

# بهره Interest

بهره، هزینه استفاده از سرمایه است. هر چه میزان نرخ بهره بیشتر باشد هزینه بیشتر جهت استفاده از سرمایه پرداخت خواهد شد

هرچه زمان باز پرداخت زیاد شود، اگر چه قسط ماهانه کاهش می یابد ولی کل بهره پرداختی افزایش قابل ملاحظه ای را نشان می دهد

مقدار مبلغ اولیه - مقدار اصل و فرع = مقدار بهره

# Time value of money

## ارزش زمانی پول

- اگر فردی یا گروهی مبلغی را در بانک یا پروژه ای که به سودهی آن اطمینان دارد سرمایه گذاری کند در زمان معین به مبلغ اولیه مبلغی اضافه خواهد شد. این سود بر حسب نرخ بهره محاسبه می شود برای مدت یکسال

$$\text{نرخ بهره بر حسب درصد} = \frac{\text{مقدار سرمایه اولیه} - \text{مقدار اصل و فرع}}{\text{مقدار سرمایه اولیه}} \times 100$$

- **مثال:** شرکتی مبلغ 150000 ریال را اول مرداد در بانکی سرمایه گذاری می کند و یکسال بعد 159000 ریال دریافت می کند مقدار بهره و نرخ بهره را محاسبه کنید

**جواب:**

- مقدار بهره  $9000 = 159000 - 150000$
- $6\% = 100 \times (150000 / 9000)$  = نرخ بهره بر حسب درصد

**مثال:** شرکتی مبلغ 200000 ریال را برای یکسال با نرخ بهره 5% قرض می کند. مقدار بهره و مبلغی را که شرکت به بانک پرداخت می کند (اصل و فرع) چقدر خواهد بود؟

جواب:

- $$\text{مقدار بهره} = 200000(0.05) = 10000$$

$$\text{مقدار اصل و فرع} = 200000 + 10000 = 210000$$

مبالغ اصل و فرع از رابطه زیر نیز بدست می آید

$$\text{(نرخ بهره + 1) مبلغ اولیه} = \text{مبلغ اصل و فرع}$$

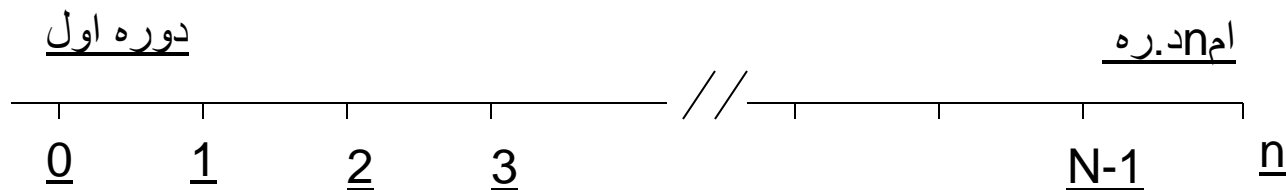
# تعادل Equivalence

- ارزش زمانی پول و نرخ بهره اصل تعادل را بوجود می آورد و آن عبارت است از ارزش مقادیر مختلف پولی در زمانهای مختلف از نظر اقتصادی
- **نرخ بازگشت سرمایه Rate of Return**
  - سرمایهگذاران از یک تجارت سود آور انتظار دریافت اصل و فرع پول بیشتری دارند در واقع آنها انتظار دریافت یک نرخ بازگشت سرمایه مناسب را دارند (ROR) برای یکسال

$$\text{ROR} = \frac{\text{سرمایه اولیه} - \text{اصل و فرع دریافتی}}{\text{سرمایه اولیه}}$$

$$\text{ROR} = \frac{\text{سود}}{\text{سرمایه اولیه}}$$

- زمانی مطرح است که سوددهی یک پروژه مد نظر است ROR و نرخ بهره برای زمانی که مسئله قرض کردن تحت یک نرخ مشخص روبرو باشیم روشهای محاسبه مانند هم است
- **پارامترها و شکل فرایند مالی**
- پارامترهای مهم ونحوه ساخت فرایند مالی عبارتند از
  - 1 سرمایه اولیه یا ارزش فعلی سرمایه 2 اصل و فرع یا ارزش آینده سرمایه 3 هزینه و درآمد مساوی و یکنواخت در پایان هر دوره 4 نرخ بهره یا نرخ بازگشت سرمایه 5 تعداد دوره



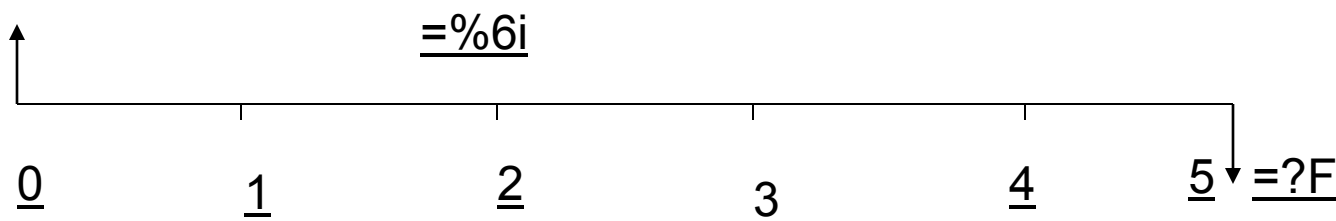
- در پایان هر دوره درآمدها یا هزینه‌ها بصورت خطوط مستقیم عمودی ظاهر می‌شوند، درآمدها در قسمت بالا و هزینه‌ها در قسمت پایین

- **مثال:** 10000 ریال برای 5 سال با نرخ بهره سالیانه 7% قرض گرفته شده است مقدار اصل و فرع پول پس از 5 سال بازپرداخت خواهد شد. فرایند مالی را رسم نمایید

**جواب:**

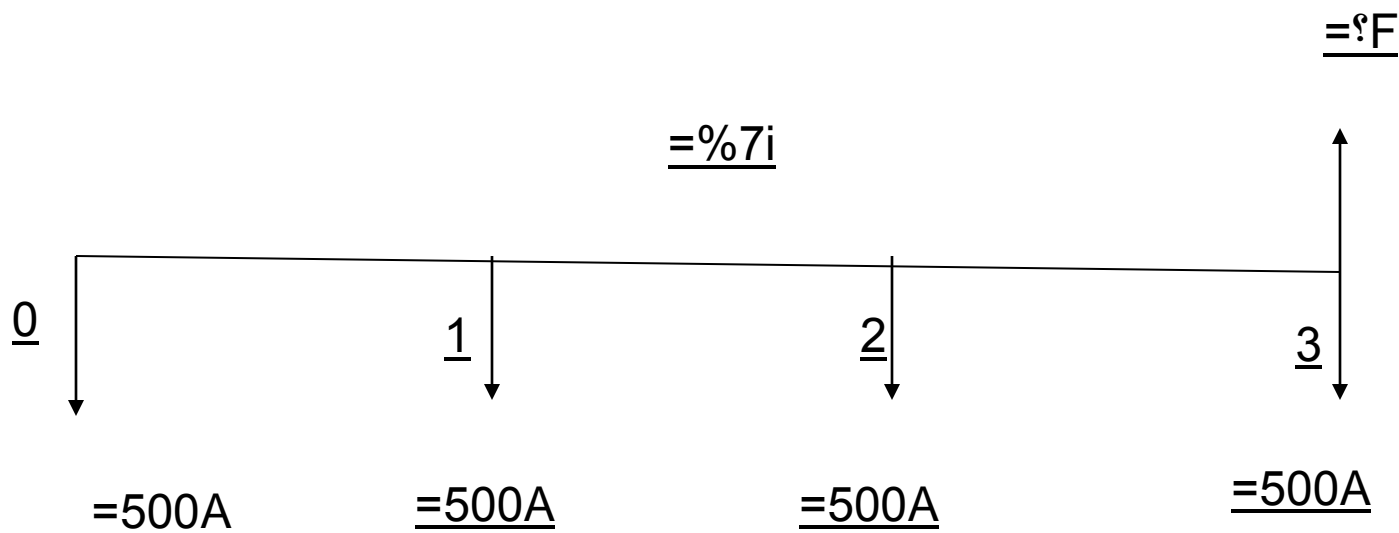
- $P=10000$  و  $n=5$  و  $i=7\%$  و  $F=?$

$p=10000$





- **مثال:** شخصی مبلغ 500 ریال در بانکی هر سال به مدت 3 سال با نرخ بهره 7% در سال پس انداز می کند ارزش آینده این پس انداز چه مقدار خواهد بود شکل فرایند مالی را رسم نمایید



معرفی و کاربرد فاکتورها

روابط بین  $F$  و  $P$

- می خواهیم ارزش آینده یا اصل و فرع ( $F$ ) برای مبلغ ( $P$ ) در مدت  $n$  دوره (سال) با نرخ ( $i$ ) محاسبه نماییم

$$F_1 = P + Pi$$

$$F_1 = P (1 + i)$$

پس از دو سال

$$F_2 = F_1 + F_1 i = P (1 + i) + P (1 + i) i$$

$$F_2 = P (1 + i)^2$$

# یک بارپرداخت چند دوره

$$F_T = F_T + F_T i$$

$$= [P(\lambda+i) + P(\lambda+i)i] + [P(\lambda+i) + P(\lambda+i)i]i$$

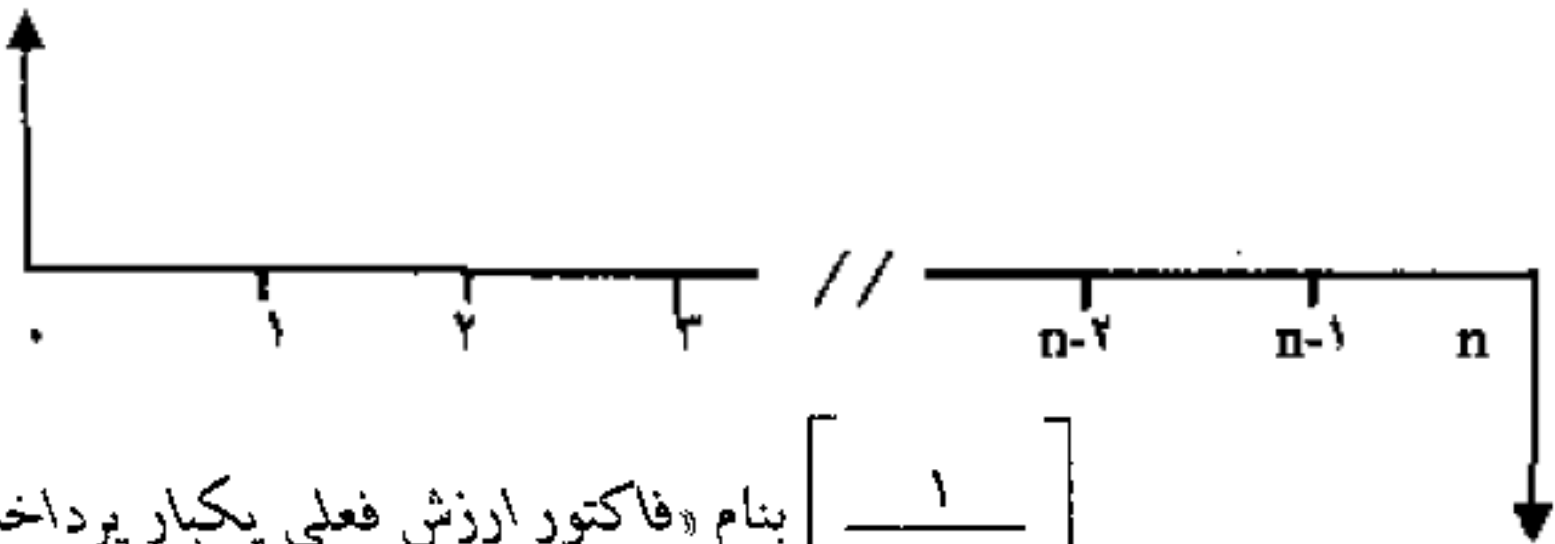
$$= P(\lambda+i) + \gamma P(\lambda+i)i + P(\lambda+i)i^2$$

$$= P(\lambda+i)(1 + \gamma i + i^2) \quad F_T = P(\lambda+i)^T$$

$$F = P(\lambda+i)^n$$

$$P = F \left[ \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$P=?$



بنام «فاکتور ارزش فعلی یکبار پرداخت»

$$\left[ \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$F =$  مقدار معلوم

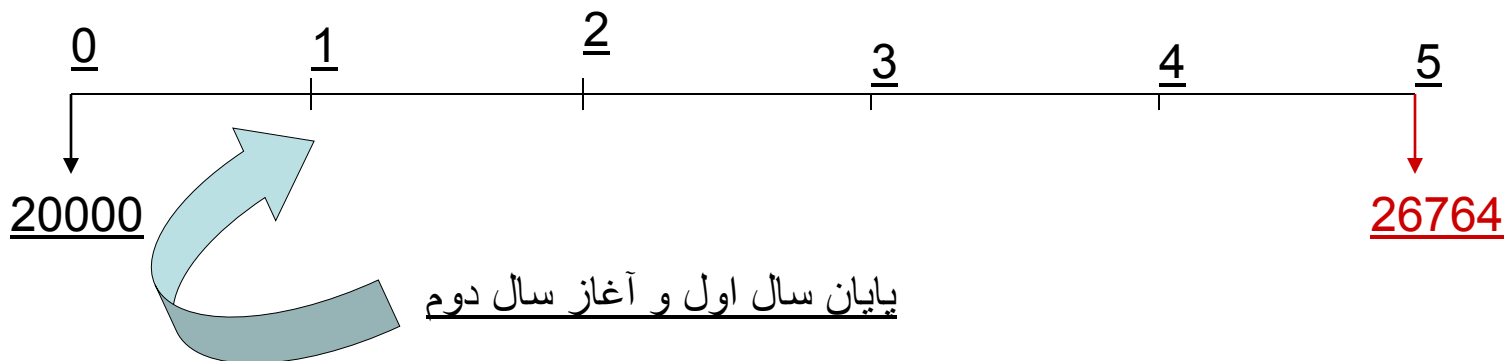
- **مثال:** مبلغ 20000 واحد پولی برای مدت 5 سال با نرخ بهره سالیانه 6% قرض گرفته شده است مقدار اصل و فرع پول پس از 5 سال باز پرداخت خواهد شد، مقدار اصل و فرع پول پس از 5 سال را حساب نمایید

• **جواب:**

$$F = P(1+i)^n$$

•  $n = 5, i = 6\%, P = 20000, F = ?$

$$F = 20000(1+0.06)^5 = 26764$$



- **مثال:** چه مدت طول می کشد تا 10000 واحد پولی به 20000 واحد پولی تبدیل شود, اگر نرخ بانک 5% در سال تعیین شود؟

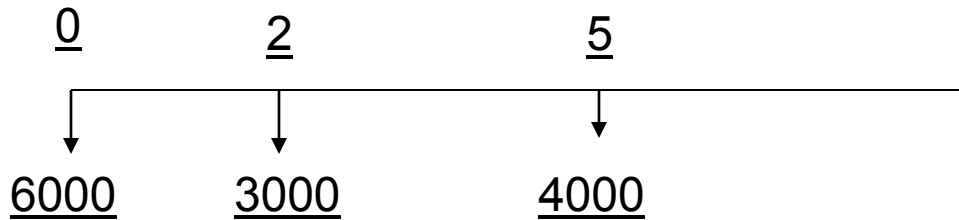
• **جواب:**

$$F = P(1+i)^n$$

- $20000 = 10000(1.05)^n$
- $2 = 1.05^n$
- $n = 14$  سال

- مثال: اگر شخصی امروز 6000 واحد پولی و دو سال دیگر 3000 واحد پولی و پنج سال دیگر 4000 واحد پولی در بانکی با نرخ بهره 5% پس انداز کند، پس از ده سال، چه مقدار پول در حسابش خواهد داشت؟

• جواب:



- $P_{10} = 6000(1+0.05)^{10}$  ← 9773

- $P_{8} = 3000(1+0.05)^8$  ← 4432

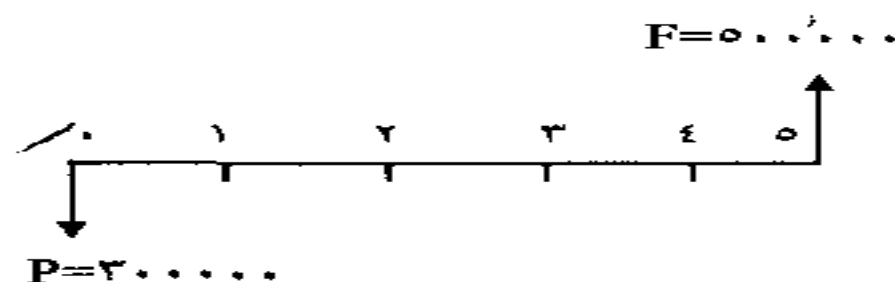
$$\underline{5105} \longleftarrow P = 4000(1+0.05)^{\underline{5}} \cdot$$

$$\underline{19310} \longleftarrow \underline{10} = \underline{8} \text{ فرع و اصل } \underline{5} \text{ ارزش کل } P + P + P$$



شرکت «گل بار» قصد دارد در یک پروژه تولیدی سرمایه گذاری نماید. نحوه سرمایه گذاری بدین ترتیب است که شرکت در حال حاضر ۳۰۰,۰۰۰ واحد پولی می پردازد و بعد از ۵ سال مبلغ ۵۰۰,۰۰۰ واحد پولی دریافت می کند. اولاً نرخ بازگشت سرمایه برای شرکت چقدر خواهد بود؟ ثانیاً: اگر بانکی حاضر شود نرخ بهره ۷٪ را به عنوان نرخ بازگشت سرمایه به شرکت بپردازد، بشرطی که شرکت به همان نحو سرمایه گذاری را در بانک انجام دهد، آیا بهتر نیست شرکت در بانک سرمایه گذاری

نماید؟ حل: شکل فرآیند مالی به صورت زیر است:



$$F = P(1+i)^n \rightarrow 500000 = 300000(1+i)^5$$
$$5 \div 3 = (1+i)^5 \rightarrow i = \%10.75$$

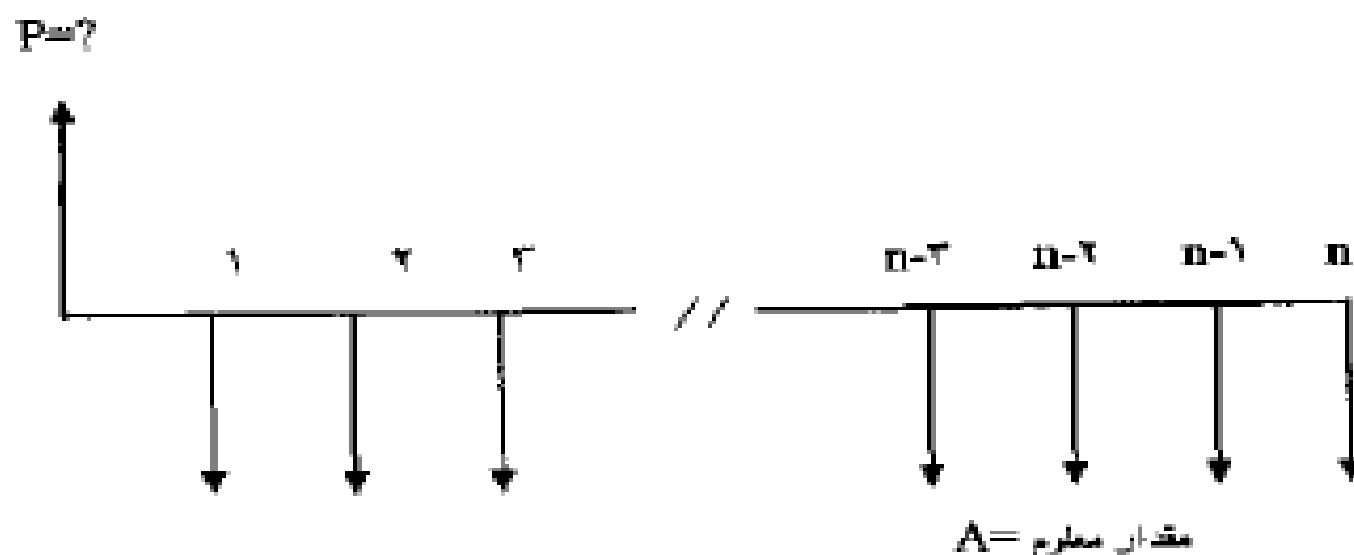
که معمولاً عبارت بالا به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$ROR = \%.10/78$$

برای پاسخ به قسمت دوم سوال، از آنجا که نرخ بازگشت سرمایه  $\%.10/78$  از  $\%.7$  نرخ بانک بیشتر است، برای شرکت، سرمایه گذاری در واحد تولیدی اقتصادی تر است تا پس انداز نمودن در بانک.

## روابط بین $A$ و $P$

فرآیند مالی زیر رابطه بین  $A$  و  $P$  را بهتر نمایان می سازد:



- ارزش فعلی و  $A$  یکسری پرداخت های یکسان است که می تواند نقش  $F$  را ایفا کند

$$P = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

- **مثال:** شرکتی یک دستگاه بولدوز می خرد و  $500000000$  میلیون ریال را نقدی می پردازد و هر سال به مدت ده سال  $100000000$  ریال می پردازد, اگر نرخ بهره  $10\%$  باشد, ارزش فعلی بولدوز چقدر است?

- **جواب:**

- $A=10000000$
- $i=0.1 \quad n=10$

$$P = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

$$P = TP + 50000000 \quad \bullet$$

$$61538461P = \quad \bullet$$

$$50000000 + 61538461TP = 111538461 \quad \bullet$$

- **مثال:** حداقل نرخ جذب کننده شرکتی 5% در سال است. پیشنهادی به این قرار به شرکت شده از یکسال بعد همه ساله تا 15 سال مبلغ 50000 واحد پولی در طرحی سرمایه گذاری شود در پایان 15 سال مبلغ 1000000 واحد پولی دریافت شود. شرکت چه کند؟

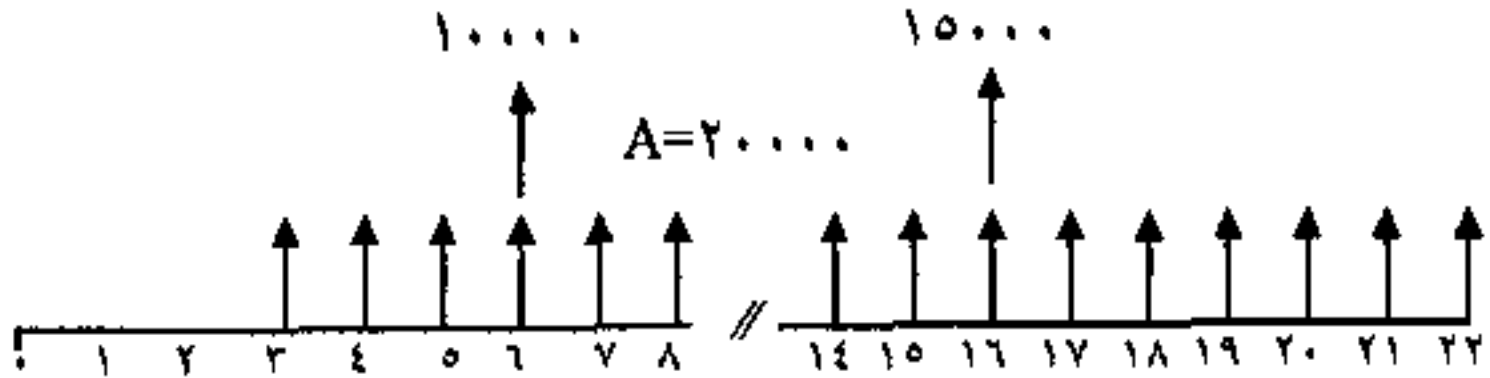
• **جواب:**

$$P = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \longrightarrow \underline{P=519230}$$

$$P = F \left[ \frac{1}{(1+i)^n} \right] \longrightarrow \underline{P=481017}$$

در این مثال ابتدا ارزش تمام اقساطی را که در طول 15 سال پرداخت می شود را در زمان حاضر حساب می کنیم و بعد ارزش پولی را که در آینده دریافت می کنیم را در زمان حال حساب می کنیم اگر ارزش پول دریافتی که می خواهیم در آینده تحویل بگیریم از پولی که پرداخت می کنیم بیشتر بود قرار داد را قبول می کنیم و در غیر این صورت قبول نمی کنیم.

**مثال:** ارزش فعلی فرایند مالی زیر را محاسبه کنید. نرخ بهره سالانه 6% فرض شده است.



**حل:** متذکر می شود که مقدار  $A = 20,000$  از سال سوم تا سال بیست و دوم تکرار شده است. در سالهای ششم و شانزدهم نیز درآمد 15,000 وجود دارد. کلیه درآمدهای مساوی از سال سوم تا بیست و دوم ابتدا از طریق  $P/A$  به سال مبدا خود و سپس به مبدا واقعی یعنی سال صفر انتقال می یابد. ارزش فعلی کل ( $P_T$ ) عبارت خواهد بود از:



- $p = 20000[(1+i)^{20} - 1] \div i(1+i)^{20} \rightarrow 229398$
- $229398 = p(1+.06)^2 \rightarrow p = 204163$
- $10000 = p(1+.06)^6 \rightarrow p = 7049$
- $15000 = p(1+.06)^{16} \rightarrow p = 5904$
- $P_{\text{I}} = 204163 + 7049 + 5904 = 217116$

## روابط بین $A$ و $F$

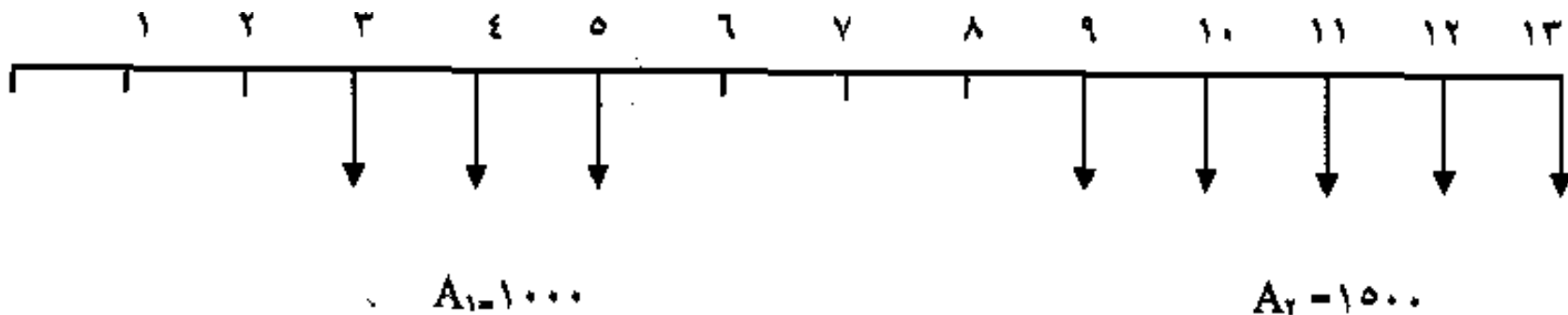
$$A = F \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$i$  = نرخ بهره

$A$  = پرداخت قسط مساری

$F$  = ارزش آینده

**مثال:** ارزش فعلی فرایند مالی زیر را محاسبه کنید. نرخ بهره  
سالیانه 15% فرض شده است:



$$P_T = P_{A1} + P_{A2}$$

**جواب:**

الف: از طریق ارزش فعلی

$$p = 1000 \left[ \frac{[(1+i)^3] - 1}{i(1+i)^3} \right] \rightarrow 2283$$

$$2283 = p(1+.15)^2 \rightarrow p = 1726 \rightarrow P_{1A}$$

$$P = 1500 \left[ \frac{(1+i)^5 - 1}{i} \right] \rightarrow 5028$$

$$5028 = p(1+.15)^8 \rightarrow p = 1643 \rightarrow P_{2A}$$

- **=3369** = 1726 + 1643 **PT**

ب: از طریق ارزش آینده

- $(1+i)^{13} F_{2A} + F_{1A} = PT$

$$A = F \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$F = i / [1 - (1+i)^{-n}] A$$

- $F = 1000 \frac{[1.15^3] - 1}{.15} = 3472$
- $F = P(1+i)^8 = 3472(1.15)^8 = 10620$
  
- $F = 1500 \frac{[1.15^5] - 1}{.15} = 10113$
- $10620 + 10113 = 20733$

$$20733 = P(1+i)^{13} = \mathbf{PT=3369}$$