

مسائل سری اول آنالیز عددی پیشرفته  
موعد تحویل: شنبه ۸۷/۸/۴

فصل دوم مسائل ۱ و ۶ و ۱۳ و ۱۴  
این مسائل نمره‌ای ندارند اما اگر مایل باشید آنها برایتان بررسی می‌شوند.

سری سوم مسایل آنالیز عددی پیشرفته  
 موعد تحویل: شنبه ۸۷/۸/۹

(۱) با محاسبه جدول تفاضلات inverse، تابع گویای  $\Phi^{2,2}$  را بیابید که جدول زیر را درونیابی کند.

$x$	$y$
-۱	۰/۰۳۸۵
-۰/۵	۰/۱۳۷۹
۰	۱
۰/۵	۰/۱۳۷۹
۱	۰/۰۳۸۵

(۲) جدول تفاضلات reciprocal را برای اطلاعات مسئله قبل بیابید و با استفاده از آن تابع گویای  $\Phi^{2,2}$  را بیابید.

(۳) با محاسبه جدول تفاضلات منقسم، چند جمله‌ای  $P$  از کمترین درجه ممکن را بیابید که در روابط زیر صدق کند:

$$P(2) = 0/693 \quad P'(2) = 0/5$$

$$P(4) = 1/384 \quad P'(4) = 0/25$$

$$P(6) = 1/792 \quad P'(6) = 0/167$$

$$P(8) = 2/079 \quad P'(8) = 0/125$$

$$P(10) = 2/303 \quad P'(10) = 0/1$$

(۴) دو تکرار از روش ژاکوبی را برای یافتن جواب دستگاه

$$\begin{bmatrix} 7 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 8 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

انجام دهید. برای شروع از

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

استفاده کنید.

(۵) همان سوال قبل را (به جای روش ژاکوبی) با روش Gauss-Seidel انجام دهید.

سری دوم از مسایل آنالیز عددی پیشرفته

تاریخ تحویل: دوشنبه ۸۷/۸/۱۳

(۱) نشان دهید که چندجمله‌ای‌های  $L_k(t)$  در  $T_n$  هستند:

$$L_k(t) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^{2n} \frac{\sin \frac{t-t_i}{2}}{\sin \frac{t_k-t_i}{2}} \quad (k = 0, 1, \dots, 2n)$$

(۲) مسئله ۱۳ از فصل دوم.

(۳) مسئله ۱۵ از فصل دوم.

(۴) مسئله ۲۹ از فصل دوم.

(۵) فرض کنید که  $S$  اسپلاین مکعبی طبیعی  $(S'(0) = S''(2) = 0)$  باشد که توسط

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = 1 + 2x - x^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ S_1(x) = 2 + b(x-1) + c(x-1)^2 + d(x-1)^3 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

تعریف شده است. مقادیر  $b, c, d$  را بیابید.

(۶) اسپلاین مکعبی طبیعی را بیابید که جدول زیر را درونیابی کند:

-۰/۵	-۰/۰۲۴۷۵۰۰
-۰/۲۵	۰/۳۳۴۹۳۷۵
۰	۱/۱۰۱۰۰۰۰

توجه: همانطور که قبلاً هم گفته شده، تمرینات را در صورت تمایل می‌توانید تحویل دهید و آنها برای

شما تصحیح خواهند شد ولی نمره‌ای از تمرینات برای شما منظور نخواهد شد.

## سری چهارم از مسایل آنالیز عددی پیشرفته

### تاریخ تحویل: آخرین جلسه

از مطالب فصل سوم کتاب و یا یادداشتهای درسی برای حل مسایل زیر استفاده کنید:

(۱) مسایل زیر از فصل سوم کتاب را حل کنید:

مسایل ۱ تا ۵

مسایل ۹ و ۱۴ و ۱۵

(۲) در مسئله ۵ از کتاب، هسته پتانو را حساب کرده و خطای انتگرالگیری را از آن طریق نیز حساب کنید.

(۳) چند جمله‌ای لژاندر  $P_2(x) = x^2 - \frac{3}{5}x$  با ریشه‌های  $0$  و  $\pm\sqrt{\frac{3}{5}}$  را در نظر بگیرید. وزن‌های  $w_1$  و  $w_2$  و  $w_3$  را طوری تعیین کنید که کوادراتور  $w_1 f(-\sqrt{\frac{3}{5}}) + w_2 f(0) + w_3 f(\sqrt{\frac{3}{5}})$  بیشترین درجه دقت را داشته باشد. سپس خطای ناشی از این کوادراتور را بر حسب مشتقات  $f$  بیان کنید (این مسئله را همانند مثالی که در کلاس برای  $P_2$  انجام شد انجام دهید).

(۴) ثابت‌های  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  را طوری تعیین کنید که کوادراتور

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx af(-1) + bf(1) + cf'(-1) + df'(1)$$

دارای درجه دقت ۳ باشد. سپس هسته پتانو را برای آن بدست آورده و خطای انتگرالگیری را با استفاده از هسته پتانو نمایش دهید.

(۵) انتگرال  $\int_3^{3/5} \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} dx$  را به روش انتگرالگیری گاوس-لژاندر با  $n=2$  و  $n=3$  و  $n=4$  گره تخمین بزنید. سپس مقادیر بدست آمده را با مقدار واقعی انتگرال مقایسه کنید.

(۶) با استفاده از انتگرالگیری رامبرگ، مقدار  $R_{4,4}$  را برای  $\int_3^{3/5} \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} dx$  حساب کنید. اعداد را تا هشت رقم بعد از اعشار نشان دهید. اگر ماشین حساب مورد استفاده این امکان را ندارد، محاسبات خود را با Excel انجام دهید.

(۷) انتگرالگیری رامبرگ را برای تخمین انتگرال  $\int_3^{3/5} \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} dx$  به فاصله  $10^{-6}$  بکار برید. برای این منظور جدول رامبرگ را تا آنجایی ادامه دهید که یا  $|R_{n-1,n-1} - R_{n,n}| < 10^{-6}$  و یا  $n = 10$ . محاسبات خود را تا هشت رقم بعد از اعشار نشان دهید.