

نام و نام خانوادگی: نام مدرس: شماره دانشجویی:

(فرمول های مورد نیاز در پشت صفحه آورده شده اند.)

۱. دستگاه زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 0.5x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 0.1x_1 + 0.1x_2 + 0.4x_3 = 0.1 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

(الف) با استفاده از روش حذفی گاوس و با محورگیری جزئی دستگاه فوق را حل کنید.
 (ب) با استفاده از روش گاوس-سایدل و با مقدار اولیه $X^{(0)} = (0, 0, 0)^T$ مطلوب است $X^{(2)}$. (کلیه محاسبات میانی قسمت های الف و ب با دقت ۴D انجام شود). (۴۰ نمره)

۲. جدول مقادیری از تابع پیوسته f در بازه $[0, 2]$ به صورت زیر داده شده است.

x_i	0	0.25	0.75	1.5	2
y_i	-1.5	-0.8	0.3	2	3

(الف) مطلوب است مقدار تقریبی $f(1)$ به کمک چند جمله ای درون یاب مناسب.
 (ب) مطلوب است مقدار تقریبی $f'(1.5)$ با استفاده از فرمول سه نقطه ای مناسب.
 (ج) بهترین خط برازنده ی نقاط جدول را به دست آورید. (۵۰ نمره)

۳. فرض کنید مقدار تقریبی $\int_0^1 f(x)dx$ به روش ذوزنقه با $h = 0.25$ برابر 1.107035 و با $h = 0.125$ برابر 1.107971 باشد. جدول زیر را به روش ذوزنقه-رامبرگ برای تقریب $\int_0^1 f(x)dx$ کامل کنید (۲۰ نمره).

h	$Y_{0,k}$	$Y_{1,k}$	$Y_{2,k}$	$Y_{3,k}$
1	...			
0.5		
0.25	...	1.108260	1.108279	
0.125

۴. فرض کنید برای محاسبه ی تقریبی انتگرال تابع f در فاصله ی $[0, 1]$ از رابطه ی زیر استفاده می کنیم.

$$\int_0^1 f(x)dx \approx w_1 f(0) + w_2 f(1) + w_3 f'(0) + w_4 f'(1)$$

ضرایب w_1 تا w_4 را چنان تعیین کنید که رابطه ی فوق برای چند جمله ای ها تا درجه ی سه دقیق باشد. (۲۰ نمره)

۵. معادله ی دیفرانسیل $y' = x(x+y)$ را با مقدار اولیه ی $y(1) = 1$ در نظر بگیرید. در یک گام مقدار تقریبی $y(1.1)$ را با استفاده از روش رانگ-کوتای چهار مرحله ای بیابید. (کلیه محاسبات میانی با دقت ۶D انجام شود) (۲۰ نمره)