

مطالب این کتاب حاصل چهار سال تفریح اینجانب در تدریس دی کانت در دانشکده
مهندسی برق دانشگاه صنعتی شریف است. البته اکثر نکات فرایف رانده شده در اینجا، نرات
اساتید فرد اینجانب در دوران تحصیل می باشد و در اینجا محضراً از پرسشور مایکل آتینز
(Michael Atkins) بخاطر تفهیم عالی اصول پس فرور و سیستم های حلقه بسته به اینجانب
شکری می نام. بسیاری از دانشجویان اینجانب نیز با طرح سئوالات جلب در عملی سلهای مختلف
در درسی شدن بیشتر مطالب نقش قابل توجهی داشته اند و بعضی از آنها اینجانب را در کار تصحیح
این متن یاری کرده اند و در اینجا از تمامی آنها قدردانی می نمایم. به یاری فراوانده با استفاده از
مطالب لرد آوری شده در اینجا قدمی در راه معرفی بهتر علم کانت که یکی از اساسی ترین سلف های
مهندسی برقی باشد، برداشته و کمکی به پیشبرد تکنولوژی سلکت کرده باسیم.

محمد علی معصوم نیا
شهریور ۱۳۶۹

شماره صفحه	فهرست مطالب	پیوسته
I		پیشگفتار
III		علامات
۱-۱	مقدمه	فصل ۱ - مقدمه
۱-۲	مراحل طراحی سیستم های کنترلی	۱-۱ - مراحل طراحی سیستم های کنترلی
۱-۳	موازنه دهنی مطالب	۱-۲ - موازنه دهنی مطالب
۲-۱	تعریف مسئله طراحی کنترل کننده	فصل ۲ - تعریف مسئله طراحی کنترل کننده
۲-۱	مدل سیستم ها	۲-۱ - مدل سیستم ها
۲-۲	تعریف مسئله	۲-۲ - تعریف مسئله
۲-۶	پایداری سیستم حلقه بسته	۲-۳ - پایداری سیستم حلقه بسته
۲-۱۱	حزف صفر و قطب سیستم د کنترل کننده	۲-۴ - حذف صفر و قطب سیستم د کنترل کننده
۲-۱۲	خلاصه	۲-۵ - خلاصه
۳-۱	دنبال کردن دستور داریس بدون اتمتاس	فصل ۳ - دنبال کردن دستور داریس بدون اتمتاس
۳-۱	دنبال کردن ورودی مبنا و ازیس بدون اتمتاس - محل عقبها	۳-۱ - دنبال کردن ورودی مبنا و ازیس بدون اتمتاس - محل عقبها
۳-۷	دنبال کردن ورودی مبنا و ازیس بدون اتمتاس - پاسخ فرکانسی	۳-۲ - دنبال کردن ورودی مبنا و ازیس بدون اتمتاس - پاسخ فرکانسی
۳-۱۱	حساسیت سیستم های کنترلی حلقه باز و حلقه بسته	۳-۳ - حساسیت سیستم های کنترلی حلقه باز و حلقه بسته
۳-۱۶	حساسیت امانهای مسیر پیرو و پیچور	۳-۴ - حساسیت امانهای مسیر پیرو و پیچور
۳-۱۹	خلاصه	۳-۵ - خلاصه
۴-۱	پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی مطلوب	فصل ۴ - پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی مطلوب
۴-۱	پایداری مقاوم	۴-۱ - پایداری مقاوم
۴-۵	حدناز و حد بهره	۴-۲ - حدناز و حد بهره
۴-۱۲	مشخصه های اندازه پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی خوب	۴-۳ - مشخصه های اندازه پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی خوب
۴-۱۵	رابطه ای بین پهنای باند سیستم حلقه بسته و پاسخ	۴-۴ - رابطه ای بین پهنای باند سیستم حلقه بسته و پاسخ
۴-۲۰	جلد نوی معامه پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته از روی پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز	۴-۵ - جلد نوی معامه پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته از روی پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز

دنباله فهرست مطالب

۴-۲۳	۴.۲ - خلاصه
۵-۱	فصل ۵ - طراحی کنترل کننده در حوزه فرکانس
۵-۴	۵.۱ - اثر بهره فازی بر ردی پاسخ فرکانسی
۵-۷	۵.۲ - جبران کننده پیش فاز
۵-۱۶	۵.۳ - جبران کننده پس فاز
۵-۲۲	۵.۴ - جبران کننده پس فاز - پیش فاز
۵-۲۶	۵.۵ - خلاصه
۶-۱	فصل ۶ - تحلیل درجه سیستم های خطی و قطب های مؤثر
۶-۱	۶.۱ - تحلیل درجه سیستم های خطی
۶-۸	۶.۲ - قطب های مؤثر
۶-۲۱	۶.۳ - خلاصه
۷-۱	فصل ۷ - طراحی کنترل کننده بر اساس محل قطبها
۷-۲	۷.۱ - طراحی با استفاده از روش مکان ریشه ها
۷-۱۹	۷.۲ - خلاصه
۸-۱	فصل ۸ - مکان حیدر در سازه کنترل کننده ها
۸-۱	۸.۱ - کنترل کننده های پی - آی - دی
۸-۱۲	۸.۲ - پایدار سازی
۸-۱۵	۸.۳ - پایدار سازی با استفاده از کنترل کننده های پایدار
۸-۱۸	۸.۴ - استفاده از سیستم حرر غیر واحد
۸-۲۰	۸.۵ - خلاصه

فصل بهم و بیرونیت های الف و ب هندر نوشته شده اند

بسمه تعالی

بیگفتار

در این کتاب با در مثال‌های متعدد، روش‌های طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های تک‌درودی-تک‌خروجی فعلی را به نمایش خواهیم گذاشت. البته از همان ابتدا فرض می‌کنیم که خواننده با اصول تجزیه و تحلیل سیستم‌های فعلی در حوزه زحل و فرکانس روش‌هایی مانند مکان ریشه‌ها (Root locus) ویاگرام بود (Bode diagram) و نایلوئیست (Nyquist) و مفاهیم پایداری و روش راولت (Routh) آشنایی کامل دارد و هدف اصلی ما بکارگیری این روش‌ها و مفاهیم در طراحی سیستم‌های کنترلی خواهد بود. این بعضی‌ها می‌باشند که متأسفانه در اکثر کتاب‌های موجود به زبان فارسی مورد توجه قرار نگرفته و در درس کنترل فعلی کارشناسی مهندسی برق نیز به اندازه کافی بر روی آن تأکید نمی‌شود.

مطالب جمع‌آوری شده در اینجا از دید در متون خارجی بصورت پراکنده یافت می‌شود ولی متنی این کتاب توجه هیچ‌یک از این متون نکرده و اکثر اثبات‌های ارائه شده در اینجا متعلق به خود اینجانب است و با حذف جزئیات پیچیده ریاضی سعی کرده‌ام تا مطالب برای دانشجویانی که در درس کنترل فعلی کارشناسی مهندسی برق را گذرانده‌اند، قابل فهم باشد. البته در فصل نهم اشاره‌ای به مسیله‌های فرآیندهای انتقالی خواهیم داشت و برای فهم بعضی از مطالب این فصل احتیاج به آشنایی با متغیرها و فرآیندهای انتقالی می‌باشد و گذراندن درس مغایرات! کارشناسی مهندسی برق به فهم مطالب این قسمت‌ها کمک خواهد کرد.

با تأکید بر استفاده روزافزون از نرم‌افزارهای طراحی سیستم‌های کنترلی (design) *Computer aided control system* اگر محاسبات مربوط به مثال‌های جمع‌آوری شده در اینجا بوسیله نرم‌افزار *Pc-Matlab* انجام شده و خروجی‌های نمایش داده شده نیز بوسیله این نرم‌افزار رسم شده‌اند. کاریکاتورهایی نیز که در بعضی از صفحات دیده می‌شوند، از کتاب *The TeXBook* پر مشهور *Donald Knuth* کپی شده‌اند و مفاهیم کنترلی ردی آنها متأسفانه گم شده است.

علامات

t	زمان
s	متغیر لاپلاس
σ	جزء حقیقی یک عدد مختلط
ω	جزء موهومی یک عدد مختلط
j	جزء عدد -1
ζ	نسبت میرایی یک قطب مختلط - Damping ratio
ω_n	مکانس طبیعی یک قطب مختلط - Natural frequency
$\zeta \omega_n$	میرایی یک قطب مختلط - اندازه جزء حقیقی قطب مختلط - Damping
ω_d	فرکانس میرایی طبیعی - $\omega_d \triangleq \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$ - Damped natural frequency
$(s + \sigma \pm j\omega)$	نمایاننده قطب‌های ورودی است که در این‌ها $\sigma \pm j\omega$ می‌باشد.
	$(s + \sigma \pm j\omega) \triangleq (s + \sigma + j\omega)(s + \sigma - j\omega) = s^2 + 2\sigma s + \sigma^2 + \omega^2$
$r(t)$	ورودی مبدا - مقدار دلخواه فردی
$u(t)$	عمدتاً نمایانگر ورودی سیستم است - در بعضی موارد نمایانگر فردی کنترل‌کننده می‌باشد
$y(t)$	خروجی واقعی سیستم
$\bar{y}(t)$	خروجی اندازه‌گیری شده سیستم
$n(t)$	نویز اندازه‌گیری
$d_i(t)$	اعتنا سنی در ورودی سیستم
$d_o(t)$	اعتنا سنی در خروجی سیستم
$e(t)$	خطا - تفاضل سنی در ورودی مبدا و خروجی اندازه‌گیری شده
$R(s)$	تبدیل لاپلاس $r(t)$ - در حالت کلی تبدیل لاپلاس سینتال $w(t)$ را با $W(s)$ نمایش میدهیم
$G(s)$	تابع تبدیل سیستم یا فرآیندی که می‌خواهیم آنرا کنترل کنیم - عمدتاً تابعی گویا درجه فردی می‌شود.
$K(s)$	تابع تبدیل جبران‌کننده - عمدتاً تابعی گویا درجه فردی می‌شود.
$G_c(s)$	تابع تبدیل سیستم صلته‌یاز $G(s)K(s) \triangleq G_c(s)$

$$G_{CL}(s) = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)}$$

تابع تبدیل از ورودی $p(t)$ به خروجی $m(t)$

بهره مستقیم تابع تبدیل سیستم (DC-gain)

رنگی بهای یک تابع تبدیل پایدار که برابر ماکزیمم اندازه پاسخ فرکانسی $G(s)$ می شود.

فرکانس گذر 0-db اندازه پاسخ فرکانسی $K(s)G(s)$ (0-db Crossover frequency)

بهای باند سیستم (Bandwidth)

ماکزیمم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی سیستم

فرکانسی که در آن ماکزیمم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی اتفاق می افتد

زمان نشست - زمان رسیدن و بلقی ماندن پاسخ پله در محدوده ۹۸٪ تا ۱۰۰٪ مقدار بهای (Settling time)

زمان صعود - زمان رسیدن پاسخ پله از ۵۰٪ مقدار بهای به ۹۰٪ مقدار بهای

ماکزیمم مقدار پاسخ پله سیستم

حداقل (Phase margin)

حدهیره (Gain margin) عموماً به حدی که حدهیره از طرف بالا طرف پهن تقسیم می شود

ماکزیمم مقدار فاز مثبت حیران کننده پیش فاز

نسبت قطب به صفر حیران کننده پیش فاز یا نسبت صفر به قطب حیران کننده پس فاز

$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} K(s)G(s)$ ثابت قطبی مکان - ضریب قطبی مکان

$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sK(s)G(s)$ ثابت قطبی سرعت - ضریب قطبی سرعت

$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 K(s)G(s)$ ثابت قطبی شتاب - ضریب قطبی شتاب

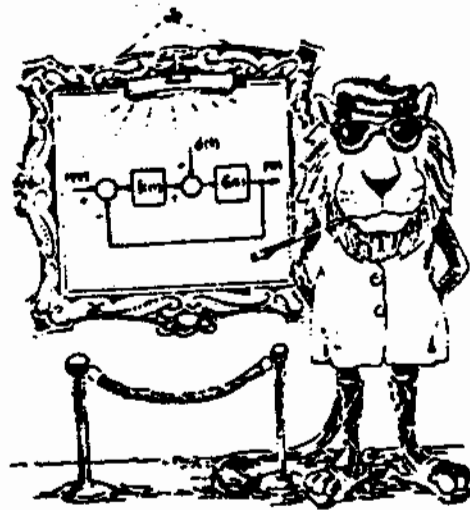
عموماً نمایانگر ثابت زمانی قطب درجه اول است

عموماً نمایانگر تأخیر زمانی است

بهره جز مناسب حیران کننده پی-آی-دی

ثابت زمانی استرال لیری - در حیران کننده پی-آی-دی استفاده می شود

ثابت زمانی متن لیری - در حیران کننده پی-آی-دی استفاده می شود



فصل ۱

مقدمه

آیا تاکنون هنگام پرواز با هواپیمای به سفوح کنتلی متحرک آن توجه کرده‌اید؟ این سطوح در طی پرواز شما به مقصد بهر صورت خودکار حرکت کرده و تقابل داینداری هواپیما را با وجود تمام تغییرات در سبب اجزای و دیگر اغتشاشات وارد بر هواپیما حفظ می‌کنند. یا هنگام فرود، در هوایی مه‌آلود، در شرایطی که حتی امکان تشخیص سبب‌های در فاصله ده متری نیز وجود ندارد، سیستم فرود خودکار با تغییر سفوح کنتلی، هواپیمای عظیم مسازری را بتدریج پایین آورده و بدون هیچ مشکلی صحیح و سالم بر روی باند پروازی نشانند.

«حقیقت» این تنها نبودن این سیستم‌های متعدد اطراف ما است که از سیستم‌های کنترل خودکار برای انجام وظایف خود بهره می‌جویند. امروزه سیستم‌های کنترل خودکار جزو لاینفکی از یالایستگاهها، نیروگاهها، صنایع نورد، صنایع کماندسازی، سیستم‌های نظامی و دیگر فرآیندها صنعتی می‌باشند و بدون استفاده از آنها، حفظ کارایی بسیار بالا در اینگونه سیستم‌ها به هیچ وجه امکان پذیر نمی‌باشد. هدف ما در این کتاب، آشنایی با فیلدهای طراحی سیستم‌های کنترل خودکار است. برای این منظور ساده‌ترین نوع سیستم‌های حلقه بسته (Closed Loop) که از یک حلقه پس‌خور (Feedback) تشکیل شده‌اند را به تفصیل مورد بررسی قرار خواهیم داد و دلایل استفاده از آنها را ذکر کرده و کلیات و مزایای آنها را برخواهیم سرد. البته پس از یادگیری اصول طراحی

رتبه حقیق - مثلهای متعددی که در اینجا گردآوری شده است، و توان این روش‌ها را
 تقیم داده و سیستم‌های کنترلی برابری پیچیده تر را مورد بررسی قرار داد و برای آنها کنترل کننده
 مناسب طراحی نمود. در ادامه به تفکیک مراحل مختلف طراحی سیستم‌های کنترلی پرداخته و در آنها
 نیز سازماندهی مطالب ارائه شده را ذکر خواهیم کرد.

۱-۱ - مراحل طراحی سیستم‌های کنترلی

در اولین مرحله طراحی سیستم‌های کنترلی، مسئله مورد نظر باید دقیقاً تعریف شده و اهداف
 مورد نظر نیز کاملاً شناسایی شود. سپس باید دینامیک بلوکی سیستم را رسم کرده و اجزای مختلف
 سیستم را مشخص نمود. مرحله بعدی بدست آوردن رابطه ورودی-خروجی اجزای مختلف
 سیستم کنترلی می‌باشد. صحت مدل‌سازی و بدست آوردن رابطه ورودی-خروجی یک سیستم
 عملاً کاری پیچیده و تخصصی است و روش‌های متعددی برای انجام آن وجود دارد. این
 روش‌ها را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم نمود.

در روش اول بر اساس آزمایش‌های از پیش تعیین شده‌ای، ورودی‌های مشخصی به سیستم
 اعمال شده و خروجی‌های سیستم ضبط می‌شود و سپس مدل مناسبی به اطلاعات گردآوری شده
 فرایند (Fit) می‌شود. البته این روش مدل‌سازی در مراجع مختلف شناسایی سیستم‌ها
 (System Identification) [۸] [۱۱] مورد بررسی قرار گرفته است و برای اطلاع بیشتر می‌توانید
 به آنها رجوع کنید.

در روش دیگر، با استفاده از قوانین فیزیک (مانند قوانین نیوتن، قوانین ترمودینامیک، ...) معادله
 دینامیک رابطه دهنده ورودی و خروجی سیستم نوشته می‌شود. البته بخاطر کاربرد وسیع کنترل در شاخه‌های
 مختلف، عمده این قسمت از کار متلزم داشتن زمینه‌ای قوی در مورد مسئله مورد نظر می‌باشد. بطور
 مثال برای مدل‌سازی بعضی فرآیندهای شیمیایی، آشنایی با قوانین ترمودینامیک و مکانیک سیالات الزامی
 است در حالیکه برای مدل‌سازی یک سیستم سرد مکانیزم احتیاج به آشنایی با موتورهای الکتریکی
 و دینامیک داریم. بجز این در اکثر اوقات رابطه‌های متغیرهای مختلف بر سبب معادلات دینامیک
 میرفتی قابل بیان است و اکثر اوقات برای مدل‌سازی مورد نیاز کنترل کننده ذهنی بر روی سیستم
 مورد بحث دارند. به این دلیل عمده باید معادلات مورد نیاز را حول نقاط کار مناسب قطعی کنیم.

نکته: غالباً توجه دیگر این است که مدل‌های بیان‌کننده رفتار سیستم ممکن است تحت شرایط مختلف تغییر کنند. به‌طور مثال رفتار یک هواپیمای راجد شناختنی با ارتفاع پروازی و سرعت آن بار و مدل فعلی شده رفتار هواپیمای در ارتفاعات مختلف و سرعت پروازهای متفاوت عموماً یکی تغییر می‌کند. پس در حقیقت ما با یک مدل تنها سروکار نداریم بلکه ممکن است با خانواده‌ای از مدل‌ها برای یک سیستم واحد در شرایط مختلف مواجه باشیم.

پس از انجام مرحله مدل‌سازی باید کنترل‌کننده مناسبی برای سیستم طراحی کنیم تا اهداف مورد نظر برآورده شوند. این قسمت از کار هدف اصلی ما در اینجا فراهم بود و در فصل‌های آینده به تفصیل درباره آن صحبت خواهیم کرد. فقط در اینجا تأکید می‌کنیم که در مراحل مختلف طراحی هواپیمای باید تقریبی بودن مدل سیستم را در نظر داشته باشیم و کنترل‌کننده‌ای طراحی کنیم تا با وجود تغییرات در مدل، کارایی سیستم ملحقه سبباً را حفظ کند.

در مرحله بعدی باید کنترل‌کننده طراحی شده را در صورت امکان با مدل واقعی سیستم (مدل فعلی شده که تمام جزئیات را در بر دارد) شبیه‌سازی کنیم و اثر تغییر پارامترهای مختلف و ورودی‌های اغتشاش بر سیستم را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم. برای این منظور استفاده‌ای کوتاه به روش‌های مختلف شبیه‌سازی در فصل نهم خواهیم داشت.

در طی شبیه‌سازی سیستم کنترلی عمده‌ای مشاهده می‌شود که تمامی اهداف مورد نظر کاملاً برآورده شده اند و در بسیاری از مواقع باید عمل طراحی کنترل‌کننده و یا مدل‌سازی سیستم را دوباره داده و جزئیات نادیده گرفته شده را در نظر بگیریم و کنترل‌کننده طراحی شده را بهبود بخشیم. در حقیقت، طراحی یک کنترل‌کننده واقعی بر پایه آزمون رفتار استوار است و لذا استفاده از اصول طراحی که در اینجا ارائه خواهیم کرد، این مستقیم‌تر و در زمان کوتاه‌تر به کنترل‌کننده‌های دست‌فراهم می‌انجامد.

۱-۲ - سازماندهی ارائه مطالب

پس از بررسی مقدماتی اهمیت سیستم‌های کنترلی خودکار و تفکیک مراحل مختلف طراحی کنترل‌کننده در فصل اول، مسئله طراحی کنترل‌کننده را به صورت دقیق در فصل دوم تشریح خواهیم کرد. در ادامه این فصل مفهوم بایبندی سیستم‌ها را ملحقه سبباً را مورد بررسی قرار داده و گامی ظریف درباره

حذف مغز و قلب سیسم و کنترل کننده دگر خواهیم نمود . هیپو، خواهیم دید که هیچگاه باید صدمی من صورت نگیرد
سیسم و کنترل کننده بر روی محور نسج یا سمت راست آن صورت پذیرد چون سبب نابینایی سیسم
حلقه سیسم خواهد شد

در فصل سوم کلیه عملی دنبال کردن دستور را برین بدون از امتیازات که یکی از اهداف مهم سیسم ها
کنترل حلقه سیسم می باشد را هم بر اساس محل قطبهای سیسم و میزان کشنده و هم بر اساس پاسخ فرکانسی
سیسم و میزان کشنده مورد بررسی قرار می دهیم . علاوه بر حالت سیسم حلقه سیسم تغییرات بارانته های
سیسم حلقه نیز در عمل مشاهده می شود با استفاده از این مورد تا کنون خواهیم کرد .

در فصل چهارم درباره خطاهای مدلسازی و از آنها بر روی پایداری سیسم حلقه سیسم صحبت کرده و
درباره پاسخ فرکانسی یک سیسم نمونه مکانی را ارائه خواهیم کرد . در اینجا خواهیم دید که پاسخ فرکانسی
حلقه باز یک سیسم کنترل فریب در فرکانسهای پایین دارای اندازه بزرگی بوده و در فرکانسهای بالا
نیز اندازه کوچکی را دارا است . در انتهای این فصل نیز به تفصیل درباره رابطه پهنای باند
سیسم حلقه سیسم و سرعت پاسخ زمانی آن بحث خواهیم کرد .

در فصل پنجم درباره طراحی کنترل کننده در صده فرکانس صحبت خواهیم کرد . شیوه تمرکز مادی
این فصل بر روی جبران کننده های پیش فاز و پس فاز خواهد بود و نشان خواهیم داد که چگونه با استفاده
از جبران کننده پس فاز می توان پاسخ فرکانسی را در فرکانسهای پایین تقویت نمود و با استفاده از
جبران کننده پیش فاز ، عرض سیسم را بهبود بخشید .

در فصل ششم درباره جلونی تقریب یک سیسم فعلی با یک سیسم در دو پهنای تر بر اساس نزدیکی
پاسخ زمانی آنها و هم بر اساس نزدیکی پاسخ فرکانسی صحبت خواهیم کرد و درباره قطب های مؤثر
سیسم ها بحث کرده و نشان خواهیم داد که رفتار بسیاری از سیسم ها را می توان با سیسم های درجه اول
یا دوم تقریب زد و در نتیجه عملاً لزومی بر متعین کردن محل تمامی قطبهای سیسم حلقه سیسم وجود
ندارد و فقط باید قطبهای مهم سیسم حلقه سیسم را در محل های مورد نظر صفر - s قرار داد .
در فصل هفتم درباره روش طراحی مکان ریشه ما بحث خواهیم کرد و نشان خواهیم داد که چگونه
می توان با استفاده از جبران کننده های مناسب ، قطبهای مؤثر سیسم حلقه سیسم را در محل های
مناسب قرار داد و با استفاده از جبران کننده پس فاز می توان ضرایب قطبهای سیسم را افزایش داده و در

سیستم‌های سیستم طبقه سبته را در دسال کردن ورودی‌های مناسکامش داد.

در عمل حتم به تفصیل درباره کنترل کننده‌های پی-آی-دی (PID) که در فرآیندهای صنعتی بصورت گسترده کاربرد دارند صحبت کرده و روشهای مختلف تنظیم آنها را خواهیم سوزد. سپس درباره سبته استفاده از یک کنترل کننده پایدار برای پایدارسازی سیستم طبقه سبته صحبت کرده و درباره نکات عملی طراحی کنترل کننده و سیستم‌های کنترلی با پس فررینزادمد سخنانی ارائه خواهیم کرد.

در فصل آرنیز درباره سبته سازی سیستم‌های دینامیکی صحبت خواهیم کرد. در سبته ای این فصل به روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل اشاره کرده و نشان خواهیم داد که چگونه با نرم افزارهای پیشهادی می‌توان یک معادله دیفرانسیل داده شده را سبته ایار ادلیه مقفی حل نمود. سپس درباره تولید اعداد تصادفی و سبته سازی فرآیندهای اتفاقی اثرکننده بر سیستم‌های کنترلی بحث خواهیم کرد.

فصل ۲ تعریف مبداء طرایی کنترل کننده

در این فصل مبداء طرایی کنترل کننده را به دست ترفیخ فراهم نمود و اشاراتی به علت استفاده از سیستم های حلقه بسته برای نیل به اهداف طرایی فراهم داشت. سپس نشان خواهیم داد که برای بررسی پایداری سیستم حلقه بسته باید پایداری تابع تبدیل مفروض را مورد بررسی قرار دهیم و همچنین نباید صرفاً قطب سیستم را که در سمت چپ محور قرار ندارند با قطب و صفر کنترل کننده حذف نمود چون اینست پایداری سیستم حلقه بسته فراهم است. قبل از پراختن به بحث اصلی، بررسی کوتاه پرسش های مورد استفاده در این کتاب خواهیم داشت.

۲-۱ - مدل سیستم ها

در طول این کتاب فرض خواهیم کرد که رابطه ایین ورودی $u(t)$ و خروجی $y(t)$ سیستم رای ترانزیستور یک معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت بیان کرد. عبارت دیفرانسیلی خواهیم کرد که تابع تبدیل سیستم (نسبت تبدیل لابلاس خروجی به تبدیل لابلاس ورودی) تابعی گویا از s بوده و چند جمله ای صورت

تابع تبدیل را با $b(s)$ و چند جمله ای مخرج آن را با $a(s)$ نمایش خواهیم داد:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (2-1)$$

توجه کنید که فرض ما این خواهد بود که ضریب بزرگترین درجه چند جمله ای $a(s)$ عدد واحد می باشد. علاوه بر این با سیستم هایی سروکار خواهیم داشت که درجه چند جمله ای صورت تابع تبدیل آنها از درجه درجه مخرج بزرگتر نباشد. به عبارت دیگر فرض می کنیم $m \leq n$. به تابع گویایی که درجه درجه ای صورت آن بزرگتر از درجه مخرج آن می باشد یک تابع گویای صحیح (Proper rational) گفته می شود. اگر درجه صورت کوچکتر از مخرج باشد، این تابع گویا آلیه آسره (Strictly proper rational) گفته می شود. البته در اکثر سیستم های فیزیکی همواره $m < n$ می باشد چون پاسخ بلائیک سیستم فیزیکی نمی تواند ناپیوستگی داشته باشد. به عبارت دیگر در یک سیستم فیزیکی عمده تغییر یکباره ورودی به تغییر یکباره خروجی نمی شود. همینطور علاوه بر پیوستگی پاسخ بلائیک سیستم، شیب

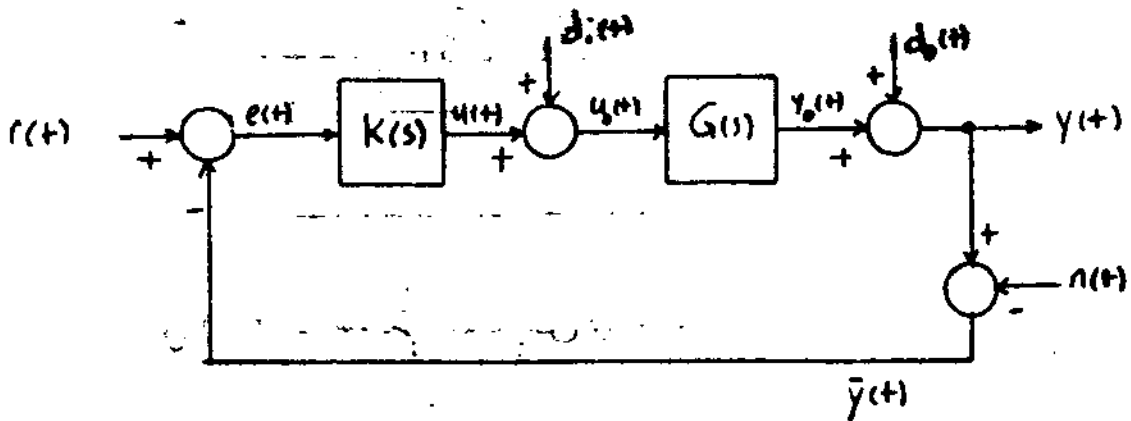
پاسخ به بسیاری از سیستم‌ها در $t=0$ صفر باشد یا معادلاً پاسخ فزاینده بسیاری از سیستم‌های فیزیکی در $t=0$ پیوسته باشد و برای برآورد بودن این خاصیت باید شرط $m < n-1$ برقرار باشد. در حالت کلی برای اینکه مشتق نام پاسخ به سیستم $(1-2)$ در $t=0^+$ صفر باشد باید شرط $m < n-1$ برقرار باشد. پس در حقیقت رابطه بین m و n نباید مقدار همواره بودن پاسخ به سیستم در $t=0$ است.

ذکر این نکته ضروری است که $(1-2)$ فقط مدلی مناسب برای بررسی رفتار یک سیستم باشد و رفتار بسیاری از سیستم‌های فیزیکی دقیقاً به سبب $(1-2)$ قابل بیان نیست. علی‌هذا، برای تحلیل کردن رابطه بین ورودی و خروجی سیستم حول یک نقطه که مناسبی از آن رفتار بسیاری از سیستم‌های فیزیکی را برسد یک تابع تبدیل گویا تقریب زد پس همراه باید این نکته را در نظر داشته باشیم که مدل‌های مورد استفاده در مراحل مختلف مراحلی فقط تقریبی از واقعیت می‌باشند و حاصل سیستم را به دقت مدل مورد بررسی نباید در مراحل مختلف در نظر بگیریم. (به عبارت دیگر همه مدل‌های موجود دارای محدودیت‌هایی می‌باشند ولی استفاده نابجا از مدل‌ها هیچگونه محدودیتی ندارد!) [۳] [۴].

حافظه که می‌دانیم به ریشه‌های چندجمله‌ای مزخج تابع تبدیل قله‌های سیستم و به ریشه‌های معادله‌های صورت تابع تبدیل صفرهای سیستم می‌گویند. به علاوه طبق تعریف چندجمله‌ای صورت و مزخج تابع تبدیل سیستم نباید ریشه مشترکی داشته باشند چون در غیر این صورت می‌توان صورت و مزخج را در چند جمله‌ای دلخواه ضرب نمود بدون آنکه در تابع تبدیل تغییری حاصل شود و از این پس فرض خواهیم کرد که $a(s)$ و $b(s)$ ریشه مشترکی ندارند.

سیستم‌هایی که برسیدیه رابطه $(1-2)$ (با $m < n$) قابل بیان می‌باشند دارای خواص بسیار جالبی هستند. دو خاصیت بسیار مهم آنها این است که انتقال سری انتقال موازی اینگونه سیستم‌ها قابل ترفیع است. به عبارت دیگر مجموع حاصل ضرب در تابع گویا برده خود تابعی گویا برده می‌باشد و برسیدیه رابطه $(1-2)$ قابل بیان می‌باشد.

حال کسی درباره از بستن حلقه فیدبک واحد در سیستم مدل $(1-2)$ صحبت خواهیم کرد. شکل $(1-2)$ را در نظر بگیرید و فرض کنید که $G(s)$ تابعی گویا از s بوده و دانسته باشیم $m < n$ آنجا



شکل (۲-۲) - دیالگرام بلوکی یک سیستم کنترلی نمونه

در این شکل $G(s)$ نمایانگر مدل سیستم فیزیکی مورد بحث می باشد و خروجی آنرا با $y(t)$ نمایش داده و ورودی آن را با $u(t)$ نمایش خواهیم داد. فرضی ما برای خواهد بود که ورودی سیستم از دو جزء $u(t)$ و $d_1(t)$ تشکیل شده است. در اینجا $d_1(t)$ اختلال ورودی می باشد و فرضی خواهیم کرد که تحت کنترل ما نمی باشد. البته هم کلی اختلال در یا لطف فرکانسی آن ممکن است بلورهای مهیا باشد. $u(t)$ نیز جزئی از ورودی سیستم می باشد که تحت کنترل ما بوده می توانیم آن را تغییر دهیم. خروجی کلی سیستم نیز که آنرا با $y(t)$ نمایش خواهیم داد یعنی است که رفتار آن مورد نظر ما بوده و $y(t)$ خود او خروجی $y_0(t)$ و $d_2(t)$ تشکیل شده است. در اینجا $y_0(t)$ جزئی از خروجی بوده که توسط $u_0(t)$ قابل تغییر است و $d_2(t)$ نیز اختلال خروجی می باشد که تحت کنترل ما نبوده و مستقیماً بر روی خروجی $y(t)$ تأثیر می گذارد. علاوه بر این می گوییم که $y(t)$ توسط یک اندازه گیر با نویز $n(t)$ برای استفاده در کنترل کننده اندازه گیری می شود. خروجی اندازه گیر را با $\bar{y}(t)$ نمایش می دهیم.

مقدار دلخواه خروجی $y(t)$ را با ورودی مناسبی $r(t)$ نمایش خواهیم داد. وقتی کنترل کننده این است که با استفاده از $r(t)$ و $\bar{y}(t)$ سیگنال $u(t)$ مناسب را برای اعمال به سیستم محاسبه کند. البته در دیالگرام (۲-۲) فرض کرده ایم که جریان کننده (یا کنترل کننده) $K(s)$ فقط بر روی تفاضل $r(t) - \bar{y}(t)$ عمل می کند. به عوامل $r(t) - \bar{y}(t)$ (ناقص هوبون ۱۳۴۴) سیگنال خطا خواهیم گفت و آنرا با $e(t)$ نمایش می دهیم.

نمونه بد شکل (۲-۲). مسئله طراحی کنترل کننده $K(s)$ را می‌توان به این صورت بیان کرد که

می‌خواهیم $K(s)$ (که تابعی گویا دهمه از s باشد) را انتخاب کنیم تا خروجی $y(t)$ ورودی

منای $r(t)$ را (بدون خطا یا مازای کم) دنبال کرده و بی اثر اغتشاش‌های ورودی

$d_1(t)$ و خروجی $d_2(t)$ و ضوضای نویز اندازه‌گیری $n(t)$ بر روی خروجی $y(t)$ تا حد امکان

کاهش پیدا کند و سیستم حلقه بسته نیز پایدار باشد. البته این اعمال ممکن است باید با فرض تقریبی

بودن مدل سیستم یعنی $G(s)$ انجام شوند.

عملاً در مسئله کنترلی که معرفی نمودیم، اگر $r(t)$ هنوز با مقدار ثابتی باشد آنگاه به مسئله

کنترلی مربوط به یک رگولاتور یا مسئله طراحی یک رگولاتور (Regulator Problem) گفته

می‌شود. اگر ورودی منای $r(t)$ بازمان تغییر کند آنگاه به مسئله مورد بحث، مسئله

دنبال‌کننده (Tracking Problem) گفته می‌شود. مسئله رگولاتور عملاً در فرآیندهای

سختی مورد استفاده فراوان دارد و در اینگونه سیستم‌ها وظیفه سیستم کنترلی در صحت از بین

بردن اغتشاش می‌باشد.

توجه شد که در تمام مراحل طراحی فرضی برای واحد برد که $G(s)$ ثابت بوده و داده شده است

در می‌توان آزادی تغییر داد. البته در بعضی از مسائل ممکن است که در نهایت به این نتیجه برسیم که

طبیعت سیستم پهنای می‌باشد که کنترل آزا مشکل مزده است و برای کنترل مطلوب باید در

سیستم تغییراتی بدهیم که در نتیجه موجب بعضی شدن مدل $G(s)$ خواهد شد.

البته در بسیاری از موارد، لزومی به استفاده از سیستم کنترلی حلقه بسته صورت شکل

(۲-۲) نمی‌باشد و می‌توان با استفاده از یک کنترل کننده حلقه باز سیستم را کنترل نمود. منظور

از یک سیستم کنترلی حلقه باز سیستمی باشد شکل (۲-۲) می‌باشد که در آن حلقه

باز بازنده -الت و یا به عبارت دیگر $\gamma(s)$ مداره صفر الت. منظور شکل برای آنکه

خود را در منای $r(t)$ را دنبال کند. در یک سیستم کنترلی حلقه باز می‌توان همان‌گونه که $K(s)$

مکان سیستم $G(s)$ (یا تقریبی از مخرج $G(s)$) در یک محدوده فرکانسی مناسب

تعیین نمود. اشکال سیستم حلقه باز این است که در آن می‌توان از اغتشاش‌های $d_1(t)$

و $d_2(t)$ را بر روی خروجی تصحیف نمود در حالیکه منظور از فراموش دید این عمل در سیستم کنترلی

توجه مکان نیز است.

در سیستم‌های کنترل، مشخصه تمایز سیستم‌های ورودی و خروجی از هم این است که
 وی در سیستم‌های حلقه بسته نشان خواهیم داد که می‌توان حالت را تغییرات (۱۱۱) کاهش
 داد. بنابراین یک سیستم (۱۱۱) ناپایدار را به هیچ وجه نمی‌توان بصورت حلقه باز کنترل نمود
 در حالی که با استفاده از سیستم کنترلی حلقه بسته می‌توان این چنین سیستمی را پایدار کرد.
 پس بهترین خواص یک سیستم کنترلی حلقه بسته را می‌توان با قابلیت آن کاهش و یا از بین بردن اثرات نامطلوب

کاهش حالت سیستم به تغییرات پارامترها، و پایدار نمودن یک سیستم ناپایدار ذکر نمود.
 البته استفاده از سیستم کنترلی حلقه بسته معایب خود را دارد که بهترین آنها افزایش
 قیمت سیستم و امکان ناپایدار شدن یک سیستم پایدار با استفاده از سیستم خود را می‌باشد، ولی
 معایب فزاینده نسبت به مزایای متعدد آن قابل اغماض بود و امروزه از سیستم‌های
 کنترلی حلقه بسته به صورت شکل (۲-۲) بوضوح در عمل استفاده می‌شود.

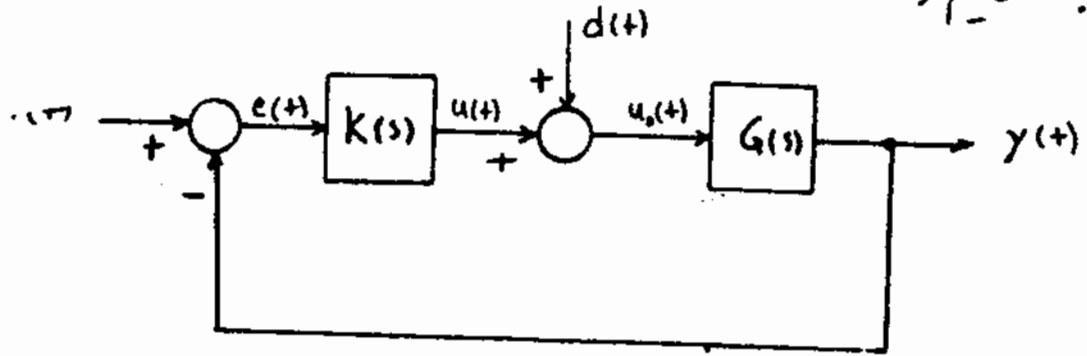
مانند آنکه در درس‌های قبل دیده‌اید، مهمترین خاصیت یک سیستم کنترلی حلقه بسته، پایداری
 آن می‌باشد و این خاصیت همواره باید دقیقاً مورد بررسی قرار گیرد. متأسفانه در اکثر کتاب‌های
 کارشناسی محدودترین دقیقاً از پایداری سیستم حلقه بسته شکل (۲-۲) شده است و در قیمت
 بعد درباره این موضوع به تفصیل بحث خواهیم کرد.

۲-۳- پایداری سیستم حلقه بسته

در ابتدا موردی بر مفهوم پایداری (Stability) یک سیستم خواهیم داشت. همانطور که در درس‌های
 قبلی دیده‌اید، طبق تعریف می‌گوییم یک سیستم از نظر ورودی-خروجی پایدار است اگر ورودی‌های
 محدود باعث خروجی‌های محدود شوند. به عبارت دیگر اگر m وجود داشته باشد به عبارتی
 $m \leq |u(t)|$ که در اینجا $u(t)$ ورودی سیستم می‌باشد، آنگاه باید بتوان کران
 M را بدست آورد بگونه‌ای که $M \leq |y(t)|$ که در اینجا $y(t)$ خروجی سیستم می‌باشد.
 برای سیستم‌های سببی که تابع تبدیل آنها تابعی گویا و ساده از s می‌باشند، پایداری از نظر ورودی-
 خروجی معادل است با اینکه تمامی ریشه‌های چند جمله‌ای مخرج تابع تبدیل در سمت چپ
 محور s قرار داشته باشند.

۱- Bounded Input - Bounded Output Stable. در این کتاب فرآه معتاد از پایداری می‌گویند.
 منظور از پایداری از نظر ورودی-خروجی خواهد بود.

حال که با مفهوم پایداری برای یک سیستم ساده ما ورودی $u(t)$ و خروجی $y(t)$ آشنا شده ایم، در ادامه درباره پایداری سیستم مرکبی که در صورت خواهم کرد.



شکل (۲-۳) - یک سیستم کنترلی با پس‌خور واحد

طبق تعریف سیستم ترکیب شکل (۲-۳) از نظر ورودی-خروجی پایدار است اگر سیستم ساده از ورودی مستقل (یا فرضی مفروضه ورودی دلتا) به هر خروجی قابل تعریف در سیستم حلقه بسته از هر ورودی خروجی پایدار باشد. توجه کنید که به نظر مثال سیگنال‌های $e(t)$ و $u_1(t)$ علاوه بر خروجی واقعی $y(t)$ ، خروجی‌های قابل تعریف در سیستم حلقه بسته می‌باشند. تعریف پایداری که اینجا ذکر شده کاملاً دقیق بوده و با تعریفی که عمده در کتاب‌های دوره کارشناسی کنترل می‌گذرد متفاوت است. در اینگونه کتاب‌ها برای پایداری سیستم حلقه بسته ذکر می‌کنند که ساده از $u(t)$ به $y(t)$ باید از نظر ورودی-خروجی پایدار باشد و همانطور که خواهم در تعریف دقیق و صریح می‌باشد [۱۳].

همچنین شکل (۲-۴) واضح است که رابطه بین هر ورودی و هر خروجی قابل تعریف در سیستم ترکیب زیر بیان نمود:

$$G_{y,u}(s) \triangleq \frac{k(s) G(s)}{1 + k(s) G(s)} \quad (2-4)$$

$$G_{d,y}(s) \triangleq \frac{G(s)}{1 + k(s) G(s)}$$

همچنین می‌توانیم برای سیستم ترکیب شکل (۲-۴) پایدار است به لحاظ جفت ترکیب $(k(s), G(s))$

$$G_{n_1}(s) \triangleq \frac{K(s)}{1 + K(s)G(s)} \quad (2-5)$$

$$G_{n_2}(s) \triangleq \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \quad (2-6)$$

پس لینز مرکب شکل (۲-۳) پایدار است. اگر فقط از هر دو تابع تبدیل (۲-۲) تا (۲-۶) پایدار
 باشند خواهیم داد که پایداری (۲-۳) و (۲-۶) پایدار معادل بوده و همینطور برای تعیین
 طبق ترکیب کافی است که پایداری دو تابع تبدیل (۲-۴) و (۲-۵) را مورد بررسی قرار دهیم. علاوه بر
 کنترل کننده از فرادردی - فرقی پایدار می ماند (تطبیقی $K(s)$ هکی کمیت پد دور می
 آنگاه پایداری لینز مرکب شکل (۲-۳) با پایداری تابع تبدیل (۲-۴) معادل است و در
 اینصورت فقط باید به چک کردن پایداری یک تابع تبدیل خواهیم داشت [۱۳].

برای مایش حقیق در سنده در باره پایداری نتیجه گیری های کلی تر، در ادامه از
 مدلم که همان سنده $K(s)$ و لینز $G(s)$ در شکل (۲-۳) را بتوان صورت زیر نوشت

$$K(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{\bar{n}(s) \alpha(s)}{\bar{d}(s) \beta(s)} \quad (2-7)$$

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{\bar{b}(s) \beta(s)}{\bar{a}(s) \alpha(s)} \quad (2-8)$$

در اینجا $n(s)$ و $d(s)$ چند جمله ای های صورت و مخرج $K(s)$ بوده و طبق ترتیب
 ریشه مشترکی ندارند و همینطور $b(s)$ و $a(s)$ چند جمله ای های صورت و مخرج $G(s)$
 می باشند و این دو نیز طبق ترتیب ریشه مشترکی ندارند. چند جمله ای $\alpha(s)$ نیز بزرگترین
 مقوم علیه مشترک $n(s)$ و $a(s)$ می باشد و $\beta(s)$ نیز بزرگترین مقوم علیه مشترک
 $d(s)$ و $b(s)$ است. $\bar{n}(s) \triangleq n(s)/\alpha(s)$ ، $\bar{d}(s) \triangleq d(s)/\beta(s)$ ، $\bar{a}(s) \triangleq a(s)/\alpha(s)$ و
 $\bar{b}(s) \triangleq b(s)/\beta(s)$. علاوه بر این خواهیم که توابع $K(s)$ و $G(s)$ هر دو سنده بوده و همینطور
 چند جمله ای $p(s)$ را صورت زیر تعریف می کنیم :

$$p(s) \triangleq \bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s) \quad (2-9)$$

$$G_{xy}(s) \equiv \frac{K(s) G(s)}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{n}(s) b(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s))} = \frac{\bar{n}(s) b(s)}{p(s)} \quad (2)$$

$$G_{dy}(s) \equiv \frac{G(s)}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{d}(s) \bar{b}(s) \beta(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s)) \alpha(s)} = \frac{\bar{d}(s) \bar{b}(s) \beta(s)}{p(s) \alpha(s)} \quad (3)$$

$$G_{ru}(s) \equiv \frac{K(s)}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{n}(s) \bar{a}(s) \alpha(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s)) \beta(s)} = \frac{\bar{n}(s) \bar{a}(s) \alpha(s)}{p(s) \beta(s)} \quad (4)$$

$$G_{re}(s) \equiv \frac{1}{1 + K(s) G(s)} = \frac{\bar{d}(s) \bar{a}(s)}{(\bar{d}(s) \bar{a}(s) + \bar{n}(s) \bar{b}(s))} = \frac{\bar{d}(s) \bar{a}(s)}{p(s)} \quad (5)$$

توجه به روابط (۲۷) و (۲۸) و همچنین $\alpha(s)$ و $\beta(s)$ می دانیم که $\bar{n}(s)$ و $\bar{a}(s)$ ریشه مشترک ندارند و همچنین $\bar{d}(s)$ و $\bar{b}(s)$ ریشه مشترک نخواهند داشت. پس صورت و مخرج (۲۷) باید ریشه مشترکی ندارند. همچنین صورت و مخرج (۲۸) نیز باید ریشه مشترکی ندارند. پس پایبندی (۲۸) و (۲۷) باید نیز مفادند.

بنابراین می توان مشاهده کرد که $\bar{d}(s) \bar{b}(s) \beta(s)$ ریشه مشترکی با $\bar{a}(s)$ نداشته باشد. $\bar{n}(s) \bar{a}(s) \alpha(s)$ نیز ریشه مشترکی با $\beta(s)$ ندارد. پس در صورت پایبندی (۲۸)

توجه گرفت که تمامی ریشه های $\alpha(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی مستقیم و غیر مستقیم است که (۲۸) پایبندی باشد. همچنین در

پایبندی (۲۸) می توان نتیجه گرفت که تمامی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی ریشه های $\alpha(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی مستقیم و غیر مستقیم است که (۲۸) پایبندی باشد. همچنین در

پایبندی (۲۸) می توان نتیجه گرفت که تمامی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی ریشه های $\alpha(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی مستقیم و غیر مستقیم است که (۲۸) پایبندی باشد. همچنین در

پایبندی (۲۸) می توان نتیجه گرفت که تمامی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی ریشه های $\alpha(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی مستقیم و غیر مستقیم است که (۲۸) پایبندی باشد. همچنین در

پایبندی (۲۸) می توان نتیجه گرفت که تمامی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی ریشه های $\alpha(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی مستقیم و غیر مستقیم است که (۲۸) پایبندی باشد. همچنین در

پایبندی (۲۸) می توان نتیجه گرفت که تمامی ریشه های $\beta(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی ریشه های $\alpha(s)$ مستقیم و غیر مستقیم و آر تانسی مستقیم و غیر مستقیم است که (۲۸) پایبندی باشد. همچنین در

(۲-۱۴)
 بلافاصله
 پایدار
 در
 (۲-۲)
 رسیدن

ال لسترن گفته $K(s)$ پایدار باشد، آنگاه بازآورد به (۲-۷) واضح است که
 ریشه های $B(s)$ همگی سمت چپ محور سن خواهند بود. پس اگر $G(s)$ (تابع تبدیل
 (۲-۱۱) پایدار باشد، آنگاه واضح است که ریشه های $A(s)$ همگی سمت چپ محور سن
 خواهند بود. علاوه بر ریشه متناهی صورت و مخرج (۲-۱۱) فقط می توانیم بین $B(s)$ و $A(s)$ تالی
 رد مورتی که ریشه های $B(s)$ همگی سمت چپ محور سن باشد، آنگاه طبیعتاً ریشه های
 مخرج $B(s)$ و $A(s)$ نیز همگی سمت چپ محور سن خواهند بود. پس از روی پایداری
 (۲-۱۱) و با فرض سمت چپ بودن ریشه های $B(s)$ می توان نتیجه گرفت که ریشه های $A(s)$ همگی
 سمت چپ بوده و در نتیجه می توان پایدار (۲-۱۰) و (۲-۱۱) و (۲-۱۲) را نتیجه گرفت. پس
 با فرض پایداری $K(s)$ ، پایداری سیستم رکت شکل (۲-۳) با پایداری $G(s)$ (۲-۱۱) معادل می باشد.

(۲-۲)
 صورت
 حوا
 روی
 تابع
 (۱۲)

همینطور می توان نشان داد که با فرض پایداری $G(s)$ ، سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳)

پایدار است، اگر فقط از $G(s)$ (تابع تبدیل (۲-۱۲) پایدار باشد. پس در این حالت نیز
 فقط کافی است که پایداری یک تابع تبدیل را مورد بررسی قرار دهیم.

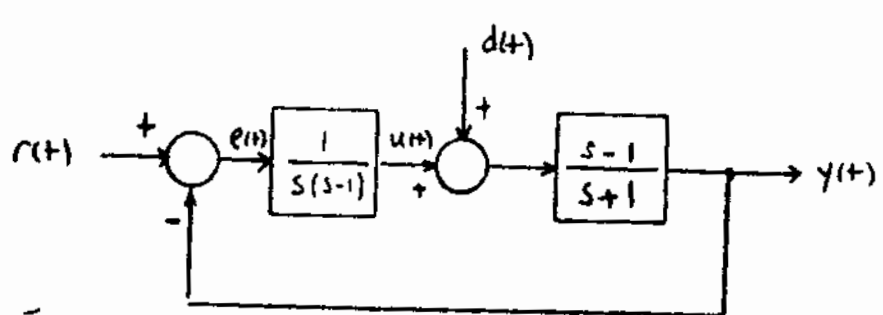
نکته مهم دیگر این است که اگر حذف ناپایدار بین $K(s)$ و $G(s)$ اتفاق نیفتد و یا به

عبارت دیگر اگر ریشه های $A(s)$ و $B(s)$ همگی سمت چپ محور سن باشد، آنگاه پایداری

(۲-۱۰) و (۲-۱۱) و (۲-۱۲) و (۲-۱۳) همگی با یکدیگر معادل است. پس برای تشخیص پایداری

سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳) با فرض عدم وجود حذف ناپایدار، می توان پایداری هر یک از توابع
 تبدیل (۲-۱۰) تا (۲-۱۳) را مورد بررسی قرار داد. در ادامه به ذکر یک مثال می پردازیم.

مثال ۲-۱: درباره پایداری سیستم حلقه بسته زیر اظهار نظر کنید



شکل (۲-۴) ناپایدار و غیر قابل حذف صورت در سمت راست را محور سن

با استفاده از یازام مغزی واضح است که داریم :

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$G(s) = \frac{s(s-1)}{s^2 + s + 1}$$

(۲-۱۴)

$$G_{ru}(s) = \frac{s+1}{(s-1)(s^2 + s + 1)}$$

$$G_{re}(s) = \frac{s(s+1)}{s^2 + s + 1}$$

ملاحظه چون تابع تبدیل $G_{ru}(s)$ از نوآوردی خودی بایدارنی باشد، پس نسبت طلعه نسبت به هر زنگ بایدار نیست! توجه کنید که در اینجا هر ۲ تابع تبدیل G_p ، G_d و G_{re} بایدار می باشند • در انتهای این قسمت در این نکته ضروری است که بایدارهای سیستم های شکل (۲-۳) و شکل (۲-۲) با یکدیگر معادل است چون در سیستم شکل (۲-۲) نیز تابع تبدیل بین هر ورودی و هر خروجی مشابه یکی از چهار تابع تبدیل (۲-۳) تا (۲-۶) قابل بیان می باشد.

۲- حذف صف و قطب سیستم و کنترل کننده

در قسمت قبل مشاهده کردیم که در هنگام بررسی بایدارهای سیستم طلعه نسبت باید به حذفی صورت گرفته بین صف و قطبهای سیستم و کنترل کننده توجه خاصی مبذول داریم. در این قسمت نشان خواهیم داد که قتی حذف صف و قطبهای بایدار نیز باید به وقت انجام شود چون بر روی کارایی سیستم تأثیر می گذارد.

سیستم شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید. همانطور که در قسمت (۲-۳) توضیح داده شد، تابع تبدیل بین ورودی مناس (۲-۴) و خروجی کنترل کننده $(u+1)$ بصورت رابطه (۲-۲۲) (تابع $G_{ru}(s)$) می باشد. پس صفهای سیستم که بوسیله قطبهای کنترل کننده حذف شده اند (ریشه های $\beta(s)$) بصورت قطبهای تابع تبدیل $G_{ru}(s)$ ظاهر خواهند شد.

طله از بعضی از این صفهای حذف شده سیستم در نزدیکی محور مناس (و البته مستقیم) قرار داشته باشند، آنگاه مدت زایل زیادی طول خواهد کشید تا اثر تغییرات u بر روی u از بین رود. توجه کنید که تابع (۲-۲۲) ، تابع تبدیل مناس است چون نمایانده حلونگی تغییرات ورودی دستر داده شده به سیستم برای هر ورودی مناسی (۲-۴) می باشد و در مراحل مختلف برای باید رفتار (۲-۲۲) را صد در صدی قرار دهیم.

علاوه قطبهای سیستم (G(5)) که توسط صفهای کنترل کننده (K(5)) حذف می‌شوند
 (یعنی ریشه‌های (5)) همگی صورت قطبهای تابع تبدیل $G_{hp}(s)$ ظاهر خواهند شد. پس اگر
 قطبهای حذف شده سیستم در نزدیکی محور $s=0$ (و البته سمت چپ) قرار داشته باشند، انتخاب مدت
 زمان زیادی طول خواهد کشید تا اثر انتقال $d(+)$ بر روی خروجی $y(+)$ از بین برود و این ممکن
 است قابل قبول نباشد.

با توجه به مطالب ذکر شده علاوه بر اینکه حذف صفز قطب بر روی محور $s=0$ و یا سمت راست آن
 هیچگاه نباید صورت بگیرد (چون سیستم حلقه بسته باید ارتجاعی بود) حتی حذف صفز قطب سیستم
 و کنترل کننده در سمت چپ محور $s=0$ نیز باید با احتیاط صورت گرفته و پس از انجام حذف همواره
 باید رفتار تابع تبدیل $G_{hp}(s)$ و $G_{hp}(s)$ را بدقت مورد بررسی قرار دهیم. البته صفز و قطب حذف
 شده خود را در تابع تبدیل از ردی مناسبت خودی نمایش نخواهند داد.

۲-۵ - خلاصه

در این فصل علت استفاده از سیستم‌های حلقه بسته را توضیح داده و مسئله طراحی کنترل کننده را
 به وقت تعریف کردیم. علاوه بر این سیستم حلقه بسته را نیز مورد بررسی قرار داده و نشان دادیم که در
 مراحل طراحی کنترل کننده همواره باید حذف صفزهای صورت گرفته بین سیستم و کنترل کننده را بدقت زیر نظر
 داشت باشیم. در فصل بعدی درباره چگونگی نیل به اهداف ذکر شده در این فصل به وقت بحث
 خواهیم کرد.

دنبال کردن دستور و ازین بردن امتتاس

در این فصل دربارهٔ حل کردن دنباله دستور (Command Following) (r^+) و ازین بردن یا کاهش اثر امتتاس (Disturbance Rejection) بر اساس عمل قطبهای سیستم کنترل کننده و پاسخ فرکانسی آنها به تفصیل بحث خواهیم کرد. سپس دربارهٔ مفهوم خاصیت کارایی سیستم به تغییرات پارامترهای آن و ازین فرور در کاهش این خاصیت صحبت می‌کنیم. در انتها نیز چگونه مکتوس کردن یک سیستم و کاهش اثر امتهای غیر فنی در حلقهٔ کنترلی را با استفاده از این فرور به طور گذرا مورد بررسی قرار خواهیم داد.

۳-۱ - دنبال کردن ورودی مسا و ازین بردن اثر امتتاس - محل قطبها

مانند آنچه در فصل ۲ مشاهده کردید، هدف بسیاری از سیستم‌های کنترلی، دنبال کردن یک ورودی منای r^+ و کاهش اثر امتتاس ورودی d^+ و امتتاس خروجی d^+ بر روی خروجی سیستم یعنی y^+ می‌باشد. (برای دیالوگ بلوکی سیستم حلقه بسته مورد بحث می‌توانید به شکل (۲-۲) مراجعه کنید). در این قسمت دربارهٔ حل کردن این عمل بر اساس محل قطبهای $K(s)$ صحبت خواهیم کرد.

حال سیستم حلقه بسته شکل (۲-۲) را در نظر گرفته و فرض کنید که این سیستم حلقه بسته پایدار باشد. فرض کنید که تبدیل لاپلاس ورودی منای r^+ یک تابع لوریای الیفا سره به صورت

$$R(s) = \frac{n_r(s)}{d_r(s)}$$

از ریشههای $d_r(s)$ در سمت چپ محور عمود باشند (به صقیقت این فرض به این معنی است که از مودهای r^+ نارمان به سمت صفر میل می‌کنند) آنگاه به سادگی در ادامه نشان داد که خروجی سیستم y^+ و ورودی منای r^+ را بدون خطای ماندگار

دنبال خواهد کرد (و یا به عبارت دیگر سئیلان فضای $e(t)$ با زمان دست صفر میل خواهد کرد) از

وقتها از قطبهای تابع تبدیل $K(s)G(s)$ ، قطبهای $R(s)$ (یعنی ریشه های چند جمله ای $d_p(s)$)

را شامل باشد.

ترجیح اینکه از سئیلان مبنای زمان به سمت صفر میل کند و از سیستم پدیدار باشد، آنگاه فرقی و ورودی مبنای در حالت ماندگار هر دو همزاده و خطایی وجود نخواهد داشت و هدف اصلی ما از دست یابی به این است که به ما نشان می دهد تحت چه شرایطی سئیلانهای که با زمان به سمت صفر میل می کنند (مانند پله، سیب، سینوس، ... یا ترکیبی از اینها) را می توان بدون خطای ماندگار دنبال کرد. بطور مثال با استفاده از نتیجه ذکر شده واضح است که برای دنبال کردن ورودی مبنای پله احتیاج به داشتن آنلاک استرال کثیر در درون $K(s)G(s)$ می باشد ($K(s)G(s)$ باید آنلاک از نوع

اول (Type I) باشد).

برای نمایش نتیجه ذکر شده فرض کنید $K(s)G(s)$ رابطه صورت کسر درجه بندی $n(s)$ و $d(s)$

$$K(s)G(s) = \frac{n(s)}{d(s)} \quad (3-2)$$

که در اینجا $n(s)$ و $d(s)$ ریشه مشترکی ندارند. بعلاده فرض می کنیم که درجه $n(s)$ کوچکتر از درجه $d(s)$ است. تابع تبدیل از ورودی مبنای $r(t)$ به فضای $e(t)$ در شکل

(3-2) بصورت زیر است:

$$G_{re}(s) = \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \quad (3-3)$$

با جایگزینی (3-2) در رابطه $G_{re}(s)$ داریم

$$G_{re}(s) = \frac{d(s)}{n(s) + d(s)} \quad (3-4)$$

ترد کنیم چون $n(s)$ و $d(s)$ ریشه مشترکی ندارند پس $d(s)$ و $n(s) + d(s)$ نیز ریشه مشترکی نخواهند داشت. با ضرب $G_{re}(s)$ در AU ، تبدیل لاپلاس سئیلان خطا بصورت خواهد آمد:

$$E(s) = \frac{d(s)}{n(s) + d(s)} \frac{n_r(s)}{d_r(s)} \quad (3-5)$$

در ادامه رفتار سئیلان $e(t)$ را مورد بررسی قرار می دهیم.

در ابتدا فرض کنیم که قطبهای $K(s)G(s)$ ، قطبهای $R(s)$ را شکل باشد. به عبارت دیگر $d_p(s)$

وجود داشته باشد بگونه $d(s) = \alpha(s)d_p(s)$. با جایگزینی در (3-5) داریم:

$$E(s) = \frac{\alpha(s) d_r(s)}{n(s) + d(s)} \cdot \frac{n_r(s)}{d_r(s)} = \frac{\alpha(s) n_r(s)}{n(s) + d(s)} \quad (3-6)$$

و چون سیستم حلقه بسته پایدار می‌گردد پس $G_r(s)$ نیز از نظر ورودی - خروجی پایدار بوده و ریشه‌های $n(s) + d(s)$ همگی در سمت چپ محور مجاز دارند. با استفاده از نتایج مقدار نهایی داریم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \alpha(s) n_r(s)}{n(s) + d(s)} = 0 \quad (3-7)$$

و در نتیجه خطا نامتناهی در سمت صفر میل خواهد کرد.

بنابراین ریشه‌های $d_r(s)$ همگی بر روی محور مجاز یا سمت راست آن قرار دارند، پس $d_r(s)$ ریشه‌های $n(s) + d(s)$ شناخته‌شده در نتیجه با استفاده از پیش‌فرض جزئی، رابطه (3-5) را می‌توان به صورت زیر نوشت (توجه کنید که $\beta(s)$ و $\gamma(s)$ دو چند عددی می‌باشند):

$$E(s) = \frac{d(s) n_r(s)}{(n(s) + d(s)) d_r(s)} = \frac{\beta(s)}{n(s) + d(s)} + \frac{\gamma(s)}{d_r(s)} \quad (3-8)$$

حال اگر $e(t)$ بتواند نامتناهی در سمت صفر میل کند، $\gamma(s)$ باید صفر باشد چون ریشه‌های $d_r(s)$ همگی بر روی محور مجاز یا سمت راست آن قرار دارند. پس داریم:

$$\frac{d(s) n_r(s)}{(n(s) + d(s)) d_r(s)} = \frac{\beta(s)}{n(s) + d(s)} \quad (3-9)$$

و چون $n_r(s)$ و $d_r(s)$ ریشه‌های شناخته‌شده برای بازگرداندن رابطه (3-9) باید $d_r(s)$ در $d_r(s)$ بخش‌پذیر باشد. پس با فرض پایداری سیستم حلقه بسته، $e(t)$ بازمان به سمت صفر میل خواهد کرد. اگر فقط

از قطب‌های $K(s)G(s)$ قطب‌های $R(s)$ که بر روی محور مجاز یا سمت راست آن قرار دارند را شامل باشد [3].

در ادامه درباره قطب‌های از بین بردن از افتش من بر روی خروجی بحث خواهیم کرد. حال دوباره سیستم حلقه بسته شکل (3-3) را در نظر گرفته و فرض کنید که این سیستم حلقه بسته پایدار باشد. همچنین فرض کنید که تبدیل لاپلاس $d(s)$ یک تابع گویای آلیدا مرتبه n به صورت زیر باشد:

$$D(s) = \frac{n_d(s)}{d_d(s)} \quad (3-10)$$

و همچنین از ریشه‌های $d_d(s)$ در سمت چپ محور مجاز نباشند (مانند قبل هیچکدام از ورودی‌ها $d_d(s)$ بازمان به سمت صفر نمی‌روند) آنگاه می‌توان با ادبی مشاهده کرد که از قطب‌های $K(s)$ ، $D(s)$ را شامل باشد. آنگاه از $d(s)$ بر روی خروجی $y(t)$ بازمان به سمت صفر میل خواهد نمود. بنابراین از $d(s)$ بر روی خروجی $y(t)$ بازمان به سمت صفر میل کند.

این نتیجه را Internal Model Principle گفته می‌شود. یعنی برای دنبال کردن ورودی‌ها، باید در درون $K(s)G(s)$ وجود داشته باشد.

و سیستم $G(s)$ صفوی ورودی محور s یا سمت راست آن مدالته باشد، آنگاه قطبهای $K(s)$ حتماً قطبهای $D(s)$ را شامل خواهد بود. پس با قرار دادن یک استرال کبر در درون $K(s)$ نظارت می توان از امتتاسش بده را ورودی خودی سیستم ازین برد.

نکته مهمی را که باید در اینجا در نظر گرفت و عمده دانشجویان را با مشکل ورودی کند، این است که اگر امتتاسش $d(s)$ را می دانیم پس چگونه می توان گفت که تبدیل لاپلاس آن فرم $(s-10)$ را دارد؟ توجه کنید که داشتنی قطبهای تبدیل لاپلاس به این معنی می باشد

که $d(s)$ کاملاً منفی می باشد. نظارتش تمام ورودی های بده (با اندازۀ دلخواه) دارای تبدیل لاپلاسی صورت A/s می باشد، پس قطبهای تمامی این سیستمها در $s=0$ قرار دارد و با قرار دادن استرال کبر در $K(s)$ می توان از تمامی این امتتاسشها را ازین برد.

همینطور با قرار دادن در قطب $s=+2$ در $K(s)$ می توان از تمام سیستمهای سیستمی (زکسایه) با هر اندازه را ورودی خودی ازین برد. علاوه تمامی سیستمهایی که آرام یقین می کنند می توان با بده تقویب زد و اگر سیستم تعداد از امتتاسشات بده را ورودی خودی ازین ببرد آنگاه خواهد توانست که از تمام سیستمهایی که آرام نیز یقین می کنند را ورودی خودی ازین ببرد.

امتتاسش که در شکل (۲-۳) آمده است، متناز با امتتاسش ورودی در شکل (۲-۲) می باشد با توجه به مطالب ذکر شده واضح است که از تقوایم امتتاسش خودی $d(s)$

شکل (۲-۳۱) را بر روی خودی ازین بریم، آنگاه گمانی است که قطبهای حاصل ضرب $K(s)G(s)$ قطبهای (نایابدار) تبدیل لاپلاس $d(s)$ را شامل باشد. در ادامه ذکر یک مثال در باره حلدنن استفاده از نتایج این قسمت خواهیم پرداخت.

مثال ۳-۱: سیستم کندهی حلده شده شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید و فرض کنید که

$$G(s) = \frac{1}{s+2} \quad (۲-۱۱)$$

صراحت کننده $K(s)$ را بپوشانای طرانی کنید تا پاسخ سیستم نه ورودی بده قطبهای مانند گار ندالته باشد و ماگزیم جسی بر روی بده $s=2$ باشد. همینطور از امتتاسشنی که صورت بده می باشد نیز در حالت مانند گار بر روی خودی ازین برود.

مزی آید که بتوان ورودی بده را بدون خطا دنبال نمود. $K(s)G(s)$ باید اقلای یک قطب در $s=0$ داشته باشد. پس ساده ترین فرم ممکن برای صراحت کننده $K(s) = k/s$ می باشد.

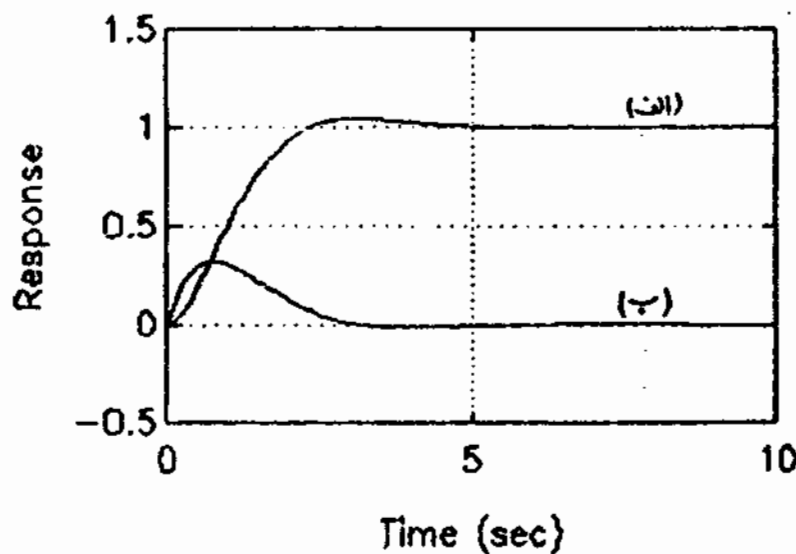
در این مسئله محض در سنجش ما انتخاب $K(s)$ هرگز یک کنترل لیر، از امتحان
 که هرگز به یه بی باشد در روی فرقی این خواهد رفت. پس گامی است تا به K را اندازی
 انتخاب کنیم تا ما را s بسازد. معادله منصفه لیر حلقه بسته هرگز

$$s^2 + 2s + K \quad (3-12)$$

برای $K=2$ انتخاب
 بسازد. برای اینکه ما s بسازد، باید $\frac{K}{s} = 2$ بسازد پس گامی است $K=2$ انتخاب
 بسازد و با این انتخاب جبران کننده $K(s)$ هرگز در خواهد بود

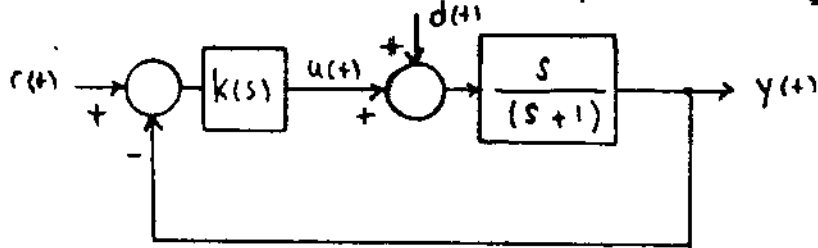
$$K(s) = \frac{2}{s} \quad (3-13)$$

با این سیستم حلقه بسته به ورودی مابقی به واحد و ورودی انتهای بسازد در شکل (3-11) رسم
 شده است. ما توجه به معادله منصفه واضح است که زمان نشست $(t_s \approx 4)$ ثانیه بوده
 و این امر خوبی از روی پاسخ رسم شده مشخص است. البته ما استفاده از اصل جمع آنها،
 در صورت وجود امتحان و ورودی مابقی هرگز همان بسازد بهترین با ترکیب پاسخهای شکل (3-11)،
 فرقی $y(t)$ سیستم حلقه بسته را بدست آورد. همیشه توجه کنید که از حلقه بسته بسازد را باز کرده و
 سیستم را هرگز حلقه باز کنترل کنیم، آنگاه به هیچ وجه در آن از امتحان $d(t)$ را در روی فرقی $y(t)$
 گامی دارد. البته در این فرقی می گوییم که فقط فرقی از ورودی بین $u(t)$ تحت کنترل ما بوده و امتحان نیز
 قابل اندازه گیری می باشد



شکل (3-11) - الف) $y(t)$ برای $r(t)$ به واحد
 ب) $y(t)$ برای $d(t)$ به واحد

مثال ۳-۲: در این مثال سیستم حلقه بسته زیر را در نظر بگیرید.



شکل (۳-۲). شکل مثال (۳-۲)

می خواهیم جریان کسره $K(s)$ را بدنه ای پیدا کنیم تا خروجی سیستم ورودی میلی به را بدون خطای ماندگار دنبال کند. در اولین نگاه ممکن است جریان کسره $K(s) = \frac{1}{s^2}$ برای این هدف مناسب برسد چون ما این انتخاب $G(s)K(s)$ یک قطب در $s=0$ داشته و شرایط قضیه ای که قبلاً ذکر کرده ایم برای دنبال کردن ورودی به واحد برقرار بوده و $G_p(s)$ نیز پایدار می باشد.

از آنجایی که دقیقاً به این مطلب بپردازیم متوجه خواهیم شد که سیستم حلقه بسته ما به آن کسره پیشنهادی پایدار نمی باشد چون ما این $K(s)$ و $G(s)$ حذف ورودی مکرر نیز یا کمالت آن اتفاق افتاده است! در واقع اگر تابع تبدیل از r به u را در این مثال می دانیم، خواهیم داشت

$$G_u(s) = \frac{s+1}{s(s^2+s+1)} \quad (3-14)$$

که از نظر ورودی - خروجی پایدار نمی باشد! توصیه فیزیکی نتایج بدست آمده بسیار ساده است. تابع تبدیل سیستم $G(s)$ در این مثال نمایانگر یک مشتق بگیر بوده که خروجی آن از یک فیلتر پائین گذار رد شده است. پس اگر بخواهیم خروجی این سیستم مقدار ثابتی را همواره حفظ کند، ورودی آن باید با شیب ثابت افزایش پیدا کند و در نتیجه $u(t)$ تا زمان زیاد شده و مقدار محدودی نخواهد داشت. این نیز علت ناپایداری سیستم حلقه بسته است.

با توجه به مطالب ذکر شده واضح است که در این مثال مخصوص هیچگاه نمی توان $K(s)$ را بدنه ای انتخاب کرد تا خروجی سیستم مستقل به را بدون خطای ماندگار دنبال کند چون برای قرار دادن اشتغال لیر در دون $G(s)K(s)$ همواره باید صفر سیستم در $s=0$ را با قطب کنترل کننده حذف کنیم و این لبب ناپایداری سیستم حلقه بسته خواهد شد.

در این قسمت دربارهٔ چندین دنبالهٔ ورودی و دردی می‌نماید که از آنجا براساس
 معیارهای مناسب در حوزهٔ فرکانس صحبت خواهیم کرد. برای این منظور در ابتدا احتیاج به
 چند تعریف اولیه داریم.

سینیل $x(n)$ یا تبدیل فوریه $R(\omega)$ را در نظر بگیرید. محدودهٔ فرکانس ω را بر اساس
 طیف $x(n)$ به صورت زیر ترتیب می‌کنیم

$$(2-15) \quad \{ \omega \mid |R(\omega)| > \epsilon \}$$

که در اینجا ϵ همواره یک آستانه از قبل مشخص شده است. در حقیقت ω نمایانگر آن فرکانسها
 است که سینیل $x(n)$ بیش از حد را در آن خواهد داشت (به عبارت دیگر ϵ را مقدار
 کوچکی انتخاب می‌کنیم).

برای بدست آوردن خطای نسبی در دنبال کردن یک ورودی می‌توانیم در نیمهٔ طیف ω شکل
 (2-2) را ملاحظه کنیم که تابع تبدیل از $x(n)$ به $e(n)$ را مورد بررسی قرار دهیم. (در
 این مرحله فرض می‌کنیم که d_1, d_2, \dots, d_n همگی صفر بوده و فقط از $x(n)$ را بررسی می‌کنیم)
 ما نیز به شکل واضح است

$$(2-12) \quad G_{re}(\omega) = \frac{1}{1 + K(\omega)G(\omega)}$$

حال ما می‌توانیم با استفاده از معیار $G_{re}(\omega)$ به بررسی ورودی می‌توانیم $x(n)$ سینوسی با فرکانس ω را در نیمهٔ طیف
 آنگاه با استفاده از خطای بودن و رابطه (2-12) می‌توانیم که $e(n)$ نیز خود یک سینیل سینوسی با
 فرکانس ω بوده و اندازه آن مقدار $|G_{re}(\omega)|$ تقویت (یا تضعیف) شده و فاز آن
 نیز مقدار $\angle G_{re}(\omega)$ که تغییر پیدا خواهد کرد. با استفاده از این حقیقت واضح
 است که برای کاهش خطای نسبی در دنبال کردن یک سینیل سینوسی با فرکانس ω ،
 کافی است که اندازه $|G_{re}(\omega)|$ را تا حد امکان کوچک کنیم و یا معادلاً اندازه $|1 + K(\omega)G(\omega)|$
 را تا حد امکان بزرگ انتخاب کنیم و بزرگ بودن اندازه $|1 + K(\omega)G(\omega)|$ در مقابل با هم در واحد با
 بزرگ بودن اندازه $|K(\omega)G(\omega)|$ معادل است. حال اگر طبق ترتیب قبلی، محدودهٔ فرکانسی که
 در آن بیش از حد را دارد با ω همیشگی دهیم، آنگاه برای دنبال کردن این سینیل با خطای کم کافی است

$$|K(\omega)G(\omega)| \gg 1, \quad \omega \in \Omega_m$$

و نتیجه می‌گیریم:
 (2-17)

توجه کنید که برای هر عدد متعلق به \mathbb{C} ماضی ایکه $a \gg 1$ باشد داریم

$$(3-18) \quad |a+1| \leq |a+e| \leq |a-1|$$

و اگر $a \gg 1$ باشد (بدون توجه به فاز آن) خواهیم داشت $|a+1| = |a+e|$ پس بطور مثال برای یک سیگنال $x(t)$ میزنند داشته باشیم

$$(3-19) \quad \Omega_r = \{ \omega \mid |a+1| \leq 3 \text{ rad/sec} \}$$

آنگاه برای ایکه تمام ورودی های سینوسی با فرکانس کمتر از 3 rad/sec را با فطای کمتر از 10% دنبال کنیم، باید داشته باشیم

$$(3-20) \quad \omega \in \Omega_r, \quad |1 + K(s)G(s)| \gg 10$$

و با استفاده از رابطه (3-18) واضح است که ما انتخاب

$$(3-21) \quad \omega \in \Omega_r, \quad |K(s)G(s)| \gg 10$$

منطقی است (بدون توجه به فاز $K(s)G(s)$) همراه برقرار خواهد بود.

با توجه به مطالب ذکر شده واضح است که برای دنبال کردن یک سیگنال مناسب در محدوده

فرکانسی که این سیگنال بیشتر انرژی خود را دارد باید اندازه $K(s)G(s)$ را بزرگ انتخاب

ماییم. توجه کنید که قرار دادن یک استرال کلم در درون $K(s)G(s)$ باعث شده که

اندازه $K(s)G(s)$ در فرکانسهای پایین بزرگ شده و در نتیجه میسر بتواند ورودی های

فرکانس پایین را با فطای کم (و ورودی های ثابت را با فطای صفر) دنبال کند و در

نتیجه رابطه (3-17) با مطالب قسمت (3-1) کاملاً مکهود می باشد.

حال اگر از انتقاس خودی $d_0(s)$ را بردی $\gamma(s)$ در شکل (3-2) بردی کنیم،

واضح است که تابع تبدیل از d_0 به γ همان تابع تبدیل (3-16) می باشد. پس برای

کامی از انتقاس خودی d_0 بردی خودی $\gamma(s)$ کامی است داشته باشیم.

$$(3-22) \quad \omega \in \Omega_{d_0}, \quad |K(s)G(s)| \gg 1$$

پس دانستی $K(s)G(s)$ بزرگ هم در ازین بردن از انتقاس خودی و هم در دنبال کردن ورودی مناسب مؤثری باشد.

قبل از ادامه بحث به ذکر چند تعریف خواهیم پرداخت. همانطور که تاکنون مشاهده کرده اید، توانایی
 بلند $G(s)K(s)$ و $K(s)G(s)$ مکرراً در مسائل کنترل ظاهر می‌شوند. این دلیل به این توابع
 نامهای خصوصی داده اند. به $K(s)G(s)$ (یا $G(s)K(s)$) عمده بهره حلقه (Loop Gain) گفته می‌شود.
 چون اگر در شکل (۲-۲) حلقه را در نقطه $c(+)$ باز کرده و یک سیگنال
 سینوسی در این نقطه اعمال کنیم (ما فرض می‌کنیم) مقدار بازگشت در این نقطه مقدار فاز و اندازه
 $K(s)G(s)$ - تغییر فاز و اندازه خواهد داد. (عمده بهره) را نادیده گرفته و به $G(s)K(s)$
 بهره حلقه می‌گویند. به $K(s)G(s)$ (یا $G(s)K(s)$) عمده تفاوت برگشت
 (Return difference) گفته می‌شود چون تفاوت سیگنال اعمال شده در $e(t)$ سیگنال
 بازگشتی در این نقطه (سپ از گذشتن از K و G) به اندازه و فاز $K(s)G(s)$ بستگی دارد.
 استفاده از این تعریف واضح است که داشتن بهره حلقه بزرگ باعث کاهش اثرات ناشی از نویز
 و دنبال کردن ورودی می‌شود.

در ادامه درباره حلقه‌های گامش تأثیر امتحان ورودی $d_i(+)$ در شکل (۲-۲) صحبت
 خواهیم کرد. واضح است که تعلق تبدیل از d_i به y برابر است با

$$G_{d_i, y}(s) = \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)} \quad (2-23)$$

سهامی اینک از امتحان ورودی ورودی خودی گامش پیدا کند، در فرکانسهایی که $d_i(+)$
 بیشتر از نویز خود را دارد (بهره) باید داشته باشیم:

$$\left| \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)} \right| \ll 1, \quad \omega \in \Omega_d$$

از اندازه $G(s)K(s)$ خیلی بزرگ باشد، داریم

$$\left| \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)} \right| \approx \frac{|G(s)|}{|K(s)G(s)|} = \frac{1}{|K(s)|} \quad (2-24)$$

اینجا نیز بزرگ بودن $K(s)G(s)$ در فرکانسهای $\omega \in \Omega_d$ باعث کاهش نویز می‌شود.

(۳-۲۴) گامی است داشته باشیم

$$\begin{aligned} & |K(\omega)G(\omega)| \gg 1 \\ & |K(\omega)| \gg 1 \end{aligned} \quad \omega \in \Omega_n \quad (3-24)$$

نتیجه برای اریز کردن از امتساح‌های ورودی کافی است که بهره حلقه را بزرگ کنیم و این بزرگ بودن بهره حلقه باید بجا آید بزرگ بودن $|K(\omega)|$ باشد. بهر حال با قرار دادن انتهای ω در Ω_n (که اندازه $K(\omega)$ را بزرگ کرده و در نتیجه از امتساح‌های فرکانس پایین را بر روی خروجی کاهش خواهیم داد).
برای گامش از نویز بر روی خروجی با استفاده از شکل (۳-۲۴) واضح است که اندازه

$$G_{ny}(\omega) = \frac{K(\omega)G(\omega)}{1 + K(\omega)G(\omega)} \quad (3-27)$$

در فرکانس‌هایی که $n(\omega)$ بیشتر از نویز خود را دارد باید کوچک باشد. حال اگر

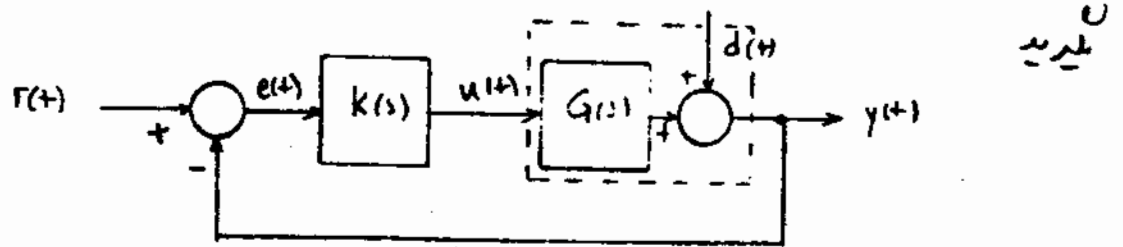
$$|K(\omega)G(\omega)| \ll 1, \quad \omega \in \Omega_n \quad (3-28)$$

آنگاه اندازه $G_{ny}(\omega)$ تقریباً همان اندازه $K(\omega)G(\omega)$ یعنی مقاری کوچک خواهد بود. نکته جالب این است که در این بزرگ بودن از نویز بر روی خروجی بهره حلقه باید کوچک باشد! حال با مقایسه روابط (۳-۱۷) و (۳-۲۸) واضح است که اگر Ω_n داشته باشیم، آنگاه می‌توان بهره همزمان ورودی مینا را دنبال نمود و از نویز را بر روی خروجی گامش داد و یا به عبارت دیگر برای بزرگ بودن (۳-۱۷) و (۳-۲۸) $n(\omega)$ باید بیشتر از نویز خود را در فرکانس‌های متفاوتی داشته باشد! خوشبختانه ورودی مینا و امتساحات ورودی و خروجی عمده بیشتر از نویز خود را در فرکانس‌های پایین دارند و نویز اندازه‌گیر عمده بیشتر از نویز خود را در فرکانس‌های بالا دارد و در نتیجه عمده می‌توان شرایط (۳-۱۷) و (۳-۲۴) و (۳-۲۸) را همزمان برقرار نمود.

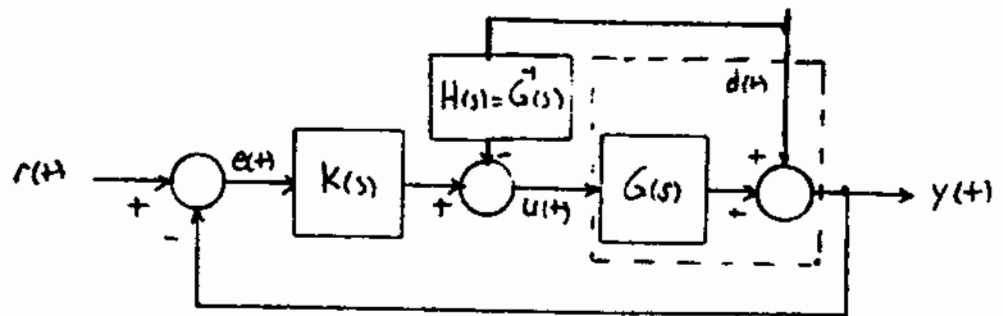
در انتهای این قسمت دوباره ذکر این نکته ضروری است که از امتساحات و نویز عمده از نقل مقصی می‌باشند ولی عمده فرکانس‌ها در آنجا بیشتر از نویز خود را دارند از نقل مقصی بوده

با استفاده از مطالب این قسمت می‌توان سعی کرد تا از آلا در خروجی سیستم کاهش یابد. بطور مثال در همان دریا که مکتبی بر وجود می‌کند از قبل منصفی می‌باشد ولی هر بود وجود موجا کم دسین از منصفی می‌باشد و اثر موج بصورت امتکاشش دارد در سیستم نگاه کنیم، آنگاه می‌توان ما استفاده مطالب این قسمت از امتکاشش را کاهش داد.

توجه شود که اگر امتکاشش قلیل اندازه‌گیری باشد، آنگاه ما استفاده از پیش‌فرد (Feed Forward) می‌توان از آلا ورودی خروجی سیستم کاهش داد. بطور مثال سیستم زیر را در نظر



شکل (۳-۳) - سیستم کنترلی با امتکاشش خروجی
 آنگاه ما فرض اینکه $d(s)$ قابل اندازه‌گیری بوده (دریا از قبل منصفی باشد) با دسین می‌توان با کنترل سیستم بصورت زیر، اثر $d(t)$ را از روی خروجی از بین برد [۱۲].



شکل (۳-۴) - از بین بردن اثر امتکاشش با استفاده از پیش‌فرد
 توجه کنید که در اینجا کاشی الت که $H(s)$ معکوس $G(s)$ فقط در فرکانس‌هایی که $d(t)$ بیشتر از روی خود را دارد، باشد. البته گویا امتکاشش قلیل اندازه‌گیری نبوده و برای از بین بردن اثر آن از پس‌فرد (Feedback) و صورتی که قبلاً توفینج دادیم استفاده کرد.

حالیست سیستم‌ها کنترلی حلقه باز رطقه بسته
 همانطور که قبلاً اثبات کرده‌ام، یکی از مهمترین مزایای سیستم‌های حلقه بسته، قابلیت آنها در کاهش حساسیت سیستم به تغییرات پارامترهای باشد. به عبارت دیگر می‌توان کاری کرد که کارایی سیستم با وجود تغییرات در پارامترها حفظ شود. این از نظر عملی بسیار مهم می‌باشد، چون در واقعیت ما هیچگاه مدل

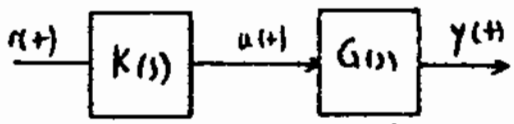
سیستم را دقیقاً می‌دانیم و عملاً رابطه‌ی ورودی-خروجی را با یک سیستم خطی تقریب می‌زنیم و نسبت فرکانس سده‌ها
 نباید به تغییرات مدل بیش از حد حساس باشد.

هرگاه هر حالتی نسبت M نسبت به پارامتر K حساس‌تر است نسبت در صورت تغییرات M
 (نسبتی از تغییرات K) به در صورت تغییرات K و آنگاه S_K^M مایس فراهم داد. با استفاده از این تعریف

$$S_K^M = \frac{\frac{dM}{M}}{\frac{dK}{K}} = \frac{dM}{dK} \cdot \frac{K}{M}$$

$$= \frac{d(\ln M)}{d(\ln K)} \quad (۳-۲۹)$$

توجه کنید که اگر تغییرهای M و K معتدلاً باشند، آنگاه حساسیت S_K^M را بر اساس رابطه در مابین
 (۳-۲۹) تعریف فراهم کرد. در ادامه حساسیت یک سیستم حلقه باز و یک سیستم حلقه بسته را در تغییرات
 مدل سیستم بررسی خواهیم کرد.
 در ابتدا سیستم حلقه باز زیر را در نظر بگیرید:



شکل (۳-۵) - سیستم کنترلی حلقه باز

تابع تبدیل سیستم از u به y را برابر است با

$$G_o(s) = G(s) K(s) \quad (۳-۳۰)$$

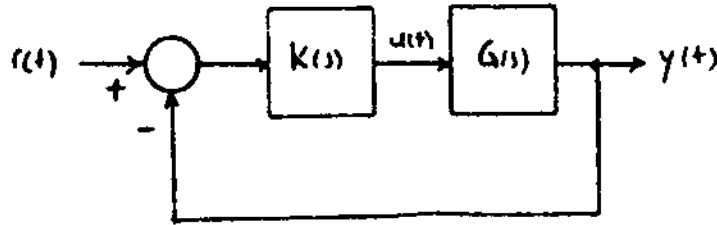
با استفاده از رابطه (۳-۲۹) داریم

$$S_{G_o}^{G_o} = \frac{d(G_o(s))}{dG(s)} \cdot \frac{G(s)}{G_o(s)}$$

$$= K(s) \cdot \frac{G(s)}{G(s)K(s)} = 1 \quad (۳-۳۱)$$

پس حساسیت سیستم حلقه باز به تغییرات $G(s)$ مقدار واحد می‌باشد. به عبارت دیگر ۱۰٪ تغییرات
 در مدل سیستم باعث ۱۰٪ تغییرات در خروجی تبدیل سیستم در سیستم تغییر خروجی سیستم خواهد شد.

در ادامه حالت سیستم حلقه بسته را بررسی می‌کنیم.



شکل (۳-۲) - سیستم حلقه بسته باینس فرورد

تاکنون تبدیل از $y = r$ در این سیستم به صورت زیر است:

$$G_{cl}(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} \quad (3-32)$$

و با استفاده از رابطه (۳-۲۹) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} S \frac{dG_{cl}(s)}{ds} &= \frac{dG_{cl}(s)}{dG(s)} \cdot \frac{G(s)}{G_{cl}(s)} \\ &= \frac{K(s)(1 + K(s)G(s)) - K^2(s)G(s)}{(1 + K(s)G(s))^2} \cdot G(s) \cdot \frac{1 + K(s)G(s)}{K(s)G(s)} \\ &= \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \end{aligned} \quad (3-33)$$

حال اگر $K(s)G(s)$ مقدار بزرگی باشد، آنگاه انداز $S \frac{dG_{cl}(s)}{ds}$ می‌تواند به مراتب کوچکتر از عدد واحد بشود. برای مشاهده دقیقتر این مطلب توجه کنید که تغییرات در $G(s)$ (که آنرا $\Delta G(s)$ نمایش خواهیم داد) باعث تغییرات در $G_{cl}(s)$ (که آنرا با $\Delta G_{cl}(s)$ نمایش می‌دهیم) خواهد شد. بنابراین اگر تبدیل فریب ورودی را با $R(s)$ و خروجی های را $Y(s)$ نمایش می‌دهیم، آنگاه با استفاده از تعریف حالت داریم

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(s) &\triangleq R(s) (G_{cl}(s) + \Delta G_{cl}(s)) \\ &= R(s) \left(G_{cl}(s) + \frac{\Delta G(s)}{G(s)} G_{cl}(s) \right) \\ &= \underline{R(s)G_{cl}(s)} \left(1 + \frac{\Delta G(s)}{G(s)} S \frac{dG_{cl}(s)}{ds} \right) \end{aligned} \quad (3-34)$$

توجه کنید که در اینجا $\gamma(s)$ زخمی می‌تواند تعریف شده است. رابطه (۳-۲۴) را بصورت زیر می‌توان بازنویس کرد

$$\frac{\gamma(s) - \gamma(s)}{\gamma(s)} \triangleq \frac{\Delta \gamma(s)}{\gamma(s)} = \frac{\Delta G(s)}{G(s)} \sum_{G(s)} \quad (3-25)$$

(البته این رابطه را ساده‌تر با استفاده از تعریف حالتی زیر می‌توان تغییر داد، چون داریم $\sum_{G(s)} = \sum_{G(s)} \frac{\Delta G(s)}{G(s)}$) با رابطه (۳-۲۵) واضح است که اگر رابطه زیر برقرار باشد

$$\left| \frac{\Delta G(s)}{G(s)} \right| \ll 1 \quad (3-26)$$

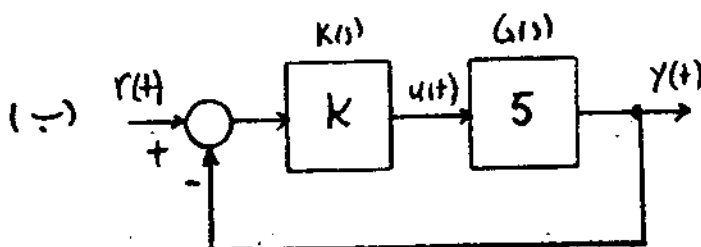
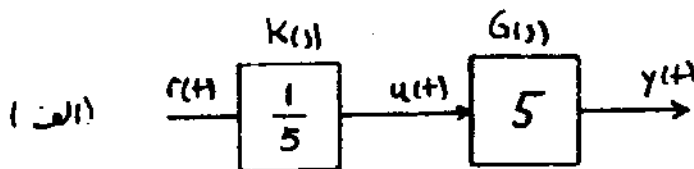
آنگاه نسبت $|\Delta \gamma(s)|$ به $|\gamma(s)|$ بسیار کوچک خواهد بود و یا به عبارت دیگر (۳-۲۶) را می‌توان نوشت $\gamma(s) \approx \gamma(s) + \Delta \gamma(s)$ و در وناس $\omega = 0.51$ ، $\left| \sum_{G(s)} \right|$

باشد، آنگاه با رابطه (۳-۲۵) واضح است که $\Delta \gamma(s)$ تغییر در $G(s)$ ($\frac{|\Delta G(s)|}{|G(s)|} = 0.1$) فقط نامت $\% 0.1$ تغییر در اندازه $\gamma(s)$ خواهد شد و این مقدار بسیار کمتر از تغییرات برای Δ است. Δ می‌تواند

ماتریس به طالب ذکر شده واضح است که با استفاده از استیم حلقه بسته و بزرگ انتخاب

کردن اندازه $|K(s)G(s)|$ می‌توان حالتی استیم را به تغییرات پارامترها لم کرد و این یکی از مهم ترین دلایل استفاده از استیم های حلقه بسته می‌باشد. برای آدرس به ذکر بیشتر می‌پردازیم.

مثال ۳-۳: استیم $G(s) = 5$ را در نظر بگیرید. برای اینکه زخمی $\gamma(s)$ درودی مشابه $\gamma(s)$ را دنبال کند می‌توان از دو استیم کنترلی متفاوت حلقه باز و حلقه بسته بصورت زیر استفاده کرد:



الرتبع تبدیل سیستم دقیقاً همان 5 باله، آنگاه زوجی سیستم حلقه را ورودی را دقیقاً دنبال خواهد کرد و بی حساسیت نسبت به تغییرات مقدار واحد می باشد. پس $20 \leq$ تغییر در $G(1)$ در این صورت با 20 تغییر در زوجی سیستم خواهد شد. ولی در سیستم حلقه نسبت به انتخاب $G(1)$ و $K(1)$ می توان حساسیت را به مقدار قابل ملاحظه ای کم کرد. بطور مثال فرض کنید که $K(1)$ را بزرگتر از مقدار قابل ملاحظه ای کم کرد. بطور

داریم:

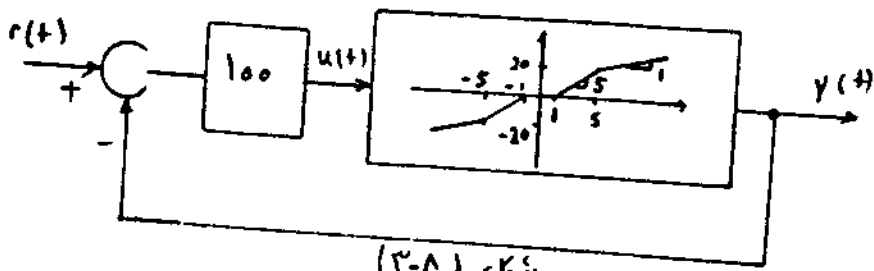
$$(2-27) \quad |K(1)G(1)| \gg 1, \quad \frac{1}{K(1)G(1)} \approx \frac{1}{S^{G(1)}} \quad (2-27)$$

پس برای اینکه حساسیت 0.01 شود، کافی است $|K(1)G(1)|$ را تقریباً 100 انتخاب کنیم. چون $G(1) = 5$ ، پس $K(1) = 20$ انتخاب خواهیم کرد. توجه کنید که در این صورت $G(1) = \frac{100}{20} = 5$ پس زوجی را دقیقاً دنبال می کند و بی تغییرات در $G(1)$ باست تغییرات بسیار کوچکی در سیستم حلقه سبب خواهد شد. بطور مثال اگر $G(1) = 4$ تغییر یابد، آنگاه $G(1) = \frac{80}{8} = 10$ و اگر $G(1) = 6$ تغییر یابد، آنگاه $G(1) = \frac{120}{12} = 10$ خواهد شد و هر دو این مقادیر بسیار نزدیک به مقدار نامی $\frac{100}{10} = 10$ می باشند در صورت تغییرات در $G(1)$ (یا معادله در زوجی) تقریباً 2% است. پس استفاده از این خود در تحلیل حساسیت می تواند کار آیی خوبی داشته باشد.

باز هم به مثال قبل. واضح است که در صورت زیاد بودن بهره حلقه، رفتار سیستم حلقه نسبت به حساسیت بسیار کمی در تغییرات تابع تبدیل $G(1)$ خواهد داشت. نکته حالب این است که حتی اگر سیستم مورد نظر نیز خطی می بود، آنگاه با استفاده از فیدبک می توان کاری کرد که سیستم حلقه نسبتاً تقریباً خطی عمل کند، البته تا سادایده بهره حلقه نسبتاً بزرگ است. برای نمایش اثر فیدبک بر روی اینها می توانیم به ذکر یک مثال می پردازیم.

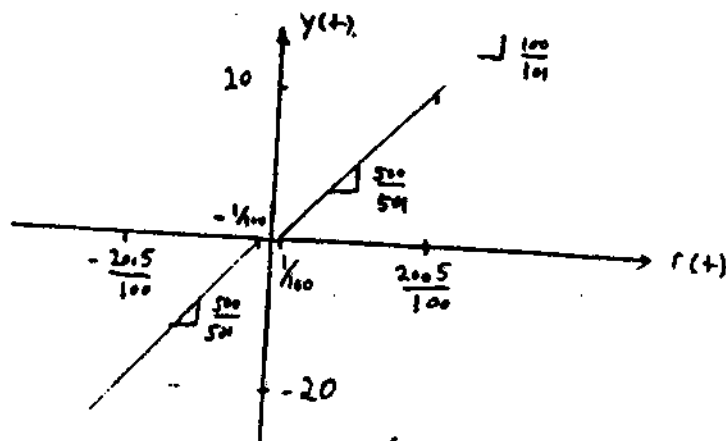
مثال 2-4: سیستم شکل (2-8) را در نظر بگیرید. سادس می توان مشاهده کرد که فیدبک $1 + 4s$ نیز یک رابط قطع-قطع می خواهد بود. توجه کنید که اینها الان نیز خطی زد بوده و رفتار آنرا می توان به 2 مایه مختلف تقسیم کرد:

مثال 2-4: سیستم شکل (2-8) را در نظر بگیرید. سادس می توان مشاهده کرد که فیدبک $1 + 4s$ نیز یک رابط قطع-قطع می خواهد بود. توجه کنید که اینها الان نیز خطی زد بوده و رفتار آنرا می توان به 2 مایه مختلف تقسیم کرد:



شکل (۳-۸)

الف - ناحیه مرده (Dead Zone) ب - پهنای ۵ ج - پهنای ۱ . پس از کمی تأمل می‌توان رابطه بین $r(t)$ و $y(t)$ را بصورت زیر رسم نمود .



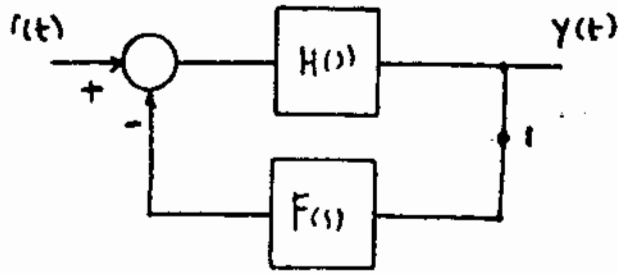
شکل (۳-۹)

توجه کنید که ناحیه مرده به $\frac{1}{100}$ تعریف یافته و پهنای مرده اول $\frac{500}{501}$ و پهنای مرده دوم $\frac{100}{101}$ می‌باشد . پس سیستم حلقه بسته تقریباً مانند یک حلقه با پهنای واحد عمل می‌کند ! استفاده از فیدبک برای کاهش اثر الایتهای غیر خطی ، یک روش بسیار رایج و کارآمدی بسیار بالای بالذ و اصول آن نیز بر کاهش حساسیت در سیستم‌های حلقه بسته استوار است [۱۰] .

در قسمت بعد حساسیت سیستم‌های رارسی فواعم کرد که علاوه بر میر بیشتر ، الایته در مسیر سیگنال نیز دارند و در رقیقت فیدبک واحد نمی‌باشد . کاربرد مطالب ذکر شده در قسمت بعد بیشتر در مسائل طراحی تقویت کننده‌های الکتریکی است و در گذر اول می‌توانید این قسمت را نادیده گرفته و برای ادامه به قسمت بعد مراجعه کنید .

۳-۴ - حساسیت الایتهای مسیر پیشرود و پیچود

سیستم حلقه بسته در شکل (۳-۱۰) را در نظر بگیرید . در این سیستم برخلاف سیستم‌هایی که تا کنون بررسی کرده‌ایم ، مسیر فیدبک نیز واحد می‌باشد . با ادلی می‌توان مشاهده کرد :



شکل - (۳-۱۰)

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \triangleq H_c(s) = \frac{H(s)}{1 + F(s)H(s)} \quad (3-38)$$

در ادامه حالت $H_c(s)$ را به تغییرات F و H نظر جدائمانه مورد بررسی قرار خواهیم داد. استفاده از تقریب حالت داریم

$$\begin{aligned} S_{H(s)}^{H_c(s)} &= \frac{dH_c(s)}{dH(s)} \cdot \frac{H(s)}{H_c(s)} = \frac{1 + F(s)H(s) - F(s)H(s)}{(1 + F(s)H(s))^2} \cdot (1 + F(s)H(s)) \\ &= \frac{1}{1 + F(s)H(s)} \end{aligned} \quad (3-39)$$

حال اگر $|F(s)H(s)| \ll 1$ باشد، آنگاه $|S_{H(s)}^{H_c(s)}|$ و حساسیت سیستم ملایمتر به تغییرات

المان میسر میسر کوچک خواهد بود. برای محاسبه حساسیت $H_c(s)$ به تغییرات $F(s)$ داریم:

$$\begin{aligned} S_{F(s)}^{H_c(s)} &= \frac{dH_c(s)}{dF(s)} \cdot \frac{F(s)}{H_c(s)} = \frac{-H(s)}{(1 + F(s)H(s))^2} \cdot \frac{F(s)(1 + F(s)H(s))}{H(s)} \\ &= \frac{-F(s)H(s)}{(1 + F(s)H(s))} \end{aligned} \quad (3-40)$$

و از دالته بالیم $|F(s)H(s)| \ll 1$ آنگاه $|S_{F(s)}^{H_c(s)}|$ و حساسیت سیستم ملایمتر به

تغییرات الان میسر میسر تقریباً مقدار واحد خواهد بود. پس در شکل (۳-۱۰) تا مادامیکه

هره حلقه باز است، اعتباری به دقت بسیار بالا در الیهای میسر میسر باله در حالیکه

الیهای میسر میسر باید دقیق بوده و تغییرات کمی دالته بالیم. در تقویت کننده های الکترونیکی

الیهای فعال (بند Op-Amp) در میسر میسر قرار دارند و الیهای غیرفعال در میسر میسر

همان بهره تعویث کنده عملیاتی ممکن است تغییرات زیادی داشته باشد ولی اگر بهره حلقه زرخ باشد آنجا از این تغییرات رودی خودی کوچک خواهد بود همینطور با انتخاب انتهای خوب غیرفعال (با استفاده از انتهای خوب که تغییرات کمی دارند) در میسر می شود تا توان تغییرات خوبی را کم کرد.

در مورد لیمه شکل (۳-۱۰) به شدت بسیار طالب دلیلی برای ترانز اشاره کرد. با توجه به (۳-۱۰) واضح است که اگر اندازه بهره حلقه زرخ باشد داریم

$$|F(y)H(y)| \gg 1 \rightarrow H(y) = \frac{H(y)}{F(y)H(y)} = \frac{1}{F(y)} \quad (3-11)$$

در نتیجه در فرضیه‌هایی که بهره حلقه زرخ است، لیمه شکل (۳-۱۰) باشد مگر $F(y)$ عمل می کند.

در این تکیه بر این ساخت مگرس تری یک لیمه استفاده می شود. البته جالب این

است که این خاصیت حتی برای لیمه های بیضی نیز برقرار است در ادامه می بینیم که $H(y)$

یک بهره مالی بوده که آن را با H نمایش خواهیم داد و $F(y)$ نیز یک لیمه بیضی بدون حلقه خواهد بود.

آنها F نمایش خواهیم داد. اگر رودی الان بیضی را با u در خودی آنرا با y نمایش دهیم،

آنجا $y = F(u)$. علاوه بر حلقه بیضی را در شکل (۳-۱۰) در نقطه u باز کنیم و

سپس u به y بیضی در این نقطه اعمال کنیم. آنجا مقدار y است در این نقطه

$H F(u) - H F(y)$ خواهد بود. برای این لیمه، بهره حلقه نسبت $H F(u) - H F(y)$ به u تعریف می کنیم.

مراغه به شکل (۳-۱۰) می توان نوشت:

$$Hr - HF(y) = y \quad (3-12)$$

اگر فرض کنیم که اندازه بهره حلقه خیلی درشت از 1 باشد ($|HF(y)/y| \gg 1$) آنجا با

استفاده از (۳-۱۲) خواهیم داشت $Hr = HF(y)$ یا معادلاً

$$y = F^{-1}(r) \quad (3-13)$$

سپس لیمه شکل (۳-۱۰) باشد مگرس الان بیضی F عمل خواهد کرد (البته در اینجا فرض می کنیم که

مگرس F ورود داشته و همینطور لیمه حلقه بسته پایدار است.) نظر شما با قرار دادن یک دید

(با استفاده از سیمانیل) در میسر می شود یک تعویث کنده عملیاتی توان به یک مشتق لحاظ کنید

برای لیمه حلقه بسته دست یافت [۱۰].

در این فصل دربارهٔ حلقه‌های تقویتی و ردی‌ها و این بدون اثر امتحان در یک حلقه سه مهمت
 در این نشان دادیم که برای نشان کردن سبیل بنا باید اندازه بهره حلقه K_{12} را در زمانهای
 که این سبیل بیشتر از روی خود را دارد و بزرگ انتخاب می‌نامیم. به طور مثال مقرر دادن انداز K_{12} را
 در این بهره حلقه می‌توان وردی‌های و نامی پایین را بدون خطا و در ردی یله را بدون خطای مانند نام
 دنبال بود البته با فرضی اینکه سیم حلقه سه باید باشد.

علاوه بر این کاهش حاصلیت سیم به تغییرات پارامترها نیز باید بهره حلقه را بزرگ انتخاب می‌نامیم.
 در فصل بعد نشان خواهیم داد که برای برآورد کردن شرایط دیگری مانند بایداری با وجود تغییرات پارامترها
 او کاهش اثر نیز باید بهره حلقه را کوچک انتخاب کنیم و انتخاب بهره حلقه بزرگ در تمامی موارد
 مناسب نمی‌باشد.

فصل ۴ پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی مطلوب

در فصل ۳ حالت سیستم‌های حلقه بسته را به تغییرات پارامترها مورد بررسی قرار داده و نشان دادیم که برای حفظ خطای سیستم حلقه بسته با وجود تغییرات مدل سیستم باید بهره حلقه را بزرگ انتخاب نماییم. علاوه بر این دنبال کردن ورودی مناسبتی بدون اثر اغتشاش نیز بهره حلقه را بزرگ انتخاب می‌نماید. در ادامه نشان خواهیم داد که در فرکانس‌هایی که فضای مدل سازی زیاده باشد باید برای حفظ پایداری سیستم حلقه بسته، بهره حلقه را کوچک انتخاب کنیم و در نتیجه مانند ازین بدون اثر نویز، در بعضی از محدوده‌های فرکانسی از بهره حلقه بزرگ باید اجتناب نمود. پس از نمایش این مطلب، در قسمت (۴-۳) درباره رفتار اندازه پاسخ فرکانسی حلقه باز یک سیستم کنترلی مطلوب به تفصیل صحبت کرده و سپس درباره رابطه این فرکانس گذر $\omega_{c,db}$ پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز و مدولت پاسخ سیستم حلقه بسته بحث خواهیم کرد.

۴-۱ - پایداری مقاوم

مانند قبل ذکر کرده‌ایم، پایداری یک سیستم کنترلی حلقه بسته بهترین مشخصه آن است و همواره باید قرار در نظر داشته باشیم، صحبت کردن درباره کارایی سیستمی که ناپایدار است، بی‌معنی است. علاوه بر سیستم حلقه بسته تنها برای مدل‌های سیستم باید پایدار باشد، بلکه با وجود تمام تغییرات ممکن در سیستم حلقه باز، پایداری سیستم حلقه بسته باید حفظ شود. به پایداری با وجود تمام تغییرات ممکن، پایداری مقاوم (Robustness یا Robust stability) گفته می‌شود و امروزه یکی از بهترین مباحث مورد بررسی در علم کنترول است. در ادامه درباره نحو بیان خطاهای سازی و پایداری مقاوم بحث خواهیم کرد.

برای این منظور فرض کنیم که مدل نامی سیستم که در مراحل طراحی مورد استفاده قرار می‌گیرد با $G(s)$ نمایش داده شود. فقط تقریب از رفتار واقعی سیستم می‌باشد و در ادامه فرض می‌کنیم که مدل واقعی سیستم (که معمول است) با فرض خطای $\Delta(s)$ با $G(s)$ نمایش داده شود. آنگاه به چندین روش متفاوت می‌توان رابطه $G(s)$ و $\Delta(s)$ را بیان نمود. روش سبب متداول استفاده از روش مدل‌سازی خطای جبهی و فضای فیزیکی می‌باشد. در روش مدل‌سازی جبهی (Additive Errors) فرض می‌کنیم که تابع تبدیل $\Delta(s)$ وجود دارد به طوری که [۷]

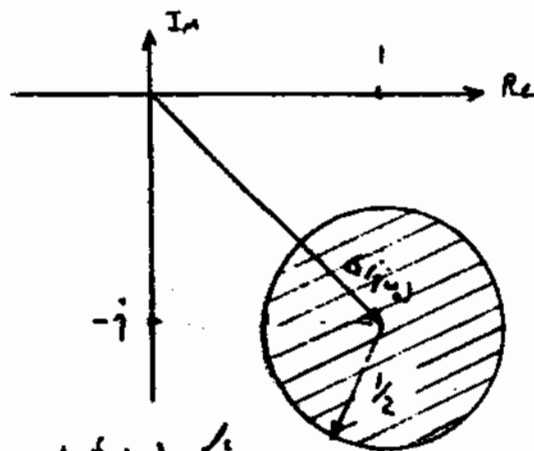
$$G(s) = G(s) + \Delta(s) \quad (4-1)$$

خطای مطلق $\Delta(s)$ $G(s)$ $G(s) + \Delta(s)$

پس در اینجا $\Delta(s)$ ، تفاوت بین تابع تبدیل واقعی و تابع تبدیل مدل سیستمی باشد. به عنوان مثال فرض کنید مدل واقعی سیستم $\frac{s+1}{s+10}$ باشد (البته در واقعیت ما هیچگاه، مدل واقعی را دقیقاً نمی دانیم چون اگر آراسی دانستیم، در مراحل مختلف طراحی از آن استفاده می کردیم!) ولی مدل نالی سیستم فقط رفتار سیستم واقعی را در فرکانسهای پایین در نظر گرفته باشد $\Delta(s) = 1/10$ انتخاب شده باشد. در اینصورت مانتوجه به $(4-1)$ داریم

$$\Delta(s) = \frac{s+1}{s+10} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \frac{s}{s+10} \quad (4-2)$$

مانطور که گفته شد در واقعیت $G(s)$ و در نتیجه $\Delta(s)$ دقیقاً موردنی باله ولی برای یک کلان بالا از اندازه $\Delta(s)$ در فرکانسهای مختلف موردالت. به عنوان مثال فرض کنید که در فرکانس ω ، $G(j\omega) = 1 - j$ باشد و همینطور بدانیم که اندازه $\Delta(j\omega)$ در فرکانس ω از $1/2$ بیشتر نمی باشد، آنگاه $G(j\omega)$ در فرکانس ω می تواند هر یک از دایرههایی که نوب آنها در درون دایره هاشی داده در شکل زیر قرار دارد، باشد.



البته عمده بیان ظاهر حسب در حد راست تر می باشد، به این دلیل یک روش دیگر بیان رابطه بین $G(s)$ و $\bar{G}(s)$ استفاده از مدل سازی خطای ضربی (Multiplicative Error) است. در این روش فرض می کنیم که تابع $\delta(s)$ وجود داشته باشد به طوری که [۷]

$$\left(\frac{\bar{G}(s) - G(s)}{G(s)} = \delta(s) \right) \quad \bar{G}(s) = (1 + \delta(s)) G(s) \quad (4-3)$$

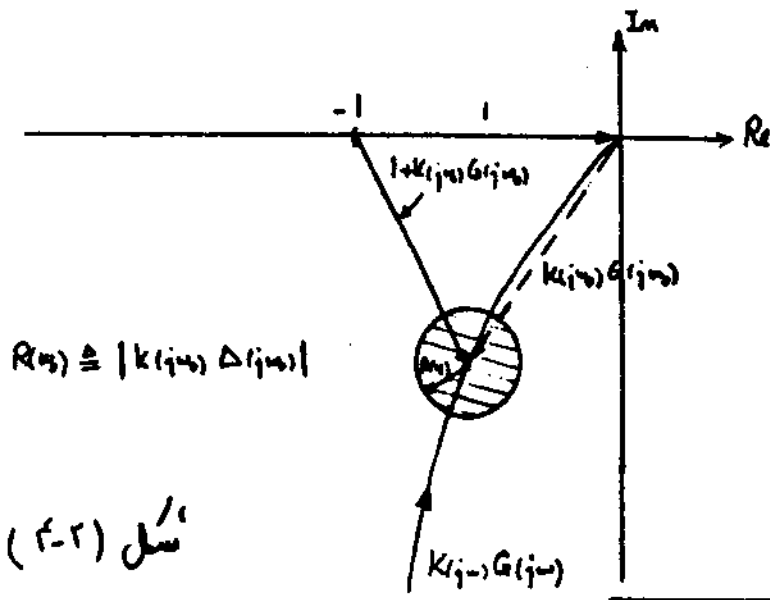
توجه کنید در اینجا $\delta(s)$ با مورد واحد مقایسه می شود در حالیکه در $(4-1)$ $\Delta(s)$ با $G(s)$.

البته با توجه به (۴-۱) و (۴-۳) رابطه‌ی انتقال که $\delta(s)$ ، $\delta(s)$ صورت زیر باید پذیرد در رابطه می‌باشد:

$$\Delta(s) = \delta(s) G(s) \quad (4-4)$$

برای نمونه در مثال صفحه قبل داریم $\delta(s) = \frac{95}{s+10}$. در اینجا نیز برای $\delta(s)$ دقیقاً موجود نمی‌باشد بلکه آن بالا را از اندازه آن موجود است. به‌طور مثال برای یک سیستم داده شده می‌دانیم که اندازه $\delta(s)$ در یک محدوده فرکانسی از او کمتر می‌باشد یا به عبارت دیگر این محدوده خط از ۱۰٪ کمتر است.

پس از آشنا شدن با چگونگی نمایش خط‌های مدل سازی، در ادامه به بررسی پایداری یک سیستم با وجود اینگونه خطاها خواهیم پرداخت. حال سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید و فرض کنید که سیستم حلقه بسته نامی پایدار باشد. (یعنی $K(s)$ به گونه‌ای انتخاب شده تا برای $G(s)$ نامی سیستم حلقه بسته پایدار شود.) در ادامه می‌خواهیم ببینیم که تحت چه شرایطی با حائزین $G(s)$ (مدل واقعی سیستم) به جای $G(s)$ سیستم حلقه بسته پایدار خواهد ماند. برای این منظور فرض کنید که دیالرام نایلویشیت $K(s)G(s)$ به صورت شکل (۲-۲) باشد. آنگاه دیالرام نایلویشیت $K(s)G(s)$ در فرکانس ω می‌تواند در داخل هر یک از نقاط هالدر زده قرار داشته باشد که حال از فرض کنیم که تعداد قطب‌های



شکل (۲-۲) - تأثیر خطای مدل بردی دیالرام نایلویشیت

توجه کنید که در اینجا لزومی بر سه بودن $\delta(s)$ نمی‌باشد و در صورت لزوم مقادیر $G(s)$ و $K(s)$ می‌تواند به گونه‌ای دیگر باشد. همچنین می‌توانیم که خطا اندازه $\delta(s)$ را می‌دانیم و هیچ خطای رایج به خطا آن می‌زنیم. به‌اینگونه خطای بردی

نابیدار $G_{(1)}$ و $G_{(2)}$ (تعداد قطبهای $G_{(1)}$ ، $G_{(2)}$ در دایره میانه نایدیته) با یکدیگر برابر باشد، آنگاه با فرض اینکه سیستم حلقه بسته نایدیته باشد، برای نابیدار بودن سیستم حلقه بسته توافق باید کاری کنیم تا تعداد دورانی حول نقطه -1 عوض نشود. با مراجعه به شکل (۴-۲) واضح است که اگر رابطه

$$R(s) \triangleq |K(s) \Delta(s)|$$

$$|1 + K(s)G(s)| > R(s), \forall s \quad (4-5)$$

برقرار باشد، آنگاه تعداد دورانی با وجود خطاهای مدل سازی عوض نشده و سیستم حلقه بسته واقعی نیز نابیدار خواهد بود. (برای اثبات دقیق این مطلب می‌توانید به [۷] مراجعه کنید).
 توجه کنید که شرط (۴-۵) یک شرط کافی می‌باشد و اگر برقرار نباشد، آنگاه سیستم کنترلی حلقه بسته با وجود خطاهای مدل سازی می‌تواند همچنان نابیدار باشد.

متأسفانه درکت راست رابطه (۴-۵)، $K(s)$ که مجهول مبدأ است ظاهر می‌شود و از خطاهای مدل سازی را بصورت فیزیکی در نظر می‌گیریم. آنگاه ما جایگزینی (۴-۴) در (۴-۵) خواهیم داشت

$$|1 + K(s)G(s)| > |\delta(s)G(s)K(s)|, \forall s$$

و این معادل است با

$$|1 + [K(s)G(s)]| > r(s), \forall s \quad (4-6)$$

$$r(s) \triangleq |\delta(s)|$$

در رابطه (۴-۶) شرط نابیداری ستادم گفته می‌شود و در طراحی سیستم‌های کنترلی حلقه بسته کاربرد دارد. فرآیند را داراست [۹].

در رگاسیتهای بالا عمده خطاهای مدل سازی فیزیکی بسیار بزرگ می‌باشد (مثلاً $\delta(s) \gg 1$).
 نظر مثال در معادله ۴-۳ برای $G_{(1)} = \frac{s+1}{s+10}$ و $G_{(2)} = \frac{1}{10}$ داریم $\delta(s) = \frac{9s}{s+10}$ ؛ پس برای رگاسیتهای بزرگتر از تقریباً $\frac{10}{9}$ در این مثال محضری، انداز $\delta(s)$ از یک بیشتر خواهد بود و $|\delta(s)|$ با افزایش فرکانس، افزایش پیدا می‌کند. با این تسامیل واضح است که برای برقرار شدن رابطه (۴-۶) در رگاسیتهای بالا، $|K(s)G(s)|$ باید خیلی کوچکتر از ۱ بشود و این عمل نتیجه‌ای است که در ابتدای این قسمت ذکر کرده بودیم. در رگاسیتهای که خطاهای مدل سازی فیزیکی

در الت (۱) >> (۲) ، اندازه به حلقه باید کوچک باشد ، تا لیمپ حلقه سبب ناوجود

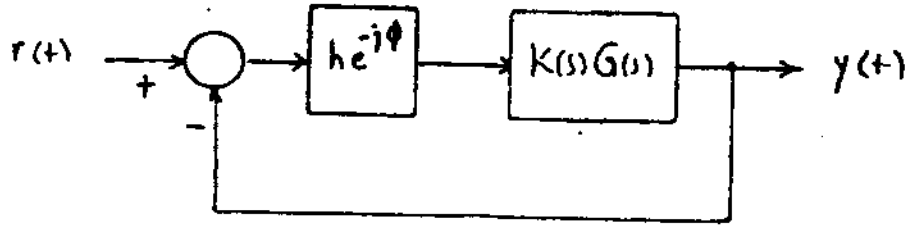
خطاهای مدل سازی می کند ، پایدار باشد .

لذا بسیار مهمی که باید بدان توجه کرد ، محدودیت پهنای باند لیمپ حلقه است الت که در رابطه (۴-۶) بر خردی آید . پهنای باند لیمپ حلقه ست را فرکانسی می نامیم که در آن اندازه پهنای فرکانسی این لیمپ 3 dB از پهنای فرکانسی در فرکانسهای پایین تر باشد . بردار این فرکانسی نزدیک به فرکانسی الت که اندازه پهنای فرکانسی لیمپ حلقه از مقدار حدی شود ، با مراد $(4-6)$ واضح الت در فرکانسهای که (3) مراتب از یک بزرگتر شود ، اندازه $K_{(s)G(s)}$ باید از یک کوچکتر شود . پس پهنای باند لیمپ را می توان در فرکانسهای انتخاب کرد که خطاهای مدل سازی فیزی در آنها مراتب بیشتر از 100% در ولت از 1 می باشد .

در ادامه درباره حدناز و حد بهره که خود معیار های رایجی برای مایشن مقاوم بودن پایداری لیمپ حلقه است در مقابل تغییرات پارامترهای ناشی صحبت کرده در رابطه آنها را با مطالب این قسمت ذکر خواهیم کرد .

۴-۲ - حدناز و حد بهره

برای مرمی مفهیم حدناز و بهره شکل (۴-۳) را در نظر بگیرید . در اینجا فرض می کنیم که برای $h=1$ ، $\phi=0$ ، لیمپ حلقه ست پایدار باشد . بزرگ $h e^{-j\phi}$ در حقیقت نمایانگر نویسی تغییرات در مدل لیمپ می باشد و حالت $h=1$ ، $\phi=0$ نمایانگر حالت نامی



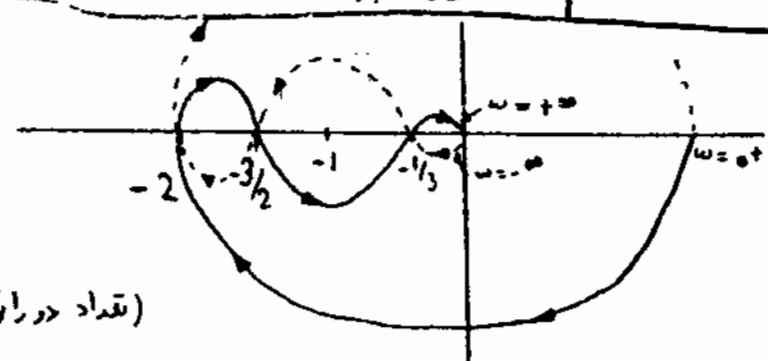
شکل (۴-۳)

فرکانسی که در آن اندازه پهنای فرکانسی لیمپ حلقه از یک می شود ، فرکانس 3 dB خواهیم گفت .

است. البته توجه کنید که یک سیستم حقیقی می تواند رفتاری مانند $e^{-\phi t}$ یا $(p \neq kn)$ داشته باشد و این نرم نمایانگر تغییرات فاز و اندازه در تابع تبدیل سیستم می باشد و ϕ در اینجا یک زاویه ثابت بوده و بازگشتناپذیر نمی کند.

حال فرض کنید $\phi = 0$ باشد و در ادامه می خواهیم از تغییرات $h > 0$ راجه روی پایداری سیستم حلقه بسته بررسی کنیم. حد بهره سیستم (از طرف بالا) ¹ طبق تعریف کوچکترین مقدار h ($h > 0$) است که برای آن سیستم حلقه بسته نه مرز پایداری و ناپایداری می رسد و در حقیقت نمایانگر این است که تا چه حد می توان بهره سیستم را افزایش داد ولی سیستم حلقه بسته هنوز پایدار خواهد ماند. به همین صورت حد بهره سیستم (از طرف پایین) ² طبق تعریف بزرگترین مقدار h ($h < 0$) است که برای آن سیستم حلقه بسته نه مرز پایداری و ناپایداری می رسد. البته تعریف اربع حد بهره همان حد بهره از طرف بالا است ولی برای سیستم هایی که - صورت مستروط پایداری باشد (Conditionally Stable) آنگاه گاهی بهره نیز ممکن است بسبب ناپایداری سیستم حلقه بسته گردد و - این علت تعریف حد بهره از طرف پایین نیز ضروری می باشد [1].

مثال ۱-۱: در پارامتر ناپایداریت پاسخ فرکانسی $K(s)G(s)$ در زیر آمده است. ما فرض کنید $K(s)G(s)$ قطبی در داخل میله ناپایداریت نداشته باشد و وضع است که سیستم حلقه بسته شکل (۱-۳) فرض $\phi = 0$ و $h = 1$ پایداری می باشد. توجه کنید که این سیستم حلقه بسته بصورت مستروط پایداریت چون هم با کاهش h هم با افزایش بهره می توان آنرا ناپایدار نمود.



(تعداد در اینجا حول نقطه ۱- صبر است)

شکل (۱-۲) - پارامتر ناپایداریت مثال (۱-۱)

س

$$\left. \frac{2}{\sqrt{1+\omega^2}} \right|_{\omega=\omega_c} = 1 \rightarrow \omega_c = \sqrt{3} \quad (4-9)$$

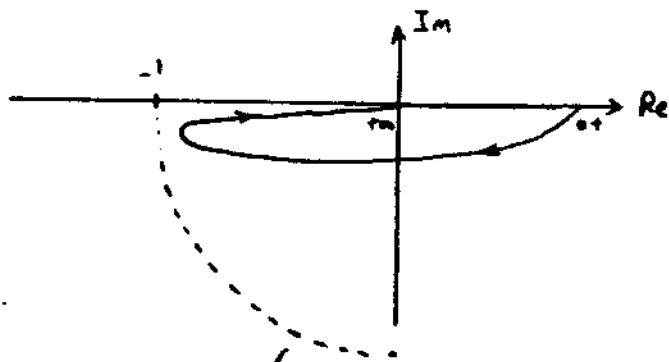
همپوگرام حالت ساز داریم :

$$\angle \left. \frac{2e^{-j\omega T}}{j\omega+1} \right|_{\omega=\omega_c} = -\omega_c T - \tan^{-1} \omega_c = -\sqrt{3}T - \frac{\pi}{3} \quad (4-10)$$

با فرض اینکه $-\pi < -\sqrt{3}T - \frac{\pi}{3}$ باشد (چون در زیر اینصورت لیمیت حلقه بسته با زنی $\phi=0$, $h=1$ پایدار نخواهد بود) حدفاصل برابر است با

$$\phi = \pi - \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}T = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}T \quad (4-11)$$

از آن حدفاصل حد بهره معیارها بسیار فرس و رایجی برای بیان مقاومت پایداری لیمیت در مقابل تغییر پارامترها می باشد ولی یک لیمیت ممکن است حدفاصل حد بهره بسیار نزدیکی داشته باشد ولی باید تغییرات کوچک در مجموع بل لیمیت، لیمیت حلقه بسته نا پایدار شود. همان شال فرض کنید که دیگرام آنگه سیت (ω_c, ϕ) صورت زیر باشد. آنگاه حد بهره این لیمیت از طرف بالا بی نهایت برود و حدفاصل آن نیز ± 180 درجه

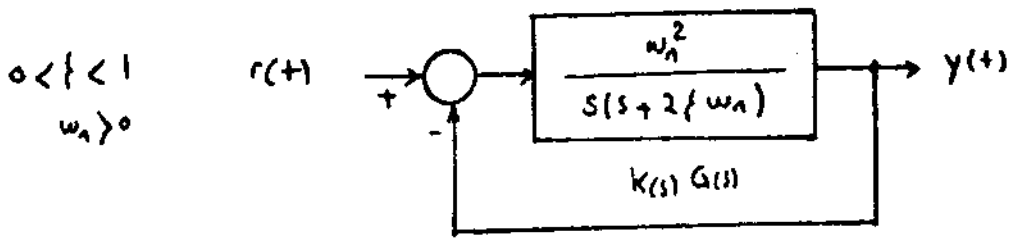


شکل (4-6)

است. ولی باید کمی تغییر میزان فاز و اندازه، تقصد 1- دور زده شده و لیمیت حلقه بسته نا پایدار خواهد شد. البته مجرباً اینچنین مواردی در لیمیت های رافقی اتفاق می افتد ولی به همان معیار اصلی پایداری مقاوم لیمیت در مقابل تغییر پارامترها همان رابطه (4-6) است و در بسیاری موارد از معیارهای حدفاصل حد بهره نیز می توان برای این منظور استفاده کرد.

نکته بسیار طالب این است که حدفاصل لیمیت را بعد از بسیار نزدیکی با رفتار پاسخ گذرای لیمیت حلقه بسته دارد به این صورت که هر چه حدفاصل نزدیکتر باشد، ماکزیمم چش - ورودی به

حالت خواهد بود. بعد مثل سیستم گذرانی در را در نظر بگیرید



شکل (۴-۷)

گذرانی می توان نشان داد که فرکانس گذر ω_c و $k(j\omega_c)G(j\omega_c) = 1$ (فرکانس ω_c) بر حسب ω_n و ضریب میرایی ζ عبارت زیر است [۶]:

$$\omega_c = \omega_n \left((4\zeta^4 + 1)^{1/2} - 2\zeta^2 \right)^{1/2} \quad (۴-۱۳)$$

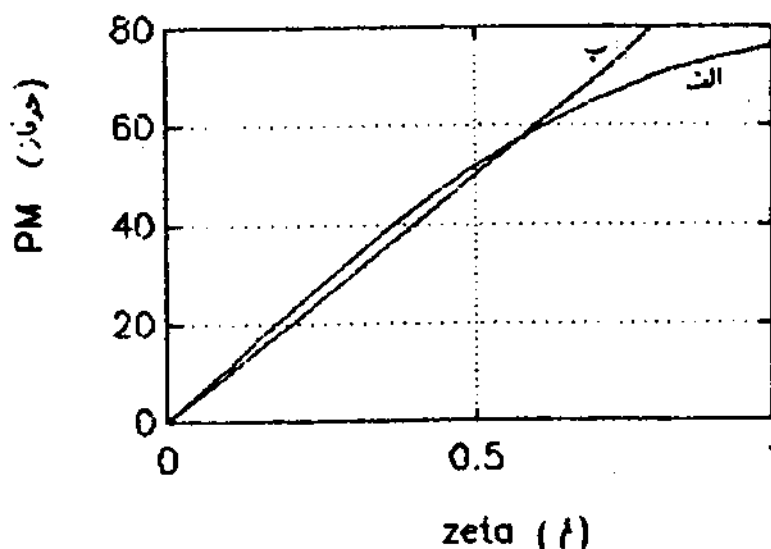
و ضریب میرایی سیستم را می توان از رابطه زیر بدست آورد [۶]:

$$\phi = \tan^{-1} \left(2\zeta \omega_n / \omega_c \right) \quad (۴-۱۳)$$

رابطه (۴-۱۳) در (۴-۱۳) واضح است که در فاز ϕ فقط به نسبت میرایی ζ بستگی دارد. بنابراین هر دو در شکل (۴-۸) رسم شده است. با توجه به این شکل می توان مشاهده کرد که رابطه تقریبی بین ϕ و ζ عبارت زیر است

$$\phi = 100\zeta \quad (۴-۱۴)$$

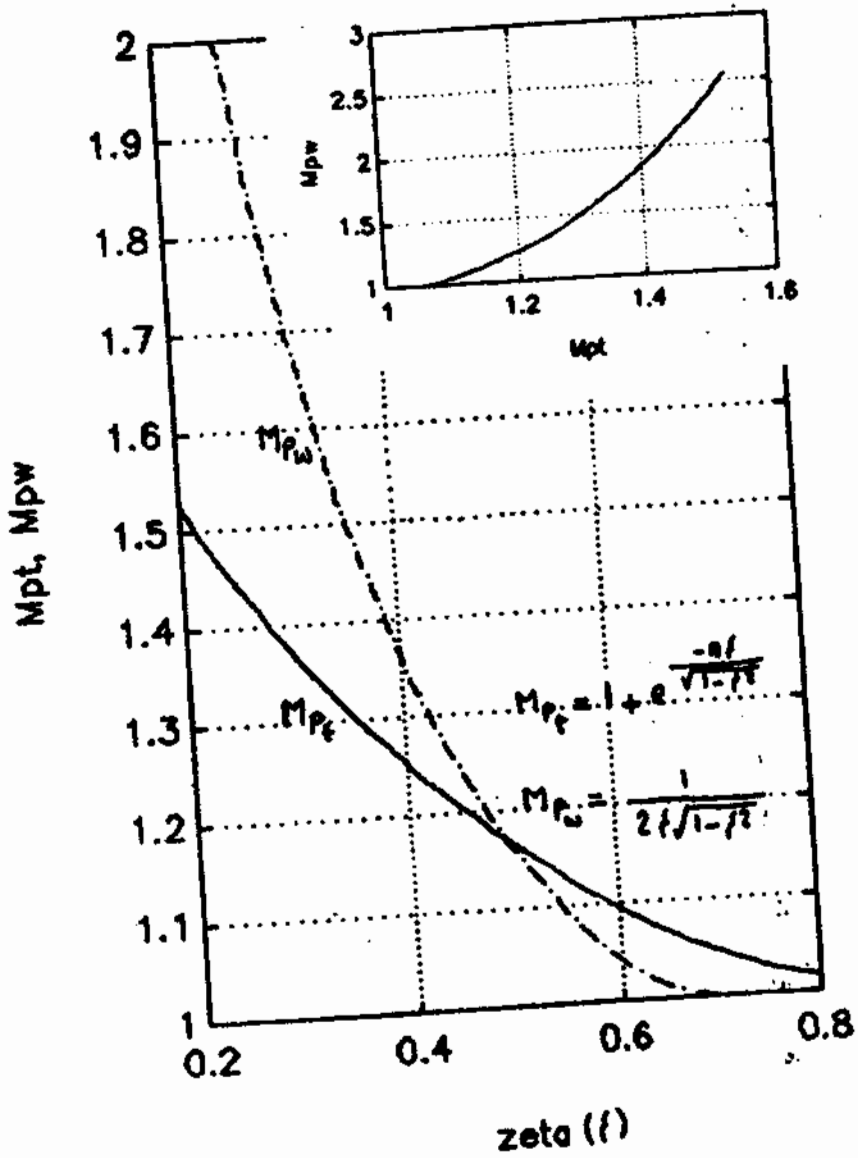
در اینجا ϕ بر حسب درجه می باشد.



شکل (۴-۸) - الف) رابطه ضریب میرایی و نسبت میرایی برای یک سیستم درجه دوم
ب) رابطه تقریبی خطی و نسبت میرایی

پس نسبت به این کوئیک (ملازم پس پاسخ پدیده ریزش) بسبب M_{p_w} های بزرگ خواهد شد.
 برای تعیین بیشترین این رابطه، در شکل (۴-۱۵) M_{p_w} بر حسب M_{p_e} (ملازم مقدار پاسخ
 پدیده حلقه سببه) بر حسب M_{p_e} رسم شده است. نکته قابل توجه دیگر این است که M_{p_w} بزرگ
 علاوه بر نمایانتر بودن پاسخ نوسانی در دامنه زمان نمایانتر خطای نسبتاً زیاد در دنبال کردن
 ورودی می باشد. در زکانش های حول دوشش M_{p_w} نیز می باشد و این مشخصه ای است که عموماً نامطلوب
 می باشد.

در حالت کلی برای محاسبه M_{p_w} احتیاج به معالیه پاسخ زکانشی حلقه سببه از روی
 پاسخ زکانشی حلقه باز داریم. برای انجام این عمل می توان از دیالگرام نیلوز [۶۳] استفاده
 کرد. نیلوزی انجام این عمل در قسمت (۴-۵) توضیح داده شده است.



در انتهای این قسمت به نکته بسیار مهمی درباره حدناز اشاره می‌کنم. همانطور که از مطالب این قسمت متوجه اکت، حدناز مشخصه بسیار مهمی در سیستم‌های کنترلی بوده و رابطه مستقیمی با رزقل زمانی سیستم نیز دارد. تمام مطالب قسمتهای قبل درباره اندازه $K_p(s)G(s)$ متمرکز شده بود. اگر بتوانیم حدناز سیستم را نیز به رفتار اندازه $K_p(s)G(s)$ ربط بدهیم، آنگاه

قدم بسیار مهمی در سهیل مراحل طراحی برداشته خواهیم شد. نکته جالب این است که اگر $K_p(s)G(s)$ گویا و سده بوده و صفر و قطبی در سمت راست محور s یا روی آن نباشند

باید آنگاه بود (Bode) [۱۴] نشان داد که از روی اندازه $K_p(s)G(s)$ می‌توان فاز آنرا در هر فرکانسی بریزد. در فرکانس ω بدین صورت آورد: $\angle K_p(s)G(s)$ این عمل بخاطر

مزایای ریاضی آن به بیوت - الف منتقل شده است. در اینجا فقط به کلیات آن اشاره خواهیم کرد. بزرگ نشان داد که فاز $K_p(s)G(s)$ در فرکانس ω به نسبت اندازه $K_p(s)G(s)$ در فرکانسهای حول ω و عرضی ω بستگی دارد و تقریباً اگر نسبت اندازه

-20 dB/decade باشد، آنگاه فاز تقریباً -90° در ω خواهد بود و برای

اینکه حدناز مطلوبی داشته باشیم، نسبت اندازه نباید زیاد باشد و عمده باید نسبتی بود که حداکثر -20 dB/decade برسد و دیالرام بود $|K_p(s)G(s)|$ یا نسبت -20 dB/decade

قطع شود. این نکته مهمی در مراحل طراحی می‌باشد و باید به آن توجه داشت. در ادامه با معیاری مطالب ذکر شده، درباره رفتار اندازه یا سطح فرکانسی یک سیستم نمونه

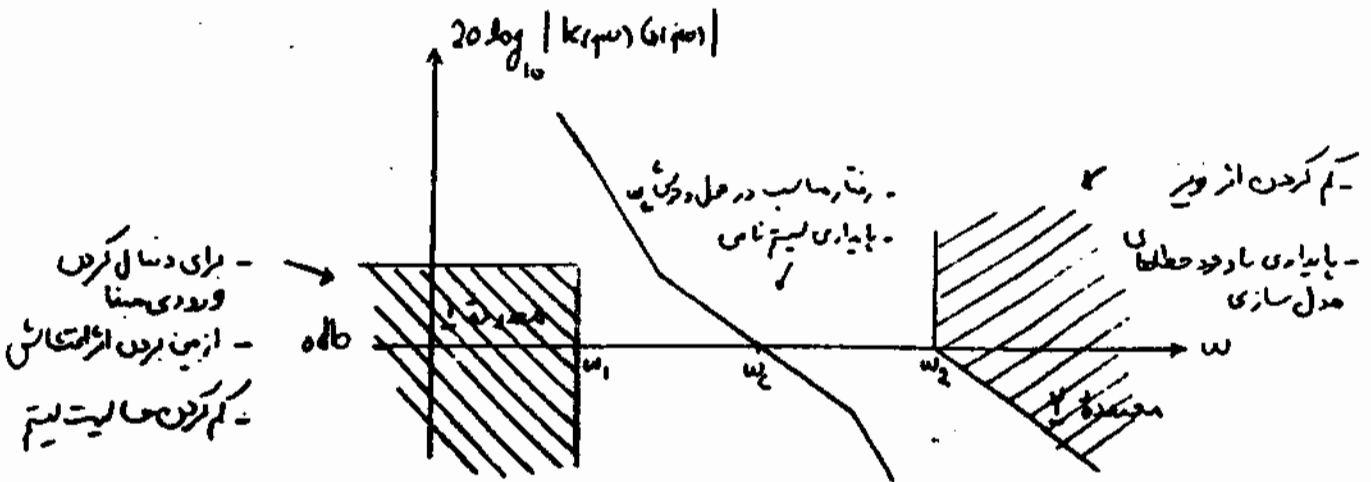
و رابطه آن با پاسخ زمانی سیستم بحث خواهیم کرد.

۴-۳ - مشخصه‌های اندازه پاسخ فرکانسی یک سیستم کنترلی خوب

در قسمت‌های قبل مشاهده کردیم که برای دنبال کردن ورودی‌ها، کاهش اثر اغتشاش و کم کردن حساسیت نسبت به تغییرات مول سیستم احتیاج به بهره حلقه بزرگ داریم. علاوه بر این

کاهش اثر نویز اندازه‌گیر بر روی خروجی و پایداری در مقابل تغییرات مول سیستم احتیاج به بهره حلقه کوچک می‌باشد. پس دیالرام بود (نمونه) $K_p(s)G(s)$ می‌تواند چیزی همانند

شکل (۱۱-۴) باشد. در این شکل دو محدوده هالترز رده مشخص شده است که دیالرام اندازه $K_p(s)G(s)$ برای یک سیستم کنترلی خوب نباید وارد این محدوده هالترز [۱۳].



شکل (۴-۱۱) - دیگرام بود یک سیستم نمونه

محدوده ۱ برای برقرار شدن شرط $|K(s)G(s)| \gg 1$ انتخاب شده است و محدوده ۲ برای برقرار شدن شرط $|K(s)G(s)| \ll 1$ (توجه کنید که نیب اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانسهای خیلی پایین نماینده نوع سیستم (System Type [۶]) می باشد اثر این نیب 20 dB/decade باشد. آنجا نوع سیستم ۱ است - $K(s)G(s)$ یک انتقال گیر در درون خود دارد؛ اثر این نیب 40 dB/decade باشد. آنگاه نوع سیستم ۲ است و به همین سوال برای نیبهای دیگر.)
 مسئله طراحی سیستم کنترلی معادل است با اینکه جریان $K(s)$ بلوکه‌ای متغلب شود تا $|K(s)G(s)|$

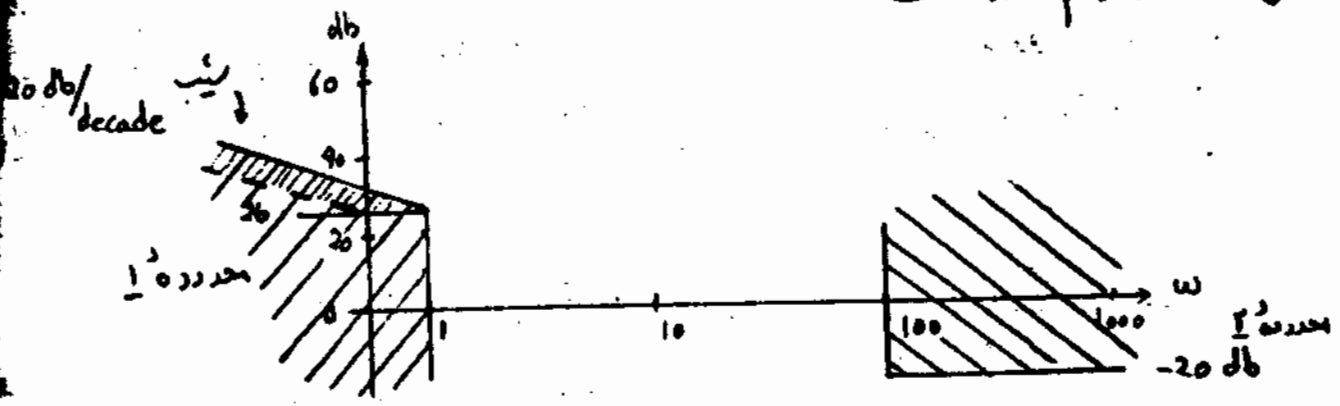
در مناطق هائوز زده شود و نسبت نیز پایدار باشد. علاوه بر رفتار فاز $|K(s)G(s)|$ هنگامی که اندازه $K(s)G(s)$ تقریباً یک می باشد بسیار مهم است که $K(s)$ باید برای انتخاب شود تا یک حدفاصل مناسب حاصل شود و همانطور که در قسمت قبل اشاره کردیم $K(s)G(s)$ با فاز منبسط برای حصول به یک حدفاصل مناسب باید $K(s)$ بلوکه‌ای انتخاب شود تا نیب $|K(s)G(s)|$ در حول دوقس فرکانسی کمتر 0 dB (یا زیاد) تقریباً 20 dB/decade باشد.

ال ۴۳: محدوده‌های ۱ و ۲ شکل (۴-۱۱) را بلوکه‌ای تعیین کنید تا خطای دنبال کردن برای سیستم بازگشتی کمتر از 1 sec تقریباً کمتر از ۵٪ بوده و ورودی منبسط بلوکه‌ای خطای ماندگار دنبال شود. همیشه فرض کنید که خطاهای مدل سازی به صورت هزیس

$$|S(\omega)| = 0 \quad \omega < 100 \text{ rad/sec} \quad (4.19)$$

$$|S(\omega)| \leq 10 \quad \omega > 100 \text{ rad/sec}$$

مدل شده باشد. با استفاده از مطالب قسمت (۲-۴) برای دنبال کردن ورودی های با فرکانس کمتر از 1 rad/sec با خطای کمتر از 5٪، اندازه K_p را باید حدوداً از 26 dB (فرکانسهای کمتر از 1 rad/sec) بزرگتر انتخاب کنیم. همچنین باید رابطه $(2-4)$ در فرم $|S(\omega)| = 4 \times 10^{-4} \times K_p \times \omega$ اندازه K_p را در فرکانسهای بزرگتر از 100 rad/sec که طبقه از 20 dB انتخاب شود، تعیین کنیم. این ورودی باید بدون خطای ماندگار، اما احتیاج به یک کنترل غیر در K_p داریم. پس یک اندازه در فرکانسهای پایین باید اولاً 20 dB/decade باشد. با استفاده از این اطلاعات، محدوده های ω در شکل (۴-۱۲) رسم شده است.



شکل (۴-۱۲)

توجه کنید در محدوده ۱ خطوط با شیب -20 dB/decade می توانیم برای مختلف انتخاب شود. در شکل (۴-۱۲) در ردیفی متفاوت برای این منظور در نظر گرفته شده و یکی با نظمین ردیفی با منظر پایین داده شده است. البته برای کاهش خطا در فرکانسهای پایین واضح است که باید وارد منطقه ای که عبور است هر وقت حالته مورد شده کنیم.

نکته بسیار مهمی را که باید به آن توجه داشت، قابل تغییر بودن محدوده های ω در مراحل طراحی می باشد چون در رابطه امکن است این محدوده ها را نمونه ای انتخاب کنیم که برآورده کردن شرایط مختلف امکان پذیر نباشد. بطور مثال در شکل (۴-۱۱) اگر فرکانسهای ω_1 و ω_2 خیلی نزدیک نزدیک باشند، آنگاه برای کنترل از محدوده های ω ناچار به قطع خط 0 dB با شیب زیاد فوایم بود که بعبودید آمدن حدیله نامطلوب خواهد شد. علاوه بر اینها

سخت‌زادی عمده در طی عملیات (۱۵۹) بارگشت و سواد و تغییر این مقادیر در صورت اِخبار قابل قبول می‌باشد. دلایل مشابهی را می‌توانیم مشاهده کنیم در صورت لزوم نیز می‌توانیم -
 پس در صورت اِخباری تکرار تا عددی ثابت محدودده های یاد شده را به آنها به صورت
 محدودده های نیز قابل نفوذ نگاه نکنید.

در این قسمت و قسمت های قبل به تفصیل درباره اندازه یاسغ فرکانسی نسبت حلقه باز
 (۱۵۹) (K۱۲) صحبت کردیم. البته در تمامی مراحل هدف انتخاب اِخبار (۱۵۹) و (۱۵۹) است
 بود تا نسبت حلقه بسته $G_{e2}(1) = K(1)G(1) / (1 + K(1)G(1))$ رفتار مناسبی داشته باشد. در ادامه
 درباره رابطه بین یاسغ فرکانسی نسبت حلقه باز و حلقه بسته و چگونگی محاسبه یاسغ فرکانسی نسبت
 حلقه بسته از روی یاسغ فرکانسی نسبت حلقه باز صحبت خواهیم کرد. علاوه بر این رابطه دقیق تر بین یاسغ
 رمایی و یاسغ فرکانسی نسبت حلقه بسته را ذکر خواهیم کرد.

۴-۴ - رابطه بین بنایماند نسبت حلقه بسته و w_e

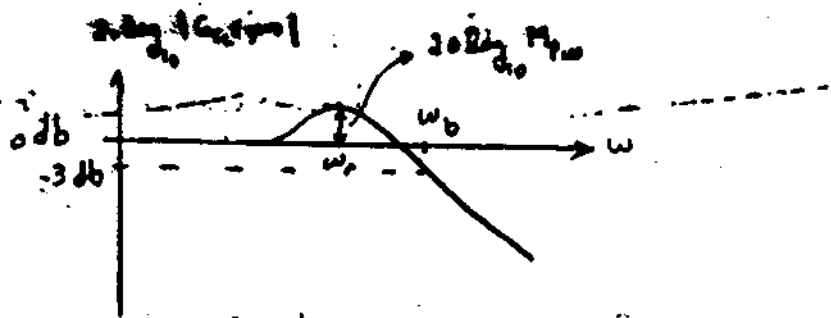
نسبت شکل (۲-۳) را در نظر بگیرید و توابع تبدیل حلقه باز $G_e(1)$ و حلقه بسته $G_{e2}(1)$
 به صورت زیر تعریف کنید:

$$G_{e2}(1) \triangleq K(1) G(1) \quad (۴-۲۰)$$

$$G_{e2}(1) \triangleq \frac{G_{e2}(1)}{1 + G_{e2}(1)} \quad (۴-۲۱)$$

شود که تاکنون در گذشته است. عمده در فرکانسهای پایین اندازه $G_{e2}(1)$ بزرگ می‌باشد. واضح
 است که در این فرکانسها $G_{e2}(1)$ تقریباً یک واحد بود. همچنین در فرکانسهای بالا اندازه
 $G_{e2}(1)$ عمده کوچک است پس در این فرکانسها $G_{e2}(1)$ تقریباً همان $G_{e2}(1)$ خواهد بود.
 عمده فرکانسهای که اندازه $G_{e2}(1)$ خیلی بزرگ ریاضی کوچک است. می‌تواند $G_{e2}(1)$ امری
 می‌باشد. مسئله مهم دیگری بدست آوردن $G_{e2}(1)$ در فرکانسهای است که اندازه
 $G_{e2}(1)$ تقریباً یک می‌باشد.

عمده رفتار $G_{e2}(1)$ برای بسیاری از سیستم‌ها بصورت شکل (۴-۱۳) می‌باشد. در این شکل
 می‌توانیم مقدار اندازه یاسغ فرکانسی است که قبلاً در قسمت (۴-۲) نیز بیان شده کرده ایم.



شکل (۴-۱۳) - پاسخ فرکانسی برای سیستم معلقه

همینطور ω_0 مایه‌تر بهایی باشد نسبت به آن فرکانس است که در آن اندازه پاسخ فرکانسی $3dB$

از اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانسهای پایین کمتر است (البته در بعضی از سیستم‌ها $|G_{\omega_0}|$ ممکن است برآمدگی هیرت شکل (۴-۱۳) نداشته باشد) در قسمت (۲-۴) گفته شد که M_{ω_0} رابطه مغزس با عدد ω_0 دارد. در اینجا خواهیم دید که بهایی باشد G_{ω_0} رابطه مستقیم با فرکانس ω_0 دارد. برای مشاهده این مطلب زین

بند

$$G_{\omega_0}(\omega) = \frac{\omega_0}{s} \quad (4-22)$$

آنگاه داریم

$$G_{\omega_0}(\omega) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0} \quad (4-23)$$

واضح است که برای این سیستم درجه یک، فرکانس ω_0 همان ω_0 خواهد بود و همینطور بهایی باشد $G_{\omega_0}(\omega)$ نیز همان ω_0 است:

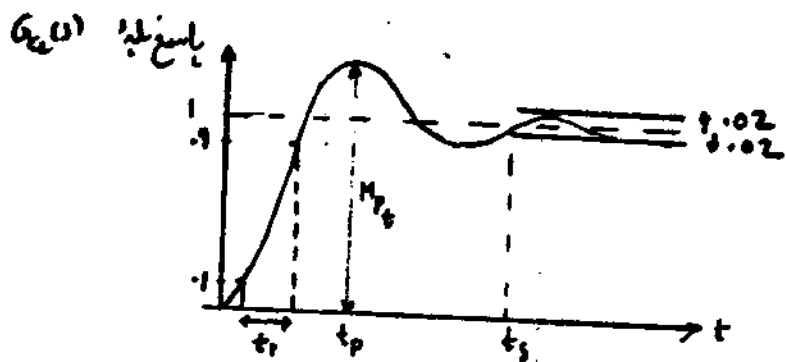
$$\omega_b = \omega_c = \omega_0 \quad (4-24)$$

پس برای این سیستم بخصوص رابطه بسیار نزدیکی مابین ω_b و ω_c برقرار است. توجه کنید که در این سیستم ω_0 مایه‌تر نسبت به پاسخ فرکانس است چون هرچه ω_0 بزرگتر باشد آنگاه ثابت زمانی کوچکتر بوده و

سیستم سریعتر پاسخ خواهد داد. بطور مثال زمان نشست که زمان درود به محروم (1 ± 0.02) مقدار بهایی (به شکل (۴-۱۴) مراجعه کنید) نزدیک شده است و آنرا با t_s نمایش خواهیم داد برابر 4 ثابت زمانی می‌باشد

$$t_s = 4\tau, \quad \tau = \frac{1}{\omega_0} \quad (4-25)$$

پس از این t_s یا τ (که همان ω_0 است) باعث کاهش زمان نشست خواهد شد. همینطور زمان صعود که زمان رسیدن از ۱۰٪ مقدار بهایی به ۹۰٪ مقدار بهایی می‌باشد و آنرا با t_r



شکل (۴-۱۴) - تعریف t_r ، t_s ، M_p

نمی‌دهیم، برای سیستم (۴-۲۳) برابر است با

$$t_r = \frac{2.2}{\omega_b} \quad (4-24)$$

ن افزایش چگالی باند است که هستی زمان صعود فرکانس. این معیار برای سیستم‌ها داده می‌شود. برای ردش تر شدن سطح در داده زمین

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)} \quad (4-27)$$

که داریم

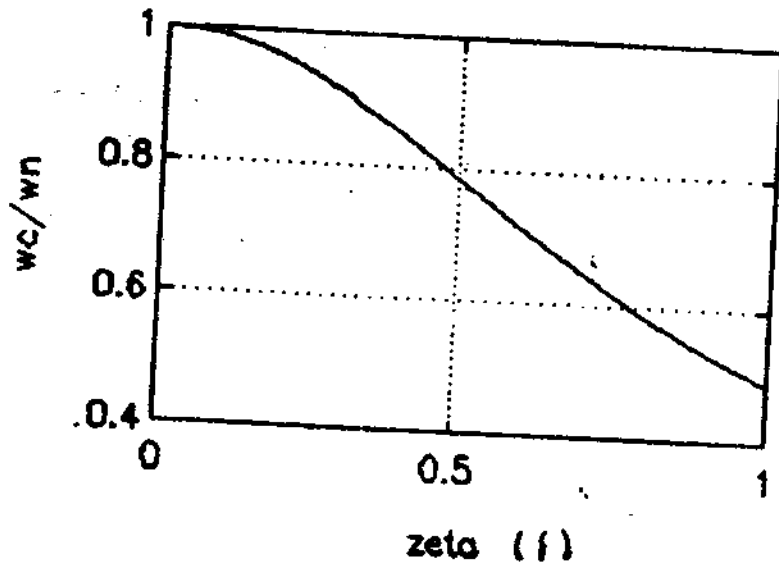
$$G_c(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4-28)$$

پول‌های سیستم درجه دوم ω_c و ω_b را می‌توان از روابط زیر محاسبه نمود [۱۰]:

$$\omega_c = \omega_n \left((4\zeta^2 + 1)^{1/2} - 2\zeta^2 \right)^{1/2} \quad (4-29)$$

$$\omega_b = \omega_n \left((2 - 4\zeta^2 + 4\zeta^4)^{1/2} + 1 - 2\zeta^2 \right)^{1/2} \quad (4-30)$$

تغییرات ω_c/ω_n و ω_b/ω_n با ζ در شکل‌های (۴-۱۵) و (۴-۱۶) نمایش داده شده است.



$$2.2 \text{ به } \omega_b$$

در واقع رابطه بالا براساس بسیاری از سیستم‌ها (حتی با درجه‌های بالا) برقرار است و با اندازه‌گیری ω_b می‌توان ω_n را محاسبه کرد و یا با اندازه‌گیری ω_b ، t_d را نتیجه گرفت.

در سیستم درجه دوم (۴-۲۸)، ثابت زمانی سیستم را $1/\omega_n$ در نظر می‌گیرند و زمان نشست براساس سیستم‌ها از رابطه زیر به‌دستی قابل‌معالیه‌الت:

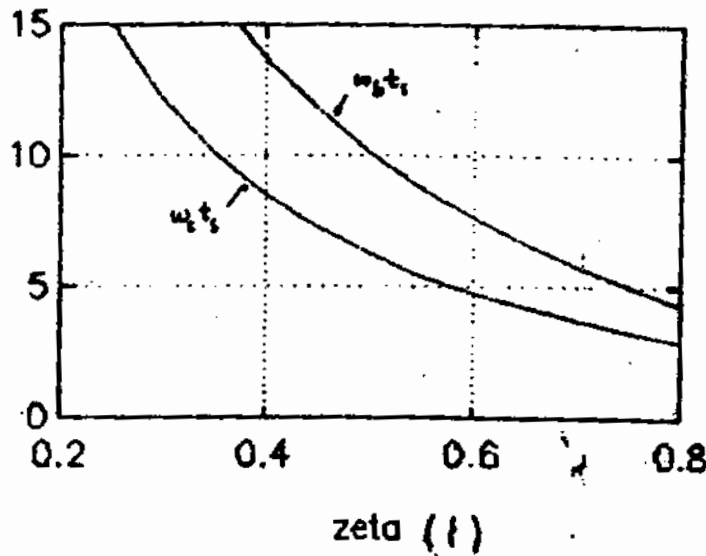
$$t_s = \frac{4}{\omega_n} = 47 \quad \left(7 \approx \frac{1}{\omega_n} \right) \quad (۴-۲۲)$$

از روابط (۴-۲۹) و (۴-۳۰) براساس ω_b بر حسب ω_n و t_d و همچنین ω_n و t_d جابجایی کنیم. آن‌ها

حاصل می‌شود $\omega_b t_d$ (یا $\omega_n t_d$) به صورت تابعی از $\omega_n t_d$ مشخص خواهد شد. جمله‌های تغییرات

$\omega_b t_d$ و $\omega_n t_d$ با هم در شکل (۴-۱۸) رسم شده‌الت و از آن می‌توان براساس

مخالیه زمان نشست و از روی ω_b یا ω_n استفاده کرد.



شکل (۴-۱۸)

برای بدست آوردن ω_n و t_d از رابطه بالا (یا به‌صورت داده شده) افزایش ω_n (یا ω_b) باعث کاهش

زمان نشست سیستم می‌گردد و رابطه بین ω_n و t_d به صورت تابعی کاملاً مشخص است و

شکل (۴-۱۱) نقش بسیار مهمی را در کارآیی سیستم حاد. البته خاطر وجود محدودیت!

تأملی مدل‌سازی و نیز اندازه‌گیری می‌توان به راسخ از اندازه بزرگ انتخاب نمود و در سیستم

به صورت دلخواه افزایش داد.

عامل دیگری که به رانندگی کند، مقدار انرژی گسترش موجودی باشد. توجه کنید که تابع G_{ω} از شکل (۲-۳۱) صورت زیر است:

$$G_{\omega} = \frac{K\omega}{k\omega(1 + \omega^2 T^2)} \quad (4-32)$$

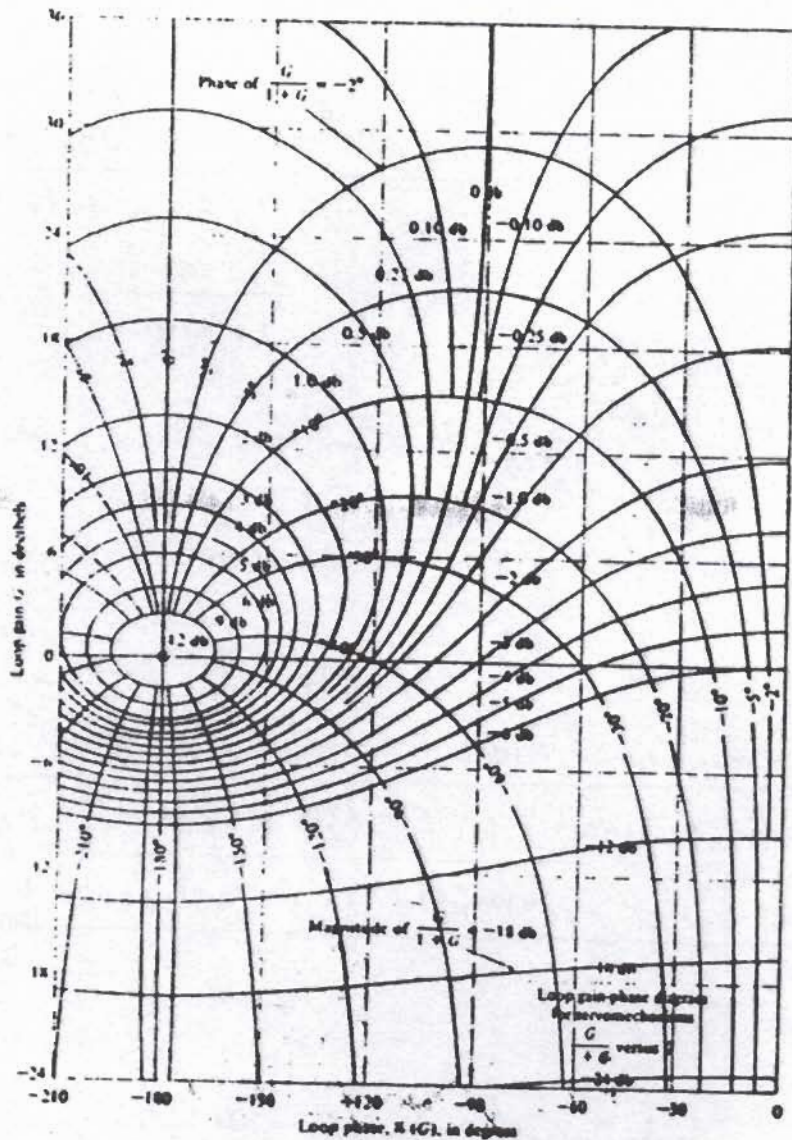
حال در فرکانس‌هایی که به یک حلقه بزرگ $(\omega \gg 1/T)$ می‌رسد، این تابع به شکل $G_{\omega} \approx \frac{K}{k\omega}$ در می‌آید. این حالت را می‌توان به صورت $G_{\omega} \approx \frac{K}{k\omega}$ نیز نوشت.

فرقی کنید که فرکانس گذر ω_c (مثلاً $\omega_c = 1/T$) بزرگتر از فرکانس ω باشد، در این صورت در یک محدوده فرکانسی $(\omega < \omega_c)$ رفتار آن در حالت $G_{\omega} \approx \frac{K\omega}{k\omega}$ خواهد بود.

کریک‌الت پس در این محدوده با استفاده از (۴-۳۴) $G_{\omega} \approx \frac{K\omega}{k\omega}$ رفتار کرده و برای دنبال کردن ورودی سنا در این فرکانسها احتیاج به استفاده زیاد از ورودی $u(t)$ می‌باشد که عملی ناسطرب است.

۴-۵ - جدولی محاسبه پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته از روی پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز

برای محاسبه پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته از روی بهره حلقه می‌توان از دیاگرام نیلورز [۴] استفاده کرد. دیاگرام نیلورز تقریباً در M و N [۴] بر روی دیاگرام گاریم اندازه-فاز $(\log \text{ magnitude phase plot})$ می‌باشد. این دیاگرام در شکل (۴-۱۹) نمایش داده شده است. طرز استفاده از آن به این صورت است که پاسخ فرکانسی G_{ω} را با استفاده از مقیاس‌های نمودی (اندازه بر حسب db) و افقی (فاز بر حسب درجه) بدون توجه به منحنی‌ها رسم می‌کنیم. پس برای هر فرکانس ω ، پاسخ فرکانسی G_{ω} نقطه‌ای بر روی این دیاگرام خواهد بود. این نقطه بر روی یکی (یا در نزدیکی) از منحنی‌های $\left| \frac{G_{\omega}}{1 + G_{\omega}} \right|$ مقدار ثابت قرار خواهد داشت. بخرد نوشتار شده در کنار این منحنی نمایانگر اندازه G_{ω} در این فرکانس مشخصی خواهد بود. به همین صورت برای فاز سیستم حلقه بسته عمل خواهیم کرد و نقطه تلاقی با منحنی‌های $\frac{G_{\omega}}{1 + G_{\omega}}$ که مقدار ثابت را در نظر خواهیم گرفت.



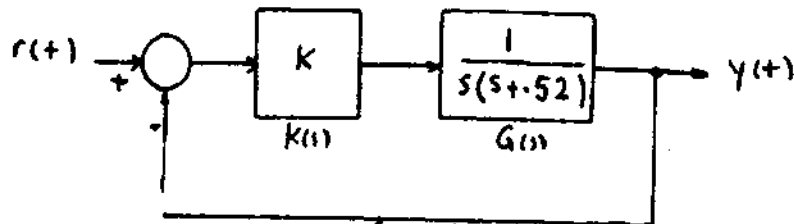
شکل (۴-۱۹) دیاگرام نیکولز

استفاده از دیاگرام نیکولز برای بررسی پایداری و عملکرد سیستم در فرکانس بالا برای این منظور کافی است معنی $|\frac{G(s)}{1+G(s)}|$ مقدار کم است (معمولاً مقدار 0.1) که در پاسخ فرکانس (سازگار) محاسبات می‌کند در آن آورده و فرکانس مربوط به نقطه تقاطع 180° است که خواسته شده است. (لیس بارافه به 180°) (۴-۱۹) میزان نسبت میدان \angle مربوط به قطب سوز و ماکزیمم جیس پاسخ به M_{ps} را در صورت سرعت آورد.

الته آورده شده است با استفاده از کپیبرداری میزان M_{ps} را از نمودار (سازگار) می‌کند در دیاگرام نیکولز که کاربرد آن در طراحی سیستم است چون ما استفاده از آن میزان تشخیص در

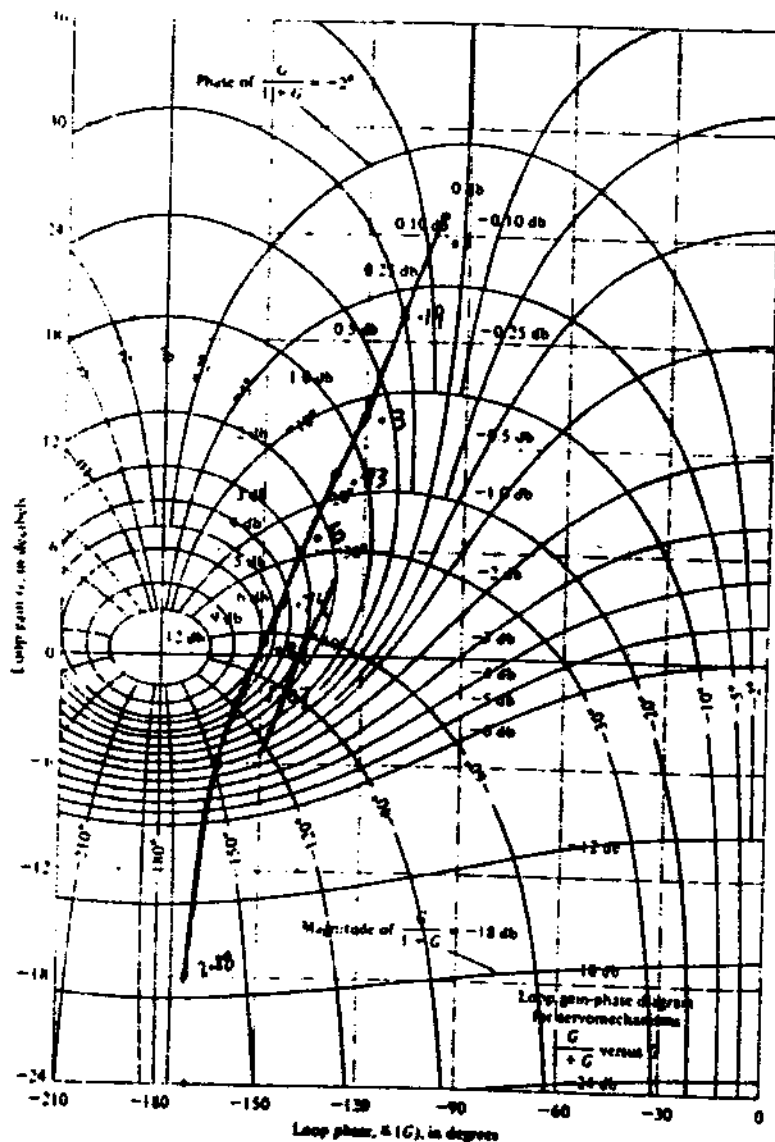
که میزنند باید $G_o(s)$ را در صورت لزوم تغییر دهیم تا بغیر مثال M_p مطلوب حاصل شود.

مثال ۴-۴: سیستم کنترلی زیر را در نظر بگیرید. با استفاده از دیالگرام میگز K بهره را بگونه‌ای تعیین کنید تا M_p تقریباً ۱.۴ باشد.



شکل (۴-۴)

نوعی $k=1$ ، دیالگرام تغییر انداز - فاز $K(s)G(s)$ در شکل زیر رسم شده است. با توجه به



شکل واضح است که M_{ω} تقریباً 6 db بوده و در فرکانس 0.9 rad/sec اتفاق می افتد. البته در این مثال بعضی سادگی با استفاده از روابط (۴-۱۷)، (۴-۱۸) می توان M_{ω} را محاسبه کرد چون برای $k=1$ تابع تبدیل سیستم دلالت بر صورت $(1 + 0.525s + s^2)$ می یابد. پس داریم $M_{\omega} = 0.26$ و با استفاده از روابط ذکر شده خواهیم داشت $M_{\omega} = 1.99$ و $\omega_p = 0.93$. توجه کنید که اگر بهره $k=1$ استفاده کنیم، آنگاه با مراجعه به شکل (۴-۱۵) واضح است که ما کمترین جریس به ورودی به تقریباً 1.92 است و همپور از روی دیالوگ (۴-۱۱) مشخص است که حدناز ما فرضی $k=1$ 30 درجه و حد بهره از طرف بالای نهایت و از طرف پایین نیز صفر است. (حدناز محاسبه شده رای توان از روی شکل (۴-۸) و رابطه ۱۰۵۶ نیز تأیید نمود.)

رای آینه M_{ω} را به 1.4 (2.9 db) تقلیل دهیم. باید پاسخ فرکانس (ω_p) $k=1$ را مقداری پایین بگیریم. با توجه به دیالوگ شکل (۴-۱۱) واضح است که این دیالوگ را باید به مقدار 6 db پایین بگیریم. پس $k=0.5$ (-6 db) انتخاب خواهیم کرد. در اینصورت حدناز سیستم 42 درجه بوده و ما کمترین جریس به ورودی به (شکل (۴-۱۵)) نیز 1.27 خواهد بود.

۴-۶ - خلاصه

در این فصل رفتار بهره حلقه یک سیستم کنترلی ایده آل را مورد بررسی قرار دادیم و مشاهده کردیم که رای حلقه پایداری سیستم حلقه بسته با وجود خطاهای مولد می باشد اندازه بهره حلقه را در فرکانس های بالا کوچک انتخاب کنیم. علاوه بر این ما دیدیم که مفاهیم حدناز و حد بهره عمده معیارهایی مناسبی برای مقیاس کردن مقادیر پایداری سیستم در مقابل تغییرات پارامترهای مانند رانده مملوکس حدناز و ما کمترین جریس پاسخ به سیستم حلقه بسته را نیز بر می آوریم. رابطه ما کمترین جریس پاسخ به سیستم حلقه بسته ما کمترین جریس پاسخ فرکانس سیستم حلقه بسته نیز به تفصیل مورد بررسی قرار گرفت و نشان دادیم که افزایش M_{ω} با افزایش M_{ω} همراه بوده و این رابطه نزدیک برای سیستم های مادره ای بالاتر از درجه دوم نیز برقرار است.

همپور ذکر کردیم که رفتار بهره حلقه در مایه فرکانس بسیار مهم بوده و تا حد امکان نباید خطاهای زیاد قطع نمود چون لب لباهای حلقه سیستم خواهد شد. فرکانس ω_p نیز رابطه M_{ω} را با نسبت های با سیستم حلقه بسته داشته و مرتبه پاسخ سیستم حلقه بسته تعیین می کند. در فصل بعد خواهیم دید که چگونه با انتخاب ضرایب مناسب می توان به اهداف ذکر شده در اینجا دست یافت.



فصل ۵

طراحی کنترل کننده در حوزه فرکانس

در فصل های قبل با ویژگی های یک سیستم کنترلی فوب آشنا شدیم. در ویژه در قسمت (۴-۳) بر اساس معیارهای مختلف محدودده جایی از دیالرام بود اندازه یا سطح مرگانی سیستم معین شد و هدف از طراحی کنترل کننده انتخاب $K(s)$ بلونهای است تا اندازه $G(s)G(s)$ دارد محدودده های مشخصه شده شود. در این فصل درباره حلونی انتخاب $K(s)$ بر اساس معیارهای مشخصه در حوزه فرکانس صحبت خواهیم کرد. تریز سیستمه ماده این فصل استفاده از مراد که آنجا پیش فاز پس فاز تقویت کننده آنها خواهد بود و [۴] [۵] [۶] نیز به آن - برای مطالب این فصل می باشد.

۵-۱ از جهات خاصی در پاسخ فرکانسی

بهترین انتخاب ممکنه برای کنترل کننده $K(s)$ یک تقویت کننده با بهره k باشد. به عبارت دیگر سفینال خطا را تقویت کرده و به عنوان ورودی $u(t)$ به سیستم می کنیم. اگر کنترل کننده $K(s)$ فقط یک بهره خالی باشد، آنگاه فقطای تراند دیالرام $G(s)G(s)$ را بالا $(|k| > 1)$ و یا پایین $(|k| < 1)$ برد و اگر $k > 0$ باشد آنگاه فاز $k G(s)$ همان فاز $G(s)$ بودن و تغییر نخواهد کرد. در بعضی از موارد می توان با استفاده از یک بلونی دیالرام اندازه $G(s)G(s)$ را بلونی ای بالا برد تا وارد نواحی یاد شده در این حال

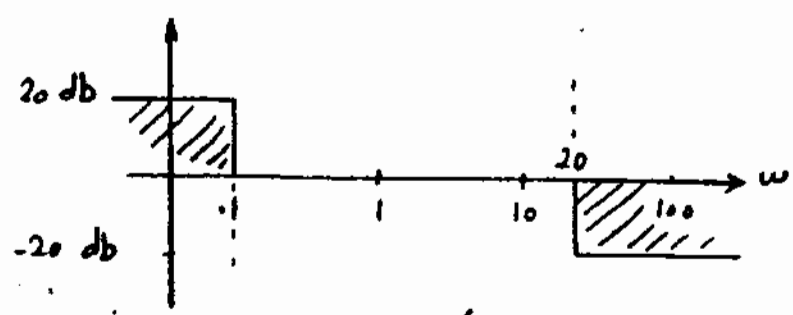
حذف مناسب نیز دست آورد. متأسفانه در بسیاری از موارد نمی توان با استفاده از یک بهره خالی تمام مزایای دلخواه را آورده ساخت. بطور مثال افزایش بهره K با زیاد شدن فرکانس ω همراه است و کار بسیاری از سیستم ها در فرکانس های بالا آهلاً ۱۸۵- درجه است و افزایش ω باعث کاهش حذف نویز یا ناپایداری سیستم حلقه بسته خواهد شد. اشکال بهره خالی این است که تمامی فرکانسها را به یک مقدار تقویت یا تضعیف می کند و عملاً مطلوب نقطه تقویت در یک محدوده فرکانس مناسب می باشد. برای روشن شدن مطلب به ذکر یک مثال خواهیم پرداخت.

مثال ۵-۱: در این مثال یک سیستم کنترل مکان بوسیله موتور DC را مورد بررسی قرار خواهیم داد. سیستم شکل (۲-۲) را در نظر بگیرید. در اینجا $G(s)$ ناپایداری تابع تبدیل یک موتور DC می باشد. ورودی u و ناپایداری سیستم y بیخ آرمیچر و زاویه شفت موتور می باشد. تابع تبدیل موتور عبارت زیر است:

$$G(s) = \frac{0.2}{s(s+1)} \quad (5-1)$$

در این مسئله فرض می کنیم که زاویه شفت موتور بوسیله یک تانسیومتر اندازه گیری شده و سپس از تقویت از زاویه دلخواه شفت موتور تقویت شده (بهره K) در دو سر سیستم بیخ آرمیچر اعمال می شود. در اینجا y خواهم شدت های سینوسی با فرکانس کمتر از 0.1 rad/sec را با مدالک (تقریباً) 10 خطا مثال کنیم و حذف سیستم نیز 45 درجه باشد. علاوه می خواهیم اندازه بهره حلقه در فرکانسهای بالاتر از 20 rad/sec کمتر از 20 (بناظر در حد خطاهای مدل سازی در فرکانسهای بالا).

با توجه به مشخصات مسئله، محدوده های فرکانس پایین را بالا صورت شکل زیر خواهد بود.



شکل (۵-۱)

باسف فرکانسی سیخ (1) در شکل (5-2) رسم شده است. مانند سایر امواج واضح است که فاز (1) در فرکانس (rad/sec) تقریباً 135- درجه می باشد و از این فرکانس را فرکانس گذر قرار دهیم. آنگاه حدفاز 45 درجه خواهد بود. با توجه به دیگرام اندازه اندازمان در فرکانس (rad/sec) تقریباً 0.1414 است پس از

$$K(s) = \frac{1}{0.1414} = 7.07 \quad (5-2)$$

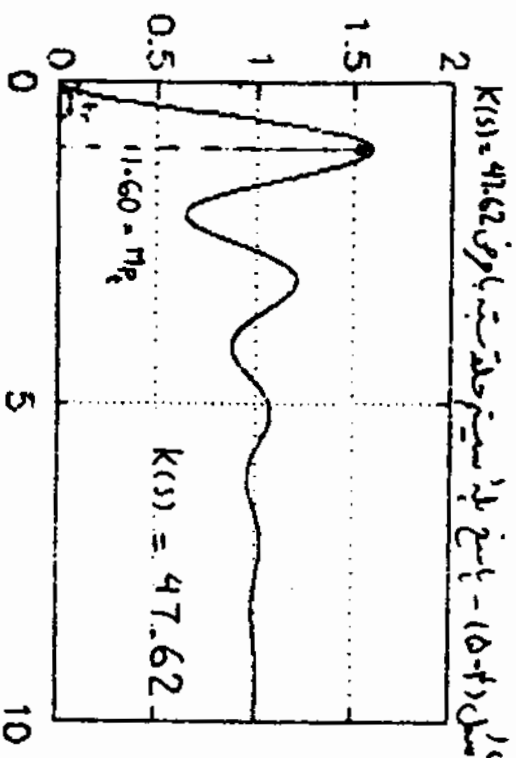
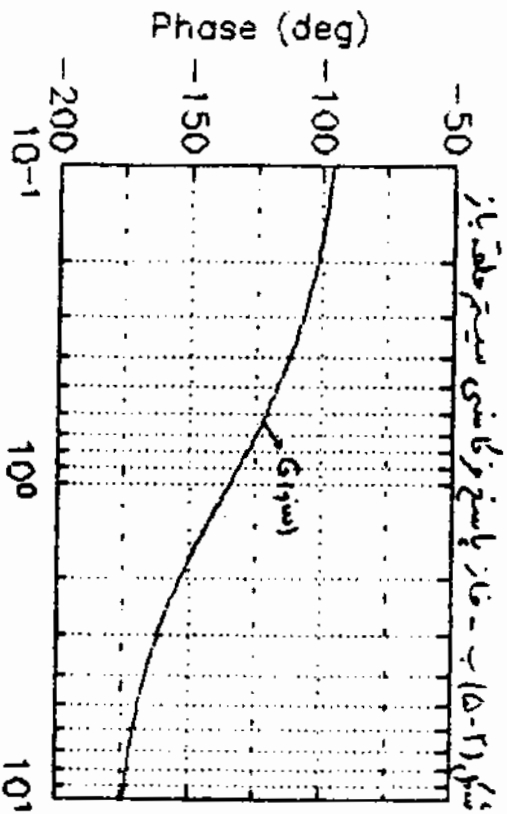
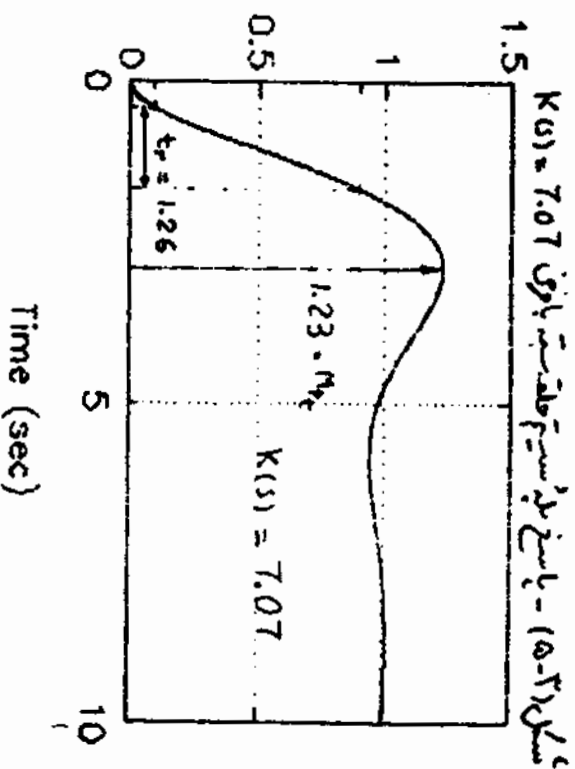
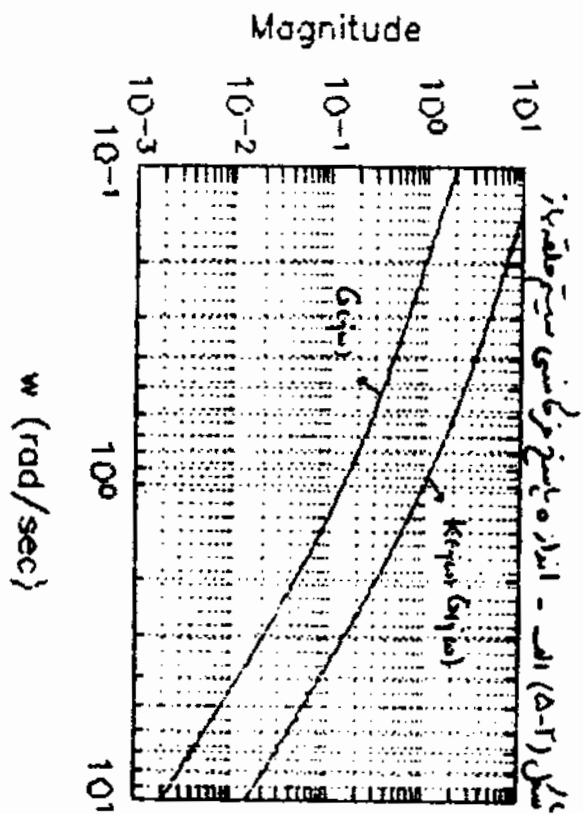
انتخاب کنیم. آنگاه فرکانس گذر 0.5db، $K(s)G(s)$ برابر (rad/sec) 1 شده و حدفاز نیز 45 درجه خواهد شد. باسف فرکانسی $K(s)G(s)$ نیز در شکل (5-2) رسم شده است. خوشبختانه در این مسئله با انتخاب $K(s)$ صورت (5-2) اندازه باسف فرکانسی $G(s)$ و $K(s)$ دارد محدوددهایی که در شکل (5-1) مشخص شده نخواهد شد و شرایطی مطلوب ذکر شده برآورده خواهد شد.

با این انتخاب $K(s)$ تابع تبدیل سیخ حلقه بسته از ورودی مناسه خروجی که آنرا با $G_{ry}(s)$ میس فرام فرام داد بصورت زیری باشد

$$G_{ry}(s) = G_c(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} = \frac{1.414}{s^2 + s + 1.414} \quad (5-3)$$

باسف بله $G_{ry}(s)$ در شکل (5-3) رسم شده است. توجه کنید چون حدفاز 45 درجه است پس با استفاده از (5-14) داریم $\zeta = 0.45$ و با مراجعه به شکل (5-10) خواهیم داشت $M_p = 1.21$ و یا به عبارت دیگر ما لزیم بیش تقریباً 21٪ می باشد. البته در این مسئله بخصوص با استفاده از تابع تبدیل سیخ حلقه بسته سادگی می توان M_p دقیق تر بدست آورد و امتیاهی در رسم باسف بله می بالذدی از به شکل (5-3) مراجعه کنیم فرام دید که ما لزیم بیش تقریباً 23٪ است. علاوه بر زمان نشست باسف بله در این شکل تقریباً 7.5 ثانیه است. (مقدار دقیق زمان نشست را می توان سادگی از روی $G_{ry}(s)$ محاسبه کرد و این زمان 8 ثانیه می باشد.)

زمان صدور باسف بله نیز از روی شکل (5-3) برابر 1.26 ثانیه تخمین زده می شود. در این مثال ω_c منظور که گفته شده (rad/sec) 1 است و با استفاده از رابطه تقریبی $\omega_p = 1.5 \omega_c$ خواهیم داشت که یعنی بانه سیخ حلقه بسته تقریباً (rad/sec) 1.5



ت و با استفاده از رابطه (۴-۲۶) داریم

$$t_2 = \frac{2.2}{\omega_2} = \frac{2.2}{1.5} = 1.46 \quad (5-4)$$

و این مقدار نزدیک به مقدار ۱.۲۶ ثانیه که قبلاً ذکر کردیم می‌باشد.

پاسخ فرکانس سیتم حلقه بسته را نیز بدست آورده و در شکل (۵-۵) رسم کرده ایم. از روی این شکل واضح است که پهنای باند تقریباً 1.6 (rad/sec) بوده و ماکزیم مقدار پاسخ فرکانسی نیز ۱.۳۱ است. البته با استفاده از رابطه تقریبی (۴-۱۶) که در زیر آمده است - داریم:

$$M_{\omega} = \frac{1}{2 \sin \frac{\phi}{2}} = \frac{1}{2 \sin \frac{45}{2}} = 1.31 \quad (5-5)$$

و این مقدار بسیار نزدیک به مقدار ۱.۳۱ شده قبلی می‌باشد.

در این مثال اگر ω و $\omega_{\text{سیتم}}$ فرکانس ها تقریباً 3 (rad/sec) شود و حدفاصل همان مقدار ۶۵ درج باقی بماند نمی‌توانیم تقوا از بهره خالی K استفاده کنیم. چگونگی انجام این عمل در قسمت بعد مایش داده شده است.

در ادامه فرض کنید که هدف انتخاب $K(s) = K$ پهنای باند تا فرکانس ω 3 (rad/sec) شود. ما توجه به شکل (۵-۳) اندازه $G(1/s)$ در 3 (rad/sec) تقریباً ۰.۰۲۱ است. پس ما انتخاب

$$K(s) = \frac{1}{0.021} = 47.62 \quad (5-6)$$

فرکانس گذر $G(1/s)$ همان $K(1/s)$ خواهد شد. البته حدفاصل در این صورت

۲۰ درج تقلیل خواهد یافت و پاسخ پهنای سیتم حلقه بسته را می‌خواهد بود پاسخ

به سیتم حلقه بسته با پهنای باند 1.6 (rad/sec) - شکل (۵-۴) رسم شده است. توجه

کنید که زمان صعود پاسخ پهنای باند $\frac{1}{3}$ مقدار قبلی (یعنی تقریباً ۰.۴۲ ثانیه) تحلیل یافت

شده است. البته این بدلیل دراز شدن فرکانس ω (یا تقریباً ۳ برابر شدن ω) می‌باشد.

در زمان شست پاسخ پهنای باند تغییر کرده است. البته بدلیل کاهش حدفاصل (و در نتیجه کاهش

تقریباً ۰.۲) با مراجعه به شکل (۴-۱۸) داریم

$$t_3 \omega_3 \approx 20$$

$$t_3 \approx 6.7$$

(۵-۷)

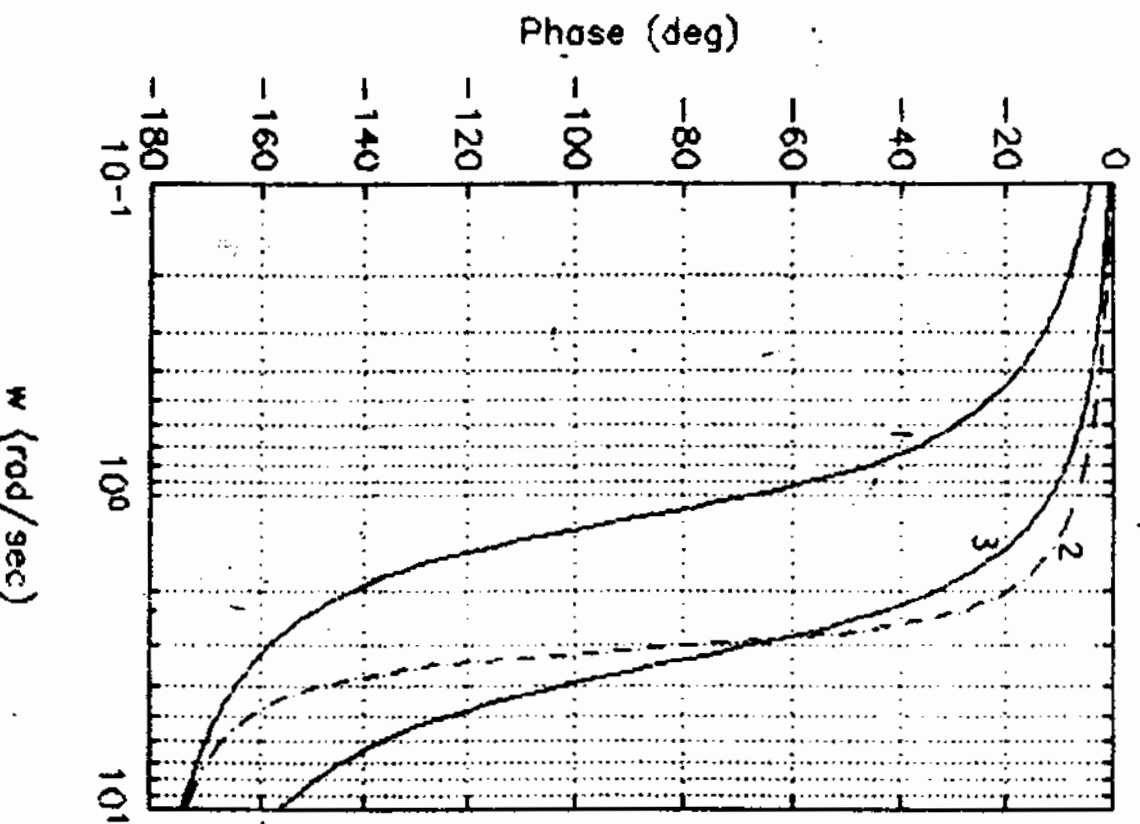
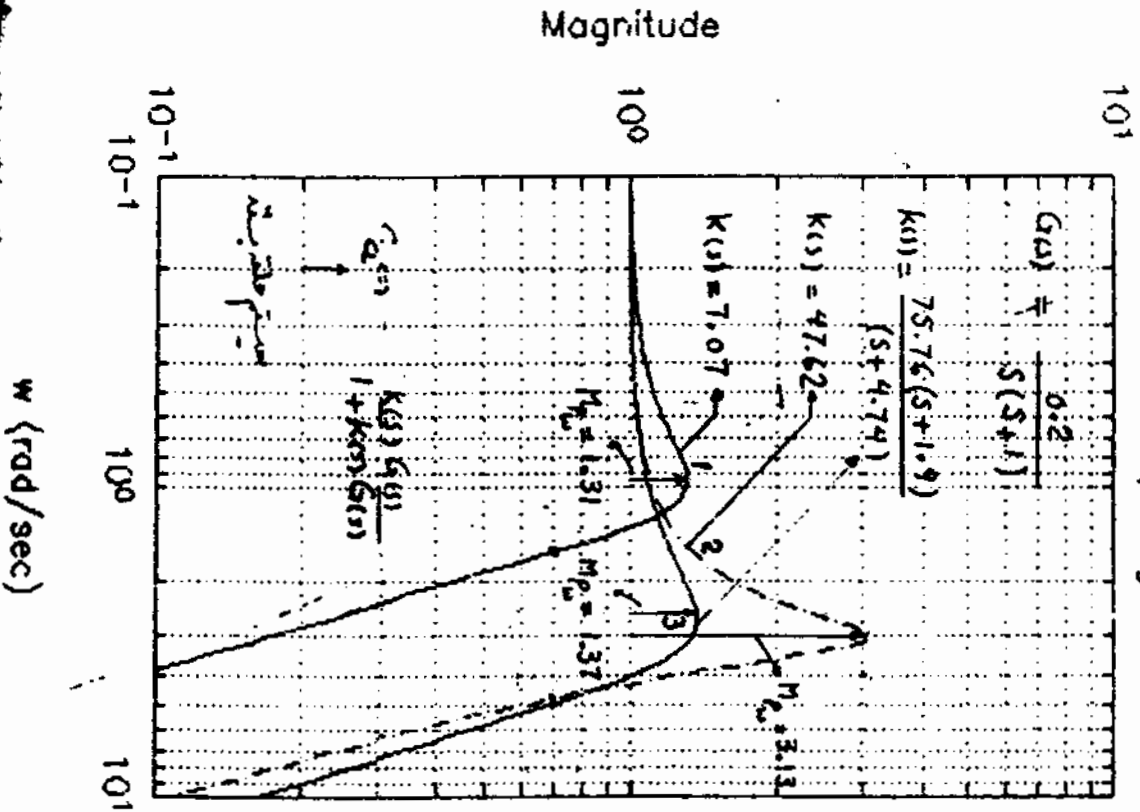
محل (0-0) به عنوان نقطه مرجع

خط اولی (الف)

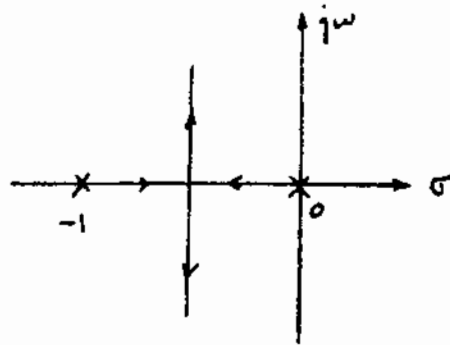
خط دوم (ب)

Closed Loop Magnitude

Closed Loop Phase



مقدار زمان نشست از روی شکل (۵-۴) تقریباً همان مقدار 7.5 ثانیه فعلی است و سطر ورودی زمان نشست با افزایش بهره K ثابت مانده است. این مطلب را می توان با استفاده از دیگرام مکان ریشه های زیرساده s توضیح نمود.



شکل (۵-۲) - جلوه تغییر قطب های سیستم حلقه بسته با بهره $K (> 0)$

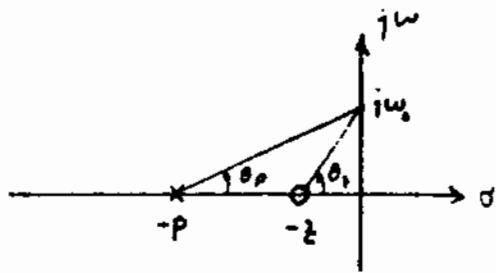
باتوجه به شکل واضح است که یک قطب از سمت چپ محور σ به سمت راست $\sigma = -0.5$ حرکت کرده (برای مقادیر مختلف بهره K) پس زمان نشست نیز تقریباً $8 = 4/0.5$ ثانیه خواهد بود. با سطح فرکانسی سیستم حلقه بسته مانند ω_n (شکل (۵-۵)) رسم نمودار است. مدولت کاهش حدوداً به 20 درجه H_{dB} افزایش محسوس دالتی $\gamma = 3.13$ رسیده است. همچنین بهای باید سیستم حلقه بسته نیز تقریباً همان $\gamma = 1.5$ یعنی 4.5 (rad/sec) است. (با سطح فرکانسی سیستم حلقه بسته هم فارو هم اندازه) دقیقاً توجیه کنید.

۵-۲- جبران کننده پیش فاز

در این قسمت درباره فیلترهای استفاده از جبران کننده پیش فاز (Lead Compensator) می بینیم. رفتار پاسخ فرکانسی سیستم صحبت خواهیم کرد. به طور کلی به مداری که تابع تبدیلی معررت زیر دالتی مانند یک جبران کننده پیش فاز لغت می شود

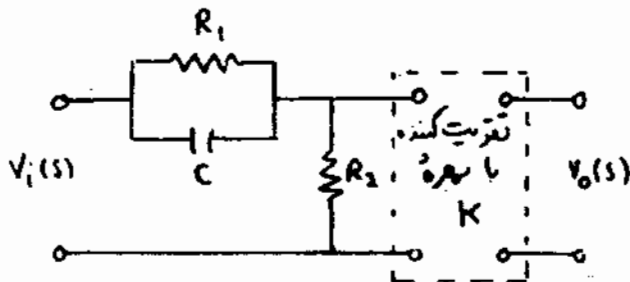
$$K(s) = K \frac{s+z}{s+p}, \quad p > z > 0 \quad (5-8)$$

شکل (۵-۷) - آموه است. همانطور که واضح است این تابع تبدیل از قطب آن - محور σ نزدیک تری باشد و چون در این شکل θ همواره از 0 بزرگتری باشد پس فاز $K(j\omega)$ همواره مثبت بوده و این علت آن پیش فاز می شوند.



شکل (۵-۷) - صفر و قطب جریان کننده پیش فاز

یک مدار الکترونیکی نزدیکه رفتار پیش فاز دارد در شکل زیر آمده است:



شکل (۵-۸) - مدار الکترونیکی صراحت کننده پیش فاز

تایم تبدیل این مدار بصورت زیر است

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K \frac{1 + \alpha T s}{\alpha(1 + T s)} = K \frac{s + 1/\alpha T}{s + 1/T} = K \frac{s + z}{s + p} \quad (5-9)$$

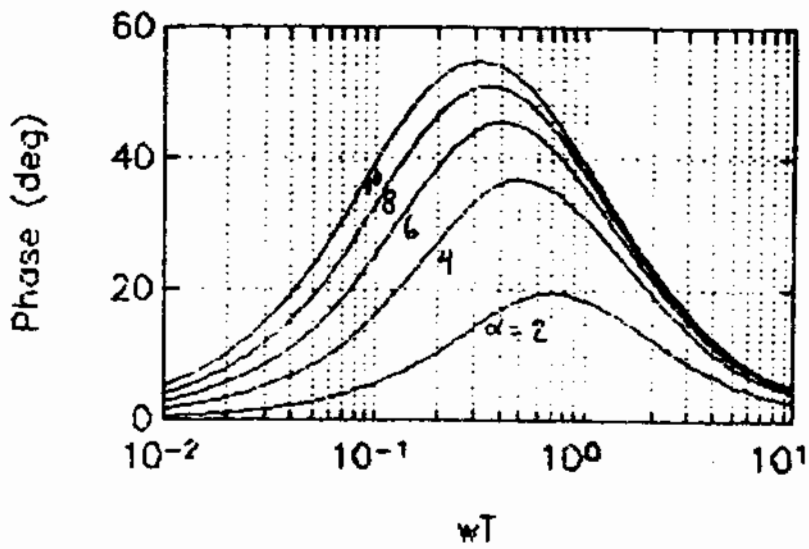
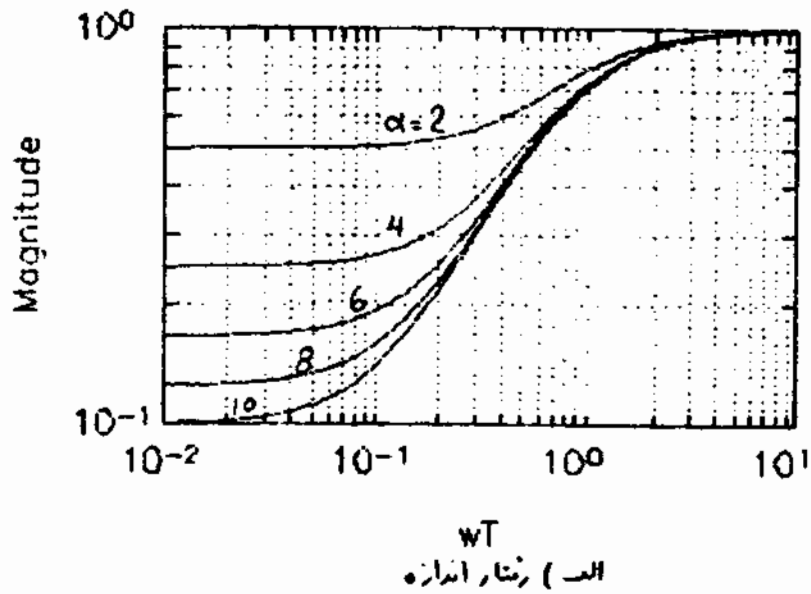
که در اینجا α و T بصورت زیر تعریف شده اند

$$T \triangleq \frac{R_1 C}{\alpha}, \quad \alpha \triangleq \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1 \quad (5-10)$$

عموماً تایم تبدیل جریان کننده پیش فاز بدون بهره اضافی K را با $\bar{K}(s)$ نمایش خواهیم داد، یا بصورت دیگر

$$\bar{K}(s) = \frac{s + 1/\alpha T}{s + 1/T} \quad (5-11)$$

بایست فرکانسی برای چند مقدار α در شکل (۵-۹) آمده است. توجه کنید که رفتار اندازه $\bar{K}(s)$ عمده مشخصه مطلوب جریان کننده نیست (چون فرکانسهای پایین را تصحیف کرده ولی فرکانسهای بالا را دست نمی زند و این عمده مطلوب نمی باشد) بلکه رفتار فاز آن، رفتار مطلوب می باشد.



شکل (۵-۹) - بلنچ فرکانسی برای کده پیش فاز برای مقادیر مختلف α

ساده‌ترین توان نشان داد که مقدار فاز ماکزیم در فرکانسی که در نقطه هندسی صفر و قطب آن کده می‌باشد اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر از فرکانسی که فاز ماکزیم را باید با فایض دهیم.

توجه داریم:

$$\omega_m = \sqrt{\xi p} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$$

(۵-۱۲)

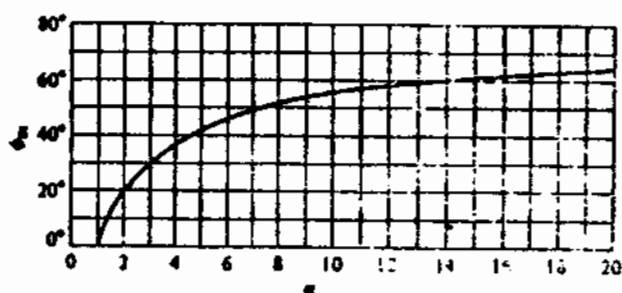
کده از مقدار فاز ماکزیم را با ϕ_m نمایش دهیم. آنگاه توان نشان داد [۲]:

$$\sin \phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

(۵-۱۳)

مثلاً (۵-۱۳) در (۵-۱۳) بسیار مهم بوده و مهمترین مشخصه‌های توان کده پیش فازی بالکند.

ناورد - رابط (۱۳-۵) واضح است که مقدار ساکریم فارمزان کهنه بیش فاز مقدار است قب
 - صف ($\alpha = \frac{P}{4}$) شش دارد. جلد بی تغییرات ϕ بصورت تابعی از α در شکل (۵-۱۰)
 رسم شده است. همانطور که از این شکل مشهود است، از یک میزان کهنه بیش فاز حداقل
 حدود ۶۰ تا ۷۰ درصد فاز مثبت می توان گرفت. علاوه بر این $\alpha = (R_1 + R_2) / R_2$ ، برای اینکه
 مقادیر R_1, R_2 مقادیر معقولی داشته باشند، α را نباید بیش از حد بزرگ انتخاب نمود.
 عموماً پس از آنکه که α از ۱۵ کوچکتر استغناء شود.



شکل (۵-۱۰) - جلد بی تغییرات فارمزان کهنه بیش فاز با $\alpha [6]$
 از درجی - رابط ظاهری بهینی از ۶۰ درصد فاز مثبت (α بزرگتر از ۱۵) احتیاج باله می توان
 از ۲ یا چند میزان کهنه بیش فاز که به یکدیگر متصل شده اند استفاده کرد.
 از میزان کهنه بیش فاز برای بهبود رفتار پاسخ فرکانسی در حوالی فرکانس گذر $\omega = \omega_c$ و
 افزایش حدفاز و بهبود پاسخ زمان سیستم استفاده می شود. همانطور که قبلاً ذکر شد، افزایش
 سرعت سیستم و بالا بردن بهینا با استفاده از یک بهره خالی K عموماً با کاهش حدفاز همراه
 است و از میزان کهنه بیش فاز برای بهبود حدفاز می توان استفاده کرد. در ادامه به ذکر یک
 مثال درباره طرز استفاده از میزان کهنه بیش فاز خواهیم پرداخت.

مثال ۵-۲: مثال (۵-۱۰) را دوباره در نظر بگیرید. فرض کنید علاوه بر مشخصات قبلی
 مطلوب افزایش سرعت سیستم و داشتن $\omega_c = 3$ (rad/sec) باشد؛ البته حدفاز سیستم
 نیز همان ۴۵ درجه بای باشد.

در قسمت قبل مشاهده کردیم که با استفاده از بهره خالی K می توان $\omega_c = 3$ را در حدفاز ۴۵

شده است فقط 20 درجه می باشد. برای افزایش حدفاصل می توان از یک فلان کننده پیش فاز استفاده کرد. در ابتدا باید سیم کبب فید درجه فاز مثبت امتیاج است. اگر فاز ماگزیم فلان کننده پیش فاز را در 3 (rad/sec) قرار دهیم، آنگاه واضح است که مقدار این فاز ماگزیم اقلاناید 25 درجه باشد تا حدفاصل مطلوب 45 درجه حاصل شود. (عموماً در عمل برای محافظه کاری مقدار فاز مثبت مورد نیاز را کمی بیشتر از مقدار مورد نیاز انتخاب می کنند.) با داشتن فاز ماگزیم مورد نیاز (ϕ_m) با استفاده از رابطه (5-13) می توان α را محاسبه نمود:

$$\sin 25^\circ = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2.464 = 2.5 \quad (5-14)$$

در قدم بعد وگاس فلان ماگزیم را در ردی وگاس β مورد نیاز قرار می دهیم. با استفاده از (5-12) داریم

$$\omega_m = \sqrt{2\rho} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} = 3 \text{ rad/sec}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{1}{T^2} = 4.74 \quad (5-15)$$

پس قطب در این کده در 4.74 خواهد بود. با داشتن ρ با داشتن α می توان z را به دست آورد

$$z = \frac{\rho}{\alpha} = \frac{4.74}{2.5} = 1.90 \quad (5-16)$$

با محاسبه z , ρ ، α که در (5-11) ترتیب شده است کملاً مشخص می شود:

$$\bar{K}(s) = \frac{s + 1.90}{s + 4.74} \quad (5-17)$$

سپس فرکانس ω_c را با $\bar{K}(s)$ همراه با پاسخ فرکانس $G(s)$ در شکل (5-11) رسم شده است. توجه کنید که فاز $\bar{K}(s)$ در فرکانس 3 (rad/sec) برابر 435 درجه می باشد. برای وگاس β وگاس β لذر 0-dB قرار دهیم حدفاصل مطلوب بدست خواهد آمد. در قدم بعد اندازه $\bar{K}(s)$ را در فرکانس 3 (rad/sec) محاسبه می کنیم. با ترتیب شکل (5-11) داریم

$$|\bar{K}(s)G(s)|_{\omega=3} = 0.0132 \quad (5-18)$$

پس اگر $G(s)$ را در یک بهره

$$K = \frac{1}{0.0132} = 75.76 \quad (5-19)$$

فید کنیم آنگاه وگاس β لذر 0-dB مقدار دلخواه 3 (rad/sec) خواهد شد. پس فلان کننده

بهای صورت

$$k(s) = k \bar{k}(s) = 75.76 \frac{s+1.90}{s+4.74} \quad (5-20)$$

خواهد بود. پاسخ فرکانس $k(s)$ در شکل (۵-۱۱) رسم شده است. علاوه پاسخ
 رگانی سیتم حلقه بسته با استفاده از همان کسره (۵-۲۰) را نیز در شکل (۵-۵) رسم کرده ایم
 مازده بر این شکل بهای ماند سیتم حلقه بسته تقریباً 4.8 (rad/sec) و مقدار ماکزیم پاسخ فرکانس
 سیتم حلقه بسته نیز 1.37 است. توجه کنید که در این حالت نیز ω به مقدار $\omega = 1.5$ نزدیک
 بوده و مقدار ماکزیم پاسخ فرکانس نیز 1.37 است.

$$\frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{2 \sin 22.5} = 1.31 \quad (5-21)$$

ردیف است (-) را بعد (۴-۱۶) مراجعه کنید.

پاسخ بله سیتم حلقه بسته را نیز در شکل (۵-۱۲) رسم کرده ایم. مازده بر شکل ماکزیم مقدار
 پاسخ بله سیتم 1.26 است که از شکل (۴-۱۰) مراجعه کنیم به مقدار ماکزیم چس برای
 $\zeta = \frac{\phi}{100} = 0.45$ (۱.۲۱) نزدیک می باشد. البته توجه کنید که شکل های (۴-۸) و (۴-۱۰) مازده
 سیتم درجه دوم رسم شده است و سیتم مورد بحث این مثال پس از افزودن جبران کننده
 درجه ۲ نبوده ولی با این وصف روابط بدست آمده برای سیتم درجه دوم در اینجا نیز تقریباً
 صادق است.

توجه بسیار جالب این است که رابطه M_p و M_r که در شکل (۴-۱۰) آمده

است عمده برقرار است. در این مثال اگر به شکل (۴-۱۰) توجه کنیم خواهیم دید که $M_p = 1.37$
 و $M_r = 1.26$ هر دو تقریباً برای $\zeta = 0.4$ اتفاق می افتند. پس نسبت میرایی قطب موزن
 در این مثال تقریباً 0.4 است نه 0.45 که از روی مدار محاسب می کنیم.
 زمان نوسان پاسخ بله سیتم حلقه بسته را نیز از روی شکل (۵-۱۲) محاسبه کردیم:

$$t_r = 0.42 \text{ ثانیه} \quad (5-22)$$

و این مقدار به $\frac{2.2}{4.8} = \frac{2.2}{\omega_n} = 0.46$ نزدیک می باشد.

زمان نشست سیتم نیز تقریباً 2.4 ثانیه است که با مقدار تقریبی محاسب شده از روی شکل

$$(4-18) \quad t_s = \frac{8}{\zeta} = 20 \text{ ثانیه} \text{ دارد. در اینجا هم به شکل های (۵-۱۲) و}$$

پیش‌مارنده‌ها زمان موایسج را کم کرده‌ام بلکه زمانه‌های نسبتاً خاصی نیز برای واضح بله
 حاصل شده و رفتار نوسانی که در شکل (۵-۴) مشاهده می‌کنیم دیگر وجود ندارد.

الته‌های پرداخت شده برای اهرایی سیمت سیمت. استعانه سیمت از ورودی سیمت
 یعنی $u(t)$ می‌باشد. برای تعیین این مطلب ورودی سیمت $(u(t))$ را بران ورودی

مناهی $(f(t))$ بدین‌واحد برای حیران کسده $K(s) = 7.07$ و $K(s) = \frac{75.76(s+1.9)}{(s+4.74)}$

به ترتیب در شکل‌های (۵-۱۴) و (۵-۱۵) رسم کرده‌ام. واضح است که در شکل (۵-۱۵) ورودی
 $u(t)$ مقادیر برای بزرگتری نسبت به شکل (۵-۱۴) اختیار می‌کنند. البته افزایش سیمتال
 کنترلی اعمال شده با افزایش بهیای ماند را عقلاً در (۴-۳۴) پیش‌بینی کرده بودیم.
 از امتس سیمتال واحد ورودی خودی سیمت برای حیران کسده

$K(s) = 7.07$ و $K(s) = \frac{75.76(s+1.9)}{(s+4.74)}$ به ترتیب در شکل‌های (۵-۱۶) و (۵-۱۷)

رسم شده است. البته حیران اندازه حیران کسده پیش‌فاز در زمانهای پایین از اندازه
 بهره 7.07 بزرگتر است پس انتظار داریم (راغباً) (۱۳-۲۵) که از امتساش ورودی خودی
 با استفاده از حیران کسده پیش‌فاز که از بهره 7.07 در حالت ماندگار باشد.

در اینجا دیالگرام مکان ریشه‌ها را در حالتی که از حیران کسده پیش‌فاز استفاده
 شد در شکل (۵-۱۳) رسم کرده‌ام. در این دیالگرام در حقیقت فرض کرده‌ام

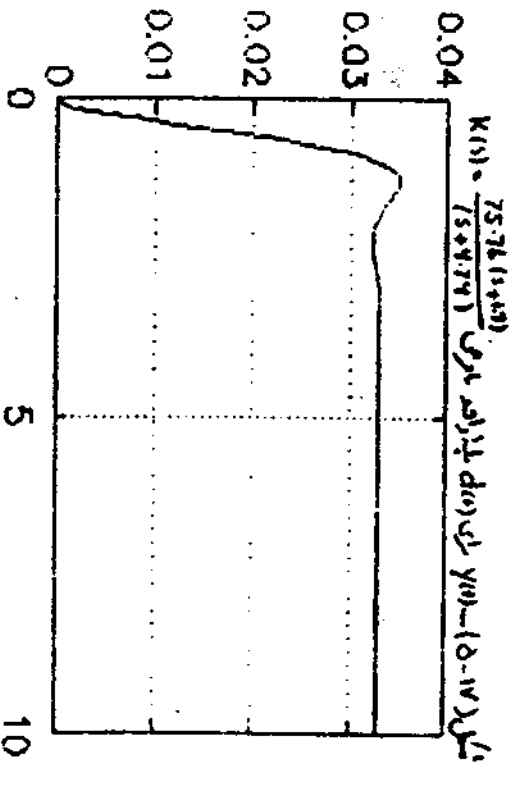
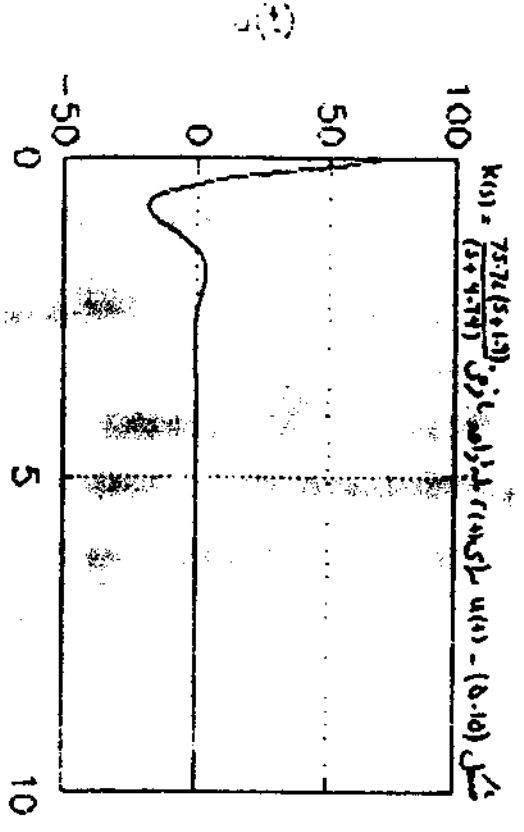
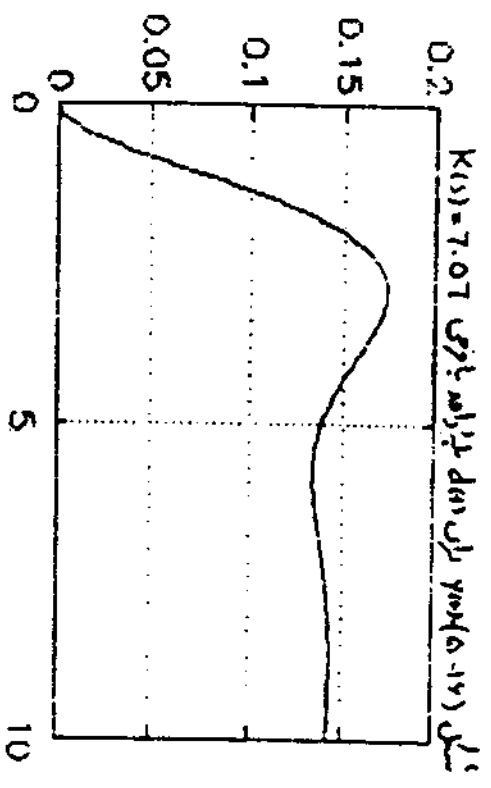
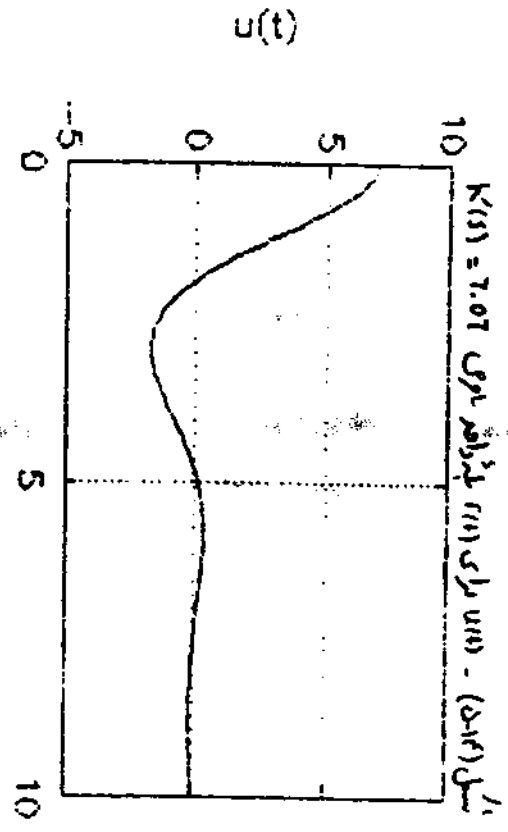
$K(s) = k \frac{s+1.9}{s+4.74}$ و محل قطب‌های سیمت حلقه بسته برای مقادیر مختلف بهره k

رسم شده‌اند تقابلی که با k مخفی شده‌اند محل قطبهای سیمت حلقه بسته برای $k=75.76$
 می‌باشند. تابع تبدیل سیمت حلقه بسته با این بهره k بصورت زیر فرایند:

$$G_{cl}(s) = G_{ol}(s) = \frac{15.15(s+1.9)}{(s+2.43)(s+1.655 \pm j3.018)} \quad (5-23)$$

توجه کنید که همانطور که در قسمت (۱-۲) دان شده‌ایم، صورهای سیمت تحت فیدبک واحد عمومی
 می‌شوند پس صور سیمت حلقه بسته همان صور حیران کسده خواهد بود. ما توجه به محل قرارگیری
 صور قطبهای سیمت حلقه بسته واضح است که به علت نزدیکی قطبهای درجه اول دوم می‌توان
 گفت که کدامیک از آنها مؤثر خواهد بود (برای بحث درباره قطبهای مؤثره فضل را مراجعه کنید).

۱- در این کتاب $s + \sigma \pm j\omega$ نمایانگر فیدبکهای درجه دوم است که در اینجا $\sigma = -0.5$ و $\omega = 3.018$ می‌باشند.
 عبارت دیگر $(s + \sigma + j\omega)(s + \sigma - j\omega) = (s + \sigma)^2 + \omega^2 = (s + 0.5)^2 + 3.018^2$

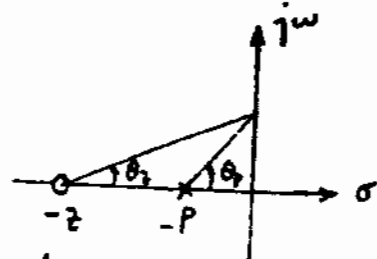


۵-۳ - جبران کننده پس فاز

در این قسمت درباره استفاده از جبران کننده پس فاز (Lag Compensator) برای تغییر رفتار پاسخ رگاسی سیستم صحبت خواهیم کرد. به طوری که مدار که تابع تبدیلی صورت زیر داشته باشد، جبران کننده پس فاز گفته می شود:

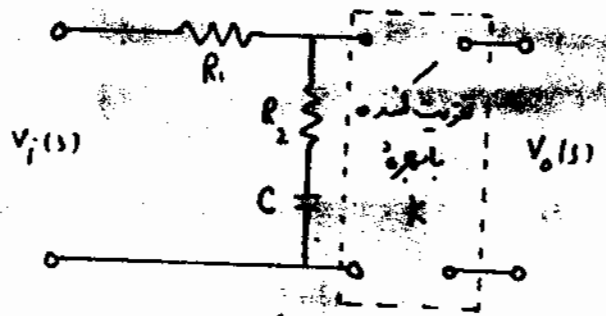
$$K(s) = K \frac{s+z}{s+p}, \quad z > p > 0 \quad (5-24)$$

محل قرارگیری صفر و قطب این تابع تبدیل در شکل (۵-۱۸) آمده است. همانطور که واضح است قطب این تابع تبدیل از محور σ مجاور صفر نزدیکتر می باشد و چون در این شکل θ_p مداره از θ_z بزرگتر است پس فاز $K(s)$ مداره منفی بوده و بیان مکتب آن پس فازی گویند.



شکل (۵-۱۸) - محل صفر و قطب جبران کننده پس فاز

یک مدار الکتریکی نمونه که رفتار پس فاز دارد در شکل زیر آمده است:



شکل (۵-۱۹) - مدار الکتریکی جبران کننده پس فاز

تلف تبدیل این مدار به صورت زیر است:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = K \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} = \frac{K}{\alpha} \frac{s+1/T}{s+1/\alpha T} = \frac{K}{\alpha} \frac{s+z}{s+p} \quad (5-25)$$

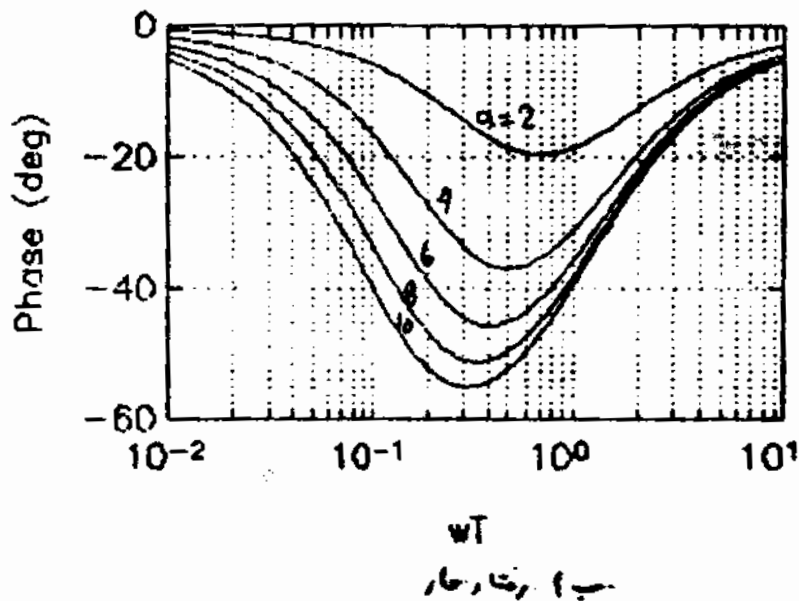
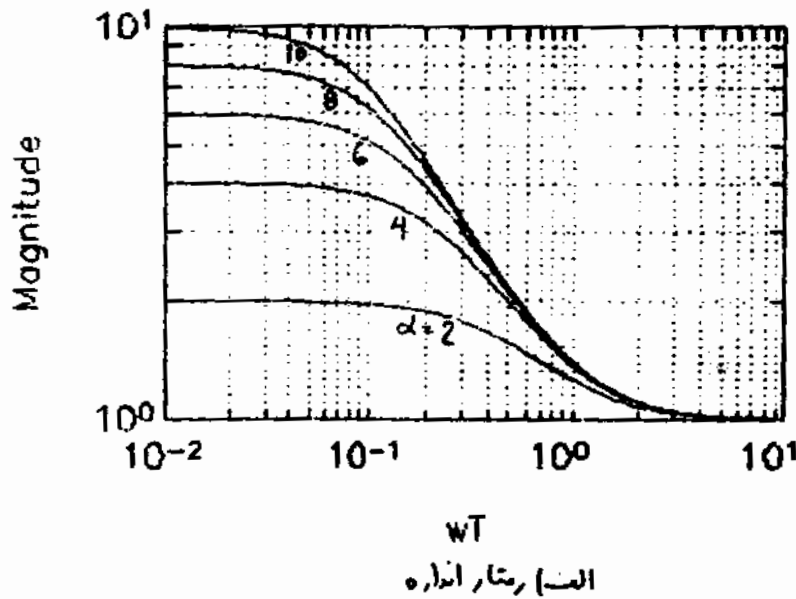
که در اینجا T و α به صورت زیر تعریف شده اند:

$$T = R_2 C, \quad \alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1 \quad (5-26)$$

در اینجا تابع تبدیل فرکانس نازمدون به $\frac{K}{s}$ را با $K(s)$ نمایش می‌دهیم و داریم

$$K(s) = \frac{s+1/T}{s+1/\alpha T} \quad (5-27)$$

سبع فرکانسی $K(s)$ را می‌توان به مقدار α در شکل (5-20) رسم شده است. توجه کنید که $K(s)$ فرکانسهای پایین را تقویت می‌کند ولی فرکانسهای بالا را بدون تغییر از خود عبوری دهد. منظور از دافض است این رفتار اندازه مشخصه ای است که عمده مورد نظر می‌باشد و با استفاده از آن می‌توان دینامیک ورودی فرکانسهای پایین به مقدار $\alpha = \frac{1}{\beta}$ برگرداند بدون آنکه تغییری در رفتار سایر فرکانسها در فرکانسهای بالا حاصل شود. توجه کنید که در خلاف فرکانس نازمدون به فرکانسهای پایین عامل نامطلوب بوده و عمده حتمیت نمایان سازد و از رفتار



حران کنده استفاده می‌کنیم. البته علامه برای کنده پیش طرز، مقدار علامه منفی را می‌گیریم
 برای کنده پس فاز در $\sqrt{2}P$ اتفاق می‌افتد. از حران کنده پیش فاز برای بالارزون دقت بسیم
 در دسال کردن ورودی مساوی افزایش نزدیک خط مانند k_p ($K(s) G(s)$) $\lim_{s \rightarrow 0} s k_p$
 k_v ($K(s) G(s)$) $\lim_{s \rightarrow 0} s k_v$ و نیزه به دور استفاده می‌شود. البته برای ایند فاز منفی
 حران کنده پس فاز، حد فاز بسیم را بصورت قتل ملاقاتی کاهش بدهد، عملاً صفر حران کنده
 را برایت باین ترانز کانس لدر $0-dB$ ما نظیر $k(s)$ در مثال باین خواهم دید تراری دهند.

مثال ۳-۵: مثال (۵-۱) را دوباره در نظر گرفته و حران کنده ای برای کنده تا علاوه بر مشخصات
 داده کنده، ضریب خطای سرعت (k_v) آن از 20 بزرگتر باشد. (بعبارت دیگر می‌خواهم
 اندازه باینغ و کانس در فرکانس های باین از آنچه قبلاً مشخص کرده ایم بزرگتر بوده و
 در نتیجه خطای بسیم در دسال کردن ورودی بسیم را کاهش دهیم.)
 در مثال (۵-۱) مشاهده کردیم که با انتخاب $k(s) = 7.07$ فرکانس لدر $0-dB$
 برابر (ω_{cld}) شده و حد فاز نیز 45 درجه خواهد شد. در این حالت ضریب خطای
 سرعت برابر است با

$$k_v \approx \lim_{s \rightarrow 0} s k(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{7.07 \times 2}{s+1} = 1.414 \quad (5-28)$$

و این مقدار برایت از مقدار 20 که در صورت مساوی خواهد شد، کوچکتر است. برای افزایش
 k_v می‌توان از یک حران کنده پس فاز استفاده کرد. در ابتدا است صفر خطای حران کنده
 یعنی α مورد نیاز را انتخاب می‌کنیم. واضح است که اگر $K(s) G(s)$ موجود را در $K(s)$
 ضرب کنیم انتخاب k_v مقدار α افزایش خواهد یافت. پس ما برای α مورد نیاز را از
 رابطه زیر به دست آوردیم

$$\alpha = \frac{20}{1.414} = 14.14 \quad (5-29)$$

برای محافظه کاری در روند لدرن ابتدا $\alpha = 15$ انتخاب می‌کنیم. حال ما انتخاب کامل صفر
 حران کنده، $K(s)$ بصورت کامل مشخص خواهد شد. عملاً برای ایند فاز منفی حران کنده
 پس فاز، حد فاز در فرکانس های باین از حد کاهش بدهد، صفر حران کنده را 10 تا 20 مرتبه
 از فرکانس های باین تر انتخاب می‌کنند. (توجه کنید که فاز (منفی) لازم حران کنده در فرکانس
 1- توجه کنید که اگر ارفقعات الکتریکی برای سرعت حران کنده پس فاز استفاده شود، آن یکی در بالای مقبول برای α تقریباً 10 است
 چون در این صورت انتخاب حران کنده پس فاز برای سرعت آن بسیار دشوارتر خواهد بود.

کمتر از فرکانس فنوسرمان کننده انتخابی اند. در این مثال

$$\bar{z} = \frac{\omega_c}{10} = \frac{1}{10} \quad (5-20)$$

انتخاب می کنیم. با منصف شدن محل فنوسرمان کننده و ω_c فقط میزان گسترش قابل حمل است

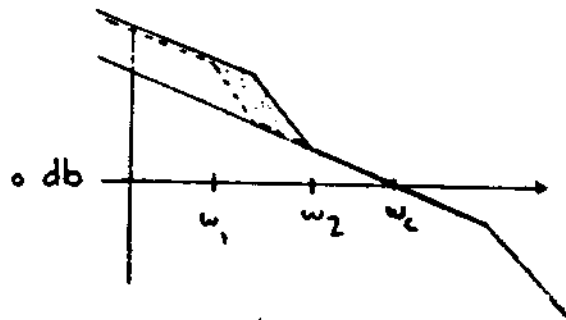
$$p = \frac{\bar{z}}{s} = \frac{1}{150} \quad (5-21)$$

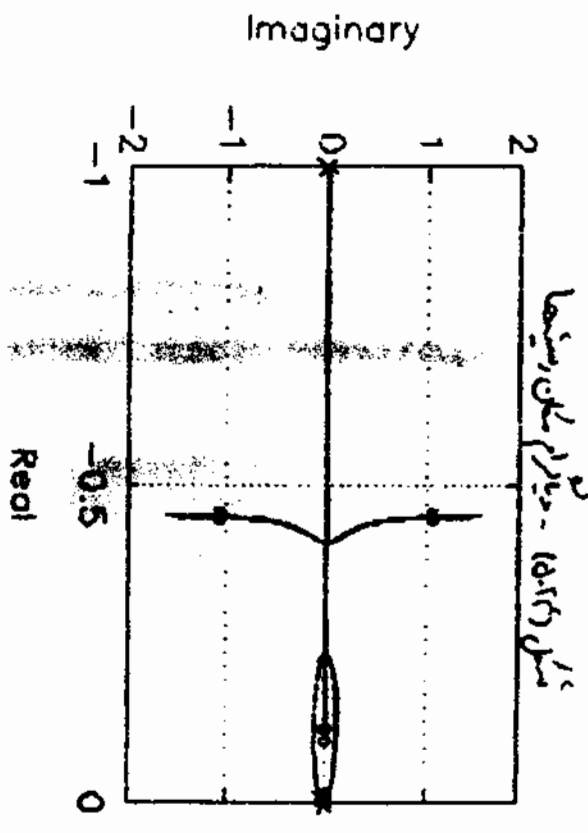
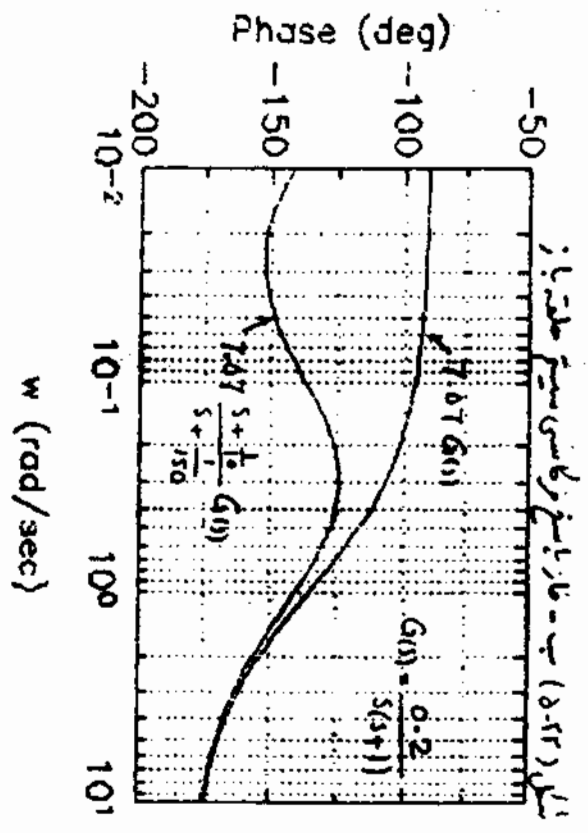
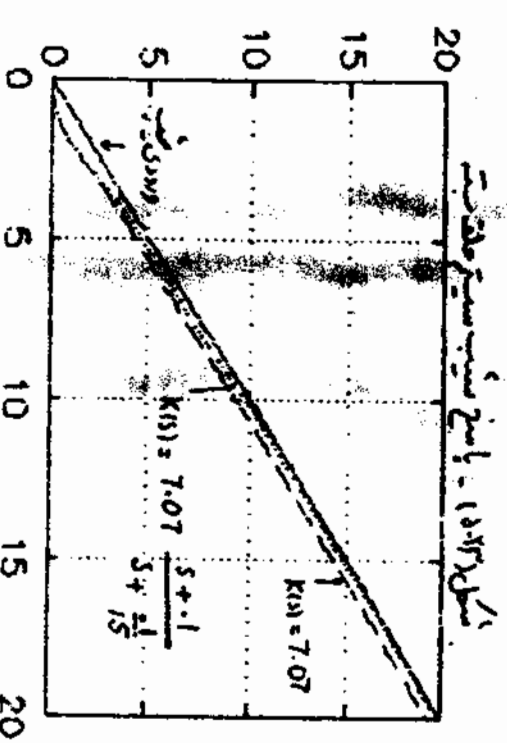
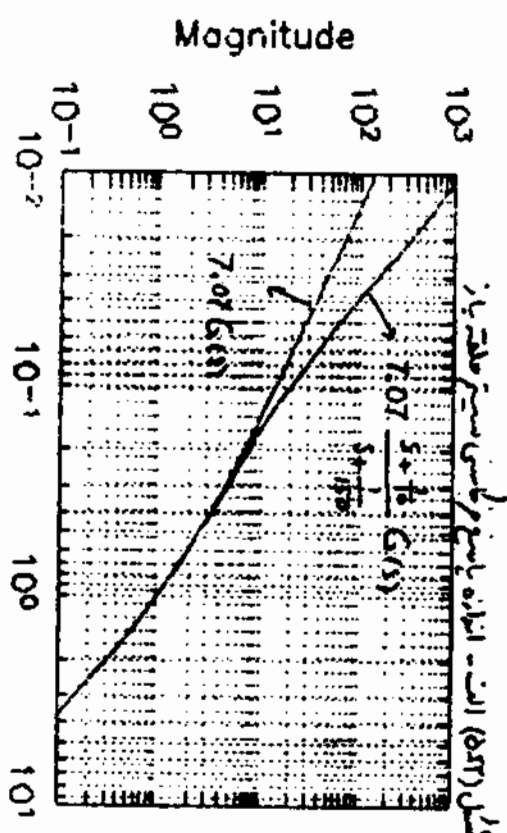
پس از جبران گسترش مطلقاً در $K(s) = (s + \frac{1}{10}) / (s + \frac{1}{150})$ ضرب کنیم. ضریب فضای سرایت بازده

برابر شده و 7.07 برابر تغییر مافوق فرکانس فنوسرمان کننده میانی که 7.07 برابر $K(s)$ حاصل خواهد شد تغییرت زیر می باشد:

$$K(s) = 7.07 \bar{K}(s) = 7.07 \frac{s + \frac{1}{10}}{s + \frac{1}{150}} \quad (5-22)$$

پاسخ فرکانسی $7.07 G(s)$ و $K(s)G(s)$ (برای $K(s)$ که در (5-22) آمده است) در شکل (5-22) نمایش داده شده است. توجه کنید که جبران کننده پس فاز نسبت افزایش اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانسهای پائین است و اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانسهای بالا بلا تغییر مانده است. البته فاز منفی جبران کننده پس فاز است که در بازه مقدار تقریباً 5 درجه کاهش پیدا کند. البته اگر $\bar{z} = \frac{\omega_c}{30}$ انتخاب می کردیم آنگاه حد فاز مقدار کمتری کاهش می یافت ولی اندازه پاسخ فرکانسی در محدوده فرکانسی کوچکتری بزرگ می شد. برای توضیح این مطلب به شکل زیر توجه کنید. در این شکل پاسخ فرکانسی منصف شده ما خطی است به پاسخ فرکانسی منصف شده با خط پهنی ارضیت دارد چون در محدوده فرکانسی بین ω_1 تا ω_2 پاسخ فرکانسی خطی بزرگتر از پاسخ فرکانسی خط پهنی می باشد. پس تا حد امکان باید هدف جبران کننده را به فرکانس ω_2 نزدیک





انتخاب کرد تا اندازه پاسخ و گامش در محدوده وسیع‌تری برآید و در همین محل باید صرفاً از گامس با دور انتخاب کرد تا دعبار سیستم بیش از حد تقلیل نیابد. به این دلیل عمده‌تر از آن که لنگه را بین $\frac{1}{3}$ تا $\frac{1}{10}$ انتخاب می‌کنند.

پاسخ سیستم حلقه بسته با فرض $K(s) = 7.07$ ، $k(s) = \frac{7.07(s+0.1)}{(s+1/150)}$ در شکل (۵-۲۳) رسم شده است. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود خط در دنبال کردن ورودی منهای $\frac{1}{150}$ را از سیستم حلقه بسته ای که از صفران کنده پس فاز استفاده می‌کند برآید کمتر از خط با استفاده از جبران کننده $\frac{1}{150}$ می‌باشد. یعنی با آوردن یک قطب منهای $\frac{1}{150}$ در دنبال کردن ورودی $\frac{1}{150}$ یک واحد $\frac{1}{150}$ می‌باشد و با افزایش k ، خط گامس خواهد یافت.

علاوه دیگرام مکان ریشه‌ها در حالتی که از صفران کنده پس فاز استفاده می‌شود در شکل (۵-۲۴) رسم شده است. در این دیگرام فرض کرده ایم $K(s) = k \frac{s+1/10}{s+1/150}$ و محل قطب‌های سیستم حلقه بسته برای مقادیر مختلف بهره k رسم شده اند. نقاطی که با k مشخص شده اند محل قطبهای سیستم حلقه بسته برای $k = 7.07$ می‌باشد. تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با این بهره k صورت زیر خواهد بود.

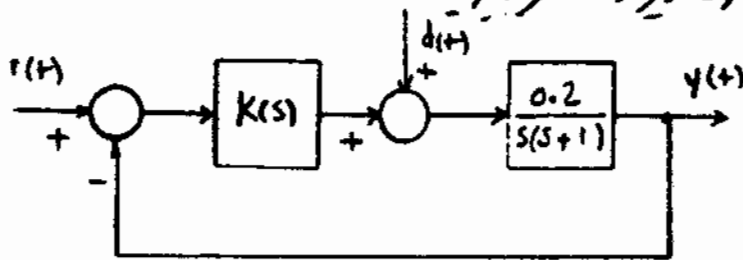
$$G_{cl}(s) = G_p(s) = \frac{1.414(s+0.1)}{(s+0.107)(s+0.45 \pm j1.059)} \quad (5-23)$$

توجه کنید که یکی از قطبهای سیستم حلقه بسته با صفر کنترل کننده حذف خواهد شد و سیستم حلقه بسته به اندک سیستم درجه دوم با قطبهای $1.059 \pm j0.45$ عمل می‌کند. توجه کنید که اگر از کنترل کننده $K(s) = 7.07$ استفاده می‌کنیم آنجا سیستم حلقه بسته به صورت (۵-۲۳) می‌برد و قطبهای سیستم حلقه بسته در $1.079 \pm j0.5$ قرار می‌گرفت. حالت این است که با افزودن جبران کننده پس فاز محل قطبهای مؤثر فقط مقدار ناچیزی تغییر کرده است. در حقیقت اگر محل صفران کنده را کمی نزدیکتر به محور s انتخاب می‌کردیم، آنگاه تفاوت بین محل قطبهای مؤثر با استفاده از صفران کنده پس فاز بدون آن حتی از این مقادیر نیز کمتر می‌شد. البته وجود جبران کننده پس فاز کمی نسبت میرایی قطب مؤثر را کاهش داده (توجه کنید که فونکشن تقریباً 5 درجه گامس یافته) و انتظار داریم که پاسخ به سیستم کمی صاف تر شده باشد.

۵۴ - جریان کنده پس فاز - پیش فاز

در بعضی از مسائل طراحی کنترل کننده مجبور به استفاده از جریان کنده پس فاز و پس فاز به نظر جریان رمانیتری بالکم. از جریان کنده پس فاز که در حقیقت مانند یک متغیر در محدوده ای از حوزه فرکانس عمل می کند برای بهبود حدفاز سیستم و بدست آوردن رفتار مناسب در حوالی فرکانس پهنای استفاده می کنیم و از جریان کنده پس فاز که در محدوده ای از حوزه فرکانس مانند انتقال لید عمل می کند برای بهبود دقت سیستم و بزرگ کردن اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانس های پایین. در ادامه به ذکر یک مثال درباره استفاده از این جریان کنده پس فاز و پس فاز خواهیم پرداخت.

مثال ۵۴: سیستم لتری زیر را در نظر بگیرید



شکل (۵-۲۵)

مخواهیم جریان کنده $K(s)$ را بگونه ای طراحی کنیم تا چسبای باشد سیستم حلقه بسته تقریباً 4.5 rad/sec بوده و حدفاز نیز 45 درمایلر علاوه امتیازات فرکانس پایین حداقل به مقدار 40 db تضعیف شوند.

پاسخ فرکانسی $G(s)$ در شکل (۵-۲) رسم شده است. در مرحله اول سعی خواهیم کرد که با استفاده از یک جریان کنده پیش فاز $\omega_c = 3 \text{ rad/sec}$ ($\omega_c = 4.5$ یا 1.5) و حدفاز نیز 45 درمیلر شود. این قسمت از مسئله در ابتدا مانند مثال (۵-۲) بوده و اگر در اینجا تکرار می کنیم همانطور که قبلاً دیده ایم

$$K_1(s) = 75.76 \frac{s+1.9}{s+4.74} \quad (5-24)$$

برای این منظور مناسب نظریه رسید. حل در قسمت (۲-۲) نشان دادیم که اگر اندازه $(s+4.74)$ بزرگ باشد آنگاه

$$|G_d(j\omega)| \approx \frac{1}{|K_1(j\omega)|} \quad (5-25)$$

و اگر از $K_1(s)$ به عنوان جریان کنده نهایی استفاده کنیم. آنگاه در فرکانسهای پایین داریم

$$\frac{1}{|K_1(j\omega)|} \approx \frac{1}{30.4} \quad \omega \ll 1.9 \quad (5-26)$$

و این مقدار از $\frac{1}{100}$ مورد نیاز است. پس باید بدانیم $K_1(s)$ را در فرکانسهای پایین افزایش دهیم، بدون آنکه حدامار سیستم را خراب کرده و رگاس به آنرا تغییر دهیم. برای این منظور می‌توانیم از یک جبران کننده پس فاز استفاده کنیم. صفر جبران کننده پس فاز را در $\frac{1}{30} = \frac{2}{30}$ قرار می‌دهیم. مقدار ادایش انداز $K_1(s)$ در فرکانسهای پایین نیز از رابطه زیر قابل محاسب است:

$$\alpha = \frac{100}{30.4} = 3.29 \approx 3.3 \quad (5-27)$$

پس جبران کننده پس فاز مورد نیاز نیز ضرورتاً در است:

$$K(s) = \frac{s + 1/10}{s + 1/33} \quad (5-28)$$

و با ادغام $K(s)$ ، $K_1(s)$ جبران کننده نهایی که تمام روابط فراتر از آن را برآورده می‌کند صورت زیر خواهد بود:

$$K(s) = K_1(s) \bar{K}(s) = \frac{75.76 (s + 1.9) (s + 1/10)}{(s + 4.74) (s + 1/33)} \quad (5-29)$$

تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با استفاده از این جبران کننده نیز صورت زیر خواهد بود:

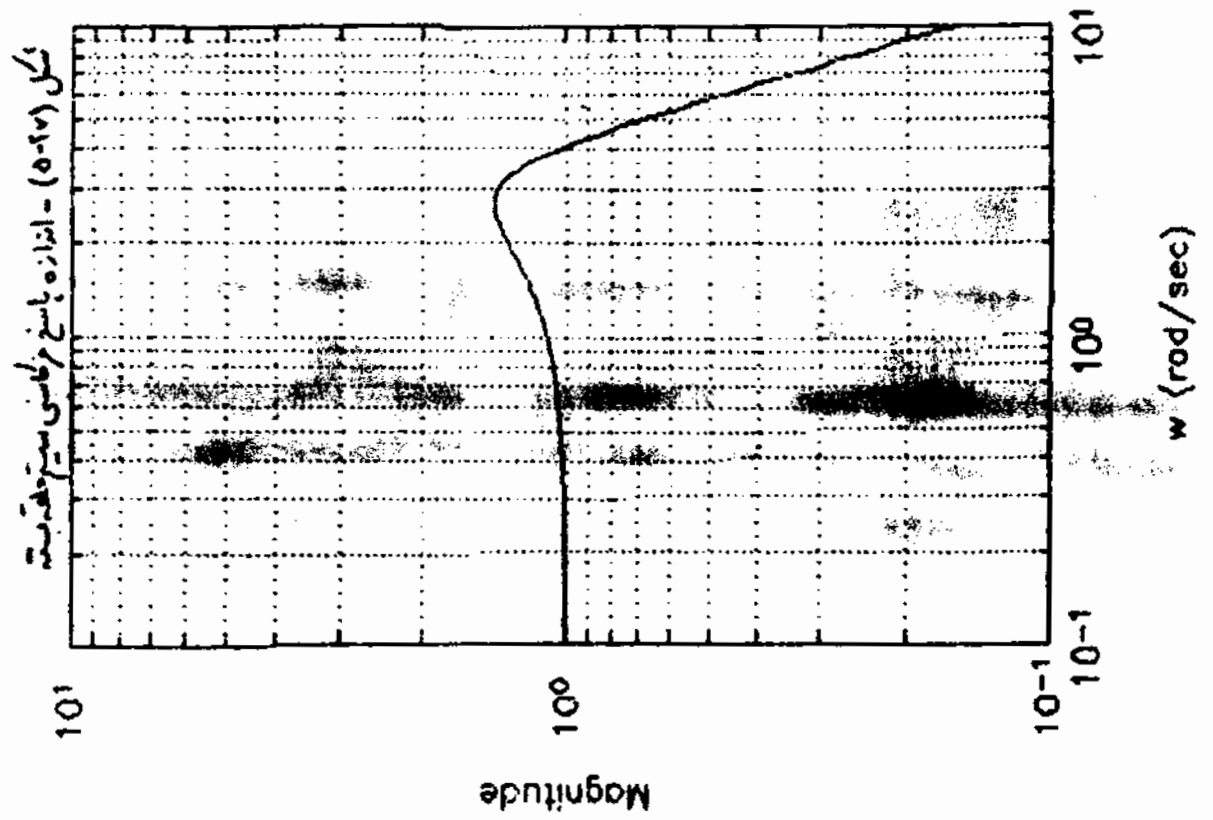
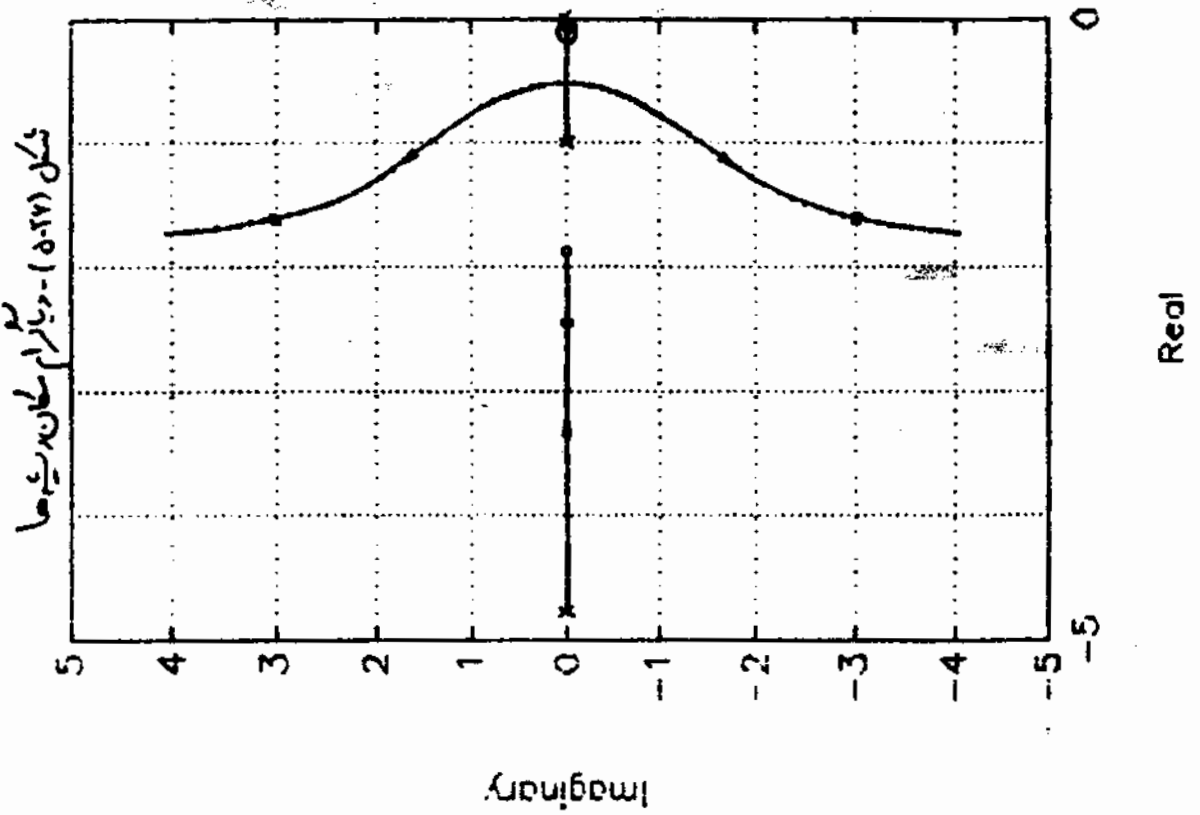
$$G_{cl}(s) = \frac{15.15 (s + 1.9) (s + 0.1)}{(s + 0.15) (s + 2.45) (s + 1.61 \pm j 3.00)} \quad (5-30)$$

توجه کنید که یکی از قطبهای سیستم حلقه بسته در نزدیکی صفر جبران کننده پس فاز قرار گرفته و در نتیجه از این قطب کند در خروجی ظاهر نخواهد شد. با مقایسه توابع تبدیل (۵-۲۳) و (۵-۴۰) واضح است که شکل کننده پس فاز، تابع تبدیل از ورودی مشابه خروجی را به مقدار بسیار کمتری تغییر داده است. در حالیکه اثرات کاسی بر روی خروجی با استفاده از جبران کننده پس فاز تعدیل یافته است.

محل ریشه‌ها با فرضی

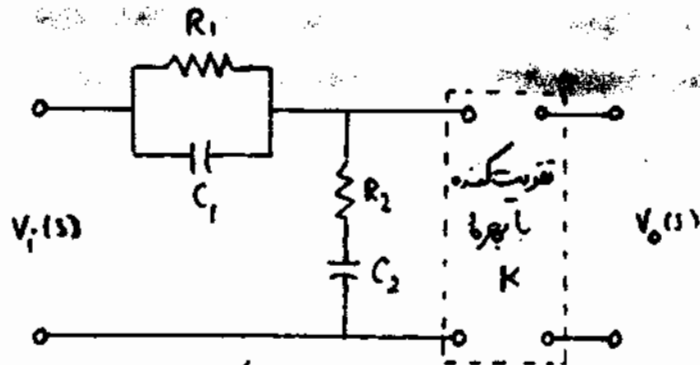
$$K(s) = \frac{k(s + 1.9)(s + 1/10)}{(s + 4.74)(s + 1/33)} \quad (5-31)$$

برای مقادیر مختلف بهره k در شکل (۵-۲۶) رسم شده است. محل قطبهای سیستم برای $k = 75.76$ در این شکل مشخص شده است. این شکل را با شکل (۵-۱۳) مقایسه کنید. توجه کنید که تنها تفاوت کویپل بین این دو شکل وجود دارد.



پاسخ هر گامی سیم حلقه شده را نیز در شکل (۵-۲۷) رسم کرده ایم. بهنای ماند سیم حلقه شده نیز بسیار نزدیک به مقدار فرکانس کنده یعنی 4.5 rad/sec است و M_{max} نیز 1.37 است که تقریباً همان مقدار شکل (۵-۵) بدون جریان کنده پس فاز می باشد.

ما طور دیگری مشاهده کردیم این مثال عمومی احتیاج به استفاده هرمان از جریان کنده پیش فاز در پس فاز داشتیم. اگر ضرب α جریان کنده پیش فاز و پس فاز مورد استفاده بآید در میان باشد، آن گاه می توان برای ساخت جریان کنده از مدار الکتریکی زیر استفاده کرد:



شکل (۵-۲۸) - مدار الکتریکی برای کنده پس فاز - پیش فاز

باع تبدیل این مدار به صورت زیر است:

$$\frac{V_0(s)}{V_1(s)} = K \frac{(s + 1/T_1)(s + 1/T_2)}{(s + 1/\alpha T_1)(s + \alpha/T_2)} \quad (5-42)$$

$$T_1 = R_1 C_1, \quad T_2 = R_2 C_2, \quad \alpha > 1, \quad T_1 > T_2$$

$$\alpha T_1 + \frac{T_2}{\alpha} = R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 \quad (5-43)$$

ما می بینیم مداری یک مدار پس فاز - پیش فاز می گوییم چون در محدوده فرکانسهای پایین مانند جریان کنده پس فاز به نظر می آید و در محدوده فرکانسهای بالاتر مانند هرمان کنده پیش فاز.

خوب در حقیقت یک مدار پس فاز به نظر می آید در حد $\frac{s + 1/T_2}{s + 1/\alpha T_1}$ یک جریان کنده پیش فاز.

البته در بسیاری از مسائل ممکن است مجبور به استفاده از جریان کنده های پیش فاز پس فاز با فرکانس α متفاوت باشیم و در اینصورت باید از اقبال سری این دو نوع جریان کنده استفاده کرد و می توان هرمان کنده پس فاز - پیش فاز بالا را مورد استفاده قرار داد.

حافظه که تملک ذکر کردیم ، در مراحل مختلف طراحی کنترل کننده در حوزه فرکانس باید همان گونه $K(s)$ را بدون ای انتخاب کنیم تا جعبه حلقه $(K(s)G(s))$ پاسخ فرکانس مطلوب داشته و دارد مسافت هالوز رده در شکل (۱۱-۴) شود . جدولی انتخاب $K(s)$ برای این هدف ممکن است از روی سیمای متعددی انجام گیرد و در این فصل درباره استفاده از فزنان کننده های پیش فاز و پس فاز در تغییر پاسخ فرکانسی سیستم صحبت کردیم البته همان گونه های پیش فاز یا پس فاز یا ترکیبی از آنها تنها همان گونه های ممکن می باشند و در بسیاری از موارد باید از همان گونه های برابرت پیچیده تر استفاده کنیم . ما استفاده از این دو نوع همان گونه ساده می توان اصول طراحی در دامنه فرکانس را نمایش داد و به این دلیل در این فصل تمرکز بیشتری روی آنها داشته ایم .

روشهای نوینی برای طراحی در دامنه فرکانس در طی دهه اخیر تدوین شده که کارایی بسیار خوبی نیز دارند ولی تشریح این نوع روشهای طراحی احتیاج به ریاضیات عالی تر و زمینه مسخکته در تئوری سیستم های خطی دارد و به این دلیل از ذکر این روشها و فرمولهای گیم [۳] [۹] .

توجه کنید که در معنی موارد ما وجود بایداری سیستم حلقه بسته ، کنترل کننده مورد استفاده خود ما باید از می باشد! در حقیقت در فصل هشتم نشان خواهیم داد که برای بعضی از سیستم های پیچیدگی می توان کنترل کننده پایدار می بدست آورد که سیستم حلقه بسته را پایدار کند . پس حتی لزومی بر استفاده از کنترل کننده های پایدار وجود نداشته و مهمی تمام کنترل کننده های ممکن برای یک سیستم دینامیک پیدا وسیع تر از همان گونه های پیشنهادی در این فصل می باشد . هدف ما تنها مابین اصول طراحی در حوزه فرکانس بوده است .

در فاصله زمانی نکتة ضروری است که طراحی کنترل کننده عمدتاً به روش آزمون و خطا انجام می گیرد و در اولین انتخاب کنترل کننده تمام نتایج مورد نظر عمدتاً حاصل می شود و با توجه به عوامل مختلف باید مصالحان مابین شرایط متضاد موجود آورد .



فصل ۹

تقلیل درجه سیستم‌های خطی و قطب‌های مؤثر

عموماً بعضی از مشخصات پاسخ یک سیستم کنترلی حلقه بسته را می‌توان برسد مشخصات پاسخ سیستم‌های درجه اول یا دوم تقریب زد. با استفاده از این صحت در این فصل درباره روش‌های مختلف تقریب یک سیستم خطی با سیستم‌های درجه پایین‌تر توضیحاتی ارائه خواهیم کرد. نکته محبت تقلیل درجه سیستم‌ها (Model Order Reduction) بسیار وسیع بوده و در اینجا فقط درباره تقریب مند و اصل کلی آن بحث می‌کنیم. سپس درباره محبت قطب‌های مؤثر (Dominant Poles) و رابطه نزدیک آن با تقلیل درجه و حل‌های استفاده از آن در طراحی سیستم‌های کنترلی توضیحاتی ارائه خواهیم کرد.

۹-۱ - تقلیل درجه سیستم‌های خطی

مسئله تقلیل درجه یک سیستم و حل‌های تقریب یک معادله دیفرانسیل باید معادله درجه پایین‌تر از قدیم مورد توجه بسیاری از مهندسان بوده است. این واضح است که تقریب و تقلیل یک سیستم درجه پایین بسیار ساده‌تر از یک سیستم پیچیده است و همچنین ساخت یک چرخان کنده درجه پایین نسبت به مختلف حل‌های مرتب‌شده سنگین‌تر است. علاوه بر این دلیل این مند

تقلیل در هر دو دروسی قرار داده و سپس مشاهده می‌شود بر روی زاویه حالت علی در فرکانس و این روی ساده که عمده کار آبی خوبی نیز دارد برای تقلیل در فرکانس فراهم کرد.

مثال ۶-۱: در اینجا سعی خواهیم کرد که رفتار یک سیستم علی با تابع تبدیل

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)} \quad (6-1)$$

با استفاده از در روش مکتب مایک سیستم در فرکانس اول تقریب بزینم

در ابتدا با استفاده از روش بخش جزئی (Partial Fraction) $G(s)$ را به صورت زیر بازنویسی

می‌کنیم:

$$G(s) = \frac{10/9}{s+1} - \frac{10/9}{s+10} \quad (6-2)$$

توجه کنید که بهره مستقیم (DC Gain) $G(s)$ که مقدار ماندگار یا سیغ بله آن می‌باشد مقدار

واحد است. بهینطور بهره مستقیم ترم اول مکتب (6-2) برابر $10/9$ از بهره مستقیم ترم دوم $1/9$

می‌باشد نسبت این دو بهره مستقیم ده به یک است. به علاوه یا سیغ بله $G(s)$ از مجموع

یا سیغ بله ترم اول و ترم دوم مکتب (6-2) تشکیل شده است و با استفاده از بهره

مستقیم محاسبه شده نتیجه می‌گیریم که یا سیغ بله ترم اول (6-2) جزء اصلی یا سیغ بله $G(s)$

را تشکیل می‌دهد. با استفاده از این حقیقت می‌توان از تابع تبدیل

$$G_1(s) = \frac{10/9}{s+1} \quad (6-3)$$

صورت تقریبی برای تابع تبدیل $G(s)$ استفاده کرد. در شکل (6-1) یا سیغ بله $G(s)$ و

حاصلت بین یا سیغ بله $G(s)$ و یا سیغ بله $G_1(s)$ رسم شده است. مانند شکل واقع است که

در حالت ماندگار یا سیغ بله $G(s)$ و $G_1(s)$ مایکدگر اختلاف دارند. برای ازین بردن این تفاوت

می‌توان یک ترم ثابت به تابع تبدیل $G_1(s)$ اضافه کرد تا بهره مستقیم تابع تبدیل جمله

برابر بهره مستقیم تابع تبدیل $G(s)$ شود. به عبارت دیگر تقریب دیگری برای $G(s)$ صورت زیر

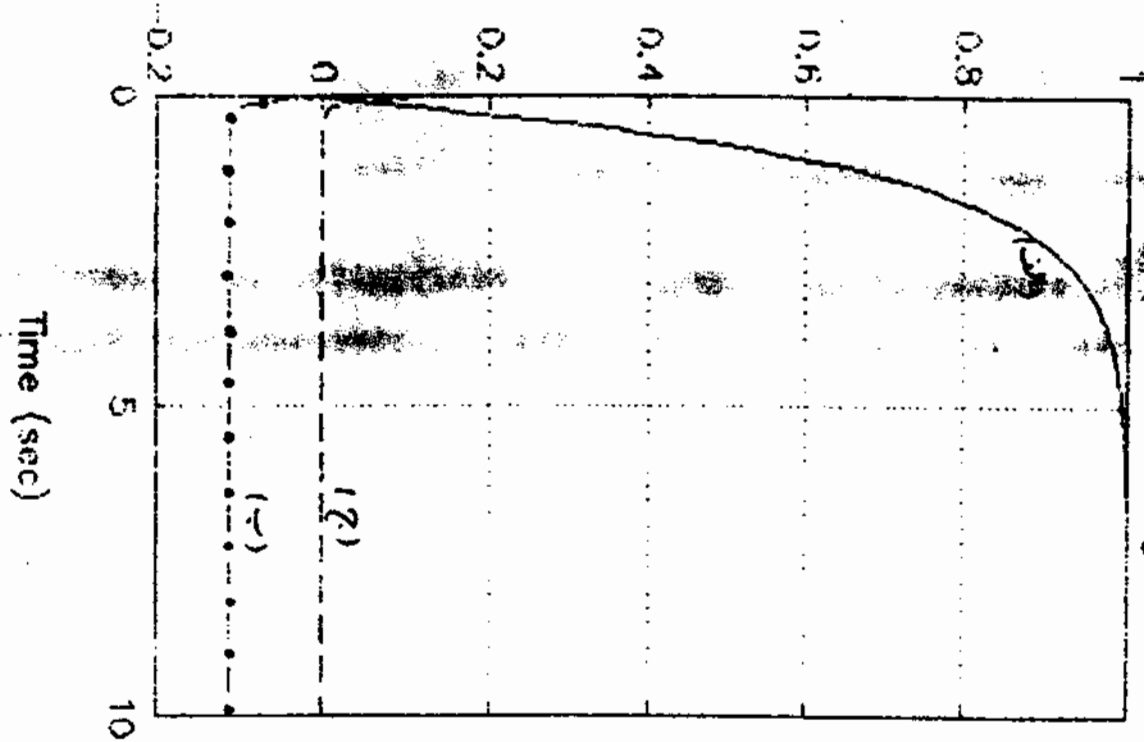
است

$$G_2(s) \cong G_1(s) - 1/9 = \frac{-5/9 + 1}{s+1} \quad (6-4)$$

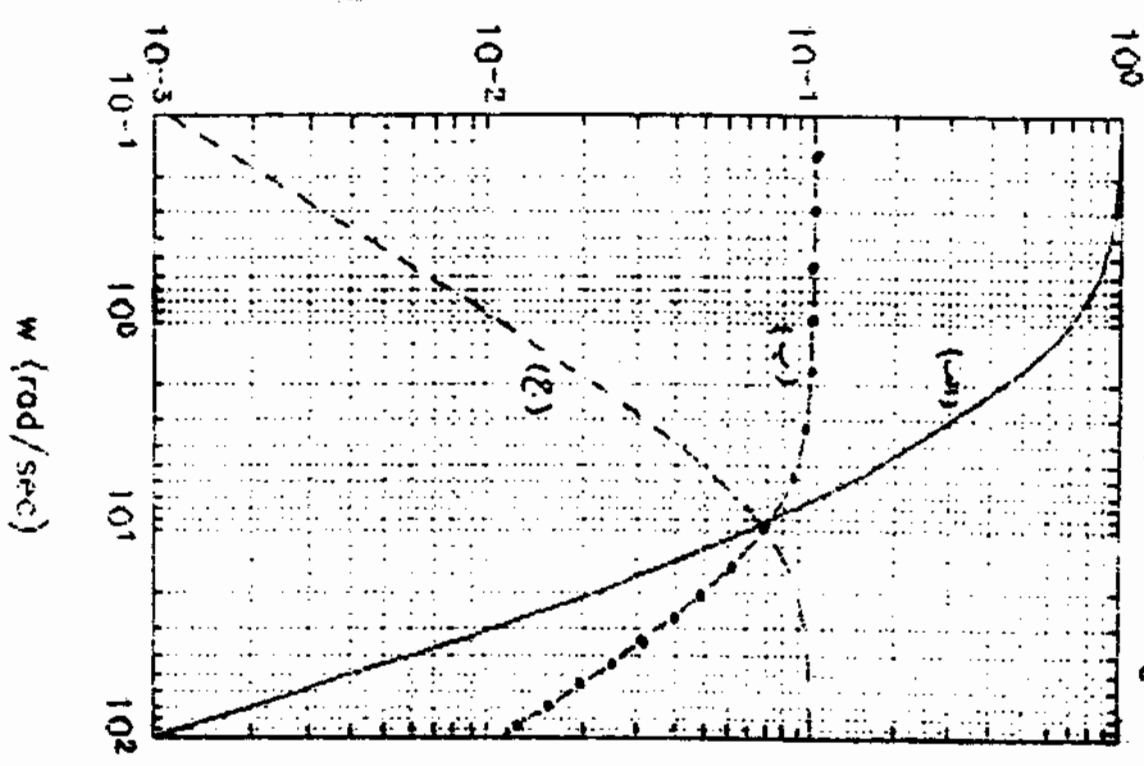
۱- برای یک سیستم ایثار با تابع تبدیل تقریبی $G(s)$ بهره مستقیم $G(s)$ صورت بردار تقریب شده $G(s) \cong G_2(s)$ بهره مستقیم $G(s)$

و در حقیقت مقدار ماندگار یا سیغ بله مستقیم $G(s)$ می‌باشد.

شکل (۷-۱) الف انتقال پهنای باند G_{dB} و G_{dB} نسبت به ω برای $\zeta = 0.2$ و $\omega_n = 1$ rad/sec. G_{dB} و G_{dB} نسبت به ω برای $\zeta = 0.2$ و $\omega_n = 1$ rad/sec.



شکل (۷-۲) الف انتقال پهنای باند G_{dB} و G_{dB} نسبت به ω برای $\zeta = 0.2$ و $\omega_n = 1$ rad/sec. G_{dB} و G_{dB} نسبت به ω برای $\zeta = 0.2$ و $\omega_n = 1$ rad/sec.



تفاوت پاسخ بله $G_{(1)}$ و پاسخ بله $G_{(2)}$ نیز در شکل (4-1) رسم شده است و نظری رسید که پاسخ بله $G_{(1)}$ به پاسخ بله $G_{(2)}$ نسبتاً نزدیک است و فقط در زمانهای اولیه با یکدیگر تفاوت دارند. علاوه بر پاسخ فرکانسی $G_{(2)}$ و اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ و اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ نیز در شکل (4-2) رسم شده اند. با توجه به شکل $G_{(2)}$ در فرکانسهای پایین سیار نزدیک به $G_{(1)}$ می باشد ولی با افزایش فرکانس، اندازه تفاوت $G_{(2)}$ و $G_{(1)}$ افزایش می یابد ولی برای $G_{(2)}$ مقدار بیشتری است و با افزایش فرکانس تفاوت $G_{(2)}$ و $G_{(1)}$ کاهش می یابد. نکته قابل توجه این است که ما لزیم اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ در فرکانس صفر اتفاق افتاده و مقدار آن $1/9$ است ولی ما لزیم اندازه $G_{(2)}$ - $G_{(1)}$ در فرکانس بی نهایت اتفاق می افتد و مقدار آن نیز همان $1/9$ است. عمده تفاوت میل دو فرکانسهای پایین بر فرکانسهای بالا ارجحیت دارد و در این مثال نظری رسید که از هر پاسخ فرکانسی و پاسخ بله $G_{(2)}$ تقریب بهتری نسبت به $G_{(1)}$ برای تابع تبدیل $G(s)$ می باشد.

در مثال قبل مشاهده کردیم که با استفاده از بخش جزئی تابع تبدیل و لذا داشتن اجزایی که ما لزیم مقدار پاسخ بله آنها قابل صرف نظر می باشد، می توان تابع تبدیل را با یک تابع گویای درجه پایین تر تقریب زد. در حالت کلی تقریب هر سیستم پایدار با تابع تبدیل گویا و آلید آسرو $G(s)$ از فرمی ایند قطبهای تابع تبدیل تکراری مانند خواهیم داشت:

$$G(s) = \sum_{i=1}^p \frac{a_i}{s+p_i} + \sum_{i=1}^q \frac{b_i s^2 + c_i s + d_i}{s^2 + 2\zeta_i s + \omega_i^2} \quad (4-5)$$

$p_i > 0, \zeta_i > 0, \omega_i > 0$

یک روش ساده برای تقریب زدن $G(s)$ به این صورت است که اترم هایی که ما لزیم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی (یا ما لزیم مقدار پاسخ بله) آنها در مقایسه با دیگر ترما کوچک می باشد صرف نظر کنیم. توجه کنید که برای ترم های درجه اول $(a_i / (s+p_i))$ ما لزیم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی در فرکانس صفر اتفاق افتاده و مقدار آن نیز برابر اندازه بهره مستقیم این ترم است. برای ترم های درجه دوم که بهره نیز در صورت دارند، محاسبه ما لزیم مقدار کمی پیچیده تر است ولی این مقادیر به با و ردگی صفرهای صورت ترم های درجه دوم به قطبهای آن بستگی دارد و می توان بار هم پاسخ فرکانسی آنرا محاسبه نمود.

در مثال (1-6) چون بهره مستقیم جزء $(s+1)/10$ ، ده برابر بزرگتر از اندازه بهره مستقیم

$(10/9(s+1))$ بود ، از جزء دوم صرف نظر کرده و از جزء اول به عنوان تقریب $G(s)$ استفاده

کردیم . و همانطور که مشاهده شد نعلت تفاوت معنای های مستقیم سیستم و تقریب آن ، در حالت

مانند $G(s)$ پاسخ بله سیستم و تقریب آن مایلند متفاوت بود . برای از بین بردن این اختلاف

می توان نرم گامی به تقریب $G(s)$ اضافه نمود بطوریکه بهره مستقیم تقریب سیستم برابر بهره مستقیم خود

سیستم شود . با اینکار در حالت مابعد تفاوتی بین پاسخ بله سیستم و پاسخ بله تقریب آن وجود

ندارد و البته همینطور پاسخهای مکانیکی سیستم و تقریب آن در فرکانسها نیز مانند یکدیگر خواهد بود .

تقریب $G(s)$ که در (4-4) آمده است با استفاده از این روش معالجه شد و این است و این تقریب به

شکل جای (1-6) ، (4-2) واضح است که اهداف مورد نظر را برآورده کرده است .

اشکال هم روشن در کشند . استوار بودن آن در معیارهای کین و سنگمی می باشد . در روشن های امروری

تخلیل در حد روشن های که باید ریاضی معنی داره استفاده می شود [1] . در این روش ها در ابتدا

مقدار استاندارد تقریبی حاصله بین سیستم و تقریب آن را تقریب کرده و سپس بدینسان تقریب می گرداند که این حاصله

را می گویند . در اداب رای آشنایی بیشتر با این معلوم به در یک نمونه از این روشها فراهم برداشت .

ابتدا معیاری برای اندازه یک سیستم تقریب می کنیم . یک اندازه بیدار β ، نرم می نهایت یک سیستم

بایدار است . در حالت کلی برای یک سیستم بایدار β تابع تبدیل $G(s)$ را با β نرم می نهایت β را

$\beta = \|G(s)\|_{\infty}$ نمایش داده و صورت زیر تقریب می کشند :

$$(4-2) \quad |G(s)|_{\infty} = \sup_{\omega} \|G(j\omega)\|_{\infty}$$

به عبارت دیگر $\beta = \|G(s)\|_{\infty}$ ماکزیم مقدار اندازه پاسخ فرکانسی $G(s)$ می باشد و چون $G(s)$ بایدار

فرض شد ، پس قطبی روی محور σ نداشته و $|G(s)|_{\infty}$ همیشه مقداری محدود می باشد . در حقیقت

$\beta = \|G(s)\|_{\infty}$ شعاع کوچکترین دایره عمود است که دایرام نایلو کسیت $|G(s)|_{\infty}$ را در بر می گیرد . برای تقریب

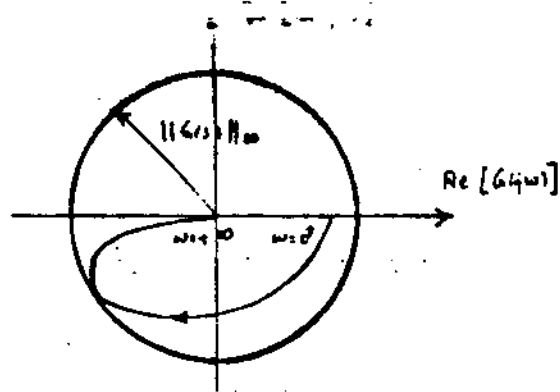
بیشتر می توانید به شکل (4-3) مراجعه کنید .

با استفاده از این تقریب نامی نهایت

$$(4-7) \quad G(s) = \frac{2}{s+1}$$

برابر 2 می باشد ، چون ماکزیم مقدار $|G(s)|_{\infty}$ در فرکانس صفر اتفاق افتاده و اندازه β این ماکزیم نیز

2 (بهره مستقیم سیستم) است .



شکل (۶-۲) - نمایش نرم بی نهایت برداری دینالرام ماینویست

بر اساس معیار اندازه‌ای که تعریف کرده‌ام، ماحصله دو سیستم آرکلیدیتر را می‌توان اندازه‌ی تقاضای تبدیل دو سیستم تعریف نمود. با استفاده از این تعریف ماحصله‌ی $G_1(s)$ و $G_2(s)$ را می‌تواند $G_1(s)$ و $G_2(s)$ در مثال (۶-۱) را می‌توان از روی شکل (۶-۲) ماحصله کرد:

$$\|G_1(s) - G_2(s)\|_\infty = \left\| \frac{10}{(s+1)(s+10)} - \frac{10.9}{s+1} \right\|_\infty \quad (6-8)$$

$$= 1/9$$

$$\|G_1(s) - G_2(s)\|_\infty = \left\| \frac{10}{(s+1)(s+10)} - \frac{-5/9 + 1}{s+1} \right\|_\infty \quad (6-9)$$

$$= 1/9$$

سپس با استفاده از تعریف نرم ماحصله در بالا، $G_1(s)$ و $G_2(s)$ به یک مقدار از $G_1(s)$ ماحصله دانه دکارایی آنها ماحصله می‌گردد. چون ماکزیم مقدار تفاوت پاسخ و ماحصله $G_1(s)$ و $G_2(s)$ و ماحصله $G_1(s)$ و $G_2(s)$ با یکدیگر برابر است.

در حالت کلی با استفاده از ماحصله‌ی که تعریف کرده‌ام می‌توان مسئله تقابلی درجه n را به یک سیستم n درجه با سیستم درجه پایین‌تر از آن تبدیل کرد. سیستم باید با تابع تبدیل $G_1(s)$ درجه n را در نظر بگیرد و تابع تبدیل $G_2(s)$ درجه m را به گونه‌ای پیدا کند تا ماحصله $G_1(s)$ و $G_2(s)$ کمینه شود و ماحصله‌ی

$$\min_{\hat{G}_2(s)} \|G_1(s) - \hat{G}_2(s)\|_\infty \quad (6-10)$$

درجه $m = \hat{G}_2(s)$ ($m < n$)

این حل مسئله به سزای حل از بحث ماحصله در این کتب اطلاعات بیشتر درباره آن می‌توانید به [۱] مراجعه نمایید. نکته قابل توجه در اینجا این است که برخلاف روش قبلی، فقط یکی از $G_1(s)$ در اینجا از مجموعه‌ی از قطب‌های $G_1(s)$ نمی‌باشد و در نتیجه آزادی بیشتری در انتخاب $\hat{G}_2(s)$ وجود دارد.

روشن‌ترین دردی که از دست می‌آید می‌ماند چون در آن فضای تقریب زدن در تمامی فرکانسها

که یک مقدار اهمیت دارند. عموماً برای این مورد این مسئله از رزدهای فرکانسی مناسب استفاده (ده و

سی) می‌کنند تا اهمیت فرکانسهای پایین را نسبت به فرکانسهای بالا افزایش دهند.

معمولاً نمونه از در مثال (۶-۱) تعاضل پاسخهای فرکانسی $G(u)$ و $G_1(u)$ را در پاسخ فرکانسی یک فیلتر

پایین‌گذر را تابع تبدیل

$$W(u) = \frac{1}{u+1} \quad (6-11)$$

مضرب کرده در سپس نرمی بهاییت پاسخ فرکانسی حاصله را محاسبه کنیم. آنگاه پس از انجام محاسبات داریم:

$$d_1 = 1/9 \quad (6-12)$$

$$d_2 = 0.0101 \quad (6-13)$$

$$d_1 = \frac{5}{6} \parallel (G(u) - G_1(u)) W(u) \parallel_{\infty} \quad (6-14)$$

$$= \sup_w |G_1(j\omega) - G(j\omega)| |W(j\omega)|$$

توجه کنید که اساسی معیار جدیدی که تعریف کرده‌ام $G_1(u)$ تقریب بهتری نسبت به $G(u)$ برای

تابع تبدیل $G(u)$ می‌باشد. البته این بدین علت است که در رزدهای فرکانسی انتخاب شده (۶-۱۱)

فرکانسهای پایین نسبت به فرکانسهای بالا از اهمیت بیشتری برخوردار بوده و با توجه به شکل (۶-۲)

و واضح است که $G_1(u)$ تقریب بهتری برای $G(u)$ در فرکانسهای پایین می‌باشد.

با استفاده از این مثال، عموماً مسئله تبدیل مرتبه ناورده فرکانسی را بصورت زیر تعریف می‌کنند. سیستم

باید با تابع تبدیل $G(u)$ در n رزدهای $G(u)$ را در نظر بگیریم و تابع تبدیل $G_1(u)$ را با

درجه m ($m < n$) را به گونه‌ای پیدا کنیم تا تابع هزینه زیر کمینه شود:

$$\text{minimize } \parallel (G_1(u) - G(u)) W(u) \parallel_{\infty} \quad (6-15)$$

در اینجا $W(u)$ یک رزدهای فرکانسی مناسب است که می‌توان آنرا به گونه‌ای انتخاب کرد تا بهر مثال

اهمیت فرکانسهای پایین را نسبت به فرکانسهای بالا افزایش داد. تعریف دقیق‌تر این مسئله و راه‌های

مستعد حل تقریب آن در [۱] آمده است و در اینجا به ذکر آنجا نخواهم پرداخت. البته باعث تحلیل

در سیستم‌های وسیع بود و در هر سیستمی از این نوع است.
 برای آشنایی بیشتر با روش‌های متعدد موجود می‌توانید به مقاله [۱] مراجعه نمایید. در این مقاله روش‌های
 سیار دین برای این امر ارائه شده است. البته برای درک مفاهیم ارائه شده در این مقاله احتیاج
 در ریاضیات ستاره‌شناسی می‌باشد. در ادامه درباره قطب‌های مؤثر یک سیستم و رابطه آن با مفاهیم
 این قسمت صحبت خواهیم کرد.

۶-۲ - قطب‌های مؤثر

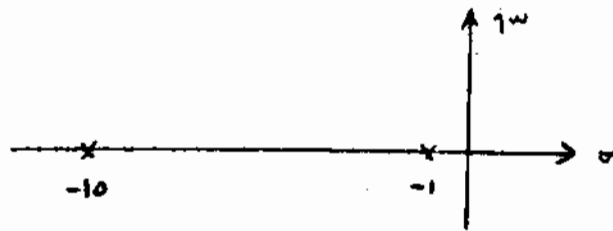
در قسمت قبل مشاهده کردید که در بعضی از موارد می‌توان رفتار یک سیستم را با رفتار یک سیستم
 درجه پایین‌تر تقریب زد و مقدار تأثیر تمامی قطب‌های یک سیستم بر روی پاسخ آن یک مقدار
 نندود و بعضی از قطب‌ها بر روی پاسخ سیستم تأثیر بیشتری از دیگر قطب‌ها دارند. طور نمونه در مثال
(۶-۱) مشاهده شد که قطب در $s = -1$ جزو اصلی پاسخ به سیستم را تشکیل می‌داد و قطب در
 $s = -10$ اثرات کمتری بر روی پاسخ به سیستم داشت. در این قسمت خواهیم دید که چطور
 با مشاهده کردن به محل قرارگیری صفر و قطب تابع تبدیل سیستم می‌توان از قطب مورد نظر بر روی
 پاسخ سیستم ارزیابی کرد و رفتار پاسخ سیستم را از روی آن حدس زد. در تمامی این قسمت
 (با سه قسمت قبل) فقط درباره سیستم‌های بایدار صحبت خواهیم کرد، البته چون در اینجا فقط از محیط
 قطب‌های مؤثر در رابطه با تابع تبدیل سیستم فله‌سسته، که درباره بایدار فرض می‌شود، استفاده خواهیم کرد،
 از این خواص با مفاهیم دربر نخواهیم بود.

معمولاً اگر برای یک سیستم بایدار صفر کمترین قطب معرر σ_p ، حقیقی بوده و در نزدیکی
 این قطب نیز صفری وجود نداشته باشد، در این صورت (است قطب حقیقی) از
 معرر σ_p در باشد، آن‌گاه رفتار سیستم تقریباً همانند رفتار یک سیستم درجه اول بوده و قطب نزدیک
 معرر σ_p معنی‌کننده اصلی پاسخ سیستم خواهد بود. در اینجا چنین حالتی می‌گیرید که سیستم دارای یک
 قطب مؤثر درجه اول می‌باشد. برای روشن شدن مطلب به ذکر یک مثال می‌پردازیم.

مثال ۶-۲ : تابع تبدیل سیستم مثال (۶-۱) را در اینجا درباره در نظر خواهیم گرفت.

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)} \quad (۶-۱۲)$$

سازش قرارگیری محور قطب های این تابع تبدیل در شکل (4-7) آمده است. (توجه کنید که این سیستم صورتی ساده دارد)



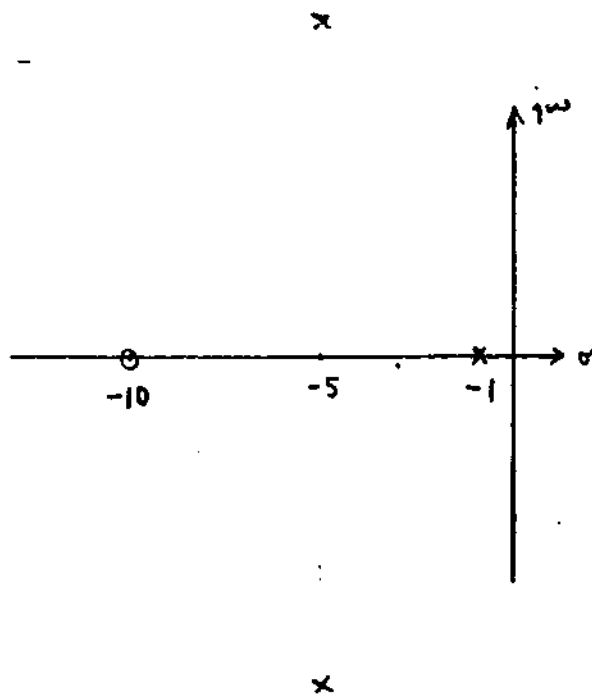
شکل (4-7) - محل قرارگیری محور قطب های تابع تبدیل (4-7)

مانند به این شکل یکی از قطب های سیستم نسبت به قطب دیگر محور بسیار دگر بوده است (نسبت ده به یک) و در نتیجه این سیستم دارای یک قطب مؤثر در اول در $s = -1$ می باشد و انتظار داریم که رفتار پاسخ پله این سیستم بر سبب این قطب مؤثرترین شود بطور نمونه اگر این قطب مشخصات پاسخ پله سیستم را تعیین کند انتظار داریم که پاسخ پله سیستم چشم برداشته و از ریز به مقدار بهایی فرود برسد و علاوه بر آن، زمانی پاسخ نیز تقریباً یک ثانیه برده و زمان نشست آن هم یک ثانیه (چهار تا نایب زمانی) باشد. اگر به شکل (4-1) که در آن پاسخ پله (5) رسم شده است توجه کنید، مشاهده می شود که از روی قطب های سیستم در باره رفتار پاسخ آن داریم تأیید خواهیم کرد. رابطه به مطالبی که در قسمت قبل گفته شد، از بخش جزئی (4-12) را (طبق رابطه (4-5)) محاسبه می کنیم (مانند که قبلاً انجام داده ایم) چون مستقیم در مورد قطب مؤثر از بهره سیستم جزئی دیگر براتر رفتی بود و به این علت مشخصات اصلی پاسخ پله سیستم را، قطب مؤثر آن تعیین کرده است.

مثال 4-3: تابع تبدیل یک سیستم حلقه بسته به صورت زیر است.

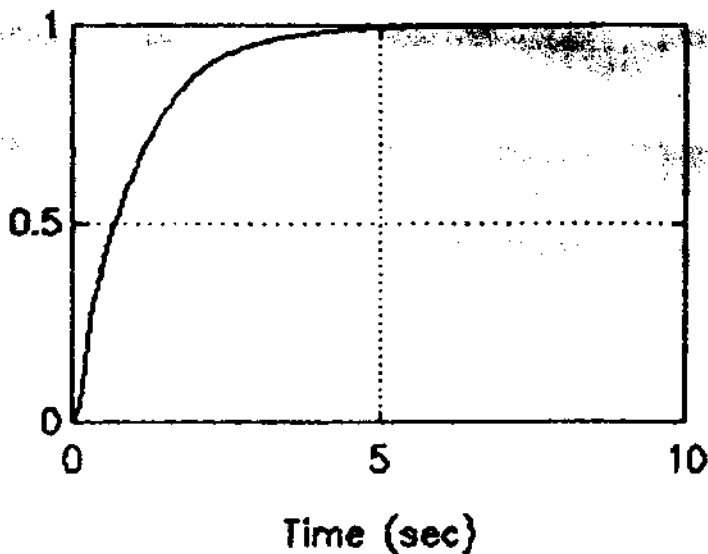
$$G(s) = \frac{10(s+10)}{(s+1)(s^2+10s+100)} \quad (4-17)$$

در ابتدا محل قرارگیری محور قطب های این تابع تبدیل را در شکل (4-5) رسم می کنیم. با توجه به شکل واضح است که قطب در $s = -1$ برآیند از قطب متمول دیگر به محور بسیار نزدیکتر بوده و در نزدیکی آن است و غرضی وجود ندارد. چون این سیستم یک قطب مؤثر در اول داشته و مشخصات پاسخ آن



شکل (۶-۵) - محل قرارگیری قطب و صفر تابع تبدیل (۶-۱۷)

تقریباً بیانه منحنی‌های پاسخ یک سیستم درجه اول با قطبی در $s = -1$ خواهد بود. پس انتظار داریم که پاسخ آن چنین بداند (یا چنین‌لی داشته باشد) در زمان مثبت پاسخ پله سیستم نیز تقریباً یکمانند باشد. برای تأیید این ادعاها، پاسخ پله سیستم (۶-۱۷) را در شکل (۶-۶) رسم کرده‌ایم. توجه کنید که پاسخ این سیستم بسیار شبیه به پاسخ یک سیستم درجه اول با قطبی در $s = -1$ باشد و تقریباً قطب مؤثر در این مثال ستا خوب است.



شکل (۶-۶) - پاسخ پله سیستم

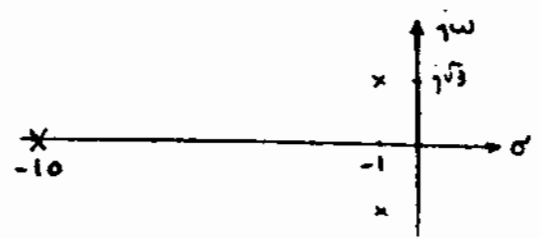
$$\frac{10(s+10)}{(s+1)(s^2+10s+100)}$$

محک قطب‌های مؤثر برای قطب‌های مختلف در دوام نیز قرار است. عموماً برای یک سیستم
 پایدار، ردیفی قطب‌ها در سه مختلفاً برده در نزدیکی من قطب مختلفاً صفری نیز وجود دارند
 باشد و دیگر قطب‌های سیستم برای (ست دین قطب مطلقاً) از محور s دور باشد. آنچه رفتار
 سیستم تقریباً باشد، بستگی سیستم در دوام برده و قطب مختلفاً نزدیک به محور s منحنی شده اصلی
 پاسخ سیستم خواهد بود. در اینصورت حالتی می‌گیریم که سیستم دارای یک قطب مؤثر درجه دوم می‌باشد
 برای تعمیم نتیجه این مطلب به دیگر یک مثال فراهم برداشت.

مثال ۲-۴ تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید

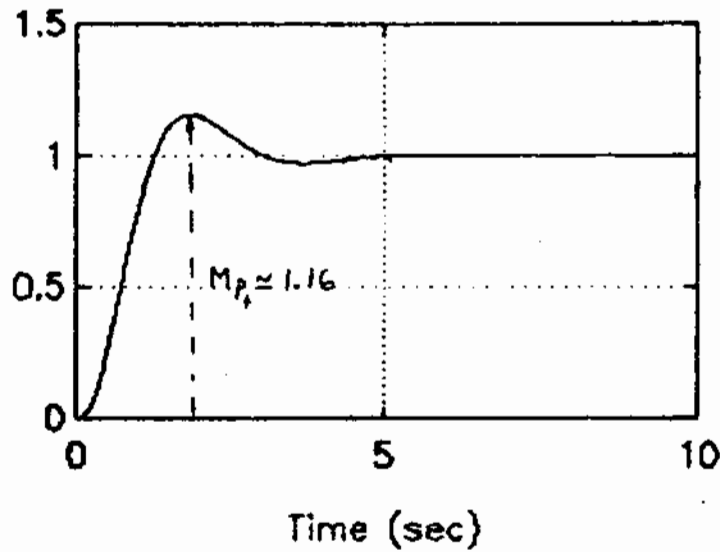
$$G(s) = \frac{40}{(s+10)(s^2+2s+4)} \quad (2-18)$$

محل‌های صفر و قطب‌های این سیستم در شکل (۲-۷) آمده است. البته توجه کنید که این تابع تبدیل
 نوع عددی ندارد.



شکل (۲-۷) - محل‌های صفر و قطب‌های تابع تبدیل (۲-۱۸)

مانند شکل و مطالب ذکر شده، این سیستم دارای دو قطب مختلفاً نزدیک به محور s می‌باشد. این‌ها
 قطب مختلفاً مؤثر برده و رفتار پاسخ سیستم تقریباً باشد پاسخ یک سیستم درجه دوم با قطب‌های در $-1 \pm j\sqrt{3}$
 (ریشه‌های $s^2 + 2s + 4$) خواهد بود. برای این قطب‌های مختلفاً، $\zeta = 0.5$ برابر با $\omega_n = 2$
 می‌باشد. پس انتظار داریم که زمان نشست پاسخ سیستم تقریباً ۴ ثانیه $(4/\omega_n)$ بوده و ماکزیمم بیش
 پاسخ پله سیستم برابر با $(1-0.5)$ و $\omega = 0.5$ تقریباً ۱۶٪ باشد. پاسخ پله دقیق
 سیستم در شکل (۲-۸) رسم شده است. واضح است که پاسخ سیستم زمان نشستی تقریباً برابر با ζ
 و ماکزیمم بیشی برابر با $1-\zeta$ دارد پس مقادیر بیش شده برای این سیستم‌ها از روی محل قطب‌های
 سیستم قابل دست‌یابی است.



شکل (۸-۶) - پاسخ به سیستم

$$\frac{40}{(s+10)(s^2+2s+4)}$$

البته از در فاصله سیارگی از بردگیزی قطب (حقیقی یا مختلط)، صغری وجود داشته باشد، آنگاه این صغری تماماً با قطب حذف شده و در نتیجه من از معالجه بعضی جزئی تابع تبدیل خواهم دید که بهره مستقیم مربوط به قطب نزدیک به محور من که یک واحد برد و این قطب اثر کمی بر روی فرمی خواهد گذاشت. در این حالت برای انتخاب قطب مؤثر، باید قطب هایی را که در فاصله سیارگی از آنها صغری وجود دارد نادیده بگیریم.

مثال ۵-۶: تابع تبدیل یک سیستم حلقه بسته هدایت زیر است:

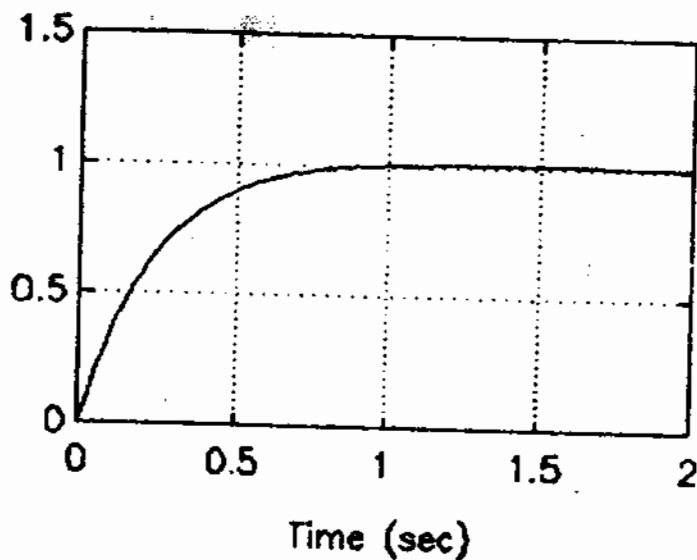
$$G_{cl}(s) = \frac{400(s+0.95)}{95(s+1)(s+4)} \quad (4-19)$$

با استفاده از معیاری قطبهای مؤثر درباره شکل پاسخ در زمان نشست آن اظهار نظر کنید. محل قرارگیری صغری و قطب این تابع تبدیل در شکل (۹-۶) آمده است.



شکل (۹-۶) - محل قرارگیری صغری و قطب تابع تبدیل (۴-۱۹)

نموده - شکل (۹-۱۷) چون در ماصدگنی از قطب $s = -1$ صفر $s = -0.95$ قرار دارد، پس از قطب $s = -1$ صواب نوای کیم و قطب در $s = -4$ ، قطب مؤثر بوده در رفتار پاسخ را مشخص خواهد کرد. پس انتظار داریم تا پاسخ جهش بیشتر از مقدار بهایی (Overshoot) تقریباً دوالت و زمان نشست آن نیز تقریباً ۱ ثانیه باشد ($t_s = 4 \frac{1}{4} = 1$) برای تأیید یا عدم تأیید این نکته ها، پاسخ بله سیستم را در شکل (۱۰-۷) رسم کرده ایم. نکته در شکل واضح است که نکته های ادعایی تقریباً صحت دارد. البته توجه کنید که در این مثال پاسخ به مقدار کمی از مقدار ماندگار خود بالاتر رفته و سپس به مقدار بهایی رسیده است. این به دلیل تقریبی بودن مبدع قطب های مؤثر می باشد.



شکل (۱۰-۷) - پاسخ بله سیستم $\frac{400(s+0.95)}{95(s+1)(s+4)}$

در این مثال از بخش جری تابع تبدیل سیستم را هالده که در (۱۵-۷) ذکر کردیم است آوریم، فراهم داشت:

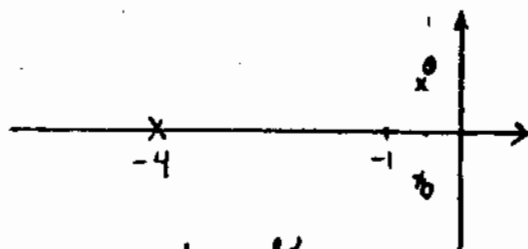
$$G_c(s) = \frac{-0.0702}{s+1} + \frac{4.2808}{s+4} \quad (۲۰-۷)$$

اندازه بهره مستقیم جزء اول سمت راست (۲۰-۷) 0.0702 و باشد در حالیکه اندازه بهره مستقیم جزء دوم 1.0702 است و این در سمت راست 15 باید که دارند و می توان از جزء اول صفت را به دست آورد در 4 و 1 است. 15 باید که دارند و می توان از جزء اول صفت را به دست آورد در 4 و 1 است.

مثال ۶-۶: تابع تیرایی یک سیستم بسته بصورت زیر است:

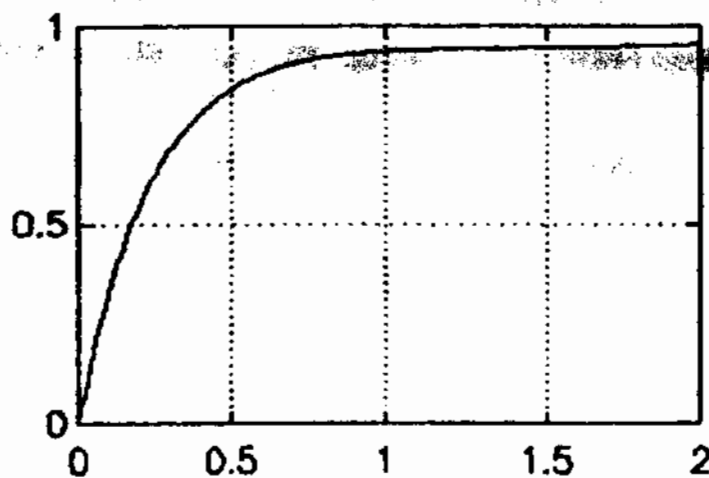
$$G_c(s) = \frac{4(s^2 + s + 1)}{(s+4)(s^2 + 1.1s + 1)} \quad (6-21)$$

با استفاده از مبحث قطبهای مؤثر در بارها، شکل پاسخ در زمان نسبت آن افکار، ترسیم کنید. محل قرارگیری صفر و قطب این تابع تبدیل در شکل (۶-۱۱) آمده است. چون در ماصدگنی از قطبهای مصلطاً،



شکل (۶-۱۱) - محل قرارگیری قطب و صفر تابع تبدیل (۶-۲۱)

صفرهای مصلطی قرار گرفته است، پس این قطبهای مصلطاً را نادیده گرفته و در نتیجه قطب در $s = -4$ ، قطب مؤثر بوده و رفتار پاسخ تقریباً همانند پاسخ یک سیستم درجه اول خواهد بود. در زمان نسبت آن نیز تقریباً ۱ ثانیه است (۱ = ۴ × ۰.۲۵). پاسخ دقیق سیستم طبق سبب (۶-۲۱) را بهرودی بله در شکل (۶-۱۲) رسم کرده‌ام. توجه کنید که پاسخ سیستم تقریباً با پاسخ یک سیستم درجه اول است و زمان نسبت آن نیز تقریباً ۱ ثانیه است البته مقدار اغلامی که بین پاسخ بله در زمانهای بین ۱ تا ۱.۵ ثانیه و مقدار ماندگار آن وجود دارد بخاطر از قطبهای مصلطی است.



Time (sec)

شکل (۶-۱۲) - پاسخ بله سیستم $\frac{4(s^2 + s + 1)}{(s+4)(s^2 + 1.1s + 1)}$

که از آنها در هنگام برست آوردن قطبهای مؤثر صرف نظر شده است. البته در این مثال، هر چه ضرایب مختلف به قطبهای مختلف نزدیکتر باشد، پاسخ سیستم به پاسخ یک سیستم در دایره اول ماقبل در $s = -4$ نزدیکتر خواهد شد.

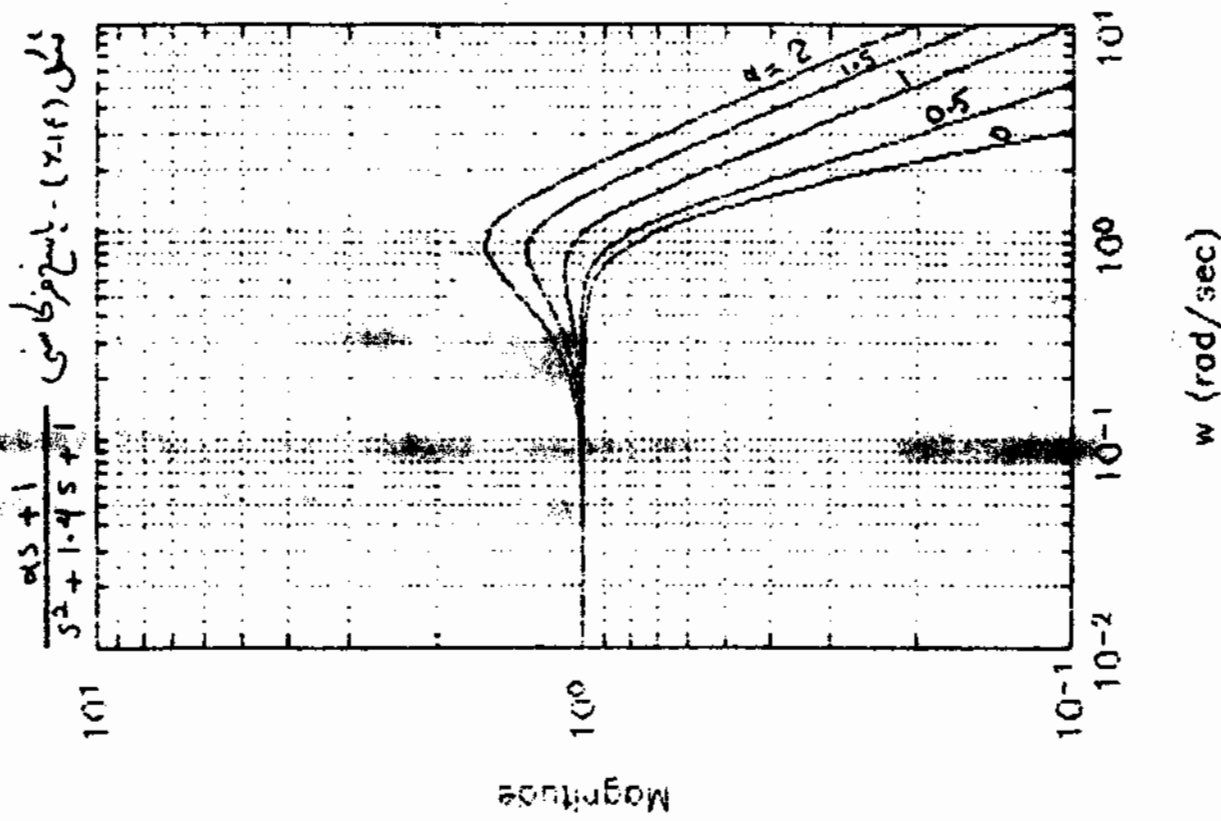
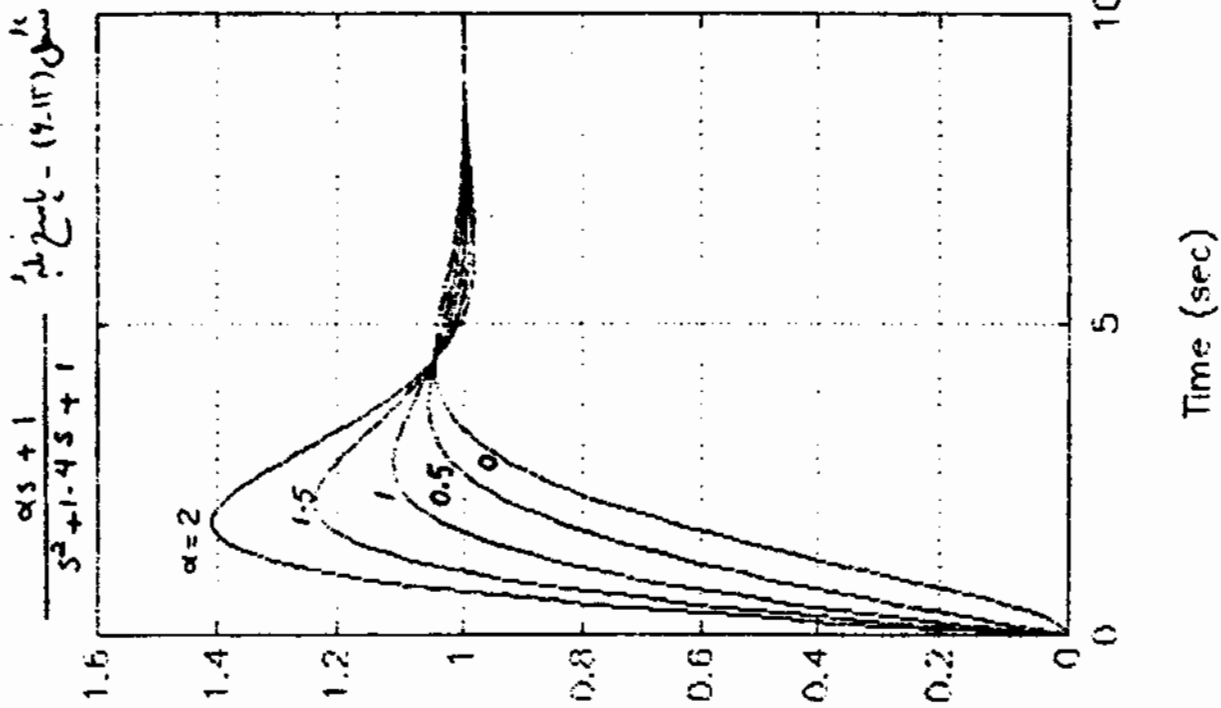
الته اگر سیستم علاوه بر یک صفت قطب مختلف، یک صفر حقیقی نیز داشته باشد، تحت شرایطی که در عواصم کرد، صفر حقیقی تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر پاسخ پله و پاسخ فرکانسی سیستم خواهد گذاشت. برای مابقی این موضوع سیستم حلقه بسته زیر را در نظر بگیرید:

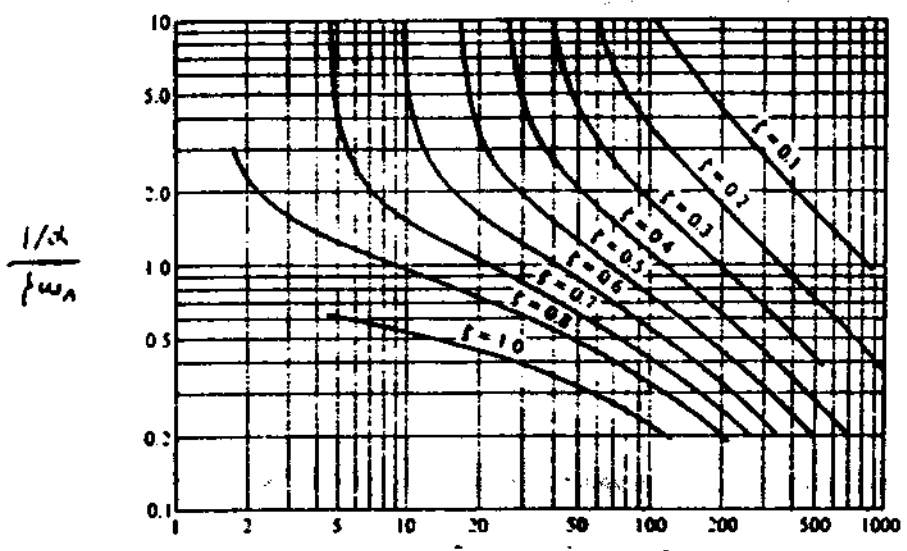
$$G(s) = \frac{\omega_n^2 (s+1)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (6-22)$$

این سیستم یک صفر حقیقی در $s = -1/\alpha$ داشته و دو قطب مختلف نیز در $s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ دارد. بیشترین تأثیر صفر در افزایش ماکزیمم جیس و کاهش زمان صعود پاسخ پله سیستم است و در روی زمان نشست پاسخ پله تأثیر چندانی نمی‌گذارد. برای مابقی این صفت پاسخ پله و پاسخ فرکانسی سیستم (6-22) را با فرض $\zeta = 0.7$ و $\omega_n = 1$ برای چند مقدار α به ترتیب در شکل‌های (6-12) و (6-14) رسم کرده ایم. توجه کنید هر چه نسبت $1/\alpha$ (اندازه صفر) به ω_n (اندازه مقدار صفر قطب مختلف) کاهش یابد، اثر صفر بر روی پاسخ پله سیستم درجه دوم بیشتر مشهود می‌شود. البته برای تمامی مقادیر α در شکل (6-13) زمان نشست سیستم حلقه بسته همراه تقریباً همان $4/\omega_n \approx 5.71$ ثانیه است و این نسبت به عمل قرارگیری صفر صورت شکل ندارد.

در حالت کلی اگر $1/\alpha / \omega_n$ از 5 فراتر رود (یعنی از 0.5 بزرگتر باشد)، آنگاه می‌توان به صورت (6-17) را نادیده گرفت و مقدار ماکزیمم جیس پاسخ پله در زمان صعود فقط از روی محل قطب‌های مختلف مزاج حاصل شود که در فصل 7 توضیح داده ایم، معالده نمود. البته اگر مزاج اندازه نامی از قطبهای مختلف دورتر باشد، آنگاه تأثیر خاصی بر روی پاسخ سیستم خواهد گذاشت در مورد (6-15) شکل تغییر ماکزیمم جیس (بر حسب درصد) با نسبت $1/\alpha / \omega_n$ را برای مقادیر مختلف رسم کرده ایم و از روی آن می‌توان ماکزیمم جیس را در حالت‌های مختلف معالسه نمود. نمودار

نمودار تغییر ماکزیمم جیس در شکل‌های (6-13) و (6-14) را نگاه کنید!



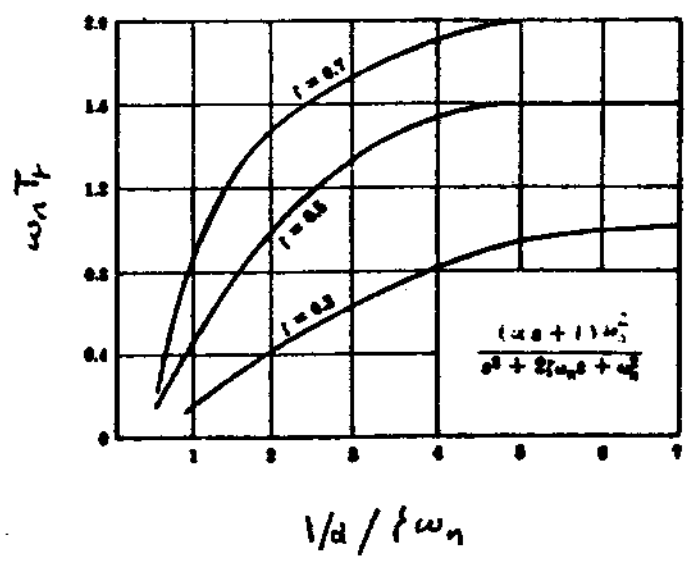


مکانیزم جینی در حین دروس

شکل (7-15) - جلیوش تغییرات مکانیزم جینی بلوغ (7-22) تاثیر $\frac{1/d}{\rho \omega_n}$ در []

مشامی ران نامیش تغییرات زمان صعود با محل قرارگیری صوتاع تبدیل (7-22) در شکل (7-17) آمده است. تعمیر کند در اینجا محور عمودی $\omega_n T_n$ می باشد و T_n نیز زمان صعود از 10٪ به 90٪ مقدار

نهایی است .

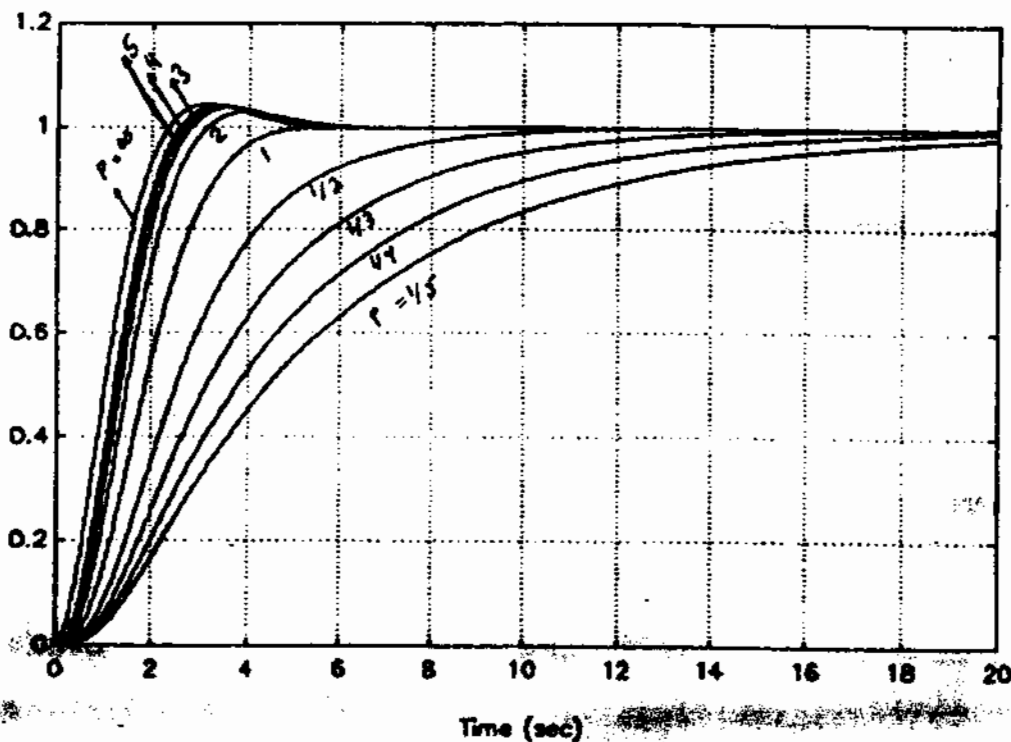


شکل (7-17) - جلیوش تغییر $\omega_n T_n$ با $\frac{1/d}{\rho \omega_n}$ در []

در طی این قسمت هداره درباره نزدیک و دور بودن قطعا است - محور عمودی مصمت کرده ام ولی تاکنون معیار دقیقی ران اندازه گیری آن ارائه نکرده ام. ران ایک اساس بنیتری درباره این عوامل تغییریه ، در اوله عرض کنید که تابع تبدیلی سیم حلقه است این ضرورت در بیان

$$G_u(s) = \frac{\omega_n^2 P}{(s+p)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (7-23)$$

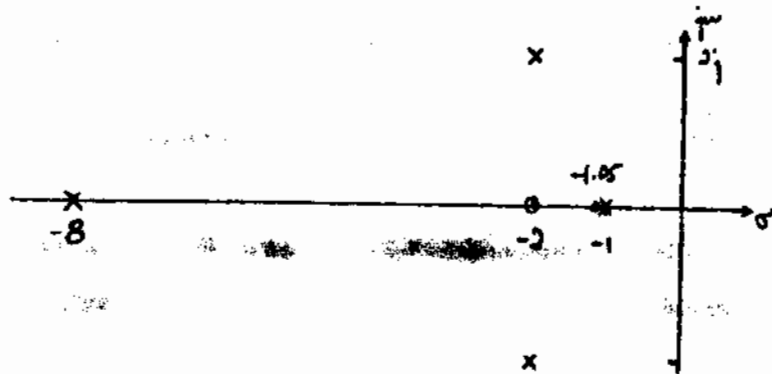
در شکل (7-14) با فرض $\omega_n = \sqrt{2}$ و $\zeta = \sqrt{2}/2$ ، پاسخ پله (7-23) را برای مقادیر مختلف P رسم کرده ایم. اگر P از 5 در کمتر نسبت میرایی کمتری از 0.5 نتیجه می‌آید. آنگاه پاسخ تقریباً مانند پاسخ سیستم درجه دوم با قطب‌های مضرب بوده در آن بین ماکزیمم و زمان معود می‌توان قطب حقیقی را مشاهده نمود. منظره از $P/1.5$ کوچکتر از 1/5 باشد، آنگاه پاسخ تقریباً مانند پاسخ یک سیستم درجه اول بوده و قطب حقیقی منفی‌ها را پاسخ را تعیین خواهد کرد. ترسیم در تمامی حالات با فرض $1 \leq P/1.5$ ، پاسخ پله سیستم (7-23) هیچگاه از مقدارهایی آن برتر نخواهد شد (پاسخ از زیر به مقدارهایی خود می‌رسد).



شکل (7-14) - پاسخ پله $\frac{\omega_n^2 P}{(s+p)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$ برای مقادیر مختلف P

برای مقادیر دیگر $P/1.5$ ، پاسخ (7-23) ترکیبی از پاسخ جزوه‌های درجه دوم و درجه اول بوده و می‌توان از همگی از آنها در مقابل دیگری صرف‌نظر کرد. در از متقابل این قطبها بر روی یکدیگر نسبتاً زیاد خواهد بود. در ادامه به ذکر یک مثال برای جمع‌بندی مطالب این قسمت خواهیم پرداخت.

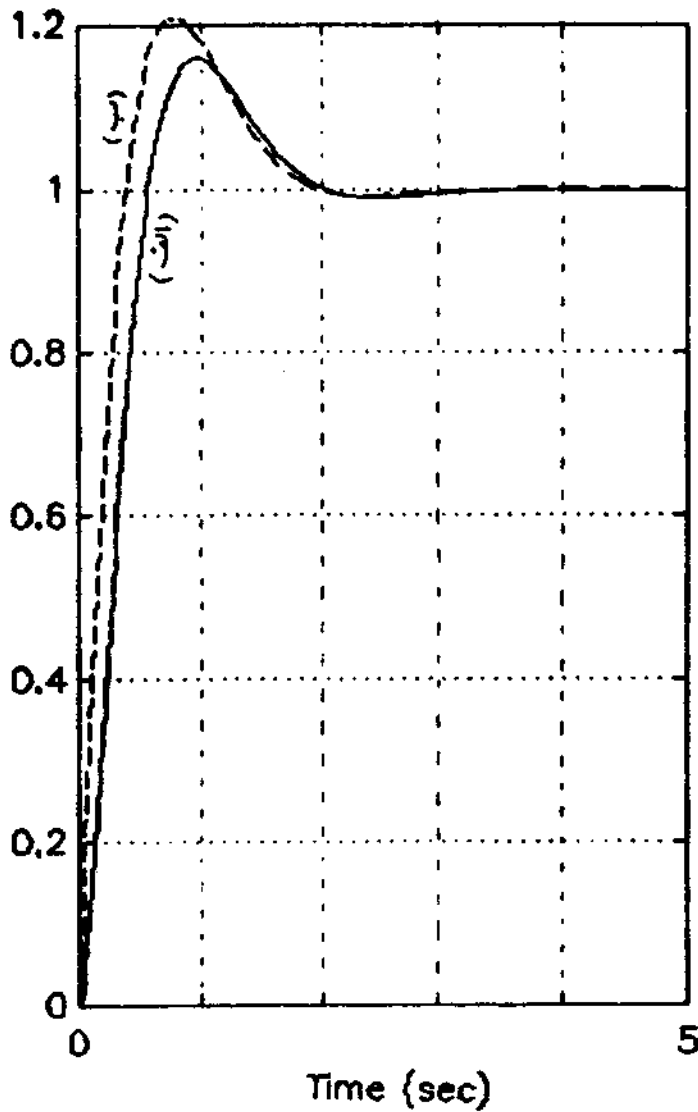
مثال 7-6: محل قرارگیری منور قطب یک سیستم ممتد سه مرتبه (شکل 7.18) است و نحوه
 مستقیم آن نیز مقدار واحد است. مانند - محل منور قطب ها، زمان نسبت و مقدار سازه هم
 به سنج یک سیستم راهبردی زده و تابع تبدیل ساده شده ای برای این سیستم در صورت امکان بنویسید.



شکل (7.18) - محل قرارگیری منور قطب های یک سیستم ممتد

چون قطب در $s = -1$ بسیار نزدیک به منور در $s = -1.05$ می باشد، پس این منور قطب تقریباً با یکدیگر
 حذف شده و اثر قطب $s = -1$ - مقدار با چیزی د. مردمی ظاهر خواهد شد. این دلیل از قطب $s = -1$
 که در دینامیک قطب به محور $s = 0$ می باشد، در تعیین قطب مؤثر صرف نظر خواهیم کرد. قطب های بعدی که
 نزدیک به محور $s = 0$ می باشد، قطب های مصلط در $2 \pm 2j$ - می باشد و چون قطب در $s = -8$
 است - قطب های مصلط از محور $s = 0$ دوری باشد (است $8 - 2$)، پس این قطب های
 مصلط مؤثر خواهد بود. البته منور در $s = -2$ با هم واحد شده که ما کرم پس قطب های مصلط
 از این یابد. با رابع به شکل (7-15) با $\omega_n = \sqrt{2}$ و $\zeta = 1/\sqrt{2}$ نتیجه می گیریم که ما کرم
 پس تقریباً 22٪ باشد ($M_p = 1.22$) - میطور چون فاصله قطب مؤثر تا محور $s = 0$ ، 2
 می باشد، پس زمان نسبت تقریباً $2 = \frac{4}{2} = 2$ خواهد بود. برای تأیید این ادعاها، پاسخ پله
 سیستم طبقه را در شکل (7-19) رسم کرده ایم. از روی شکل ما کرم پس تقریباً 18٪ بوده و زمان
 نسبت نیز تقریباً 2 ثانیه است و مقادیر حدی رسیده شده واقعاً به مقادیر حقیقی نزدیک می باشد. البته
 علت کم افتادگی بین مقادیر حدی رسیده شده و واقعی فقط وجود قطب در $s = -8$ می باشد که کمی اثر
 صر $s = -2$ در او این ما کرم پس را کاهش داده است.

از منور $s = -8$ در مدوی ما کرم پس نیز آگاه خواهیم شد. شکل (7-15) با $\omega_n = \sqrt{2}$ و $\zeta = 1/\sqrt{2}$ ما کرم پس را



شکل (7-19) الف - پاسخ پله

$$G_{cl}(s) = \frac{33.6(s+2)(s+1.05)}{(s+1)(s+8)(s+2 \pm j2)}$$
 ب - پاسخ پله

$$\hat{G}_{cl}(s) = \frac{4(s+2)}{(s+2 \pm j2)}$$

برای تقریب سیستم حلقه بسته با یک سیستم درجه پایین تر می توانیم از این روش استفاده کنیم و داریم

$$\hat{G}_{cl}(s) = \frac{4(s+2)}{(s+2 \pm j2)} \quad (7-24)$$

را می توان تقریب سیستم حلقه بسته به یک سیستم درجه پایین تر کرد. در این کتاب $s + \sigma \pm j\omega$ را می توان به صورت $(s + \sigma)^2 + \omega^2$ در نظر گرفت که در این صورت آن $s + \sigma + j\omega$ و $s + \sigma - j\omega$ را می توان به صورت $(s + \sigma)^2 + \omega^2$ نوشت.

$$(s + \sigma \pm j\omega) \triangleq (s + \sigma + j\omega)(s + \sigma - j\omega) \quad (7-25)$$

$$= (s + \sigma)^2 + \omega^2 = s^2 + 2\sigma s + \sigma^2 + \omega^2$$

صرب 4 در صورت (7-24) به این دلیل انتخاب شده تا به وجه مستقیم (1) باشد تا به وجه مستقیم مستقیم
 حلقه (11) را در خود. برای بیش دقت تقریب، پاسخ (7-24) را نیز در شکل (7-19) رسم کرده ایم.
 با توجه به اختلاف در (11) و (11) تقریب (7-24) دقیقاً ناآرامی جری دارد. البته برای آن
 این تقریب را با دور کردن مرکز در 2.5 بهر دینر محسوس کرد. در اینجا به آن خواهیم پرداخت.

در حالت ذرات نلته هر دو الت که در بعضی از موارد نسبت فواصل قطبهای سیخ حلقه سیخ از

معر سیخ زیاد نبوده و برای آن از بعضی از قطبها در مقابل بقیه آنها مرتب خواهد بود و در مقابل

پاسخ در ایالت سیخ قابل پیش بینی بوده و محدود به رسم پاسخ قطبهای سیخ هدف اصلی
 این قسمت بود و آوردن یک دید عمیق در باره حلقه سیخ تأثیر بارها در قطبهای سیخ سیخ سیخ
 بوده است و این دید در مراحل مختلف برای واقف یک سیخ بسیار مفید می باشد. مهم این است
 که در صورت تراز نبودن شرایط درگاه بدین گونه باید پارامترهای مختلف را تغییر داد تا شرایط مطلوب
 حاصل گردند.

4-3 - خلاصه

در این فصل جهت تعیین درجه و قطب های مؤثر را مورد بررسی قرار داده و ذکر شد که تأثیر
 تمامی قطب های یک سیخ در پاسخ آن به یک مقدار نمی باشد و صورهای تابع تبدیل در تعیین مقدار تأثیر هر قطب
 نقش بسزایی دارند. برای بدست آوردن اهمیت هر قطب در تعیین مشخصات پاسخ سیخ می توان
 پیش فرضی تابع تبدیل را بدست آورد سپس از آن که ما داریم مقدار پاسخ بدین پاسخ فرکانسی آنها برگ
 می باشد را به عنوان افراد مهم انتخاب نمود. برای این اساس مشخص شد که اگر فاصله بعضی از
 قطبها نسبت به دیگر قطبها از محور $\theta = 0$ کمتر باشد، آن قطبها را نزدیک به محور $\theta = 0$ مشخصه های
 اصلی پاسخ را تعیین خواهند کرد.

بر اساس مطالب ذکر شده در اینجا، عمده در تمام طراحی یک سیخ لنتزی، محدود کردن از صورتی مشخص
 شده و از دسترس در شرایط مطلوب طراحی، قطب های مؤثر سیخ حلقه سیخ (که مشخص کننده رفتار پاسخ
 آن می باشد) باید در این محدوده قرار بگیرد. در فصل بعد نشان خواهیم داد که چگونه با استفاده از روش مکان
 ریاضی های برای آن می توان که در لنتزی انتخاب کرد تا قطبها مؤثر سیخ حلقه سیخ در محدوده درگاه قرار داشته باشند.



فصل ۷

طراحی کنترل کنده بر اساس محل قطبها

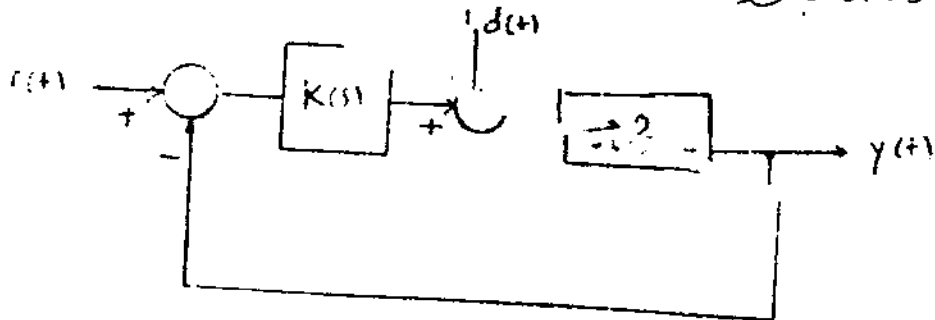
در فصل پنجم ما روش طراحی در حوزه فرکانس آشنا کردیم. همینطور در فصل ششم نشان دادیم که بسیاری از مشخصه‌های رفتار زمانی یک سیستم کنترلی را می‌توان بواسطه جابجایی قرارگیری محل صفر و قطبهای آن بیان نمود. در این فصل درباره جابجایی استفاده از روش مکان ریاضیاتی طراحی کنترل کنده‌ها صحبت خواهیم کرد. در این روش عمدتاً از مشخصه‌هایی مانند زمان نشست، نسبت میزبان قطب مؤثر و فریب خطا برای بیان شرایط مطلوب طراحی استفاده می‌شود و پس از تبدیل این مشخصه‌ها به محل مطلوب قطب‌های مؤثر سیستم، حصران کنده را بدین‌وسیله انتخاب می‌کنیم تا قطب‌های مؤثر در محل دلخواه قرار گیرند و عمایب خطا مقادیر از پیش تعیین شده‌ای را داشته باشند. البته بماند روش طراحی در حوزه فرکانس بیشتر تر از ما در این فصل بررسی است. در حصران کنده‌های پیش‌فاز و تقویت‌کننده تنها خواهد بود و [۴] [۵] [۶] نیز بر این مناسب بود و مطالب این فصل می‌باشند.

۷-۱ - طراحی با استفاده از روش مکان ریشه‌ها

در این قسمت با استفاده از مثال‌های متعدد، چگونگی طراحی کنترل کننده با استفاده از روش مکان ریشه‌ها را به ما نشان خواهیم داد. نکته‌ای که باید به آن توجه کرد این است که معیارهای طراحی در روش مکان ریشه‌ها با معیارهای طراحی در حوزه فرکانس متفاوت است. هر چند که هر دو این معیارها ارتباطی با یکدیگر دارند و به یکدیگر تبدیل می‌شوند. به طور مثال در دامنه فرکانس معیارهایی از مشخصه‌های مطلوب داشتن یک هدف از مناسبت است در حالی که در حوزه s معیار مناسبت میرایی قطب مؤثر کمیتی مهم می‌باشد ولی همانطور که در قسمت (۲-۴) نشان دادیم، برای این دو کمیت رابطه نزدیکی با یکدیگر داشته و از روی یکی می‌توان دیگری را نتیجه گرفت.

در اولین مثال از بهره K و از روی مکان ریشه‌ها می‌توان معادله مشخصه سیستم حلقه بسته را تعیین کرد و محدودیت‌های طراحی استفاده از آن را دقیقاً توضیح خواهیم داد. سپس با ذکر دو مثال درباره چگونگی استفاده از ضرایب کنترل کننده پیش‌فاز برای افزایش سرعت سیستم صحبت خواهیم کرد و در انتها درباره استفاده از ضرایب کنترل کننده پس‌فاز برای افزایش ضرایب حلقه بسته خواهیم کرد.

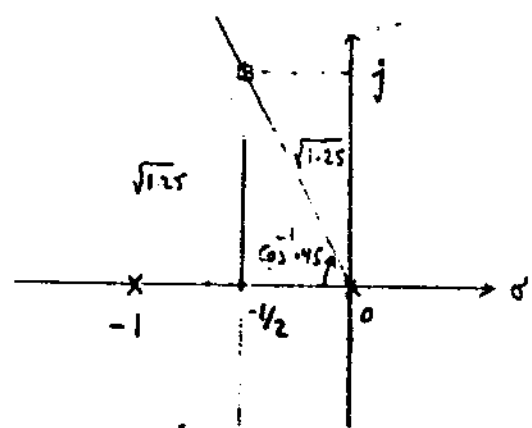
مثال ۷-۱: در سیستم کنترلی زیر ضرایب کنترل کننده $K(s)$ را انتخاب می‌کنیم که دارای قطب مؤثر ۰.۴۵ باشد.



شکل (۷-۱) - سیستم کنترلی مثال ۷-۱

در ابتدا مکان ریشه‌ها را با فرض $K(s) = K$ در شکل (۷-۲) رسم می‌کنیم. خط $\zeta = 0.45$ نیز از روی این مکان رسم شده است. از روی شکل واضح است که بهره K می‌تواند وجود دارد که برای آن مناسبت میرایی قطب مؤثر ۰.۴۵ باشد. در این مثال ساده، ساده‌ترین توان بهره K

7-3
 تعیین می‌شود که در این سیستم



شکل (۷-۲) - مکان ریشه‌ها معادله مشخصه سیستم مقدماتی

مورد نیاز را از این منظور از روی معادله مشخصه سیستم مقدماتی بدست آورد. در اینجا ما در سیستم اشاره می‌کنیم که در حالت کلی نیز کاربرد دارند اولین روش معادله بهره k ، روش ژانکوی است. در این روش از روی شکل عمل تلاقی خط $\zeta = 0.45$ با مکان را محاسبه می‌کنیم. ما استفاده از شکل نقطه تلاقی $\zeta + j\omega = -1/2 + j$ می‌کنیم. برای معادله بهره k ما به شرط اندازه در این نقطه برقرار می‌کنیم

$$|K(s)G(s)|_{s=s_0} = 1 \quad (7-1)$$

پس

$$\left| \frac{K(0.2)}{s(s+1)} \right|_{s=-\frac{1}{2}+j} = 1 \quad (7-2)$$

از روی شکل می‌توان برای $|-1/2 + j|$ و $|1 - 1/2 + j|$ حاصلین مورد. پس داریم

$$\frac{K(0.2)}{\sqrt{1.25} \sqrt{1.25}} = 1 \Rightarrow k = 6.25 \quad (7-3)$$

الته جواب حاصله در این روش برنا تقریبی است چون اگر مکان ریشه‌ها دقیق رسم شده باشد، مقدار تلاقی خط ثابت ζ در مکان را فقط بتوانیم بصورت تقریبی بدست آورد. روش دیگر محاسبه بهره k ، روش تجلی است. در این روش محل تلاقی خط ثابت ζ را با مکان بصورت تجلی بدست می‌آوریم. توجه کنید که در این تمام نقاطی که بر روی خط ثابت ζ قرار دارند رابطه زیر برقرار می‌شود ω در حقیقت ω برقرار است

$$\omega = -\sigma \tan \theta, \quad \theta = \cos^{-1} \zeta \quad (7-4)$$

- ① $|K(s)G(s)| = 1$
 - ② $\angle K(s)G(s) = -\pi$
- مکان ریشه معادله مشخصه سیستم مقدماتی از این رابطه بدست می‌آید $K(s)G(s) = 0$ یا $K(s)G(s) = -1$ (معیار مقیاس)

معادله مقفله سیستم طبقه سب نیز در این مثال بصورت زیر است

$$s^2 + s + 0.2k = 0 \quad (7-5)$$

ما حایزینی (7-4) در (7-5) در معادله نیرضی برای در مجهول σ در k بدست خواهد آمد که پس از حل، عمل تلامی و بهره مورد نیاز را می توان محاسبه کرد. بطور مثال اگر $k' = 0.2k$ و

$\alpha = 0.5$ آنگاه پس از حایزینی (7-4) در (7-5) داریم

$$(\sigma - j\alpha\sigma)^2 + (\sigma - j\alpha\sigma) + k' = 0$$

$$\sigma^2 - \alpha^2\sigma^2 - j2\alpha\sigma^2 + \sigma - j\alpha\sigma + k' = 0 \quad (7-6)$$

و با صورتار دادن قسمت موهومی در معین بطور جداگانه داریم

$$\sigma^2 - \alpha^2\sigma^2 + \sigma + k' = 0 \quad (7-7)$$

$$2\alpha\sigma^2 + \alpha\sigma = 0 \quad (7-8)$$

از حل معادله (7-8) داریم $\sigma = 0$ و $\sigma = -\frac{1}{2}$. جواب $\sigma = 0$ مورد نظر نیست چون نقطه تلامی برای

$k = 0$ است. ما حایزینی $\sigma = -\frac{1}{2}$ در معادله (7-7) داریم

$$\frac{1}{4} - \frac{\alpha^2}{4} - \frac{1}{2} + k' = 0$$

(7-9)

$$k' = \frac{1}{4} + \frac{\alpha^2}{4} \approx 1.24$$

پس $k = 6.2$

پس k به 6.2 که نزدیک به همان جوابی است که از روش تقریبی به دست آمده است که همراه از در حالت کلی حل معادلات نیرضی بدست آمده می توان

روش آزمایشی در حل مسائل استفاده کنید. مقایسه کنید، خواهی دید که بهره بدست آمده کارزیدک

از این مثال را با مدن

بستداری است. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بستداری است. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بستداری است. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بستداری است. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بستداری است. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بستداری است. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بستداری است. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

بستداری است. در آن مثال ما استفاده از پاسخ فرکانسی محاسبه کرده بودیم. در آن مثال

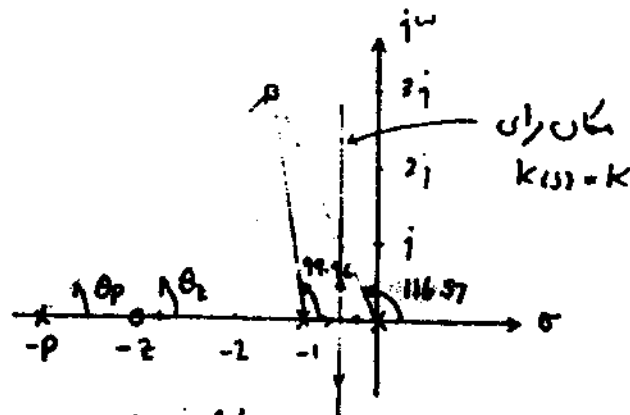
افزایش یافته در نتیجه زمان صعود کاهش خواهد یافت. البته در این حالت محاسبه کاهش K با افزایش K ماکزیمم جیس با سطح K نسبت حلقه است نیز افزایش یافته و پاسخ نوسانی خواهد شد. پس اگر خواهم زمان نشست پاسخ K را کاهش دهم نمی توانم فقط از صیران $K(1) = K$ استفاده کنیم. در مثال بعدی نشان خواهیم داد که چگونه با استفاده از صیران K بهین فاز می توان زمان نشست K را کاهش داد.

مثال ۷-۲: سیستم مثال قبل (شکل ۷-۱) را دوباره در نظر بگیرید. صیران $K(1)$ را بدین طریقی کنید تا ماکزیمم جیس به دردی 20% (ماکزیمم پاسخ 1.20) و زمان نشست پاسخ $8/3$ ثانیه باشد.

پس از آن شکل (۷-۱۰) را ببینید $M_p = 1.20$ شود باید نسبت میرایی ζ تقریباً 0.45 شود. همپون $\omega_d = 8/3$ شود باید $\omega_n = 10 = \frac{4}{\zeta} = \frac{4}{0.45}$ شود. بنابراین $\omega_n = 10$ و $\zeta = 0.45$ می باشد. این دو خواص قطبها را در محل s در شکل زیر رسم کرده است. واضح است که با انتخاب K می توان

$$s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (7-10)$$

موقع مکان ریشه ها که در شکل زیر رسم شده است. واضح است که با انتخاب K می توان قطبها را در محل های مشخص شده قرار داد.



شکل (۷-۳) - محل ترازی قطبها و صیران و قطب مؤثر

موانعی که احتیاج به دور کردن قطبها از محور s دارند و محاسبه قطبها را سخته است. نکته مهم دیگر این است که باید از صیران K بهین فاز استفاده کنیم. ترد کنید که هر چه قطبهای مؤثر از محور s دورتر شوند، زمان نشست K کوتاهتر شده و سرعت آن بیشتر خواهد شد. یا به عبارت دیگر بهای باید

سیستم حلقه سه مرتبه تر فراهم شود. در ادامه دربارهٔ فیلترهای استفاده از صبران کنده پیش فاز برای قرار دادن قطبهای مؤثر در $z = 3 \pm j3$ صحبت خواهیم کرد. برای این منظور فرض کنید

$$K(z) = K \frac{z^2 + 4}{z^2 + 9} \quad (7-11)$$

برای اینکه $z = 3 \pm j3$ یک قطب سیستم حلقه سه باشد، باید به شرط زایدی مکان ریشه‌ها و شرط اندازه

مکان ریشه‌ها در $z = 3 \pm j3$ برقرار باشد. در ابتدا شرط زاویه را می‌نویسیم. با مرادف شکل (7-2) داریم

$$\theta_z - \theta_p - 99.46 - 116.57 = 180 \quad (7-12)$$

پس از حل این رابطه برای $\theta_z - \theta_p$ خواهیم داشت

$$\theta_z - \theta_p = 36.03 \text{ (modula } 360) \quad (7-13)$$

(الته درست حالت رابطه (7-12) می‌توان $180(2n+1)$ قرار داد و در نتیجه نهایی دیگری

داده نخواهد شد چون مداره $\theta_z - \theta_p$ را باید بگردانیم محاسبه کنید تا مقدار آن بین $180 -$

درجه تا 180 درجه باشد و در صورت لزوم باید مضارب 360 درجه را به جواب نهایی اضافه کرده

یا از آن کم کنید.) توجه کنید که در (7-12) برای محاسبه $\theta_z - \theta_p$ از شرط 180 درجه استفاده

کردیم. چون می‌خواهیم صفر و قطب صبران کنده را به گونه‌ای پیدا کنیم تا برای $k > 0$ مکان ریشه‌ها

از نقطه $z = 3 \pm j3$ بگذرد.

پس از مطالعه $\theta_z - \theta_p$ کافی است که محل صفر را به دلخواه انتخاب کرده و سپس از استفاده

از (7-12) محل قطب صبران کنده را بدست آوریم. چگونه انتخاب محل صبران کنده بسیار

مهم است چون (از صبران کنده ما قطب سیستم حذف شود) این صفر خود را در تابع تبدیل از $z = 2$

شدن داده و بر روی پاسخ گذرای سیستم از خواهد گذاشت و همواره باید از صفر را روی

قطب‌های مؤثر در فراد است. در این مرفوع بیشتر در مثال بعد تره خواهیم کرد. در این مثال می‌توان

محل صبران کنده را روی قطب سیستم در $s = -1$ انتخاب کرد. به عبارت دیگر $z = 1$ و

$\theta_z = 99.46$ انتخاب می‌کنیم. ناچاریم در (7-13) مقدار θ_p را می‌توان مساوی 63.43 کنیم:

$$\theta_p = 63.43 \quad (7-14)$$

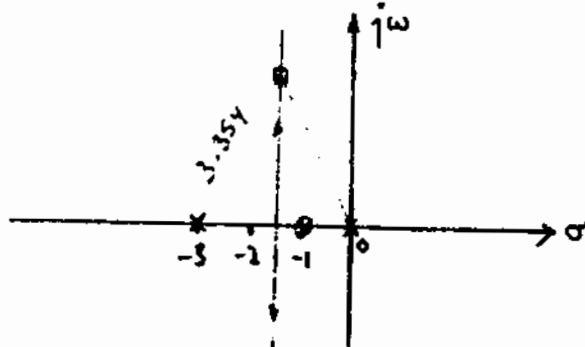
و با استفاده از شکل (7-3) دمی عملیات مثلثاتی فراهم داشت

$$p = 3 \quad (7-15)$$

پس فرم صبران کنده صورت زیر خواهد بود

$$K(s) = K \frac{s+1}{s+3} \quad (V-14)$$

مکان ریشه های سیستم حلقه بسته را بر مقلای مختلف بهره K با استفاده از جبران کننده (V-14) در شکل زیر رسم شده است.



شکل (V-14) - مکان ریشه ها با استفاده از $K(s) = K \frac{s+1}{s+3}$

برای معالجه مقدار بهره K را بر قرار دادن قطبهای مؤثر در $3 \pm j\frac{3}{2}$ - مکانی است که از شرط اندازه استفاده کنیم. به عبارت دیگر باید داشته باشیم

$$\left| K \frac{s+1}{s+3} \cdot \frac{0.2}{s(s+1)} \right| = 1 \quad (V-17)$$

$$s = -\frac{3}{2} + j\frac{3}{2}$$

با استفاده از شکل (V-14) می توان برای $3 + j\frac{3}{2}$ و $3 - j\frac{3}{2}$ در رابطه (V-17)

محلیزی نمود. پس از انجام این عمل داریم

$$K = \frac{(3.354)^2}{0.2} = 56.25 \quad (V-18)$$

تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با استفاده از این جبران کننده بصورت زیر خواهد بود:

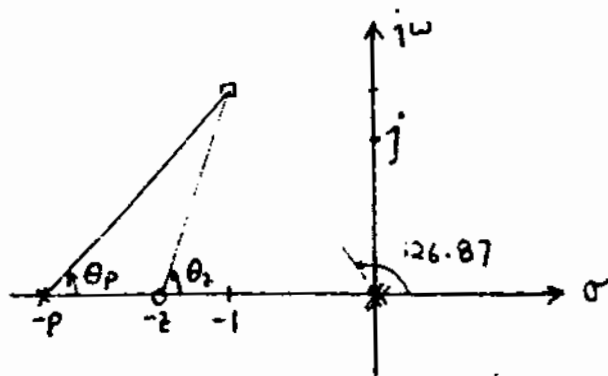
$$G(s) = \frac{11.25}{s^2 + 3s + 11.25} \quad (V-19)$$

این تابع تبدیل مشخصات خواسته شده را دارا می باشد. توجه کنید که قطب در $s = -1$ خود را در تابع تبدیل از دست می دهد و بر روی حالت گذرای این سیستم تاثیر مثبتی بر روی خروجی نخواهد گذاشت. البته در اینجا چون ضریب مورد قطب بین کنترل کننده و سیستم در دست ما همواره مساوی است، از نوا پایداری سیستم حلقه بسته مثلثای ایجاب نخواهد کرد.

مثال ۷-۳: سیستم شکل (۷-۶) را در فرکانس و صراحت لنگه $k(1)$ را بدین‌ای طراحی کنید تا زمان نشست تقریباً ۱ ثانیه و ماکزیم جهش تقریباً ۱۰٪ باشد. بار اعداد شکل (۱۰۱-۴) برای $M_p = 1.01$ نسبت میرایی قطب مؤثر تقریباً باید ۰.۶ باشد. علاوه بر این داشتن زمان نشست چهار ثانیه ای، ω_n نیز تقریباً باید ۱ باشد. پس از یک سری محاسبات ساده، ω_n با قطب مؤثر باید تقریباً $\frac{5}{3}$ بوده و $\omega_n^2 = 1 - \zeta^2 = 1 - 0.36 = 0.64$ یا $\omega_n = 0.8$ باشد. پس محل دلتاه قطب های مؤثر ضرورتاً در راست:

$$s_1, s_2 = -1 \pm j\frac{4}{3} \quad (7-20)$$

راضی است که برای $K(1) = K > 0$ ، قطب های سیستم حلقه بسته در روی محور s قرار گرفته و می توان قطب های مؤثر سیستم حلقه بسته را در محل های مشخص شده در (۷-۲۰) قرار داد. برای کسینون قطب های سیستم به سمت چپ محور s باید از یک صراحت کننده پیش باز استفاده کنیم.



شکل (۷-۵) - محل قرارگیری قطب ها و صفرها

بار اعداد شکل (۷-۵) برای برآوردن شرط ۱۸۰ درجه باید دالته بالیم

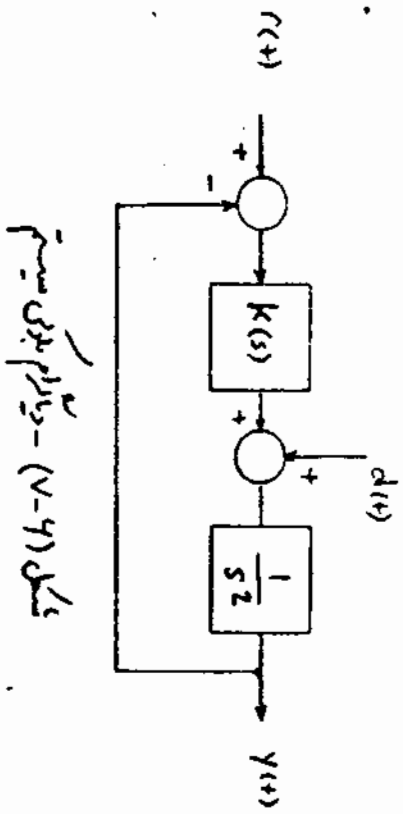
$$\theta_z - \theta_p - 126.87 - 126.87 = -180 \quad (7-21)$$

و یا معادلاً

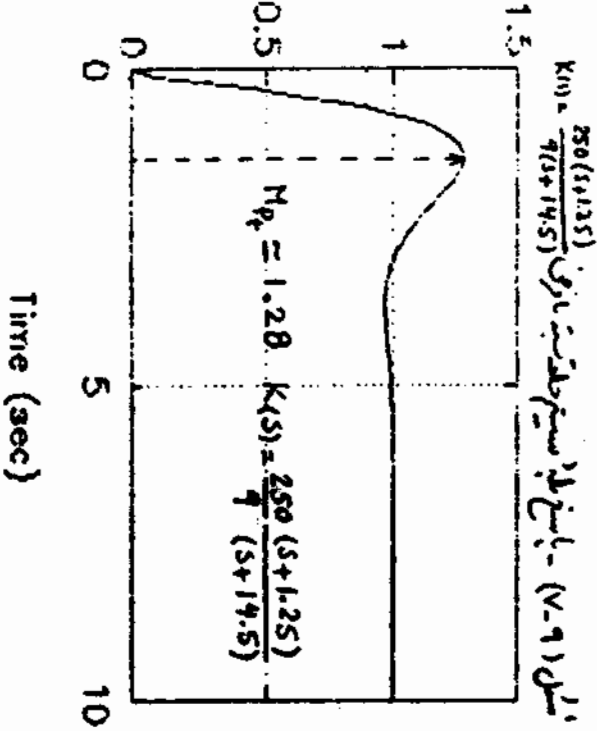
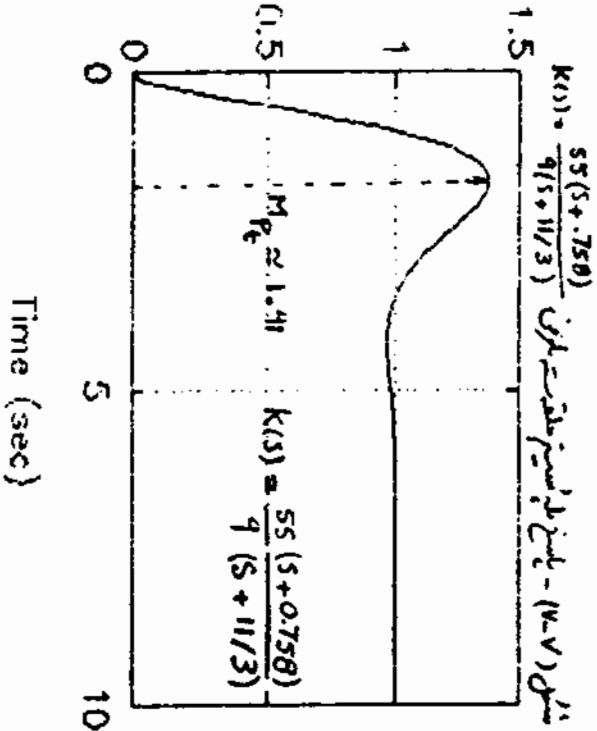
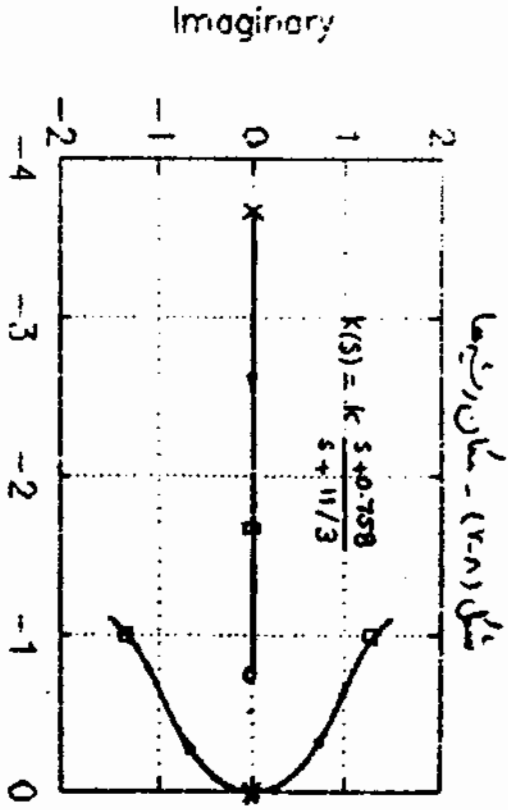
$$\theta_z - \theta_p = 73.74 \quad (7-22)$$

رای محاسبه محل ضرورتاً صراحت کننده در این مثال باید به نکات متعددی توجه کنیم. یکی از نکات مهم این است که نسبت p به z تا حد امکان باید کوچک باشد. دالته د تا مسافت کنترل کننده ساده تر

گردد. بنابراین صفر صراحت کننده نباید ماکزیم جهش قطب مؤثر را پیش از حد افزایش دهد.



نکته - (۷-۶) - دیفرانسیل سیستم



$$\left| k \frac{s+0.758}{s+11/3} \cdot \frac{1}{s^2} \right|_{s=-1+j\frac{4}{3}} = 1 \quad (7-25)$$

در این انجام معادلات فراهم داشت:

$$k = 55/9 \quad (7-26)$$

و در نتیجه، ضرایب گسسته نهایی ضرورت

$$K(s) = \frac{55}{9} \frac{s+0.758}{s+11/3} \quad (7-27)$$

خواهد بود. با تغییر سیستم حلقه بسته نیز ضرورت زیر است:

$$G_p(s) = \frac{55}{9} \frac{s+0.758}{(s+\frac{5}{3})(s+1 \pm j\frac{4}{3})} \quad (7-28)$$

مکان قطبهای سیستم حلقه بسته در شکل (7-8) با علامت \circ مشخص شده است. با سطح یک سیستم حلقه بسته نیز در شکل (7-7) رسم شده است. با توجه به شکل واضح است که ماژیم جیس از 40٪ نیز بیشتر است و این مقدار برایت بررکترا از 10٪ مورد تقوای باشد. علت این تفاوت خاص وجود ضرایب گسسته پهنی مار در ردیفی قطب مؤثری باشد. توجه کنید که ضرایب سیستم حلقه باز و حلقه بسته باشد یکدیگر بوده و این ضرایب جیس قطب مؤثر را همانطورید در فصل ششم پیش بینی کرده بودیم. افزایش داده است. البته قطب سیستم حلقه بسته در $5/3$ - اندازه کافی به محل ضرایب سیستم نزدیک نباشد تا بتواند اثر آن را روی پاسخ یک سیستم حقیقی کند.

رای کا هکتا از ضرایب گسسته ورودی ماژیم جیس امید تا حد امکان این ضرایب را از محل قطبهای مؤثر دور کنیم. البته برای روار شدن رابطه (7-22) میتوانیم θ را بیش از حد بزرگ انتخاب کرد. یک مقدار مناسب برای θ 1.25 برآید. ما این انتخاب داریم:

$$\theta_p = 79.38 \quad (7-29)$$

و با جایگزینی در رابطه (7-22) فراهم داشت $\theta_p = 5.64$ و ورودی θ_p میتوان محل قطب ضرایب گسسته را معالجه نمود. پس از انجام عملیات داریم:

$$p = 14.5 \quad (7-30)$$

وس از ابعاد شرط اندازه

$$\left| k \frac{s+1.25}{s+14.5} \cdot \frac{1}{s^2} \right|_{s=-1 \pm j} = 1 \quad (7-21)$$

خواهیم داشت:

$$k = 250/9 \quad (7-22)$$

و نهایتاً صبران کنده پیش فاز مورد نیاز ضرورت زیر خواهد بود:

$$K(s) = \frac{250}{9} \frac{s+1.25}{s+14.5} \quad (7-23)$$

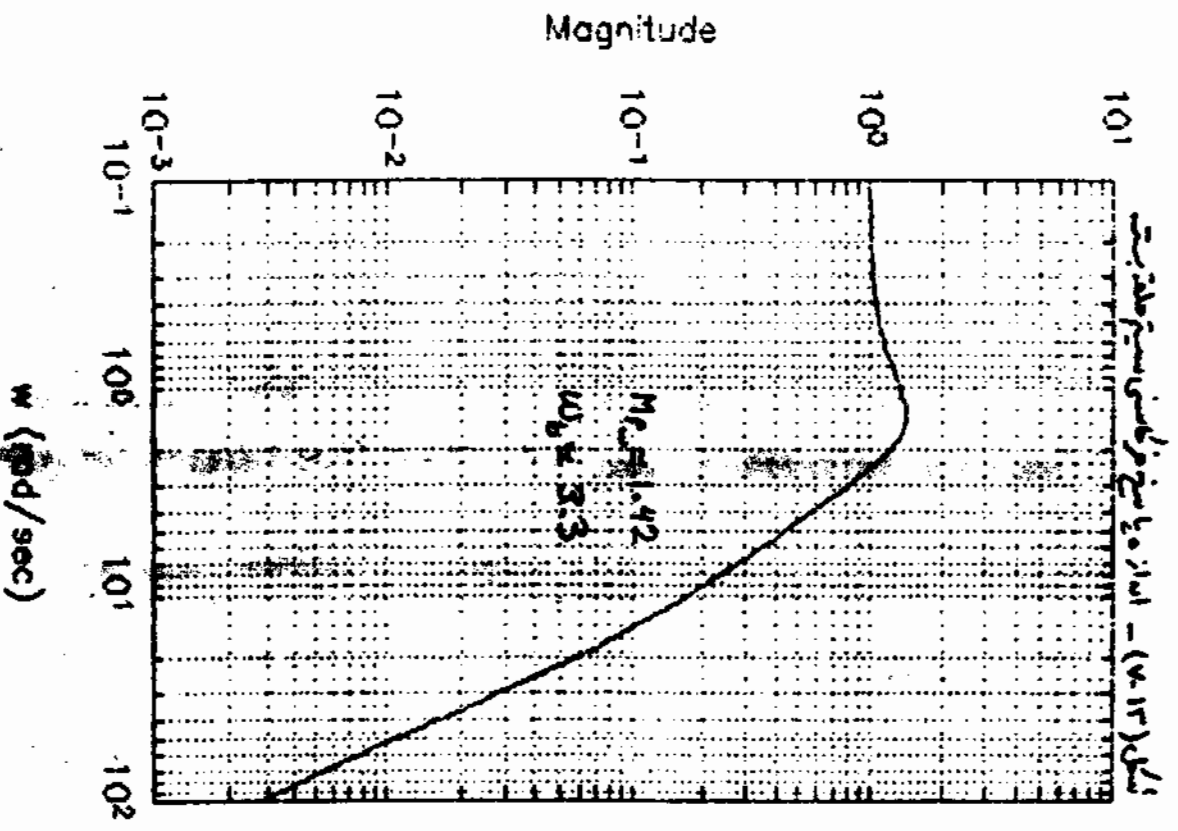
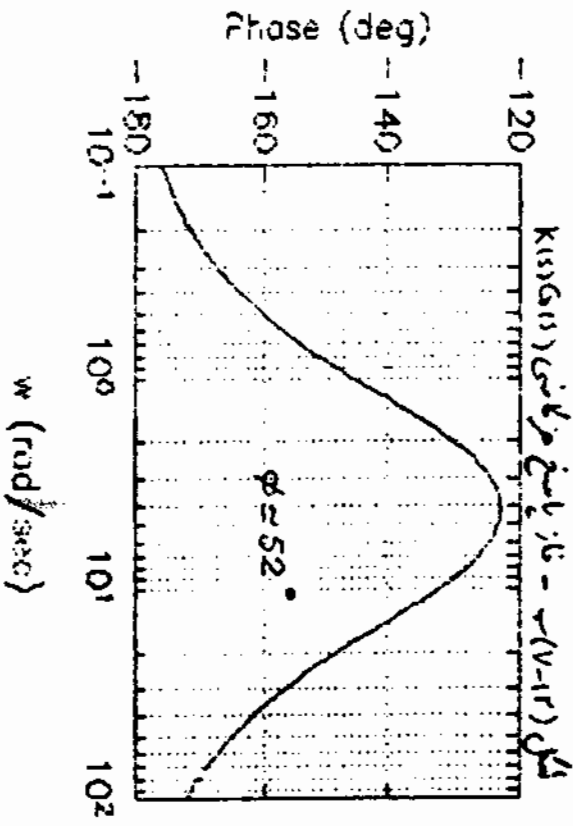
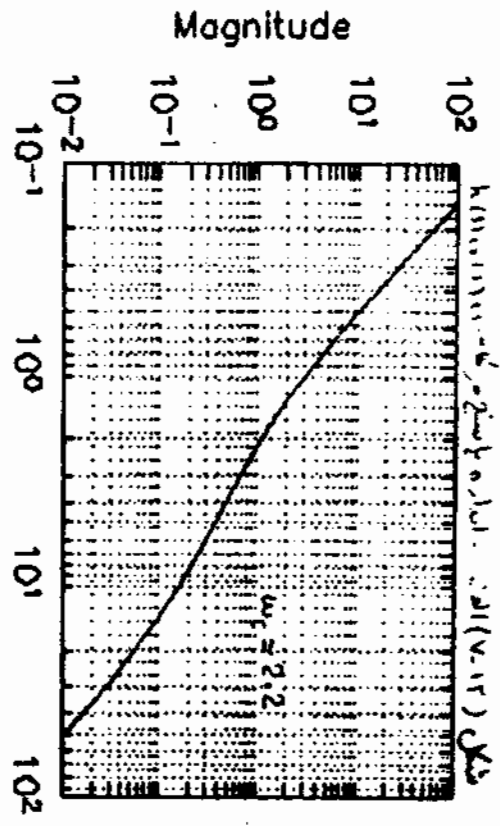
با استفاده از این صبران کنده، تابع تبدیل سیستم حلقه بسته ضرورت زیر خواهد بود:

$$G_{sys}(s) = \frac{250 (s+1.25)}{9 (s+14.5) (s+1 \pm j)} \quad (7-24)$$

شکل ۴

باسف بله سیستم حلقه بسته در شکل (۷-۹) رسم شده است. با مقایسه (۷-۷) و (۷-۹) واضح است که ما گسین سیستم صفر صبران کنده به طرف سمت چپ محور سبز، ما گسین چسب باسف بله سیستم حلقه بسته ما گسین یافته است. با توجه به این مثال واضح است که کمینه کردن نسبت p به z صبران کنده پیش فاز لزوماً بهترین استراتژی نبوده و پارامترهای مهمتری باشد ما گسین چسب باسف بله در طولانی انتخاب صفر قطب صبران کنده پیش فاز دقت می یابند.

در این مثال بفرموده، در میان صبران کنده پیشنهادی نیز شرایط طراحی را برآورده می کند چون ما گسین چسب باسف بله سیستم حلقه بسته در این حالت 28٪ است و این از مقدار دلخواه 10٪ بیشتر است. البته علت این ما گسین چسب در یک بودن هر صبران کنده در قطب های مؤثر سیستم است. نکته جالب این است که مقدار ما گسین چسب را می توان از روی باسف فرکانسی سیستم پیر پیش بینی نمود. برای این منظور باسف فرکانسی $G(s)K(s)$ (بهره حلقه) و سیستم حلقه بسته را ترتیب در شکل های (۷-۱۲) و (۷-۱۳) رسم کرده ایم. با استفاده از باسف فرکانسی سیستم حلقه بسته واضح است که در مدار تقریباً 52 درجه در فرکانس 0.5 rad/sec نیز 2.2 است. با استفاده از رابطه تقریبی در مدار و نسبت پیر می بینیم که نسبت میرایی قطب مؤثر تقریباً 5.5 بوده و با استفاده از شکل (۷-۱۰) ما گسین چسب باسف بله تقریباً 17٪ خواهد بود که البته این مقدار کمی از مقدار واقعی 28٪ فرکانس است.



تولد کنیم، ماژیم مقدار پاسخ فرکانسی 1.42 می باشد و از به شکل (۱۰-۴) مراجعه شود. در اینجا ماژیم جوش پاسخ به تقریباً ۱.27 خواهد بود که - مقدار واقعی ۰.۵۸ بسیار نزدیک است. ما توجه به ماژیم مقدار پاسخ فرکانسی و شکل (۱۰-۴) می توانیم بگویم که جفا و بود صفر در نزدیکی قطب مؤثر، نسبت میرایی قطب مؤثر به ۰.38 کاهش یافته است و این جوش زیاد به دردی بله را باعث شده است. (در اینجا دوباره مردی رابطه بسیار نزدیک H_p و H_p تولید می کنیم و این رابطه در مورد سیاه از سیخ ها برابری بالند و این مثال نیز نمایانگر این حقیقت است.)

بعلاوه با استفاده از شکل (۱۸-۴) مقدار $0.38 = \mu$ داریم $w_{t_2} = 9$ و چون $w_{t_1} = 2.2$ می باشد پس همان نسبت تقریباً باید 4.1 باشد و این مقدار به مقدار واقعی که از شکل (۹-۷) اندازه گیری می شود بسیار نزدیک است.

حال برای آینه ماژیم جوش پاسخ بله را کاهش دهیم و همان نسبت میرایی قطب مؤثر را کمی نزول از مقدار مورد امتیاج انتخاب کنیم (بهر نمونه $\mu = 1/2$) و پس از دو جبران لنده پیش فازی رای قرار دادن قطبهای مؤثر در محل های تعیین شده استفاده کنیم. با این عمل می توان مغزهای جبران لنده را هر چه در دراز از قطب های مؤثر سیستم قرار داد و از افزایش ماژیم جوش پاسخ بله سیستم حلقه بسته جلوگیری کرد. جزئیات طراحی این جبران لنده را به عهده خواننده می گذاریم. در اینجا دوباره ذکر این نکته ضروری می شود که طراحی یک سیستم کنترلی از مراحل مختلف که تمامی شامل آزمون خطای نیز می شود تشکیل شده است و در اول انتخاب کنترل لنده عمده تمام شرایط مطلوب طراحی برآورده می شود ولی با استفاده از روش های ژرداری شده در اینجا می توان سیستم به کنترل نهایی دست یافت و تعداد آزمون های لازم را تا حد زیادی کاهش داد.

در ادامه این قسمت درباره خطای سیستمی استفاده از جبران لنده پس فاز در روش طراحی مکان ریها صحبت خواهیم کرد. همانطور که در قسمت (۳-۵) ذکر شد، از جبران لنده پس فاز به تقریباً همانند استرال لیر عمل می کند در افزایش فریب خطا و در نتیجه کاهش خطای ماندگار سیستم استفاده می کنیم. در اینجا هم می خواهیم کرد که با استفاده از یک جبران لنده مناسب (مانند جبران لنده پس فاز) قطبهای مؤثر سیستم حلقه بسته را در محل مناسب قرار داده ایم و می خواهیم با استفاده از یک جبران لنده پس فاز در داخل حلقه کنترلی افزایش خطای سیستم را افزایش دهیم و در همین حال تغییر معده سی نیز در محل قطب های

مؤثر سیستم حلقه بسته ایجاد نکنیم. برای این منظور فرض کنیم که با استفاده از صراحت کننده $k_1(s)$ قطب مؤثر سیستم حلقه بسته را در $s = s_0$ قرار داده ایم. به عبارت دیگر

$$1 + G(s_0) k_1(s_0) = 0 \quad (7-35)$$

این برآورد بدون رابطه (7-35) شرط اندازه در ادبیته نامبر در قرار باشد. یعنی

$$|G(s_0) k_1(s_0)| = 1 \quad (7-36)$$

$$\angle G(s_0) k_1(s_0) = \pi \quad (7-37)$$

حال اگر $s = p$ در صراحت کننده

$$\bar{k}(s) = \frac{s + z}{s + p} \quad (7-38)$$

نویس این انتخاب نمودیم تا داشته باشیم

$$|\bar{k}(s_0)| = 1 \quad (7-39)$$

$$\angle \bar{k}(s_0) = 0$$

آنگاه به تئوری مقدار مقصد سیستم حلقه بسته با استفاده از صراحت کننده $\bar{k}(s)$ نیز خواهیم دید چون داریم

$$|G(s_0) k_1(s_0) \bar{k}(s_0)| = |G(s_0) k_1(s_0)| |\bar{k}(s_0)| = 1 \quad (7-40)$$

$$\angle G(s_0) k_1(s_0) \bar{k}(s_0) = \angle G(s_0) k_1(s_0) + \angle \bar{k}(s_0) = \pi$$

همینطور فرض کنید که فریب خطای سرعت (k_v) با استفاده از صراحت کننده $k_1(s)$ مقدار محدود و نیز k_v^{old} داشته باشد، یعنی

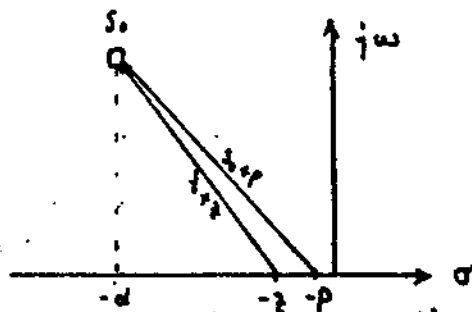
$$k_v^{old} = \lim_{s \rightarrow 0} s k_1(s) G(s) \quad (7-41)$$

سپس از همان فرکانس $\bar{k}(s)$ در حلقه بسته می خواهیم داشت

$$k_v^{new} = \lim_{s \rightarrow 0} s \bar{k}(s) k_1(s) G(s) = \frac{z}{p} k_v^{old} \quad (7-42)$$

و مشاهده می شود که با انتخاب مناسب z/p می توان فریب خطای سرعت را افزایش داد و در صورت برآورد (7-39)، اصل قطب مؤثر s_0 نیز با وجود $\bar{k}(s)$ تغییر میدان نخواهد کرد. در ادامه نشان خواهیم داد که می توان z/p را بزرگتر از 1 انتخاب کرد تا (7-39) برآورد برده و نسبت $\frac{z}{p}$ نیز مقدار قابل توجهی داشته باشد.

برای این منظور شکل (7-14) را در نظر بگیرید. حال اگر مقدار $\frac{z}{p}$ به z محدود نباشد، نسبت $\frac{z}{p}$ آنگاه برای تمام مقادیر p ، $0 < p < z$ ، رابطه (7-39) برآورد برده و نسبت $\frac{z}{p}$ نیز بزرگتر از 1



شکل (۷-۱۴) - محل قرارگیری صفوح قطب جبران کننده پس مانده نسبت به قطب مؤثر

خواهد بود و نتیجه مطلوب به دست آمده است. البته همواره باید محل قطب های سیستم حلقه بسته را در اینها محاله کرد و مطمئن شد که قطب مؤثر، مؤثر باقی مانده است. توجه شود که قطب حلقه بسته پس مانده که در نزدیکی محور صفوح قرار دارد، پس از بستن حلقه پس فریب نزدیک می شود و پس مانده پس مانده و چون سرعت پس فریب تغییر مکان می دهد، از قطب حلقه بسته را که در نزدیکی محور صفوح قرار دارد تقریباً حذف فراموش کرد و این قطب کند فریب را در فریب آنچنان نمایش نخواهد داد. در ادامه به ذکر یک مثال فراهم برداشت.

مثال ۷-۲: مثال (۷-۱) را دوباره در نظر بگیرید و فرض کنید علاوه بر مقدار ۰.۹۵ برای

نسبت میرایی قطب مؤثر، حداقل مقدار مطلوب برای ضریب خطای سرپی (K_v) نیز ۱۰ باشد. در مثال (۷-۱) نشان دادیم که جبران کننده

$$k(s) = 6.25 \quad (7-23)$$

قطب های مؤثر را در $z = -\frac{1}{2} \pm j$ قرار داده نسبت میرایی قطب مؤثر مقدار مطلوب ۰.۴۵ خواهد بود. با استفاده از این فرای جبران کننده داریم

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s |G(s)| = 6.25 \frac{0.2}{s(s+1)} = 1.25 \quad (7-24)$$

و این از مقدار دلخواه برایت کمتر است. برای افزایش مقدار K_v به مقدار دلخواه کافی است که نسبت صفوح قطب جبران کننده را از رابطه زیر بدست آوریم

$$\frac{z}{p} = \frac{K_v^{new}}{K_v^{old}} = \frac{10}{1.25} = 8 \quad (7-25)$$

با توجه به اینکه میرایی قطب مرکز (α) 1/2 است، پس محورهای کشنده را در 1/2 - (α = 1/10) انتخاب می‌کنیم. البته هر دو محور همان کشنده - محور 33 ردیفه باشد از آن بر روی تغییر مکان قطب مرکز کشنده خواهد بود.

دومی باشد خواهد شد که یک مورد بسیار کند هر چند که مقدار ثابتی خود را در درونی نشان دهد و بهتر است که محور همان کشنده پس ما را جلی نزدیک - محور 33 انتخاب کنیم (سخت 1/2 را پیش از این در کتاب انتخاب کنیم. توضیحات سخته در مورد این مطلب در قسمت (3-15) آمده است.

با انتخاب محورهای کشنده در راستی است صورتی که همان کشنده است پس می‌توان محل قطب محور کشنده را بدست آورد و پس از انجام عملیات خواهیم داشت $p = \frac{1}{160}$ و همان کشنده چهارمین در مطلوب صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned}
 K_{(1)} &= \bar{K}_{(1)} K_{(1)} = \frac{s + 1/20}{s + 1/160} \times 6.25 \\
 &= 6.25 \frac{s + 1/20}{s + 1/160} \quad (7-47)
 \end{aligned}$$

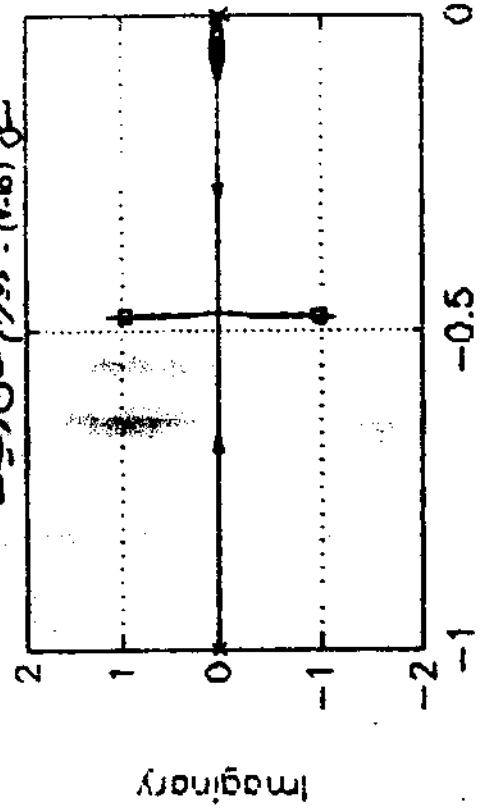
مکان ریشه‌ها با معادله مشخصه سیستم حلقه بسته با استفاده از همان کشنده $k \frac{s + 1/20}{s + 1/160}$ برای مقادیر مختلف بهره k در شکل (7-15) رسم شده است. محل قطب‌های سیستم حلقه بسته برای $k = 6.25$ با h در شکل مشخص شده است. توجه کنید که قطب نزدیک - محور 33 با محور سیستم حلقه بسته (که همان محور همان کشنده است) نزدیک است و از آن در درونی فقط به مقدار ناچیزی ظاهر خواهد شد.

تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با استفاده از همان کشنده (7-47) صورت زیر می‌باشد:

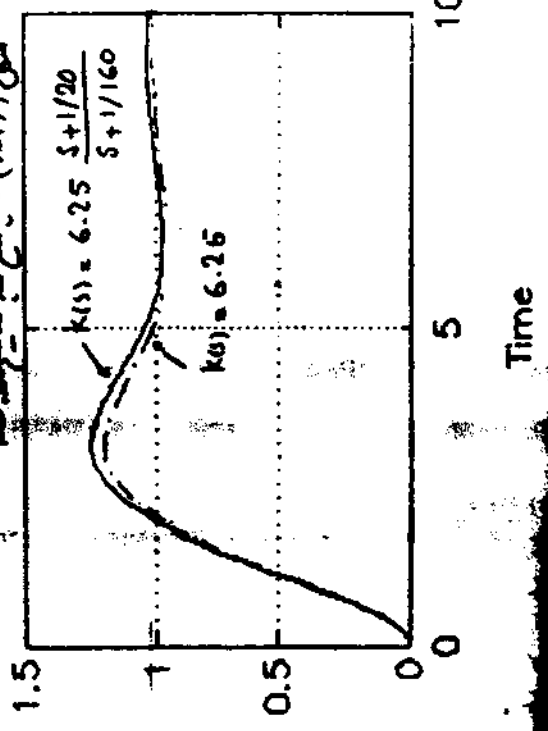
$$G_{(1)}(s) = \frac{1.25(s + 1/20)}{(s + 0.0518)(s + 0.4772 \pm j0.9895)} \quad (7-47)$$

و پاسخ به آن نیز در شکل (7-16) رسم شده است. همانطور که از شکل واضح است، همان کشنده پس فاز تأثیر ناچیزی بر روی حالت گذرانی پاسخ به کشنده است و همانطور که انتظار داریم قطب‌های مؤثر سیستم حلقه بسته را بسیار کم تغییر داده است. البته فریب خطای سرعت منت را از کشنده است و در نتیجه خطای ماندگار به درونی یک - 1/8 مقدار قبل از استفاده از همان کشنده پس فاز تعیین یافته است.

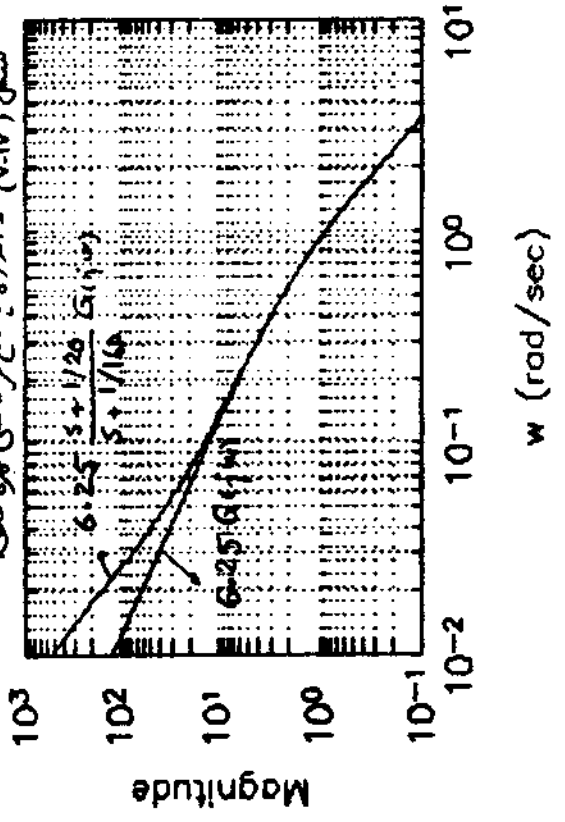
شکل (۷-۱۵) - دیکترام مکان در بیضا



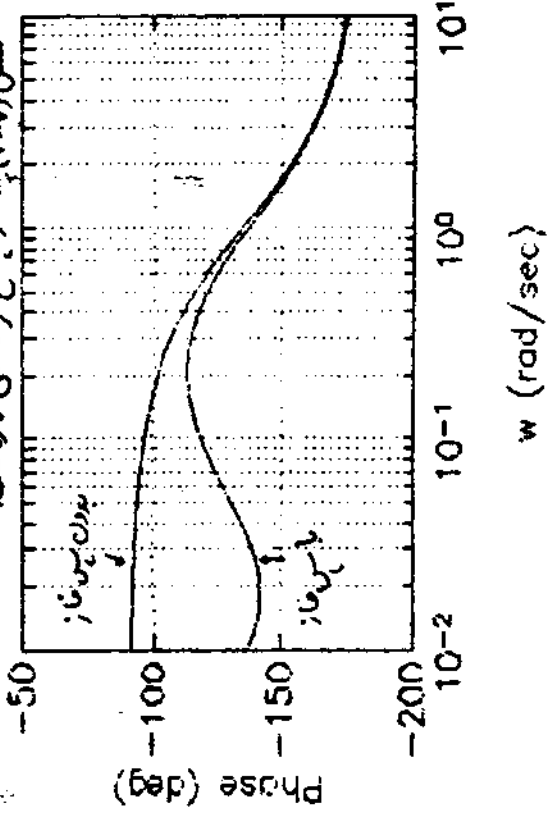
شکل (۷-۱۶) - پاسخ به سیگنال پله



شکل (۷-۱۷) - اندازه پاسخ فرکانسی هم‌سطح



شکل (۷-۱۸) - فاز پاسخ فرکانسی هم‌سطح



علاوه پاسخ فرکانسی 6.75 GHz و $K_{ij} = 6.19 \times 10^{-10}$ را به در شکل (۷-۱۷) رسم کرده ایم. توجه کنید که
 میزان کندگی پس از فرکانس با را تغییر داده است (0.9 rad/sec) و حد بار را نیز به مقدار کمی
 کاهش داده است و به این دلیل پاسخ پهنای باند مورد عنوان کندگی پس از دارای ملامت جبهی کمی در کمتر
 (شکل (۷-۱۷)) است. حالت بدون عنوان کندگی پس از می باشد. البته این پدیده را در هنگام
 استفاده از روش های طراحی در حوزه فرکانس نیز مشاهده کرده بودید. توجه کنید که عنوان کندگی پس از
 اشاره بهره حلقه را در فرکانس های پایین افزایش داده است و به این دلیل ضریب حلقه افزایش یافته
 و فضای ساند گار در دسبال کردن ورودی ضریب کاهش یافته است.

۷-۲ - خلاصه

در این فصل درباره استفاده از روش مکن ریسه ها در طراحی کنترل کننده ها به تفصیل صحبت کردیم.
 ما استفاده از مطالب این فصل را واضح است که روش طراحی بر اساس مکن ریسه ها همانند روش طراحی
 در حوزه فرکانس از کارایی بسیار بالایی برخوردار است و یک طراحی خوب باید به هر دو روش تسلط داشته
 باشد. البته هر یک از این دو روش طراحی مزیتها و معایب خود را دارا است و در حقیقت مکمل یکدیگر
 بوده و در کنار یکدیگر می توانند برای طراحی بهتری استفاده شوند.

البته مزیت مهم طراحی در حوزه فرکانس، قابلیت آن برای در نظر گرفتن خطاهای مدل سازی می باشد.
 توجه کنید که پاسخ فرکانس دو سیستم مکن است بسیار نزدیک یکدیگر باشد ولی معادله دیفرانسیل بیان کننده
 رابطه بین ورودی و خروجی آنها ممکن است با یکدیگر کاملاً متفاوت باشد و در نتیجه مغز نقطه های آنها
 نیز با یکدیگر متفاوت خواهد بود.

علاوه روش طراحی در حوزه فرکانس را با تغییراتی مناسب می توان به سیستم های چند متغیره
 (چند ورودی - چند خروجی) به هم داد [۹] ولی استفاده از روش مکن ریسه ها برای سیستم های
 چند متغیره با مشکلات عدیده ای روبرو است. با این اوصاف روش مکن ریسه ها برای سیستم های
 چند ورودی - تک خروجی کارایی بالایی داشته و ما استفاده از آن می توان بادی اثر پارامترهای
 مختلف را در روی قطب های سیستم حلقه بسته بررسی نمود. در حقیقت در فصل بعد با استفاده از این
 روش سئوالات بسیار کلی و مفیدی را پاسخ داده و هر چه بیشتر به کارایی این روش مهم می خواهید بخواهید.

فصل ۵

نگاهی چند درباره کنترل کننده‌ها

در این فصل درباره کنترل کننده‌های پی-آی-دی (PID) به تفصیل صحبت کرده و جلوه‌های استفاده از آنها را در طراحی سیستم‌های کنترلی حلقه بسته به نمایش خواهیم گذاشت. این نوع کنترل کننده‌ها امروزه محدودیت‌هایی که دارند در صنعت به‌طور مورد استفاده قرار می‌گیرد و از لحاظ کاربردی دارای اهمیت زیادی می‌باشند. سپس به فواید مهم درباره کنترل کننده‌ها اشاره کرده و خواهیم دید که در حالت کلی برای پایداری سیستم حلقه بسته احتیاج به یک کنترل کننده دینامیکی داریم. علاوه بر بعضی موارد می‌توان با استفاده از ضرایب کنترل کننده‌ای که فواید پایداری باشد، سیستم حلقه بسته را پایدار نمود و نهایتاً مهمی در این باره ذکر خواهیم کرد. در اینجا نیز درباره سیستم‌های کنترلی کلی‌تر که دارای سبدها و اندام بوده صحبت کرده و رابطه آنها را با سیستم‌های بررسی شده در اینجا خواهیم نمود.

۸-۱ - کنترل کننده‌های پی-آی-دی

در فرآیندهای صنعتی (خصوصاً فرآیندهای شیمیایی) بوفور از کنترل کننده‌هایی که به نام پی-آی-دی (Proportional - Integral - Derivative, PID) مشهور می‌باشند استفاده می‌شود و به علت گنجانیدن دینامیک اکثر این فرآیندها کارایی بسیار خوبی نیز از خود نشان می‌دهند. این کنترل کننده‌ها بر روی سیگنال خطا، تقاضای بین مقدار دلخواه خروجی و خروجی اندازه‌گیری شده، عمل کرده و ورودی اعمال شده به سیستم را معالجه می‌کنند و تابع تبدیل ساده شده آنها بصورت زیر است (شکل ۸-۱):

$$K(s) = K_c + \frac{K_i}{T_i s} + K_d T_d s \quad (۸-۱)$$

ضرایب K_c و T_d نیز کمیت‌های متغیر کنترل کننده می‌باشند که بر اساس رفتار سیستم مورد نیاز باید نمونه‌ای انتخاب شوند تا سیستم حلقه بسته رفتار مطلوبی را داشته باشد.



در حالت کلی یک کنترل کننده پی-آی-دی از سه جزء K_c ، $\frac{K_i}{T_i}$ و $K_d T_d$ تشکیل شده است. سه جزء اول که خودی این تناسب با ورودی اعمال شده به آن تولید می‌کند، جزء متناسب (Proportional term) گفته می‌شود و آنرا با P نمایش می‌دهند. خودی جزء دوم متناسب با انتگرال ورودی است و این دلیل به آن جزء انتگرالی (Integral term) گفته می‌شود و آنرا با I نمایش می‌دهند. خودی جزء سوم نیز متناسب با مشتق سیگنال ورودی است و به آن جزء مشتق‌گیر (Derivative term) گفته می‌شود و آنرا با D نمایش می‌دهند.

توجه کنید که مقدار اندازه‌ی پاسخ فرکانسی $K_c T_d$ از نظر فیزیکی قابل سافت نیست چون هیچ مداری نمی‌تواند فرکانسهای بسیار بالا را تقویت کرده و اندازه‌ی پاسخ فرکانسی آن در این فرکانسها سیب مثبت داشته باشد. یک مشتق‌گیر واقعی حداکثر فرکانسهای بالا بهره محدودی داشته و نمی‌تواند پاسخ فرکانسی آن را در این فرکانسها سریع بباهش کرده و سیب منفی داشته باشد. این دلیل یک مدل واقعی تر برای جزء مشتق‌گیر کنترل کننده پی-آی-دی اهمیت دارد.

$$\frac{K_c T_d s}{T_d s + 1} \quad (A-2)$$

این مدار می‌تواند یک مشتق‌گیر ایده‌آل برده که خودی آن توسط یک فیلتر پایین‌گذر تا همزمان با $\frac{N}{T_d}$ پردازش شده است. عموماً در کنترل کننده‌های پی-آی-دی تجاری مقدار N توسط شرکت سازنده، عددی بین 3 تا 10 انتخاب می‌شود و استفاده کننده می‌تواند آنرا تغییر دهد [2].

در کنترل کننده‌های پی-آی-دی به نسبت K_c عموماً ضریب تناسب (gain) (Proportional) اتفاق می‌افتد. البته بعضی از سازندگان کیفیت به نام محدودده متناسب (Proportional band) صورت $PB \cong 100/K_c$ تعریف می‌کند و استفاده کننده می‌تواند مقدار PB را انتخاب نماید. عموماً مقدار PB از 1 برتر برده و از 500 نیز کوچکتر است.

به نسبت T_i ثابت زمان انتگرال‌گیری (Integral time constant)، زمان تکرار (Reset time) یا دقیقه برای هر تکرار (Minutes per repeat) گفته شده و عموماً بر حسب دقیقه (واحد زمان) بیان می‌شود. عموماً T_i مقوله‌ای بین 0.1 دقیقه تا 50 دقیقه اختیار می‌کند. توجه کنید اگر سیگنال خطا $(e(t))$ مقداری ثابت را با P داشته باشد، آنگاه خودی جزء انتگرال‌گیر سیگنال T_i دقیقه را با K_i کرده و این مقدار برابر خودی متناسب است.

می باشد. عبارت دیگر T_I دقیقه طول می کشد تا خروجی جزء انتقال گیر. خروجی جزء متناسب را تکرار کند و این دلیل به آن زمان تکرار می گویند. در بعضی از کنترل کننده های پی-آی-دی، همگس T_I که به آن میزان تکرار (Reset rate) می گویند مشخص می شود [۲۳].

در فریب T_D نیز ثابت زمانی مشتق گیری (Derivative time constant) گفته شده است. عملاً در حساب دقیقه بیان می شود. فردا که ارتفاع ما این ثابت e_i در حال افزایش باشد $(e_i) = e_i t$ آنگاه خروجی جزء متناسب پس از گذشت T_D دقیقه در دست برابر با خروجی جزء مشتق گیر خواهد بود. پس جزء مشتق گیر تغییرات خطا را پیش بینی کرده و دستوری برای جبران کردن آن معالجه می نماید.

در بسیاری از موارد ممکن است که هر سه جزء کنترل کننده پی-آی-دی وجود داشته باشند. اگر در (۸-۱) $T_D = 0$ ، $\frac{1}{T_I} = 0$ قرار دهیم، کنترل کننده حاصل، کنترل کننده متناسب (Proportional) گفته می شود. با استفاده از اینگونه کنترل کننده ها، افزایش بهره K_e می توان سرعت پاسخ سیستم را افزایش داد (بجای ماندن از زیاد کرد) و خطای ماندگار را نیز کاهش داد. در پی افزایش K_e عملاً نسبت توانی آرسون پاسخ سیستم حلقه بسته و کاهش حد ناه آن خواهد شد (به نسبت (۵-۱) مراجعه کنید).

اگر در (۸-۱) جزء مشتق گیر وجود داشته باشد، $T_D = 0$ ، آنگاه کنترل کننده حاصل، کنترل کننده پی-آی (Proportional plus integral) یا متناسب-انتقال گیر گفته می شود. تابع تبدیل کنترل کننده در این حالت به صورت زیر است.

$$K(s) = K_p \frac{s + 1/T_I}{s} \quad (8-3)$$

رتبار این بدان گونه از بسیاری جهات شبیه به همان کنترل کننده پی-آی (۵-۳) می باشد و مانند آن افزایش بهره حلقه در فرکانسهای پایین شده و در نتیجه خطا کاهش خواهد یافت و عملاً جزء انتقال گیر (تغلب در $s=0$) ورودی های مبنای بلده را می توان با استفاده از این کنترل کننده ها بدون خطای ماندگار دنبال نمود. البته وجود انتقال گیر (مانند همان کنترل کننده پی-آی) نسبت کاهش حد ناه و در نوسان تر شدن پاسخ سیستم حلقه بسته می رود.

فردا که کنترل کننده ای که در آن انتقال گیر وجود دارد از نظر ورودی-خروجی ناپایداری باشد و در بعضی از مواقع این باعث تغییر در ناپایداری می شود. به علاوه اگر در ورودی ایمل کننده سیستم ارتعاش شود و کنترل کننده انتقال گیر از خطا اطمینان دهد، آنگاه خروجی کنترل کننده ممکن است مشتق

مدیریت کننده و در این صورت باید از دستورات جدید استفاده کرد. این سیستم را استعجال کنترل نیز

(Reset wind up یا Integrator saturation) گفته می شود و یکی از راه های حل آن استفاده

از جزء انتگرال نیز فقط در شرایطی است که خطا (دردی کنترل کننده) به اندازه کافی کوچک

باشد. عمده ترین جلوه های این استعجال کنترل در سیستم های عملی ترابری و غیره ای اتفاق می افتد [۲].

از در (۸-۱) جزء انتگرال نیز وجود داشته باشد، $\frac{1}{T_i} = 0$ ، آنگاه به کنترل کننده حاصله،

کنترل کننده پی-دی (Proportional plus derivative) یا تناسب- مشتق نیز گفته می شود.

ما جایگزینی (۸-۲) برای جزء مشتق نیز در (۸-۱) داشته باشیم $\frac{1}{T_d} = 0$ ، تابع تبدیل کنترل کننده

پی-دی به صورت زیر خواهد بود:

$$K(s) = K_c \frac{T_d(1 + \frac{1}{T_i})s + 1}{T_N s + 1} \quad (8-4)$$

توجه کنید چون N برابر از T_d بزرگتر می باشد، پس قطب جبران کننده پی-دی برابر از صفر آن است

به هم خوردن دو ریز قرار داشته و این جبران کننده مانند یک جبران کننده پیش فاز (قسمت (۲-۵))

عمل می کند. با استفاده از این جبران کننده می توان حد باز سیستم را افزایش داده و در حالت پاسخ پله

سیستم حلقه بسته را کاهش داد.

از هر سوزن کنترل کننده (۸-۱) موجود باشد، آنگاه کنترل کننده حاصله هم فراموش جبران کننده

پی-دی را داشته و هم فراموش جبران کننده پی-آی را و در حقیقت مانند یک جبران کننده پی-فاز-

پیش فاز (قسمت (۲-۵)) عمل خواهد کرد و با استفاده از آن می توان خطای ماندگار برای دردی

بله را از بین برد و در همین حال در حالت پاسخ پله سیستم را کاهش داد، و سرعت پاسخ سیستم حلقه

بسته را نیز افزایش داد.

حال که ما جبران کننده های پی-آی-دی آشنا شده ایم، در ادامه درباره عملکرد سیستم کنترل

کننده را انتخاب فرمایید K_p ، T_d و T_i صحبت خواهیم کرد. عمده ترین روش متفاوت برای انتخاب این فریب

وجود دارد. در روش اول که به نام کهن (Cohen - Coon) معروف است، در ابتدا دردی برای

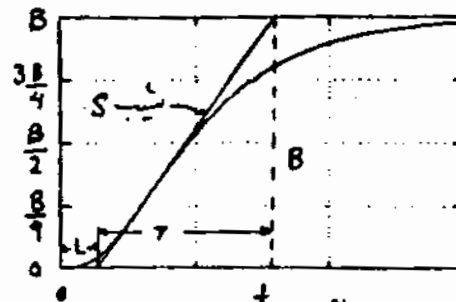
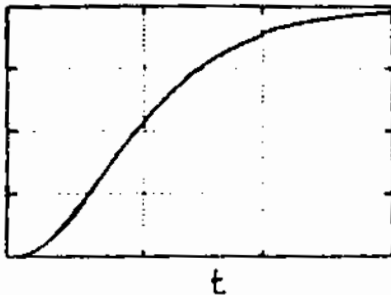
به سیستم حلقه باز اعمال شده و پاسخ آن اندازه گیری می شود. سپس تابع تبدیل تقریبی برای سیستم معالجه

کرده و فریب K_p ، T_d و T_i کنترل کننده را بر اساس تابع تبدیل معالجه می کنند. اصول کار این روش بر

این فرض استوار است که پاسخ پله بسیار از فرآیندهای صنعتی فوق میرا بوده و به صورت شکل (۲-۸)

- ۱- میرا از این نوع کنترل کننده در فرآیندهای صنعتی استفاده نمی شود.
- ۲- Overdamped

درجه ای از ماده گری شده



شکل (۱-۲) - نمودار از پاسخ پستیاری از فرآیند صنعتی
 شکل (۱-۳) - نمودار حاصل از داده‌های پاسخ پستیاری
 می باشد و تابع تبدیل آنها را می توان با یک تأخیر و یک سیم در دو اول به صورت زیر تقریب زد:

$$G(t) = \frac{ke^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (1-5)$$

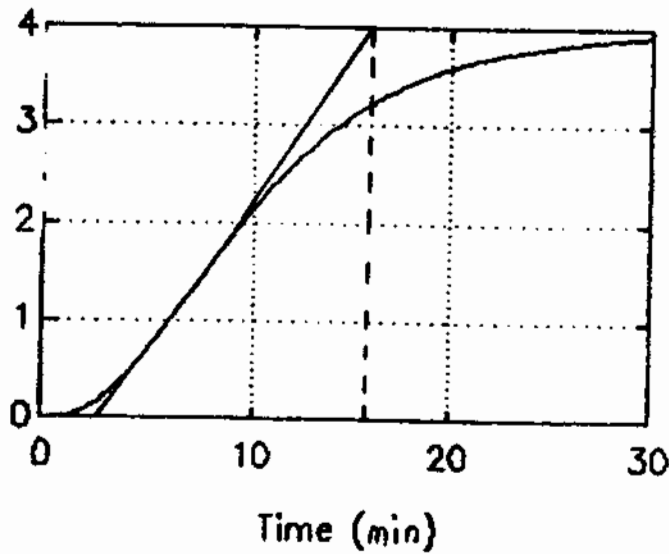
در اینجا L همان تأخیر پاسخ پستیاری، k بهره مستقیم سیم و T نیز ثابت زمانی پاسخ آن می باشد.
 اگر اندازه اولیه ای که در A داده و مقدار ساندگار پاسخ پستیاری نیز B باشد، آنگاه
 $k = \frac{B}{A}$ انتخاب می شود. برای معادله زمان تأخیر، در نقطه وسط پاسخ پستیاری (نقطه ای که
 در آن کتب پاسخ پستیاری کم است) خطی با شیب برابر با شیب ماکزیم پاسخ پستیاری رسم می کنیم. سپس
 نقطه تلاقی این خط با محور زمان را بدست آورده و عامله این نقطه تا سبب از زمان را، همانگونه که در
 شکل (۱-۳) نشان داده شده، تعیین می کنیم تا تأخیر L در نظر خواهیم گرفت. در قدم بعد T را بدینوسیله
 انتخاب می کنیم تا شیب پاسخ پستیاری (۱-۵) در $t = L$ برابر k شود. توجه کنید که اگر اندازه اولیه درردی
 A باشد، آنگاه شیب پاسخ پستیاری (۱-۵) در $t = L$ برابر $\frac{Ak}{T}$ خواهد شد و در نتیجه $\frac{B}{T} = k$ انتخاب
 خواهیم کرد. پس از معادله k و L را T را بر وجه به جدول (۱-۱) مقادیر ضرایب کنترل کننده های
 مناسب پی-آی-دی و پی-آی-دی رای تران بدست آورد [۱۲].

نوع کنترل کننده	k_c	T_I	T_D
متناسب	$\frac{T}{kL} (1 + \frac{L}{3T})$	-	-
پی-آی	$\frac{T}{kL} (0.9 + \frac{L}{12T})$	$L \frac{30 + 3L/T}{9 + 20L/T}$	-
پی-آی-دی	$\frac{T}{kL} (\frac{4}{3} + \frac{L}{4T})$	$L \frac{32 + 6L/T}{13 + 8L/T}$	$L \frac{4}{11 + 2L/T}$

جدول (۱-۱) ضرایب کنترل کننده های پی-آی-دی و پی-آی-دی

تبدیلیه که در این جدول (۸-۱) بر اساس این فرض که مثل (۸-۵) دارای خطای کمی در ترتیب پاسخ بله سیستم حلقه باز می باشد پس از هندسازی معیارها مقصد محاسبه شده و از ترتیب (۸-۵) برقرار است زیرا بهینه‌ترین زماناً خارج از این فرض نباشد و فقط باید از آنها به عنوان یک فرض اولیه استفاده کرد و در صورت نیاز در سیستم معیارها را بتوانیم تغییر داد تا پاسخ مطلوب حاصل شود. برای تعیین بهتر این روش در ادامه به دو ترکیب مثال خواهیم پرداخت.

مثال ۸-۱: فرض کنید که پس از اعمال بله داد به یک سیستم حلقه باز و اندازه گیری حری آن، پاسخی صورت شکل (۸-۴) حاصل شده باشد.



شکل (۸-۴) - پاسخ بله داد اندازه گیری شده

(الف) پاسخ رسم شده در شکل (۸-۴) در واقعیت پاسخ بله سیستم را است:

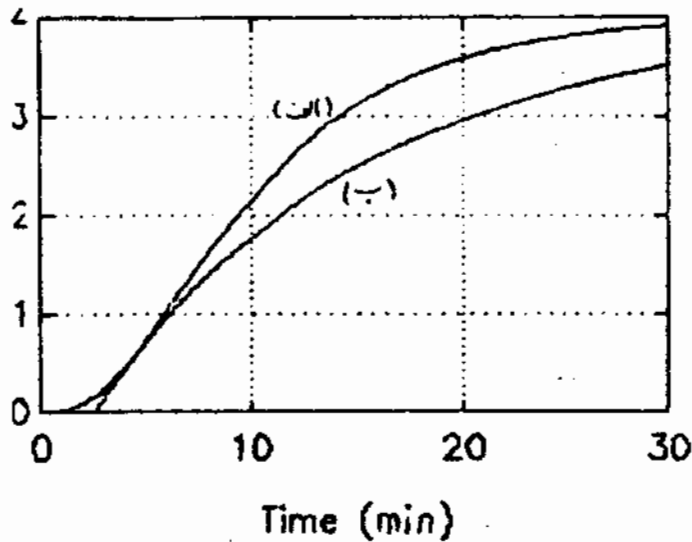
$$G(s) = \frac{1/9}{(s+1/2)(s+1/3)(s+1/6)} \quad (۸-۶)$$

وی ترده کنید که در روش کهن احتیاجی به دانستن تابع تبدیل دقیق نیستند (ما استفاده از روشی که تئوری ذکر کردیم می توانیم ضرایب k ، L و L را از روی شکل (۸-۴) محاسبه کرد. پس از انجام محاسبات داریم $L=2.5$ ، $k=4$ و $L=13$ (توجه کنید که در اینجا واحد زمان بر حسب دقیقه انتخاب شده است، مثل تصاویر (۸-۶) با این فرض محاسبه شده اند). پس تابع تبدیل تقریبی

سیستم صورت

$$G(t) = \frac{4 e^{-2.5t}}{135 + 1} \quad (8-2)$$

است. ران مایش دقت تقریباً پاسخ بله (8-2) و پاسخ بله اندازه گیری شده سیستم واقعی در شکل (8-5) رسم شده اند. دقت تقریب در راههای اولیه خوب است ولی پس از آن خطای بیشتری شود.



شکل (8-5) الف - پاسخ بله اندازه گیری شده

ب - پاسخ بله سیستم تقریبی (8-2)

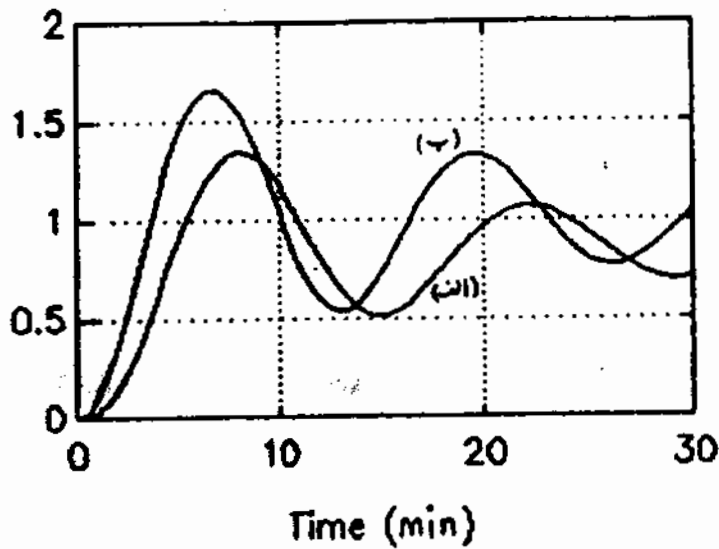
با استفاده از مدل تقریبی (8-2) ضرایب کنترل کننده با استفاده از روش کهن در جدول (8-2) آمده است.

نوع کنترل کننده	k_c	T_z	T_D
متناسب	1.38	-	-
پی-آی	1.19	5.95	-
پی-آی-دی	1.80	5.70	0.88

جدول (8-2) - ضرایب محاسبه شده برای کنترل کننده مثال (8-1) بر اساس روش کهن

توجه کنید که در روش کهن، بهره k_c کنترل کننده پی-آی از بهره k_c کنترل کننده متناسب کوچکتر است چون بخاطر فارسی انداز گیری، بهره کمی کاهش داده شده تا از نوسان بیش از حد پاسخ سیستم حلقه بسته (در کاهش مدفاز آن) جلوگیری شود.

پس پاسخ بله سیستم حلقه بسته با استفاده از کنترل کننده های متناسب، پی-آی-دی که ضرایب آنها در جدول (8-2) آمده در شکل (8-2) رسم شده اند. سیستم حلقه بسته با استفاده از کنترل کننده پی-آی



شکل (۸-۲) - پاسخ پد سیستم حلقه بسته با استفاده از کنترل کننده انتناسب (ب) پی-آی-دی و نامیادار است در این مدت پاسخ پد آن رسم شده است. توجه کنید که سیستم حلقه بسته با استفاده از کنترل کننده تناسب عطای ماندگار دارد چون در درون بهره حلقه کنترل نیز وجود ندارد. البته کنترل کننده پی-آی-دی در این شکل را فعل نموده است ولی پاسخ کمی بیش از حد نوسانی است و در تنظیم نهایی ضرایب کنترل کننده آنها را باید کمی تغییر داد تا پاسخ مطلوب حاصل شود. از ضرایب جدول (۸-۲) فقط باید به عنوان یک حدس اولیه قابل قبول استفاده کرد.

در روش دوم تنظیم کنترل کننده پی-آی-دی، ضرایب T_D و $1/T_I$ را بر اساس قرار داده و حلقه پس خور را در سیستم و کنترل کننده می بینیم و بهره K_c را آنقدر افزایش می دهیم تا سیستم حلقه بسته به مرز پایداری و نامیاداری رسیده و شروع به نوسان بکند. مقدار بهره K_c را در این حالت K_{max} خواهیم نامید. سپس پرورد نوسانات خردی را اندازه گیری کرده و آنرا T_D می نامیم. عمده T_D را حسب دقیقه بیان می شود. پس از معادله K_{max} و T_D با مراجعه به جدول (۸-۳) مقادیر ضرایب کنترل کننده های متناسب پی-آی-دی را در پی-آی-دی را می توان بدست آورد. به این روش تنظیم کنترل کننده عمده روش زیگلر-نیکولز گفته می شود [۱۱].

در اینجا نیز ضرایب جدول (۸-۳) حدس اولیه مناسبی برای کنترل کننده می باشند و در واقعیت باید این ضرایب را در سیستم حلقه بسته واقعی بگونه ای تنظیم کرد تا رفتار مطلوب برای سیستم حلقه بسته حاصل شود.

نوع کنترل کننده	K_c	T_I	T_D
متناسب	$k_{max}/2$	-	-
پی-آی	$k_{max}/2.2$	$T_0/1.2$	-
پی-آی-دی	$k_{max}/1.7$	$T_0/2$	$T_0/8$

جدول (۸-۴) - ضرایب کنترل کننده پی-آی-دی در روش زیگلر-نیکلز

انتخاب $K_c = 0.5K_{max}$ در کنترل کننده متناسب، درصیقت یک بهره ۲ برای سیستم کنترلی تعیین می شود. در کنترل کننده پی-آی در دو اثراتی مازمنه اثرات ورود از آن در کاهش مدافز سیستم، بهره K_c به مقدار کمی کاهش داده شده است. درحالیکه در جبران کننده پی-آی-دی با افزودن جزء پی پی فاز بهره K_c را کمی بزرگتر از $0.5K_{max}$ انتخاب می کنیم.

مثال ۸-۲: سیستم مثال (۸-۱) را در اینجا دوباره در نظر بگیرید

$$G(s) = \frac{1/9}{(s+1/2)(s+1/3)(s+1/6)} \quad (8-7)$$

و با استفاده از روش زیگلر-نیکلز ضرایب کنترل کننده پی-آی-دی را برای آن محاسبه کنید و سپس پاسخ سیستم حلقه بسته را با نتایج بدست آمده در مثال (۸-۱) مقایسه کنید.

در این مثال با فرم مشخص بودن $G(s)$ بصورت تجزیه می توان k_{max} و T_0 را محاسبه کرد. البته

برای سادگی در این روش $G(s)$ مجرد نبوده k_{max} و T_0 را باید از طریق آزمایش بدست آورد.

معادله مشخصه سیستم حلقه بسته با فرم $K(s) = K_c$ بصورت زیر است:

$$s^3 + s^2 + \frac{11}{36}s + \frac{1}{36} + \frac{K_c}{9} = 0 \quad (8-8)$$

جدول راژت این سیستم در جدول (۸-۴) آمده است. برای اینکه سیستم همراهِ پایداری و

ثبات پایداری رسید باید بعضی از ضرایب (۸-۸) بر روی محور سَم قرار داده شود. برای این منظور

مسطری را در جدول راژت برابر منفر قرار داده و در آنجا معادله کلمی مربوطه نمایانگر قطبهای

سیستم حلقه بسته بر روی محور سَم خواهد بود.

s^3	1	11/36
s^2	1	1/36 + $k_c/9$
s^1	10/36 - $k_c/9$	
s^0	1/36 + $k_c/9$	

جدول (۸-۴) - جدول راژت مربوط به ضد ولجای (۸-۱)

$$\frac{10}{36} - \frac{k_c}{9} = 0 \Rightarrow k_c = \frac{5}{2} \quad (۸-۹)$$

پس برای $k_c = 2.5$ مستقیم طبقه سیم به مرز پایداری و ناپایداری رسیده (پس مقدار k_c همان k_{max} مورد نظر خواهد بود. معادله رکنی در این حالت صورت زیر است.

$$s^2 + \frac{11}{36} = 0 \quad (۸-۱۰)$$

ریشه‌های این معادله در $\pm j\sqrt{\frac{11}{36}}$ قرار دارند، پس پروردنوسانات برابر است با

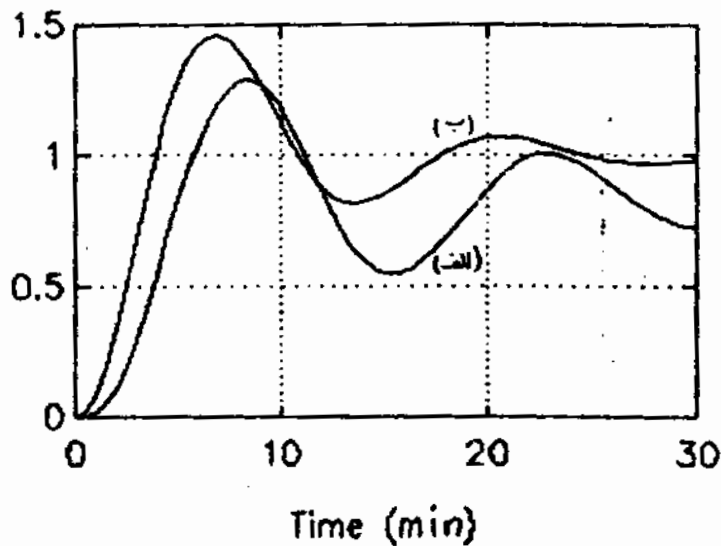
$$T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{11/36}} = 11.37 \text{ min} \quad (۸-۱۱)$$

(توجه کنید چون واحد زمان در هنگام محاسبه تابع تبدیل (۸-۷)، همانند کد مثال (۸-۱) تقدیم دقیقه در نظر گرفته شده پس فرکانس نوسانات نیز در حسب رادیان بر دقیقه بوده و پرورد آن نیز بر حسب دقیقه خواهد بود.) با داشتن k_{max} در T_0 مبدل و توان فریب کنترل کننده را با استفاده از روش ریکتز-نیکنر محاسبه کرد و این فریب در جدول (۸-۵) آمده است.

نوع کنترل کننده	k_c	T_I	T_D
متناسب	1.25	-	-
پی-آی	1.14	9.475	-
پی-آی-دی	1.47	5.685	1.421

جدول (۸-۵) - فریب محاسبه شده برای کنترل کننده مثال (۸-۲) برای سیستم پیکنر-نیکنر

پایع بلو سیتم حلقه‌به با استفاده از کنترل کننده‌های مناسب در پی - آی - دی مدل (۸-۵) در شکل (۸-۷) رسم شده اند. البته در اینجا نیز سیتم حلقه‌به برای کنترل کننده پی - آی - دی ناپایدار بوده است. پایع سیتم حلقه‌به با استفاده از کنترل کننده پی - آی - دی نسبتاً مناسب نبوده و در مقایسه با شکل (۸-۶) پایع پد از نوسانات کمتری نسبت به کنترل کننده پی - آی - دی روشی کهن برخوردار است. البته در اینجا نیز از مقادیر درست آمده برای

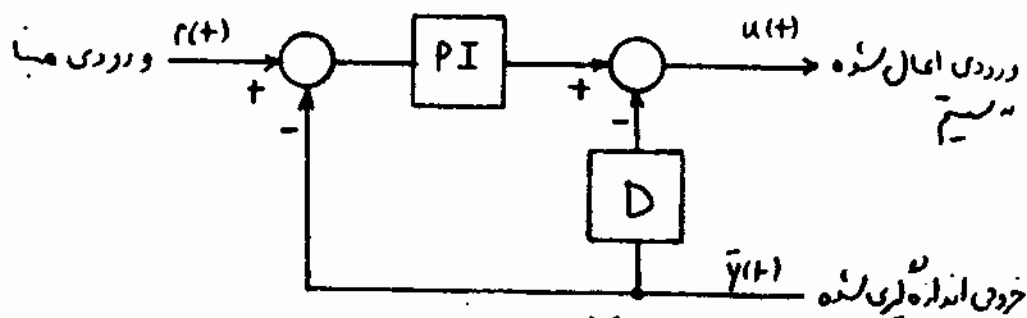


شکل (۸-۷) - پایع بلو سیتم حلقه‌به با استفاده از کنترل کننده

الف) مناسب است (ب) پی - آی - دی (سیتم بر اساس روش زیگلر-نیکولز)
 مریب کنترل کننده فقط باید به عنوان یک درس اولیه استفاده کرد و با تنظیم آنها در عمل مریب نهایی را درست آورد.

البته در سافت کنترل کننده‌های پی - آی - دی واتی نکات عملی بسیار زیادی در نظر گرفته می‌شود و مزایای مکرر آنها - سادگی آنها در اینجا آمده است می‌باشد. به عنوان مثال در بعضی از این کنترل کننده‌ها، فرکانس مناسب صورت می‌دهی $K_e e | e |$ ساخته می‌شود و هم ساده $K_e e$ را ندارند. یا در این فرکانس بلونی یک کنترل کننده پی - آی - دی واتی عمیقاً چیزی شبیه شکل (۸-۸) می‌باشد. توجه کنید اگر چه مشتق‌گیر ورودی سیگنال ورودی بنا

حلقه‌به که در شکل (۸-۸) آمده عمل کند، آنها در صورت پهنای پهنای $(+)$ در خروجی



شکل (۸-۸) - کنترل کننده مشتق خروبی

خواهند شد در حالتیکه با قرار دادن جزو مشتق لیر به صورت شکل (۸-۸) از این بپایه جلویی می شود. البته توجه کنید که تابع تبدیل از $r(t)$ به $y(t)$ در هنگام استفاده از کنترل کننده های (۸-۱) و (۸-۸) باشد یکدیگر می باشد و می باشد و می باشد در هر دو حالت باشد یکدیگر است. برای توضیحات بیشتر درباره کنترل کننده های پی-آی-دی و نوع درجینال آنها می توانید به [۲] و [۱۳] مراجعه کنید.

۸-۲ - پایدارسازی

عبارت این سؤال به دهی ظهور می کند که تحت چه شرایطی می توان با استفاده از یک دران کننده مناسب سیستم حلقه بسته را پایدار نمود و آیا این عمل هزاره امکان پذیر است یا فقط تحت شرایط خاصی می توان بیان خاصه عمل برساند؟ در حالت کلی پایدارسازی سیستم حلقه بسته عملی مشکل نبوده و دران کننده های متعددی برای این منظور می توان انتخاب نمود. در ادامه به ذکر قضیه مهمی در این رابطه خواهیم پرداخت.

قضیه ۸-۱: سیستم حلقه بسته شکل (۲-۲) را در نظر بگیرید و فرض کنید که تابع تبدیل سیستم $G(s)$ تابعی لویار آلدی n سره از s بوده و درجه آن نیز n باشد، آنگاه به نجات کنترل کننده $K(s)$ که توانایی لویار آلدی n سره از s با درجه n می باشد وجود دارد بطوریکه پایدار سازی سیستم حلقه بسته همین شود.

البته در بسیاری از موارد کنترل کننده های درجه پایین تری نیز وجود دارند که بتواند سیستم حلقه بسته را پایدار کند، اما برای هر سیستم دان شده معین هستیم که دران کننده های درجه n متعددی وجود دارند که قادر به پایدارسازی سیستم حلقه بسته می باشند. به طور مثال جبران کننده هایی که از ترکیب رویت کننده های حالت (State observer) [۱۵] و پس فور حالت (State feedback) [۱۵] درست می آیند اینجی خاصیتی دارند.

توجه کنید که از محدودیتی بر روی درجه کنترل کننده اعمال کنیم، آنگاه پایدارسازی سیستم حلقه بسته ممکن است نیز ممکن شود. بطور مثال برای سیستم

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+1)} \quad (8-12)$$

هیچگاه مقدار بهره k ای وجود ندارد بطوریکه جبران کننده $K(s) = k$ سیستم حلقه بسته را پایدار سازد. برای این مطلب برای توان ساده‌گی مارسم مکان ریشه‌های مقادیر مختلف k مشاهده کرد. در این مثال قطب‌های سیستم حلقه بسته، ریشه‌های معادله مشخصه

$$q_{cl}(s) = s^3 + s^2 + k \quad (8-13)$$

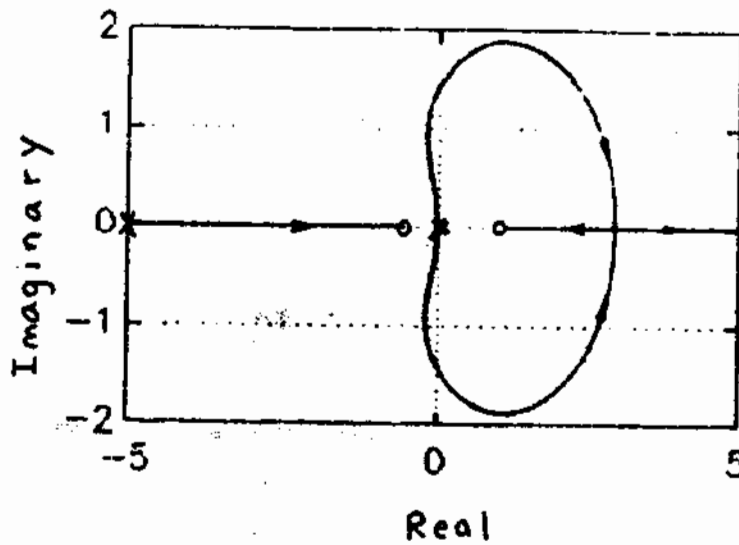
می باشد و چون ضریب s در این چند جمله‌ای معر است، همه ریشه‌های آن در سمت چپ محور حتماً قرار نداشته و بهره‌ای وجود ندارد که برای آن سیستم حلقه بسته پایدار باشد. مگر در این مثال، در بسیاری از موارد ران پایدارسازی سیستم حلقه بسته مستحضر است. استفاده از جبران کننده‌های دینامیکی یا درجه بالا بوده و عموماً با استفاده از یک بهره خالی می توان سیستم حلقه بسته را پایدار کرده و شرایط مطلوب طراحی را برآورده ساخت.

علاوه در هنگام طراحی سیستم‌های کنترلی نباید درباره نرفرود را فقط با استفاده از بهره مثبت در کنترل کننده مد نظر کنیم چون در بعضی از موارد می توان با استفاده از جبران کننده $K(s) = k < 0$ سیستم حلقه بسته را پایدار نمود در حالیکه در این سیستم‌ها پایدارسازی با استفاده از بهره مثبت غیر ممکن است. بطور نمونه اگر

$$G(s) = \frac{(s+0.5)(s-1)}{s^2(s+5)} \quad (8-14)$$

باشد، آنگاه سیستم حلقه بسته برای تمامی جبران کننده‌های $K(s) = k > 0$ ، ناپایدار خواهد بود. در حالیکه برای بعضی مقادیر $K(s) = k < 0$ می توان سیستم حلقه بسته را پایدار نمود. برای نمایش این مطلب مکان قطب‌های سیستم حلقه بسته را برای مقادیر مختلف $K(s) = k < 0$ در شکل (۸-۹) رسم کرده ایم. معادله مشخصه سیستم حلقه بسته نیز بصورت زیر است:

$$q_{cl}(s) = s^2(s+5) + k(s+0.5)(s-1) \quad (8-15)$$



شکل (۸-۹) - دیاگرام مکان ریشه‌ها (۸-۱۵) را مقادیر مختلف بهره $K < 0$

جدول رانیت مربوط به این فیدبک ای در جدول (۸-۶) نشان داده شده است. و با توجه به آن مقرونه بهره K برای پایداری سیستم ملقه سرعت زیر فراهم بود:

$$-4 < K < 0 \quad (8-14)$$

مانند سایر مثال‌ها واضح است که در بعضی از مسائل معبر به استفاده از بهره منفی سیستم و حلاره در تمامی مسائل نباید در فکر استفاده از بهره مثبت بود از این در بسیاری از مسائل نظر خود را فقط بر روی استفاده از بهره‌های مثبت متمرکز خواهیم کرد.

s^3	1	$-k/2$
s^2	$5+k$	$-k/2$
s^1	$\frac{-k^2/2 - 2k}{5+k}$	
s^0	$-k/2$	

جدول (۸-۶) - جدول رانیت مربوط به فیدبک ای (۸-۱۵)

۸-۲ - پایدارسازی با استفاده از کنترل کننده‌های پایدار

عموماً در هنگام طراحی کنترل کننده فرض می‌کنیم که فرد کنترل کننده نیز از نظر ورودی-خروجی پایدار است و کنترل کننده‌ای در نظر گرفته می‌شود که قطبهای آن هلی در سمت چپ محور s قرار دارند و سپس با این روش اقدام به پایدارسازی سیستم حلقه بسته می‌کنیم. در این قسمت در ادامه یادآوریم مثال نشان خواهیم داد که برای بعضی از سیستم‌ها صحت هیچ عملیاتی نمی‌تواند کنترل کننده‌ای یافت که فرد پایدار بوده و بتواند پایدارسازی سیستم حلقه بسته را نیز داشته باشد و سپس به ذکر نتیجه‌ای بسیار کلی در این رابطه خواهیم پرداخت.

مثال ۸-۲: سیستم کنترلی شکل (۲-۳) را در نظر گرفته و فرض کنید

$$G(s) = \frac{s}{(s-1)(s+5)} \quad (۸-۱۷)$$

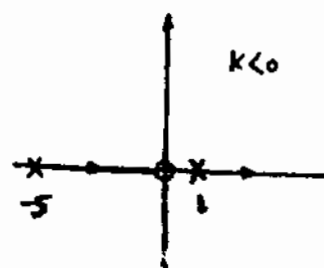
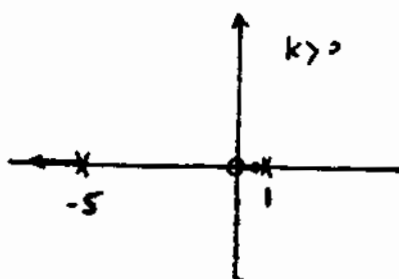
باشد. کنترل کننده‌ای پیشنهاد کنید تا سیستم حلقه بسته را پایدار کند.

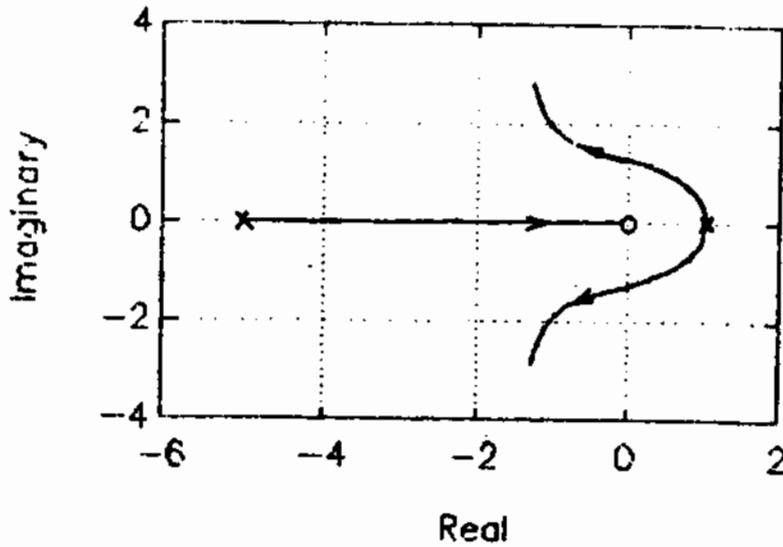
در ادامه فرض می‌کنیم حصران کننده K یک بهره است (یعنی $K(s) = K$) و آنجا مکان ریشه‌ها برای $K > 0$ و $K < 0$ در شکل (۸-۱۵) رسم شده است. واضح است که برای هیچ مقادیر بهره K ، سیستم حلقه بسته ناپایدار می‌باشد.

علاوه بر کنترل کننده $K(s)$ قطبی در سمت راست محور s داشته باشد، آنجا ما استفاده از قوانین رسم ریشه‌ها واضح است که تحت هیچ شرایطی نمی‌توان قطب ناپایدار سیستم حلقه بسته را به سمت چپ محور s برد و البته تحت هیچ شرایطی نباید قطب در $s=1$ برسد. صفر حصران کننده حرف خود چون سیستم حلقه بسته ناپایدار خواهد شد. ولی اگر به نظر مثال

$$K(s) = \frac{K}{s-1} \quad (۸-۱۸)$$

انتخاب کنیم، آنجا ما رسم مکان برای $K > 0$ که در شکل (۸-۱۱) آمده است. مشاهده خواهیم کرد که برای بعضی از مقادیر بهره K ، سیستم حلقه بسته پایدار خواهد شد.





شکل (۸-۱۱) - مکان ریشه‌ها معادله مشخصه سیستم حلقه بسته

معادله مشخصه سیستم حلقه بسته با استفاده از جبران کننده (۸-۱۸) بصورت زیر است :

$$s^3 + 3s^2 - 9s + 5 + ks = 0 \quad (8-19)$$

و جدول راژت مربوط به آن نیز در جدول (۸-۷) آمده است. با استفاده از این جدول و قاعده است که

برای پایداری سیستم حلقه بسته باید داشته باشیم

$$k > 32/3 \quad (8-20)$$

پس همان‌گونه که (۸-۱۸) بازمی‌آورد (۸-۲۰) قادر به پایداری ملای سیستم حلقه بسته می‌باشد و هیچ کنترل کننده

پایداری نمی‌تواند سیستم حلقه بسته را پایدار کند!

s^3	1	$-9+k$
s^2	3	5
s^1	$\frac{-32+3k}{3}$	
s^0	5	

جدول (۸-۷) - جدول راژت چند جمله‌ای (۸-۱۹)

کننده بسیار بلب این است که فقط با داشتن محل معود قطب های سیستم می توان درباره پایدار سازی آن با استفاده از یک کنترل کننده پایدار اظهار نظر نمود. قبل از ذکر دقیق این نتیجه، چند تعریف مقدماتی ارائه خواهد شد.

تعریف ۸-۱: مای لیریم تابع لوری $G(s)$ ، m صفر (یا قطب) در بی نهایت ($s = \infty$) دارد اگر تابع لوری $G(s)$ ، m صفر (یا قطب) در $p = \infty$ داشته باشد.

با استفاده از این تعریف واضح است که تمامی توابع لوری سروای که در نتیجه عملی صورت آنها m و در نتیجه عملی مرتب آنها n باشد، دارای $n-m$ صفر در $s = \infty$ می باشند. بطور مثال سیستم

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \quad (8-21)$$

صفر معهود نداشته و دارای دو صفر در بی نهایت می باشد.

تعریف ۸-۲: معهود تمام ابعاد حقیقی برابر صفر که نقطه بی نهایت را نیز شامل می باشد با R_+^n نمایش خواهد داد.

قضیه ۸-۲: سیستم حلقه بسته شکل (۲-۳) را در نظر گرفته و فرض کنید که تابع تبدیل سیستم، تابعی لویا و سیر از R_+^n باشد. آنگاه سیستم حلقه بسته را می توان با یک کنترل کننده پایدار، پایدار بود اگر فقط از تمام قطب ها

حقیقی سیستم که در بین صفرهایی از سیستم که در R_+^n می باشد، قرار دارند عبور می کند (یا صفر) باشد.

اثبات این قضیه زیرا احتیاج به استفاده از صفر در بی نهایت مای داشته و در اینجا به ذکر آن بحولیم پرداخت و حواسه بر آن مشاهده آن می تواند. [۱۳] مراجعه کنید. در ادامه به ذکر چند مثال درباره حقیقی استفاده از آن بحولیم پرداخت.

مثال ۸-۴: آیا می توان سیستم زیر را با یک کنترل کننده پایدار، پایدار نمود؟

$$G(s) = \frac{(s-2)}{(s-1)(s-3)} \quad (8-22)$$

این سیستم دارای دو صفر در R_+^n می باشد. یکی از صفرها در بی نهایت قرار داشته و دیگری در $s=2$ است. علاوه بر این نقطه یک قطب $G(s)$ در بین این دو صفر قرار دارد (قطب در $s=3$) پس می توان این سیستم را با استفاده از یک کنترل کننده پایدار، پایدار نمود.

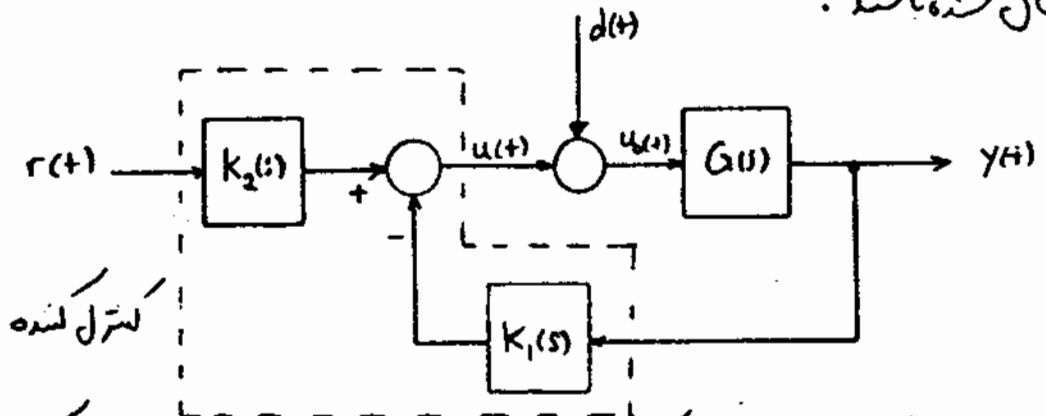
مثال ۵-۸: آیا می توان سیستم زیر را با یک کنترل کننده پایدار، پایدار کرد؟

$$G(s) = \frac{s(s-1)}{(s-2)^2}$$

این سیستم دارای چهار قطب در R_+^2 است. دو تا از آنها در $s=1$ و $s=2$ و دیگری در $s=0$. حیفتر چهار قطب $G(s)$ در $s=1$ و $s=2$ تراز دارد و چون چهار تک عدد زوج است پس با استفاده از قضیه (۸-۲) می توان $G(s)$ را با استفاده از یک کنترل کننده پایدار، پایدار کرد.

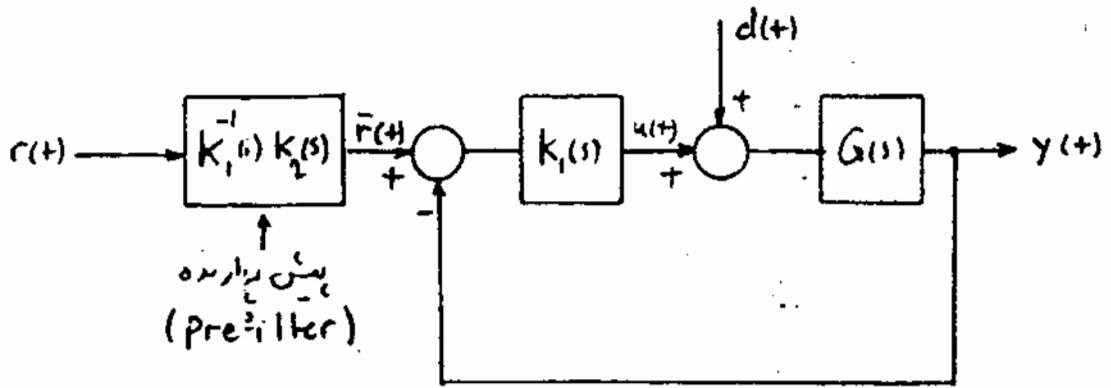
۸-۴ - استفاده از سیستم خور غیر واحد

تاکنون تمام سیستم های حلقه بسته ای را که مورد بررسی قرار داده ایم باشد شکل (۳-۲) دارای یک خور واحد بوده اند. البته در بسیاری از سیستم های کنونی ممکن است که همان گونه ای در مسیر خور نیز قرار داشته باشد و حتی ممکن است که ورودی مناسی $r(t)$ در خودی $\gamma(t)$ رسیدن دو ضرایب کنده متفاوت برداشتی شده و سپس به عنوان دردی باشد شکل (۸-۱۳) به سیستم اعمال شده باشند.



شکل (۸-۱۲) - سیستم کنونی که با استفاده از دو ضرایب کنده $u_1(t)$ و $u_2(t)$ تولید می کند

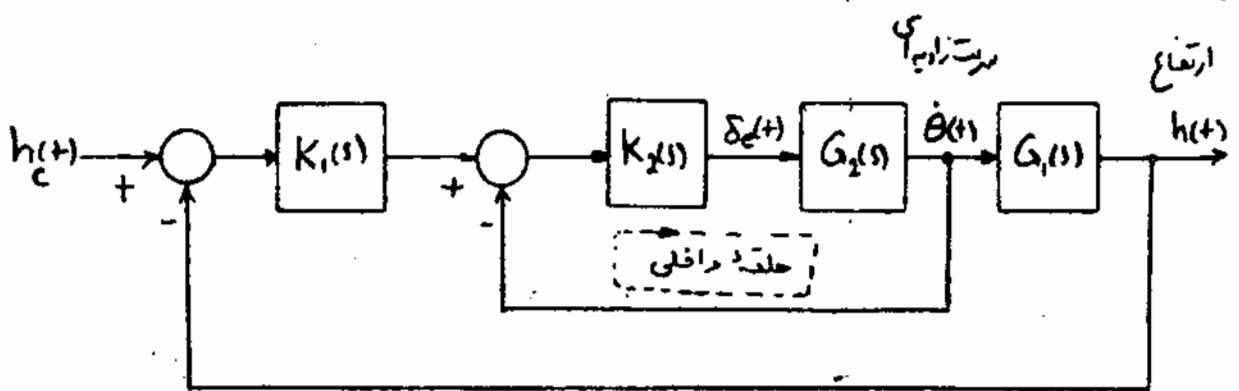
الته دیگرام بلکی شکل (۸-۱۲) را می توان بصورت شکل (۸-۱۳) نیز رسم کرد. توجه کنید که در شکل (۸-۱۳) اگر ورودی مناسی $r(t)$ در نظر بگیریم، آنگاه سیستم مورد بررسی همان شکل همبستگی پس خور واحد را خواهد داشت. عمدتاً به تابع تبدیل $K_1(s)K_2(s)$ پیش پردازنده (Pre filter) می گویند. حقیقت تغییر دیگرام شکل (۸-۱۳) بدین گونه است که در ابتدا ورودی مناسی $r(t)$ را از پیش پردازنده گذرانده و سپس این سیگنال پردازش شده را به سیستم کنونی به عنوان دستور یا



شکل (۸-۱۳) - معادل دیگرام بلوکی شکل (۸-۱۲)

وردی مناسبی کنیم. توجه کنید که خواص حلقه پس فرود در شکل های (۸-۱۲) و (۸-۱۳) که به هر دو حلقه انجام برطرف می شود درست باشد یکدیگر بوده و به تابع تبدیل $K_2(s)$ که در خارج حلقه قرار دارد بستگی ندارد و فقط برسد $G(s)$ مشخص می شود.

علاوه در بعضی از سیستم های کنترلی ممکن است که بیش از یک حلقه پس فرود وجود داشته باشد. تصور کنید در سیستم کنترل ارتفاع هواپیمای ممکن است که هم ارتفاع هواپیمای از سطح زمین هم سرعت زاویه ای آن اندازه گیری شوند و پس از یک سیستم کنترلی مادد حلقه پس فرود مانند شکل (۸-۱۴) برای لغت نگاه داشتن ارتفاع هواپیمای استفاده شود. توجه کنید که در این مثال سیستم یک ردی قابل پیگیری زمین زاویه ملار (Elevator) (δ_e) در حالتی دوگیت فرجه ای آن یعنی ارتفاع و سرعت زاویه ای اندازه گیری می شوند. البته اصول طراحی همچنین سیستمی نیز مانند مطالبی است که در فصل های قبل ذکر کرده ایم و در ابتدا حلقه کنترلی داخلی را طراحی کرده سپس حلقه خارجی



زاد در بررسی قراری دهیم. توجه کنید که در سیستم شکل (۸-۱۸) در حقیقت حلقه خارجی که - آن حلقه داخلی

(Primary loop) نیز می گویند مقدار ورودی مبنای دستور حلقه داخلی که به آن حلقه ثانویه

(Secondary loop) بیرون نیز را صورت خودکار ایجاد می کند. به سیستم های کنترلی که

دارای دو حلقه بین خود صورت شکل (۸-۱۴) می باشد، سیستم کنترلی پشت هم (Cascade control)

گفته می شود. عمدتاً در اینگونه سیستم های کنترلی، سرعت پاسخ حلقه داخلی (حلقه ثانویه) بسیار

سریعتر از سرعت پاسخ حلقه خارجی می باشد و در بسیاری از فرآیندهای شیمیایی از این روش کنترلی

استفاده می شود. در این فرآیندها، کنترل کننده داخلی عموماً صورت متناسب (proportional)

داده و کنترل کننده خارجی نیز صورت پی-آی-دی می باشد. توجه کنید که در اینگونه سیستم ها

سطحی حلقه خارجی از نظر کارایی سیستم کنترلی با اهمیت بوده در حالتی حلقه داخلی از خنثی

اهنگی برخوردار نیست. برای توضیحات بیشتر درباره سیستم های کنترلی پشت هم و همچنین حلقه

کامپی از الیهای تأخیری (با تأخیر زمان طولانی) بدست آورده پیش بین است (Smith predictor)

و مباحث بسط یافته تر در کنترل فرآیندهای شیمیایی می توانید به مرجع [۱۲] مراجعه کنید.

۸-۵ - خلاصه

در این فصل درباره کنترل کننده های پی-آی-دی و روش های مختلف تنظیم آنها مطالبی

ارائه کردیم. اگرچه این کنترل کننده ها دارای محدودیت هایی می باشند ولی عمدتاً در کنترل فرآیندهای

شیمیایی که رفتاری نسبتاً ساده دارند موفق بوده و کارآیی خوبی نیز از خود نشان می دهند. البته برای

کنترل بسیاری از سیستم ها مجبور به استفاده از کنترل کننده های پیچیده تری باشیم. در

قسمت های (۸-۲) و (۸-۳) نیز درباره امکان پایداری سازی سیستم سلفهسته و جلوگیری از پایداری

با استفاده از کنترل کننده های پایداری صحبت کردیم.

در قسمت (۸-۴) درباره سیستم های کنترلی پیچیده تر که دارای حلقه پیچیده واحد می باشند مطالبی

عنه ارائه کردیم و ذکر کردیم که در ضمن مهم حلقه کنترلی به بهره حلقه مربوط بوده و قرار دادن حلقه کنترل کننده

در مسیر خروجی یا پیش از تغییر در بهره حلقه ایجاد نخواهد کرد و مطالب مطرح شده در این کتاب برای

اینگونه سیستم ها نیز مورد استفاده می باشد.

الته در واقعیت سیستم‌های کنترل برآیند پیچیده‌تری نیز وجود دارند. دایره کتاب‌هدفت ما شناخت اصول طراحی کنترل کننده رای سیستم‌های تک ورودی-تک خروجی بوده است؛ برای بررسی مباحث پیچیده‌تر برای کنترل اینگونه سیستم‌ها می‌توانید به [۴] [۶] [۱۲] [۱۳] مراجعه کنید. تعمیم روش‌های طراحی در حوزه مکانیک به سیستم‌های چندمتغیره (چند ورودی - چند خروجی) نیز در مباحث [۶] [۱۳] آمده است. همینطور روش‌هایی که بر اساس بهینه‌سازی رفتار زمانی سیستم استوار است در مباحث [۴] [۱۶] مورد بررسی قرار گرفته‌اند. امروزه نیز بسیاری از سیستم‌ها بصورت ناپیوسته (Discrete) کنترل می‌شوند و برای آشنایی با روش‌های طراحی سیستم‌های کنترلی ناپیوسته می‌توانید به [۲] [۱۷] [۱۸] مراجعه کنید.

- 1 - B. Anderson and Liu, "Controller reduction, concepts and approaches", IEEE TAC, Vol 34, No 8, Aug 1989
pp 802-812
- 2 - k. Aström and B. Wittenmark, "Computer controlled systems, theory and design", Prentice-Hall, 1984
- 3 - M. Athans, "Lecture notes for Multivariable Control Systems, Course 6.232", M.I.T, 1984
- 4 - J. D'Azzo and C. Houpis, "Linear control system analysis and design - conventional and modern", McGraw-Hill, 1981
- 5 - J. DiStefano III, A. Stubberud, and I. Williams, "Feedback and control systems", Schaum's outline series, McGraw-Hill, 1967
- 6 - R. Dorf, "Modern control systems", Addison Wesley, 1980
(این کتاب توسط آقای دکتر صمدار هفاری ترجمه شده و توسط انتشارات علمی نشر شده است.)
- 7 - N. Lehtomaki, "Practical robustness measures in multivariable control system analysis", Ph.D Thesis, M.I.T, May 1981
- 8 - L. Ljung, "System identification, theory for the user". Prentice-Hall, 1987
- 9 - M. Morari and E. Zafiriou, "Robust process control". Prentice-Hall, 1989
- 10 - J. Roberge, "Operational amplifiers - theory and practice", Wiley, 1975

- 11- T. Soderstrom and P. Stoica, "System identification",
Prentice-Hall, 1989
- 12- G. Stephanopoulos, "Chemical process control - An introduction
to theory and practice", Prentice-Hall, 1984
- 13- M. M. Spong, "Control system synthesis, a factorization
approach", H.I.T. Press, 1985
- 14- N. Balabanian and T. Bickart, "Electrical network theory",
Wiley, 1969
- 15- T. Kailath, "Linear systems", Prentice-Hall, 1980
- 16- H. Kwakernaak and R. Sivan, "Linear Optimal Control
Systems", Wiley, 1972
- 17- G. Franklin and J. Powell, "Digital control of dynamic
systems", Addison-Wesley, 1980
- 18- K. Ogata, "Discrete-Time control systems",
Prentice-Hall, 1987