مقدّمه

این خلاصه درس اختصاصاً برای دانشجویانی تدوین شده است که حداقّل یک بار مباحث مورد پوشش آزمون کارشناسی ارشد را مطالعه کرده و با مفاهیم و تعاریف انتقال حرارت آشنایی دارند. هدف در اینجا ارائهٔ مباحث و فرمولها به طور فشرده به صورتی است که کمکی برای حافظه و تشخیص سریع مورد کاربرد باشد. احتمال مورد توجّه قرار گرفتن هر مبحث توسط طراحان سؤال (براساس تجارب قبلی) به طور نسبی با عددی در مقیاس صفر تا صد آورده شده است.

با آرزوی موفقیت

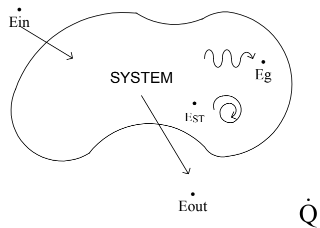
فرشاد کوثری

در جدول ذیل دروس به سرفصلهای مهم آن طبقه بندی شده و مشخص شده است که در هر سال از هر مبحث چند تست سوال شده است و دانشجوی محترم می تواند زمان باقیمانده تا کنکور را با توجه به اهمیت مباحث مدیریت نماید.

رشته: مکانیک	درس: انتقال حرارت							
ردیف	مبحث	۱۳۸۵	۱۳۸۶	۱۳۸۷	۱۳۸۸	۱۳۸۹	مجموع ۵ سال	نسبت از کل
		تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست	تعداد تست		
1	مفاهیم اولیه و موازنه انرژی	0	0	0	0	0	0	0%
2	معادله هدایت - هدایت یک بعدی شرایط پایا	3	4	0	2	2	11	30%
3	هدایت دو بعدی شرایط پایا	1	0	0	0	0	1	3%
4	هدایت گذرا	0	0	1	1	1	3	8%
5	مفاهیم اولیه انتقال حرارت جابجایی	1	0	0	0	0	1	3%
6	جابجایی در جریان های خارجی	0	1	2	0	0	3	8%
7	جابجایی در جریان های داخلی	0	2	2	0	2	6	16%
8	جابجایی آزاد	1	0	0	1	0	2	5%
9	جوشش و چگالش	0	0	0	0	0	0	0%
10	مبدل های حرارتی	0	1	1	1	0	3	8%
11	تشعشع	3	2	0	1	1	7	19%
	جمع	9	10	6	6	6	37	100%

۱ـ موازنه انرژی

موازنه انرژی برای یک سیستم



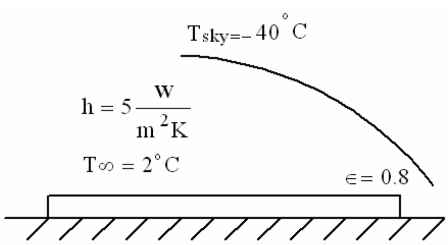
$$\dot{Q} = \dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g$$

ستورالعمل کلی برای تحلیل مسایل انتقال حرارت

برای تحلیل مسایل حرارتی، یک دستورالعمل کلی وجود دارد که آن را از طریق یک مثال عنوان می‌کنیم:

مثال:

در منـاطق کویری، هنگام شب، این امکان وجود دارد که لایه آبی که روی سطح زمیـن قرار گرفته است، یخ بزند، علی‌رغم اینـکه هوای اطراف آب دمـایی بالاتر از 0°C داشتـه باشد. این امر به‌خاطر پدیده‌ای تحت عنوان «سرمایش تابشی» (Radiation Cooling) است. با توجه به شرایط نشان داده شده در شکل، دمای لایه آب را تعیین کنید.



Tsky: دمای مؤثر آسمان

در اینجا لازم است ابتدا به یک روش گام‌به‌گام برای حل مسایل انتقال حرارت اشاره شود که به کرّات در مباحث مختلف انتقال گرما مورد استفاده قرار می‌گیرد. اساس این روش، اعمال موازنه انرژی روی یک سیستم تعریف شده است.

۱ـ شناسایی سیستم مورد تحلیل حرارتی.

۲ـ شناسایی مکانیزم‌های انتقال حرارت.

۳ـ انتخاب جهت برای انتقال حرارت (به سمت داخل سیستم و یا خارج آن).

۴ـ موازنه انرژی برای سیستم تعریف‌شده.

۱- تعیین $\dot{E}_{in}$ و $\dot{E}_{out}$ با توجه به راستاها و قوانین خاص حاکم بر انتقال حرارت .

۲- استفاده از قوانین انتقال حرارت با رعایت علامت صحیح.

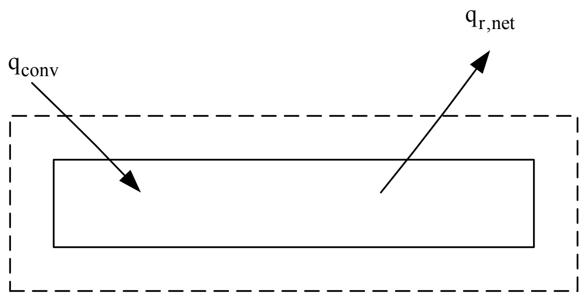
یادداشت:

....

....

....

....



$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = \dot{E}_{st}$$
$$\dot{E}_{in} = q_{conv} = hA(T_\infty - T_s)$$
$$\dot{E}_{out} = q_{r,net} = \varepsilon\sigma A(T_s^4 - T_{sky}^4)$$

با فرض اینکه شرایط پایاست و اینکه تولید حرارت نداریم:

$$\dot{E}_g = \dot{E}_{st} = 0$$

در نتیجه:

$$hA(T_\infty - T_s) - \varepsilon\sigma A(T_s^4 - T_{sky}^4) = 0$$

چنانچه مشاهده می‌شود حاصل دستورالعمل بالا یک معادله جبری است که با حل آن T_s به دست می‌آید.

یادداشت:

....
....
....
....

۲ـ مبانی رسانش

قانون فوریه

شکل کلی: $\vec{q}'' = -k\vec{\nabla}T$

معادله حرارت (Heat Equation)

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \rightarrow [\alpha] = m^2/s \,, \nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

شکل یک بعدی معادله حرارت:

$$\frac{1}{r^n}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^n \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$n = 0 \rightarrow$ Cartesian (کارتزین)

$n = 1 \rightarrow$ Cylindrical (استوانه‌ای)

$n = 2 \rightarrow$ Spherical (کروی)

۱ ـ تغییرات دما در یک جسم به ضخامت $100\,cm$ $\left(k = 0.1\,W/m^\circ C\right)$ به صورت $T = 200 - 10x^2$ نمایش داده شده است. شار حرارتی خارج‌شده از دو سطح جسم کدام است؟ (x برحسب متر و دما برحسب درجه سانتی‌گراد اندازه‌گیری می‌شود)

۱) صفر ۲) صفر و 2 وات بر مترمربع ۳) 2 وات بر مترمربع ۴) صفر و 4 وات بر مترمربع

حل: گزینه ۲ درست است

$$q'' = -k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0} = -k(-20x)\bigg|_{x=0} = 0$$

$$q'' = -k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=1} = -k(-20x)\bigg|_{x=1} = 20k = 20(0.1) = 2$$

۲ ـ در انتقال حرارت یک‌بعدی و با منبع حرارتی یکنواخت q در واحد حجم و در حالت پایدار حرارتی، زمانی که ضریب هدایت حرارتی تابعی از درجه حرارت باشد، کدام معادله دیفرانسیل درست است؟

۱) $\frac{1}{\alpha}\frac{d^2T}{dx^2} + \dot{q} = 0$ ۲) $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{dT}{dx}\right) + \dot{q} = 0$

۳) $\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) + \dot{q} = 0$ ۴) $\frac{d}{dx}\left(\frac{dT}{dx}\right) + \frac{\dot{q}}{k} = 0$

یادداشت:

....

....

....

....

حل: گزینه ۳ درست است.

۳ـ توزیع دما در یک لحظه خاص در فضا به صورت $T\ (x\ ,\ y\ ,z)=x^3+2y^3-2z^3$ است. کدام گزینــه نشــان‌دهنــدهٔ ناحیــه‌ای از فضاست که در این لحظه، دما با زمان تغییر نمی‌کند؟ (ضریب هدایت حرارتی ثابت و تولید داخلی حرارت وجود ندارد)

۱) $z=y^2+\frac{1}{2}x^2$
۲) $z=y+\frac{x}{2}$
۳) $z=2y^2+x^2$
۴) در تمام نقاط

حل: گزینه ۲ درست است.

$$\nabla^2 T=\frac{1}{\alpha}.\frac{\partial T}{\partial t}\xrightarrow{\frac{\partial T}{\partial t}=0}\nabla^2 T=0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0\Rightarrow 6x+12y-12z=0$$

$$z=\frac{x}{2}+y$$

۳ـ رسانش یک بعدی پایا

تشابه الکتریکی:

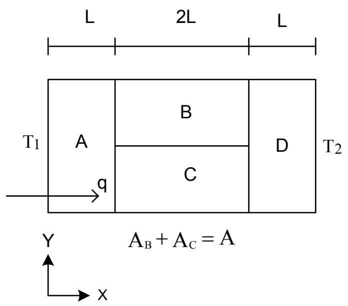
$$R_{t,cond}=\frac{L}{kA}$$

$$q=hA(T_s-T_\infty)$$

$$q=\frac{T_s-T_\infty}{1/hA}\rightarrow R_{t,conv}=\frac{1}{hA}$$

مثال:

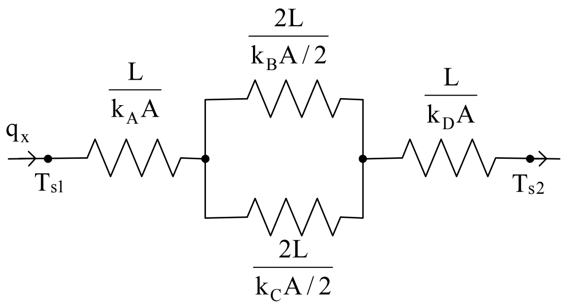
مدار معادل الکتریکی دیوار روبرو به شکل زیر است:



در شکل قبل، انتقال گرما دوبعدی است، ولی برای سادگی، از انتقال حرارت در راستای y صرف‌نظر می‌شود.

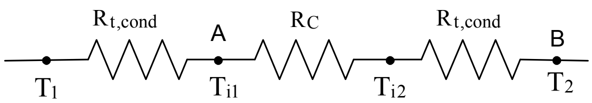
یادداشت:

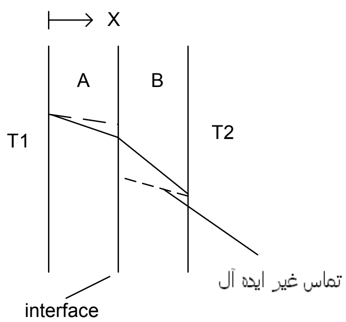
....
....
....
....



$$q=\frac{T_{s1}-T_{s2}}{L/k_A A+\frac{1}{\frac{k_B A/2}{2L}+\frac{k_C A/2}{2L}}+L/k_D A}$$

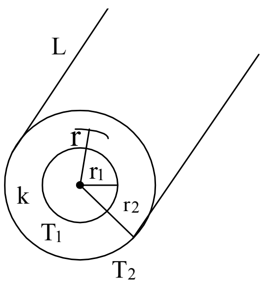
مقاومت گرمایی سطح تمـاس:





سیستم‌های شعاعی:

استوانه:



$$q_r=cte, q_r=-kA(r)\frac{dT}{dr}, A(r)=2\pi rl$$

$$-\frac{q_r}{2\pi kl}\frac{dr}{r}=dT\xrightarrow{\int}\frac{q_r}{2\pi kl}\ln\frac{r_2}{r_1}=T_1-T_2$$

$$q_r=\frac{T_1-T_2}{\frac{\ln r_2/r_1}{2\pi kl}}\rightarrow R_{t,c}=\frac{\ln r_2/r_1}{2\pi kl}$$

کره:

$$R_{t,s}=\frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

یادداشت:

....

....

....

....

شعاع بحرانی عایق:

$$\text{Cylindrical}: r_c = \frac{k}{h}$$

$$\text{Spherical}: r_c = \frac{2k}{h}$$

تولید حرارت حجمی (داخلی):

دمای سطح:

$$-hA(T_s - T_\infty) + \dot{q}V = 0 \rightarrow T_s = \frac{\dot{q}V}{hA} + T_\infty$$

دمای مرکز:

$T_{max} = T_s + \frac{\dot{q}}{2k}R^2$ دیواره تخت:

$T_{max} = T_s + \frac{\dot{q}}{4k}R^2$ استوانه توپر:

$T_{max} = T_s + \frac{\dot{q}}{6k}R^2$ کره توپر:

سطوح گسترش‌یافته (پره‌ها):

اثر بخشیِ پرّه:

$$q_{w/o\,fin} = hA_b(T_b - T_\infty)$$

$$\varepsilon_f = \frac{q_{fin}}{hA_b(T_b - T_\infty)}$$

معادله‌پرّه:

$$q_x - (q_{x+dx} + dq_{nv}) = 0$$

$$-\frac{dq_x}{dx}dx - h(dA_p)(T - T_\infty) = 0, dA_p = Pdx, q_x = -kA\frac{dT}{dx}$$

$$-\frac{d}{dx}\left(-kA\frac{dT}{dx}\right) - hP(T - T_\infty) = 0 \xrightarrow{A=cte} \frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA}(T - T_\infty) = 0$$

توزیع دما و انتقال حرارت:

پرهٔ طویل

$$\frac{T - T_\infty}{T_b - T_\infty} \equiv \frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx}, m = \sqrt{\frac{hP}{kA}}$$

$$q_{fin} = -kA_b\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hPkA}(T_b - T_\infty)$$

یادداشت:

....

....

....

....

پرهٔ با نوک آدیاباتیک

$$\frac{T-T_\infty}{T_b-T_\infty}\equiv\frac{\theta}{\theta_b}=\frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)},m=\sqrt{\frac{hP}{kA}}$$

$$q_{fin}=M\tanh(mL),M=\sqrt{hPkA}(T_b-T_\infty)$$

اثربخشی پره طویل

$$\varepsilon_f=\frac{q_{fin}}{q_{w/ofin}}=\frac{\sqrt{hPkA}(T_b-T_\infty)}{hA(T_b-T_\infty)}=\sqrt{\frac{kP}{hA}}$$

۴ ـ روی لوله‌ای به قطر خارجی $2.5\ cm$ که در محیطی با ضریب جابه‌جایی گرمایی $20\ W/m^2\ {}^\circ C$ قرار دارد یک سانتی‌متر عایق با ضریب هدایت حرارتی $k=0.25\ \ W/m^\circ C$ می‌پوشانیم در این صورت:

۱) انتقال حرارت از لوله به محیط افزایش می‌یابد.

۲) انتقال حرارت از لوله به محیط کاهش می‌یابد.

۳) انتقال حرارت فرقی نمی‌کند و با لوله بدون عایق مساوی است.

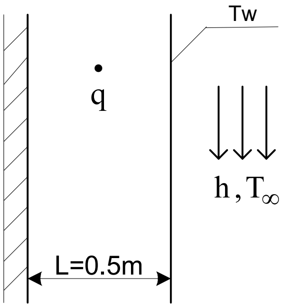
۴) انتقال حرارت ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

حل: گزینه ۲ درست است.

$$\left.\begin{aligned}R_c&=\frac{k}{h}=\frac{0.25}{20}=0.0125\\R_o&=\frac{0.25}{2}+0.01=0.0225\end{aligned}\right\}R_o>R_c$$

در این شرایط $r_c=r_i$. یعنی شعاع شروع عایق‌کاری با r_c برابر است پس با افزایش عایق انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

۵ ـ شمش سوخت اتمی مطابق شکل از یک طرف کاملاً عایق بوده و از طرف دیگر از طریق ورقی بسیار نازک به وسیله محیط جابه‌جایی با $T=50^\circ C$ و $h=1000\ \ W/m^2\ {}^\circ C$ خنک می‌شود. اگر شدت تولید انرژی در شمش به میزان $10^6\ W/m^3$ باشد، درجه حرارت ورق T_W را محاسبه کنید.



۱) $1050\ {}^\circ C$

۲) $50\ {}^\circ C$

۳) $550\ {}^\circ C$

۴) $2050\ {}^\circ C$

حل: گزینه ۳ درست است.

$$\dot{E}_{in}-\dot{E}_{out}+\dot{E}_g=\dot{E}_{st}$$

$$\dot{E}_{out}=\dot{E}_g\Rightarrow hA(T_S-T_\infty)=\dot{q}(AL)$$

یادداشت:

....

....

....

....

$$T_S = T_\infty + \frac{\dot{q}L}{h} = 50 + \frac{10^6(0.5)}{1000}$$

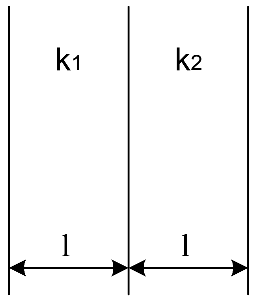
$$T_S = 550^\circ C$$

۶ـ یک دیواره مرکب از دو جنس مختلف با هدایت حرارتی k_1 و k_2 با ضخامت یکسان تشکیل شده است.هدایت حرارتی معادل کدام است؟

۱) $k_1 k_2$　　۲) $k_1 + k_2$　　۳) $\frac{2k_1k_2}{k_1+k_2}$　　۴) $\frac{k_1+k_2}{k_1k_2}$

حل: گزینه ۳ درست است.

هدایت حرارتی معادل به این معنی است که اگر به جای استفاده از دو جنس k_1 , k_2 برای این دیوار از یک جسم به ضریب هدایت k استفاده شود، k برحسب k_1 , k_2 چگونه خواهد بود. در هر دو حالت مقاومت یکسان می‌باشد بنابراین:

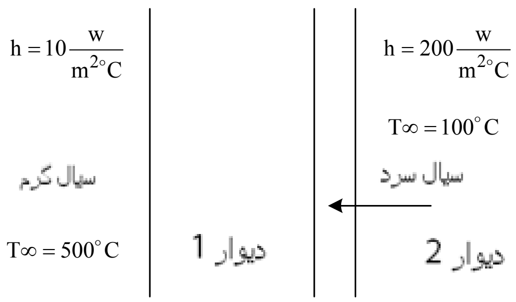


$$R_1 = R_2 \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{L}{k_1} + \frac{L}{k_2}$$

$$R_2 = \frac{2\ell}{k} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{2}{k} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{k_1 + k_2}{2k_1 k_2} = \frac{1}{k} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{2k_1k_2}{k_1 + k_2} \quad \Rightarrow$$

۷ـ در شکل نشان داده شده مقاومت تعیین کننده در انتقال حرارت کدام است؟



۱) دیوار ۱　$k = 0.1 \frac{W}{m.^0C}, L = 0.1m$

۲) دیوار ۲　دیوار　$k = 50 \frac{W}{m.^0C}, L = 0.02m$

۳) سیال گرم

۴) سیال سرد

حل: گزینه ۱ درست است.

$$R_{tot} = \frac{1}{Ah_{hot}} + \frac{L_1}{Ak_1} + \frac{L_2}{Ak_2} + \frac{1}{Ah_{cold}} \quad \Rightarrow \quad AR_{tot} = \frac{1}{10} + \frac{0.1}{0.1} + \frac{0.02}{50} + \frac{1}{200}$$

جمله‌ای که در مقاومت کل تأثیر بیشتری دارد جمله مربوطه به مقاومت دیوار ① است که مقاومت آن برابر 1 است.

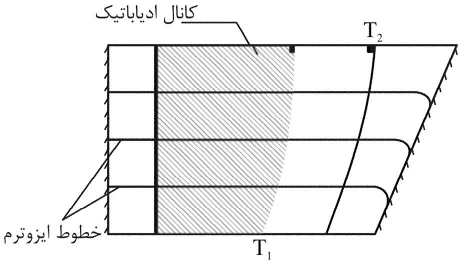
یادداشت:

....
....
....
....

۴ـ هدایت دوبعـدی پایا

ضریب شکل رسانشی:

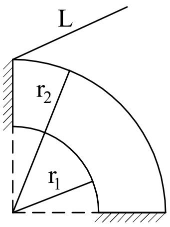
با تعریف ضریب شکل رسانشی (Conduction Shape Factor) در شرایط دو بعدی خواهیم داشت:



$$q = Sk(T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{1/Sk}$$

بنابراین می‌توان گفت که $\frac{1}{Sk}$ مقاومت رسانشی است.

برای مثال ضریب شکل رسانش را برای هندسهٔ روبه‌رو (۴-۱۴) به دست آورید:

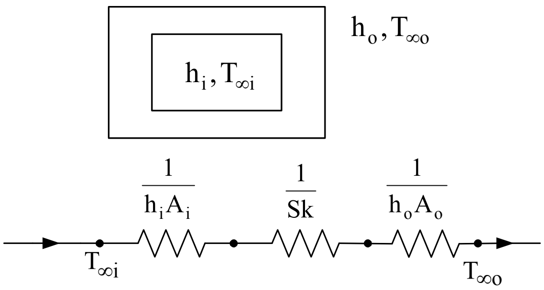


شکل ۴-۴

$$q = \frac{T_1 - T_2}{4\frac{\ln r_2/r_1}{2\pi kl}} = \frac{T_1 - T_2}{1/Sk}$$

$$S = \frac{\pi l}{2\ln r_2/r_1}$$

با توجه به اینکه $\frac{1}{Sk}$ را به عنوان مقاومت حرارتی تعریف کرده‌ایم می‌توان از آنالوژی (تشابه) الکتریکی به طور تقریبی استفاده کرد. برای مثال در شکل ۴-۵ نحوهٔ نشان دادن مدار الکتریکی برای انتقال حرارت از داخل محفظه به بیرون به نمایش درآورده شده است.



شکل ۴-۵

$$q = \frac{T_{\infty i} - T_{\infty o}}{\sum R}$$

یادداشت:

....

....

....

....

روش عددی (روش تفاضل محدود (Finite Difference Method))

حل تحـلیلی مسایل انتـقال حرارت هدایت محـدود به هندسه‌ها و شرایـط مـرزی سـاده است و برای اشـکال پیـچیده باید متوسل به روش‌های عددی شد.

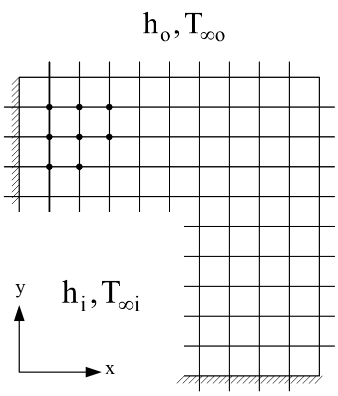
برخلاف روش تحلیلی که تعیین دما را در هر نقطه امکان پذیر می‌سازد، روش عددی تنها برای تعیین دما در نقاط گسسته قابل استفاده است. هدف از این روش محاسبه میزان انتقال حرارت از جسم به محیط است.

خلاصه عملیات در روش تفاضل محدود (شکل ۴-۷):

۱-کوچک کردن دامنه فیزیکی مسئله با استفاده از سطوح تقارن.

۲- شبکه‌بندی دامنه با استفاده از خطوط شبکه متعامد که در راستای مختصات اختیار شده باشند .

لازم به ذکر است که Δx و Δy (فاصله خطوط) نباید لزوماً با هم برابر باشند. همچنین فاصله بین خطوط شبکه نیز می‌تواند متغیر باشد. درحقیقت توصیه می‌شود، در جاهایی که انتظار گرادیان دمای بالاتری می‌رود، خطوط شبکه به هم نزدیک شوند.



شکل ۴-۷

محل تقاطع خطوط شبکه را گره (Node) می‌نامند (grid point) که به دو دسته تقسیم می‌شوند:

الف) گره‌های داخلی (Internal Nodes)

ب) گره‌های مرزی (Boundary Nodes)

۳- به دست آوردن معادله گرهی برای هر گره (Nodal Eq'n.)

الف) اعمال موازنه انرژی روی حجم کنترلی حول گره تعریف شده

ب) مستقیماً از معادله دیفرانسیل

در هر صورت به تعداد گره‌ها معادله جبری خواهیم داشت که دمای هر گره را با دمای گره‌های مجاور مرتبط می‌کند.

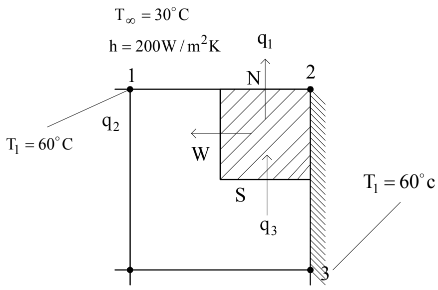
۴- حل همزمان معادلات گرهی با هم، برای بدست آوردن دمای گره‌ها.

مثال:

با توجه به اطلاعات داده‌شده در شکل، دمای نقطه ۲ را محاسبه کنید.

$\Delta x = \Delta y = 1cm$

$k = 2\ W/m.K$



۱) 50 ۲) 40

۳) 45 ۴) 55

یادداشت:

....

....

....

....

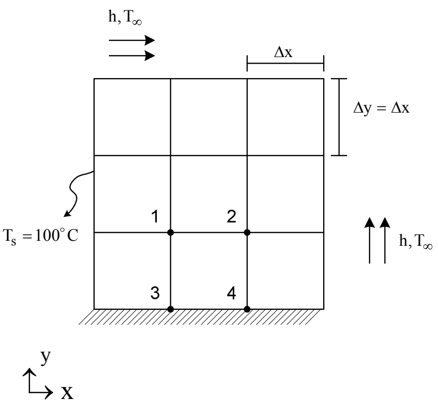
با توجه به حجم کنترل هاشورخورده در شکل و اعمال موازنه انرژی داریم:

$$\text{E.B.}:$$
$$q_3 - q_1 - q_2 = 0$$
$$\left.\begin{aligned} q_3 &= -\text{or} + kA\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_s = k\frac{\Delta x}{2}1\frac{T_3 - T_2}{\Delta y} \\ q_2 &= -\text{or} + kA\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_w = k\frac{\Delta y}{2}1\frac{T_2 - T_1}{\Delta x} \end{aligned}\right\}$$

همانند گذشته نحوهٔ نوشتن اختلاف دما بستگی به جهت فرض‌شده برای حرارت است.

$$q_1 = h\left(\frac{\Delta x}{2}\cdot 1\right)(T_2 - T_\infty)$$
$$T_2 = \frac{k/2\,(T_1 + T_3) + h\Delta x/2\;T_\infty}{k + h\,\Delta x/2} \rightarrow T_2 = 55^\circ C$$

۸ـ مقطع مربعی جسم طویلی در شکل نشان داده شده است. اگر دیواره سمت چپ در دمای $T_s = 100^\circ C$ و دمای نقطه یک، $T_1 = 90^\circ C$ و دمای نقطه چهار $T_4 = 60^\circ C$ باشد، دمای دایم نقطه سه (T_3) که بر روی سطح عایق قرار دارد، عبارت است از:



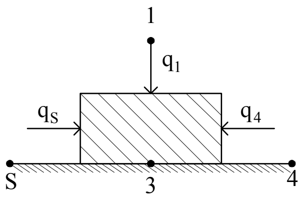
۱) $85^\circ C$

۲) $80^\circ C$

۳) $75^\circ C$

۴) $70^\circ C$

حل: گزینه ۱ درست است.



$$q_1 + q_4 + q_s = 0$$
$$k\Delta x.\frac{T_1 - T_3}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}.\frac{T_4 - T_3}{\Delta x} + k\frac{\Delta y}{2}.\frac{T_s - T_3}{\Delta x} = 0 \;,\; \Delta x = \Delta y$$
$$2\cancel{k}T_3 = \cancel{k}T_1 + \frac{1}{2}\cancel{k}\left(T_s + T_4\right)$$

یادداشت:

....

....

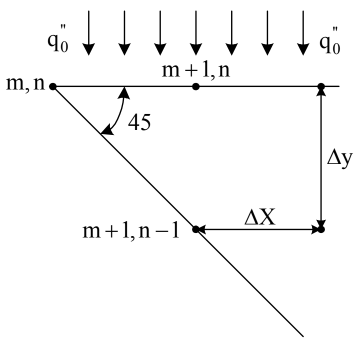
....

....

$$T_3=\frac{T_1+\frac{1}{2}\left(T_s+T_4\right)}{2}$$

$$T_3=\frac{90+\frac{1}{2}\left(100+60\right)}{2}=85^{o}C$$

۹ـ در حالت پایدار معادله اختلاف محدود را برای نقطه m,n که نوک یک قلم برش است را به دست آورید. همان‌طوری که در شکل مشخص است سطح بالایی تحت شار q''_0 بوده و سطح مورب آن تحت اثر جابه‌جایی با سیالی به دمای T_∞ و ضریب کنوکسیون h است.در شبکه‌بندی $\Delta x=\Delta y$ است.(۸۴ـ۸۳)



۱) $T_{m+1,n}+\sqrt{2}\frac{h\Delta x}{K}T_\infty+q''_0\frac{\Delta x}{K}-(\sqrt{2}\frac{h\Delta x}{K}+1)T_{m,n}=0$

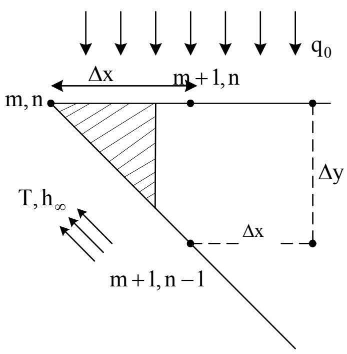
۲) $T_{m+1,n}-\frac{h\Delta x}{K}T_\infty+q''_0\frac{\Delta x}{K}-\frac{h\Delta x}{K}T_{m,n}=0$

۳) $T_{m+1,n}+\frac{h\Delta x}{K}T_\infty+q''_0\frac{\Delta x}{K}-\frac{h\Delta x}{K}T_{m,n}=0$

۴) $T_{m+1,n}+\sqrt{2}\frac{h\Delta x}{K}T_\infty+q''_0\frac{\Delta x}{K}-2\frac{h\Delta x}{K}T_{m,n}=0$

حل: گزینه ۱ درست است.

حجم کنترلی به صورت شکل هاشورخورده در نظر می‌گیریم معادله بقای انرژی به صورت زیر است:



$$q''_0\frac{\Delta x}{2}\ell-\left(T_{m,n}-T_\infty\right)h*\frac{\Delta x}{2}\sqrt{2}\,\ell+k\frac{\left(T_{m+1,n}-T_{m,n}\right)}{\Delta x}*\frac{\Delta x}{2}\ell=0$$

$$T_{m+1,n}+\frac{q''_0\,\Delta x}{k}-T_{m,n}\left(\frac{h\Delta x}{k}\sqrt{2}+1\right)+\sqrt{2}\,\frac{\Delta x\,h}{k}T_\infty=0$$

یادداشت:

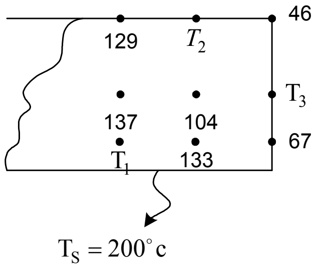
....

....

....

....

۱۰ ـ با تحلیل تفاضل محدود دمای شرایط پایا در جسم دوبعدی شکل روبه‌رو در گره‌های منتخب نشان داده شده است. با توجه به اطلاعات روی شکل، دمای T_3 برابر است با:(سیال $30^\circ C$, $h = 50\, {}^{W}\!/_{m^2K}$, $\Delta x = \Delta y = 0.1m$, $k = 1.5\, {}^{W}\!/_{m.K}$)



۱) $161^\circ C$

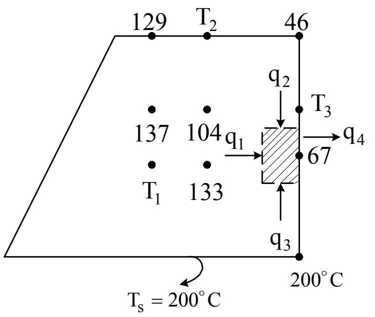
۲) $49^\circ C$

۳) $96^\circ C$

۴) $60^\circ C$

حل: گزینه ۲ درست است.

سطح کنترلی را مطابق شکل زیر در نظر می‌گیریم:



$h = 50 \quad 30^\circ C\, W/m^2 K$

$\Delta x = \Delta y = 0.1\, m$

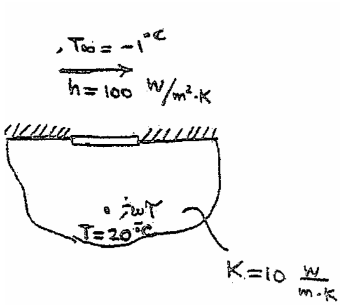
بنابراین با نوشتن معادله بقای انرژی در حالت پایا:

$$q_1 + q_2 + q_3 - q_4 = 0$$

$$\Rightarrow \quad k\ell\Delta x \frac{133-67}{\Delta x} + k\frac{(T_3-67)}{\Delta x}\frac{\Delta x\,\ell}{2} + \frac{(200-67)}{\Delta x}\times\frac{\Delta x\,\ell}{2}k - h(67-30)\Delta x\,\ell = 0$$

$$\frac{k}{\Delta x}66 + \frac{k}{2\Delta x}(T_3-67) + \frac{133}{2\Delta x}k = h37 = 1850 \quad \Rightarrow \quad T_3 = 48.8^\circ C$$

۱۱ ـ یک جسم به ضخامت ناچیز و سطح $0.03\,m^2$ **روی سطح آلیاژی با ضریب هدایت K قرار دارد. مبادلهٔ حرارتی بین محیط اطراف و آلیاژ چقدر است؟** (ضریب شکل (shape factor) **دیسک و آلیاژ را برابر** $0.4\,m$ **فرض کنید).(۸۵ـ۸۶)**



۱) 18 وات

۲) 24 وات

۳) 36 وات

۴) 72 وات

یادداشت:

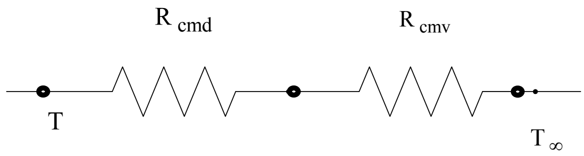
....

....

....

....

حل: گزینه ۳ درست است.



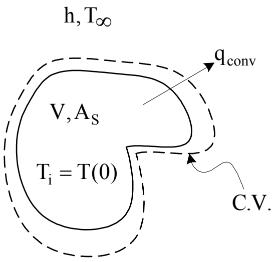
$$R_{cond}=\frac{1}{Sk}=\frac{1}{0.4\times 10}=\frac{1}{4}$$

$$R_{tot}=R_{cond}+R_{conv}=\frac{1}{4}+\frac{1}{hA}=\frac{1}{4}+\frac{1}{0.03\times 100}=\frac{7}{12}$$

$$q=\frac{\Delta T}{R_{tot}}=\frac{(20-(-1))}{\frac{7}{12}}=36(\,W)$$

۵ـ هدایت گذرا

روش ظرفیت کلی (Lumped Capacitance)



$$\dot{E}_{in}-\dot{E}_{out}+\dot{E}_{g}=\dot{E}_{st}$$

$$-q_{conv}=\dot{E}_{st}$$

$$-hA_s(T-T_\infty)=mC\frac{dT}{dt}\rightarrow\int_0^t-\frac{hA_s}{mC}dt=\int_{T_i}^{T}\frac{dT}{T-T_\infty}$$

$$-\frac{hA_s}{mC}t=\ln\frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty}\rightarrow\frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty}=\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

در رابطه بالا $\tau=\frac{mC}{hA_s}$ ثابت زمانی (time constant) بوده که میزانی از اینرسی حرارتی سیستم است. بدین معنی که هر چه τ بزرگ‌تر باشد، جسم در تطبیق با شرایط حرارتی جدید کندتر است.

برای تعیین مقدار حرارت منتقل‌شده به محیط اطراف پس از گذشت t ثانیه، می‌توان از قانون اول ترمو استفاده کرد:

$$Q-W=\Delta U$$

$$Q=\Delta U$$

$$Q=mC(T|_t-T_i)$$

اعتبار روش ظرفیت کلّی

هنگامی که Bi<0.1 است تغییرات مکانی دما در داخل جسم، قابل صرف‌نظر کردن بوده یا به عبارت دیگر، دمای به‌دست‌آمده از روش ظرفیت کلی را می‌توان دمای تمامی نقاط جسم در نظر گرفت.

$$Bi=\frac{hL_c}{k}$$

$$L_c\equiv\frac{V}{A_s}\ \text{or}\ \frac{V}{A_{exposed}}$$

یادداشت:

....

....

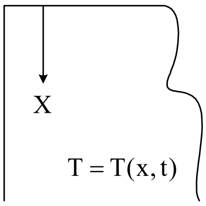
....

....

پارامتر بی‌بعد دیگر در حل مسایل گذرا، عدد فوریه ، Fo ، یا زمان بی‌بعد است که برابر است با:

$$Fo \equiv \frac{\alpha t}{L_c^2}$$

تحلیل نیمه بی‌نهایت (Semi –infinite Solid)



$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

I.C.: $T(x,0) = T_i$

B.C.'s: $@\, x \to \infty : T = T_i$

برای شرط مرزی دوم سه حالت مختلف ارائه شده است:

دمای سطح ثابت: $T|_{x=0} = T_0$

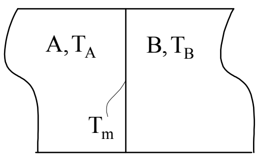
شار گرمای ثابت در سطح: $q'' = -k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0}$

تماس سطح با سیالی با h و $T_\infty \neq T_i$ $\left. h\left(T_\infty - T\right)\right|_{x=0} = -k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0}$

ازآنجاکه میزان حرارت نفوذی در جسم و بستگی به ضریب نفوذ حرارتی جسم ($\alpha = k/\rho C$) دارد، مدل نیمه بی‌نهایت را هنگامی می‌توان به کار برد که شرایط short transient برقرار باشد، یعنی اثر حرارتی در مدت‌زمان کوتاهی اعمال شده باشد، به طوری که تأثیر اثر حرارتی اعمال‌شده در این مدت‌زمان، به سطح دیگر جسم نرسیده باشد. مدت‌زمان مذکور بستگی به شرایط ترموفیزیکی جسم، به‌خصوص α دارد. برای مثال در مورد چوب این مدت‌زمان خیلی بیشتر از فولاد است.

داخل یک یخچال، ظروف محتوی نوشیدنی قرار داده شده است. مدت زمانی که این ظروف داخل آن هستند طولانی بوده و بنابراین در شرایط تعادل دمایی با یخچال قرار دارند. بعضی از نوشیدنی‌ها در ظروف آلومینیمی و برخی در ظروف کاغذی هستند. کدام‌یک از ظروف خنک‌تر به نظر می‌رسند؟

با استفاده از تحلیل نیمه بی‌نهایت نشان داده می‌شود که دمای میان ـ سطح (T_m) تا زمانی که اثر نیمه بی‌نهایت وجود دارد، با زمان تغییر نمی‌کند و می‌توان نشان داد که:



$$T_m = \frac{\sqrt{k\rho C}\big|_A T_A + \sqrt{k\rho C}\big|_B T_B}{\sqrt{k\rho C}\big|_A + \sqrt{k\rho C}\big|_B}$$

یادداشت:

....

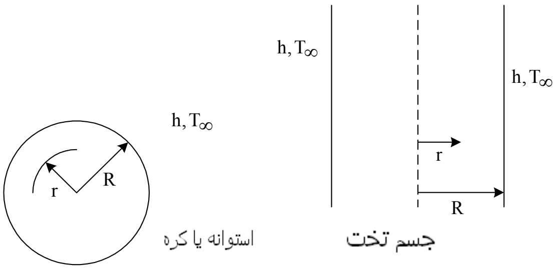
....

....

....

آنچه با لمس کردن حس می‌شود، T_m است، نه T_A و چون T_m به دمای جسمی نزدیک‌تر است که $\sqrt{k\rho C}$ بیشتری دارد، بنابراین ظرف آلومینیمی خنک‌تر به نظر می‌رسد.

شرایط گذرای یک‌بعدی



$$\frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty}, \frac{r}{R}=r^*, Bi=\frac{hR}{k}, Fo=\frac{\alpha t}{R^2}$$

$$\frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty}=f(r^*, Bi, Fo)$$

چنانچه $Fo>0.2$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت که $\frac{T(r,t)-T_\infty}{T(0,t)-T_\infty}$ مستقل از زمان است (توسعه‌یافته زمانی) و دما را با استفاده از نمودارهای هایسلر (Heisler Charts) به دست آورد.

۱۲ ـ از داخل لوله‌ای به قطر 1 متر و ضخامت 30 میلی‌متر که ابتدا در دمای $-10^\circ C$ است ناگهان نفت گرم با دمای یکسان به داخل آن پمپ می‌شود. سطح لوله‌کاملاً عایق حرارتی است. اگر ضریب جابه‌جایی داخل لوله معلوم باشد، چگونه می‌توان دمای سطح خارجی آن را که با زمان تغییر می‌کند محاسبه کرد؟

۱) دمای مرکز استوانه بلند در منحنی‌های هایسلر (Heisler chart)

۲) دمای سطح خارجی جدار نازک در منحنی‌های هایسلر(Heisler chart)

۳) دمای مرکز جدار یک‌بعدی در منحنی‌های هایسلر (Heisler chart)

۴) دمای سطح خارجی استوانه بلند در منحنی‌های هایسلر (Heisler chart)

حل: گزینه ۳ درست است.

$$\frac{t}{d}=\frac{30}{1000}=0.03$$

ازآنجاکه نسبت ضخامت به قطر فقط 3% است، در این صورت می‌توان جداره لوله را «صفحه تخت» فرض کرد. (منحنی‌های رسم‌شده برای استوانه نمی‌توانند مورد استفاده قرار گیرند چون برای استوانه‌های توپر هستند)

یادداشت:

....

....

....

....

۱۳ ـ یک کره و یک استوانه با حجم مساوی از جنس مس هر دو در دمای یکسان اولیه‌ای قرار دارند. هر دو به طور یکسان در معرض جابه‌جایی با محیط با دمای کمتر قرار می‌گیرند. کدام‌یک زودتر سرد می‌شوند؟

۱) استوانه زودتر از کره سرد می‌شود.
۲) کره زودتر از استوانه سرد می‌شود.
۳) هر دو به طور مساوی سرد می‌شوند.
۴) بستگی به طول استوانه و شعاع کره دارد.

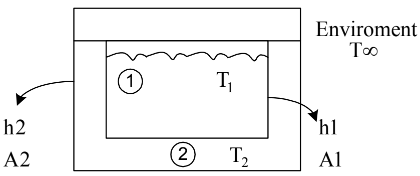
حل: گزینه ۱ درست است.

$$\frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty}=\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \Rightarrow \tau=\frac{mc}{h.A}$$

$$V_S=V_C \Rightarrow m_s=m_c$$

پس ثابت زمانی (τ) نیز تابع مساحت (A) است. این قابل اثبات است که به ازای یک حجم معین، کره کمترین مساحت را نسبت به تمام حجم‌های سه‌بعدی دیگر دارد، بنابراین τ برای کره بیشتر از استوانه بوده و بنابراین دیرتر خنک می‌شود.

۱۴ ـ برای سیستم انتقال حرارت مطابق شکل، با فرض انتقال حرارت متمرکز(Lumped Capacity) کدام‌یک از گزینه‌ها به درستی مسئله را فرموله می‌کند؟



۱) $h_1A_1(T_1-T_2)=-\rho_1C_1V_1\dfrac{dT_1}{dt}$

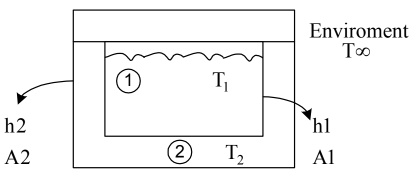
۲) $h_2A_2(T_1-T_2)=-\rho_1C_1V_1\dfrac{dT_1}{dt}$

۳) $h_1A_1(T_2-T_1)+h_2A_2(T_2-T_\infty)=-\rho_2C_2V_2\dfrac{dT_2}{dt}$

۴) گزینه ۱و۳ به طور همزمان

حل: گزینه ۴ درست است.

۱۵ ـ فرض می‌کنیم شرایط استفاده از روش ظرفیت کلی برقرار است. به عبارتی دمای مایع ① در تمام نقاط آن و همچنین دیواره ② یکنواخت است. بنابراین:



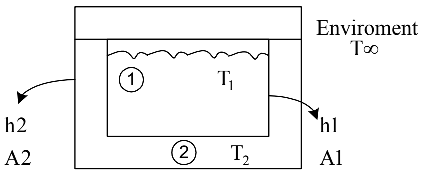
① جسم : $\cancel{\dot{E}_{in}}_{0}+\cancel{\dot{E}_{gen}}_{0}-\dot{E}_{out}=\dot{E}_{st} \Rightarrow h_1A_1\left(T_1-T_2\right)=-\rho_1C_1V_1\dfrac{dT_1}{dt}$

② جسم : $\cancel{\dot{E}_{in}}_{0}+\cancel{\dot{E}_{gen}}_{0}-\dot{E}_{out}=\dot{E}_{st} \quad , \quad \dot{E}_{out}=h_2A_2\left(T_2-T_\infty\right)+h_1A_1\left(T_2-T_1\right)$

$$\Rightarrow h_1A_1\left(T_2-T_1\right)+h_2A_2\left(T_2-T_\infty\right)=-\rho_2C_2V_2\frac{dT_2}{dt}$$

یادداشت:

....
....
....
....



۱) $h_1A_1(T_1-T_2)=-\rho_1C_1V_1\dfrac{dT_1}{dt}$

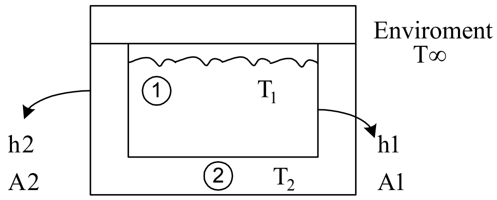
۲) $h_2A_2(T_1-T_2)=-\rho_1C_1V_1\dfrac{dT_1}{dt}$

۳) $h_1A_1(T_2-T_1)+h_2A_2(T_2-T_\infty)=-\rho_2C_2V_2\dfrac{dT_2}{dt}$

۴) گزینه ۱و۳ به طور همزمان

حل: گزینه ۴ درست است.

فرض می‌کنیم شرایط استفاده از روش ظرفیت کلی برقرار است. به عبارتی دمای مایع ① در تمام نقاط آن و همچنین دیواره ② یکنواخت است. بنابراین:



$$① \text{ جسم}: \underbrace{\cancel{\dot{E}_{in}}}_{0}+\underbrace{\cancel{\dot{E}_{gen}}}_{0}-\dot{E}_{out}=\dot{E}_{st} \quad\Rightarrow\quad h_1A_1\left(T_1-T_2\right)=-\rho_1C_1V_1\frac{dT_1}{dt}$$

$$② \text{ جسم}: \underbrace{\cancel{\dot{E}_{in}}}_{0}+\underbrace{\cancel{\dot{E}_{gen}}}_{0}-\dot{E}_{out}=\dot{E}_{st} \quad ,\quad \dot{E}_{out}=h_2A_2\left(T_2-T_\infty\right)+h_1A_1\left(T_2-T_1\right)$$

$$\Rightarrow\quad h_1A_1\left(T_2-T_1\right)+h_2A_2\left(T_2-T_\infty\right)=-\rho_2C_2V_2\frac{dT_2}{dt}$$

۱۶ ـ می‌توان نشان داد که حل دقیق معادله انتقال حرارت ناپایدار، از یک صفحه بی‌نهایت که تحت تأثیر محیط قرار می‌گیرد، منجر به تعیین مقادیر مشخصه λ_n از این رابطه می‌گردد: $\lambda_nL\tan\left(\lambda_nL\right)=Bi$

L نصف ضخامت صفحه و Bi بیانگر عدد بیو می‌باشد.

با توجه به رابطه فوق در صورت کوچک بودن عدد بیو به صورت تقریبی می‌توانیم بنویسیم: (به طوری که α ضریب پخش یا نفوذ، A سطح تبادل حرارت و V حجم می‌باشد.) **(۸۹ ـ ۸۸)**

۱) $\alpha\lambda_n^2=\dfrac{\rho CV}{hA}$ ۲) $\alpha\lambda_n^2=\dfrac{hA}{\rho CV}$ ۳) $\alpha\lambda_n^2=-\dfrac{\rho CV}{hA}$ ۴) $\alpha\lambda_n^2=-\dfrac{hA}{\rho CV}$

حل: گزینه ۲ درست است.

حل یک بعدی توزیع دمای گذرا برای صفحه تخت که به وسیله جابجایی با سیال اطراف تبادل حرارت می‌کند با رابطه

$$\frac{T(x,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}=\sum_{n=1}^{\infty}c_n\exp\left(-\alpha\lambda_n^2t\right)\cos\left(\lambda_nx\right)$$

داده می‌شود که برای $Bi\to 0$ این حل با دمای به دست آمده از روش ظرفیت کلی که به صورت زیر است

$$\frac{T(t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}=\exp\left(-\frac{hA}{\rho\forall C}t\right)$$

یادداشت:

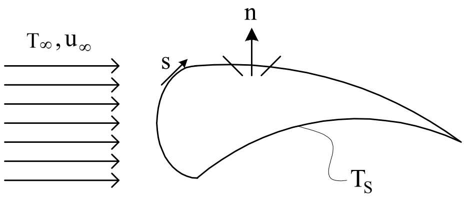
....
....
....
....

یکی می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$\cancel{-}\alpha\lambda_n^2 = \cancel{-}\frac{hA}{\rho\forall C}$$

۶ـ جابه‌جایی در جریان خارجی

قانون سرمایش نیوتن



$$q'' = q''(s) = h(T_s - T_\infty) \rightarrow (I)$$

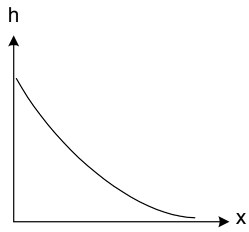
$$\bar{h} = \frac{1}{A_s}\int_{A_s} h(s)dA_s$$

$$h = \frac{-k_f \left.\dfrac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{T_s - T_\infty} \rightarrow (II)$$

$$\left[h \propto \frac{k_f}{\delta_T}\right]$$

از رابطه به دست آمده می‌توان مشاهده کرد که روند تغییرات h با x دقیقاً معکوس روند تغییرات δ_T با x است و ازآنجاکه روند تغییرات δ_T با x صعودی است، بنابراین تغییرات h برحسب x مطابق شکل ۶-۵ نزولی خواهد بود.

همچنین چون برای یک صفحه نازک در x=0 ، δ_T=0 است، نتیجه می‌شود که در ابتدای صفحه $h\to\infty$.



شکل ۶-۵

مراحل تعیین h به صورت تحلیلی:

برای تعیین ضریب جابه‌جایی روی یک صفحه تخت به صورت تحلیلی مراحل زیر به طور خلاصه انجام می‌شود.

۱- به دست آوردن T(x, y) با حل معادلات دیفرانسیل بقا در سیال:

ابتدا معادله ممنتم در جهت x و معادله پیوستگی جهت تعیین سرعت‌های u و v حل می‌شوند.

یادداشت:

....

....

....

....

$$x-\text{mom.}: u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

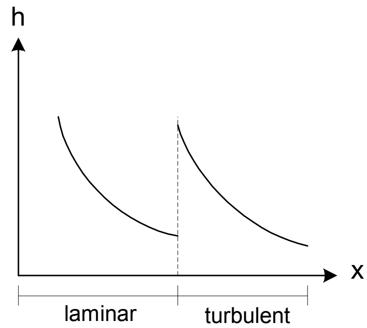
$$\text{Continuity}: \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

سپس معادله انرژی برای توزیع دما در داخل لایه مرزی حل می‌شود:

$$\text{Energy}: u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

۲- تعیین $\frac{\partial T}{\partial y}$ و به دست آوردن $h(x)$ از رابطه (II).

جریان آرام و درهم:



روابط مربوط به عدد نوسلت، ضریب اصطکاک C_f و نیز ضخامت لایه مرزی برای صفحه تخت در جریان موازی آرام و درهم به شکل زیر است:

$$Nu_x=\frac{hx}{k_f}, C_{f_x}=\frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2}$$

$$\text{Laminar}\quad , \quad C_{f_x}=0.664\,Re_x^{-\frac{1}{2}}, \frac{\delta}{x}=5\,Re_x^{-\frac{1}{2}} \quad , \quad Nu_x=0.0332\,Re_x^{1/2}\,Pr^{1/3} \quad 0.6<Pr<60$$

$$\text{Turbulent}\quad , \quad C_{f_x}=0.0592\,Re_x^{-\frac{1}{5}}, \frac{\delta}{x}=0.37\,Re_x^{-\frac{1}{5}} \quad , \quad Nu_x=0.0296\,Re_x^{4/5}\,Pr^{1/3} \quad 0.6<Pr<60$$

تشابه لایه مرزی:

ازآنجاکه h تابعی از تعداد زیادی پارامتر است و نیز با توجه به اینکه بین معادله انرژی و ممنتم در لایه مرزی تشابه زیادی وجود دارد، با استفاده از آنالیز ابعادی پارامترهای بی‌بعد معادلات زیر را می‌یابیم:

$h=h(k_f, U_\infty, \rho, C_p, \mu, x, L)$

1. $Re_x\equiv\frac{U_\infty\cdot x}{\nu}$,   عدد رینولدز

2. $Pr\equiv\frac{\nu}{\alpha}$,   عدد پرانتل

یادداشت:

....

....

....

....

عدد پرانتل، یک خاصیت ترموفیزیکی سیال است. با توجه به تعریف عدد پرانتل مشخص می‌شود که سیالاتی که لزجت بالایی دارند (مانند روغن و ...)، عدد پرانتل بزرگ‌تری داشته ($\nu > \alpha$) و در حرکت آن‌ها روی سطح، لایه مرزی هیدرودینامیکی بالاتر از لایه مرزی حرارتی قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر $\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^n$. درنتیجه برای گازها $\delta_t \approx \delta$، برای فلزات مایع $\delta \ll \delta_t$ و برای روغن $\delta_t \ll \delta$ است.

ازآنجاکه در جریان درهم نوسانات و گردابه‌های ریز، نقش اساسی در انتقال حرارت و ممنتم دارند و ماهیت سیال نقش ثانویه در این امر دارد می‌توان گفت که در جریان درهم: $\frac{\delta}{\delta_t} \approx 1$.

3. عدد نوسلت $Nu_x \equiv \frac{h \cdot x}{k_f}$

تشابه انتقال ممنتم و گرما (همسانی رینولدز (Reynolds Analogy))

$$\left.\begin{aligned} u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} &= \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \\ u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} &= \frac{1}{Re.Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \end{aligned}\right\} u^* \equiv \frac{u}{U_\infty}, v^* \equiv \frac{v}{U_\infty}, T^* \equiv \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s}, x^* \equiv \frac{x}{L}, y^* \equiv \frac{y}{L}$$

$$\mathbf{u^* = T^*}$$

$$\frac{C_{f_x}}{2} = St_x \cdot Pr^{\frac{2}{3}} \rightarrow 0.6 < Pr < 60$$

$$\frac{C_D}{2} = \overline{St} \cdot Pr^{\frac{2}{3}}$$

جریان عمود بر استوانه (اثر گرادیان فشار):

حالت (الف): ($Re_D \leq 2\times10^5$)

سرعت جریان ورودی به اندازه ای پایین باشد که گذر از آرام به درهم، در نقطه‌ای دور از جلو استوانه اتفاق بیفتد به‌طوریکه قبل از درهم شدن، جدایش پدید آید و در حقیقت لایه مرزی درهم هیچگاه بوجود نیاید. (شکل ۷-۴) (توجه شود که پس از جدایش ساختار لایه مرزی بهم خورده و اساساً لایه مرزی دیگر وجود نخواهد داشت).

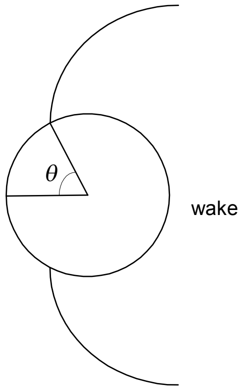
یادداشت:

....

....

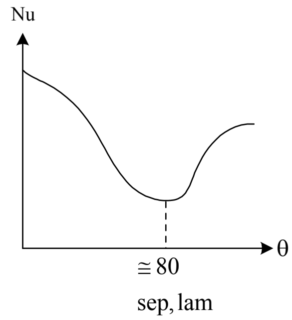
....

....



شکل ۷-۴ الف

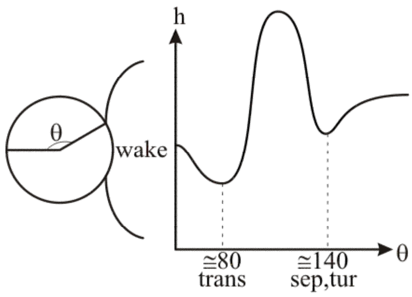
$$Nu_\theta = \frac{h(\theta)\cdot D}{k_f}$$



شکل ۷-۴ ب

حالت (ب): ($Re_D \geq 2\times10^5$)

سرعت جریان ورودی را زیاد کنیم، به‌طوریکه نقطه transition فرضی به سمت جلوی استوانه میل نماید. در این صورت transition قبل از جدایش اتفاق افتاده و جدایی به تعویق افتاده و در $\theta \sim 140^\circ$ رخ خواهد داد (شکل ۷-۵).



شکل ۷-۵

۱۷ ـ برای جریان هوا در یک شرایط خاص روی یک صفحه، توزیع دما در لایه مرزی عبارت است از:

که:

$$\frac{T-T_s}{T_\infty - T_s} = 1-\exp\left(-Pr\frac{U_\infty y}{v}\right)$$

$T_s = \text{Surface Temperature}$, $v = \text{Kinematic Viszosity}$, $Pr = \text{Prandtl No.}$

T_∞ دمای سیال، U_∞ سرعت سیال و y فاصله نقطه از روی سطح صفحه است. رابطه عدد نوسلت $Nu = \frac{hx}{k}$ برای این جریان چگونه است؟

۱) $\frac{Pr\,U_\infty}{v}x$ ۲) $\frac{Pr.x}{v}$ ۳) مقدار ثابت ۴) هیچ‌کدام

حل: گزینه ۱ درست است.

یادداشت:

....

....

....

....

$$h\left(T_s-T_\infty\right)=-k\frac{dT}{dy}\Big|_{y=0},\ \frac{T-T_S}{T_\infty-T_S}=1-\exp\left(-\frac{Pr.U_\infty}{\nu}.y\right)$$

$$\frac{h}{k}=\frac{-1}{(T_\infty-T_S)}\cdot(T_\infty-T_S)\left[-\frac{Pr.U_\infty}{\nu}\cdot\exp\left(-\frac{Pr.U_\infty}{\nu}y\right)\right]_{y=0}$$

$$\frac{h}{k}=\frac{Pr.U_\infty}{\nu}\Rightarrow Nu_x=\frac{hx}{k}=\frac{Pr.U_\infty}{\nu}x$$

توجه شود که گزینه ۲ بی‌بعد نیست.

۱۸ ـ در جریان جابه‌جایی روی یک صفحه تخت، ضخامت لایه مرزی حرارتی به پارامترهای طول و عدد پرانتل به صورت زیر مرتبط است؟

۱) $Pr^{\frac{1}{3}},x^{\frac{1}{2}}$　۲) $Pr^{\frac{-1}{3}},x^{\frac{1}{2}}$　۳) $Pr^{\frac{-1}{3}},x$　۴) $Pr^{\frac{-1}{3}},x^{\frac{-1}{2}}$

حل: گزینه ۴ درست است.

با توجه به عدد پرانتل که ممکن است بزرگ‌تر، کوچک‌تر و یا مساوی ۱ باشد، ضخامت لایه مرزی حرارتی نسبت به لایه مرزی هیدرودینامیکی تغییر می‌کند.

۱۹ ـ اگر ضریب جابه‌جایی روی جسمی با طول مشخصه L برابر h و سرعت سیال V باشد، مقدار ضریب جابه‌جایی بر روی جسم مشابه که با طول $2L$ و سرعت سیال $\frac{V}{2}$ است و در جریان مشابه و هم‌دما با حالت اول قرار دارد، کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}h$　۲) $2\,h$　۳) h　۴) $4\,h$

حل: گزینه ۱ درست است.

$$Nu=\frac{hl}{k}=Nu\left(Re,Pr\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}Re_1=\frac{VL}{\nu},Re_2=\frac{\frac{V}{2}\cdot 2L}{\nu}\Rightarrow Re_1=Re_2\\ Pr_1=Pr_2\ \text{دو سیال مشابه‌اند}\end{array}\right\}Nu_1=Nu_2$$

$$\left.\frac{hl}{k}\right)_1=\left.\frac{hl}{k}\right)_2\Rightarrow h_1l_1=h_2l_2\Rightarrow h_2=\frac{1}{2}h_1$$

۲۰ ـ بر روی صفحه تختی به طول $20m$ سیالی نیوتنی به صورت آرام جریان دارد. ضریب متوسط انتقال حرارت برابر $20\,W/m^{2\circ}C$ است. ضریب انتقال حرارت در لبه انتهایی صفحه چقدر است؟(برحسب $20\,W/m^{2\circ}C$)

۱) ۱۰　۲) ۲۰　۳) ۴۰　۴) ۴۰۰

حل: گزینه ۱ درست است.

یادداشت:

....

....

....

....

برای جریان آرام روی صفحه تخت ضریب جابه‌جایی میانگین از لبه ابتدایی تا نقطهٔ x ، دو برابر ضریب جابه‌جایی موضعی در این نقطه است.

$$\begin{aligned}\overline{Nu}_x &= \frac{\overline{h}_x . x}{k} = 0.664\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/2}\\ Nu_x &= \frac{h_x . x}{k} = 0.332\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}\end{aligned} \Rightarrow \overline{h}_x = 2h_x \Rightarrow 20 = 2h_x \Rightarrow h_x = 10 \left(W/m^2 . ^\circ C \right)$$

۲۱ ـ اگر روی صفحه تخت رابطه $\frac{\theta}{\theta_\infty} = \frac{3}{2}\left(\frac{y^2}{\delta_t} + y\right)$ که $\frac{\theta}{\theta_\infty} = \frac{T_s - T}{T_s - T_\infty}$ و δ_t ضخامت لایه مرزی حرارتی برقرار باشد، عدد نوسلت در طول صفحه:

۱) همواره ثابت خواهد بود.
۲) به صورت سهمی است.
۳) به صورت خطی افزایش می‌یابد.
۴) به صورت خطی کاهش می‌یابد.

حل: گزینه ۳ درست است.

داریم:

$$\frac{T_s - T}{T_s - T_\infty} = \frac{3}{2}\left(\frac{y^2}{\delta_t} + y\right)$$

$$\Rightarrow T_s = T - \left(T_s - T_\infty\right)\frac{3}{2}\left(\frac{y^2}{\delta_t} + y\right)$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = -\frac{3}{2}\left(T_s - T_\infty\right)\left[\frac{2y}{\delta_t} + 1\right]_{y=0}$$

$$= -\frac{3}{2}\left(T_s - T_\infty\right)$$

از طرف دیگر طبق تعریف:

$$h = \frac{-k_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

در نتیجه

$$h = \frac{3}{2}k_f$$

$$\frac{hx}{k_f} = \frac{3}{2}x \Rightarrow Nu_x \propto x$$

یادداشت:

....
....
....
....

۷ـ جابه‌جایی در جریان داخلی

قانون سرمایش نیوتن

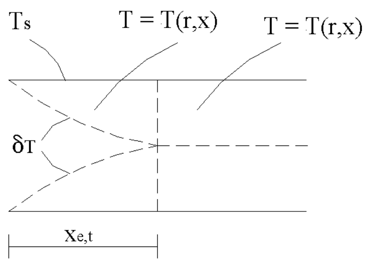
$$q''_{w,x}=h(x)(T_s-T_m)$$

$$h(x)=\frac{k_f\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R}}{T_s-T_m}$$

$$\dot{H}=\int_A C_v T\,\overbrace{\rho u dA}^{d\dot{m}}=\dot{m}C_v T_m$$

$$T_m(x)=\frac{\int_A C_v T\rho u dA}{\dot{m}C_v}$$

توسعه یافتگی حرارتی



طول ورودی حرارتی

جریان آرام:

$$\frac{x_{e,t}}{D}\cong 0.05\,Re_D\,.Pr$$

جریان درهم: طول ورودی مستقل از عدد پرانتل است و آن را حدوداً می‌توان از رابطه $10<\frac{x_e}{D}<60$ به‌دست آورد.

توزیع دما

$$\frac{T(r,x)-T_s(x)}{T_m(x)-T_s(x)}=f(r)$$

یادداشت:

....

....

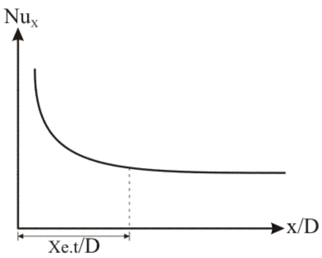
....

....

ضریب جابجائی

$$\frac{h}{k_f}=\frac{\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R}}{T_m-T_s}=cte\neq f(x)$$

با توجه به گسترش لایه مرزی حرارتی از ابتدای لوله، روند تغییرات عدد نوسلت در امتداد طول لوله را می‌توان مطابق نمودار نشان داد.



روابط عدد نوسلت

-جریان آرام($Re_D<2300$):

$Nu_D=3.66$ دمای سطح ثابت

$Nu_D=4.36$ شارحرارتی ثابت

-جریان درهم($Re_D>2300$):

$$Nu_D=Nu_D(Re,Pr)$$
$$=0.023\,Re_D^{\frac{4}{5}}\cdot Pr^n\begin{cases}n=0.4\rightarrow heating(T_s>T_m)\\ n=0.3\rightarrow cooling(T_s<T_m)\end{cases}$$

ملاحظات قانون اول ترمودینامیک

معادله دیفرانسیل حاکم بر توزیع دما $T_m(x)$

$$q''Pdx=\dot{m}C_p(T_{m_{x+dx}}-T_{m_x})\Rightarrow\frac{dT_m}{dx}=\frac{q''P}{\dot{m}C_p}$$

دمای سطح ثابت:

$$\Rightarrow\frac{T_m(x)-T_s}{T_{m,i}-T_s}=\exp\left(-\frac{\bar{h}P}{\dot{m}C_p}x\right)$$

$$q=\dot{m}C(T_{m,o}-T_{m,i})\rightarrow(II)$$

$$q=hA_p\Delta T_{lm}\quad,\quad A_p=\pi DL$$

یادداشت:

....

....

....

....

$$\Delta T_{lm} \equiv \frac{\Delta T_i - \Delta T_o}{\ln \Delta T_i / \Delta T_o} \begin{cases} \Delta T_i = T_s - T_{m,i} \\ \Delta T_o = T_s - T_{m,o} \end{cases}$$

شارحرارتی ثابت:

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q''P}{\dot{m}C_p} = cte$$

$$T_m(x) = T_{m,i} + \frac{q''P}{\dot{m}C_p} \cdot x$$

۲۲ ـ در یک لوله که جریان سیال آرام است (طول لوله خیلی بزرگتر از قطر آن است، $L >> D$)، اگر دمای بدنه لوله را ثابت نگه داریم کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد عدد نوسلت درست است؟

۱) عدد نوسلت با افزایش طول لوله کاهش می‌یابد.

۲) عدد نوسلت با افزایش طول لوله افزایش می‌یابد.

۳) عدد نوسلت با افزایش طول لوله تغییر چندانی نمی‌کند و تقریباً ثابت است.

۴) عدد نوسلت ابتدا کاهش و با افزایش بیشتر طول لوله افزایش می‌یابد.

حل: گزینه ۳ درست است.

از این که طول لوله نسبت به قطر آن زیاد است می‌توان حدس زد که جریان از لحاظ حرارت توسعه یافته است.

۲۳ ـ هوای $40^\circ C$ با عدد رینولدز 10^6 وارد یک لوله به قطر $1cm$ و طول $7\ cm$ می‌شود. اگر دمای جداره لوله $15^\circ C$ باشد دمای هوا در مرکز لوله و هنگام خروج از لوله برحسب $^\circ C$ برابر کدام‌یک از مقادیر زیر است؟

۱) 15 ۲) 40 ۳) بیشتر از 15 ۴) کمتر از 40

حل: گزینه ۲ درست است.

برای جریان درهم داریم:

$$\frac{x_{fd,t}}{D} \approx 10-60 \quad \Rightarrow \quad x_{fd,t} \approx 10 \times D = 10\,cm$$

بنابراین طول ورودی حداقل 10cm است و به ازاء 7 cm طول لوله جریان هنوز از لحاظ حرارتی در حال توسعه است.

۲۴ ـ از داخل لوله‌ای مدور سیالی به صورت آرام جریان دارد که توزیع دما در آن به صورت مقابل است: $\frac{T - T_s}{T_m - T_s} = 2(1 - \frac{r^2}{R^2})$ **که T دمای سیال در شعاع r و T_s دمای دیواره و T_m دمای سیال در مرکز لوله است. R شعاع داخلی لوله می‌باشد. اگر عدد نوسلت به صورت زیر تعریف شود:**

$$Nu = \frac{hR}{k}$$

مقدار عدد نوسلت در حالت پایا چقدر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

یادداشت:

....
....
....
....

حل: گزینه ۴ درست است.

$$h\left(T_s - T_m\right) = +k\,\partial T\Big/\partial r\Big|_{r=R} \Rightarrow \frac{hR}{k}\left(T_s - T_m\right) = +R\,\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=R}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=R} = 2\left(T_m - T_s\right)\left(-\frac{2r}{R^2}\right)\Big|_{r=R} = -\frac{4r\left(T_m - T_s\right)}{R^2}\Big|_{r=R} = \frac{-4\left(T_m - T_s\right)}{R} \Rightarrow \boxed{\frac{hR}{k} = 4}$$

۲۵ ـ در حرکت آرام توام با انتقال حرارت سیال در داخل یک کانال در حالت‌کاملاً توسعه یافته عدد نوسلت تابع چه عواملی است؟

۱) شکل هندسی کانال و شرط مرزی حرارتی

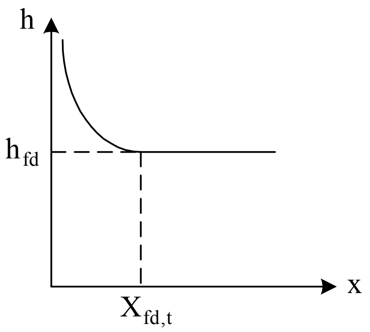
۲) شکل هندسی کانال، شرط مرزی حرارتی و عدد رینولدز

۳) شکل هندسی کانال، شرط مرزی حرارتی و عدد پرانتل

۴) شکل هندسی کانال، شرط مرزی حرارتی و عدد پرانتل و عدد رینولدز

حل: گزینه ۱ درست است.

هنگامی که سیالی به صورت آرام در داخل کانالی جریان دارد و انتقال حرارت صورت می‌گیرد در شرایط توسعه یافته "h" عددی ثابت و مستقل از x می‌باشد و نمودار آن به صورت زیر است:



بنابراین Nu در داخل کانال عددی ثابت است اما در شرایط مرزی مختلف مقدار این عدد تغییر می‌کند. مثلاً هنگامی که شار گرمایی ثابت وجود دارد $Nu_D = 4.36$ است اما برای شرط مرزی $T_s = const$، عدد نوسلت $Nu_D = 3.66$ است.

۲۶ ـ برای فلزات مذاب در حرکت توام، با انتقال حرارت در اوایل کانال کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) از نظر حرارتی و هیدرودینامیکی در حال توسعه است.

۲) از نظر حرارتی و هیدرودینامیکی توسعه یافته است.

۳) از نظر حرارتی توسعه یافته و از نظر هیدرودینامیکی در حال توسعه است.

۴) از نظر هیدرودینامیکی توسعه یافته و از نظر حرارتی در حال توسعه است.

حل: گزینه ۳ درست است.

باتوجه به اینکه عدد پرانتل برای فلزات مذاب خیلی کوچک‌تر از یک می‌باشد و

$$\left[\frac{x_{fd,h}}{D}\right]_{lam} \approx 0.05\,Re_D$$

یادداشت:

....

....

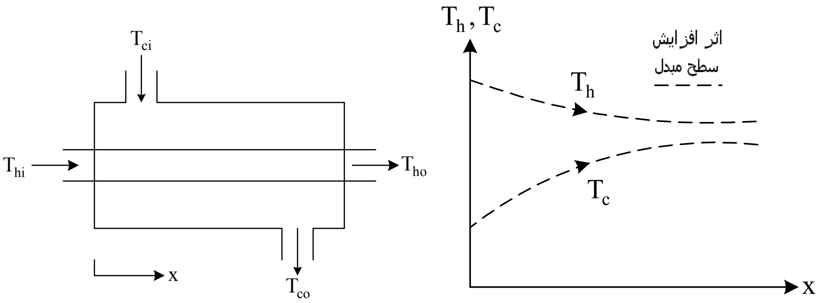
....

....

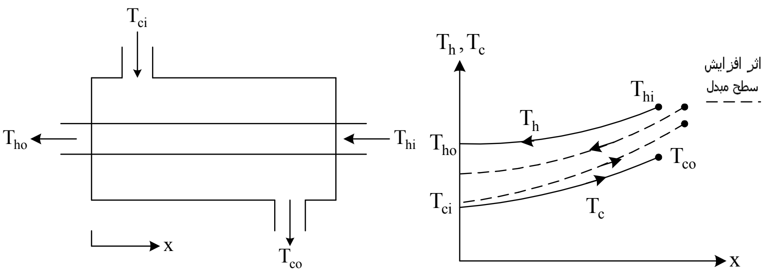
۸ـ مبدل‌های حرارتی

مبدل های شاخص

جریان موازی



جریان مخالف



قانون‌اوّل

$$q_h = q_c$$
$$(\dot{m}C)_h(T_{hi} - T_{ho}) = (\dot{m}C)_c(T_{co} - T_{ci})$$

روش LMTD

$$q = UA\Delta T_{lm}$$

$$\Delta T_m = \Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \Delta T_1 / \Delta T_2}$$

جریان موازی $\Delta T_1 = T_{hi} - T_{ci}$ ، $\Delta T_2 = T_{ho} - T_{co}$

جریان مخالف $\Delta T_1 = T_{hi} - T_{co}$ ، $\Delta T_2 = T_{ho} - T_{ci}$

یادداشت:

....

....

....

....

برای یک مبدل حرارتی جریان مخالف با نرخ ظرفیتهای گرمایی برابر $C_h=C_c$:

$\Delta T_{lm}=\Delta T_1=\Delta T_2$

روش Effectiveness -NTU

$$\varepsilon = f(NTU, C_r)$$

$$\varepsilon \equiv \frac{q}{q_{max}}$$

$$\begin{cases} \varepsilon = \dfrac{C_h(T_{hi}-T_{ho})}{C_{min}(T_{hi}-T_{ci})} \\ \varepsilon = \dfrac{C_c(T_{co}-T_{ci})}{C_{min}(T_{hi}-T_{ci})} \end{cases} \rightarrow q = \varepsilon C_{min}(T_{hi}-T_{ci})$$

$$NTU \equiv \frac{UA}{C_{min}}, C_r \equiv \frac{C_{min}}{C_{max}}, C_{max} = \max\{C_c, C_h\}$$

۲۷ ـ منظور از NTU، نسبت حاصلضرب ...... می‌باشد.

۱) سطح در ضریب هدایت کلی به گرمای ویژه

۲) ضریب هدایت خارجی به گرمای ویژه سیال مینیمم

۳) ضریب هدایت داخلی به گرمای ویژه سیال ماکزیمم

۴) سطح در ضریب هدایت کلی به حاصلضرب گرمای ویژه در دبی جرمی مینیمم

حل: گزینه ۴ درست است.

$$NTU = \frac{UA}{C_{min}}$$

۲۸ ـ اگر برای یک مبدل معین $\frac{C_{min}}{C_{max}} = 0$ باشد، کدام عبارت وضعیت مبدل را بهتر بیان می‌نماید؟

۱) $NTU = 1$

۲) مبدل ایده آل است.

۳) در مبدل تغییر فاز رخ می‌دهد.

۴)روابط $\varepsilon - NTU$ مستقل از دما می‌باشند.

حل: گزینه ۳ درست است.

$\frac{C_{min}}{C_{max}} = 0$ معمولاً در کندانسور و دیگ بخار رخ می‌دهد که در آن تغییر فاز صورت می‌گیرد.

۲۹ ـ در یک مبدل حرارتی آب بوسیله بخار فوق اشباع در حال جوشش است. مقاومت کنترل کننده حرارت:

۱) آب در حال جوش می‌باشد

۲) بخار فوق اشباع می‌شود

۳)دیواره تماس دو سیال می‌باشد

۴) مقاومت های حرارتی تقریباً برابر هستند

حل: گزینه ۲ درست است.

یادداشت:

....

....

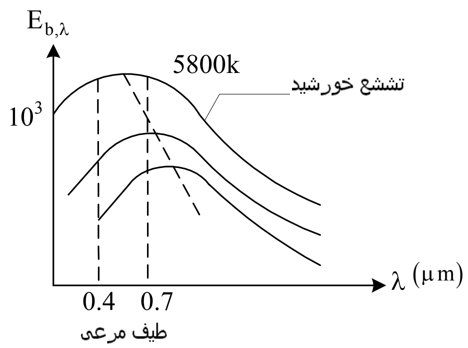
....

....

مقاومت کنترل کننده در حقیقت مقاومت حاکم بر سیستم است. باتوجه به این‌که آب در حال جوشش دارای h بسیار بزرگی است بنابراین مقاومت ناشی از آن $\left(\frac{1}{h_w}\right)$ خیلی کوچک خواهد بود. بنابراین مقاومت موثر، ناشی از بخار فوق اشباع است.

۹ـ تابش

تابش جسم سیاه



$$E_{b,\lambda}(\lambda,T)=\frac{C_1}{\lambda^5\left[\exp\left(C_2/\lambda T\right)-1\right]}\rightarrow (I)$$

$$C_1=3.742\times10^8\ W\mu m^4/m^2$$

$$C_2=1.439\times10^4\ \mu m.K$$

$$\lambda_{max}\cdot T=C_3$$

$$C_3=2897.8\mu m.K\cong 2900\mu m.K$$

$$E_b=\int_0^\infty E_{b,\lambda}(\lambda,T)d\lambda=\sigma T^4$$

$$\sigma=5.67\times10^{-8}\ W/m^2K^4$$

ضریب گسیل طیفی

$$\varepsilon_\lambda=\frac{E(\lambda,T)}{E_b(\lambda,T)}$$

$$\varepsilon=\frac{E(T)}{E_b(T)}=\frac{\int_0^\infty E_{\lambda,T}d\lambda}{E_b(T)}=\frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{b,\lambda}d\lambda}{\int_0^\infty E_{b,\lambda}d\lambda}$$

یادداشت:

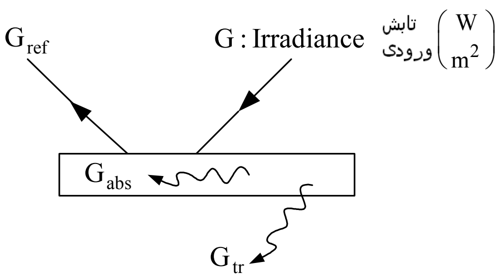
....

....

....

....

جذب ، انعکاس و عبور از یک سطح



$$G = G_{abs} + G_{ref} + G_{tr} \xrightarrow{/G}$$
$$1 = \alpha + \rho + \tau$$

$$\alpha \equiv \frac{G_{abs}}{G}$$

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda}$$

قضیه دوم کرشهف

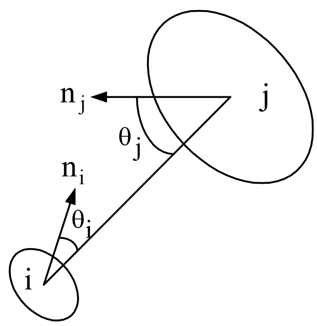
می‌توان نشان داد که اگر جسم جاذب و گسیل کننده دیفیوز باشد، آنگاه: $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$.

سطح خاکستری (Gray Surface)

سطح خاکستری سطحی است که ضریب جذب و ضریب گسیل آن به طول موج بستگی نداشته باشد و در نتیجه برای چنین جسمی $\alpha = \varepsilon$

ضریب شکل تشعشعی

ضریب شکل F_{ij} به صورت کسری از تشعشع خروجی دیفیوز از سطح i که به‌طور مستقیم به سطح j می رسد، تعریف می‌شود.



یادداشت:

قاعده های ضریب شکل:

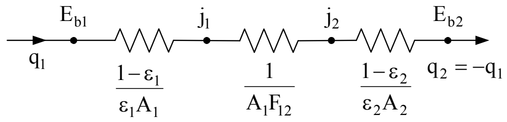
قاعده تقابل (Reciprocity Rule)

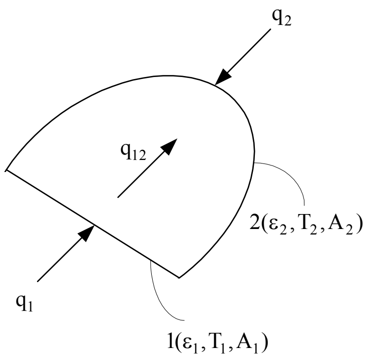
$$A_iF_{ij} = A_iF_{ii}$$

قاعده جمع (Summation Rule)

$$\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1$$

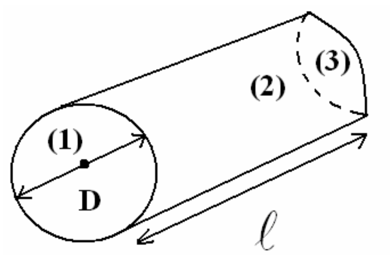
روش آنالوژی الکتریکی برای محفظه های دو سطحی





$$q_{12} = q_1 = -q_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

۳۰ ـ اگر در شکل مقابل مقدار $F_{13} = 0.17$ باشد مقدار F_{21} به کدام‌یک از مقادیر نزدیک‌تر است؟ $(L = D)$



۱) 1

۲) 0.83

۳) 0.5

۴) 0.21

یادداشت:

....
....
....
....

حل: گزینه ۴ درست است.

$$\cancelto{0}{F_{1-1}} + F_{1-2} + F_{1-3} = 1$$
$$\to \quad F_{1-2} = 1 - F_{1-3} = 1 - 0.17 = 0.83$$

$$F_{2-1} = \frac{A_1}{A_2} F_{1-2} = \frac{\pi D^2/4}{\pi D^2} \times 0.83 \cong \frac{0.83}{4} \approx 0.21$$

۳۱ـ سطح سیاهی در دمای 1000 کلوین، را در نظر بگیرید اگر تشعشع واحد سطح در واحد زمان این جسم در تمام طول موج‌ها و در تمام فضای نیم‌کره اطراف سطح $e_1 \frac{w}{m^2}$ باشد. و یک سطح خاکستری در 2000 کلوین و ضریب تشعشع 0.05 دارای مقدار تشعشع در واحد سطح در واحد زمان در تمام طول موج‌ها و تمام فضای نیم‌کره $e_2 \frac{w}{m^2}$. کدام‌یک از روابط زیر صحیح است؟

۱) $e_1 = \frac{1}{1.6} e_2$ ۲) $e_1 = 0.8 e_2$ ۳) $e_1 = \frac{2}{1.6} e_2$ ۴) $e_1 = 1.6 e_2$

حل: گزینه ۳ درست است.

$$e_1 = \sigma T_1^4$$
$$e_2 = \varepsilon_2 \sigma T_2^4$$
$$\Rightarrow \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{1}{\varepsilon_2}\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = \frac{1}{\varepsilon_2} \times \left(\frac{1}{16}\right)$$
$$e_1 = \frac{20}{16} e_2$$

۳۲ـ در صورتی که ضریب دید تشعشعی بین دو صفحه بالا و پایین یک مکعب برابر $\frac{1}{4}$ باشد ضریب دید صفحه بالایی مکعب با یکی از صفحات جانبی چقدر می‌باشد؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{3}{16}$ ۳) $\frac{3}{8}$ ۴) $\frac{1}{8}$

حل: گزینه ۲ درست است.

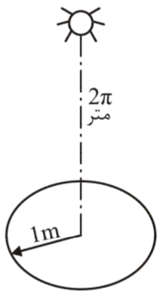
طبق قاعده جمع:

$$F_{1-1} + F_{1-2} + 4F_{1-s} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4} + 4F_{1-s} = 1$$
$$\Rightarrow \quad F_{1-s} = \frac{3}{16}$$

یادداشت:

....
....
....
....

۳۳ـ لامپ روشنایی در سقف یک اتاق بالای یک میز به شعاع 1 متر قرار دارد. فاصله مرکز میز تا لامپ (2π) =متر است. نرخ دریافت روشنایی توسط میز از لامپ با کدام یک از اعداد زیر متناسب است؟



۱) $\frac{\pi}{2}$
۲) $\frac{2}{\pi}$
۳) $\frac{1}{4\pi}$
۴) $\frac{1}{2\pi}$

حل: گزینه ۳ درست است.

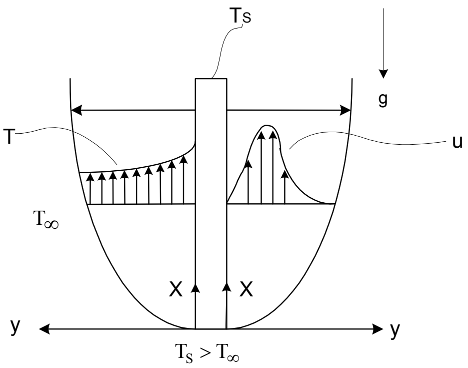
زاویه فضایی که میز نسبت به لامپ می‌سازد عبارت است از:

$$\omega=\frac{A}{S^2}=\frac{\pi(1)^2}{(2\pi)^2}=\frac{1}{4\pi}$$

تابش دریافتی با زاویه فضایی متناسب است پس گزینه ۳ درست است.

۱۰ـ جابه‌جایی طبیعی

مسئله شاخص: صفحه عمودی



معادله $x-\text{moment}$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=g\beta(T-T_\infty)+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

ترم اول سمت راست معادله ناشی از نیروی شناوری است. (β ضریب انبساط حجمی سیال است).

از آنجا که در جابه‌جایی طبیعی، در جریان آزاد سرعت نداریم، لذا استفاده از عدد رینولدز بی معنی است. بنابراین عدد بی‌بعد دیگری که همانند نقش Re را در جابه‌جایی اجباری دارد، یعنی عدد گراشف (Grashoff)، را به‌کار می‌بریم:

$$Gr=\frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2},\Delta T=T_s-T_\infty$$

یادداشت:

....
....
....
....

اختلاف دما، ΔT، در این عدد عامل اصلی ایجاد حرکت می‌باشد.

هنگامی‌که اثرات جابه‌جایی اجباری قابل صرفنظر کردن باشد:

$$Nu = Nu(Pr, Gr)_x = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}} G(Pr)$$

رابطه بالا هنگامی صادق است که لایه مرزی ایجاد شده آرام باشد.

در بسیاری از مسایل انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد حاصل‌ضرب $Gr.Pr$ با هم در عبارت عدد نوسلت ظاهر می‌شوند. این تعریف یک عدد بدون بعد به نام عدد رایلی می‌باشد (Rayleigh). بنابراین در بسیاری از موارد روابط گروهی در جابه‌جایی آزاد به شکل $Nu = Nu(Ra)$ می‌باشد.

۱۱ـ جوشش

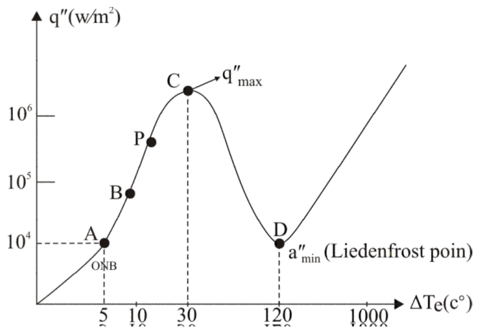
پارامترهای بدون بعد مهم

عدد ژاکوب (Jackob) و عدد باند (Bond) بوده که به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$Ja \equiv \frac{C_p \Delta T}{h_{fg}} \quad , \quad Bo \equiv \frac{g \Delta \rho L^2}{\sigma}$$

عدد ژاکوب را می‌توان نسبت انرژی محسوس $(C_p \Delta T)$ به انرژی نهان و عدد باند را می‌توان نسبت نیروهای شناوری به نیروی ناشی از کشش سطحی در نظر گرفت.

رژیم‌های مختلف انتقال حرارت در جوشش استخری



شکل ۱۲-۱ حالت‌های مختلف در منحنی جوشش

- جوشش جابه‌جائی آزاد (Free Convection) $\Delta T_e \le 5°C$
- جوشش هسته‌ای (Nucleate) $5°C < \Delta T_e \le 30°C$
- جوشش گذار $(Transition)$ $30° C \le \Delta T_e \le 120° C$
- جوشش لایه‌ای $\Delta T_e \ge 120° C, (Film)$

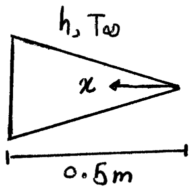
یادداشت:

....
....
....
....

۳۴ـ توزیع دما در حالت پایا در یک پره مثلثی مطابق شکل عبارت است از $T(x)=300+4x^2$ ، T بر حسب $^\circ C$ است. میزان انتقال حرارت آن چند w است؟

$A=$ سطح مقطع پایه پره $=1m^2$

$k=0.5 \quad \frac{w}{m.^\circ C}$



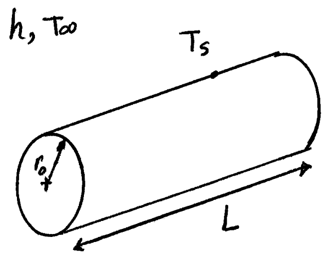
۱) -2

۲) -4

۳) -3

۴) -6

۳۵ـ استوانه به شعاع r_0 در محیطی به دمای T_∞ و ضریب انتقال حرارت h قرار دارد. اگر تولید حرارت داخلی در واحد حجم برابر $\dot{q}=\dot{q}_0\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$ باشد، دمای سطح استوانه برابر است با:



۱) $T_s=T_\infty+\frac{\dot{q}_0 r_0}{3h}$

۲) $T_s=T_\infty+\frac{\dot{q}_0 r_0}{2h}$

۳) $T_s=T_\infty+\frac{\dot{q}_0 r_0}{6h}$

۴) $T_s=T_\infty+\frac{\dot{q}_0 r_0}{4h}$

۳۶ـ دمای دو طرف دیواری T_0 و T_1 است. اگر یکبار دیوار از جنسی با، ثابت $=K_1=K_0$ و بار دیگر از جنسی با $K_2=K_0(1+\alpha T)$ که $\alpha<0$ استفاده شود، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $q_1=q_2$

۲) $q_1>q_2$

۳) $q_2>q_1$

۴) با این اطلاعات نمی‌توان پاسخ گفت.

۳۷ـ برای یک صفحه تخت در جریان آرام و دمای سطح ثابت کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\frac{C_f}{2}=C\,Re_x^{0.8}$

۲) $\frac{C_f}{2}=C\,Re_x^{-\frac{1}{2}}Pr^{-\frac{1}{3}}$

۳) $\frac{C_f}{2}=C\,Re_x^{-\frac{1}{2}}$

۴) $\frac{C_f}{2}=C\,Re_x^{-0.1}$

۳۸ـ در انتقال حرارت داخل لوله در جریان آرام، عدد نوسلت در شار حرارتی ثابت .... از عدد نوسلت در دمای دیواره ثابت است.

۱) همواره کمتر

۲) همواره بیشتر

۳) تا قبل از ناحیه کاملاً توسعه یافته بیشتر

۴) تا قبل از ناحیه کاملاً توسعه یافته کمتر

یادداشت:

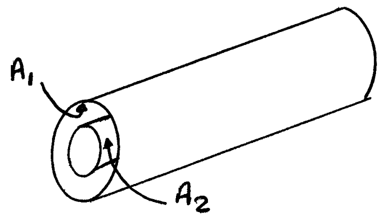
....

....

....

....

۳۹ ـ دو استوانه داخل یکدیگر را مطابق شکل در نظر بگیرید. اگر A_1 سطح داخلی استوانه بزرگ و A_2 سطح خارجی استوانه دیگر باشد و A_3 صفحه تختی که در دو انتهای استوانه قرار دارد باشد. F_{3-3} برابر است با: (A_3 قاعده استوانه بزرگتر)



۱) $F_{3-3} = \dfrac{A_2}{2A_3}\left(1-\dfrac{A_1}{A_2}F_{1-2}\right)$

۲) $F_{3-3} = \dfrac{A_1+A_2}{2A_3}\left(1-\dfrac{A_1}{2A_3}\right)(2F_{1-2}+F_{1-1})$

۳) $F_{3-3} = 1-\dfrac{A_1+A_2}{2A_3}+\dfrac{A_1}{2A_3}(2F_{1-2}+F_{1-1})$

۴) $F_{3-3} = \dfrac{1}{A_1+A_3}(A_1F_{1-2}+A_3F_{3-2})$

۴۰ ـ کدام گزینه صحیح است؟

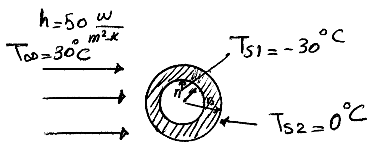
۱) پره‌ای ایده‌آل پره‌ای است که طول و عرض آن مساوی باشد.

۲) راندمان پره زمانی حداکثر می‌شود که طول پره به سمت صفر میل کند.

۳) شیب دما در یک پره با سطح مقطع ثابت در نزدیک پایه بیشتر از شیب دما در انتهای پره است.

۴) راندمان یک پره به خواص فیزیکی ماده سازنده پره ارتباطی ندارد.

۴۱ ـ کره‌ای به شعاع داخلی $r_1 = 0.0015\ \text{m}$ و ضریب هدایت حرارتی $k = 1.5\ \dfrac{\text{w}}{\text{m}-\text{k}}$ مطابق شکل در معرض سیالی با دمای $T_\infty = 30^\circ\text{C}$ و $h = 50\dfrac{\text{w}}{\text{m}^2\text{k}}$ قرار گرفته است. اگر دمای سطح داخلی کره برابر -30°C و دمای سطح خارجی آن 0°C باشد، ضخامت کره چند میلی‌متر است؟



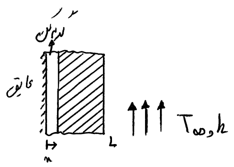
۱) 4 ۲) 5

۳) 6 ۴) 3

۴۲ ـ یک مدل حرارتی دو لوله با جریان مختلف‌الجهت برای گرم کردن آب از 20 تا 40°C از طریق سرمایش روغن از 90 تا 55°C به کار برده می‌شود. مبدل برای انتقال حرارت کل 59 kw با ضریب کلی انتقال حرارت $240\ \dfrac{\text{w}}{\text{m}^2.^\circ\text{C}}$ طراحی شده است. سطح تبادل حرارت چند m^2 است؟ $\ln(1.428) = 0.356$

۱) 4.11 ۲) 3.23 ۳) 5.76 ۴) 2.09

۴۳ ـ گرم‌کن برقی به ابتدای صفحه‌ای متصل است و انتهای صفحه در تماس با سیالی با دمای T_∞ و ضریب هدایت جابجایی h می‌باشد. صفحه در دمای محیط می‌باشد و به طور ناگهانی گرم‌کن روشن می‌شود تا شار ثابت q''_0 را تامین کند. توزیع شار حرارتی در $x = L$ کدام است؟



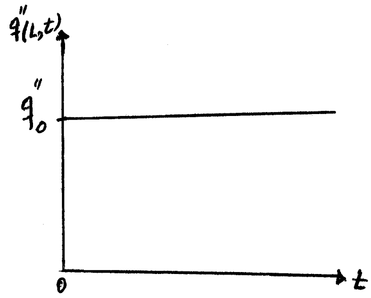
یادداشت:

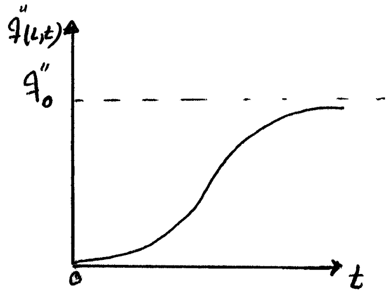
....

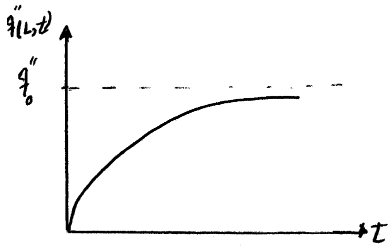
....

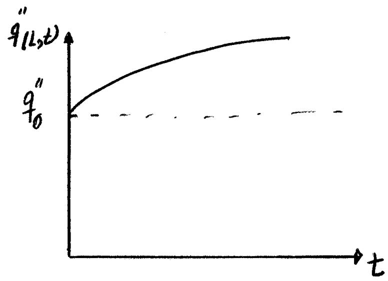
....

....

۱) 

۲) 

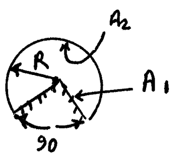
۳) 

۴) 

۴۴ ـ جریان گازی درون یک لوله را در نظر بگیرید. اگر جریان آرام باشد. طول‌های ورودی هیدرودینامیکی و گرمایی چگونه با هم رابطه دارند؟

۱) طول ورودی هیدرودینامیکی بزرگتر است.
۲) طول ورودی گرمایی بزرگتر است.
۳) با هم برابرند
۴) با این معلومات نمی‌توان نظر داد.

۴۵ ـ ضریب شکل F_{2-1} در استوانه‌ای با شعاع R و طول L مطابق شکل برابر است با:



۱) $\frac{2}{3\pi}$
۲) $\frac{8}{3\pi}$
۳) $\frac{4}{3\pi}$
۴) $\frac{1}{3\pi}$

۴۶ ـ یک صفحه بسیار نازک داغ به ابعاد $1\times 1\text{m}$ به‌طور افقی در معرض جریان سیال سرد قرار دارد. برای نگهداشتن صفحه در مقابل جریان هوا نیروی افقی 10 N صرف می‌شود. فشار دینامیکی جریان 100 Pa و عدد Re برابر 10^4 و نسبت $\frac{\nu}{\alpha}$ سیال‌تقریباً برابر یک اندازه‌گیری شده است. عدد Nu متوسط برای این جریان چقدر است؟

۱) 200
۲) 300
۳) 400
۴) 500

یادداشت:

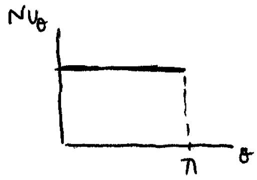
....

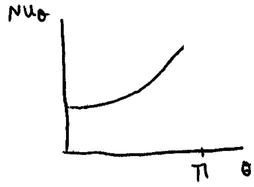
....

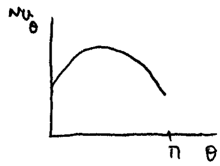
....

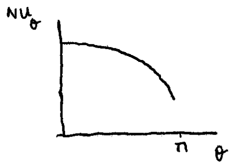
....

۴۷ـ جریان جابه‌جایی آزاد و آرام روی استوانه افقی بلند مورد نظر است. توزیع عدد Nu موضعی برحسب زاویه θ نشان داده شده در شکل کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


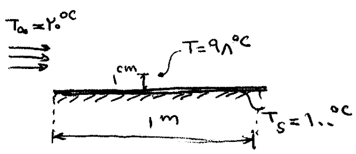
۴۸ـ در یک استوانه توپر بلند که تولید حرارت داخلی یکنواخت $100\ \frac{W}{m^3}$ در آن‌صورت می‌گیرد توزیع دمای تقریبی در حالت دائم $T(k) = ar^2 + 500$ به‌دست آمده است که r فاصله شعاعی از محور استوانه است و a یک ضریب ثابت است. ضریب هدایت جنس استوانه $K = 20\ \frac{W}{mK}$ است. اندازه a چه مقدار باید باشد؟

۱) -2
۲) $-\frac{3}{2}$
۳) $-\frac{5}{4}$
۴) قابل تعیین نیست.

۴۹ـ در مقایسه روش‌های اختلاف محدود ضمنی و صریح در حل مسائل هدایت گذرا کدام گزینه صحیح نیست؟

۱) روش ضمنی نیاز به شرط پایداری ندارد.
۲) در روش صریح، تعیین دمای یک گره مستقل از دماهای بقیه گره‌ها در زمان حاضر انجام می‌گیرد.
۳) در روش ضمنی می‌توان از گام‌های زمانی محاسباتی بسیار بزرگتری (نسبت به روش صریح) استفاده کرد.
۴) انتخاب گام‌های زمانی در هر دو روش می‌تواند مستقل از فاصله بین گره‌ها انجام گیرد.

۵۰ـ هوا به دمای $20^\circ C$ از روی سطح صاف به دمای ثابت $T_s = 100^\circ C$ و طول 1 m عبور می‌کند در فاصلهٔ x از ابتدای صفحه دما داخل لایه مرزی و در 1 cm بالای صفحه برابر $98^\circ C$ اندازه‌گیری شده است. در این فاصله x عدد نوسلت محلی‌تقریباً چقدر است؟



۱) 2.5
۲) 3
۳) 1.5
۴) 4

یادداشت:

....
....
....
....

۵۱ ـ معادله حاکم بر توزیع دمای یک فین با سطح مقطع ثابت A_C و محیط P در معرض جابه‌جایی h و T_∞ کدام است؟

$$\left(m=\sqrt{\frac{hp}{kA_C}} \quad , \quad \theta = T - T_\infty \right)$$

۱) $\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$ ۲) $\frac{d^2\theta}{dx^2} - m\theta = 0$ ۳) $\frac{d^2\theta}{dx^2} + m^2\theta = 0$ ۴) $\frac{d^2\theta}{dx^2} + m\theta = 0$

۵۲ ـ با فرض دائم بودن انتقال حرارت و عدم وجود تولید حرارت داخلی، اگر ضریب هدایت حرارتی یک استوانه توپر بلند ... آنگاه توزیع درجه حرارت شعاعی در استوانه خطی خواهد بود.

۱) با r متناسب باشد. ۲) ثابت باشد.

۳) با معکوس r متناسب باشد. ۴) با معکوس r^2 متناسب باشد.

۵۳ ـ لوله‌ای طویل به شعاع داخلی r_i و شعاع خارجی r_o را مطابق شکل در نظر بگیریم. جنس لوله طوری است که ضریب هدایت آن از رابطه $k = aT$ تبعیت می‌کند (T دما و a ثابت است). مقاومت حرارتی واحد طول این لوله در شرایط دائم کدام است؟

نکته :

۱)

$$\frac{\ln\frac{r_o}{r_i}}{2a\pi(T_1+T_2)}$$

۲)

$$\frac{2\ln\frac{r_o}{r_i}}{a\pi(T_1+T_2)}$$

نکته :

۳)

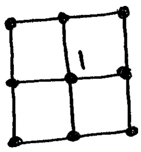
$$\frac{\ln\frac{r_o}{r_i}}{2a\pi}$$

نکته :

۴)

$$\frac{\ln\frac{r_o}{r_i}}{a\pi(T_1+T_2)}$$

۵۴ ـ در جسم جامد شکل زیر انتقال حرارت دوبعدی به وضعیت پایا رسیده است اگر دمای تمامی گره‌های اطراف گره 1 همگی معادل $65^\circ C$ بوده و میزان تولید حرارت در واحد حجم جسم معادله $\dot{q} = 1000\ \frac{KW}{m^3}$ باشد دمای گره 1 چقدر است؟



$\Delta x = \Delta y = 2\,cm$

$K = 20\ \frac{W}{m^\circ C}$

۱) 67.5 ۲) 70

۳) 72.5 ۴) 75

یادداشت:

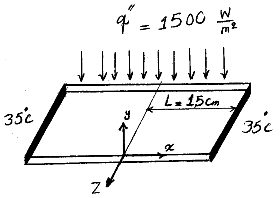
....

....

....

....

۵۵ ـ صفحه‌ای به طول 30 cm، عرض 10 cm و ضخامت 5 mm را در نظر بگیرید. سطح پایین صفحه عایق است و سطح بالایی آن تحت شار حرارتی ثابت $q'' = 1500\ \frac{W}{m^2}$ قرار دارد. دو طرف صفحه در دمای $35^\circ C$ ثابت نگه داشته می‌شوند. ضریب هدایت حرارتی صفحه $K = 300\ \frac{W}{m^\circ C}$ است. دمای خط وسط صفحه $(x = 0)$ چقدر است؟ (راهنمایی: جسم را در راستای z , y یکپارچه فرض کنید و توزیع دما را فقط در راستای x در نظر بگیرید)



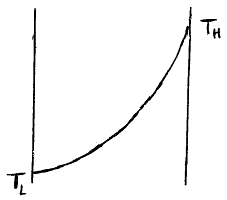
۱) $41.5^\circ C$ ۲) $43.75^\circ C$

۳) $46.25^\circ C$ ۴) $48.5^\circ C$

۵۶ ـ میله‌ای به شعاع 15 cm و ضریب هدایت حرارتی $75\ \frac{W}{m^\circ C}$ را در نظر بگیرید. بر اثر عبور جریان الکتریسیته، حرارتی به میزان $1\ \frac{MW}{m^3}$ در درون میله تولید می‌شود. دمای سطح میله $35^\circ C$ است. دمای مرکز آن چقدر است؟

۱) $90^\circ C$ ۲) $100^\circ C$ ۳) $110^\circ C$ ۴) $120^\circ C$

۵۷ ـ منحنی توزیع دما در یک دیوار با طول زیاد و ضخامت L، در حالت پایا، بدون منبع حرارت داخلی به صورت شکل مقابل است. کدام گزینه در مورد ضریب هدایت حرارتی K دیوار صحیح است؟



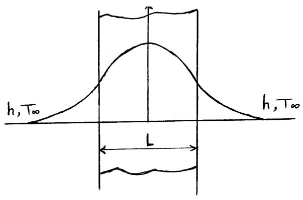
۱) با افزایش دما K زیاد می‌شود.

۲) با کاهش دما K زیاد می‌شود.

۳) K تابع دما نیست.

۴) با اطلاعات داده شده روی شکل نمی‌توان در مورد تغییرات K با دما قضاوت کرد.

۵۸ ـ تغییرات دمای جسمی مطابق شکل زیر است. در مورد عدد $Bi = \frac{hL}{K}$ می‌توان گفت ....



۱) $Bi \simeq 1$ ۲) $Bi \simeq 0.1$

۳) $Bi > 0.1$ ۴) $Bi < 0.1$

۵۹ ـ حالت انتقال حرارت جابه‌جایی مخلوط (Mixed Convection) در چه مواقعی رخ می‌دهد؟

۱) $\frac{Gr_L^2}{Re_L} \simeq 1$ ۲) $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \simeq 1$ ۳) $\frac{Gr_L}{Re_L^4} \simeq 1$ ۴) $\frac{Gr_L^4}{Re_L} \simeq 1$

یادداشت:

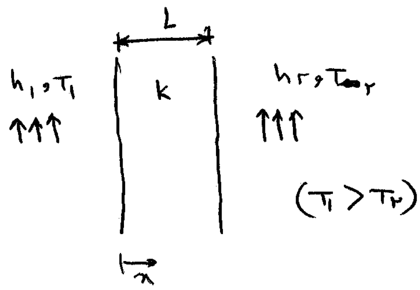
....

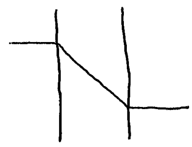
....

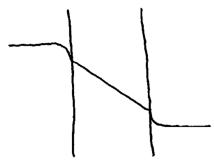
....

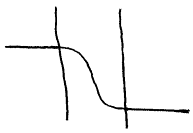
....

۶۰ـ دو طرف یک دیواره با خواص ثابت و بدون تولید انرژی داخلی، سیال‌هایی با دماهای T_1 و T_2 $(T_1 > T_2)$ و ضرایب جابه‌جایی h_1 و h_2 قرار دارند (مطابق شکل). کدام گزینه توزیع دما را به‌طور صحیح نشان می‌دهد؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۶۱ـ انتقال حرارتی که از پایه یک فین بسیار بلند به مقطع دایره عبور می‌کند به اندازه 100 W تخمین زده شده است. اگر قطر این فین را دو برابر کنیم و جنس آن را طوری انتخاب کنیم که ضریب هدایت آن نصف فین اول باشد و سایر شرایط ثابت باشد. نرخ انتقال حرارت از پایه فین چه تغییری می‌کند؟

۱) 2 برابر می‌گردد. ۲) 4 برابر می‌گردد. ۳) $2\sqrt{2}$ برابر می‌گردد. ۴) $\sqrt{2}$ برابر می‌گردد.

۶۲ـ در یک کره حرارت حجمی غیریکنواخت $\dot{q} = -\dfrac{C\ K}{r^2}$ تولید می‌شود که C_1 عدد ثابت است. توزیع دمای دائم در این کره با r چگونه تغییر می‌کند؟ (C_2 و C_3 اعداد ثابتی هستند.)

۱) $T = -\dfrac{C_1}{r} + C_2 r + C_3$ ۲) $T = -\dfrac{C_1}{r^4} + \dfrac{C_2}{r} + C_3$ ۳) $T = C_1 \ln r - \dfrac{C_2}{r} + C_3$ ۴) $T = C_1 \ln r - \dfrac{C_2}{r^2} + C_3$

۶۳ـ لوله‌ای به قطر خارجی 2.5 cm در محیطی با ضریب کنوکسیون $20\dfrac{w}{m^2 - c}$ قرار دارد. روی لوله توسط عایقی به ضخامت 0.5 cm و ضریب هدایت حرارتی $0.25\dfrac{w}{m - C}$ پوشانده می‌شود، در این صورت:

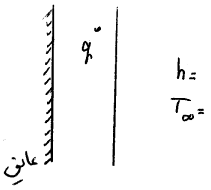
۱) انتقال حرارت به محیط کاهش می‌یابد. ۲) انتقال حرارت به محیط افزایش می‌یابد.

۳) انتقال حرارت با لوله بدون عایق مساوی است. ۴) انتقال حرارت ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

یادداشت:

....
....
....
....

۶۴ـ در یک جدار یک‌بعدی به ضخامت $10\,cm$ که یک طرف آن عایق است و طرف دیگر آن با هوای $20^\circ C$ و $h = 10\frac{w}{m^2 - C}$ تبادل حرارت کنوکسیون دارد، منبع حرارتی با شدت $1000\frac{w}{m^2}$ تولید گرما می‌کند. دمای سطح عایق برابر است با: $K = 5\frac{w}{mk}$



۱) 33

۲) 31

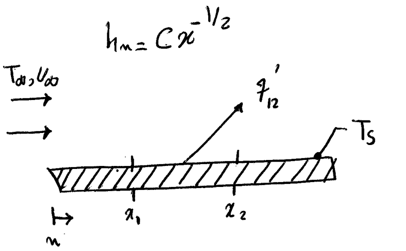
۳) 35

۴) 32

۶۵ـ استوانه طویلی به شعاع R و ضریب هدایت حرارتی K محتوی مادۀ رادیواکتیو است که به‌طور یکنواخت، گرمایی با شدت q° تولید می‌کند. استوانه از طریق انتقال حرارت جابجایی با هوای محیط T_∞ و ضریب جابجایی h خنک می‌شود. دمای سطح خارجی استوانه برابر است با:

۱) $T_\infty + \frac{Rq^\circ}{2h}$ ۲) $T_\infty - \frac{Rq^\circ}{2h}$ ۳) $T_\infty + \frac{Rq^\circ}{h}$ ۴) $T_\infty - \frac{Rq^\circ}{h}$

۶۶ـ روی صفحه تخت در جریان آرام $h_x = Cx^{-\frac{1}{2}}$ بوده و دمای سطح ثابت و برابر T_s است. بین نقطه x_2, x_1 شار q'_{12} به صفحه وارد می‌شود. $\bar{h}_{12}$ بین نقطه x_2, x_1 برابر است با:



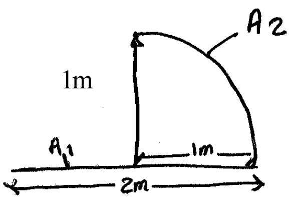
۱) $\bar{h}_{12} = \frac{2c}{(x_2 - x_1)^{\frac{1}{2}}}$

۲) $\bar{h}_{12} = \frac{2c}{x_2^{\frac{1}{2}} - x_1^{\frac{1}{2}}}$

۳) $\bar{h}_{12} = 2c\left(x_2^{-\frac{1}{2}} - x_1^{-\frac{1}{2}}\right)$

۴) $\bar{h}_{12} = 2c\frac{x_2^{\frac{1}{2}} - x_1^{\frac{1}{2}}}{x_2 - x_1}$

۶۷ـ ضریب شکل F_{2-1} برای کانال باز به‌طول L برابر است با:



۱) $\frac{1}{\pi}$ ۲) $\frac{2}{\pi}$

۳) $\frac{2}{3\pi}$ ۴) $\frac{4}{3\pi}$

یادداشت:

....

....

....

....

۶۸ـ توزیع دما در میله‌ای به شعاع b به شکل $T = A\left[8b^4 + \left(x^4 + y^4\right) - 3b^2\left(x^2 + y^2\right)\right]$ اسـت در لحظـه‌ی صـفرم در کـدام مختصات دما با زمان کاهش می‌یابد؟

۱) $x^2 + y^2 > b^2$ ۲) $x^2 + y^2 < b^2$ ۳) $x^2 - y^2 > b^2$ ۴) $x^2 - y^2 < b^2$

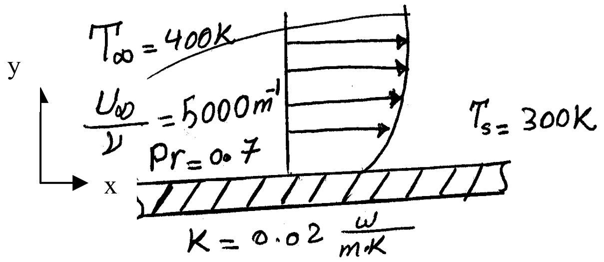
۶۹ـ ضخامت بحرانی عایق بر روی یک جسم به‌شکل گنبد (نیمکره) برابر است با:

۱) $\frac{k}{h} - r_i$ ۲) $\frac{2k}{h} - r_i$ ۳) $\frac{4k}{h} - r_i$ ۴) $\frac{2k}{h}$

۷۰ـ آب با سرعت $0.5\frac{m}{s}$ در لوله ای به‌طول $6m$ و قطـر $2cm$ جریـان دارد. $\left(Pr = \sqrt{27}\ ,C_p = 4000\frac{J}{kg.k},\rho = 10^3\frac{kg}{m^3}\right)$ اگـر ضریب اصطکاک در لوله 8×10^{-3} باشد، ضریب کنوکسیون برابر است با:

۱) $1334\frac{w}{m^2k}$ ۲) $667\frac{w}{m^2k}$ ۳) $444\frac{w}{m^2k}$ ۴) $333\frac{w}{m^2k}$

۷۱ـ پروفیل دما برای جریان نشان داده شده روی صفحه تخت برابر است با $\frac{T(y) - T_s}{T_\infty - T_s} = 1 - \exp\left(-pr\frac{U_\infty y}{\upsilon}\right)$ شار حرارتی روی سطح چند $\frac{W}{m^2}$ است؟



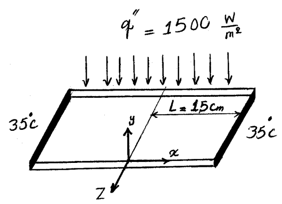
۱) -7000

۲) -6500

۳) -7500

۴) -8000

۷۲ـ صفحه‌ای به طول 30 cm، عرض 10 cm و ضخامت 5 mm را در نظر بگیرید. سطح پایین صفحه عایق است و سطح بالایی آن تحـت شار حرارتی ثابت $q'' = 1500\frac{W}{m^2}$ قرار دارد. دو طرف صفحه در دمای $35^\circ C$ ثابت نگه داشته می‌شوند. ضـریب هـدایت حرارتـی صفحه $K = 300\frac{W}{m^\circ C}$ است. دمای خط وسط صفحه $(x = 0)$ چقدر است؟ (راهنمایی: جسم را در راستای z , y یکپارچه فرض کنیـد و توزیع دما را فقط در راستای x در نظر بگیرید)



۱) $41.5^\circ C$ ۲) $43.75^\circ C$

۳) $46.25^\circ C$ ۴) $48.5^\circ C$

یادداشت:

....

....

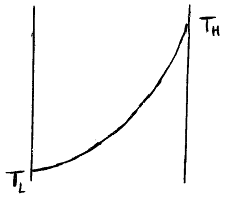
....

....

۷۳ ـ میله‌ای به شعاع 15 cm و ضریب هدایت حرارتی $75 \frac{W}{m^\circ C}$ را در نظر بگیرید. بر اثر عبور جریان الکتریسیته، حرارتی به میزان $1 \frac{MW}{m^3}$ در درون میله تولید می‌شود. دمای سطح میله $35^\circ C$ است. دمای مرکز آن چقدر است؟

۱) $90^\circ C$ ۲) $100^\circ C$ ۳) $110^\circ C$ ۴) $120^\circ C$

۷۴ ـ منحنی توزیع دما در یک دیوار با طول زیاد و ضخامت L، در حالت پایا، بدون منبع حرارت داخلی به صورت شکل مقابل است. کدام گزینه در مورد ضریب هدایت حرارتی K دیوار صحیح است؟



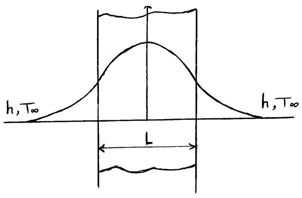
۱) با افزایش دما K زیاد می‌شود.

۲) با کاهش دما K زیاد می‌شود.

۳) K تابع دما نیست.

۴) با اطلاعات داده شده روی شکل نمی‌توان در مورد تغییرات K با دما قضاوت کرد.

۷۵ ـ تغییرات دمای جسمی مطابق شکل زیر است. در مورد عدد $Bi = \frac{hL}{K}$ می‌توان گفت ....



۱) $Bi \simeq 1$

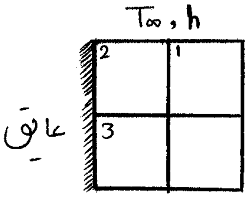
۲) $Bi \simeq 0.1$

۳) $Bi > 0.1$

۴) $Bi < 0.1$

۷۶ ـ مطابق شکل، انتقال حرارت دو بعدی، حالت پایا، بدون تولید حرارت داخلی، با ضریب هدایت حرارتی ثابت را در نظر بگیرید. دمای نقطهٔ 2 چقدر است؟

$$h = 200 \frac{W}{m^{2\circ} C} ; T_\infty = 25^\circ C ; T_3 = 60^\circ C ; T_1 = 80^\circ C ; \Delta x = \Delta y = 8 \text{ mm} ; K = 5 \frac{W}{m^\circ C}$$



۱) $\frac{148}{2.32} {}^\circ C$ ۲) $\frac{140}{2.32} {}^\circ C$

۳) $\frac{148}{0.32} {}^\circ C$ ۴) $\frac{140}{0.32} {}^\circ C$

۷۷ ـ در تحلیل انتقال حرارت جابجایی بر اثر عبور جریان آرام سیال از روی صفحه تخت در غیاب گرادیان فشار، چنانچه داشته باشیم $\delta >> \delta_t$، حاصل $\frac{\delta}{\delta_t}$ متناسب است با ....

۱) Pr ۲) $Pr^{\frac{1}{2}}$ ۳) $Pr^{\frac{1}{3}}$ ۴) $Pr^{\frac{1}{4}}$

یادداشت:

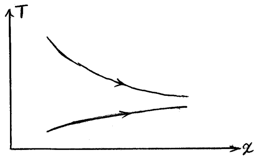
....

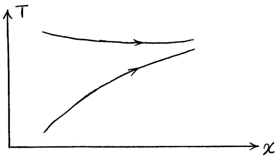
....

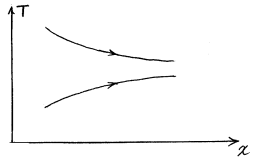
....

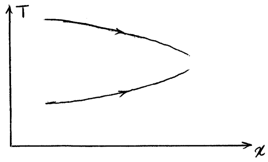
....

۷۸ـ در یک مبدل حرارتی دو لوله‌ای جریان موازی (Parallel Flow) مقدار C_c کمتر از C_h است. $\left(C = \dot{m} c_p\right)$ کدام گزینه توزیع دما را داخل مبدل درست نشان می‌دهد؟

۱) 

۲) 

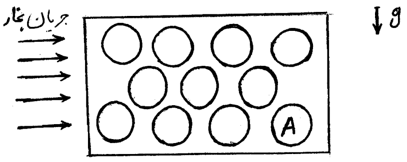
۳) 

۴) 

۷۹ـ جریان آب با دمای $20^\circ C$ وارد لوله‌ای می‌شود که دمای دیواره آن در $95^\circ C$ ثابت نگه داشته شده است. عدد رینولدز جریان برابر 1000 و جریان توسعه یافته حرارتی است. اگر زبری دیواره لوله به گونه‌ای افزایش یابد که دبی جریان عبوری از لوله نصف شود، ضریب انتقال حرارت جابجایی بین آب و دیواره لوله نسبت به حالت اول ....

۱) تغییری نمی‌کند. ۲) 2 برابر می‌شود. ۳) $\sqrt{2}$ برابر می‌شود. ۴) نصف می‌شود.

۸۰ـ در یک مبدل حرارتی مطابق آرایش شکل، مبرد درون لوله‌های افقی جریان دارد و بخار اشباع نیز با سطح خارجی لوله‌ها در تماس قرار گرفته و دچار میعان می‌شود. ضریب انتقال حرارت ....



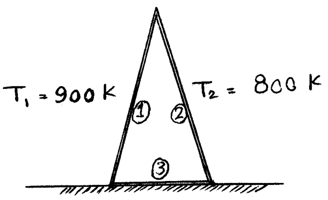
۱) در لوله‌های بالایی بیشتر است.

۲) در لوله A از سایر لوله‌های مجموعه بیشتر است.

۳) در لوله‌های پایینی بیشتر است.

۴) در همه لوله‌ها یکسان است.

۸۱ـ کوره‌ای با سطح مقطع به شکل مثلث متساوی‌الساقین داریم که کف آن به وسیله عایق حرارتی از زمین ایزوله شده است. با فرض اینکه سیستم در حالت پایدار است و تمامی دیواره‌های کوره مانند جسم سیاه عمل می‌کنند، دمای کف کوره را محاسبه کنید. طول کوره را در جهت عمود بر صفحه بی‌نهایت فرض کنید.



۱) $100\times\sqrt[4]{\dfrac{9^4+8^4}{4}}\ K$ ۲) $100\times\sqrt[4]{\dfrac{9^4+8^4}{3}}\ K$

۳) $100\times\sqrt[4]{\dfrac{9^4+8^4}{2}}\ K$ ۴) $100\times\sqrt[4]{9^4+8^4}\ K$

یادداشت:

....

....

....

....

۱ ـ گزینه ۱ درست است.

$$\frac{dT}{dx}=8x$$

$$q=-KA\left.\frac{dT}{dx}\right)_{x=0.5}=\frac{-1}{2}\times1\times\frac{8}{2}=-2$$

۲ ـ گزینه ۴ درست است.

نرخ حرارت تولید شده $\dot{E}_g$:

$$\dot{E}_g=\int\dot{q}dv=\dot{q}_0\int_0^{r_0}\left[1-\left(r/r_0\right)^2\right]2\pi rLdr$$

$$\dot{E}_g=2\pi L\dot{q}_0\left(\frac{r_0^2}{2}-\frac{r_0^2}{4}\right)$$

نرخ حرارت تولیدی بر واحد طول : $\dot{E}_g=\frac{\pi\dot{q}_0r_0^2}{2}$

بالانس انرژی

$$\dot{E}'_g-E'_{out}=0$$

$$\frac{\pi\dot{q}_0r_0^2}{2}=h\left(2\pi r_0\right)\left(T_s-T_\infty\right)$$

$$T_s=T_\infty+\frac{\dot{q}_0r_0}{4h}$$

۳ ـ گزینه ۲ درست است.

$$q=KA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

در حالت دوم با افزایش T ، k کاهش می‌یابد بنابراین انتقال حرارت در حالت اول بیشتر از حالت دوم است.

$$q_1>q_2$$

۴ ـ گزینه ۳ درست است.

$$\frac{C_f}{2}=St_x\,Pr^{\frac{2}{3}}=\frac{NU_x}{Re_x\,Pr}Pr^{\frac{2}{3}}$$

$$NU_x=C\,Re_x^{\frac{1}{2}}\,Pr^{\frac{1}{3}}$$ در جریان آرام دما ثابت روی صفحه تخت

$$\frac{C_f}{2}=\frac{C\,Re_x^{\frac{1}{2}}\,Pr^{\frac{1}{3}}}{Re_x\,Pr}\times Pr^{\frac{2}{3}}=C\,Re_x^{-\frac{1}{2}}$$

یادداشت:

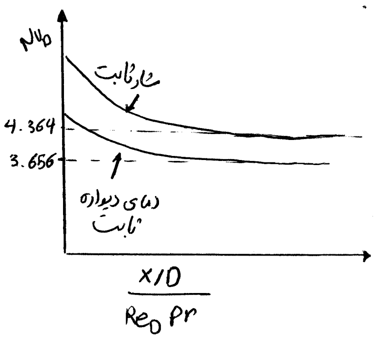
....

....

....

....

۵ ـ گزینه ۲ درست است.



همانطور که از روی نمودار مشخص است عدد نوسلت در شار ثابت همواره بیشتر از دمای ثابت است.

۶ ـ گزینه ۳ درست است.

$$2F_{1-3}+F_{1-2}+F_{1-1}=1$$
$$\Rightarrow F_{1-3}=\frac{1}{2}(1-F_{1-2}-F_{1-1})$$
$$F_{3-1}=\frac{A_1}{2A_3}(1-F_{1-2}-F_{1-1})$$
$$F_{2-2}=0$$
$$2F_{2-3}+F_{2-1}=1 \quad \text{یا} \quad F_{2-3}=\frac{1}{2}(1-F_{2-1})$$
$$F_{2-3}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{A_1}{A_2}F_{1-2}\right) \quad , \quad F_{3-2}=\frac{A_2}{2A_3}\left(1-\frac{A_1}{A_2}F_{1-2}\right)$$
$$F_{3-3}+F_{3-1}+F_{3-2}=1$$
$$F_{3-3}=1-F_{3-1}-F_{3-2}$$
$$=1-\frac{A_1}{2A_3}(1-F_{1-2}-F_{1-1})-\frac{A_2}{2A_3}\left(1-\frac{A_1}{A_2}F_{1-2}\right)$$
$$=1-\frac{A_1+A_2}{2A_3}+\frac{A_1}{2A_3}(2F_{1-2}+F_{1-1})$$

۷ ـ گزینه ۳ درست است.

پره ایده‌آل پره‌ای است که دما در سراسر آن یکسان و برابر پایه آن باشد

راندمان پره زمانی حداکثر می‌شود که نوک پره عایق باشد.

۸ ـ گزینه ۳ درست است.

از بالانس انرژی داریم :

$$q_{conv}-q_{cond}=0$$

یادداشت:

....

....

....

....

$$h\left(4\pi r_2^2\right)\left(T_\infty - T_{s,2}\right) = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{\dfrac{\left[\left(\dfrac{1}{r_1}\right) - \left(\dfrac{1}{r_2}\right)\right]}{4\pi k}}$$

$$r_2^2\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right] = \frac{k}{h}\frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{T_\infty - T_{s,2}}$$

$$\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - 1\right] = \frac{k}{hr_1}\frac{\left(T_{s,2} - T_{s,1}\right)}{\left(T_\infty - T_{s,2}\right)} = \frac{1.5}{50 \times 0.0015}\left(\frac{30}{30}\right)$$

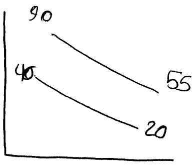
$$\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\left(\frac{r_2}{r_1} - 1\right) = 20$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$\rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 5 \rightarrow r_2 = 5 \times 0.0015$$

$$\delta = r_2 - r_1 = 0.0015 \times 4 = 6 \text{ mm}$$

۹ ـ گزینه ۱ درست است.



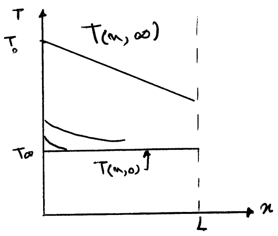
$$\Delta T_m = \frac{50 - 35}{\ln\left(\dfrac{50}{35}\right)} = 42.06^\circ C$$

$$q = UA\Delta T_m$$

$$A = \frac{59000}{(340)(42.06)} = 4.11 m^2$$

۱۰ ـ گزینه ۲ درست است.

ابتدا توزیع دما را رسم می‌کنیم



$$q_0'' = k\frac{T_0 - T(L,\infty)}{L} = h\left[T(L,\infty) - T_\infty\right]$$

$$q_{x(L,t)}'' = -k\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=L}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

یادداشت:

....
....
....
....

۱۱ ـ گزینه ۳ درست است.

سرعتی $L_{h,\text{آرام}} = 0.05ReD$

گرمایی $L_{t,\text{آرام}} = 0.05\,Re\,prD$

برای گازها $Pr \simeq 1$

گرمایی $L_{t.\text{آرام}} =$ سرعتی $L_{h.\text{آرام}}$

۱۲ ـ گزینه ۳ درست است.

$$F_{1-2} = 1$$

$$F_{2-1} = \frac{A_1}{A_2} F_{1-2} = \frac{2RL}{\left(\frac{3}{4}\right).2\pi RL} \times 1 = \frac{4}{3\pi}$$

۱۳ ـ گزینه ۴ درست است.

$$C_f = \frac{\text{نیروی اصطکاک جریان}}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A} = \frac{10\,N}{(100\,Pa)(1\,m^2)} = 0.1$$

تشابه اصلاح شده رینولدز : $\frac{C_f}{2} = st\,Pr^{\frac{2}{3}}$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \simeq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{C_f}{2} = \frac{Nu}{Re}$$

$$Re = 10^4 \quad \Rightarrow \quad Nu = Re \times \frac{C_f}{2} = 10^4\ \frac{0.1}{2} = 500$$

۱۴ ـ گزینه ۴ درست است.

نمودارهای تجربی توزیع Nu_θ برحسب θ در جریان جابه‌جایی آزاد و آرام روی استوانه افقی همانند گزینه شماره ۴ هستند (رجوع شود به فصل جابه‌جایی آزاد کتب انتقال حرارت)

۱۵ ـ گزینه ۳ درست است.

معادله هدایت در مختصات استوانه‌ای : $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(Kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + q''' = 0$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{q'''}{K} = 0 \qquad (1)$$

یادداشت:

....

....

....

....

$$\begin{cases} T = ar^2 + 500 \\ \dfrac{\partial T}{\partial r} = 2ar \\ \dfrac{\partial^2 T}{\partial r^2} = 2a \end{cases} \overset{(1)}{\Rightarrow} \quad 2a + 2a + \frac{100}{20} = 0 \Rightarrow 4a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{4}$$

۱۶ ـ گزینه ۴ درست است.

در روش صریح انتخاب گام زمانی محاسباتی بر مبنای رعایت شرط پایداری است که شرط پایداری خود نیز تابعی از اندازه فاصله بین گره‌ها می‌باشد پس گزینه شماره ۴ جواب مسئله است.

۱۷ ـ گزینه ۱ درست است.

$$h_x = \frac{-K_f \left.\dfrac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}}{T_s - T_\infty} \simeq \frac{-K_f \dfrac{\Delta T}{\Delta y}}{100-20} = \frac{-K_f \dfrac{98-100}{1\times10^{-2}}}{80}$$

$$h_x = \frac{-K_f\left(-2\times10^2\right)}{80} \Rightarrow \frac{h_x}{K_f} = \frac{2\times10^2}{80}$$

$$NU_x = \frac{hL}{K_f} \Rightarrow NU_x = \frac{2\times10}{8} = 0.25\times10 = 2.5$$

۱۸ ـ گزینه ۱ درست است.

قانون بقای انرژی در ضخامت dx از فین به فاصله x از پایهٔ فین:

$$q_x = q_{x+dx} + hp\,dx\left(T - T_\infty\right)$$

$$q_x = q_x + \frac{\partial}{\partial x} q_x\, dx + hp\,dx\left(T - T_\infty\right) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}\left(-kA_C \frac{dT}{dx}\right)dx + hp\,dx\left(T - T_\infty\right) = 0$$

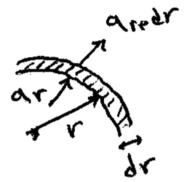
$$-kA_C \frac{d^2T}{dx^2} + hp\left(T - T_\infty\right) = 0$$

با تعریف $\theta = T - T_\infty$ و $m^2 = \dfrac{hp}{kA_C}$ داریم:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$$

۱۹ ـ گزینه ۳ درست است.

در شرایط ذکر شده مسئله یک‌بعدی است و q_r ثابت است:



$$q_r = -kA\frac{dT}{dr} = cte \Rightarrow -K\left(2\pi rL\right)\frac{dT}{dr} = cte$$

یادداشت:

....

....

....

....

چون توزیع دما نسبت به شعاع r خطی تغییر می‌کند پس $\frac{dT}{dr}=cte$ در نتیجه از رابطه فوق باید K متناسب با $\frac{1}{r}$ باشد تا کل مجموعه (q_r) ثابت بماند.

۲۰ ـ گزینه ۴ درست است.

در شرایط دائم و بدون تولید حرارت داخلی در لوله طویل داریم:

$$q_r = cte$$

$$q_r = -kA\frac{dT}{dr}$$

$$q_r = -aT(2\pi r)\frac{dT}{dr} \Rightarrow \int_{r_i}^{r_o}\frac{q_r}{-2a\pi}\frac{dr}{r} = \int_{T_1}^{T_2} T\,dT$$

$$-\frac{q_r}{2a\pi}\ln r\Big|_{r_i}^{r_o} = \frac{T_2^2 - T_1^2}{2} \Rightarrow q_r = \frac{(T_1-T_2)(T_1+T_2)}{\left(\frac{\ln\frac{r_o}{r_i}}{a\pi}\right)} = \frac{T_1-T_2}{\frac{\ln\frac{r_o}{r_i}}{a\pi(T_1+T_2)}}$$

با توجه به $q_r = \frac{T_1 - T_2}{R_{tot}}$ داریم:

$$R_{tot} = \frac{\ln\frac{r_o}{r_i}}{a\pi(T_1+T_2)}$$

۲۱ ـ گزینه ۲ درست است.

$$T_{m+1,n} + T_{m,n-1} + T_{m,n+1} + T_{m-1,n} - 4T_{m,n} + \frac{\dot{q}L^2}{k} = 0$$

$$T_{m+1,n} = T_{m,n-1} = T_{m,n+1} = T_{m-1,n} = 65$$

$$4\times 65 - 4T_{m,n} + \frac{10^6\times 0.02^2}{20} = 0 \Rightarrow T_{m,n} = 70^\circ C$$

۲۲ ـ گزینه ۳ درست است.

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{K} = 0 \qquad \frac{dT}{dx} = -\frac{q''x}{\delta K} + C_1$$

$$\dot{q} = \frac{q''A}{\delta A} = \frac{q''}{\delta} \qquad \frac{dT}{dx}\Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$T(x) = \frac{-q''x^2}{2\delta K} + C_2$$

$$T(L) = -\frac{q''L^2}{2\delta K} + C_2$$

یادداشت:

....

....

....

....

$$T(x) - T(L) = \frac{q''L^2}{2\delta K}\left(1-\left(\frac{x}{L}\right)^2\right)$$

$$T(0) = T(L) + \frac{q''L^2}{2\delta K}$$

$$T(0) = 35 + \frac{1500 \times 0.15^2}{2 \times 0.005 \times 300} = 35 + \frac{(15)^3 \times 10^{-2}}{3} = 35 + 11.25 = 46.25^\circ C$$

۲۳ ـ گزینه ۳ درست است.

$$\frac{K}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + q'' = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{q''r}{K} = 0$$

$$r\frac{dT}{dr} = -\frac{q''r^2}{2K} + C_1$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{q''r}{2K} + \frac{C_1}{r}$$

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad T(r) = -\frac{q''r^2}{4K} + C_2$$

$$T - T_s = \frac{q''}{4K}\left(r_0^2 - r^2\right)$$

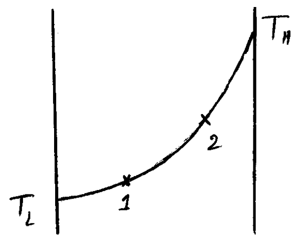
$$r = 0 \quad \Rightarrow \quad T = T_s + \frac{q''r_0^2}{4K} = 35 + \frac{10^6 \times (0.15)^2}{4 \times 75} = 35 + \frac{10^2 \times (15)^2}{4 \times 75} = 35 + \frac{300}{4} = 35 + 75 = 110^\circ C$$

۲۴ ـ گزینه ۲ درست است.

در حالت پایدار داریم:

$$\frac{d}{dx}\left(K\frac{dT}{dx}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad K\frac{dT}{dx} = \text{constant}$$

$$K_1\left.\frac{dT}{dx}\right|_1 = K_2\left.\frac{dT}{dx}\right|_2$$



$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_2 > \left.\frac{dT}{dx}\right|_1 \quad \Rightarrow \quad K_2 < K_1$$

با افزایش دما K کم می‌شود و با کاهش دما K زیاد می‌شود.

۲۵ ـ گزینه ۳ درست است.

چون دمای جسم یکنواخت نیست و در جسم توزیع دما وجود دارد، پس عدد Bi باید بزرگتر از 0.1 باشد.

یادداشت:

....

....

....

....

۲۶ ـ گزینه ۲ درست است.

Mixed Convection وقتی رخ می‌دهد که $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \simeq 1$ باشد (رجوع شود به فصل مربوط به جابه‌جایی آزاد کتب انتقال حرارت)

۲۷ ـ گزینه ۲ درست است.

خواص دیواره ثابت است و تولید انرژی داخلی وجود ندارد پس توزیع دما دیواره خطی است. به دلیل وجود لایه مرزی حرارتی در جریان جابه‌جایی دوطرف دیوار یک اختلاف دمای محدود داخل هر یک از دو سیال در مجاورت دیواره نیز وجود دارد، پس گزینه شماره ۲ صحیح است.

۲۸ ـ گزینه ۱ درست است.

انتقال حرارت از پایه پره بسیار بلند : $q_f = \sqrt{PA_C K_{fin} h}\ \theta_b$

$$q_f = \sqrt{(\pi D)\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) K_{fin}\, h}\ \theta_b$$

$$q_f \propto D\sqrt{K_{fin} D}$$

اگر D دو برابر شود و K_{fin} نصف شود از رابطه بالا مشخص می‌گردد که q_f دو برابر می‌شود.

۲۹ ـ گزینه ۳ درست است.

معادله هدایت در مختصات کروی : $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{q}}{K} = 0$

$$\dot{q} = -\frac{C_1 K}{r^2} \Rightarrow \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) - \frac{C_1 K}{K r^2} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) = C_1$$

$$r^2\frac{\partial T}{\partial r} = C_1 r + C_2$$

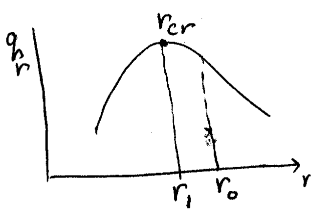
$$T = C_1 \ln r - \frac{C_2}{r} + C_3$$

۳۰ ـ گزینه ۱ درست است.

$$r_{cr} = \frac{k}{h} = \frac{0.25}{20} = 0.0125\text{m} = 1.25\,\text{cm}$$

$$r_1 = \frac{D}{2} = \frac{2.5}{2} = 1.25$$

$$r_0 = r + e = 1.25 + 0.5 = 1.75$$



انتقال حرارت به محیط با افزودن عایق بر روی لوله، کاهش می‌یابد.

یادداشت:

....

....

....

....

۳۱ـ گزینه ۲ درست است.

$$\frac{dT^2}{dx^2}+\frac{q^\circ}{k}=0 \Rightarrow T=\frac{-q^\circ}{2k}x^2+C_1x+C_2$$

$$\begin{cases} x=0 & \frac{dT}{dx}=0 \Rightarrow C_1=0 \\ x=L & q^\circ V=hA\left(T_w-T_\infty\right) \Rightarrow 1000(0.1)=10\left(T_w-20\right) \end{cases}$$

$$T_w=T_\infty+\frac{q^\circ L}{n} \Rightarrow T_w=30$$

$$x=L \qquad T=T_w=30 \Rightarrow 30=\frac{-q^\circ}{2k}L^2+C_2 \Rightarrow C_2=30+\frac{1000}{2\times 5}(0.1)^2=31$$

$$T=\frac{-q^\circ}{2k}x^2+31$$

$$x=0 \Rightarrow T=31C$$

۳۲ـ گزینه ۱ درست است.

بالانس انرژی $\overset{0}{\cancel{\dot{E}_{in}}}+\dot{E}_g-\dot{E}_{out}=\overset{0}{\cancel{\dot{E}_{sr}}}$

$$\dot{E}_g=\pi\frac{D^2}{4}Lq^\circ=\pi R^2Lq^\circ$$

$$\dot{E}_{out}=h\pi DL\left(T_s-T_\infty\right)=h\times 2\pi RL\left(T_s-T_\infty\right)$$

$$h\times 2\cancel{\pi}\,\cancel{RL}\left(T_s-T_\infty\right)=\cancel{\pi}R^2\cancel{L}q^\circ$$

$$T_s=T_\infty+\frac{Rq^\circ}{2h}$$

۳۳ـ گزینه ۴ درست است.

$$q''_{12}=\bar{h}_{12}\left(x_2-x_1\right)\left(T_s-T_\infty\right)$$

$$\bar{h}_{12}=\frac{1}{\left(x_2-x_1\right)}\int_{x_1}^{x_2}h_x\,dx$$

$$\bar{h}_{12}=\frac{1}{\left(x_2-x_1\right)}\int_{x_1}^{x_2}Cx^{-\frac{1}{2}}\,dx=\frac{C}{x_2-x_1}\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right)_{x_1}^{x_2}$$

$$\bar{h}_{12}=2C\frac{x_2^{\frac{1}{2}}-x_1^{\frac{1}{2}}}{x_2-x_1}$$

یادداشت:

....

....

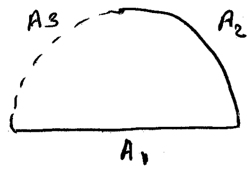
....

....

۳۴ـ گزینه ۲ درست است.

$$F_{1-1}+F_{1-2}+F_{1-3}=0$$

$$\left.\begin{array}{l}F_{1-1}=0\\ F_{1-2}=F_{1-3}\end{array}\right. \rightarrow F_{1-2}=0.5$$



$$F_{2-1}=\frac{A_1}{A_2}F_{1-2}=\frac{2\times L}{\frac{(2\pi)}{4}\times L}=\frac{4}{\pi}\times 0.5=\frac{2}{\pi}$$

۳۵ـ گزینه ۲ درست است.

$$T=A\left[8b^4+\left(x^4+y^4\right)-3b^2\left(x^2+y^2\right)\right]$$

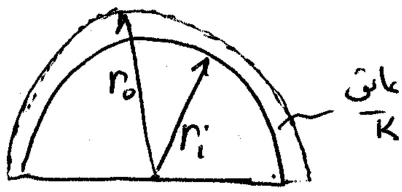
$$\nabla^2 T=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}=A\left(4\times 3x^2+4\times 3y^2-3\times 2b^2-3\times 2b^2\right)=12A\left[\left(x^2+y^2\right)-b^2\right]$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}<0 \quad \text{for } x^2+y^2=r^2<b^2 \qquad \text{or} \qquad \underline{\underline{r<b}}$$

۳۶ـ گزینه ۲ درست است.

$$q_r=-KA\frac{dT}{dr} \quad , \quad A=2\pi r^2$$

$$q_r=-K\left(2\pi r^2\right)\frac{dT}{dr}$$

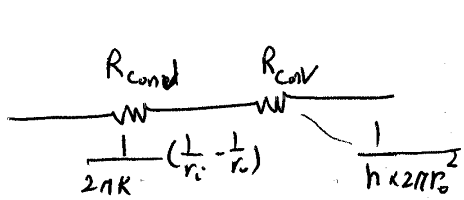


$$dT=\frac{-q_r}{2\pi K}\frac{dr}{r^2}\Rightarrow \int dT=\int\frac{-q_r}{2\pi K}\frac{dr}{r^2}\Rightarrow q_r=\frac{2\pi k\left(T_i-T_0\right)}{\frac{1}{r_i}-\frac{1}{r_0}}=\frac{\Delta T}{R_{cond}}$$

$$BC\begin{cases} r=r_i & T=T_i\\ r=r_0 & T=T_0\end{cases} \qquad R_{cond}=\frac{1}{2\pi k}\left(\frac{1}{r_i}-\frac{1}{r_0}\right)$$

برای بدست‌آوردن شعاع بحرانی عایق داریم.

$$q=\frac{\Delta T}{R_{tot}}$$



$$\frac{dq}{dr_0}=0\Rightarrow r_{cr}=\frac{2k}{h}$$

ضخامت عایق $e=\frac{2k}{h}-r_i$

یادداشت:

....

....

....

....

۳۷ـ گزینه ۲ درست است.

آنالوژی رینولدز ـ کلبرن $St.Pr^{\frac{2}{3}} = \frac{f}{8}$

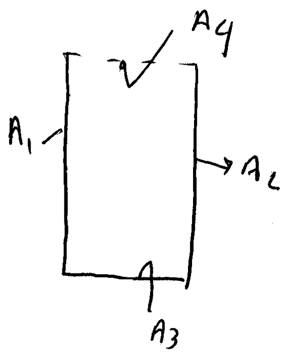
$$St = \frac{f}{8P_r^{\frac{2}{3}}} = \frac{8\times10^{-3}}{8\times\left(\sqrt{27}\right)^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3}\times10^{-3}$$

$$St = \frac{NU}{Re.Pr} = \frac{h}{\rho C_p U_m} \Rightarrow h = \rho C_p U_m St$$

$$= 10^3\times4\times10^3\times0.5\times\frac{1}{3}\times10^{-3}$$

$$= \frac{2}{3}\times10^3 = 667\frac{w}{m^2-k}$$

۳۸ـ گزینه ۱ درست است.



$$F_{4-(1,2,3)} = 1$$

$$F_{(1,2,3)-4} = \frac{A_4}{A_1+A_2+A_3}F_{4-(1,2,3)} = \frac{w}{H+W+H}$$

$$\rightarrow F_{(1,2,3)-4} = \frac{w}{w+2H}$$

۳۹ـ گزینه ۳ درست است.

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot{q}}{K}=0 \qquad \frac{dT}{dx} = -\frac{q''x}{\delta K}+C_1$$

$$\dot{q} = \frac{q''A}{\delta A} = \frac{q''}{\delta} \qquad \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = 0 \quad\Rightarrow\quad C_1 = 0$$

$$T(x) = \frac{-q''x^2}{2\delta K}+C_2$$

$$T(L) = -\frac{q''L^2}{2\delta K}+C_2$$

$$T(x)-T(L) = \frac{q''L^2}{2\delta K}\left(1-\left(\frac{x}{L}\right)^2\right)$$

$$T(0) = T(L)+\frac{q''L^2}{2\delta K}$$

یادداشت:

....

....

....

....

$$T(0) = 35 + \frac{1500 \times 0.15^2}{2 \times 0.005 \times 300} = 35 + \frac{(15)^3 \times 10^{-2}}{3} = 35 + 11.25 = 46.25^\circ C$$

۴۰ ـ گزینه ۳ درست است.

$$\frac{K}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + q'' = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{q'' r}{K} = 0$$

$$r\frac{dT}{dr} = -\frac{q'' r^2}{2K} + C_1$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{q'' r}{2K} + \frac{C_1}{r}$$

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad T(r) = -\frac{q'' r^2}{4K} + C_2$$

$$T - T_s = \frac{q''}{4K}\left(r_0^2 - r^2\right)$$

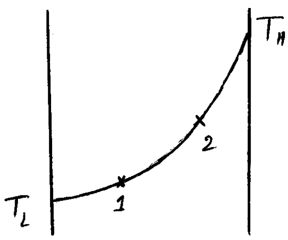
$$r = 0 \quad \Rightarrow \quad T = T_s + \frac{q'' r_0^2}{4K} = 35 + \frac{10^6 \times (0.15)^2}{4 \times 75} = 35 + \frac{10^2 \times (15)^2}{4 \times 75} = 35 + \frac{300}{4} = 35 + 75 = 110^\circ C$$

۴۱ ـ گزینه ۲ درست است.

در حالت پایدار داریم:

$$\frac{d}{dx}\left(K\frac{dT}{dx}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad K\frac{dT}{dx} = \text{constant}$$

$$K_1 \left.\frac{dT}{dx}\right|_1 = K_2 \left.\frac{dT}{dx}\right|_2$$



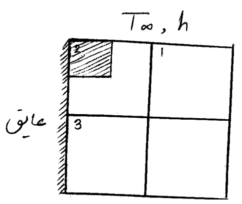
$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_2 > \left.\frac{dT}{dx}\right|_1 \quad \Rightarrow \quad K_2 < K_1$$

با افزایش دما K کم می‌شود و با کاهش دما K زیاد می‌شود.

۴۲ ـ گزینه ۳ درست است.

چون دمای جسم یکنواخت نیست و در جسم توزیع دما وجود دارد، پس عدد Bi باید بزرگتر از 0.1 باشد.

۴۳ ـ گزینه ۱ درست است.



یادداشت:

....

....

....

....

با نوشتن رابطه بقای انرژی برای حجم کنترل هاشورخورده در شکل داریم:

$$K\times\frac{\Delta x}{2}\times 1\,\frac{T_3-T_2}{\Delta y}+K\,\frac{\Delta y}{2}\times 1\,\frac{T_1-T_2}{\Delta x}+h\,\frac{\Delta x}{2}\times 1\left(T_\infty-T_2\right)=0,\ \Delta x=\Delta y$$

$$K\left(T_3-T_2\right)+K\left(T_1-T_2\right)+h\,\Delta x\left(T_\infty-T_2\right)=0$$

$$T_2=\frac{K\left(T_3+T_1\right)+h\,\Delta x\,T_\infty}{2K+h\,\Delta x}=\frac{\left(T_3+T_1\right)+Bi\,T_\infty}{2+Bi}$$

$$Bi=\frac{h\,\Delta x}{K}=\frac{200\times 8\times 10^{-3}}{5}=\frac{8}{25}=0.32$$

$$T_2=\frac{60+80+\frac{8}{25}\times 25}{2.32}=\frac{60+80+8}{2.32}=\frac{148}{2.32}\ {}^\circ C$$

۴۴ ـ گزینه ۳ درست است.

معادلهٔ ممنتوم:

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{u_\infty^2}{L},\ v\frac{u_\infty}{\delta}\sim\nu\frac{u_\infty}{\delta^2}\qquad(1)$$

معادلهٔ پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0\ \Rightarrow\ \frac{u_\infty}{L}\sim\frac{v}{\delta}\qquad(2)$$

$$(1),(2)\ \Rightarrow\ \delta\sim\left(\frac{\nu L}{u_\infty}\right)^{\frac{1}{2}}$$

معادلهٔ انرژی:

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$u\frac{\Delta T}{L},\ v\frac{\Delta T}{\delta_t}\sim\alpha\frac{\Delta T}{\delta_t^2}\rightarrow\frac{u}{L}\sim\frac{\alpha}{\delta_t^2}$$

در داخل لایه مرزی حرارتی

$$\delta_t\ll\delta\ \Rightarrow\ u\sim\frac{\delta_t}{\delta}u_\infty$$

$$\frac{\delta_t}{\delta}\frac{u_\infty}{L}\sim\frac{\alpha}{\delta_t^2}\ \Rightarrow\ \begin{cases}\delta_t^3\sim\dfrac{\alpha L\delta}{u_\infty}\\[2ex]\delta^2\sim\dfrac{\nu L}{u_\infty}\end{cases}\rightarrow\left(\frac{\delta_t}{\delta}\right)^3\sim\frac{\alpha}{\nu}\Rightarrow\ \frac{\delta}{\delta_t}\sim\left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{\frac{1}{3}}=Pr^{\frac{1}{3}}$$

یادداشت:

....

....

....

....

۴۵ـ گزینه ۲ درست است.

چون مقدار ظرفیت حرارتی برای سیال سرد کمتر است، تغییر دمای سیال سرد بیشتر است.

۴۶ـ گزینه ۱ درست است.

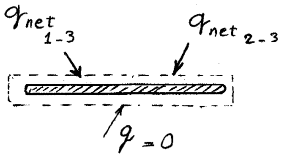
در ابتدا عدد رینولدز جریان از 2100 کمتر است و بنابراین جریان آرام است. کاهش دبی جریان عبوری از لوله، باز هم رینولدز را کاهش می‌دهد. در نتیجه در حالت دوم هم جریان آرام است. از طرفی مادامیکه جریان در محدوده آرام و توسعه یافته قراردارد، عدد Nu و در نتیجه ضریب انتقال حررات جابجایی بدون تغییر باقی می‌ماند.

۴۷ـ گزینه ۱ درست است.

به دلیل میعان بخار، روی سطح لوله‌ها قطرات مایع ظاهر می‌شود و در اثر شتاب گرانش به سمت پائین حرکت کرده و روی لوله‌های زیرین می‌ریزد. در نتیجه ضخامت فیلم مایع روی لوله‌های پائینی بیشتر شده و با ایجاد یک لایه مقاومت حرارتی باعث کاهش ضریب انتقال حرارت می‌شود.

۴۸ـ گزینه ۳ درست است.

یک حجم کنترل اطراف کف کوره در نظر می‌گیریم. برای جسم سیاه ضریب صدور و جذب برابر 1 است.



در حالت پایدار داریم:

$$q_{net(1-3)} + q_{net(2-3)} = 0$$

$$\sigma\, \cancel{A_1 F_{13}} \left(T_1^4 - T_3^4\right) + \sigma \cancel{A_2 F_{23}} \left(T_2^4 - T_3^4\right) = 0$$

به دلیل تقارن $\begin{cases} A_1 = A_2 \\ F_{13} = F_{23} \end{cases}$

$$T_3^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2} = \frac{900^4 + 800^4}{2} = \frac{9^4 + 8^4}{2} \times 10^8 \quad \Rightarrow \quad T_3 = 100 \times \sqrt[4]{\frac{9^4 + 8^4}{2}}\ \text{K}$$

یادداشت: