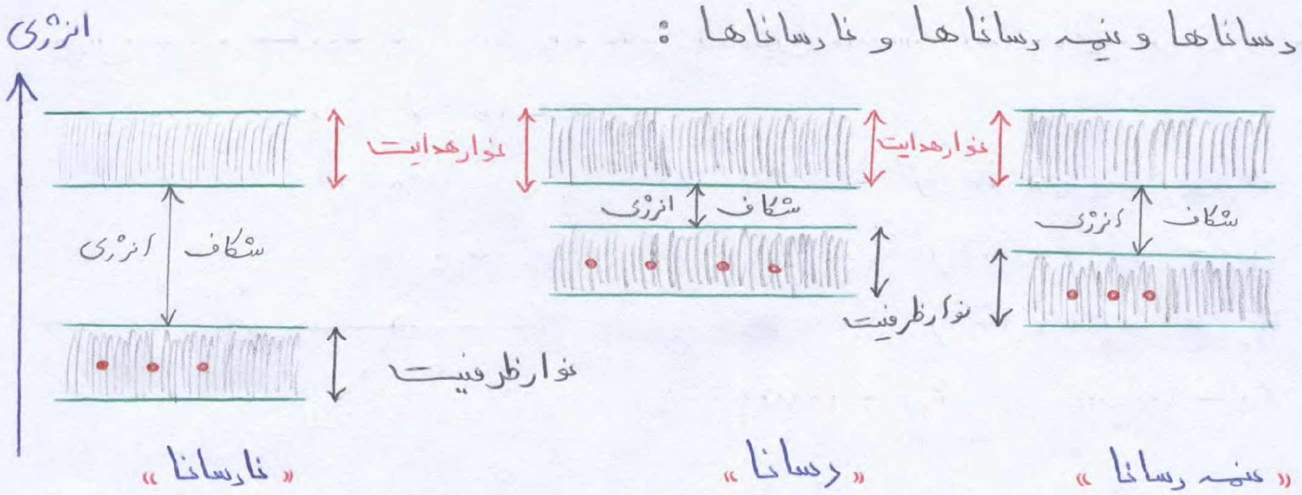
رساناها و نیمه رساناها و نارساناها :



* نوار ظرفیت ← دارای الکترون * نوار هدایت ← فاقد الکترون

قانون کولن :

$(-) \xleftrightarrow{\;r\;} (+)$

$F \propto \dfrac{1}{r^2}$ $\quad F \propto qq'$ $\quad F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \dfrac{qq'}{r^2}$ $\quad F = 9\times10^9 \times \dfrac{qq'}{r^2}$

$\boxed{F = k\dfrac{qq'}{r^2}}$ قانون کولن $\qquad \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = k = 9\times10^9 \ \dfrac{N.m^2}{C^2}$ (ثابت گذردهی = ε_0)

مثال: فرض کنید فاصله کل بارهای مثبت و کل بارهای منفی در یک سکه مسی به اندازه‌ای است که نیروی جاذبه بین آنها ۴٫۵ است. این بارها چقدر باید با هم فاصله داشته باشند؟

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{qq'}{r^2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow r = q\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 F}} =$$

$$= 1.3\times10^5 \sqrt{\frac{9\times10^9}{4.5}} = 5.8\times10^9 \ m$$

$$F_1 = F_{12} + F_{13} + F_{14} + \dots$$

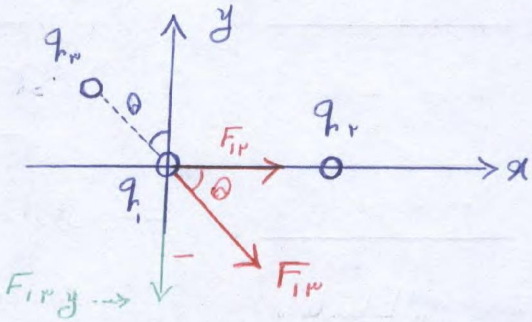
(نیروی وارد بر بار q_1)

$F_{12} \xrightarrow{\text{یعنی}}$ نیرویی که بار q_2 بر q_1 وارد می‌کند و ...

www.power88.ir

مثال = در شکل زیر، سه بارِ q_1 و q_2 و q_3 نشان داده شده است. چه نیرویی بر q_1 وارد می‌شود؟ ($\theta = 30^\circ$)

$$q_1 = -(1 \times 10^{-6})\ C$$
$$q_2 = +(3 \times 10^{-6})\ C$$
$$q_3 = -(2 \times 10^{-6})\ C$$
$$r_{12} = 15\ cm \qquad r_{13} = 10\ cm$$



(هنگام رسم نیروهای وارد بر یک بار، باید ابتدای بردارهای نیرو، روی آن بار باشد)

$$F_{12} = 9 \times 10^{9} \times \frac{(10^{-6} \times 3 \times 10^{-6})}{(1.5 \times 10^{-1})^2} = 1.2\ N$$

$$F_{13} = 9 \times 10^{9} \times \frac{(10^{-6} \times 2 \times 10^{-6})}{(1 \times 10^{-1})^2} = 1.8\ N$$

$$F_{1x} = F_{12x} + F_{13x} = F_{12} + F_{13} \cdot \sin 30^\circ = 1.2 + (1.8 \times \tfrac{1}{2}) = 2.1$$

$$F_{1y} = F_{12y} + F_{13y} = 0 - F_{13} \cdot \cos 30^\circ = -(1.8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}) = -1.6$$

$$\vec{F_1} = 2.1\ \hat{i} - 1.6\ \hat{j}$$ (چون جهت نیروی F_{13y} به سمت پایین بود)

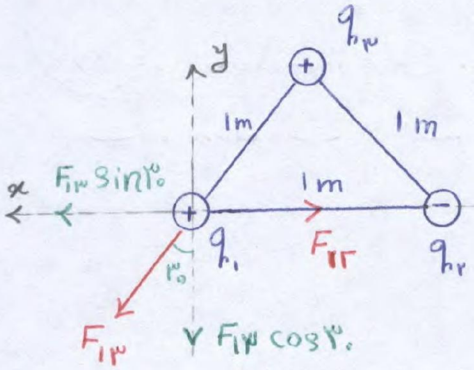
$$|\vec{F_1}| = \sqrt{F_{1x}^2 + F_{1y}^2 + 2 F_{1x} \cdot F_{1y} \cdot \cos\theta}$$

(که در این مثال، $\cos\theta = 0$ است چون $\theta = 90^\circ$)

* بار الکتریکی، یک کمیت کوانتیده است.

www.power88.ir

مثال : نیروی وارد بر بار q_1 را بیابید .



$$q_1 = 1.6 \times 10^{-19}\,C \quad q_2 = -3.2 \times 10^{-19}\,C \quad q_3 = 1.6 \times 10^{-19}\,C$$

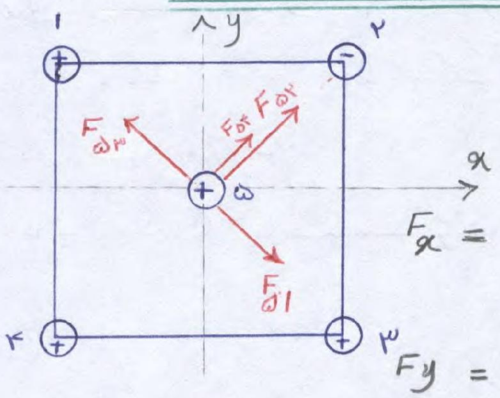
$$F_x = F_{12} + F_{13x} = F_{12} + (-F_{13}\sin 30) =$$

$$= k\left(\frac{q_1 q_2}{r^2} - \frac{q_1 q_3}{r^2}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = k\left(q_1 q_2 - \frac{q_1 q_3}{2}\right)$$

$$F_y = F_{13}\cos 30 = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

بردار نیرو : $\vec{F} = F_x\,\hat{i} + F_y\,\hat{j}$ اندازهٔ نیرو : $|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

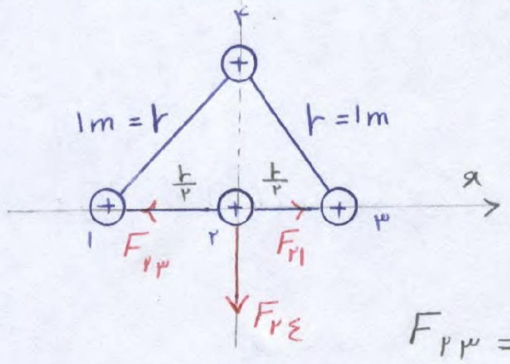
مثال : نیروی وارد بر بار q_5 را حساب کنید .



$$F_x = F_{52}\cos 45 + F_{54}\cos 45 + F_{51}\cos 45 - F_{53}\cos 45$$

$$F_y = -F_{51}\sin 45 + F_{52}\sin 45 + F_{53}\sin 45 + F_{54}\sin 45$$

مثال : نیروی وارد بر بار q_2 را بیابید .



$$q_1 = q_3 = 3.2 \times 10^{-19}\,C \quad q_2 = 1.6 \times 10^{-19} \quad q_4 = 1.6 \times 10^{-19}$$

$$F_{23} = -F_{21} \Rightarrow \sum F_x = 0$$

$$F_{24} = 9 \times 10^9 \left(\frac{(1.6)^2 \times 10^{-38}}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\right) = \ldots$$

www.power88.ir

مثال = فاصلهٔ ۲ میان الکترون و پروتون در اتم هیدروژن ، در حدود $5.3 \times 10^{-11}\,m$
است . مطلوبست : الف) بزرگی نیروی الکتریکی ب) نیروی گرانش میان این دو ذره؟

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{9\times10^{9}\,(1.6\times10^{-19})^2}{(5.3\times10^{-11})^2} = 1.8\times10^{-8}\,N$$

$$F_g = \overset{\text{ثابت گرانش}}{G}\,\frac{m_1 m_2}{r^2} = \frac{\boxed{6.7\times10^{-11}}\,\overset{\text{جرم پروتون}}{(9.1\times10^{-31})}\,\overset{\text{جرم الکترون}}{(1.7\times10^{-27})}}{(5.3\times10^{-11})^2} = 3.7\times10^{-47}\,N$$

پایستگی بار :

$$\underbrace{e^- + e^+}_{\text{بار خالص} = 0} \longrightarrow \underbrace{\gamma + \gamma}_{\text{بار خالص} = 0}$$

مثلاً اگر یک الکترون + یک پوزیترون شود (که بارهای الکتریکی آنها یکی است) ، نتیجه ، یک اشعهٔ گاما + یک اشعهٔ گامای دیگر خواهد بود. یعنی هر دو تبدیل به انرژی می شوند.

امّا جرم سکون ، پایسته نیست و طبق رابطهٔ $E = mc^2$ تماماً تبدیل به انرژی می شود.

$$U^{238}_{92} \longrightarrow Th^{234}_{90} + He^{4}$$

$$Ca^{44}_{20} + \text{پروتون}_{1} \longrightarrow Sc^{44}_{21} + \text{نوترون}_{0}$$

$$K^0 \longrightarrow \pi^+ + \pi^-$$ (واپاشی مزون)

www.power88.ir

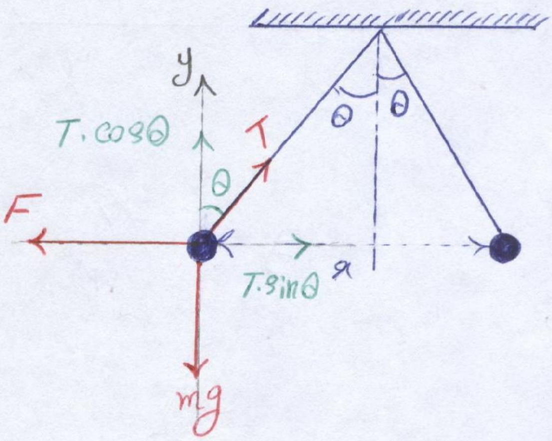
مثال: دو گلوله رسانای مشابه به جرم m ، مطابق شکل ، از نخهای ابریشمی به طول L آویزان شده‌اند و دارای بارهای مشابه q هستند. فرض کنید θ آنقدر کوچک است که می‌توان به جای $\tan\theta$ ، مقدار مساوی آن یعنی $\sin\theta$ را قرار داد. با این فرض نشان دهید

$$x = \left(\frac{q^2 \cdot L}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot mg}\right)^{\frac{1}{3}}$$

اگر $L = 120\,cm$ و $m = 10\,g$ و $x = 5\,cm$ ، مقدار q را بیابید (x فاصله گلوله‌ها)

حل: ابتدا باید ببینیم به هر کدام از گلوله‌ها ، چه نیروهایی وارد می‌شود. چون هر دو گلوله یکسان هستند لذا فقط برای یکی از آنها این نیروها را رسم می‌کنیم.

$F =$ نیروی دافعه بین دو گلوله



شرط تعادل:

$$\begin{cases} \text{در راستای افق} \rightarrow T.\sin\theta = F = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{x^2}\right) & (1) \\ \text{در راستای قائم} \rightarrow T.\cos\theta = m.g & (2) \end{cases}$$

از تقسیم رابطه (۱) بر (۲) داریم

$$\tan\theta = \frac{q^2}{4\pi\cdot\varepsilon_0\cdot mg\cdot x^2}$$

طبق فرض ، $\tan\theta = \sin\theta \Leftarrow$

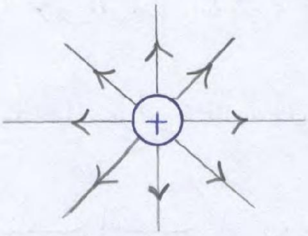
$$\tan\theta = \sin\theta = \frac{x}{2L} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\, mg\, x^2}$$

$$\Rightarrow x = \left(\frac{Lq^2}{2\pi\varepsilon_0\, mg}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$q = 2{,}38 \times 10^{-8}\ C$$

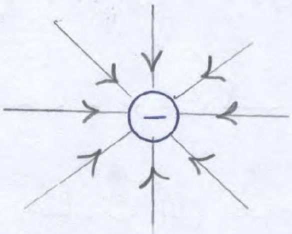
www.power88.ir

«میدان الکتریکی»



تراکم بیشتر خطوط میدان ←

میدان قوی‌تر



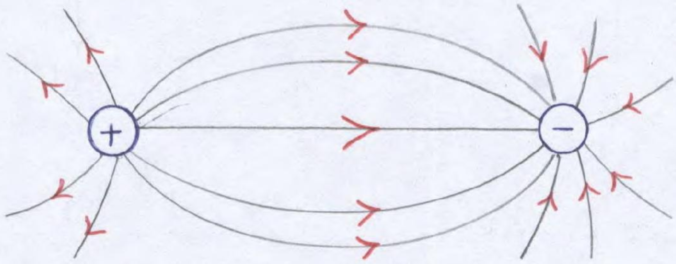
* بار مثبت، همیشه در جهت خطوط میدان حرکت می‌کند.

* بار منفی، همیشه در خلاف جهت خطوط میدان حرکت می‌کند.

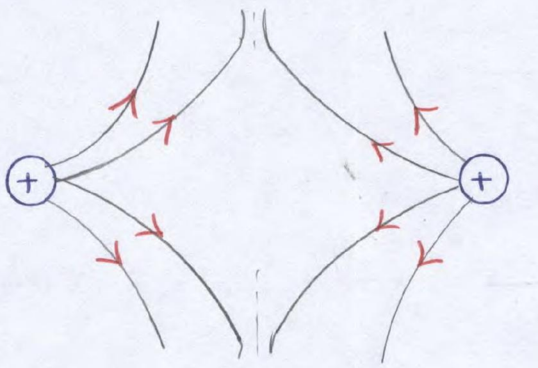
$$\boxed{E=\frac{F}{q_0}}=\frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{q\,q_0}{r^2}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{q}{r^2}$$

* در الکتریسیته، به جای جرم، بار داریم.

$$\begin{cases}F=m\cdot a\\ F=q\cdot E\end{cases}\qquad g=G\,\frac{M}{r^2}\qquad E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{r^2}$$



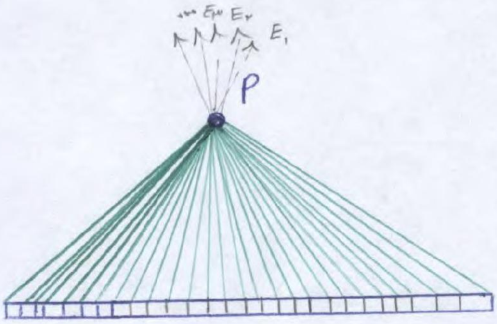
(میدان بارهای نقطه‌ای)



* بین دو بار همنام، میدان، صفر است؛ یعنی اگر باری بین دو بار همنام قرار گیرد هیچ نیرویی به آن وارد نمی‌شود.

www.power88.ir

میدان بار پیوسته :



q , L

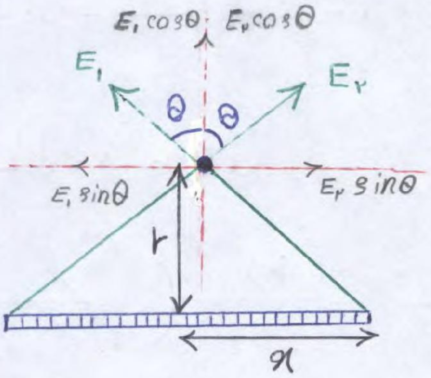
$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots$$

(Δq = بار هر کدام از قسمت های کوچک)

$$E = \sum \frac{\Delta q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \boxed{\int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

$\Delta q \to 0 \to dq$

المان = ذره های کوچکی که در نظر می گیریم ؛ یعنی جسم را به آن ذره ها تقسیم می کنیم .



نکته = هر المان ، یک میدانی ایجاد می کند .

می خواهیم میدان را در نقطه ای که روی عمود منصف میله قرار دارد محاسبه نماییم . برای اینکار باید میله را به قسمت های کوچک تقسیم نماییم تا بار ، شبیه بارهای نقطه ای شود .

برای المان اول ، میدان را رسم می کنیم (یعنی ابتدا از المان به نقطهٔ مورد نظر وصل می نماییم و میدان را از آنجا رسم می کنیم که طبیعتاً دافعه خواهد بود)

یادآوری = همانطور که می دانیم همیشه در نقطهٔ مورد نظر ، فرض می کنیم بار مثبت داریم ؛

بار میله هم که مثبت است ⇐ E_1 دافعه خواهد بود .

چون شکل مورد نظر (میله) متقارن هست ، یک المان قرینه هم در نظر می گیریم .

به علت تقارن ← $\sum E_x = 0$ ⇐ فقط میدان در راستای y ها داریم .

$$\sum E_y = \sum \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{(r^2+x^2)}\cos\theta = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+x^2)}\frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}}$$

www.power88.ir

$$E_y = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{(r^2+x^2)} \frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}}$$

$\sigma = \dfrac{q}{A}$ «چگالی بار سطحی»

$\rho = \dfrac{q}{V}$ «چگالی بار حجمی»

$\lambda = \dfrac{q}{L}$ «چگالی بار طولی»

نکته = در تمامی اجسام رسانا، بار در سطح خارجی جمع می شود.

برای بدست آوردن dq در مسئلهٔ میلهٔ باردار، ما چگالی بار طولی داریم.

«چون چگالی ثابت است»

$$q = \lambda . L \Rightarrow dq = \lambda . dL + \underbrace{L . d\lambda}_{=0} \rightarrow dq = \lambda . dL$$

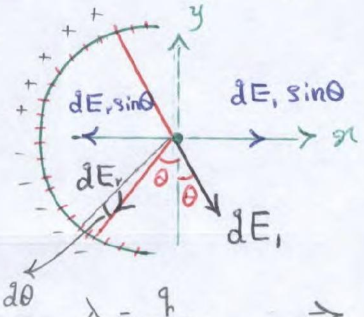
$$E_y = \int \frac{r \cdot \lambda \cdot dL}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{r\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \frac{dx}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{r\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{x}{r^2\sqrt{r^2+x^2}} \right)_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}$$

ما برای بازهٔ انتگرال، چون مبدأ مختصات را وسط میله تعیین کرده بودیم، وطول میله نیز L بود، طول اولین المان برابر $-\frac{L}{2}$ و طول آخرین المان برابر $+\frac{L}{2}$ بود.

نکته برای مثال صفحهٔ بعد = همیشه در کشکال دایره‌ای شکل، باید «طول» را به «زاویه» تبدیل کنیم.

www.power88.ir

مثال =) یک میلهٔ شیشه ای باریک به صورت نیم دایره ای به شعاع R خم شده است. بارِ $+Q$ در نیمهٔ بالا و بار $-Q$ در نیمهٔ پایین به طور یکنواخت توزیع شده است. میدان الکتریکی E را در نقطهٔ P (مرکز نیم دایره) پیدا کنید.



چون یک میلهٔ باردار داریم بنابراین بارِ ما، در طول این میله پراکنده شده است. پس میله را به المانهای کوچک تقسیم می کنیم و چون شکل ما تقارن دارد ۲ المانِ قرینه در نظر بگیریم.

$$\lambda = \frac{q}{L} \Rightarrow q = \lambda . L$$

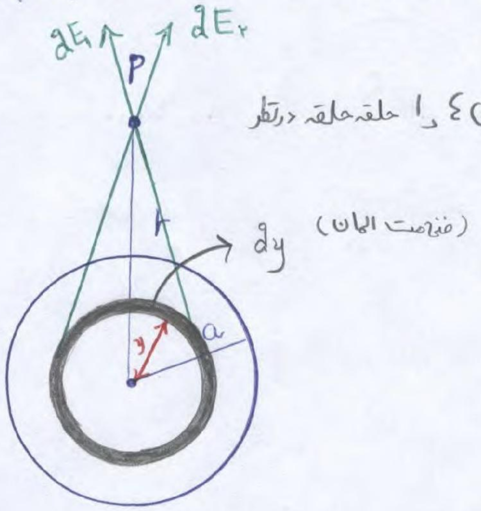
$$dE_1 = dE_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{R^2} \qquad dQ = \lambda . dL = \Big(\frac{\overset{\text{بار کل نیم حلقه}}{2Q}}{\underset{\text{طول کل نیم حلقه}}{\pi R}}\Big)\underbrace{dL}_{\text{طول المان}}$$

$$E_y = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q\,dL}{\pi R\, R^2}\cos\theta \qquad \sin d\theta = \frac{dL}{R} \qquad d\theta \ll 6^\circ \rightarrow \sin\theta = \theta \qquad dL = R\,d\theta$$

$$E_y = \int \frac{2QR\,d\theta}{4\pi\varepsilon_0 \pi R^3}\cos\theta = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 \pi R^2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\cos\theta . d\theta = \frac{2Q}{2\varepsilon_0 \pi^2 R^2} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \pi^2 R^2}$$

تصویر میدان ها روی محور x ها همدیگر را خنثی می کنند؛ در حالیکه تصاویرشان روی محور y ها همدیگر را تقویت می کنند.

مثال =) قرص نازکی به شعاع a به طور یکنواخت باردار شده و بارِ واحد سطح آن σ است. میدان الکتریکی را روی محور این قرص و در فاصلهٔ r از آن بیابید.



* اولین گام، انتخابِ المانِ مناسب است که ما در اینجا، المان ها را حلقه حلقه در نظر می گیریم. در راستای x، میدان های المان ها، همدیگر را خنثی کردند.

www.power88.ir

$$dE_y = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{dq}{(r^2+y^2)}$$

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow q = \sigma . A \qquad A = \pi R^2 \Rightarrow$$

$$dA = 2\pi R\, dR \qquad dA = 2\pi y . dy$$

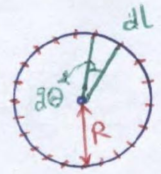
$$dq = \sigma . dA = \sigma . 2\pi y . dy \qquad E = \int dE = \int \frac{2\pi y . \sigma . dy}{4\pi\varepsilon_0 . (y^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^a \frac{y . dy}{(y^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{r}{\sqrt{a^2+r^2}}\right)$$

« المان اشکال مختلف »

* میله : 

$$\lambda = \frac{q}{L} \qquad dq = \lambda . dL$$

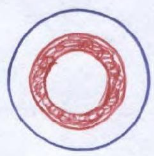
* حلقه : 

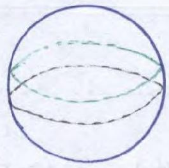
$$\lambda = \frac{q}{L} \qquad dq = \lambda . dL$$

$$\begin{cases} \sin d\theta = \dfrac{dL}{R} & d\theta < 6^\circ \\ dL = R . d\theta & dq = \lambda R\, d\theta \end{cases}$$

* صفحهٔ باردار دایره‌ای - یا - قرص - یا - دیسک :

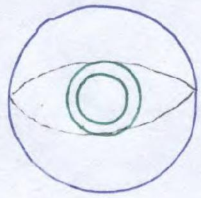
$$\sigma = \frac{q}{A} \qquad dq = \sigma . d\theta = 2\pi R . \sigma . d\theta$$



* کرهٔ رسانای باردار : 

(بار سطحی)

$$\sigma = \frac{q}{A} \qquad dq = 2\pi R . \sigma . dR$$

* کرهٔ نارسانای باردار : 

(بار حجمی)

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \qquad \rho = \frac{q}{V}$$

$$dq = \rho . dV \qquad (dV = 4\pi R^2 dR)$$

$$dq = \rho . 4\pi R^2 dR$$

www.power88.ir

قانون گاوس : این قانون ، بیشتر برای بدست آوردن میدان استفاده می‌شود .

$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} = \phi_E$$

ϕ_E = شار الکتریکی = تعداد خطوطی که در واحد زمان از واحدِ سطح ، عبور می‌کند .

* اگر شکل ما ، متقارن باشد ، می‌توان از قانون گاوس استفاده نمود . این قانون بیان می‌کند که : یک سطح فرضی در نظر بگیرید که ترجیحاً شبیه شکل مورد نظر باشد . سپس نگاه کنید که داخلِ آن شکل فرضی ، چه مقدار بار وجود دارد که آن مقدار را می‌بایست در فرمول ، به جای q قرار دهید . ds هم که مساحتِ سطح فرضی است .

شرایط استفاده از قانون گاوس :

۱ـ سطح فرضی ، ترجیحاً هم‌شکل جسم باشد .

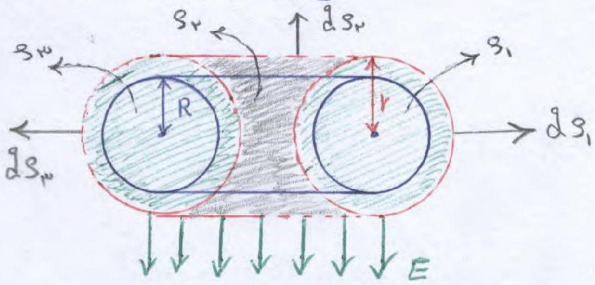
۲ـ سطح فرضی ، از نقطهٔ مورد نظر بگذرد .

۳ـ q بار داخلِ سطحِ فرضی باشد .

۴ـ سطح فرضی بسته باشد .

۵ـ ds همیشه عمود بر سطح به سمت خارج می‌شود .

مثال = مطلوبست ، میدانِ خارجِ استوانهٔ رسانای باردار :



$$\oint E\cdot ds = \oint E\cdot ds_1 + \oint E\cdot ds_2 + \oint E\cdot ds_3 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E(\pi r^2)\cdot\cos\frac{\pi}{2} + E(2\pi r L)\cdot\cos 0 + E(\pi r^2)\cos\frac{\pi}{2} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(2\pi r L) = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{q}{2\pi r L \varepsilon_0}$$

(در این شکل ، ۳ سطح بسته داشتیم و ds در حقیقت ، مساحت سطح بسته می‌باشد .)

$$\oint E\cdot ds = \oint E\, ds\cos\theta$$ ($\theta \leftarrow$ زاویهٔ بین E و ds)

www.power88.ir

بدست آوردن قانون کولن از قانون گاوس :

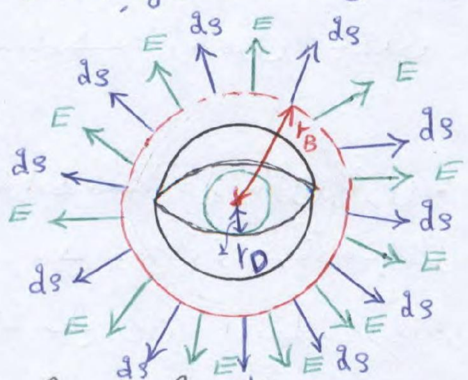
آنچه در قانون کولن برای ما مجهول بود : « میدان در خارج از یک بار نقطه‌ای به فاصلهٔ r »

$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

$$F = Eq' \Rightarrow F = \frac{qq'}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

مثال = میدان الکتریکی را در نقاط داخل، خارج و روی کرهٔ رسانای توپر باردار به بار q بیابید (شعاع کره R می‌باشد)



نکته = روی سطح گاوس، نباید بار باشد.

الف = نقاط خارج ←

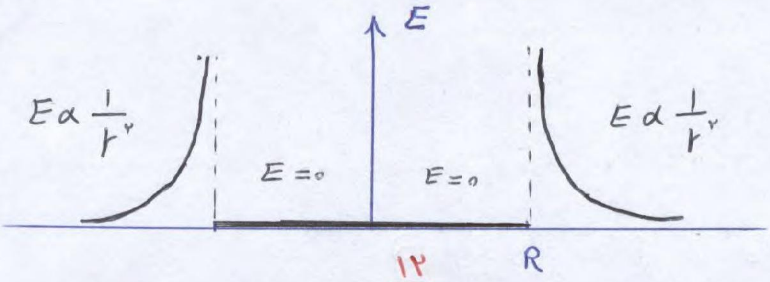
$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(4\pi r_B^2) = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 r_B^2}$$

ب = نقاط روی کره ← برای نقاط روی کره، چون بار روی سطح فرضی قرار می‌گیرد نمی‌توان از قانون گاوس استفاده کرد. پس برای نقاط روی کره از رابطهٔ نقاط خارج کره استفاده می‌کنیم: $E_r = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 R^2}$

ج = نقاط داخل ← $E = 0$

$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(4\pi r_D^2)\cos 0 = \frac{0}{\varepsilon_0}$$

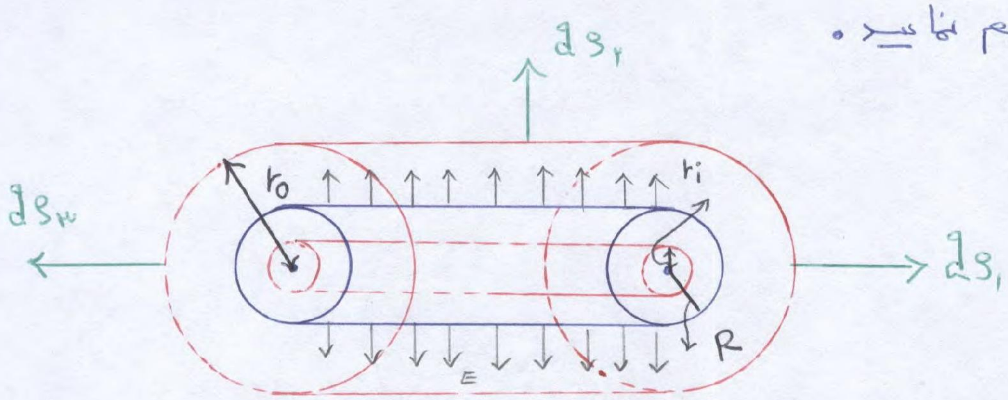
نکته = همواره میدان داخل اجسام رسانا صفر است ⇐ بار روی سطح خارجی قرار می‌گیرد.



برای کرهٔ به شعاع R

www.power88.ir

مثال = میدان الکتریکی را در نقاط داخل، خارج و روی یک استوانهٔ توخالیِ باردار به شعاع R وطول L وبار q بیابید ونمودارِ آن را نیز رسم نمایید.



الف = نقاط خارج استوانه: $\oint E\cdot ds_1 + \oint E\cdot ds_2 + \oint E\cdot ds_3 = \frac{q}{\varepsilon_0}$ $\qquad \oint E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$$\underbrace{E(r_0^2)\cos\frac{\pi}{2}}_{0} + E(2\pi r_0 L)\cos 0 + \underbrace{E(\pi r_0^2)\cos\frac{\pi}{2}}_{0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E_0 = \frac{q}{2\pi r_0 \varepsilon_0 L}$$

ب = نقاط روی استوانه:

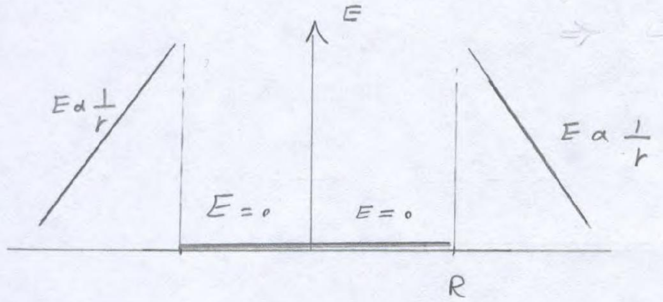
$$E_r = \frac{q}{2\pi \varepsilon_0 L R}$$

ج = نقاط داخل استوانه:

$$\oint E\cdot ds_1 + \oint E\cdot ds_2 + \oint E\cdot ds_3 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

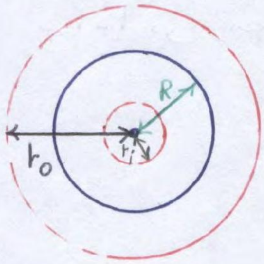
$$\underbrace{E(\pi r_i^2 L)\cos\frac{\pi}{2}}_{0} + E(2\pi r_i L)\cos 0 + \underbrace{E(\pi r_i^2)\cos\frac{\pi}{2}}_{0} = \frac{0}{\varepsilon_0}$$

$$E_i = 0$$



www.power88.ir

مثال = میدان را در داخل ، خارج و روی کره توپر رسانایی به چگالی بار حجمی $\rho = \rho_0 r$ بیابید . (کره باردار است)



$$v = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow dv = 4\pi R^2 dR$$

$$\rho = \frac{q}{v} \qquad q = \rho \cdot v = \rho_0 r\,(4\pi r^2 dr)$$

الف = نقاط خارجی :

$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r_0^2) = \frac{\rho v}{\varepsilon_0} = \frac{\int_0^{r_0} \rho_0 r\,(4\pi r^2)\,dr}{\varepsilon_0} = \frac{4\rho_0 \pi \left(\frac{r^4}{4}\right)\Big|_0^{r_0}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_0 \pi r_0^4}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_0 \pi r_0^4}{\varepsilon_0 4\pi r_0^2} = \frac{\rho_0 r_0^2}{4\varepsilon_0}$$

ب = نقاط داخلی :

$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E(4\pi r_i^2) = \frac{\int_0^{r_i} \rho_0 r\,(4\pi r^2 dr)}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_0 4\pi r_i^4}{4\varepsilon_0} = \frac{\rho_0 \pi r_i^4}{\varepsilon_0}$$

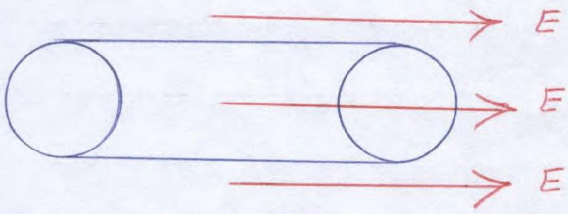
$$E = \frac{\rho_0 \pi r_i^4}{4\pi r_i \varepsilon_0} = \frac{\rho_0 r_i^2}{4\varepsilon_0}$$

ج = روی کره : $E = \dfrac{\rho_0 R^2}{4\varepsilon_0}$

در مرکز کره $\leftarrow$ $E = 0 \Leftarrow r_i = 0$

www.power88.ir

مثال = شکل زیر یک استوانه‌ی بسته‌ی فرضی به شعاع R واقع در میدان الکتریکی یکنواخت E را نشان می‌دهد و محور استوانه با میدان موازی است. شار الکتریکی مربوط به این سطح بسته را محاسبه نمایید.



$$\phi_E = \oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} = 0$$

مثال = رابطه‌ای برای E در نقاط خارج و داخل توزیع بار بیابید (چگالی بار ρ و بار کل q)

* توزیع بار با تقارن کروی: چگالی بار ρ در هر نقطه فقط به فاصله‌ی آن نقطه تا مرکز کره بستگی دارد نه راستا.

نقاط خارج: $\oint E \cdot ds = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$ $\qquad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

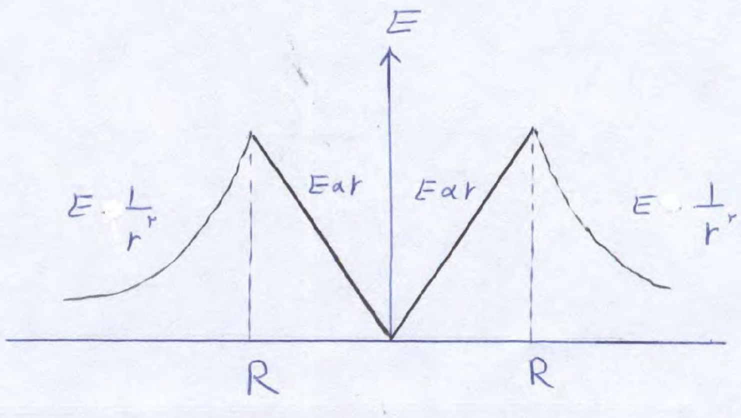
بار داخل کره کوچک

نقاط داخل: $\oint E \cdot ds = \frac{q'}{\varepsilon_0}$ $\qquad E(4\pi r'^2) = \frac{q'}{\varepsilon_0}$ $\qquad E = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}$

حجم کره‌ی کوچک

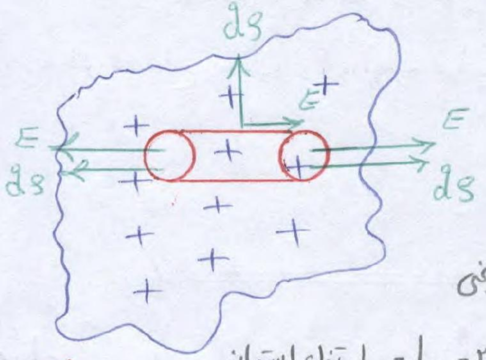
$$\frac{q}{V} = \frac{q'}{V'} \Rightarrow q' = q\frac{V'}{V} \Rightarrow q' = q\frac{\frac{4}{3}\pi r'^3}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\Rightarrow q' = q\left(\frac{r}{R}\right)^3 \qquad E = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$



www.power88.ir

مثال =) چگالی بار سطحی ورقهٔ نامتناهی بار، σ می باشد. E را در فاصلهٔ ۲ از جلوی ورقه بیابید.



* چون شکل متقارن است بنابراین می توان با استفاده از سطح فرضی، مسئله را حل نمود. امّا چون شکل نامتناهی است نمی توان سطح فرضی را هم شکل با شکل اصلی در نظر گرفت (چون ابتدا و انتهای سطح فرضی را نخواهیم داشت)

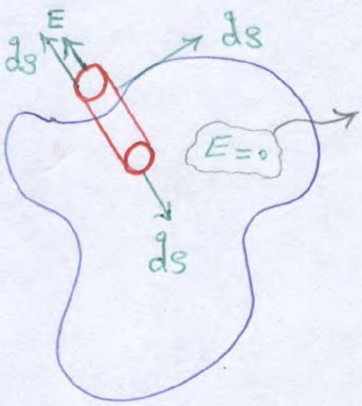
$A =$ مساحت سطح مقطع و $2r = L =$ ارتفاع استوانه

برای سطح جانبی 0

$$\oint E \cdot ds_1 + \oint E \cdot ds + \oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \varepsilon_0 (EA + EA) = \sigma A = q$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

مثال =) رسانای باردار با چگالی بار سطحی σ در نظر بگیرید. میدان E را در نقاطی به فاصلهٔ کوتاه از بالای سطح محاسبه کنید. (داخل رسانا، عایق بندی شده است)



چون عایق است

$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

جانبی   داخلی

$$\oint E \cdot ds + \oint E \cdot ds + \oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

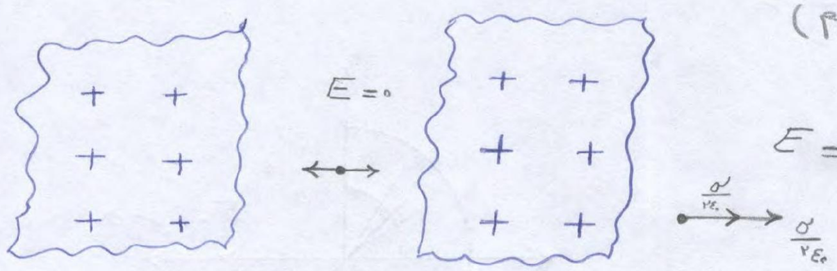
$$EA = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

---

www.power88.ir

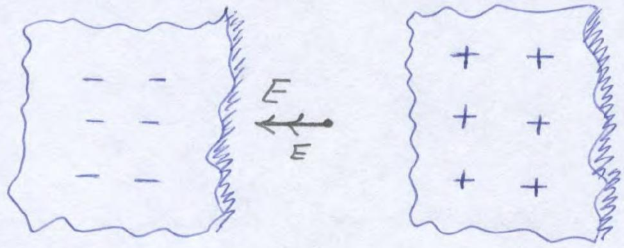
مثال = میدان الکتریکی را در نقاط بین و خارج دو صفحهٔ زیر بیابید.

(قبلاً بدست آورده‌ایم)



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

مثال = میدان را در نقاط بین دو صفحهٔ زیر که پشت آنها عایق است بیابید.



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$$

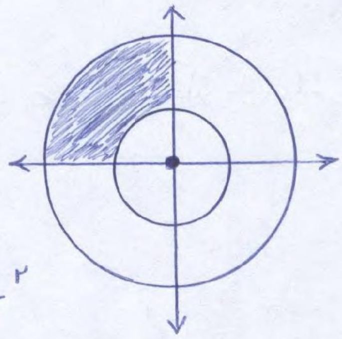
(قبلاً بدست آورده‌ایم)

---

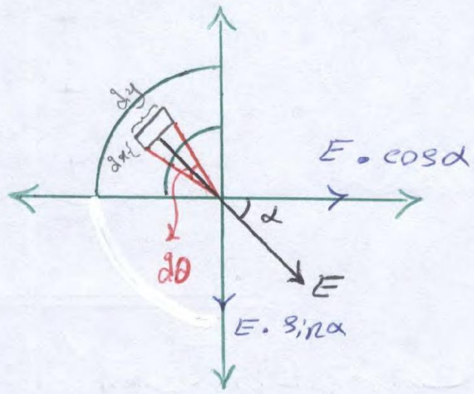
* **نکتهٔ کلی =** هرچیزی که به المان مربوط می‌شود، d می‌گیرد. (dE ـ dq و ...)

www.power88.ir

مثال حل شده در کلاس حضوری :



$$\sigma = \sigma_0 r^2$$



$$E_x = \int dE . \cos\theta$$

$$E_y = \int dE . \sin\theta$$

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow q = \sigma . A \Rightarrow dq = \sigma . dA$$

$$\sin d\theta = \frac{dx}{r} \Rightarrow dx = r . d\theta \Rightarrow dq = \sigma . r . dr . d\theta$$

$$* \quad E_x = \int dE . \cos\theta = k \int \frac{\sigma r \, dr \, d\theta}{r^2} \cos\theta = k\sigma_0 \int \frac{r^3 \, dr \, d\theta}{r^2} \cos\theta$$

$$= k\sigma_0 \int_{R_1}^{R_2} r . dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta . \cos\theta = k\sigma_0 \left(\frac{r^2}{2}\right)\Big| \; (\sin\theta)\Big|$$

$$= \frac{\sigma_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^2}{2} - \frac{R_1^2}{2}\right)(1)$$

$$* \quad E_y = \int dE . \sin\theta = k \int \frac{\sigma_0 r^2 . r \, d\theta}{r^2} \sin\theta =$$

$$= k\sigma_0 \int_{R_1}^{R_2} r . dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta . d\theta = \frac{\sigma_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^2}{2} - \frac{R_1^2}{2}\right)(1)$$

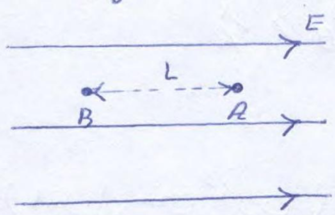
بردار میدان $= \vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$

www.power88.ir

« پتانسیل الکتریکی »

پتانسیل الکتریکی : انرژی الکتریکی واحد بار. $(\frac{J}{C}) = volt$ $\quad V = \frac{W}{q}$

* فرض کنید می‌خواهیم بار مثبت q_0 را از نقطهٔ A به B منتقل نماییم. چون این جابجایی در میدان صورت می‌گیرد، پس نیرو داریم $(F = Eq_0)$ و چون حرکت استاتیک ما شتاب‌دار است، ما از بیرون، نیروی $F' = -Eq_0$ را وارد می‌کنیم تا حرکت ما بدون شتاب باشد. حال می‌خواهیم ببینیم کار نیروی F' یعنی (W_{AB}) چقدر است.



$$W_{AB} = \int \vec{F}\cdot \vec{dL} = -q_0 \int E \cdot dL$$

با توجه به این رابطه، می‌توان گفت میدان الکتریکی، مشتق پتانسیل الکتریکی نسبت به فاصله با علامت منفی. یعنی ←

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

(∇ ← گرادیان ← مشتق نسبت به زمان)

بردار میدان در فضا : $\vec{E} = -\left(\frac{dv}{dx}\hat{i} + \frac{dv}{dy}\hat{j} + \frac{dv}{dz}\hat{k}\right)$

مثال = رابطهٔ پتانسیل الکتریکی در فضا به صورت $V = 4x^2 - 6y$ داده شده است. میدان الکتریکی را در آن فضا بیابید.

$$E_x = -\frac{dv}{dx} = -8x$$

$$E_y = -\frac{dv}{dy} = 6$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -8x\,\hat{i} + 6\,\hat{j}$$

www.power88.ir

$$W_{AB} = -q_0 \int_A^B E \cdot dL = q_0 \int \frac{dV}{dL}\, dL \cos 0 = q_0 (V)\Big|_A^B = q_0 (V_B - V_A)$$

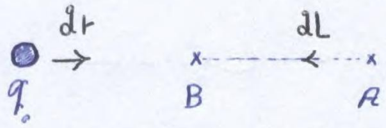
$(V_B - V_A) = V_{BA} \rightarrow$ (اختلاف پتانسیل بین A و B)

$W_{AB} = q_0 V_{BA} \rightarrow$ (کار لازم برای انتقالِ q_0 از A تا B)

* if $q_0 > 0 \rightarrow \begin{cases} W < 0 \Rightarrow V_B < V_A \\ W > 0 \Rightarrow V_B > V_A \end{cases}$

$$\boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dL}}$$ (انتگرال خطی گاوس)

* محاسبهٔ پتانسیل الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای در نقاط اطراف:



$\vec{dL} = -\vec{dr} \Leftarrow$

$dr \leftarrow$ در جهت افزایش شعاع

$dL \leftarrow$ از مبدأ به مقصد

(نشان می‌دهد میدان در جهت r یعنی شعاع است)

(زاویهٔ بین dL و E)

$$V_B - V_A = -\int \vec{E} \cdot \vec{dL} = -\int k \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot dL \cdot \cos\theta =$$

(زاویهٔ بین dr و E)

$$= -\int \vec{E} \cdot (-\vec{dr}) = -\int k \frac{q}{r^2} (-dr) \cos 180 =$$

$$= kq \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = kq \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

همیشه نقطهٔ مبدأ (r_A) را ∞ در نظر می‌گیریم (طبق قرارداد). بنابراین:

$r_A = \infty \Rightarrow V_A = V_\infty = 0 \Rightarrow V_B - 0 = kq\left(\frac{1}{r_B} - 0\right) \Rightarrow$

$$V_B = \frac{kq}{r_B}$$ (نسبت به ∞)

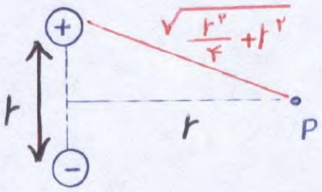
www.power88.ir

* پتانسیل الکتریکی یک کمیت اسکالر می باشد. بنابراین: $V = V_1 + V_2 + \dots$

(پتانسیل الکتریکی چند بار نقطه‌ای) $\Rightarrow$

$$\boxed{V = k\sum \frac{q}{r}}$$

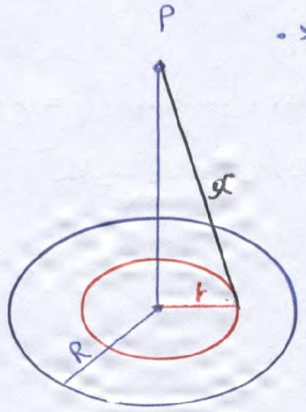
محاسبهٔ پتانسیل الکتریکی ناشی از یک دوقطبی الکتریکی در نقطه‌ای روی عمود منصف آن:



$$V_1 = k\frac{q}{\sqrt{\frac{r^2}{4}+r^2}} \qquad V_2 = k\frac{-q}{\sqrt{\frac{r^2}{4}+r^2}}$$

$$V_P = V_1 + V_2 = 0$$

مثال: پتانسیل الکتریکی ناشی از یک دیسک باردار در نقطه‌ای روی محور آن دیسک به شعاع R و چگالی بار یکنواخت σ را بدست آورید.



چون بار پیوسته است بنابراین انتگرال می‌گیریم.

$$dq = \sigma \cdot ds = \sigma 2\pi r dr$$

$$V = k\int \frac{dq}{r} = k\int \frac{2\pi\sigma r dr}{\sqrt{x^2+r^2}} = 2k\pi\sigma \int \frac{r dr}{\sqrt{r^2+x^2}} =$$

$$= 2k\pi\sigma \left(\sqrt{r^2+x^2}\right)_0^R = 2k\pi\sigma\left(\sqrt{R^2+x^2} - x\right) =$$

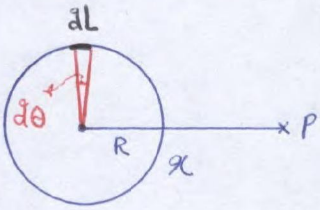
$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+x^2} - x\right)$$

در مرکز $\rightarrow r = 0 \Rightarrow V_0 = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$

---

www.power88.ir

مثال = پتانسیل الکتریکی ناشی از یک حلقهٔ باردار به شعاع R و چگالی بار طولی یکنواخت λ در نقطه‌ای روی محور حلقه به فاصلهٔ x از مرکز بیابید.



$$\sin d\theta = \frac{dL}{R} \quad \theta < 6^\circ \Rightarrow dL = R.d\theta$$

$$dq = \lambda . dL$$

$$V = \int k\frac{dq}{r} = k\lambda \int \frac{dL}{\sqrt{R^2+x^2}} = k\lambda \int \frac{R.d\theta}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$= \frac{k\lambda R}{\sqrt{R^2+x^2}} \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2\pi k \lambda R}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

میدان در نقطهٔ P : $E = -\frac{dV}{dx} = \frac{k\lambda 2\pi R x}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$

مثال = پتانسیل الکتریکی ناشی از یک استوانهٔ باردار بلند رسانا در نقاط داخل، خارج و روی استوانه بیابید.

$$V = -\int E . dr$$

قبلاً بدست آوردیم که :

$$\oint E . ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(2\pi r l) = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{2\lambda k}{r}$$

$$A = \infty$$

$$V_B - V_A = -\int \frac{2k\lambda}{r} dr . \cos 0 = -2k\lambda . \ln r \Big|_{\infty}^{r} = 2k\lambda \ln \infty$$

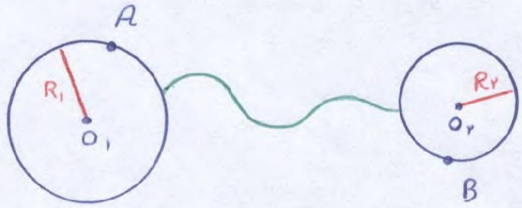
(برای نقاط داخل)

* برای استوانه و میله‌های باردار نمی‌توان مرجع را ∞ در نظر گرفت؛ امّا برای کره و دیسک، مرجع را ∞ در نظر می‌گیریم.

* بهتر است برای استوانه، مرجع را روی سطح جانبی در نظر گرفت.

www.power88.ir

مثال = دو کرهٔ رسانای باردار، یکی در خارج دیگری و در فاصلهٔ دور از هم قرار دارند؛ به طوریکه اولی با شعاع و مرکز R_1 و O_1 و بار q_1 و دومی به ترتیب R_2 و O_2 و q_2 . دو کره را با یک سیم رسانا به هم متصل می کنیم. نشان دهید چگالی بار سطحی بر روی کره با شعاع کوچکتر، بیشتر از کره با شعاع بزرگتر است.



قبل از اتصال :

$$\begin{cases} V_A = \dfrac{kq_1}{R_1} + \dfrac{kq_2}{\infty} = \dfrac{kq_1}{R_1} \\[2ex] V_B = \dfrac{kq_2}{R_2} + \dfrac{kq_1}{\infty} = \dfrac{kq_2}{R_2} \end{cases} \Rightarrow V_A \neq V_B$$

[این بدان معناست که قبل از اتصال، بین A و B اختلاف پتانسیل داریم.]

: پس از اتصال

$$\begin{cases} V_A = \dfrac{kq_1'}{R_1} + \dfrac{kq_2'}{\infty} = \dfrac{kq_1'}{R_1} \\[2ex] V_B = \dfrac{kq_2'}{R_2} + \dfrac{kq_1'}{\infty} = \dfrac{kq_2'}{R_2} \end{cases}$$

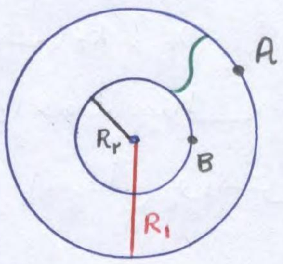
چون بعد از اتصال، دو جسم، هم پتانسیل می شوند بنابراین: $V_A - V_B = 0 \Rightarrow V_A = V_B$

$$\Rightarrow \frac{kq_1'}{R_1} = \frac{kq_2'}{R_2} \Rightarrow \frac{q_1'}{q_2'} = \frac{R_1}{R_2} \rightarrow \frac{\sigma_1'(4\pi R_1^2)}{\sigma_2'\underbrace{(4\pi R_2^2)}_{\text{مساحت کره}}} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} = \frac{R_2}{R_1}$$ $\Rightarrow$ چگالی با شعاع نسبت عکس دارد

www.power88.ir

مثال = دو کرهٔ رسانا یکی درداخل دیگری قرار دارد و آنها را به هم وصل می کنیم :



قبل از اتصال :
$$\begin{cases} V_A = \dfrac{kq_1}{R_1} + \dfrac{kq_2}{R_1} \\ V_B = \dfrac{kq_1}{R_1} + \dfrac{kq_2}{R_2} \end{cases} \Rightarrow V_A \neq V_B$$

پس از اتصال :
$$\begin{cases} V_A = \dfrac{kq'_1}{R_1} + \dfrac{kq'_2}{R_1} \\ V_B = \dfrac{kq'_1}{R_1} + \dfrac{kq'_2}{R_2} \end{cases} \xrightarrow{\text{می دانیم}} V_A = V_B \Rightarrow$$

$$\frac{kq'_2}{R_1} = \frac{kq'_2}{R_2} \Rightarrow q'_2 = 0 \Rightarrow q' = q_1 + q_2$$

بنابراین پس از اتصال ، کرهٔ کوچکتر تمام بارش را به کرهٔ بزرگتری دهد .

---

* نکته = در اجسام رسانا ، بار ، بیشتر روی نقاط نوک تیز جمع می شود .

* نکته = نقاط داخل و روی اجسام رسانا ، هم پتانسیل هستند ؛ چون داخل اجسام رسانا ، میدان ۰ است .

۳ انتگرال پرکاربرد در فیزیک (۲) :

* $\displaystyle\int \frac{x \cdot dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \sqrt{a^2+x^2}$

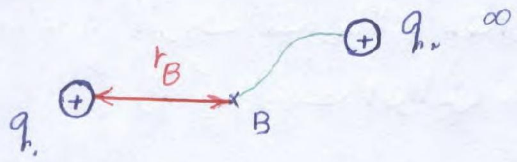
* $\displaystyle\int \frac{x \cdot dx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{-1}{\sqrt{a^2+x^2}}$

* $\displaystyle\int \frac{dx}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}$

www.power88.ir

انرژی پتانسیل الکتریکی :

- می‌خواهیم بارِ q_2 را از بی‌نهایت به نقطهٔ B که در فاصلهٔ r_B از بارِ q_1 قرار دارد، انتقال دهیم.



در نقطهٔ B، پتانسیلِ V_B را داریم.

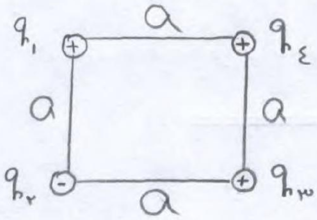
$$V_B = k\frac{q_1}{r_B} \quad \rightarrow \quad W_{AB} = q(V_B - V_A)$$

$$W_{\infty\rightarrow B} = q_2(V_B - \cancel{V_\infty}) \quad \longrightarrow \quad q_2 V_B = k\frac{q_1 q_2}{r_B}$$

$$U = k\frac{q_1 q_2}{r}$$ ← بنابراین، انرژی پتانسیلِ ذخیره شده در سیستم

* انرژی پتانسیلِ الکتریکی همیشه در میدان ذخیره می‌شود.

مثال = q_1 و q_2 و q_3 و q_4 از ∞ می‌خواهند به رئوسِ مربع، منتقل شوند. انرژی پتانسیلِ ذخیره شده در سیستم را بیابید. (q_2 منفی و بقیه مثبت)



$$W_{\infty\rightarrow 1} = q_1(\cancel{V_1} - \cancel{V_\infty}) = 0 \quad \Rightarrow$$

برای انتقال اولی از ∞، هیچ کاری لازم نیست.

$$W_{\infty\rightarrow 2} = q_2(V_2 - \cancel{V_\infty}) = -q_2\left(\frac{k.q_1}{a}\right) = -k\frac{q_1 q_2}{a}$$

$$W_{\infty\rightarrow 3} = q_3(V_3 - \cancel{V_\infty}) = q_3\left(\frac{kq_1}{a\sqrt{2}} + \frac{k(-q_2)}{a}\right) = k\frac{q_1 q_3}{a\sqrt{2}} - k\frac{q_2 q_3}{a}$$

$$W_{\infty\rightarrow 4} = q_4(V_4 - \cancel{V_\infty}) = q_4\left(k\frac{q_1}{a} + k\frac{-q_2}{a\sqrt{2}} + k\frac{q_3}{a}\right) = k\frac{q_1 q_4}{a} - k\frac{q_2 q_4}{a\sqrt{2}} + \frac{kq_3 q_4}{a}$$

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

$$U = 0 - k\frac{q_1 q_2}{a} + k\frac{q_1 q_3}{a\sqrt{2}} - k\frac{q_2 q_3}{a} + k\frac{q_1 q_4}{a} - k\frac{q_2 q_4}{a\sqrt{2}} + k\frac{q_3 q_4}{a}$$

www.power88.ir

فصل پنجم : خازن

ظرفیت : ظرفیت یک رسانا ، مقدار باری است که می تواند جمع گردد تا پتانسیل الکتریکی آنرا یک ولت افزایش دهد.

$$C = \frac{q}{V}$$

* برای یافتن ظرفیت یک رسانا مراحل زیر را انجام می دهیم ←

۱ـ محاسبهٔ E ۲ـ نوشتن $V = -\int E.dl$ ۳ـ نوشتن $C = \frac{q}{V}$

* نکته = ظرفیت ، مختص اجسام رساناست.

اگر بار ، متغیر باشد ← $C = \int \frac{dq}{V} \Leftarrow dC = \frac{dq}{V}$

مثال = کرهٔ رسانایی به شعاع R درنظر بگیرید و ظرفیت آنرا محاسبه کنید.

(۱) $E = k\frac{q}{R^2}$ (۲) $V = k\frac{q}{R}$ (۳) $C = \frac{q}{V} = \frac{q}{k\,q/R} = \frac{R}{k} = 4\pi\varepsilon_0 R$

- ظرفیت یک کرهٔ معین ، مقداری ثابت است.

---

* هروقت ۲ جسم رسانا درفاصله ای از هم قرار بگیرند ، مجموعه ، تشکیل خازن می دهد.

* ظرفیت خازن به عوامل زیر بستگی دارد ←

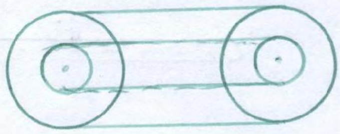
۱) = شکل هندسی صفحات

۲) = طرز قرارگرفتن صفحات

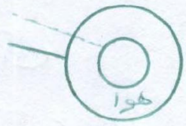
۳) = ماده عایق بین صفحات

www.power88.ir

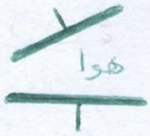
اَشکال مختلف خازن ها :



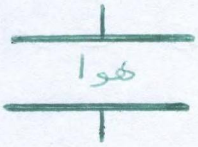
(خازن استوانه ای)



(خازن کروی)



(خازن مسطح غیرموازی)



(خازن مسطح موازی)

* برای محاسبهٔ ظرفیتِ خازن ها به طریق زیر عمل می کنیم ←

۱- بین دو صفحه یک نقطهٔ اختیاری می گیریم و میدان (E) را در آن نقطه محاسبه می کنیم.

۲- از میدان در فاصلهٔ دو صفحه انتگرال می گیریم ← $V = -\int E \cdot dL$

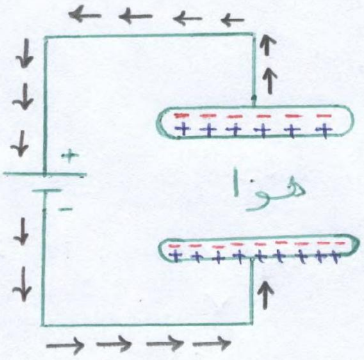
if یکنواخت باشد $\Rightarrow$ $V = -\int_{A}^{B} E \cdot \vec{dL}$

if غیر یکنواخت باشد $\Rightarrow$ $V = -\int_{r_A}^{r_B} E \cdot \vec{dr}$

۳- برای خازنِ موازی $\rightarrow$ $C = \frac{q}{V}$

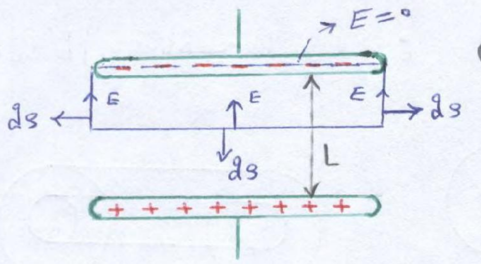
برای خازنِ غیرموازی $\rightarrow$ $C = \int \frac{dq}{V}$

شارژ خازن :



www.power88.ir

* ظرفیت خازن مسطح موازی :



- سطح گاوسی، مکعبی است که وجه بالایی آن، داخل صفحه بالایی خازن و وجه پایینی آن، بین دو صفحه خازن است و اندازه هر وجه به اندازه صفحات خازن است. یعنی ۴ وجه، محدود به صفحات خازن است.

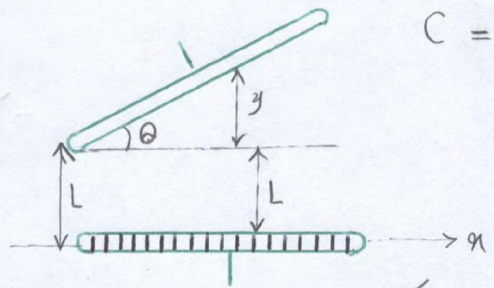
$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint E \cdot ds = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + E_0 . A \cdot \cos \pi = \frac{-q}{\varepsilon_0}$$

$$E_0 = \frac{\overset{\sigma}{q}}{A \varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$ ← میدان به فاصله نقطه تا صفحات بستگی ندارد

$$V_0 = -\int E \cdot dL = E_0 . L = \frac{qL}{\varepsilon_0 A} \qquad C_0 = \frac{q}{V_0} = \frac{\varepsilon_0 A}{L}$$

مثال = خازنِ مسطح غیرموازی که صفحات خازن، مربع شکل و به اضلاع a و زاویه بین دو صفحه، θ می باشد. ظرفیت این خازن را بیابید.



- قبلا ظرفیت مسطح موازی را بدست آوردیم ← $C = \frac{\varepsilon_0 A}{L}$

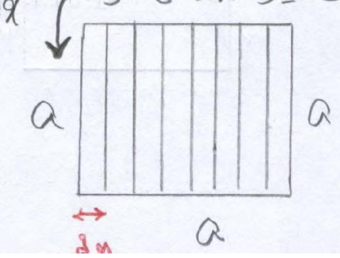
* برای بدست آوردن ظرفیت خازن مسطح غیرموازی، خازن را به ∞ خازنِ مسطح موازی تقسیم می کنیم. سپس ظرفیت تک تک این خازن ها را بدست آورده و باهم جمع می کنیم. بنابراین ←

$$C = \int \frac{\varepsilon_0 \cdot dA}{L} \qquad (dA \rightarrow \text{مساحت سطح هرکدام از خازن ها})$$

چون اضلاع مربع ها a است، وقتی آنرا کوچک کوچک می کنیم، یکی از اضلاع، a می ماند، امّا ضلع دیگر dx می شود

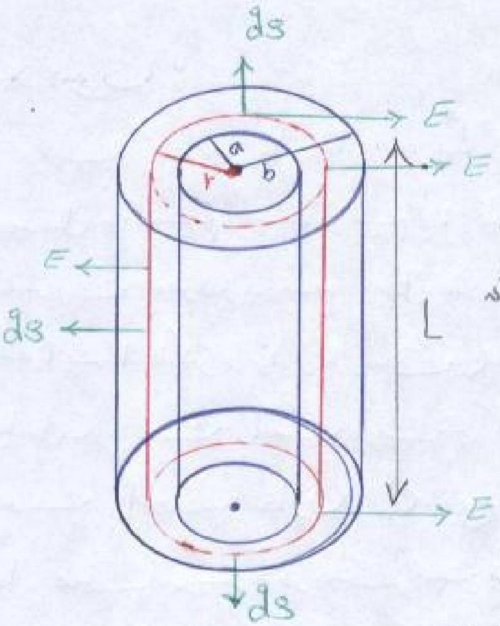
$$dA = a \cdot dx \qquad L = L + y \qquad y = \theta . x \Rightarrow L = L + \theta x$$

$$\theta = \tan\theta = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x . \theta$$



$$C = \varepsilon_0 \int \frac{a \cdot dx}{L + \theta . x}$$

www.power88.ir



ظرفیت خازن استوانه‌ای :

* استوانه مانند یک ورقهٔ رسانا است که آن را لوله نموده‌ایم.

خازن استوانه‌ای شامل ۲ استوانهٔ تو در تو می‌باشد که یکی به پتانسیل مثبت و دیگری به پتانسیل منفی بسته شده است. بنابراین یک میدان از صفحهٔ مثبت به صفحهٔ منفی خواهیم داشت.

به هر حال، میدان، شعاعی می‌باشد (یا از داخل به خارج و یا از خارج به داخل). میدان بین دو صفحهٔ خازن می‌باشد.

باید توجه داشت که ابتدا و انتهای استوانه‌ها بسته نیست. یعنی ما ورقه داریم.

$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow 0 + 0 + E(2\pi r L)\cos 0^\circ = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L r}$$

$$V = -\int_{r_A}^{r_B} E \cdot dr = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_b^a \frac{dr}{r}$$

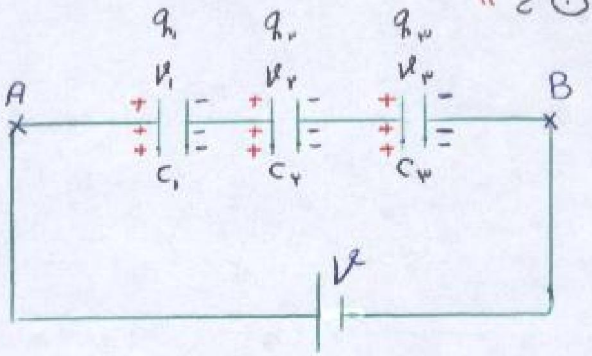
$$V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{b}{a}$$

$$C = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{b}{a}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$$

www.power88.ir

«به هم بستن خازن ها»

* سری :



وقتی یک سر خازن‌ها را به همدیگر متصل می‌کنیم ، می‌گوییم خازن‌ها به صورت سری به هم وصل شده‌اند.

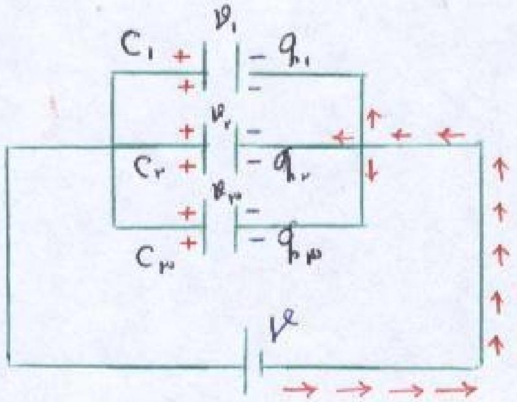
- ابتدا الکترون‌ها (بار منفی) از قطبِ منفی باطری به سمت راست حرکت می‌کنند و در صفحهٔ سمت راستِ خازنِ C_3 جمع می‌شوند. سپس، بارِ منفیِ موجود در صفحهٔ سمتِ چپِ خازنِ C_3 را دفع می‌کنند که این بارهای رانده شده در صفحهٔ سمت راستِ خازنِ C_2 جمع می‌شوند و ... .

$$q = q_1 = q_2 = q_3$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

* موازی :



* نکته = همیشه بار منفی یعنی الکترون‌ها حرکت می‌کنند و پروتون‌ها یعنی بار مثبت، حرکت نمی‌کنند.

چون اگر قرار بود پروتون‌ها حرکت کنند، آنگاه هستهٔ اتم‌ها فرو می‌پاشید.
درضمن، پروتون‌ها سنگین هستند.

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

www.power88.ir