.ir

K_a را برابر ۱ می گیریم ؛ زیرا در جدول بالا خودشان نوع فرایند تولید را هم مشخص کرده اند ؛ بنابراین S_e را می توانیم بدست آوریم.

- محاسبه پیش بار در بار گذاری خستگی :

الف) بار P بین ۰-MAX تغییر کند . $0 \le P \le P_{MAX}$.

ب) بار P بین Min-MAX تغییر کند. $P_{Min} \le P \le P_{Max}$

بررسی حالت ب بر عهده دانشجو در منزل می باشد.

الف)

$$F_b = F_i + CP \rightarrow \begin{cases} F_b)_{Max} = F_i + CP_{Max} \\ F_b)Min = F_i \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_b)_m = \dfrac{F_b)_{Max} + F_b)_{Min}}{2} = F_i + \dfrac{C}{2}P_{\max} \rightarrow \sigma_{bm} = \dfrac{F_{bm}}{A_t} = \dfrac{F_i}{A_t} + \dfrac{CP_{\max}}{2A_t \times N} \\ F_b)_a = \dfrac{F_b)_{Max} - F_b)_{Min}}{2} = \dfrac{C}{2} \times P_{\max} \rightarrow \sigma_{ba} = \dfrac{C}{2A_t \times N}P_{\max} \end{cases}$$

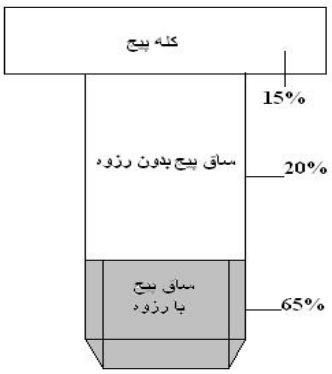
در فرمول فوق N مربوط به تعداد پیچ خواهد بود .

معیاری که استفاده می کنیم معیار گود من خواهد بود :

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \rightarrow F_i = A_t S_{ut} - \frac{C \times n \times P}{2N}\left(\frac{S_{ut}}{S_e} + 1\right) \rightarrow F_i)_I = A_t S_{ut} - \frac{C \times n \times P}{2N}\left(\frac{S_{ut}}{S_e} + 1\right)$$

$F_i)_I = A_t S_{ut} - \dfrac{C \times n \times P}{2N}\left(\dfrac{S_{ut}}{S_e} + 1\right)$ جدیدی است که در خستگی از آن استفاده خواهیم کرد.

نکته : به طور عُرف چیزی حدود ۱۵٪ ار پیچ ها در قوس ، ۲۰٪ قبل ار شروع رزوه و ۶۵٪ در محل بستن مهره به رزوه پیچ می شکند.



LearnElement.ir

- **اتصال های وا شر دار:**

۱) در صورتیکه واشر مخفی داشته باشیم از همان روابط قبلی یعنی :

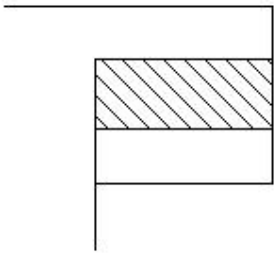
$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_{m1}} + \frac{1}{K_{m2}} + \frac{1}{K_{m3}} + ... + \frac{1}{K_{mn}}$$

استفاده خواهیم کرد.

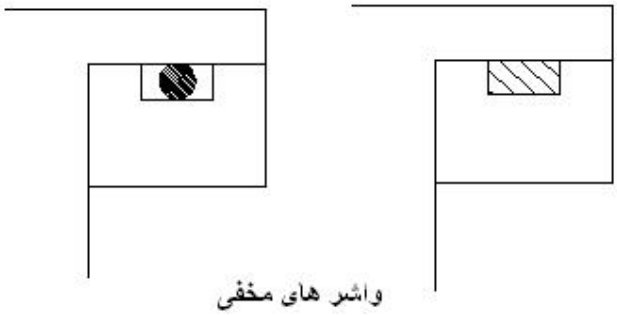
۲) امّا اگر واشر نمایان داشته باشیم(اگر از بیرون نگاه کنیم و واشر نمایان باشد آن را واشر نمایان گویند.) دو حالت به وجود می آید:

۱)جنس واشر نمایان از مس-آزبست باشد در این صورت مانند قبل واشر به عنوان یک عضو بایستی در محاسبات وارد گردد زیرا این نوع واشر سختی قابل توجهی دارد.

۲)اگر جنس واشر غیر از مس-آزبست باشد ؛ در این حالت K_m برابر K_{gasket} خواهد بود ؛ زیرا هر جنس به غیر از مس- آزبست سختی کوچکی در مقایسه با قطعات فلزی دارد.



واشر نمایان



واشر های مخفی

LearnElement.ir

- **چند نکته در طراحی :**

۱. $$A_g = \frac{\pi d_0{}^2}{4} - \frac{\pi d_i{}^2}{4} - N\frac{\pi d^2}{4}$$

هر واشر آب بندی نیاز به فشاری دارد که عمل آب بندی را به نحو احسن انجام دهد در صورتیکه فشار اعمال شده کمتر از این مقدار باشد عمل آب بندی به طور کامل صورت نمی گیرد ، فرض کنید فشار آب بندی (P_0) با شد.

1) $NF_i \geq A_g P_0$

2) $F_m \geq mA_g P$

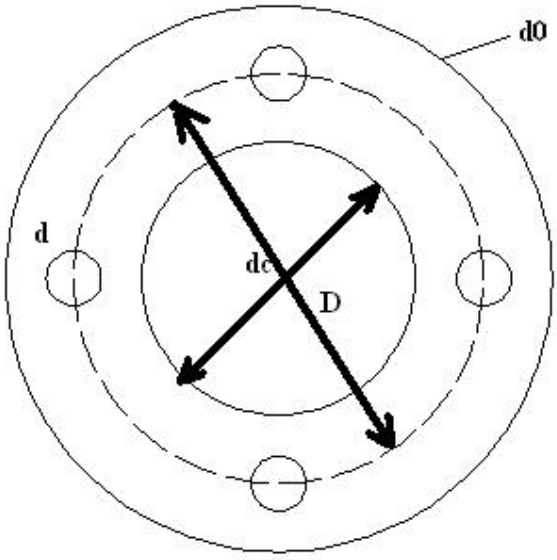
$$F_m = -F_i + (1-C)P \xrightarrow{\text{for N Bolt}} F_m = (1-C)P_{\max} - NF_i$$

توجه داریم که در فرمول فوق P_{max} فشار است نه نیرو ؛ فشاری که می خواهد دو قطعه را از هم جدا کند.

۲. در رابطه ۲ فوق m ضریب واشر می باشد و معمولاً مقادیری بین ۲ تا ۴ می تواند داشته باشد و دقیقاً همانند ضریب ایمنی عمل می کند. و A_g مربوط به مساحت واشر و P_0 مربوط به فشار آب بندی است.

۳. به جای استفاده از فرمول های بالا می توان از فرمولی موسوم به فرمول روسی به صورت زیر استفاده کنیم.

$$3 \leq \frac{\pi D}{Nd} \leq 6$$

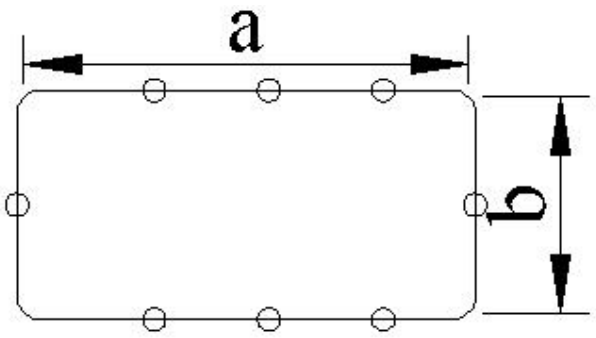


a) در فرمول فوق D را قطر آچار خور و d را قطر اسمی می گویند .

b) فرمولی کاربردی در صنعت است که مهندس را سریع به جواب می رساند به طوریکه اگر سوال شود آقای مهندس پیچی که روی سیستم بسته شده جواب می دهد یا نه ، کافی است که مهندس برای جواب فرمول بالا را محاسبه کند و اگر بین محدوده ۳ و ۶ بود جواب می دهد.

c) در صورتیکه به جای محیط دایره ای یک محیط مستطیلی داشتیم کافیست که تغییر زیر را در فرمول فوق بدهیم:

LearnElement.ir



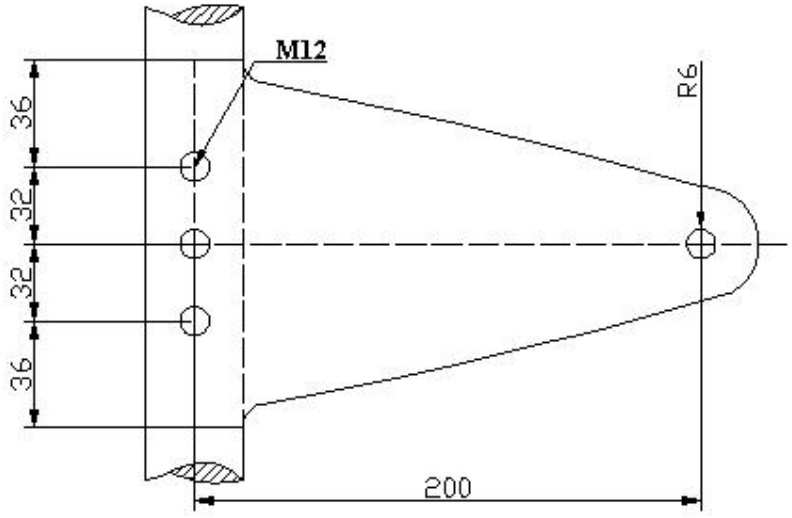
$$2(a+b)=\pi D$$

در صورتیکه $\frac{\pi D}{Nd}$ رعایت نگردد:

۱) فشار لازم برای آب بندی را نمی توانیم ارضا کنیم

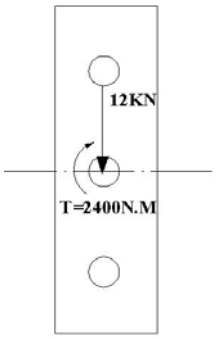
۲) آنقدر پیچ ها به هم نزدیک خواهند شد که در بستن پیچ ها با مشکل مواجه خواهیم بود.

مثال) کل بار برشی وارد بر هر یک از سه پیچ و مهره نشان داده در شکل زیر را بیابید و تنش برشی و تنش تکیه گاهی پیچ و مهره اصلی را محاسبه کنید. گشتاور لختی ورق ۸mm را روی مقطعی در امتداد سه سوراخ پیچ و مهره محاسبه کنید و تنش max تکیه گاهی در ورق را بدست آورید.



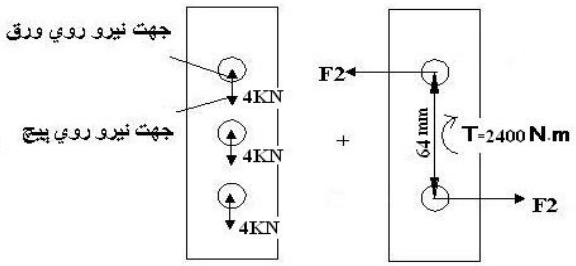
مرکز ثقل را پیدا می کنید ونیرو را به مرکز ثقل منتقل کنید.(این انتقال نیرو ایجاد کننده تُرک است نه ممان.)

LearnElement.ir



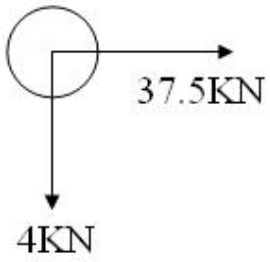
حال این KN ۱۲ نیرو را باید بین سه پیچ به مقدار مساوی تقسیم کنیم.

از طرفی در اثر انتقال نیرو به CG ورق یک کوپل ایجاد شده است که این کوپل هم باید خنثی شود لذا داریم:



$$F_2 = \frac{2400}{64 \times 10^{-3}} = 37.5KN$$

بنابراین اگر نیروی F_2 را با مقدار KN ۳۷٫۵ در ۶۴ ضرب کنیم می توانیم تُرک ۲۴۰۰ را خنثی کنیم.



$$F = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2}} = \sqrt{4^2 + 37.5^2} = 37.71KN$$

$$\tau_b = \frac{F}{A} = \frac{37.71 \times 10^3}{\frac{\pi}{4}(12^2)} = 333.4MPa$$

$$\sigma_b = \frac{F}{A} = \frac{F}{t.d} = \frac{37.71 \times 10^3}{8 \times 12} = 392.98MPa$$

LearnElement.ir

توجه داریم که σ_b هم روی یاتاقان است و هم روی پیچ.

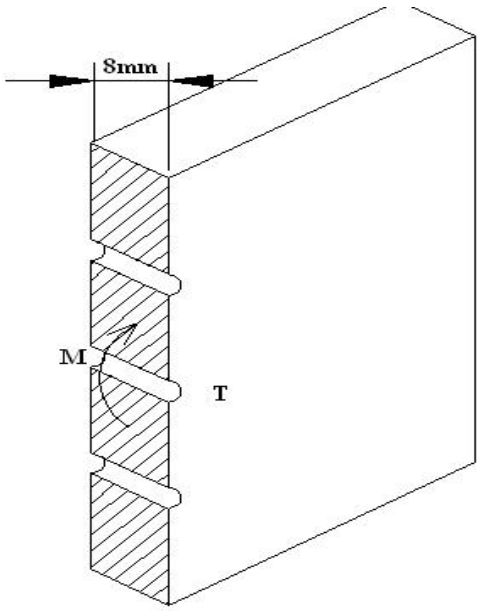
درست است که در سطح مقطع صفحه ما تُرک داریم اما در ضخامت صفحه همین تُرک تبدیل به ممان می شود ؛ لذا داریم:

$$I = I_{sheet} - 3I_{holes} + (2d^2A)$$

$$I = \left(\frac{bh^3}{12}\right) - \left(3 \times \frac{b'h^3}{12}\right) - \left(2Ad^2\right)$$

$$I = \left(\frac{(8)(136^3)}{12}\right) - \left(3 \times (\frac{8 \times 12^3}{12}\right)$$

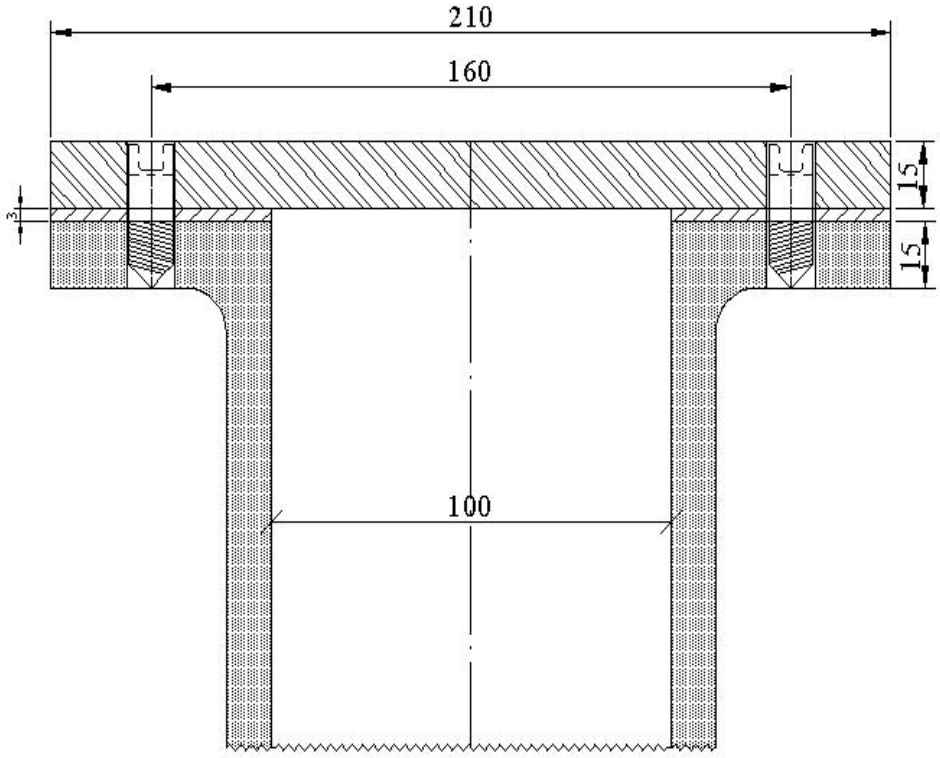
$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{(2400 \times 10^3)(\frac{136}{2})}{1.477 \times 10^6} = 110.5MPa$$



LearnElement.ir

مثال)

مخزن فشاری که در شکل می بینید با استفاده از واشر آزبست با ابعاد داده شده آب بندی می شود سر مخزن با استفاده از پیچ های سر آلن روی بدنه مخزن بسته می شود ؛ قطر اسمی پیچ ها ۱۲mm و فشار داخلی سیلندر بین ۰ تا ۲۰۰۰ کیلو پاسکال نوسان می کند با استفاده از ضریب ایمنی ۱,۵ چه تعداد پیچ متریک با گرید ۹,۸ و با قابلیت اعتماد ٪۹۰ پیش بینی می کنید تا از گسیختگی ناشی از خستگی جلوگیری شود. خاطر نشان می گردد حداقل فشار آب بندی واشر ۱۱MPa می باشد.



حل) :

نکته ۱) پیچ سر آلن مهره ندارد. در نتیجه وقتی مهره نداریم مخروط های ناقص را از وسط رزوه شروع به رسم می کنیم. به عبارت دیگر طول گیر ما به صورت $l = 15 + 3 + 7.5 = 25.5mm$ می شود.

نکته۲)جنس واشر از آزبست است پس باید یک K_m حساب کنیم.

$$K_b = \frac{\pi d^2 4E}{4l} = \frac{\pi(12^2)(207)}{4 \times 25.5} = 918 MN/m$$

واشر طبق شکل فوق فقط یک مخوط دارد.

LearnElement.ir

$$K_m = \begin{cases} d = 12 \\ D = 1.5 \times 12 + 2 \times 7.5 = 33 \rightarrow K_m = K_g = 143.44 \, MN/m \\ t = 3 \end{cases}$$

$$C = \frac{K_b}{K_m + K_b}$$

$$\begin{cases} F_{\max} = P_{\max} \times A = 2000 \times 10^{-3} \times \frac{\pi}{4}(100^2) = 15.7KN \\ F_{\min} = 0 \end{cases}$$

$$M_{12} \rightarrow grde(9.8) \begin{cases} S_{ut} = 900MPa \\ S_y = 700MPa \\ S_p = 650MPa \\ A_t = 84.3mm^2 \end{cases}$$

$$S'_e = \left[0.566 - 9.68 \times 10^{-5} S_{ut}\right] S_{ut} = 431MPa$$

$$R_e = 90\% \rightarrow K_C = 0.897$$

پیچ ها نورد شده اند $\rightarrow K_f = 3 \rightarrow K_e = \frac{1}{K_f} = \frac{1}{3}$

$$S_e = 1 \times 1 \times 0.897 \times 1 \times \frac{1}{3} \times 1 \times 431 = 128.9MPa$$

$$F_i = 0.75 A_t S_P = (0.75)(84.3)(650) = 41.1KN$$

$$F_i = A_t S_{ut} - \frac{C_n F_{\max}}{2N}\left(\frac{S_{ut}}{S_e} + 1\right) = 41.1KN$$

$$N = 2.33 \rightarrow N = 2$$

این تعداد پیچ بدین دلیل محاسبه می شود که بار خستگی ما را تحمل نماید امّا معلوم نیست که با این تعداد پیچ بتوانیم آب بندی را نیز انجام دهیم لذا به سه فرمول ارائه شده در متن مراجعه می کنیم و برای هر یک ضریب ایمنی را محاسبه می کنیم ؛ لذا داریم:

$$1) 3 \le \frac{\pi D}{Nd} \le 6 \rightarrow 3 \le \frac{\pi \times 160}{N \times 12} \le 6 \rightarrow \begin{cases} \frac{\pi D}{Nd} = 3 \rightarrow N = 14 \\ \frac{\pi D}{Nd} = 6 \rightarrow N = 6.89 \end{cases}$$

شرایط حاکم بر مسئله خستگی نیست بلکه آب بندی است.

برای اینکه تعداد پیچ زوج باشد و سوراخکاری آن به سادگی صورت گیرد $N = 8$ در نظر می گیریم.

LearnElement.ir

ضریب ایمنی پیچ در برابر بار خستگی $\frac{1.5}{2.33}=\frac{x}{8}=5.15$ پس $\frac{\pi D}{Nd}$ ارضا شد حال بایستی دو فرمول دیگر را ارضاء کنیم.

$$A_g=\frac{\pi}{4}\left[(210^2)-(100^2)-(8\times(12^2))\right]=25.9\times10^3$$

$$2)NF_i>A_gP\rightarrow 8\times41.1>\frac{25.9\times10^3\times11}{1000}\rightarrow 328>284.9$$

$$3)F_m>mA_gP_1$$

P_1: فشاری است که می خواهد دو قطعه را از هم جدا کند که برابر $2000KPa$ می باشد.

$$F_m=(1-C)nF_{\max}-NF_i=(1-0.865)\times115.7-8\times41.1=-325.6KN$$

$$mp_1A_g=2\times2000\times25.9\times10^3=103.6KN$$

بنابراین شرط سوم هم برقرار است.

بنابراین 8 پیچ متریک با گرید 9.8 می توان پیش بینی کرد.

LearnElement.ir

فصل نهم

جوش

LearnElement.ir

جوش :

اتصال جوشی یکی از انواع اتصال های دایمی است که با استفاده از ذوب کردن فلز در محل اتصال توسط گاز یا قوس الکتریکی ایجاد می گردد.

یکی از کاملترین اجزایی که در طراحی تبدیل به کُد شده است بحث جوش می باشد ، امروزه از روابطی که در این فصل استخراج می نماییم به ندرت استفاده می کنیم.

معمولاً محل های جوشکاری شده نقاط بحرانی سیستم نیز می باشند زیرا عموماً در نقاط جوشکاری شده بحث تمرکز تنش نیز وجود دارد و قطعات جوشکاری شده در بسیاری از موارد پس از جوشکاری تنش زدایی می شوند.

بهترین کتابی که در زمینه جوشکاری پیشنهاد می شود دانشجویان برای شناخت تکنولوژی جوشکاری به آن مراجعه کنند ، کتاب تکنولوژی جوشکاری نوشته دکتر امیر حسین کوکبی دانشگاه صنعتی شریف است.

AWS: مخفف American welders society یعنی جامعه جوشکاران آمریکا.

- **انواع جوشکاری :**

۱) توسط برق (قوس الکتریکی (Arc electric)).

۲) توسط شعله گاز (Torch)

۳) لحیم کاری

۴) مقاومتی(Resistant welding):

۱. درز جوش

۲. نقطه جوش

۵) چسب کاری.

تمام محاسباتی که برای تنش های جوشکاری استفاده می کنیم برای چسب کاری هم استفاده می کنیم ؛ به عبارت دیگر چسب همان کار جوش را می کند.

محاسن چسب کاری :

۱) جاذب ارتعاش است (Damping)

۲) هزینه فوق العاده کم

۳) آب بندی

۴) در صورتیکه مواد متفاوت را بخواهیم به یکدیگر متصل کنیم امکان استفاده از چسب وجود دارد

۵) دو ماده ای که توسط چسب به هم متصل می شوند می توانند فوق العاده نازک وسبک باشند.

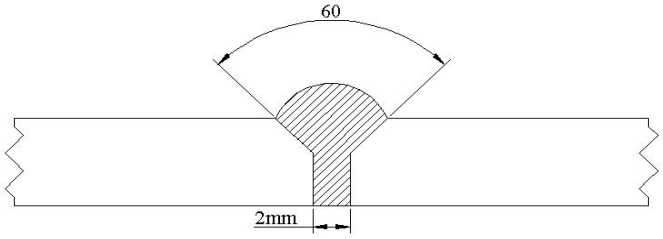
- **انواع جوش :**

LearnElement.ir

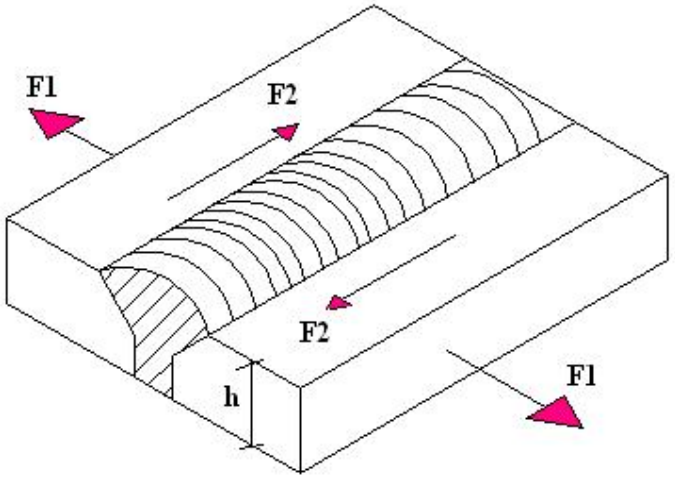
۱) جوش لب به لب

۲) جوش ماهیچه ای

۱) جوش لب به لب (Butt weld):



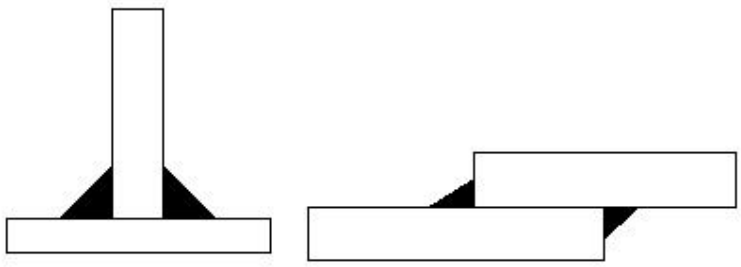
بسته به ضخامت ورق زاویه ۶۰ درجه و مقدار ۲ میلیمتر می تواند تغییر کند.



تنش هایی که در جوش لب به لب به موازات جوش هستند تنش برشی $\tau = \frac{F_2}{h.l}$ را و تنش هایی که عمود بر جوش هستند تنش نرمال $\sigma = \frac{F_1}{h.l}$ را ایجاد می کنند.

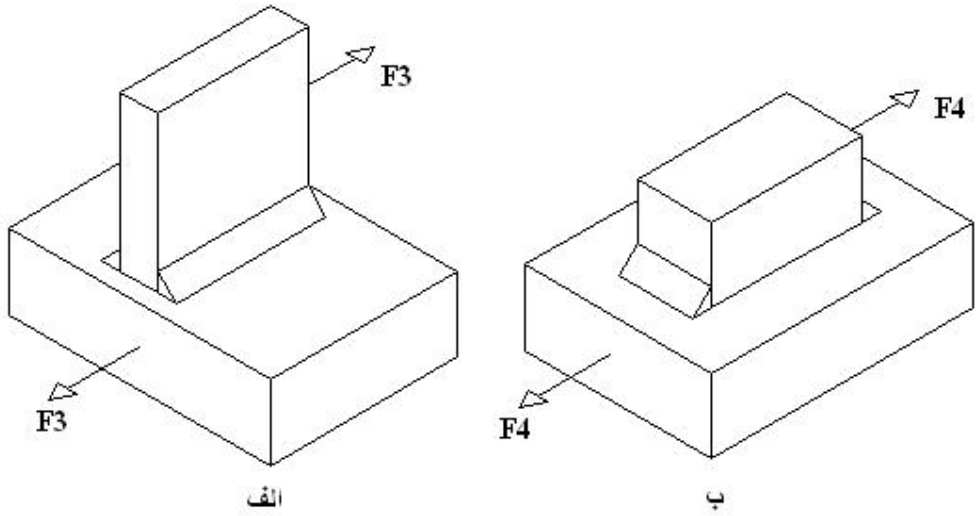
خاطر نشان می گردد توزیع تنش ها تحت هیچ شرایطی به صورت یکنواخت نمی باشد و در محاسبات بایستی ضریب ایمنی در نظر گرفته شود.

۲)جوش ماهیچه ای :



جوش های ماهیچه ای نیز می توانند تحت تنش برشی و نرمال قرار گیرند از آنجائیکه نظریه کشسانی در این نوع جوش ها جواب خوبی نداده اند ؛ لذا از مقدار تنش بر روی گلوی جوش استفاده می کنند.

LearnElement.ir



الف ب

در حالت الف F۳ به موازات خط جوش است ، بنابراین تنش برشی داریم.

در حالت ب F۴ عمود بر خط جوش است ، بنابراین تنش نرمال ایجاد می کند.

خاطر نشان می گردد در جوش های ماهیچه ای برای اینکه جواب ها در تنش های نرمال جواب دقیق ندارند تنش های نرمال نیز به تنش برشی تبدیل می کنیم :

$$\tau = \frac{F}{A_{\min}} = \frac{F_3 \ or \ F_4}{\sum_{i=1}^{n} h_i l_i \cos 45}$$

$$\cos 45 = 0.707$$

نکته تجربی :

به دلایل عملی ارتفاع جوش (h) می بایستی در مقایسه با ضخامت جوشکاری شده از تناسب معقولی برخوردار باشد.

$$h_{\min} = \begin{cases} 3 & t \le 6mm \\ 15 & t \ge 150mm \end{cases} , h_{\max} = 0.8t$$

که t ضخامت ورق می باشد .

بَد نیست برای جایی که زیاد حال و حوصله محاسبات را نداریم از $h_{\max} = 0.8t$ برای طراحی جوش استفاده کنیم.

نکته : اگر جوش زیاد بریزید ورق را خشک می کند در نتیجه ترک از اینجا ایجاد و فاتحه قطعه خوانده خواهد شد.

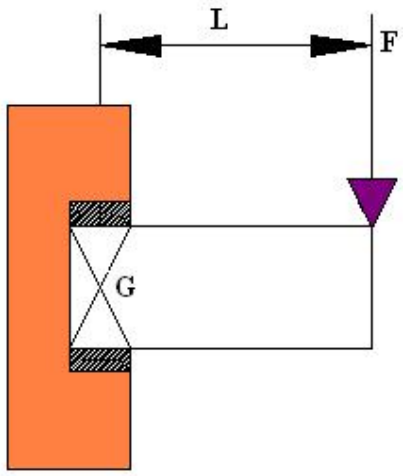
- **پیچش در اتصال های جوشکاری شده:**

در بسیاری از موارد احساس می کنیم ممان حاصل از انتقال یک نیرو به یک نقطه خاص باعث پیچیدن جوش می شود در این حالت می گوییم جوش تحت پیچش قرار گرفته است.

LearnElement.ir

در شکل زیر یک جوش تحت پیچش را مشاهده می کنید. مشخصه عمده جوش های تحت پیچش این است که نیروی وارده در صفحه جوش امّا خارج از مرکز جوش می باشد.

دو نوع تنش برشی ، یکی ناشی از نیروی برشی F و دیگری تُرک پیچشی T در هر نقطه جوش به وجود می آید.



برای حل چنین مسائلی به فرم زیر عمل می کنیم :

۱) انتقال نیرو به مرکز ثقل جوش

۲) مشخص نمودن تنش برشی ناشی از نیرو.

در شکل زیر دو نوار جوش به طول l داریم بنابراین ، برش اولیه ناشی از نیروی برشی F خواهد شد:

$$\tau' = \frac{V}{A} = \frac{F}{A}$$

۳) مشخص نمودن تنش برشی ناشی از تُرک در نقاطی که max فاصله از مرکز ثقل را دارد.

تنش برشی ثانویه ناشی از گشتاور پیچشی T برابر است با :

$$\begin{cases} \tau'' = \dfrac{T.r}{j} \\ T = F.d \end{cases}$$

جهت ومقدار τ' در همه نقاط یکسان است ، امّا τ'' در هر نقطه عمود بر خط واصل تا گرانیگاه O می باشد.

. طبق رابطه ای که برای τ'' گفته شده است واضح است که τ'' دورترین نقطه از گرانیگاه O ماکزیمم است. بنابراین بحرانی ترین نقطه جوش را می توان با توجه به مقدار و جهت τ'' بدست آورد.

۴) مقدار تنش برشی کل در هر نقطه مطابق شکل فوق از جمع برداری τ' و τ'' بدست می آید، و به طور کلی برای محاسبه برآیند تنش برشی با استفاده از فرمول زیر داریم :

$$\tau = \sqrt{\tau'^2 + \tau''^2 + 2\tau'\tau''\cos\alpha}$$

LearnElement.ir

۵) برای مقدار A و j از جدول ۹-۱ صفحه ۳۸۰ استفاده می کنیم.

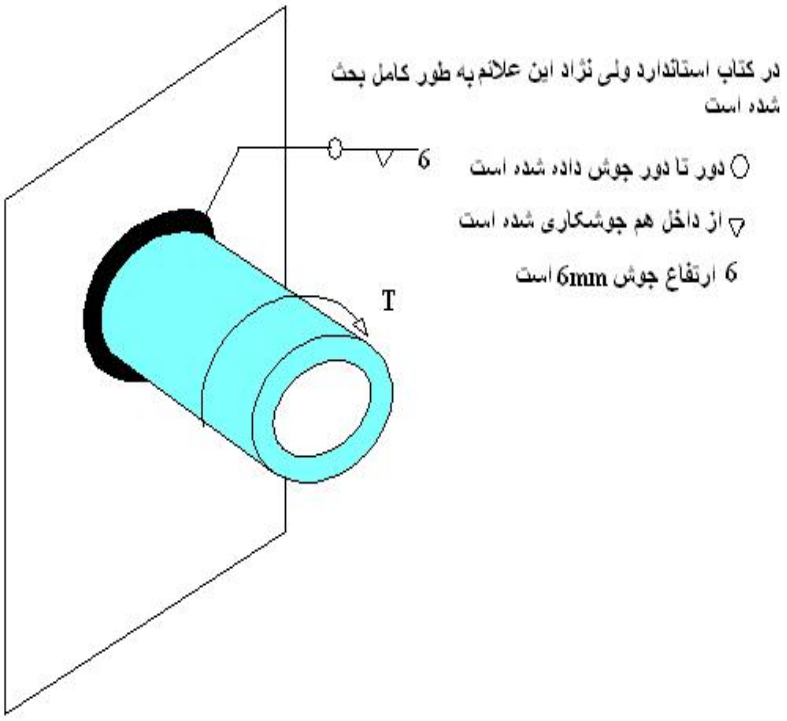
در جدول jای که وجود دارد j_u(گشتاور دوم قطبی سطح واحد) است بنابراین با ضرب آن در ضخامت جوش برای محاسبه j داریم :

$$j = 0.707\, j_u \times h$$

تذکر : اگر همین ورق در دیوار فرو رفته بود به جای پیچش ، خمش داشتیم .

۶) استفاده از یک معیار تسلیم مناسب و تعیین ضریب ایمنی.

مثال: اگر تنش برشی مجاز $140MPa$ باشد max تُرکی را که بر قطعه جوش داده شده در شکل زیر می توان اعمال کرد محاسبه کنید.



حل :

از صفحه ۳۷۸ جدول ۹-۱ برای A داریم :

$$A = 1.414\pi.r.h$$

$$j_u = 2\pi r^3$$

$$j_u = 2\pi(25^3) = 98.175\times10^3\, mm^4$$

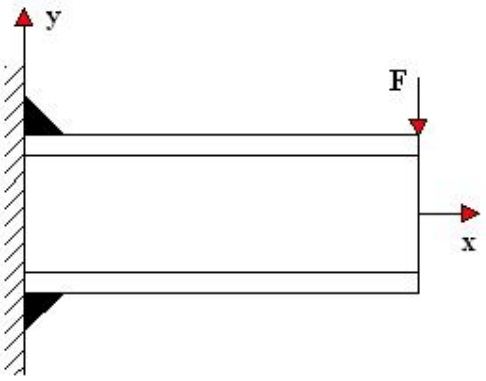
$$j = 0.707\, j_u = 416.457\times10^3\, mm^4$$

$$\tau = \frac{T.r}{j} \Rightarrow 140 = \frac{T_{\max}(25)}{416.457\times10^3} \Rightarrow T_{\max} = 2.33KN.m$$

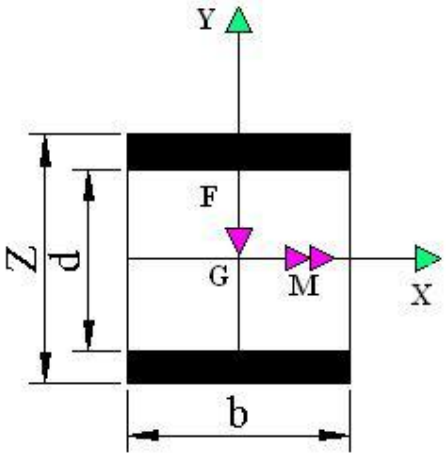
LearnElement.ir

- **خمش در اتصالات جوشکاری :**

شکل زیر میله ای با مقطع مستطیل که لبه های بالا و پایین آن جوش داده شده و تحت خمش قرار دارد را نشان می دهد. مشخصه اصلی جوش های تحت خمش این است که نیروی وارده در صفحه جوش نمی باشد.



نیروی F اعمال شده ، سبب ایجاد یک نیروی بر شی V و یک گشتاور خمشی M جوش می شود.



تنش برشی اولیه ناشی از نیروی برشی عبارت است از :

$$\tau' = \frac{V}{A} = \frac{F}{A}$$

که A سطح مقطع جوش می باشد.

گشتاور M تنش عمودی σ در جوش ها ایجاد می کند ، که می توان آن را برابر با تنش برشی گرفت و مقدار آن برابر است با :

$$\tau = \sigma = \frac{MC}{I}$$

I گشتاور دوم سطح می باشد که در صفحه ۳۸۴ کتاب شیگلی می توانید برای اشکال مختلف بدست آورید و برای شکل فوق برابر است با:

LearnElement.ir

$$\begin{cases} I = 0.707 I_u \\ I_u = \dfrac{bd^2}{2} \end{cases} \rightarrow I = 0.707 \frac{bd^2}{2} \rightarrow \tau = \sigma = \frac{1.414M}{bdh}$$

I_u گشتاور دوم سطح واحد می باشد که با ضرب آن در کلفتی جوش ، می توان گشتاور دوم سطح را برای مسئله مورد نظر پیدا کرد.

پس از بدست آوردن مؤلفه های تنش با ترکیب آنها به کمک نمودار دایره موهر تنش های اصلی یا ماکزیمم تنش های برشی بدست می آیند ؛ در این صورت اگر بخاطر بیاوریم :

$$\sigma' = \left[\sigma^2 + 3\tau^2\right]^{1/2}$$

و ضریب ایمنی با استفاده از معیار میزز $n = \dfrac{S_y}{\sigma'}$ می شود.

- **بار گذاری خستگی در جوش :**

وقتی صحبت از خستگی می شود اولین پارامتری که باید به آن پرداخته شود S_e یا ضرایب مارین می باشد.

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_f S'_e$$

K_a : آهنگری شده ← S_{ut} را هم داریم ← K_a را بدست می آوریم.

K_b : با توجّه به شکل مقطع جوش در قدم اول d_{eq} را بدست می آوریم و سپس با استفاده از فرمول کوگوئل به محاسبه K_b می پردازیم .

$$K_b = 1.189 d_{eq}^{-0.097}$$

K_e : ضریب تمرکز تنش را از جدول ۹-۴ صفحه ۳۸۷ می خوانیم و با فرمول $K_e = \dfrac{1}{K_f}$ به محاسبه K_e می پردازیم.

نوع جوش	K_f
جوش لب به لب تقویت شده	۱,۲
لبهء جوش های ماهیچه ای عرضی	۱,۵
انتهای جوش های ماهیچه ای موازی	۲,۷(Over design)
اتصال لب به لب T شکل با گوشه های تیز	۲

نکته : K_f را همواره ۲,۷ بگیرید تا مسئله Over design شود.

LearnElement.ir

مثال :

لچکی نشان داده شده در شکل یه پایهء خود در سر تا سر نشیمنگاه جوش داده شده است.

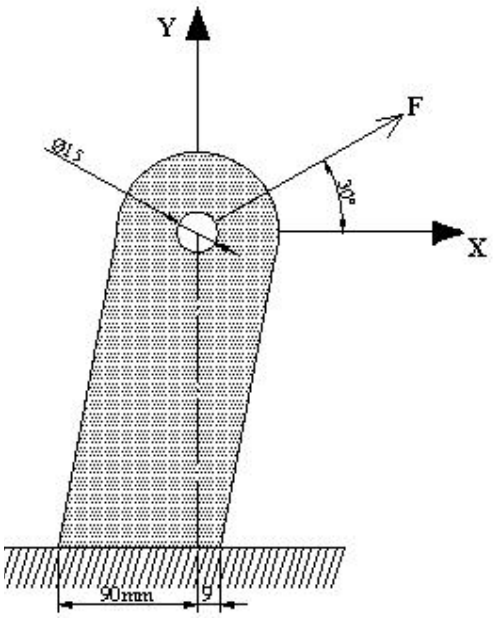
با فرض اینکه جوش دارای ضخامت ۷mm و ضخامت لچکی ۱۰mm وجنس جوش و قطعه از ماده ای با مشخصات $\begin{cases} S_{ut} = 400MPa \\ S_y = 220MPa \end{cases}$ باشد. مطلوبست:

الف) ضریب ایمنی جوش را برای بار استاتیکی ۶KN محاسبه نمائید.

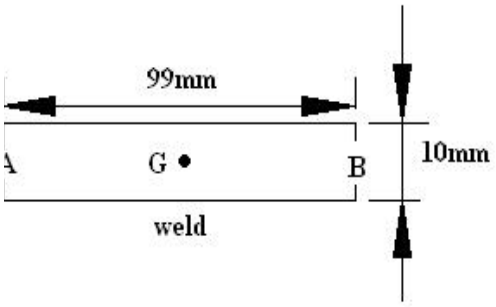
ب) در ناحیه جوش شده ضریب ایمنی عضو را محاسبه نمائید.

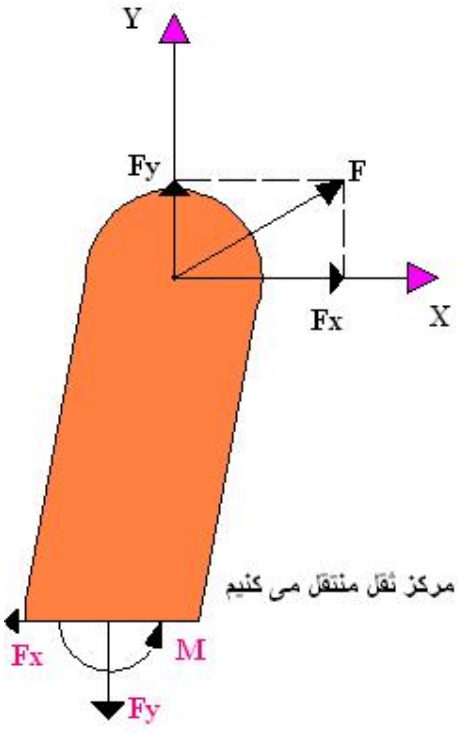
ج) تنش یاتاقانی در محل سوراخ را محاسبه نمائید.

د) در صورتیکه بار بین صفر تا ۶KN تغییر نماید ضریب ایمنی جوش را بدست آورید.



حل (الف)



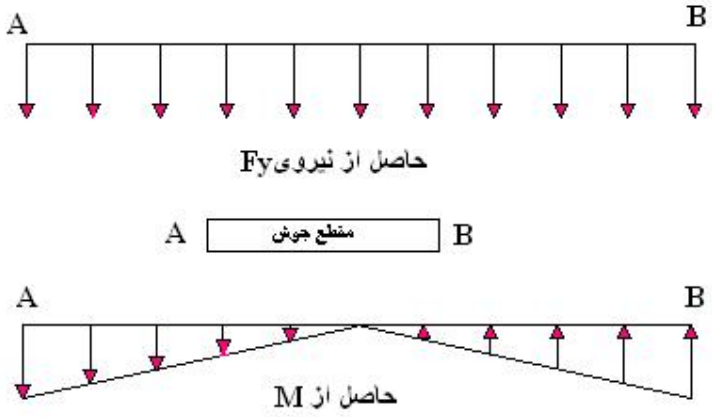


عکس نیرو ها را به مرکز ثقل منتقل می کنیم

LearnElement.ir

$$\begin{cases} F_x = 6\cos 30° = 5.196KN \\ F_y = 6\sin 30° = 3KN \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r = r_x\hat{i} + r_y\hat{j} \\ F = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r = 40.5\hat{i} + 30\hat{j} \\ F = 5.196\hat{i} + 3\hat{j} \end{cases}$$

$$M = \vec{r} \times \vec{F} \rightarrow M = (40.5 \times 3)\hat{K} - (30 \times 5.196)\hat{K} = +34.38 \ KN.mm$$



از آنجائیکه Fy و M در A با هم جمع می شوند و در B از هم کم می شوند بنابراین در نقطهء A نسبت به شرایط بحرانی تر داریم.

$$\text{جدول ۹-۲} \rightarrow \begin{cases} A = 1.414h(b+d) = (1.414)(7)(10+99) = 1079mm \\ I_u = \dfrac{d^2}{6}(3b+d) = \dfrac{(99^2)}{6}(3(10)+99) = 210.72 \times 10^3 mm^3 \\ I = 0.707hI_u = (0.707)(7)(210.72 \times 10^3) = 1.043 \times 10^6 mm^4 \end{cases}$$

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{(34.38) \times 10^3 \times \dfrac{99}{2}}{1.043 \times 10^6} = 1.63MPa$$

$$\tau = \frac{F_x}{A} = \frac{5.196 \times 10^3}{1079} = 4.82MPa$$

$$\sigma = \frac{F_y}{A} = \frac{3000}{1079} = 2.78MPa$$

چون F_x موازی خط جوش است پس تنش برشی می دهد.

چون F_y عمود بر خط جوش است پس تنش نرمال می دهد.

نکته مهم این است که تنش های نرمال در جوش های ماهیچه ای جواب دقیقی نمی دهند ، لذا بایستی آنها را به تنش برشی تبدیل کنیم پس داریم :

LearnElement.ir

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \tau_1 = 1.63MPa$$

$$\tau_2 = 4.82MPa$$

$$\sigma = \frac{F_y}{A} = \tau_3 = 2.78MPa$$

همانطور که قبلاً هم گفتیم تنش های نرمال در A با هم جمع می شوند یعنی :

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{MC}{I} \Rightarrow \tau = (\tau_1 + \tau_3) = 4.41$$

$$\tau = \sqrt{(\tau_1 + \tau_3)^2 + \tau_2{}^2} = \sqrt{(4.41)^2 + (4.82)^2} = 6.53MPa$$

$$S_{Sy} = 0.577S_y = (0.577)(220) = 126.94MPa$$

$$n = \frac{S_{sy}}{\tau} = \frac{126.94}{6.53} = 19.4$$

از اینکه ضریب ایمنی استاتیکی بالا شده است نترسید برای اینکه این ضریب ایمنی معمولاً مقدار بالایی به خود می گیرد.

حل(ب) :

وقتی می گوید در ناحیهء جوش شده ضریب ایمنی عضو را بدست آورید یعنی شما دیگر حق ندارید تنش های نرمال را به برشی تبدیل کنید چون اینکار برای طراحی جوش ماهیچه می کردیم نه خود عضو.

لذا برای عضو داریم :

$$A = bd \rightarrow A = 990$$

$$I = \frac{bd^3}{12} \rightarrow I = 808.58 \times 10^3$$

$$C = \frac{d}{2} \rightarrow C = 49.5$$

$$\sigma_y = \frac{MC}{I} + \frac{F_y}{A} \rightarrow \sigma_y = \frac{(34.38 \times 10^3)(49.5)}{(808.58 \times 10^3)} + \frac{3000}{990} = 5.135MPa$$

$$\tau_{xy} = \frac{F_x}{A} = \frac{5.196 \times 10^3}{990} = 5.25MPa$$

برای خمش وپیچش $\rightarrow \sigma' = \left[\sigma_y{}^2 + 3\tau_{xy}{}^2\right]^{\frac{1}{2}} = 10.443$

LearnElement.ir

$$n = \frac{s_y}{\sigma'} = \frac{220}{10.443} = 21.06$$

حل (ج) :

تنش یاتاقانی $\sigma_b = \sigma_H = \frac{F}{t.d} = \frac{6\times10^3}{(10)(15)} = 40MPa$

$$n = \frac{S_y}{\sigma_H} = \frac{220}{40} = 5.5$$

حل (د) :

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_f S'_e$$

$$S_e = (0.54)(0.78)(1)(1)(0.37)(1)(200) = 34.8MPa$$

$$d_{eq} = 0.05bd = 0.07{d_{eq}}^2 \Rightarrow d_{eq} = 0.808\sqrt{bd}$$

$$K_b = \begin{cases} d_{eq} = 0.808\sqrt{(10)(99)} = 25.42 \\ K_b = 1.189{d_{eq}}^{-0.097} \end{cases} \Rightarrow K_b = 0.78$$

$$K_f = 2.7 \Rightarrow K_e = 0.37$$

$$S'_e = 0.5S_{ut} = 200$$

$$\begin{cases} F_{max} = 6 \\ F_{min} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \tau_{max} = 6.53MPa \\ \tau_{min} = 0 \end{cases}$$

$$\tau_a = \tau_m = \frac{6.53}{2} = 3.27MPa$$

$$\frac{\tau_a}{S_{se}} + \frac{\tau_m}{S_{sy}} = \frac{1}{n_f} \Rightarrow n_f = 5.63$$

S_{se}: $0.577S_e$ ، S_{sy}: 0.577Sy

LearnElement.ir

فصل دهم

فنر های مکانیکی

LearnElement.ir

- **فنر های مکانیکی :**

از فنر های مکانیکی برای اعمال نیرو ، ایجاد انعطاف پذیری ، و ذخیره یا جذب انرژی در ماشین ها استفاده می شود.

فنر ها را می توان به سه دسته تقسیم نمود :

۱)فنرهای مارپیچ (Helical spring)

۲)فنرهای تخت (Flat spring)

۳)فنرها با شکل ویژه(Special Spring).

در کتاب شیگلی فنر های پیچشی تحت بار گذاری کششی ، فشاری و یا پیچشی مورد بررسی قرار می گیرد.

این فنر ها با سیمهایی با مقطع گرد یا مربعی ساخته می شوند.

در این کتاب (شیگلی) به فنر هایی که به صورت گرد پیچیده می شوند و مفتول آنها نیز دارای مقطع گرد است اشاره خواهد شد.

فنرها به دو صورت پیچیده می شوند :

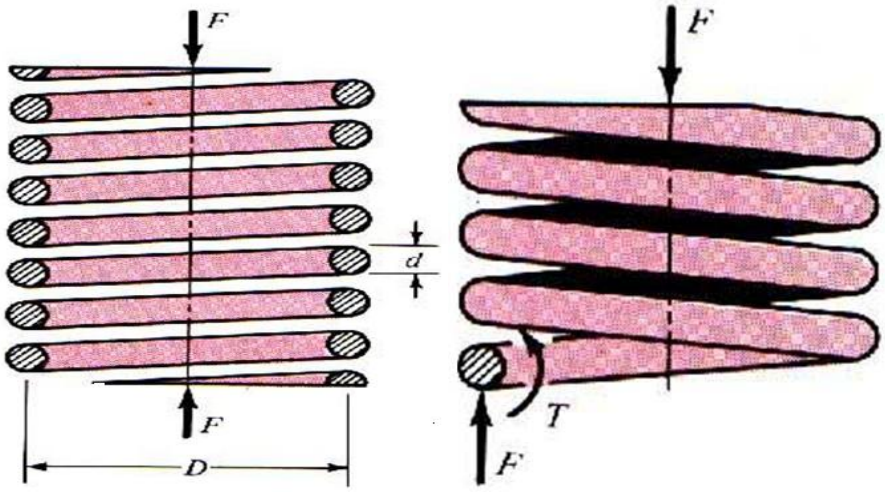
الف) گرم : با گرم کردن سیم مورد نظر را دور لوله می پیچانند.

ب) سرد: با اعمال زور سیم دور لوله پیچانده می شود.

تنش های به وجود آمده در فنر های مار پیچی:

D: قطر میانگین ، d : قطر سیم.

اگر فنر را در نقطه ای ببریم مانند شکل زیر :



LearnElement.ir

$$\tau_{max} = \pm\frac{Tr}{J} + \frac{F}{A}$$ الف)

که جمله Tr/J، مقدار پیچش و F/A تنش برشی مستقیم (نه خمشی) است. اگر به جای $T = FD/۲$ ، $r = d/۲$ ، $J = \pi d^{۴}/۳۲$ و $A = \pi d^{۲}/۴$ را بگذاریم، می‌شود :

$$\tau = \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} \qquad (۱)$$

د راین معادله، چون پیشوند نشانه بیشترین تنش برشی لازم نبوده، حذف شده است. از معادله (الف) علامت مثبت را برگزیده‌ایم و از آنجا، معادله (۱) مقدار تنش برشی را در لایه درونی فنر بدست می‌دهد.

نکته : نقطه بحرانی در شعاع داخلی فنر قرار دارد ؛ اگر در شکل فوق جهت نیروی F کششی شود باز هم نقطه بحرانی در داخل فنر خواهد بود (نقطه A).

حال شاخص فنر یا اندیس فنر (Spring index) را بعنوان معیار انحنای مارپیچ تعیین می‌کنیم :

$$C = \frac{D}{d} \qquad (۲)$$

C می تواند مقادیری بین ۵ تا ۱۲ به خود اختصاص دهد امّا جهت حرکت به سمت جواب بهتر $6 < C < 12$ انتخاب می شود.

با این رابطه، می‌توان معادله (۱) را چنین نوشت :

$$\begin{cases} \tau = \dfrac{8FD}{\pi d^3} + \dfrac{4F}{\pi d^2} = \dfrac{8FD}{\pi d^2}(1 + \dfrac{0.5}{C}) \\ K_S = 1 + \dfrac{0.5}{C} \end{cases} \rightarrow \tau = \frac{8FD}{\pi d^2} K_S \qquad (۳)$$

معادله (۳) یک معادله عمومی است و برای هر بار استاتیکی یا دینامیکی قابل استفاده است.

K_s ضریب تصحیح تنش برشی یا ضریب ضرب شونده تنش برشی گویند. و با معادله زیر تعریف شد :

$$K_s = 1 + \frac{0.5}{C} = \frac{2C+1}{2C} \qquad (٤)$$

کاربرد مفتول با مقطع مربع یا مستطیل برای فنرها سفارش نمی‌شود. مگر تنگی جا اجبار کند. تولید فنرهای با مفتول به شکل‌های خاص، به اندازه تولید فنرهای با مفتول گرد نیست، و روی بهبود آنها کار نمی‌شود و از این رو ممکن است به اندازه فنرهای با مفتول گرد قوی نباشد. چنانچه تنگی جا چشمگیر باشد، باید همیشه کاربرد فنرهای مارپیچ با مفتول گرد درون یکدیگر را بررسی نمود. ممکن است چه از نظر اقتصادی و چه از نظر مقاومت برتر از فنرهای با مقطع غیرگرد باشد.

LearnElement.ir

اثر انحنا یا خمیدگی سیم(Effect Curves) :

در سطح درونی یک فنر مارپیچ، اثری که خیلی شبیه به تمرکز تنش است پدید می‌آید. وجود انحنای سیم، تنش را در درون فنر، افزایش می‌دهد ولی در سطح بیرون آن کمی کاهش می‌دهد. تنش مربوط به خمیدگی سیم آنچنان موضعی است که فقط برای بارهای خستگی اهمیت دارد. برای بارگذاری ایستا، می‌توان از این تنش چشم‌پوشی کرد، زیرا برای نخستین بار که بار وارد می‌شود، تسلیم موضعی، سبب آزاد شدن این تنش می‌گردد.

آزمایش نشان داده است τ_{max} مقداری از مقدار محاسبه شده در معادله (۳) بزرگتر است .(اثر انحنایی).

ضریبی که به طور تجربی به دست آمده است و در تمام هند بوک ها و کتا بها مورد استفاده قرار می گیرد ضریب وال می گویند.

این ضریب برابر است با :

$$K_W = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C} \qquad (۵)$$

و مقداری از K_S بزرگتر است.

علّت بزرگتر بودن K_W این است که به علّت پیچیدن مفتول به دور خودش (در اثر ایجاد شکل فنر) مقداری تمرکز تنش به وجود می آید و به آن اثر انحنایی می گویند.

$$K_B = \frac{4C+2}{4C-3} \qquad (٦)$$

نخستین ضریب را ضریب «وال» Wahl گویند و دومی به ضریب «برگ اشتاسر» Bergstasscr معروف است. چون نتایج این دو معادله کمتر از یک درصد تفاوت دارند، معادله (٦) بهتر است. اکنون می‌توان ضریب تصحیح برای انحنا را با حذف اثر تنش برشی بدست آورد. اگر بخواهیم تنها اثر انحنا را بدست آوریم بایستی K_B را به K_S تقسیم کنیم پس داریم :

$$\boxed{K_C = \frac{K_B}{K_s} = \frac{\dfrac{4C+2}{4C-3}}{\dfrac{2C+1}{2C}} = \frac{2C(4C+2)}{(4C-3)(2C+1)}} \qquad (۷)$$

نکته مهم :

اگر بار گذاری استاتیکی باشد فنر در لایه درونی تسلیم می شود و این تنش را آزاد می کند. لذا در مورد بار گذاری استاتیکی می توان از تنش انحنایی صرف نظر نمود و از K_S **معادله (۳) برای بدست آوردن تنش استفاده کرد.امّا اگر بار گذاری دینامیکی باشد** یا ماده فنر را ترد بدانیم، از K_C به عنوان ضریب کاهش استحکام خستگی استفاده می شود پس باز هم از معادله (۳) می توان تنش را محاسبه نمود.

$$K_e = \frac{1}{K_c}$$

LearnElement.ir

- **خیز فنر های مارپیچی :**

جزئی از فنر به طور d_x را در نظر بگیرید (قطر d) خط ab را بر روی سطح سیم بـه مـوازات محـور فنـر در نظـر بگیرید .

این خط به اندازه زاویه γ می چرخد و موقعیت جدید ac را پیدا می کند از قانون هوک در پیچش داریم :

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{8FD}{\pi d^3 G}$$

ضریب اصلاحی وال برابر ۱ فرض شد.

برای زاویه ای که یک مقطع در حول آن نسبت به دیگری می چرخد داریم:

$$d\alpha = \frac{rdx}{d/2} = \frac{2rdx}{d}$$

$$bc = \gamma dx$$

اگر تعداد پیچه های فعال با N مشخص شود لذا طول فنر عبارت است از $l = \pi DN$

$$\alpha = \int_0^{\pi DN} \frac{2\gamma dx}{d} = \int_0^{\pi DN} \frac{16FD}{\pi d^4 G} d_x = \frac{16FD^2 N}{d^4 G}$$

بار F گشتاور $D/2$ را دارد . بنابراین خیز برابر است با :

$$y = \alpha \frac{D}{2} = \frac{8FD^3 N}{d^4 G}$$

$$F = Ky \rightarrow K = \frac{d^4 G}{8D^3 N}$$

K سختی فنر یا ضریب فنریت می باشد.

در این فرمول K و G معلوم است ولی N ، D و d مجهول است ، لذا بی نهایت جواب داریم ولی بعضی اوقات به علت وجود محدودیتهایی (مانند فضا) یک جواب نیز نمی توانیم بدست آوریم.

نکته: قطر فنر D در کشش و فشار ثابت می ماند.

$l_f (Free\ length)$:طول آزاد فنر. N_t : تعداد کل کوپل های فنر.

$l_S (solid\ length)$:طول جمع شده فنر. N_D : کوپل های مرده یا نافعال.

تعداد کوپل های فعال :

$$N_{active} = N_t - N_D$$

کوپل های مرده به دو دلیل وجود دارند :

۱) باعث افزایش طول فنر می شوند.

۲) در فنرهای فشاری که می خواهیم فنر را بر روی سطح زمین قرار دهیم سر وته فنر را تخت می کنند لذا کوپل های مرده به وجود می آیند.

البته راه دوم برای بدست آوردن ثابت فنر استفاده ار قضیه کاستیگلیانو به صورت زیر است:

LearnElement.ir

رابطه‌ای بین تغییر مکان و نیرو، به آسانی از قضیه «کاستیگلیانو» Castigliano بدست می‌آیند. همه انرژی کرنش فنر مارپیچ از ترکیب دو مؤلفه پیچشی و برشی بدست می‌آید. انرژی کرنش چنین است :

$$U = \frac{T^2 l}{2Gl} + \frac{F^2 l}{2AG} \qquad \text{(الف)}$$

اگر $T = F^d / 2$ ، $l = \pi DN$ ، $J = \pi d^4 / 32$ ، $A = \pi d^2 / 4$ را در آن بگذاریم، می‌شود :

$$U = \frac{4F^2 D^3 N}{d^4 G} + \frac{F^2 DN}{d^2 G} \qquad \text{(ب)}$$

که $N = N_a$ = تعداد حلقه‌های فعال. پس با بکار بردن قضیه کاستیگلیانو داریم :

$$y = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3 N}{d^4 G}(1 + \frac{1}{2C^2}) \approx \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \qquad \text{(ج)}$$

چون C=D/d ، می‌توان معادله (ج) را چنین نوشت :

$$y = \frac{8FD^3 N}{d^4 G}(1 + \frac{1}{2C^2}) \approx \frac{8FD^3 N}{d^4 G}$$

چون ضریب فنریت (نرخ فنر) K=F/y است پس :

$$\boxed{K = \frac{d^4 G}{8D^3 N}}$$

فنرهای کششی(Tensional springs):

معمولاً فنرها را به صورت کششی یا فشاری مورد استفاده قرار می دهند زیرا اگر هم در فشار و هم در کشش مورد استفاده قرار گیرد σ_a بزرگ می شود و بار خستگی قابل توجهی به فنر اعمال می گردد.

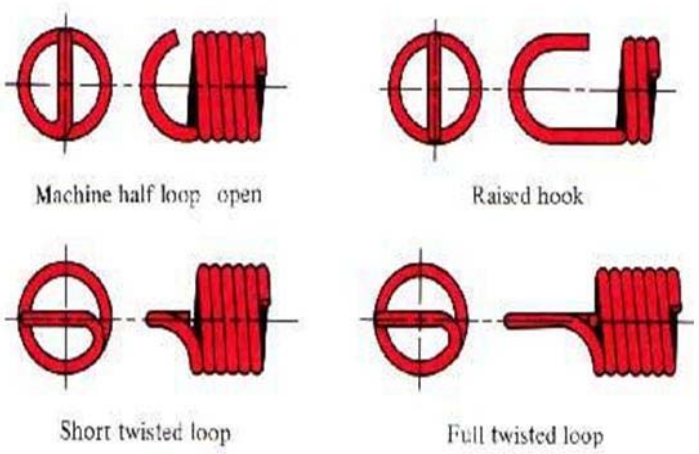
معمولاً هنگامیکه فنری جهت بار کششی طراحی می شود با پیچه های (کوپلهای) در تماس با یکدیگر ساخته می شود و به آنها تنگ پیچیده می گویند ؛ لذا این فنر اصلاً تحت فشار نمی تواند کار کند.

البته در فنرهای تنگ پیچیده مقداری کشش اولیه قرار می دهند تا طول آزاد فنر با دقت بیشتری مشخص شود. هنگام پیچیدن فنر به دور لوله یک کشش اولیه به علّت چرخش سیم به وجود می آید. هنگامی که فنر آماده و از میله جدا شد ، کشش اولیه در آن باقی می ماند زیرا فنر دیگر نمی تواند کوتاهتر شود.

برای انتقال بار از **تکیه‌گاه** فنر کششی به تنه آن، باید سر فنر را به صورت قلابدار در آورد ، البته به دلیل تمرکز تنش ناشی از خم تند نمی توان قلاب را با همان استحکام بدنه طرح کرد.

در شکل زیر چند نوع سر فنر (قلاب) را می بینید:

LearnElement.ir



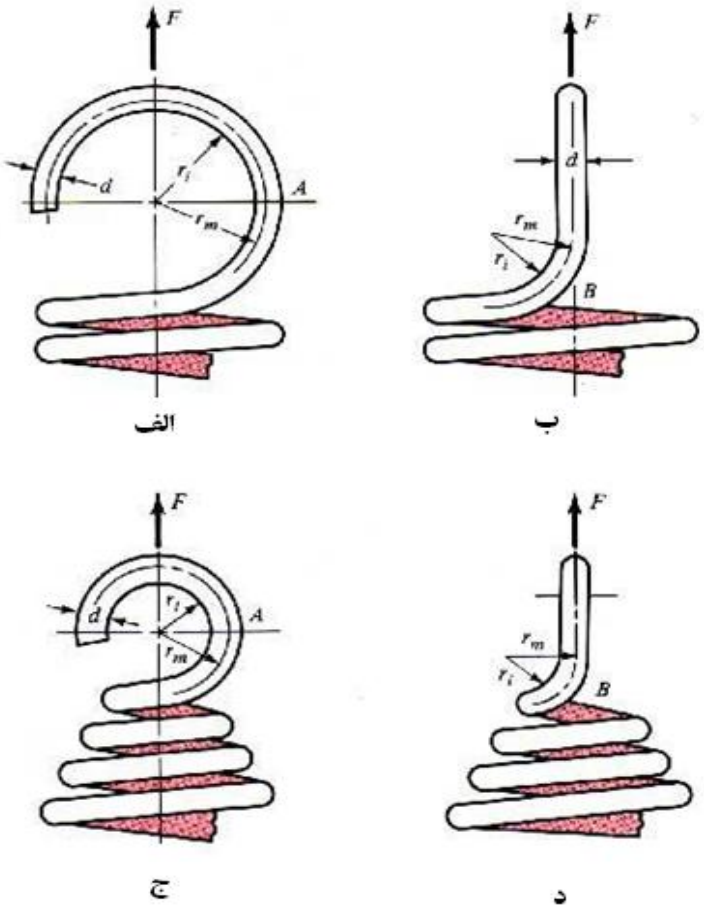
ضریب تمرکز تنش در قلاب ها با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$K = \frac{r_m}{r_i}$$

نکته :

در صورتیکه قطر پیچه کاهش یابد (در سری که قلاب داریم) نیاز به اعمال ضریب تمرکز تنش در بار محوری نیست.(شکل ۱۰-٦ ج ود) وفقط کاهش بازوی گشتاور نیرو است.

در شکل الف و ب هم یک قلاب دو خم دار را از دو نما می بینید.



LearnElement.ir

- **فنرهای فشاری (pressure springs) :**

تنش ها در فنر های فشاری نیز مانند فنر های کششی است با این تفاوت کـه بایـستی در فنـر هـای فـشاری مـشئله کمانش را نیز در نظر گرفت.

جهت بررسی مسئله کمانش از نمودار صفحه ۳۹۸ اشتفاده می کنیم. منحنی های A,B بر روی این نمودار نـشان دهنده نوع بارگذاری بر روی فنر هستند.

نمودار:

نکته : در صورتیکه فنری در اثر کمانش از خود ضعف نشان دهد این مورد را می توان با قرار دادن فنر بـر روی میلـه ای یا درون لوله ای برطرف نمود. پدیده کمانش در فنرهایی به وجود می آید که طول آزاد آنها از چهـار برابـر قطـر میانگینشان بیشتر باشد.

نکته: برای آنکه بتوان فنر ها را بر روی سطح صاف قرار داد بایستی امتـداد و انتهـای آنهـا را اصـلاح نمـود لـذا یـک سری کوپل مرده به وجود می آید که با توجه به شکل ۱۰-۸ صفحه ۴۰۱ تعداد کوپل مرده N_D قابل شناسایی است.

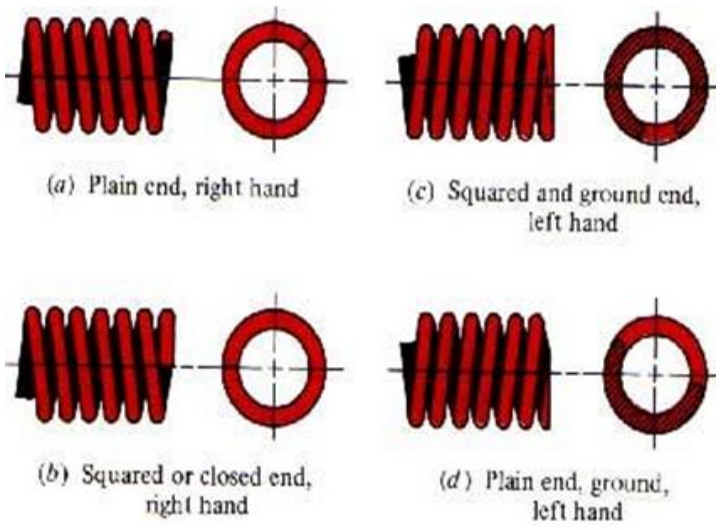
نکته :روش معمول در ساخت فنر های فشاری این است که ارتفا عشان را به ارتفاع مرده نزدیک می کنند ، این عمل یک تنش پسماند در جهت مخالف با تنش کاری ایجاد می کند و استحکام فنر را افزایش می دهد.

پیش تاب Presenting یا رفع وضعیت set removal فرآیندی است که برای القـای تـنش‌هـای پـسماند سودمند، به هنگام ساخت فنرهای فشاری بکار می‌رود. برای این کار فنـر را بلنـدتر از انـدازه لازم مـی‌سـازند و سپس آنرا تا طول بسته آن می‌فشارند. این کار فنر را به طول پسماندی در آن القاء مـی‌شـود کـه خـلاف جهـت تنشهایی است که به هنگام کار در آن بوجود می‌آید.

پیش‌تاب، مقاومت فنر را افزایش می‌دهد و بخصوص هنگامی که فنر برای ذخیره کردن انرژی بکار مـی‌رود، سودمند خواهد بود. با این حال اگر فنر با خستگی سر و کار دارد، نباید پیش تاب را بکار برد.

چهار گونه سر فنر که معمولاً برای فنرهای فشاری بکار می‌روند را در شکل زیر می‌بینیم. در فنر دو سر ساده Plain ends هیچ تغییر در مارپیچ داده نمی‌شود، دو سر آن درست به همان صورت، که یک فنر دراز را از یک جا ببرند و دو قسمت کنند، می‌ماند. فنری که دو سر آن ساده و تخت یا بسته باشد، از کج کردن سـرهای آن بـه صورت مارپیچی با زاویه صفر بدست می‌آید. برای کارهای مهم باید همیشه سر فنرها را تخـت و سـنگ زد، تـا انتقال بار بهتر باشد.

LearnElement.ir



- **پایداری (Stability):**

هرگاه تغییر شکل یک فنر فشاری بیش از اندازه شود، کمانه می‌کند. معادله تغییر شکل بحرانی چنین است:

$$y_{er} = \left[L_0 C_1 \left[1 - \left(1 - \frac{C_2}{\lambda_{eff}^2} \right)^{1/2} \right] \right] \qquad (1)$$

که y_{er} مقدار تغییر شکل، در مرز ناپایداری است. سمانوف Samanov می‌گوید که این معادله را «وال» Whal عنوان کرده و «هرینگس» Harringx با تجربه آنرا تأیید کرده است.

در معادله ۱ کمیت λ_{eff} ضریب رعنایی مؤثر و معادله آن چنین است:

$$\lambda_{eff} = \frac{\alpha L_0}{D} \qquad (2)$$

C_1 و C_2 ثابت‌های کشسانی هستند که معادله مقدار هر یک چنین است :

$$C_1 = \frac{E}{2(E-G)} \qquad (3)$$

$$C_2 = \frac{2\pi^2 (E-G)}{2G+E} \qquad (4)$$

در معادله ۲، α ثابت وضع سر فنر end-condition constant است. این ثابت به چگونگی نصب سر فنر بستگی دارد.

- **مواد فنر:**

مفتول فنر را از هر فولادی می توان ساخت امّا به طور کلی اگر $\frac{D}{d} < 4$ یا $d > 6mm$ باشد از سیم پیش سخت شده نباید استفاده کرد.

LearnElement.ir

با استفاده از جدول ۱۰-۲ صفحه ۴۰۵ می توان با انتخاب جنس خواص فولاد را مشخص نمود.

با استفاده از این جدول A و m برای هر جنسی قابل خواندن است:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} \qquad \text{و} \qquad d : \text{قطر مفتول فنر}$$

$$S_y = 0.75 S_{ut} \qquad \text{و} \qquad S_{sy} = 0.577 S_y$$

در صورتیکه اطلاعات دقیقتری در دسترس نباشد و از اطلاعات فوق استفاده کنیم بایستی در فنرهای کششی ضریب ایمنی بزرگتری اعمال نماییم.

مثال) مشخصه های زیر از یک فنر کششی متعلق به ماشین لباسشوی از کار افتاده ای به دست آمده :

$D = 10mm$ ، $d = 1.8mm$ ، $N = 122$ پیچهء فعال با دو سر قلابدار که فاصله بین قلاب ها $244mm$ است (شکل ۱۰-۵) ؛ $r_m = 5mm$ در شکل (الف۱۰-۶) ؛ $r_m = 2.5mm$ در شکل (ب۱۰-۶) پیش بار $25N$ ؛ ماده رنگ شده و از جنس سیم سخت کشیده شده به نظر می آید.

الف) استحکامهای تسلیم کششی و پیچشی سیم را تخمین بزنید.

از جدول ۱۰-۲ $\leftarrow$ $m = 0.192$ و $A = 1750MPa$

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} = \frac{1750}{(9.8)^{0.192}} = 1560MPa \quad S_y = 0.75 S_{ut} = 1170MPa \quad S_{sy} = 0.577 S_y = 675MPa$$

ب) تنش پیچشی اولیه در سیم را محاسبه کنید.

$$C = \frac{D}{d} = \frac{10}{1.8} = 5.56 \qquad \text{و} \qquad K_S = 1 + \frac{0.5}{C} = 1.0899 \cong 1.09$$

$$\tau = K_S = \frac{8FD}{\pi d^3} = 1.09 \times \frac{8 \times 25 \times 10}{\pi (1.8^3)} = 119MPa$$

ج) آهنگ فنر چقدر است؟

با فرض $G = 79.3GPa$ داریم:

$$K = \frac{d^4 G}{8D^3 N} = \frac{(1.8^4) \times (79.3 \times 10^3)}{8 \times (10^3) \times 122} = 0.853 \frac{N}{mm} = 853 \frac{N}{m}$$

د) چه نیرویی می تواند بدنه فنر را تحت تنشی به اندازه استحکام تسلیم قرار دهد؟

$$\tau = K_s (\frac{8FD}{\pi d^3}) \rightarrow 675 = 1.09 \times \frac{8 \times F \times 10}{\pi (1.8^3)} \Rightarrow F = 141.8N$$

هـ) چه نیرویی لازم است تا تنش پیچشی در دو سر قلاب به استحکام تسلیم برسد؟

با مراجعه به شکل (۱۰-۶ ب) داریم: $r_m = 2.5mm$ و $r_i = 2.5 - \frac{d}{2} = 1.6mm$

$$K = \frac{r_m}{r_i} = \frac{2.5}{1.6} = 1.56 \rightarrow 675 = 1.56 (\frac{8 \times F \times 10}{\pi (1.8^3)}) \Rightarrow F = 99.1N$$

و) چه نیرویی لازم است تا تنش عمودی در دو سر قلاب به استحکام تسلیم کششی برسد؟

$$\sigma = \frac{MC}{I} + \frac{F}{A} = K (\frac{(32F)(r_m)}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} = S_y = 1170 \quad (*)$$

LearnElement.ir

K با توجه به(شکل ۱۰-۶ الف) مشخص می شود :

$$r_i = r_m - \frac{d}{2} = 5 - (\frac{1.8}{2}) = 4.1mm$$

$$K = \frac{r_m}{r_i} = \frac{5}{4.1} = 1.22 \xrightarrow{(*)} F = 106N$$

ز)اگر کوچکترین نیروی بدست آمده در (د) ، (و) و (ز) اعمال شود ، فاصله بین دو سر قلاب چقدر است؟

کوچکترین نیرو بین سه نیرو عبارت است از $F_{\max} = 99.1N$. باید بر پیش بار $25N$ فنر ، قبل طویل شدن آن چیره شود لذا :

$$F = 99.1 - 25 = 74.1N$$

$$y = \frac{8FD^3N}{d^4G} = \frac{8 \times 74.1 \times (101^3 \times 122)}{(1.8^3) \times 79.3 \times 10^3} = 86.87mm \Rightarrow l_{new} = l_0 + y = 244 + 86.9 = 330.9mm$$

پارامتر های مهم در طراحی فنر :

طراحی یک فنر نیاز به بررسیهای زیر دارد :

۱. فضایی که فنر باید در آن جا داده شود و کار کند.
۲. مقدار F (این فنر چه نیرویی باید اعمال کند).
۳. مقدار تغییر مکان (تغییر مکان مجاز چقدر است؟)
٤. قابلیت اعتماد (R)
۵. تولرانس
٦. شرایط کاری و درجه حرارت.

طراح، با در دست داشتن اطلاعات فوق و مقادیر مناسب (N_D) ، (d) ، (l_f) ، l_S ، (N) ، (D) را بدست آورد.

بسامد بحرانی فنرهای مارپیچ(Frequency critical)

هرگاه با یک تحریک‌کننده در یک طرف استخر شنایی موجی بوجود آوریم، این موج در طول استخر جابجا می‌شود و به انتهای استخر که رسید برمی‌گردد؛ این رفت و برگشت آنقدر ادامه می‌یابد تا آرام شود. همین پدیده در فنرهای مارپیچ رخ می‌دهد که آنرا تب و تاب فنر Spring surge گویند. اگر سر یک فنر فشاری را به سطح تختی تکیه دهیم و سر دیگر آن را تحریک کنیم، یک موج فشاری بوجود می‌آید که درست مانند موج آب در استخر از این سر فنر به سر دیگر آن پیش و پس می‌رود.

سازندگان فنر از تب و تاب فنر سوپاپ موتور خودرو فیلم آهسته تهیه کرده‌اند. این تصاویر تب و تاب آشکاری را در آن نشان می‌دهد، طوری که فنر از سطح تماس خود بیرون می‌پرد.

هنگامی که فنرهای مارپیچ با نوسان تند بکار می‌روند، طراح باید مطمئن شود که اندازه‌های فیزیکی فنر آنچنان است که بسامد نوسانهای وارد به آن، نوسانهایی نزدیک به بسامد لرزش طبیعی فنر بوجود نمی‌آورد. در غیر اینصورت احتمال دارد تشدید رخ دهد که منجر به تنشهای زیانبار می‌گردد، زیرا میرایی درونی مواد فنر

LearnElement.ir

کاملاً پایین است. بنابراین در هنگام تحلیل یا طراحی فنرها برای مقاومت در برابر خستگی ، همواره باید بسامد بحرانی را بررسی کرد تا مطمئن شد که ضربه زدن فنر مسئله ای ایجاد نخواهد کرد.

معادله حاکم بر فنری که بین دو سطح تخت و موازی قرار دارد ، معادله موجی به شکل زیر است :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{W}{kgl^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

که k ثابت فنر ، g شتاب ثقل ، l طول فنر بین دو سطح و W وزن فنر می باشد.

بسامد های طبیعی بر حسب رادیان بر ثانیه به صورت رابطه زیر می شود :

$$\omega = m\pi\sqrt{\frac{kg}{W}}$$

که بسامد اصلی برای $m = 1$ و هار مونیک دوم برای $m = 2$ و الی آخر بدست می آید.

با استفاده از رابطه $\omega = 2\pi f$ بسامد اصلی بر حسب دور بر ثانیه خواهد بود:

$$f = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{kg}{W}}$$

همچنین «ولفورد» Wolford و «اسمیت» Smith ثابت کرده‌اند که بسامد فنری که یک سر آن به سطح تخت تکیه دارد و سر دیگر آن آزاد است، برابر است با :

$$f = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{kg}{W}}$$

وزن قسمت فعال یک فنر مارپیچ برابر است با :

$$W = AL\rho = \frac{\pi d^2}{4}(\pi D N_a)(\rho) = \frac{\pi^2 d^2 D N_a \rho}{4}$$

که ρ وزن حجم واحد (نه جرم) است.

بسامد بحرانی اصلی باید ۱۵ تا ۲۰ برابر بسامد نیرو یا حرکت فنر باشد تا از تشدید با هارمونیک‌ها جلوگیری شود. اگر بسامد به اندازه کافی زیاد نباشد، باید فنر را برای افزایش k یا کاهش w طراحی کرد.

بنابرلین

بارگذاری خستگی(Fatigue loading)

فنرها را برای کار در زیر بارهای خستگی می‌سازند و تقریباً همیشه به همین منظور بکار می‌روند. در بسیاری از موارد مانند فنر قفلها یا فنر مفصل زانویی کلیدهای برق، تعداد دفعات تکرار بار کم، مثلا چند هزار است. اما فنر سوپاپ یک موتور خودرو باید میلیونها دفعه تکرار بار بدون شکست را تحمل کند، یعنی باید برای عمر دائمی طراحی شود.

در مورد میل محورها و بسیاری قطعات دیگر ماشین، بارگذاری خستگی با تنشهای کاملا دوطرفه امری عادی است. از سوی دیگر، فنرهای مارپیچ هرگز به عنوان فنرهای فشاری و کششی به طور همزمان بکار نمی-روند. در حقیقت معمولاً آنها را با پیش بار سوار می‌کنند که بار عملی به آن اضافه می‌شود. از این رو نمودار

LearnElement.ir

تنش – زمان بیانگر شرایط معمول برای یک فنر مارپیچ است. بنابراین بدترین شرایط هنگامی روی می دهد که پیش بار وجود نداشته یعنی $\tau_{\min} = 0$ باشد.

نمودار:

$$\left.\begin{matrix} F_{\max} \\ F_{\min} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} F_a = \dfrac{F_{\max} - F_{\min}}{2} \\ F_m = \dfrac{F_{\max} + F_{\min}}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \tau_a = k_S \dfrac{8FD}{\pi d^3} \\ \tau_m = k_s \dfrac{8F_m D}{\pi d^3} \end{cases}$$

امّا برای محاسبه ضریب ایمنی از روابط زیر استفاده می کنیم :

$$\begin{cases} \tau_a = S_{Se} \\ \tau_a + \tau_m = \tau_{\max} = S_{Sy} \end{cases}$$

اکنون بایستی S_{Se} را مشخص نمود.

$$S_{Se} = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_{Se}$$

جهت انتخاب S'_{Se} از نتایج آزمایش های زیمرلی استفاده می کنیم ؛ زیمرلی به این واقعیت دست یافت که اندازه ماده و استحکام کششی هیچ اثری بر روی حد دوامهای (فقط عمر نامتناهی) فولاد های فنری که اندازه های آنها کمتر از $10mm$ است ندارد.

نتایج زیمرلی

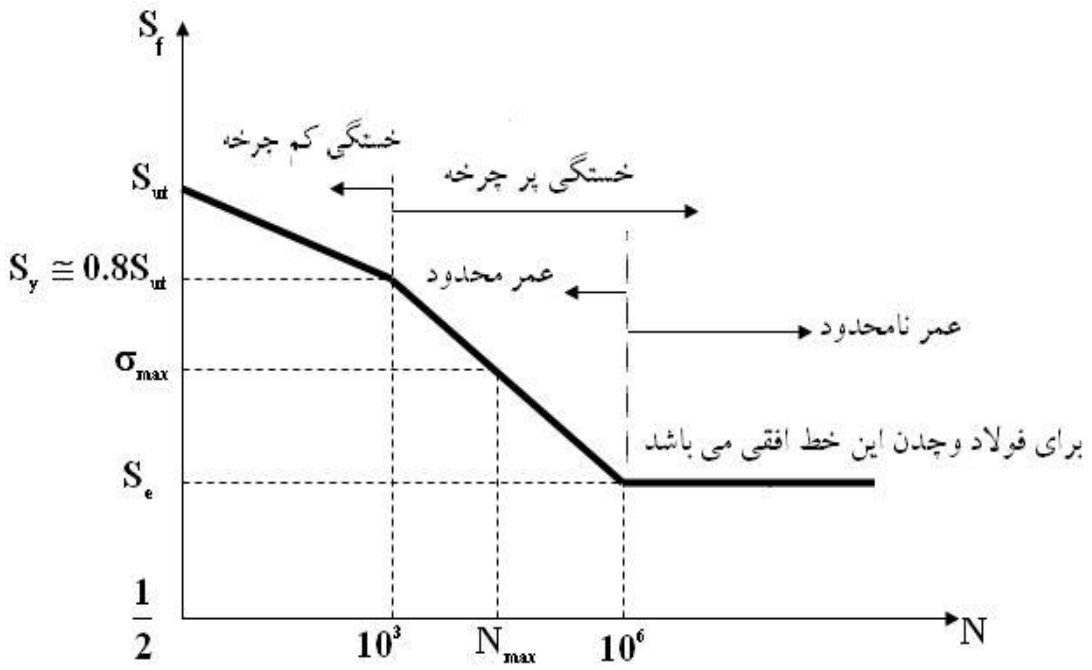
$$\begin{cases} S'_{Se} = 310MPa \rightarrow & \text{برای فنر های سرد کاری نشده} \\ S'_{Se} = 465MPa \rightarrow & \text{برای فنر های سرد کاری شده} \end{cases}$$

این نتایج برای تمام فولاد های فنری ذکر شده در جدول ۱۰-۲ صادق اند.

این فولاد ها از لحاظ پرداخت سطح و اندازه اصلاح شده اند ($K_a, K_b = 1$) ولی از لحاظ قابلیت اعتماد ، دما یا تمرکز تنش اصلاح نشده اند ؛ لذا K_c و K_d مانند قبل و $K_f = Kc \rightarrow K_e = \dfrac{1}{K_c}$ که در این فرمول K_c همان ضریب اثر انحنا است.

همانطور که قبلاً هم اشاره شد فنر سوپاپ یک موتور خودرو باید میلیونها دفعه تکرار بار بدون شکست را تحمل کند، یعنی باید برای عمر دائمی طراحی شود. اما فنر هایی مانند فنر ضامن (کلید ضامن) بایستی دارای عمر محدود باشند لذا از دیاگرام S-N استفاده می کنیم:

LearnElement.ir



(تا زمانیکه عدد منتشر شده ای نداریم از فرمول روبرو استفاده کنیم). $S_{su} = 0.67S_{ut} \xrightarrow{\text{sup pose}}$

نکته : همانطور که قبلاً هم گفته شد ، در هنگام تحلیل یا طراحی فنرها برای مقاومت در برابر خستگی ، همواره باید بسامد بحرانی را بررسی کرد تا مطمئن شد که ضربه زدن فنر مسئله ای ایجاد نخواهد کرد.

فنرهای مارپیچ پیچشی(Torch helix springs)

این فنر ها تُرک را انتقال می دهند و در مقابل تُرک پیچشی مقاومت دارند. این فنر ها بایستی به گونهای بارگذاری شوند که تعداد کوپل ها افزایش یابد و نه کاهش.

فنرهای پیچشی که برای لولههای درب و راهانداز (starter) خودروها و یا در واقع برای هر جا که گشتاور پیچشی نیاز داریم بکار میرود. آنها را مانند فنرهای فشاری یا کششی میپیچند ولی دو سر آنها را برای انتقال گشتاور پیچشی شکل میدهند.

چون سیم یک فنر پیچشی در عمل زیر اثر گشتاور خمشی M=Fr است، در آن تنش عمودی پدید میآید. میبینید که با فنرهای مارپیچ فشاری یا کششی تفاوت دارد؛ زیرادر سیم آنها تنش پیچشی بوجود میآید. البته تنش پسماندی که با پیچاندن آنها پدید میآید ؛ در جهت عمودی ولی در خلاف جهت تنشهای کاری آنها است که حین کار پدید آمده اند. چون این تنشهای پسماند مخالف تنشهای کار آنهاست، سبب قویتر شدن فنر می-گردد، زیرا که همیشه بار در جهت باز شدن فنر به آن وارد میشود. به همین دلیل که تنش پسماند مخالف تنش کار فنر است، میتوان فنرهای پیچشی را برای سطوح تنشی حتی تا بیش از مقاومت تسلیم سیم آن، طراحی کرد.

نکته : اگر راهنما یا شاخه ای در داخل فنر بود باید بعد از بار گذاری که قطر کم می شود ، قطر از قطر قطعه راهنماکمتر نشود ؛ زیرا فنر مانند تیر یک سر گیردار عمل می کند و سریعاً شکسته می شود.

LearnElement.ir

تنش خمشی را می‌توان با بکار بردن نظریه تیر خمیده بدست آورد. بهتر است که رابطه را به شکل زیر بنویسیم :

$$\sigma = K\frac{Mc}{I} \qquad \text{(الف)}$$

طوری که K در اینجا به عنوان ضریب تمرکز تنش می‌باشد و نقش ضریب کاهش مقاومت را ندارد. مقدار K به شکل سیم و اینکه تنش خواسته شده برای لایه درونی حلقه است یا لایه بیرونی حلقه، بستگی دارد. وال بطور تحلیلی، مقادیر K را برای سیم گرد به قرار زیر تعیین کرده است :

$$K_i = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C-1)} \qquad K_o = \frac{4C^2 + C - 1}{4C(C+1)}$$

که C شاخص فنر و اندیس‌ها i و o به ترتیب مربوط به لایه‌های درونی و بیرونی حلقه فنر است. چون K_o همیشه کمتر از واحد است، پس برای تعیین تنشها، فقط K_i را بکار خواهیم برد. هنگامی که گشتاور خمشی M=Fr و مدول مقطع $I/c = \pi d^3/32$ را در معادله :

$$\sigma = K_i\frac{32Fr}{\pi d^3} \rightarrow \textbf{که تنش خمشی را برای یک فنر پیچشی با سیم گرد می‌دهد}$$

تغییر شکل

انرژی کرنش در خمش از معادله زیر چنین است :

$$U = \int \frac{M^2 dx}{2EI}$$

برای فنر پیچشی، گشتاور M=Fr است و انتگرال گیری باید در طول سیم انجام شود. نیروی F سبب تغییر شکل در فاصل $r\theta$ می‌گردد که θ کل تغییر شکل زاویه‌ای فنر است. با بکار بردن قضیه کاستیگلیانو داریم :

$$r\theta = \frac{\partial U}{\partial F} = \int_0^{\pi DN} \frac{\partial}{\partial F}\left(\frac{F^2 r^2 dx}{2EI}\right) = \int_0^{\pi DN} \frac{Fr^2 dx}{EI}$$

برای سیم گرد $I = \pi d^4/64$ می‌گذاریم و از معادله (ج)، θ را بدست می‌آوریم :

$$\theta = \frac{64FrDN}{d^4 E} \qquad (۱)$$

که θ تغییر شکل زاویه‌ای فنر به رادیان است. پس نرخ فنر (ضریب فنریت) برابر است با :

$$k = \frac{Fr}{\theta} = \frac{d^4 E}{64DN} \qquad (*)$$

نرخ فنر را می‌توان بصورت گشتاور پیچشی لازم برای یکدور پیچیدن فنر نیز بیان کرد.

این مقدار با ضرب معادله (*) در 2π بدست می‌آید. یعنی :

$$k' = \frac{d^4 E}{10.2DN}$$

این معادلات تغییر شکل، بدون احتساب خمیدگی سیم، بدست آمده است. آزمایشهای عملی نشان می‌دهد که اگر به جای ضریب 10.2 از ضریب 10.8 استفاده کنیم جواب بهتری می گیریم پس داریم :

LearnElement.ir

$$k' = \frac{d^4 E}{10.8DN}$$

فنرهای پیچشی را اغلب به دور یک میله گرد (پین) سوار می‌کنند. زمانی که به یک فنر پیچشی بار وارد می‌شود، سبب پیچیدن آن و کاهش قطر درونی آن می‌گردد. بنابراین بهتر است مطمئن شویم کـه قطـر درونـی فنـر هرگز به اندازه قطر میله یا پین نخواهد شد؛ وگرنه، شکست فنر رخ خواهد داد. قطر درونی یک فنر پیچشی زیر بار را می‌توان چنین بدست آورد.

$$D_i' = \frac{N}{N'} D_i$$

که :

N = تعداد حلقه‌های بدون بار

D_i = قطر درونی بدون بار

N' = تعداد حلقه‌ها پس از بارگذاری

D_i' = قطر درونی فنر پس از بارگذاری

در این فنرها به جای استفاده از تئوری گودمن از تئوری گِرْبِر استفاده می کنیم :

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + (\frac{\sigma_m}{S_{ut}})^2 = \frac{1}{n}$$

با هر دور پیچش قطر داخلی و خارجی نیز کاهش می یابد.

بقیه مراحل طراحی این فنر ها همانند فنر های کششی و فشاری است.

- **فنر های سری و موازی :**

برای فنرهای موازی $\leftarrow k_e = k_1 + k_2 + k_3 + ...$

برای فنر های سری $\leftarrow \frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + ...$

مثال(۱) :

یک فنر کششی از سیم موسیقی $0.6mm$ ساخته شده و قطر بیرونی آن $4.8mm$ است. فنر بـا پـیش کـشش $1.1N$ پیچیده شده است و بار بین این مقدار و $6.8N$ نوسان می کنند. چون فنر ممکن است به طور اسـتاتیکی یا بر اثر خستگی گسیخته شود ، ضریب ایمنی را برای هر دو گسیختگی پیدا کنید.

حل:

$$D_0 = 4.8mm \qquad d = 0.6mm \qquad F_{\min} = 1.1N \qquad F_{\max} = 6.8N$$

$$D = D_0 - d = 4.8 - 0.6 = 4.2mm$$

$$\text{جدول ۱۰-۲} \rightarrow A = 2170MPa \quad \text{و} \quad m = 0.146 \rightarrow S_{ut} = \frac{A}{d^m} = \frac{2170}{(0.6)^{0.146}} \Rightarrow S_{ut} = 2338MPa$$

$$\begin{cases} S_{ut} = 2338MPa \\ S_y = 0.75 S_{ut} = 1753.5MPa \\ S_{sy} = 0.577 S_y = 0.577 \times 1753.5 = 1011.78MPa \end{cases}$$

LearnElement.ir

$$\begin{cases} F_m = \dfrac{6.8+1.1}{2} = 3.95N \\ F_a = \dfrac{6.8-1.1}{2} = 2.85N \end{cases} \quad \text{و} \quad C = \frac{D}{d} = \frac{4.2}{0.6} = 7$$

$$K_S = 1 + \frac{0.5}{C} = 1 + \frac{0.5}{7} = 1.07 \quad \text{و} \quad K_W = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C} = 1.21$$

$$K_c = \frac{K_w}{K_s} = 1.13 \rightarrow K_e = \frac{1}{1.13} = 0.885$$

$$\tau_a = K_S \frac{8F_aD}{\pi d^3} = 1.07 \times \frac{8 \times 2.85 \times 4.2}{\pi (0.6)^3} = 151MPa$$

$$\tau_m = K_S \frac{8F_mD}{\pi d^3} = 1.07 \times \frac{8 \times 3.95 \times 4.2}{\pi (0.6)^3} = 209.27MPa$$

$$S'_{es} = 310MPa \rightarrow S_{es} = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 0.885 \times 1 \times 310 = 274.35MPa$$

$$\tau_{\max} = \tau_a + \tau_m = \frac{S_{sy}}{n_s} \Rightarrow 360.27 = \frac{1011.78}{n_s} \Rightarrow n_s = 2.8$$

$$\tau_a = \frac{S_{se}}{n_f} \Rightarrow n_f = \frac{274.35}{151} = 1.82$$

مثال(۲) – مدرج کردن در کار ماشین، زمانی بکار می‌رود که بخواهیم قطعه گردی را که می‌سازیم به چند پاره معین تقسیم کنیم. هنگامی که تکمه را بیرون می‌کشیم قطعه ٦ که قطعه کار را نگه داشته است به سوی وضعیت بعدی می‌چرخد و با آزاد کردن پین مدرج، در جای خود قفل می‌شود. در این مثال می‌خواهیم فنری را برای وارد کردن نیرویی حدود ١٤ نیوتن طراحی کنیم تا در جایی که در طرح برای آن منظور شده است جا بیفتد.

حل – چون این گیره تولید بالایی ندارد. یکی از فنرهای موجود در انبار را بکار می‌بریم که از نوع سیم موسیقی است. در یک کاتالوگ ٧٦ فنر موجود است که قطر بیرونی آن ١٢ میلیمتر و برای کار درون یک سوراخ به قطر ١٢/٥ میلیمتر طراحی شده است. آنها را از ٧ اندازه گوناگون سیم ساخته‌اند که بین ٠/٩٥ تا ١/٦ میلیمتر است و طول آزاد آنها بین ١٢/٥ تا ٦٢/٥ است که به اندازه سیم بستگی دارد.

چون تکمه کششی باید تا ١٨/٨ میلیمتر برای تقسیم بالا بیاید و هنگام پایین بودن پین فضای مجود برای فنر ٣٤/٤ میلیمتر است، طول بسته نمی‌تواند بیشتر از ١٥/٦ باشد.

اکنون از فنری اغاز می‌کنیم که قطر بیرونی آن ١٢ میلیمتر، اندازهٔ سیم ١/٢٦ میلیمتر، طول آزاد ٤٣/٨ میلیمتر، تعداد کل حلقه‌ها ١١/٥ و دو سر آن ساده است. پس برای سیم موسیقی m=٠/١٦٣ و A=٢٠٦٠ MPa است. بنابراین

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} = \frac{206}{(1.26)^{0.163}} = 1984MPa$$

و

LearnElement.ir

$$S_{sy} = 0.45S_{ut} = 0.45(1984) = 892.7MPa$$

و برای فنر با دو سر ساده $N_a = N_t = 11.5$. همچنین :

$$D = D_0 - d = 12 - 1.26 = 10.74$$

پس از آن نرخ فنر چنین است :

$$k = \frac{d^4 G}{8D^3 N_a} = \frac{(1.26)^4 (79.23)(10)^6}{8(10.74)^3 (11.5)} = 1752\ N/m$$

همچنین طول بسته فنر برابر است با :

$$L_s = d(N_t + 1) = 1.26(11.5 + 1) = 15.75mm$$

آنگاه که پین پائین است، نیروی فنر چنین می‌شود :

$$F_{\min} = ky = 1752(43.8 - 34.4)(10^{-3}) = 16.47N$$

هنگامی که پین را بالا می‌کشیم، نیروی فنر برابر است با :

$$F_{\max} = 1752(43.8 - 15.75)(10^{-3}) = 49.14N$$

اگر $C = D/d = \frac{10.74}{1.26}$ و $K_s = (2C+1)/2C = 1.059$ بکار بریم تنش برای طول بسته برابر است با :

$$\tau = K_s \frac{8FD}{\pi d^3} = 1.059 \frac{8(49.14)(10.74)}{\pi (1.26)^3} = 711MPa$$

ولی این فنر خیلی قوی است و طول بسته آن بسیار بلند است. بنابراین باید یک سیم نازکتر بکار بریم :

پس از چند سعی و خطا، فنری کـه پیـدا مـی‌شـود $F_{\min} = 10.4N$ و $F_{\max} = 32.9N$ و $\tau_{\max} = 652MPa$ است. کمانش رخ نخواهد داد. ویژگیها و دیگر نتایجی که برای این فنر پیدا می‌شود چنین است :

جنس سیم موسیقی

دو سر ساده

قطر سیم d=۱/۱٤ mm

قطر بیرونی D_0=۱۲/۲mm

قطر متوسط D=۱۱/۰٦ mm

کل تعداد حلقه‌ها N_t=۱۱/۵

طول آزاد L_0 = ٤٤ mm

طول بسته L_s = ۱٤/۲۵ mm

شاخص فنر C = ۹/۷

نرخ فنر k=۱۱۰٦ N/M

مقاومت تسلیم پیچشی S_{sy} = ۹٦۰ MPa

LearnElement.ir