۱) $x^2y' = 2(x^2+y^2)\tan^{-1}(\frac{y}{x}) + xy$

۲) $y' = \frac{2x}{x^2\cos y + \sin 2y}$

۳) $y = 2xy' + \frac{1}{(y')^2}$

۴) $[x\sec(\frac{y}{x}) - y]dx + xdy = 0$

۵) $2xdy + y(2y^3 - x - 1)dx = 0$

۶) تعیین سری‌ها جامع: $y^4 = C(x^2 + 4y^2)$

برای دریافت نمونه سوالات، جزوات و کتب بیشتر به ما بپیوندید در
https://t.me/just_scientific

۷) $ydx + (2x - xy + 2)dy = 0$

۸) $2y^2dx - x(2x^2 + y)dy = 0$

۹) یک عامل انتگرال ساز به صورت $x^\alpha y^\beta$ برای معادله
$(8ydx + 8xdy) + x^2y^2(4ydx + 5xdy) = 0$
بیابید و سپس معادله را حل کنید

۱۰) $y' = \frac{x - y - 1}{x + y - 2}$

Scanned by CamScanner

Subject
Date

۱۱) معادله دیفرانسیل زیر را با تغییر متغیر $u = \tan y$ حل کنید

$$x\sec^2 y\,dy + 2\tan y\,dx = x\sin x\,dx$$

۱۲) معادله ی رهاهای قائم بر منحنی $x - 4y = c$ را بیابید

۱۳) یک جواب خصوصی معادله ی زیر را وقتی $x=2$ ، $y=1$ بیابید

$$(y^4 - 2xy)\,dx + 3x^2\,dy = 0$$

۱۴) یک عامل انتگرال ساز برای معادله ی زیر به صورت $f(x^2+y^2)$ بدست آورده و حل کنید

$$(x + x^4 + 2x^2y^2 + y^4)\,dx + y\,dy = 0$$

۱۵) یک عامل انتگرال ساز برای معادله ی زیر به صورت $g(xy) = y f(x)$ بیابید و سپس حل کنید

$$(xy + y^2 + y)\,dx + (2x + 3y)\,dy = 0$$

برای دریافت نمونه سوالات، جزوات و کتب بیشتر به پیج ما مراجعه کنید
https://t.me/vast_scientific

۱۶) $$x' = \frac{x^2 - 8xy - 4y^2}{x^2 + 2xy - 4y^2}$$

۱۷) $$\frac{dy}{dx} = -\frac{x + y + 1}{2x + 2y + 1}$$

۱۸) $$y' = \frac{x - y - 1}{x + y - 3}$$

تمرین (سوال ۱۰)

PqPCO

Scanned by CamScanner

تمرین (سوال ۱)

۱۹) $x^2y' - 2(x^2+y^2)\tan^{-1}(\frac{y}{x}) + xy$

۲۰) $y + xy' = 2(1+xy)$

۲۱) $(x+y)dx + (x-y-1)dy = 0$

۲۲) $y' = \frac{y}{2y\ln y + y - x}$

برای دریافت نمونه سوالات، جزوات و کتب بیشتر به ما بپیوندید در
https://t.me/iust_scientific

۲۳) $(x^2+y)dx = xdy$

۲۴) $y = \text{Arc}\sin y' + \ln(1+y'^2)$

Scanned by CamScanner

$x^2y' = 3(x^2+y^2)\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + xy$

$x^2dy = \left(3(x^2+y^2)\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + xy\right)dx$. $\Rightarrow y = ux \Rightarrow dy = u\,dx + x\,du$

$\Rightarrow x^2(u\,dx + x\,du) - \left(3x^2(1+u^2)\tan^{-1}u + x^2u\right)dx$

$\Rightarrow x^2\,du - \left(3x^2(1+u^2)\tan^{-1}u\right)dx = 0 \Rightarrow du - \left(\frac{3(1+u^2)\tan^{-1}u}{x}\right)dx = 0$

$\Rightarrow \int \frac{du}{(1+u^2)\tan^{-1}u} - \int \frac{3\,dx}{x} = 0$ $\quad \tan^{-1}u = t \Rightarrow dt = \frac{du}{1+u^2}$

$\Rightarrow \ln\tan^{-1}u - 3\ln x = C$

$y' = \frac{2x}{x^2\cos y + \sin^2 y} \Rightarrow (x^2\cos y + \sin^2 y)\,dy - 2x\,dx = 0$

$\frac{\partial M}{\partial y} = -\frac{\partial N}{\partial x} \cdot 2x\cos y \Rightarrow \frac{\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}}{M} = \frac{2x\cos y}{-2x} = -\cos y$

$\Rightarrow \mu = e^{\int -\cos y\,dx} = e^{-\sin y}$

برای دریافت نمونه سوالات، جزوات و کتب بیشتر به ما بپیوندید در
https://t.me/iust_scientific

$\Rightarrow e^{-\sin y}(x^2\cos y + \sin^2 y)\,dy - 2e^{-\sin y}x\,dx = 0$

$\Rightarrow -2e^{-\sin y}\int_0^x x\,dx + \int e^{-\sin y}(1^2\cos y + \sin^2 y) = C$

$\Rightarrow -x^2e^{-\sin y} - 2e^{-\sin y}(\sin y + 1) = C$

* $\int e^{-\sin y}\sin^2 y = 2\int e^{-\sin y}\sin y\cos y\,dy$ $\quad \sin y = t$

$y = 2xy' + \frac{1}{(y')^2} \Rightarrow y = 2xp + \frac{1}{p^2} \Rightarrow p = 2p + 2p' - \frac{2p'}{p^2}$

$\Rightarrow p = \left(\frac{2}{p^2} - 2\right)p' \Rightarrow p\,dx = \left(\frac{2}{p^2} - 2\right)dp \Rightarrow px' + 2x = \frac{2}{p^2} \Rightarrow x' + \frac{2}{p}x = \frac{2}{p^3}$

$\Rightarrow \mu = e^{\int \frac{2}{p}dp} = p^2 \Rightarrow p^2(dx) + p^2\left(\frac{2}{p}x - \frac{2}{p^2}\right)dp = 0$

$\Rightarrow \int_0^x p^2\,dx + \int p^2\left(\frac{2x}{p} - \frac{2}{p^2}\right)dp = C \Rightarrow xp^2 + 2p^{-1} = C \Rightarrow \begin{cases} xp^2 + 2p^{-1} = C \\ y = 2xp + \frac{1}{p^2} \end{cases}$ پارامتری

Scanned by CamScanner

(۴

$(x\sec(\frac{y}{x}) - y)dx + x\,dy = 0 \qquad y = ux \Rightarrow dy = u\,dx + x\,du$

$\Rightarrow x(\sec u - u)dx + x^2 du + ux\,dx = 0 \Rightarrow x\sec u\,dx + x^2 du = 0$

$\Rightarrow \frac{dx}{x} + \cos u\,du = 0 \Rightarrow \int \frac{dx}{x} + \int \cos u\,du = C$

$\Rightarrow \ln x + \sin u = C \Rightarrow \ln x + \sin\frac{y}{x} = C$

(۵

$2xy\,dy + y(4y^2 - x - 1)dx = 0 \Rightarrow 2xy' + 4y^3 - (x+1)y = 0$

$\Rightarrow 2xy' - (x+1)y = -4y^3 \Rightarrow y' - \frac{(x+1)}{2x}y = -\frac{4y^3}{2x}$

$\Rightarrow y^{-3}y' - \left(\frac{x+1}{2x}\right)y^{-2} = -\frac{2}{x} \Rightarrow z = y^{-2} \Rightarrow z' = -2y^{-3}y'$

$\Rightarrow \frac{z'}{-2} - \left(\frac{x+1}{2x}\right)z = -\frac{2}{x} \Rightarrow z' + \left(\frac{x+1}{x}\right)z = \frac{4}{x}$ معادله خطی برحسب z

$\Rightarrow \mu = e^{\int \frac{x+1}{x}dx} = e^{x+\ln x} = xe^x \Rightarrow \int_0^z xe^x\,dx = \int_0^x 4e^x\,dx$

$\Rightarrow 2xe^x - 4e^x = C \Rightarrow e^x(2y^2 - 4) = C$

برای دریافت نمونه سوالات، جزوات و کتب بیشتر به ما بپیوندید
https://t.me/iust_scientific

(۶

$y^4 = C(x^2 + 4y^2) \Rightarrow \begin{cases} 4y^2y' = 2xC + 8Cyy' \\ y^2 = Cx^2 + 4Cy^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{4y'}{y} = \frac{2x + 8yy'}{x^2 + 4y^2}$

$\Rightarrow y'(4y^2 + 4x^2) - xy = 0 \Rightarrow y' - \frac{1}{y'} = \frac{xy}{4y^2 + 4x^2} = 0$

$\Rightarrow y' + \frac{4y^2 + 4x^2}{xy} = 0 \Rightarrow y' + \frac{4\frac{y^2}{x^2} + 1}{\frac{y}{x}} = 0 \qquad \frac{y}{x} = u \Rightarrow y' = u + xu'$

$u + xu' = -\frac{4u^2 + 1}{u} \Rightarrow xu' = -\frac{5u^2 + 1}{u} \Rightarrow \int \frac{u\,du}{5u^2 + 1} + \int \frac{dx}{x} = C$

$\Rightarrow \frac{1}{10}\ln(5u^2 + 1) + \ln x$

Scanned by CamScanner

$y\,dx + (e^x - 2y + 1)\,dy = 0 \Rightarrow y\,dx + (x(x-1) + 2)\,dy = 0$

$\Rightarrow x' + \left(\frac{x-1}{y}\right)x = \frac{-2}{y} \Rightarrow \mu = e^{\int \frac{x-1}{y}} = e^{\ln y^2 - y} = \frac{y^2}{e^y}$

$\Rightarrow \frac{y^2}{e^y}dx + \frac{y^2}{e^y}\left[\left(\frac{x-1}{y}\right)x + \frac{1}{y}\right]dy = 0$

$\Rightarrow \int_0^x \frac{y^2}{e^y}dx + \int_0^y \frac{4y^2}{e^y}\left[\left(\frac{x}{y}\right)x + \frac{1}{y}\right]dy = C$

$\Rightarrow xy^2e^{-y} - 2e^{-y}(y^2+2y+2) = C$

$4y^2\,dx - (2x^2+xy)\,dy = 0 \Rightarrow 4y^2\,dx = (2x^2+xy)\,dy$

$x' - \frac{x}{4y} = \frac{x^2}{2y^2} \Rightarrow x^{-2}x' - \frac{x^{-1}}{4y} = \frac{1}{2y^2} \Rightarrow x^{-1} = z \Rightarrow z' = -x^{-2}x'$

$-z' - \frac{z}{4y} = \frac{1}{2y^2} \Rightarrow z' + \frac{z}{4y} = -\frac{1}{2y^2} \Rightarrow \mu = e^{\int \frac{1}{4y}} = e^{\frac{1}{4}\ln y} = \sqrt[4]{y}$

$\Rightarrow \int_0^z \sqrt[4]{y}\,dz = \int_0^y \sqrt[4]{y}\left(\frac{z}{2y} + \frac{1}{2y^2}\right)dy \Rightarrow z\sqrt[4]{y} = \int \left(\frac{z}{2y^{3/4}} + \frac{1}{2y^{7/4}}\right)dy$

$\Rightarrow x^{-1}y^{\frac{1}{4}} = -2y^{-\frac{1}{4}} + C$

برای دریافت نمونه سوالات، جزوات و ... بیشتر به کانال تلگرام ما بپیوندید
https://t.me/iust_scientific

$(2y^2+2xy^2)\,dx + (2x^2y+2x^2)\,dy = 0$

$\Rightarrow \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \Rightarrow 2(1+\beta)x^{\alpha}y^{\beta} + 2(\beta+1)x^{\alpha+1}y^{\beta} = 2(1+\alpha)x^{\alpha}y^{\beta} + 2(\alpha+1)x^{\alpha}y^{\beta}$

$\Rightarrow 1+\beta = 1+\alpha \Rightarrow \alpha = \beta \quad F(\beta+1) = 2(\alpha+1) \Rightarrow \alpha = \beta = 1$

$\Rightarrow \mu = xy \xrightarrow{\text{ضرب در}} \dots$

Scanned by CamScanner

$y' = \frac{x-y-1}{x+y-3} \Rightarrow (x+y-3)\,dy + (-x+y+1)\,dx = 0$ (1

$\Rightarrow \begin{cases} -x+y=-1 \\ x+y=3 \end{cases} \Rightarrow 2y=2 \Rightarrow y=1 \;,\; x=2 \Rightarrow \begin{cases} x=X+2 \\ y=Y+1 \end{cases}$

$\Rightarrow (X+Y)\,dY + (Y-X)\,dX = 0$ معادله‌ی همگن درجه‌ی 1

برای دریافت نمونه سوالات، جزوات و کتب بیشتر به ما بپیوندید
https://t.me/just_scientific

$\Rightarrow X = uY \Rightarrow dX = u\,dY + Y\,du \Rightarrow Y(1+u)\,dY + Y(1-u)(u\,dY + Y\,du) = 0$

$\Rightarrow Y\left(-u^2+2u+1\right)dY + Y^2(1-u)\,du = 0 \Rightarrow \frac{dY}{Y} + \frac{1-u}{-u^2+2u+1}\,du = 0$

$\int \frac{dY}{Y} + \int \frac{u-1}{u^2-2u-1}\,du = C \Rightarrow \ln Y + \frac{1}{2}\ln(u^2-2u-1) = C$

Scanned by CamScanner