

فصل ۲ مدارهای معادل

مقدمه



از دوران کودکی معادل‌سازی در اکثر درس‌ها و کارهایمان کاربرد داشته است؛ و تا لحظه‌های آخر عمر هم این چنین

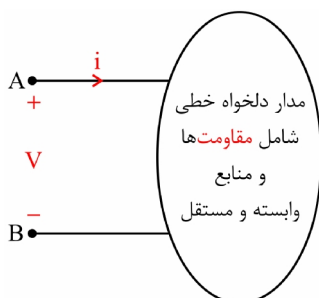
خواهد بود. وقتی معلم ریاضی‌مان یک فرمول بزرگ را می‌داد و جواب آخر می‌شد "0" چه کیفی داشت؛ در اینجا هم داستان معادل‌سازی وجود دارد؛ یک مدار مفصل شامل یک عالمه مقاومت و منبع مستقل و وابسته و... آنقدر کوچک می‌شود که نگوی و نپرس! فقط می‌ماند یک مقاومت و یک منبع مستقل! این نوع نگاه در ساده‌سازی تحلیل مدارها نقش زیادی دارد: یک مثال کوچک می‌زنیم: مطمئناً شما هم قبول دارید که سیستم تلویزیون یک مدار بسیار پیچیده است؛ اما از دو پورت که آنتن به آن وصل می‌شود، کل این سیستم تلویزیون پیچیده مثلاً معادل با یک مقاومت 75Ω است. (و یا شاید 50Ω) انصافاً این نگاه چقدر کار آقای آنتن را ساده می‌کند! یعنی جناب آنتن به جای آنکه فکر کند با یک موجود عجیب و پیچیده سروکار دارد؛ فرض می‌کند که فقط به یک مقاومت بسیار ساده معمولی وصل شده است! این معادل‌سازی زندگی مداری ما را ساده خواهد کرد! بنابراین تا جلسه آخر با آن سروکار خواهیم داشت.

۱-۲ مفهوم



برای درک مفهوم مدارهای معادل، ابتدا فرض کنید درون

یک جعبه سیاه! یک مدار دلخواه خطی شامل مقاومت‌ها و منابع وابسته و مستقل (وابسته) در اختیار داریم، به این صورت:



شکل (۱-۲) یک مدار خطی مقاومتی از دو سر AB

رابطه ولتاژ و جریان در این شبکه به صورت زیر است:

$$V = \alpha i + \beta$$

(۱-۲)

زیرا این مدار، خطی است.

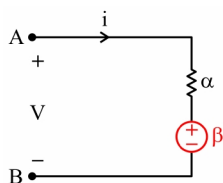


اصلاً شرط خطی بودن مدار آن است که بتوانیم رابطه بین ولتاژ و جریان آن را به صورت رابطه بالا بنویسیم. حال اگر کسی



از احوالات و مدارات درون جعبه سیاه از ما بپرسد چیزی نمی‌دانیم؛ اما آیا با داشتن رابطه بین ولتاژ و جریان هیچ نمی‌توان گفت؟

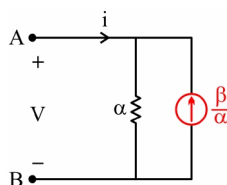
۲-۲ معادل‌های تونن و نورتن



به نظر من، مدار زیر معادل با مدار شکل (۱-۲) است، چراکه اگر برای این مدار KVL بزنیم، به رابطه (۱-۲) می‌رسیم. این مدار به نام آقای تونن ثبت شده است.



شکل (۲-۲) مدار معادل تونن



و یک مدار معادل دیگر، به نام دوست آقای تونن، یعنی آقای نورتن به

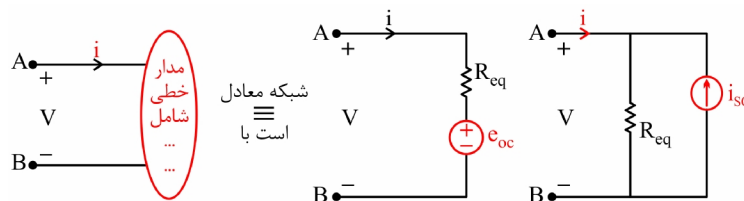


صورت زیر است:

شکل (۳-۲) مدار معادل نورتن

در اینجا نیز با KCL در گره A به معادله (۱-۲) دسترسی پیدا می‌کنیم.

پس برای هر مدار خطی، یک مدار معادل تونن داریم و یک مدار معادل نورتن؛ برای نام‌گذاری با مستماتر، α را با R_{eq} یا R_{th} یا R_N نشان می‌دهیم و مقدار منبع ولتاژ را با e_{oc} (یعنی ولتاژ مدار باز) یا V_{th} و مقدار منبع جریان را با i_{sc} (یعنی جریان اتصال کوتاه) یا i_N مشخص می‌کنیم، به طور خلاصه:



شکل (۴-۲) مدار خطی و معادل‌هایش (تونن و نورتن)

حال برویم سراغ روش‌های یافتن مدار معادل ...

راستش را بخواهید در خلال حرف‌هایم یک روش برای یافتن مدار معادل گفته‌ام! چه روشی؟



اینکه اگر بتوانیم برای ولتاژ و جریان مدار رابطه‌ای خطی به صورت زیر بنویسیم:

$$V = \alpha i + \beta$$

(۱-۲)



شیب خط برابر مقاومت معادل (R_{eq}) و عرض از مبدأ برابر ولتاژ مدار باز (e_{oc}) می‌شود، و برای رسیدن به این رابطه، بهترین راه، KCL بازی و سپس KVL در حلقه‌های خاص برای حذف جریان‌های اضافی و نهایتاً KVL در حلقه ورودی است و البته KVL بازی و سپس KCL در گره خوب نیز کار بسیار پسندیده‌ای است. تا جایی که می‌توانید، از این کارها بکنید.



و با داشتن α و β برای i_{sc} چه باید کرد؟



سؤال بسیار خوبی است، چراکه به بهانه این سؤال یک رابطه کلی بیان می‌شود. بین مقادیر e_{oc} و i_{sc} و R_{eq}

رابطه زیر برقرار است:

$$e_{oc} = R_{eq} \times i_{sc} = \beta$$

(۲-۲)

$$i_{sc} = \frac{e_{oc}}{R_{eq}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

(۳-۲)



به عبارت دیگر به کمک رابطه (۳-۲) تبدیل مدار معادل تونن و نورتن به یکدیگر کار بسیار ساده‌ای است.



و بیش از ساده بودن، کار بسیار مفیدی است. (در ساده‌سازی مدارها)

حال کمی بیشتر در مورد e_{oc} و i_{sc} گفتگو می‌کنیم.

e_{oc} یعنی ولتاژ مدار باز؛ از همین نام معلوم است که برای دسترسی به آن باید دو سر AB را باز کرد (یعنی $i = 0$) و سپس با تحلیل مدار ولتاژ دو سر A و B را به دست آورد، آن‌گاه:

$$V_{AB} = e_{oc}$$

(۴-۲)

حالا پیشنهاد شما برای i_{sc} چیست؟



دو سر AB را اتصال کوتاه می‌کنیم، جریان گذرنده از A به B برابر مقدار i_{sc} است یعنی:

$$i_{AB} = i_{sc}$$

(۵-۲)

۳-۲ مقاومت معادل



R_{eq} همان مقاومت معادل دیده‌شده از دو سر AB است و برای به دست آوردن آن می‌توان از روش‌های مختلفی

استفاده کرد. پیشنهاد اول را ارائه دهید.



ابتدا دو سر AB را باز کرده، مدار را تحلیل می‌کنیم تا e_{oc} به دست آید و سپس دو سر AB را اتصال کوتاه

می‌کنیم، جریان گذرنده از A به B برابر i_{sc} است و نهایتاً به کمک رابطه (۲-۲) داریم:

$$R_{eq} = \frac{e_{oc}}{i_{sc}}$$

(۶-۲)



کاملاً درست است، اما این روش در شرایط عادی روش عاقلانه‌ای نیست. چرا؟



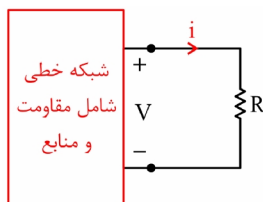
زیرا در این روش برای محاسبه e_{oc} و i_{sc} باید دو مدار جداگانه را تحلیل کرد. دو مداری که در یکی مدار باز

است و در دیگری AB، اتصال کوتاه است.



مرحبا! و تحلیل این دو مدار کاملاً متفاوت است؛ چراکه این دو مدار هیچ ربطی به هم ندارند!

البته گاهی استفاده از این روش، بهترین راه است. دقت کنید!



شکل (۵-۲) مدار تمرین ۱

۱- در مدار مقابل وقتی $R \rightarrow \infty$ ، ولتاژ V برابر 3 ولت است و وقتی $R \rightarrow 0$ ، جریان عبوری i برابر 3 آمپر است. به ازای $R = 2 \Omega$ ، جریان عبوری از مقاومت، کدام گزینه است؟

1.5 A (۲)

1 A (۱)

2.5 A (۴)

2 A (۳)



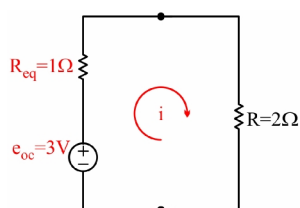
اینجا پیشنهاد من بهترین راه است! چون از صورت سؤال پیداست که:

$$\left. \begin{array}{l} R \rightarrow \infty \\ V = 3V \end{array} \right\} \Rightarrow e_{oc} = 3V$$

$$\left. \begin{array}{l} R \rightarrow 0 \\ i = 3A \end{array} \right\} \Rightarrow i_{sc} = 3A$$

و بنابراین:

$$R_{eq} = \frac{e_{oc}}{i_{sc}} = 1\Omega$$



یعنی مدار به این شکل تبدیل می‌شود:



و داریم:

شکل (۶-۲) ساده شده مدار تمرین ۱

$$i = \frac{3}{1+2} = 1A$$

بنابراین گزینه ۱ درست است.

قبل از آنکه روش دوم را بگوییم یک نکته جالب قابل ذکر است و آن این است که، مقدار منابع مستقل، روی R_{eq} تأثیری ندارد. یعنی اگر در مدار یک منبع ولتاژ 5 ولتی داشته باشیم و آن را به منبع ولتاژ 10 ولتی تبدیل کنیم، در مقدار R_{eq} هیچ تأثیری ندارد؛ همین‌طور در مورد منبع جریان نیز، مقدارش در R_{eq} تأثیری ندارد. نتیجه‌اش را شما بگویید.



یعنی برای به دست آوردن R_{eq} می‌توان آن‌ها را صفر کرد.

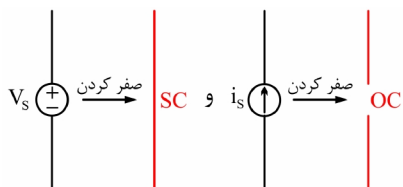


و صفر کردن منابع مستقل یعنی چه؟



صفر کردن منبع ولتاژ، یعنی صفر کردن ولتاژش، یعنی به جای

آن اتصال کوتاه بگذاریم و صفر کردن منبع جریان، یعنی صفر کردن جریانش، یعنی به جای آن مدار باز بگذاریم.



شکل (۷-۲) صفر کردن منابع مستقل

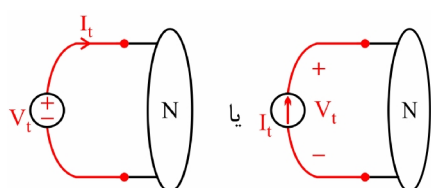


پس برای به دست آوردن R_{eq} می‌توانیم در ابتدا منابع مستقل را صفر کنیم (فقط یادتان باشد که گفته شد صفر

کردن منابع مستقل، و نه منابع وابسته) و سپس سراغ روش دوم برای به دست آوردن R_{eq} برویم.

روش دوم به این صورت است که در دو سر AB یک منبع جریان تست (I_t) می‌گذاریم و با تحلیل مدار ولتاژ دو سرش را محاسبه می‌کنیم (V_t)، آن‌گاه می‌گوییم:

$$R_{eq} = \frac{V_t}{I_t} \quad (7-2)$$



و یا بالعکس در دو سر AB یک منبع ولتاژ تست می‌گذاریم (V_t) و جریان عبوری از آن را حساب می‌کنیم (I_t) و باز همان رابطه (۷-۲)

شکل (۸-۲) روش‌های مرسوم برای دسترسی به R_{eq}

مزیت این روش به روش قبلی آن است که:



یک‌بار مدار را تحلیل می‌کنیم. (به عبارت دیگر یک مدار را تحلیل می‌کنیم.)



حال سؤالی مطرح می‌شود و آن اینکه کدامیک از روش‌های الف یا ب مناسب‌تر است؟ البته واضح است که کلمات

ابتدایی پاسخ شما آن است که «بستگی دارد!»

اما نیاز به توضیح دارد؛

در مدارهای با گره کمتر که روش KCL بهتر است، استفاده از منبع جریان و سپس یافتن V_t معقول‌تر است و در مدارهای با تعداد حلقه کمتر که روش KVL توصیه می‌شود، استفاده از منبع ولتاژ و سپس محاسبه I_t بهتر است. البته باید این‌گونه مهارت‌ها را در حل تست‌ها به دست آورد.



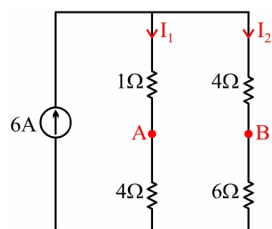
یادم است که در دبیرستان برای یافتن R_{eq} ، هیچ‌کدام از این کارها را نمی‌کردیم، آیا اینجا هم ممکن است آن

روش‌ها مفید باشد؟



قطعاً؛ یعنی در بعضی از مدارها برای دسترسی به R_{eq} ، می‌توان ابتدا منابع مستقل را صفر کرد و سپس با قواعد

سری، موازی، تقارن، شبکه‌های بی‌نهایتی و ... را حساب کرد!



شکل (۹-۲) مدار تمرین ۲

۲- مدار معادل تونن از دو سر A و B کدام است؟

(۱) $\frac{10}{3} \Omega, -16V$ (۲) $19 \Omega, -12V$

(۳) $\frac{16}{5} \Omega, 4V$ (۴) $\frac{10}{3} \Omega, 4V$



ابتدا محاسبه e_{oc} ؛ با تقسیم جریان داریم:

$$I_1 = \frac{10}{15} \times 6 = 4 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{5}{15} \times 6 = 2 \text{ A}$$

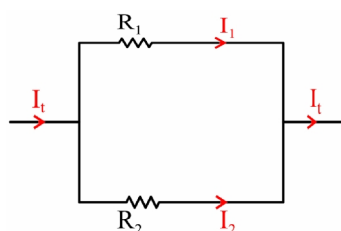
$$e_{oc} = V_a - V_b = 4I_1 - 6I_2 = 16 - 12 = 4 \text{ V}$$

و برای R_{eq} البته منبع جریان را پاک می‌کنیم (یا همان O.C.) و حالا از دو سر A و B داریم:

$$R_{AB} = (4+1) \parallel (4+6) = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} \Omega$$

یعنی گزینه ۴ درست است.

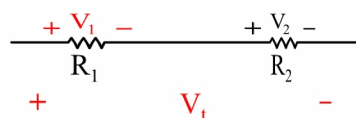
در خلال حل این تست، عبارت تقسیم جریان گفته شد. بد نیست به اندازه دقایقی کوتاه این روابط را یادآوری کنیم. با آنکه بسیار پیش پا افتاده‌اند، اما در درس مدار فوق‌العاده پرکاربرد هستند.



شکل (۱۰-۲) تقسیم جریان

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_t \quad (۸-۲)$$

$$I_1 + I_2 = I_t \quad (۹-۲)$$

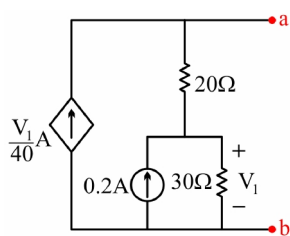


شکل (۱۱-۲) تقسیم ولتاژ

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_t \quad (۱۰-۲)$$

$$V_1 + V_2 = V_t \quad (۱۱-۲)$$

و برای تقسیم ولتاژ داریم:



شکل (۱۲-۲) مدار تمرین ۳

۲- مقاومت معادل را پیدا کنید. (یک نفر پای تخته بیاید و مسئله

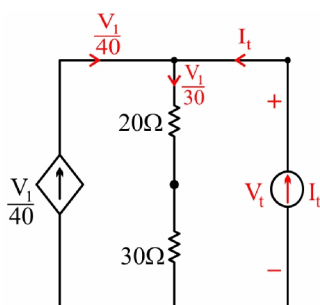
را حل کند!)

۱) 100Ω

۲) 200Ω

۳) 300Ω

۴) 400Ω



شکل (۱۳-۲) ساده شده مدار تمرین ۳

ابتدا منبع جریان را حذف می‌کنیم، در دو سر مدار یک منبع

جریان I_t می‌گذاریم و $V_{ab} = V_t$ را محاسبه می‌کنیم.

با KCL در گره بالایی داریم:

$$\text{KCL: } \frac{V_1}{40} + I_t - \frac{V_1}{30} = 0 \Rightarrow V_1 = 120 I_t$$

و با KVL در حلقه ورودی داریم:

$$\text{KVL: } V_t = \frac{2}{3} V_1 + V_1 = \frac{5}{3} \times 120 I_t = 200 I_t$$

و در نتیجه:

$$R_{eq} = 200 \Omega$$

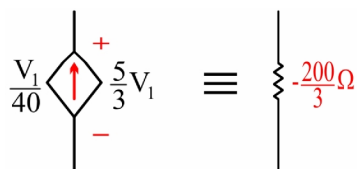
راه بسیار خوبی بود، یعنی گزینه ۲ درست شد.



اما من یک راه ساده‌تر می‌گویم؛ دیدیم که ولتاژ دو سر منبع

وابسته برابر $\frac{5}{3} V_1$ شد، یعنی، یک منبع وابسته جریان به ولتاژ دو سر خودش

وابسته شد. (شکل (۱۴-۱) را نگاه کنید).

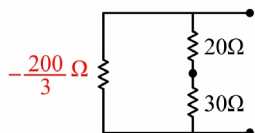


شکل (۱۴-۲) بحثی از مدار تمرین ۳



و آن مقاومت برابر است با ولتاژ تقسیم بر جریان یعنی:

$$R = -\frac{\frac{5}{3}V_1}{\frac{V_1}{40}} = -\frac{200}{3} \Omega$$



شکل (۱۵-۲) ساده شده تمرین ۳

پس مدار اصلی به شکل زیر ساده شد:

یعنی:

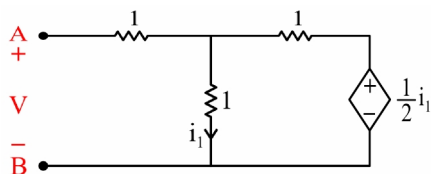
$$R_{eq} = 50 \parallel \left(-\frac{200}{3} \right) = \frac{50 \times \frac{-200}{3}}{50 - \frac{200}{3}} = 200 \Omega$$

البته همان‌طور که خوردن کله پاچه برای کودکان ممکن است خطرناک باشد، گفتن بعضی حرف‌ها در فصل دوم هم



باید با احتیاط باشد. ببینید، اگر من جای شما بودم به جای منبع جریان I_t یک منبع ولتاژ $V_t = 50V$ می‌گذاشتم. به روشنی

پیداست که $V_1 = 30V$ شده و در نتیجه با یک KCL کوچولو در بالای مدار، $I_t = \frac{1}{4}A$ معلوم می‌شود و بنابراین $R_{eq} = 200\Omega$ مثل نوشیدن آب خنک در تابستان داغ یا چای داغ در زمستان سرد به دست می‌آید.



شکل (۱۶-۲) مدار تمرین ۴

۴- مدار معادل تونن شبکه زیر را پیدا کنید.



اولاً این شبکه به خودی خود، منبع مستقل ندارد. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



مطمئناً e_{oc} و i_{sc} برابر صفر هستند.





یعنی اگر در شبکه‌ای منبع مستقلی نبود، در آنجا:

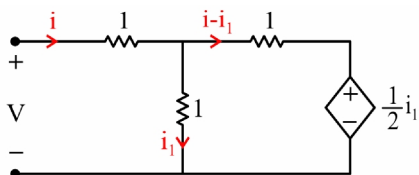
$$e_{oc} = i_{sc} = 0$$

(۱۲-۲)

و آن مدار تنها معادل با یک مقاومت است.

برویم سراغ حل مسئله خودمان؛ باید رابطه‌ای بین V و i پیدا کنیم.

ابتدا KCL بازی می‌کنیم:



شکل (۱۷-۲) باز مدار تمرین ۴

اگر در حلقه چپی KVL بزنیم، i_1 مزاحم است. چه کنیم؟



با یک KVL در حلقه راستی، i_1 را برحسب i به دست می‌آوریم و سپس KVL در حلقه چپی برای یافتن رابطه بین

V و i .

$$\text{KVL در حلقه راستی: } i - i_1 + \frac{1}{2}i_1 - i_1 = 0 \Rightarrow i_1 = \frac{2}{3}i$$

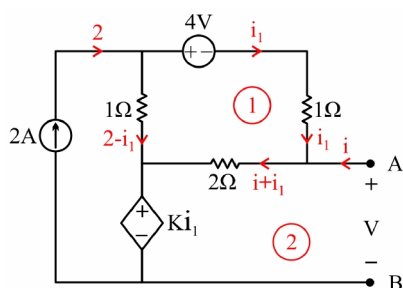
$$\text{KVL در حلقه چپی: } V = i + i_1 = i + \frac{2}{3}i = \frac{5}{3}i$$

$$\begin{cases} R_{eq} = \frac{5}{3} \Omega \\ e_{oc} = 0 \end{cases}$$



در خیلی از مسایل این الگو قابل تکرار است. KVL در حلقه فلان! برای حذف یک جریان مجهول و سپس KVL در

حلقه ورودی برای یافتن رابطه V و i و ... با همین دید مسئله δ را حل کنید.



شکل (۱۸-۲) مدار تمرین ۵

۵- مقدار K را طوری تعیین کنید که مدار مقابل:

الف) معادل یک باتری بدون مقاومت داخلی باشد.

ب) معادل یک مقاومت خالص باشد.



روی مدار شکل اصلی KCL بازی می‌کنیم و سپس در حلقه‌های ۱ و ۲، KVL می‌زنیم:

$$\text{KVL (۱)}: 4 + i_1 + 2i + 2i_1 - 2 + i_1 = 0 \Rightarrow i_1 = -\frac{1}{2}(i+1)$$

$$\text{KVL (۲)}: V = 2i + 2i_1 + Ki_1 = \left(1 - \frac{K}{2}\right)i + \left(-1 - \frac{K}{2}\right)$$

یعنی:

$$R_{eq} = 1 - \frac{K}{2}, \quad e_{oc} = -1 - \frac{K}{2}$$

و بنابراین:

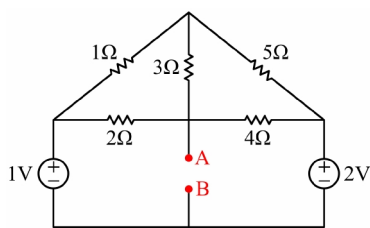
$$\text{الف} \rightarrow R_{eq} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{K}{2} = 0 \Rightarrow K = +2$$

$$\text{ب} \rightarrow e_{oc} = 0 \Rightarrow -1 - \frac{K}{2} = 0 \Rightarrow K = -2$$



۶- رابطه بین V و i دو سر AB ، در مدار زیر کدام

است؟



شکل (۱۹-۲) مدار تمرین ۶

$$V = \frac{92}{93}i + \frac{120}{93} \quad (۲)$$

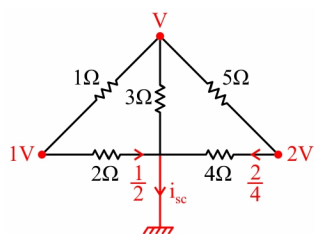
$$V = \frac{92}{93}i + \frac{140}{93} \quad (۱)$$

$$V = \frac{90}{93}i + \frac{16}{93} \quad (۴)$$

$$V = \frac{70}{93}i + \frac{16}{93} \quad (۳)$$



می‌خواهم برای حل این مسئله، یک روش میان‌بُر بسیار مفید ارائه کنیم. ببینید به‌جای حل مسئله و یافتن رابطه‌ای بین V و i (که کمی طولانی است)، فقط i_{sc} را پیدا می‌کنیم و آن‌گاه می‌گوییم گزینه‌ای درست است که در آن $\frac{e_{oc}}{R_{eq}}$ برابر مقدار i_{sc} به دست آمده است. (صد البته که این روش فقط در مسایل تستی کاربرد دارد و می‌توان با ردّ گزینه به پاسخ درست رسید.) درضمن آفرین به کسی که این حرف را تعمیم می‌دهد و می‌گوید:



شکل (۲۰-۲) ساده شده تمرین ۶



اصولاً هر وقت در یک مسئله بیش از یک پارامتر را خواسته بودند،

به‌جای به دست آوردن تک‌تک آن‌ها، رابطه‌ای بین آن پارامترهای مطلوب به دست می‌آوریم و بعد با ردّ گزینه کلک آن مسئله را می‌کنیم!



جالب است که با اتصال کوتاه کردن A و B، مداری که دو تا گره با ولتاژ مجهول داشت، حالا فقط یک گره با ولتاژ

مجهول دارد (گره بالایی)؛ در آن گره KCL می‌زنیم:

$$\text{KCL} : V - 1 + \frac{V}{3} + \frac{V-2}{5} = 0 \Rightarrow V = \frac{21}{23} \text{ V}$$

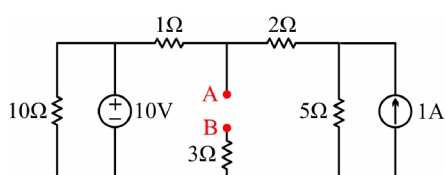
و برای i_{sc} داریم:

$$i_{sc} = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{\frac{21}{23}}{3} = \frac{30}{23}$$

طبق توضیح استاد، فقط گزینه ۲ می‌تواند درست باشد!



۷- در مدار زیر، ولتاژ مدار باز دو سر AB کدام است؟



شکل (۲-۲۱) مدار تمرین ۷

$$\frac{59}{7} \text{ V} \quad (۲)$$

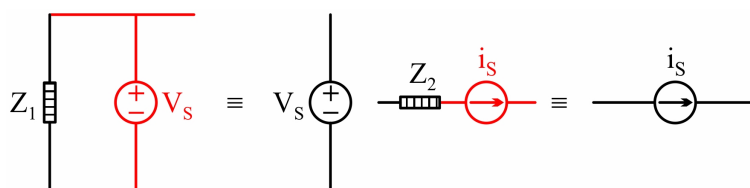
$$7 \text{ V} \quad (۱)$$

$$\frac{75}{8} \text{ V} \quad (۴)$$

$$10 \text{ V} \quad (۳)$$



توجه کنید که مقاومت 10 اهمی هیچ تأثیری ندارد، چراکه از خودش هیچ اختیاری ندارد. ولتاژ دو سرش 10V و جریانش 1A است، پس قابل حذف است. به‌طور کلی، هر عنصری موازی با منبع ولتاژ باشد، از دید بیرونی قابل حذف است و به همین ترتیب هر عنصری سری با منبع جریان باشد، از دید بیرونی قابل حذف است.



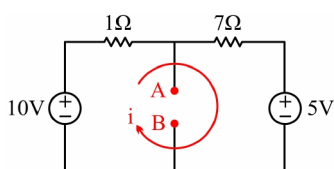
شکل (۲-۲۲) عناصر الف) موازی منبع ولتاژ ب) سری با منبع جریان

البته هر یک از روابط بالا یک استثنا دارد؛ آیا می‌دانید؟



بله، اگر Z_1 اتصال کوتاه باشد، قدرتش از منبع ولتاژ بیشتر است و اگر Z_2 مدار باز باشد، در مبارزه با منبع جریان

سری، پیروز می‌شود. یعنی در حالت موازی، اتصال کوتاه بر منبع ولتاژ و سایر عناصر اولویت دارد و در حالت سری، مدار باز، منبع جریان و سایر عناصر به ترتیب قدرت‌نمایی می‌کنند.



شکل (۲۳-۲) ساده شده تمرین ۷

و اما حل مسئله ۷ توسط شما:



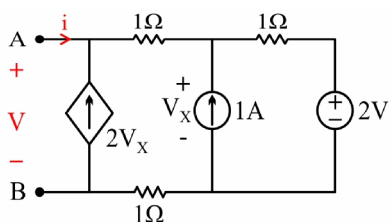
در شکل بالا مقاومت 10 اهمی را حذف می‌کنیم؛ از طرفی مقاومت 3 اهمی اینجا روی هوا ول است! (چراکه AB

مدار باز است) پس آن را هم حذف می‌کنیم و در سمت راست هم یک‌بار تبدیل نورتن به تونن زده‌ایم و به شکل (۸۶) رسیده‌ایم؛ حالا با KVL داریم:

$$\text{KVL: } -10 + i + 7i + 5 = 0 \Rightarrow i = \frac{5}{8} \text{ A}$$

$$V_{AB} = 7 \times \frac{5}{8} + 5 = \frac{75}{8} \text{ v}$$

پس گزینه ۴ درست است.



شکل (۲۴-۲) مدار تمرین ۸

۸- رابطه $V-i$ شبکه یک‌قطبی زیر کدام است؟

$$V = -3i - 15 \quad (۱)$$

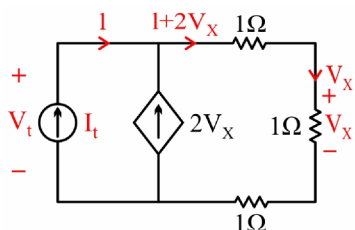
$$V = 2i + 10 \quad (۲)$$

$$V = 3i + 10 \quad (۳)$$

$$V = -2i + 10 \quad (۴)$$



برای حل این مسئله، ابتدا به شکل (۴۷-۱) مراجعه کنید؛ چه می‌بینید؟



شکل (۲۵-۲) ساده شده تمرین ۸

شیب خط در ۴ گزینه متفاوت است. پس تنها به محاسبه



R_{eq} می‌پردازیم؛ بنابراین ابتدا منابع مستقل را صفر می‌کنیم؛ داریم:

یک منبع جریان I_t می‌گذاریم و V_t را محاسبه می‌کنیم. برای این کار...



قبل از اینکه شما ادامه بدهید، یک نکته نسبتاً مفید دیگر بگوییم؛ وقتی شما منبع I_t می‌گذارید و به دنبال V_t

هستید تا از تقسیم آن‌ها مقاومت معادل R_{eq} را حساب کنید (و به دنبال e_{oc} و i_{sc} نیستید) می‌توانیم برای سادگی I_t را مساوی یک (یا هر عدد دیگر) بگیریم تا قدری محاسباتمان ساده شود. این را در تمرین ۸ اعمال کنید.



با این توضیح استاد، ادامه می‌دهیم و V_t را پیدا می‌کنیم، و با داشتن V_t داریم:

$$R_{eq} = V_t$$

(۱۳-۲)

$$1 + 2V_x = V_x \Rightarrow V_x = -1v$$

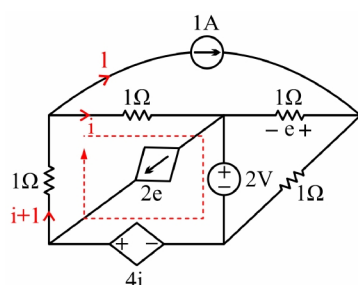
از طرفی:

$$V_t = 3V_x = -3V \Rightarrow R_{eq} = -3\Omega$$

پس تنها گزینه ۱ می‌تواند درست باشد.



حالا یکی دو مثال، از روش KCL بازی و KVL در حلقه خوب و یا KVL بازی و KCL در گره خوب حل کنیم:



شکل (۲۶-۲) مدار تمرین ۹

۹- در مدار مقابل شدت جریان i برابر است با:



- ۱ (۱)
- ۱.۵ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲.۵ (۴)



جریان مقاومت 1 اهمی سمت چپ مدار برابر $i+1$ می‌شود. (KCL بازی) حال در مربع نشان داده شده، KVL

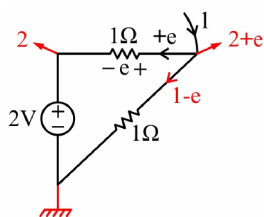
می‌زنیم؛ داریم:

$$\text{KVL: } i+2-4i+i+1=0 \Rightarrow i=1.5 \text{ A}$$

پس گزینه ۲ درست است.



۱۰- حال اگر در همین مسئله، مقدار e را می‌خواست چه می‌کردید؟



جالب است!! در مثلث سمت راستی KCL بازی کرده و سپس



KVL می‌زنیم:

$$\text{KVL: } e+2+e-1=0 \Rightarrow e=-0.5 \text{ v}$$

شکل (۲۷-۲) بخش مفید! از مدار تمرین ۹

برای حل تمرین ۱۰



و یا می‌توانستیم KVL بازی کرده و سپس در گره شمال شرقی! یک KCL بزنینم تا جناب e را پیدا کنیم؛ یعنی:

$$\text{KCL: } -1+e+2+e=0 \Rightarrow e=-0.5 \text{ V}$$

به نظر شما این بهتر نبود؟



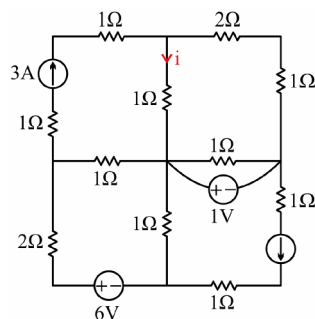
دعوا نکنید؛ روش هر دوی شما خوب است ولی کمی دقت کنید؛ یک کار بهتر هم می‌شد انجام بدهیم؛ این یک روش

ترکیبی کم‌نظیر است. ابتدا KCL بازی و KVL بازی را همزمان انجام بدهید، بعد عینکتان را مثل دانشمندان به نوک بینی‌تان منتقل کنید، اصلاً شاید جواب را دیدید!!! مثلاً در همین مسئله آخر؛ KCL بازی می‌گوید که جریان شاخه راستی برابر $1-e$ است و از طرفی KVL بازی هم می‌گوید که این جریان برابر $2+e$ است. پس:

$$1-e=2+e \Rightarrow e=-0.5 \text{ V}$$



عجب روشی بود ها!



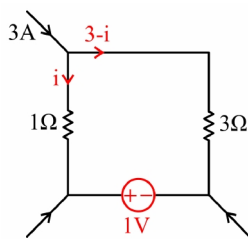
شکل (۲۸-۲) مدار تمرین ۱۱

۱۱- جریان i چند آمپر است؟

عبارت توضیح شکل (۲۷-۲) جالب بود! «بخش مفید». سعی کنید برای حل یک مدار تا حد امکان فقط سراغ بخش



مفید بروید و سایر بخش‌ها را حذف کنید.



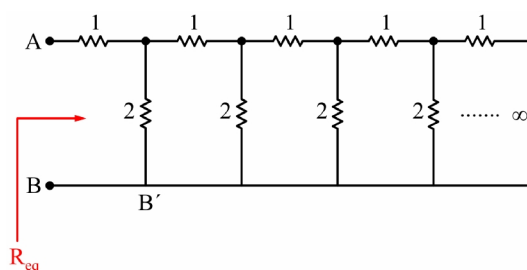
شکل (۲۹-۲) بخش مفید مدار تمرین ۱۱

بخش مفید به صورت زیر است. KCL بازی کرده و سپس



در بخش مفید (یا همان حلقه خوب!) KVL می‌زنیم:

$$\text{KVL: } 3(3-i) - 1 - i = 0 \Rightarrow i = 2\text{A}$$



شکل (۳۰-۲) مدار نردبانی بی‌نهایت شاخه تمرین ۱۲

۱۲- مقاومت معادل دیده‌شده چقدر است؟



در اینجا به هیچ‌وجه نمی‌توان دو عنصر سری یا موازی پیدا کرد. رمز حل این‌گونه مسایل استفاده از مفهوم بی‌نهایت



است. اگر ما از سر AB نگاه کنیم چه می‌بینیم؟

باید بگوییم که از آنجا ...



ببخشید حرفتان را قطع می‌کنم! ولی مهم سؤال بعدی است؛ از سر $A'B'$ چه می‌بینیم؟



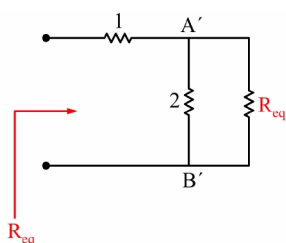
دقیقاً همان چیزی! که از سر AB می‌دیدیم.



احسنت! حل مسئله تمام شد. همین ادعا را دوباره روی مدار



پیاده می‌کنیم:



شکل (۲-۳۱) مدار ساده شده تمرین ۱۲

$$R_{eq} = \frac{2R_{eq}}{2+R_{eq}} + 1 \Rightarrow R_{eq} = 2\Omega$$

یعنی داریم:

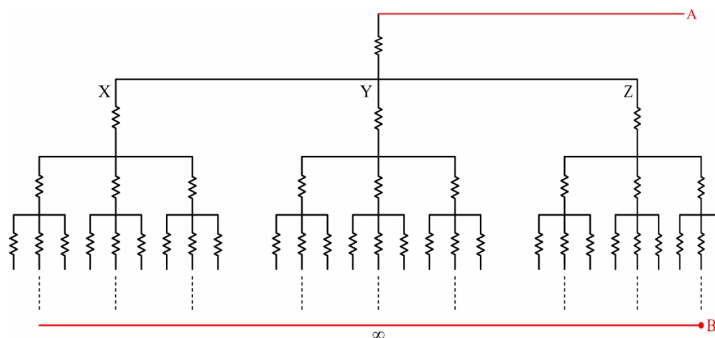
به همین سادگی حل شد. در مدارهای شامل بی‌نهایت شاخه، از این لیم کمک بگیرید. یادتان هست دبیرستانتان را؟ می‌گفت: مقدار $x = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$ را پیدا کنید و بعد برای حل آن چه می‌گفت؟ می‌گفت که طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم و چنین داریم:

$$x^2 = 2 + x$$

حرف‌هایی که در مثال آخر گفته شد، دقیقاً با همین استدلالی است که از معلم دبیرستانمان آموختیم!



۱۳- مقاومت دیده‌شده از دو سر AB چقدر است؟ (همه مقاومت‌ها برابر r هستند).

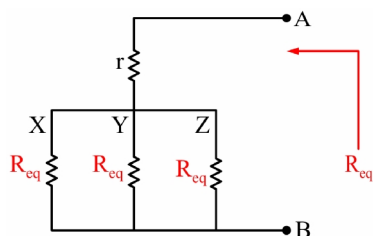


شکل (۲-۳۲) مدار تمرین ۱۳



دوباره مثل قبل است. آنچه ما از سر بالایی می‌بینیم، دقیقاً

همان را از گره‌های X و Y و Z مشاهده می‌کنیم. این حرف را پیاده می‌کنیم:



شکل (۲-۳۳) مدار ساده شده تمرین ۱۳

یعنی داریم:

$$R_{eq} = r + \frac{1}{3}R_{eq} \Rightarrow R_{eq} = \frac{3}{2}r$$



اگر کسی علاقه‌مند به حفظ فرمول‌های به‌دردنخور است! بشنود:

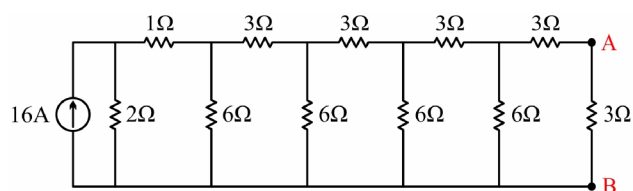
در مدارهایی شبیه مدار مسئله ۱۳ که در هر مقطع به n شاخه تقسیم می‌شوند، مقاومت معادل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R_{eq} = \frac{n}{n-1}r \quad (۲-۱۴)$$

توجه داشته باشید که این حرف‌ها فقط در شبکه‌های بی‌نهایت‌شاخه مصداق دارد، در غیر این صورت باید از ترفندهای دیگری استفاده کنیم. به مثال ۱۴ توجه کنید.



۱۴- در مدار زیر ولتاژ V_{AB} چند ولت است؟

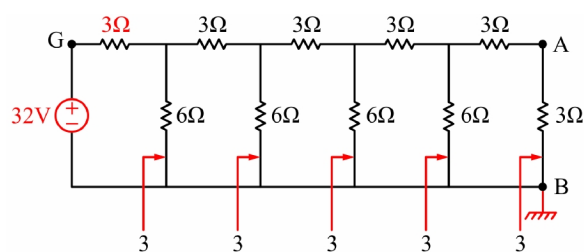


شکل (۲-۳۴) مدار تمرین ۱۴

- ۱) 3
- ۲) 1
- ۳) 2
- ۴) 4

برای حل در سمت چپ یک تبدیل نورتن به تونن زده و از پله‌های متوالی نردبان به سمت راست نگاه کنید. چی می‌بینید؟





شکل (۲-۳۵) ساده شده مدار تمرین ۱۴

مدار این جوری می‌شود:

پس چون همه مقاومت‌های دیده شده برابر 3Ω است، داریم:

$$V_C = 2V_A, V_D = 2V_C, V_E = 2V_D, V_F = 2V_E, V_G = 2V_F$$

از طرفی معلوم است که:

$$V_G = 32\text{ v}$$

پس:

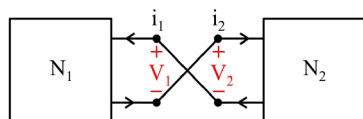
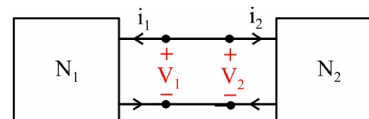
$$32 = 2^5 V_A \Rightarrow V_A = 1\text{ v}$$

یعنی گزینه ۲ درست است.

۲-۴ اتصال دو شبکه



هر دو مدار به یکی از صورت‌های زیر به هم متصل می‌شوند:

شکل (۲-۳۷) اتصال معکوس دو شبکه N_2 و N_1 شکل (۲-۳۶) اتصال مستقیم دو شبکه N_2 و N_1

برای یافتن پاسخ‌های ولتاژ V و جریان i ، در ابتدا باید به نوع اتصال توجه داشت، واضح است که:

در اتصال مستقیم:

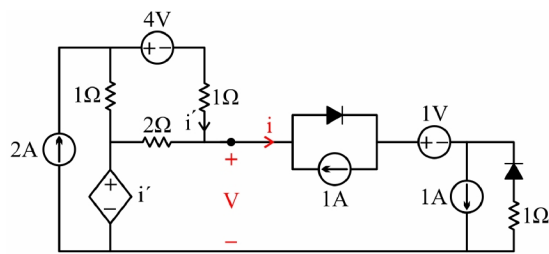
$$V = V_1 = V_2, \quad i = i_1 = -i_2 \quad (۱۵-۲)$$

و در اتصال معکوس:

$$V = V_1 = -V_2, \quad i = i_1 = i_2 \quad (۱۶-۲)$$

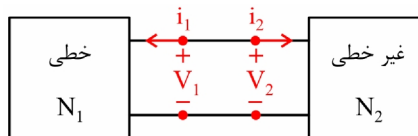
و با داشتن مشخصه ولتاژ و جریان در هر یک از شبکه‌ها - چه به صورت فرمولی و چه به صورت نموداری - و از یافتن محل تلاقی آن‌ها V و i به دست می‌آیند.

توجه داشته باشید که در مدارهای غیرخطی ممکن است پاسخ یکتا نباشد.



شکل (۳۸-۲) مدار تمرین ۱۵ اتصال دو شبکه

۱۵- در مدار زیر پاسخ‌های V و i را پیدا کنید.



شکل (۳۹-۲) مدلی از اتصال مدار در تمرین ۱۵

جالب آن است که هر دو بخش چپی و راستی در تمرینات



گذشته بررسی شده است.

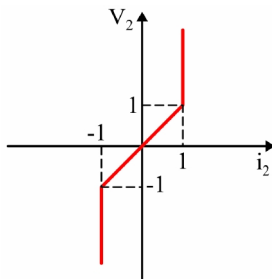
ادامه با شما:



در تمرینات قبل برای N_1 دیدیم که:

$$V_1 = \frac{1}{2}i_1 - \frac{3}{2}$$

و برای N_2 :



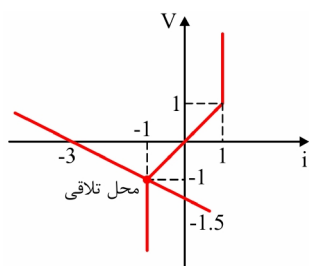
شکل (۴۰-۲) مشخصه ولتاژ جریان نیمه راستی مدار تمرین ۱۵

حال توجه داریم که اتصال مستقیم است، یعنی:

$$V = V_1 = V_2 \text{ و } i = -i_1 = i_2$$

یعنی ملاک جهت‌های V و i را جهت‌های مربوط به مدار غیرخطی گرفتیم، پس رابطه بالایی به صورت زیر می‌شود:

$$V = -\frac{1}{2}i - \frac{3}{2}$$



شکل (۴۱-۲) حل تمرین ۱۵ (تلاقی مشخصه‌ها)

حالا این مدار را با معادله مشخصه مدار غیرخطی شکل (۴۰-۲) تلاقی می‌دهیم، داریم:

و با توجه به محل تلاقی:

$$V = V_1 = V_2 = -1 \text{ V} \quad \text{و} \quad i = i_2 = -i_1 = -1 \text{ A}$$

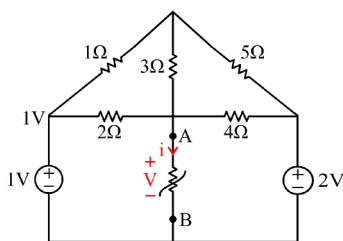
و یک نمونه دیگر از همین نوع مسایل:



۱۶- جریان i را پیدا کنید. مشخصه مقاومت غیرخطی به



صورت زیر است:



شکل (۴۲-۲) مدار تمرین ۱۶

$$V = \frac{1}{93}(i^3 + 27i)$$

در اینجا هم یک مقاومت غیرخطی، به صورت مستقیم به یک شبکه خطی که از قبل بررسی شده متصل شده است،



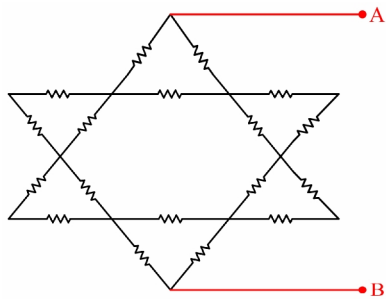
بدون توضیح اضافی داریم:

$$V = V_1 = V_2 \quad \text{و} \quad i = i_1 = -i_2$$

اندیس‌های ۱ مربوط به مقاومت غیرخطی و اندیس ۲ مربوط به شبکه بادیادکی خطی است! که قبلاً مشخصه آن داده شده است، فقط در اینجا i را به $-i$ تبدیل می‌کنیم.

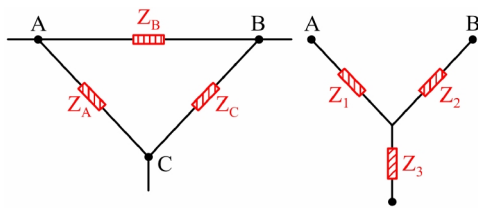
$$\frac{1}{93}(i^3 + 27i) = -\frac{92}{93}i + \frac{120}{93}$$

$$i^3 + 119i - 120 = 0 \Rightarrow i = 1 \text{ A}$$



شکل (۴۳-۲) مدار تمرین ۱۷

۱۷- مقاومت معادل دیده شده از دو سر AB چقدر است؟ (تمام مقاومت ها سه اهمی اند.)



شکل (۴۴-۲) شبکه های الف) مثلث و ب) ستاره

قبل از حل این مسئله، بد نیست اشاره ای به



تبدیلات ستاره و مثلث داشته باشیم. به تخته کلاس به دقت نگاه کنید:

ابتدا تبدیل ستاره به مثلث:

$$Z_A = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_2} \quad (۱۷-۲)$$

$$Z_B = \frac{\text{صورت همان بالا}}{Z_3} \quad (۱۸-۲)$$

$$Z_C = \frac{\text{باز همان صورت بالا}}{Z_1} \quad (۱۹-۲)$$

و در حالت خاص هرگاه:

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 \quad (۲۰-۲)$$

$$Z_A = Z_B = Z_C = 3Z_1 \quad (۲۱-۲)$$

و اکنون تبدیل مثلث به ستاره:

$$Z_1 = \frac{Z_A \cdot Z_B}{Z_A + Z_B + Z_C} \quad (۲۲-۲)$$

$$Z_2 = \frac{Z_B \cdot Z_C}{\text{همان مخرج بالا}} \quad (۲۳-۲)$$

$$Z_3 = \frac{Z_A \cdot Z_C}{\text{باز همان مخرج بالا}} \quad (۲۴-۲)$$

و اگر:

$$Z_A = Z_B = Z_C \quad (۲۵-۲)$$

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = \frac{1}{3} Z_A \quad (۲۶-۲)$$

در مورد شبکه‌های Π و T چطور؟



یادتان باشد، مدار π همان مثلث (پاهای پایین آن را به هم بچسبانید!) و مدار T همان ستاره است. (بازوهای بالایی

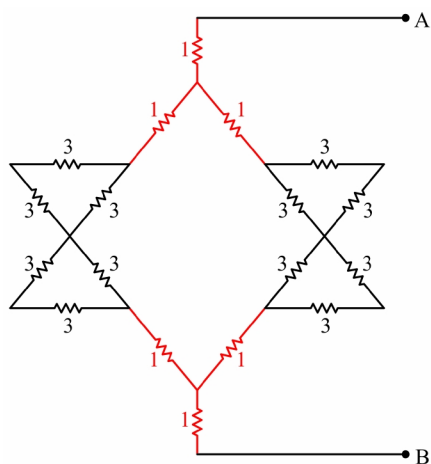


را باز کنید.) پس نکته جدیدی ندارد. برویم سراغ حل تمرین ۱۷.



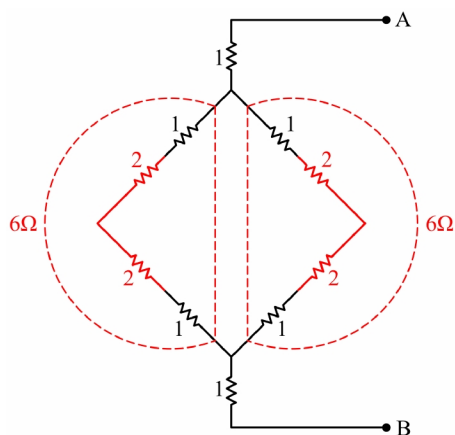
برای دو مثلث بالایی و پایینی، معادل ستاره

می‌نویسیم و مقاومت معادل شاخه‌های چپی و راستی را هم حساب می‌کنیم؛ به صورت زیر



شکل (۴۵-۲) مدار ساده شده تمرین ۱۷

و باز اگر ساده‌تر کنیم:



شکل (۴۶-۲) مدار خیلی ساده‌تر! شده تمرین ۱۷

یعنی:

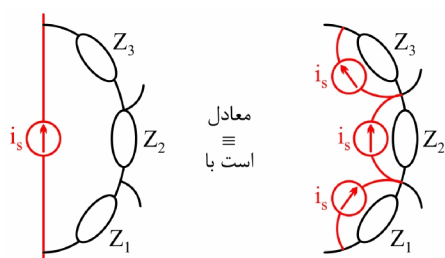
$$R_{AB} = 1 + 6 \parallel 6 + 1 = 5 \Omega$$

راه حل شما درست است ولی اگر کسی چشمش باز بکند، می بیند که مدار متقارن است؛ پس می شود آن را روی محور



تقارنش تا کرد و بعد هم مثل آب خوردن دوباره $R_{eq} = 5\Omega$ به دست می آید.

۵-۲ تبدیل منابع

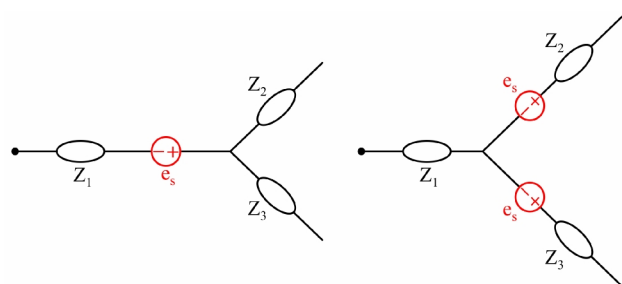


گاهی این روش های تبدیل منابع کار را بسیار ساده می کند؛



دقت کنید:

شکل (۲-۴۷) تبدیل منابع مستقل جریان

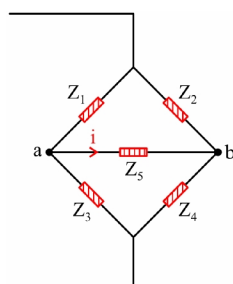


و یا در مورد منابع ولتاژ:

شکل (۲-۴۸) تبدیل منابع مستقل ولتاژ

این دو تبدیل در کاهش تعداد مش های مستقل یا کاهش تعداد گره های مستقل در بعضی مدارها می توانند مؤثر باشند. البته برای شما که اهل KCL بازی و KVL بازی هستید، خیلی نیازی به این تبدیل منابع نیست.

۶-۲ پل وتستون



سال هاست با این پل آشنا هستید، پس بدون توضیح می گذریم.



شکل (۲-۴۹) پل آقای وتستون!

شاخه ab قابل حذف است. $\Rightarrow i=0 \Rightarrow Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$ اگر

(۲۷-۲)