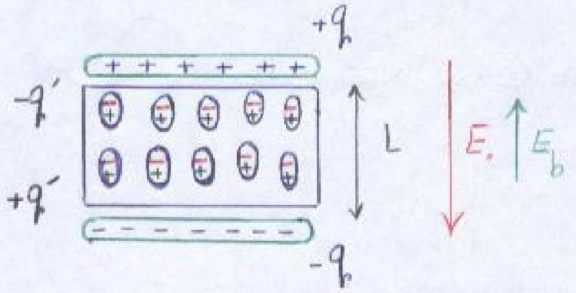
## اثر دی الکتریک :




حالتِ عادی عایق ← 

q ← بار آزاد و q' ← بار مقید

- وقتی بین صفحات این خازنِ شارژ شده خالی بود (هوا بود) میدانی از بالا به پایین وجود داشت ($E_0$) . وقتی عایقی که مولکولهایش نامنظم است را در فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن قرار می‌دهیم ، گشتاوری ایجاد می‌شود که سببِ چرخش مولکولهای عایق می‌گردد. می‌دانیم وقتی اتم‌ها در داخل میدان قرار می‌گیرند جهت گیری می‌کنند (تحت تأثیر میدان ، قطبیده می‌شوند) .
همانطور که در شکل مشاهده می‌شود ، قسمت بالای عایق ، دارای بارِ منفی $-q'$ و قسمت پایینِ عایق ، دارای بار مثبتِ $+q'$ می‌شود. بنابراین میدانی که حاصل از قطبیدگی است ($E_b$) از سمت پایین به بالا ایجاد می‌شود. یعنی میدانِ حاصل از قطبیدگی درخلافِ جهتِ میدانِ قبلی است .

$E_0 > E_b$ چون $q > q'$ .

- وقتی بین دو صفحهٔ خازن هوا بود ← $C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{L}$ و $E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ و $V_0 = E_0 L$

- میدان بین صفحات خازن با حضور عایق ← $E_{eff} = E = E_0 - E_b$

ضریبِ عایق (ثابتِ دی الکتریک) → $\frac{V_0}{V} = \frac{E_0 L}{E L} \Rightarrow \frac{V_0}{V} = \frac{E_0}{E} = k$

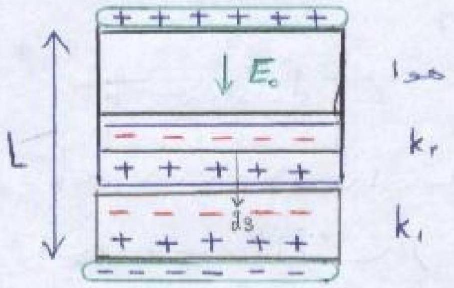
---

* در حضورِ عایق ← $V = \frac{V_0}{k}$ ⇒ اختلاف پتانسیل کم می‌شود

$E = \frac{E_0}{k}$ ⇒ شدت میدان کم می‌شود

$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{V_0/k} = k\frac{q}{V_0} = kC_0$ ⇒ ظرفیت افزایش می‌یابد

مثال = مطلوبست میدان در جایی که دی الکتریک $k_2$ وجود دارد.




* برای محاسبهٔ میدان، از قانون گاوس استفاده می‌کنیم. سطح فرضی را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که یکی از وجه‌های آن، داخل عایق $k_2$ باشد.

در نظر نمی‌گیریم

$$\oint E\cdot ds = \frac{q-q'}{k\varepsilon_0} = \frac{q}{k\varepsilon_0}$$

(هر موقع عایق داشتیم به جای $\varepsilon_0$، $k\varepsilon_0$ می‌گذاریم)

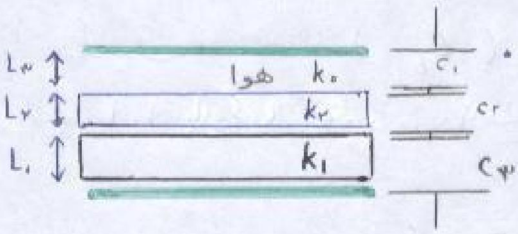
(میدان داخل رسانا) $(E=0)$ $\quad E\perp ds$

$$0+0+0+0+0+E_2A\cos 0 = \frac{q}{k_2\varepsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{q}{A\cdot k_2\cdot\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{k_2\varepsilon_0} = \frac{E_0}{k_2}$$

---

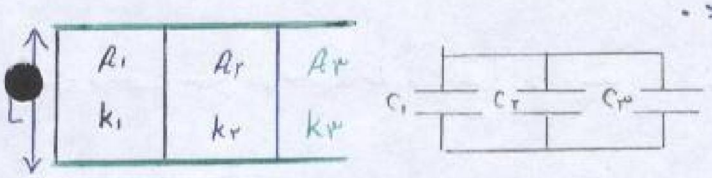
مثال = ظرفیت خازن زیر را محاسبه نمایید.




$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} = \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A k_1}{L_1}} + \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A k_2}{L_2}} + \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A k_3}{L_3}}$$

---

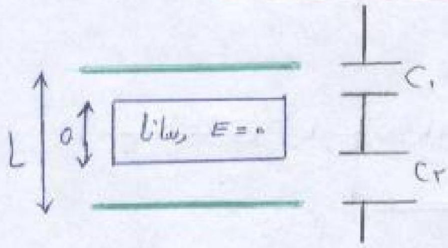
مثال = ظرفیت معادل خازن زیر را بیابید.




$$C = C_1+C_2+C_3 = \frac{\varepsilon_0 A_1 k_1}{L} + \frac{\varepsilon_0 A_2 k_2}{L} + \frac{\varepsilon_0 A_3 k_3}{L}$$

---

مثال = مطلوبست ظرفیت خازن معادل.




$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} = \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A}{\left(\frac{L-a}{2}\right)}} + \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A}{\left(\frac{L-a}{2}\right)}}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{L-a}$$ (مثال مهم)

---

انرژی ذخیره شده در صید کی :

کار لازم برای انتقال بار $dQ$ از $\infty$ به نقطه‌ای با پتانسیل $V'$ ←

$$dW = dQ\,(V' - V_\infty) \qquad C = \frac{Q}{V} \Rightarrow dQ = C.\,dV'$$

$$dW = C.\,dV'.\,V' \Rightarrow W = C\int V'.\,dV' = C\left(\frac{V'^2}{2}\right)_0^V$$

$$U_{کل} = W = \frac{1}{2}CV^2$$

$$U = \frac{1}{2}C.V^2 \;\&\; U = \frac{1}{2}Q.V \;\&\; U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

(انرژی ذخیره شده در خازن یا رسانا)

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{L} \;\&\; E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \;\&\; V = A.L \Rightarrow U = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2.A^2}{\frac{\varepsilon_0 A}{L}} \;\&\; U = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2.A.L}{\varepsilon_0} \;\&\; U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 AL$$

$$\text{چگالی انرژی} = \upsilon = \frac{U}{V} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2.AL}{AL} \Rightarrow \upsilon = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$ (اگر هوا باشد)

$$\upsilon = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 k E^2 \qquad \upsilon = \frac{1}{2}\varepsilon_0 k E^2$$ (در حضور عایق)

$$\upsilon = \frac{dU}{dV} \Rightarrow dU = \upsilon.\,dV \qquad U_{کل} = \int \upsilon.\,dV$$

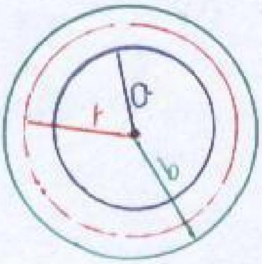
* اگر خواستیم در فضایی که میدان هست انرژی ذخیره شده را بیابیم :

۱- محاسبهٔ $E$

۲- $\upsilon_{چگالی} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

۳- $U_{کل} = \int \upsilon_{چگالی}\,.\,dV$

مثال = کرهٔ فلزی به شعاع $a$ دارای بار الکتریکی $q$ می باشد. این کره به یک عایق کروی شکل به شعاع داخلی $a$ و شعاع خارجی $b$ با ثابت دی الکتریک $k$ احاطه شده است. مطلوبست محاسبهٔ انرژی الکتریکی ذخیره شده در این سیستم.



برای نقاط داخلی: $r < a \rightarrow E_i = 0 \quad v_i = 0$

(چون داخل اجسام رسانا، میدان ۰ است)

برای $a < r < b$:

$$\oint E \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$v_{\text{چگال}} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}k\varepsilon_0 E^2 \Rightarrow$$

$$v = \frac{1}{2}k\varepsilon_0 \frac{q^2}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 \cdot r^4 \cdot k^2} = \frac{q^2}{32\pi^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot k \cdot r^4}$$ (برای نقاط داخل عایق)

$$u_{\text{کل}} = \int v \cdot d\vartheta = \frac{q^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 k}\int \frac{4\pi r^2 \cdot dr}{r^4} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 k}\left(-\frac{1}{r}\right)_a^b = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 k}\left(-\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)$$

برای نقاط خارجی:

$$u_o = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_o^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{q^2}{16\pi^2\varepsilon_0^2 r^4} = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4}$$

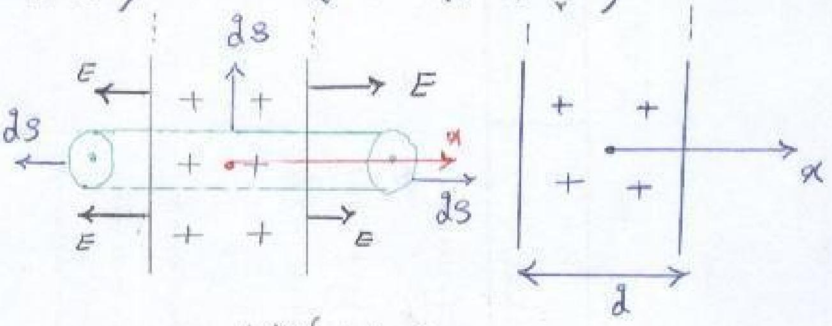
$$u_o = \int v \cdot d\vartheta = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_0}\int \frac{4\pi r^2 dr}{r^4} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)_b^\infty = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 b}$$

$$u = u_i + u_k + u_o \Rightarrow$$

$$u = 0 + \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 k}\left(-\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right) + \frac{q^2}{8\varepsilon_0 \pi b}$$

مثال: چگالی بار الکتریکی حجمی یک برهٔ نامتناهی نارسانا ثابت و برابر $\rho$ می‌باشد.
چنانچه ضخامت بره برابر $d$ باشد میدان الکتریکی را برای موارد زیر بیابید:

$(a: x=0)$ $(b: x>d)$ $(c: 0<x<\frac{d}{2})$




$x>d$:

$$\oint E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

(بار داخل سطح فرضی)

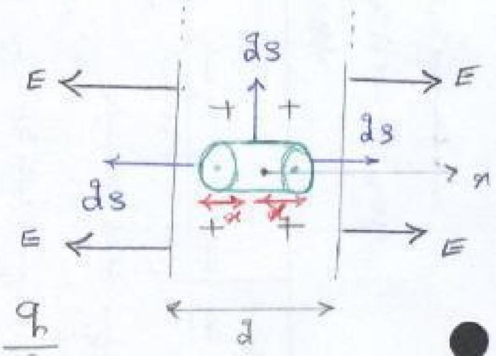
$$\oint_1 E\cdot ds + \oint_2 E\cdot ds + \oint_3 E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

(حجم آن قسمت از بره که استوانه آن را قطع کرده)

(برای نقاط خارجی)

$$E.A.\cos 0 + E.2\pi r l\cos\frac{\pi}{2} + A.E.\cos 0 = \frac{\rho V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho A d}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0}}$$

$0<x<\frac{d}{2}$: (یعنی نقاط داخلی)




$$\oint_1 E\cdot ds + \oint_2 E\cdot ds + \oint_3 E\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E.A.\cos 0 + E.2\pi r.L.\cos\frac{\pi}{2} + E.A.\cos 0 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

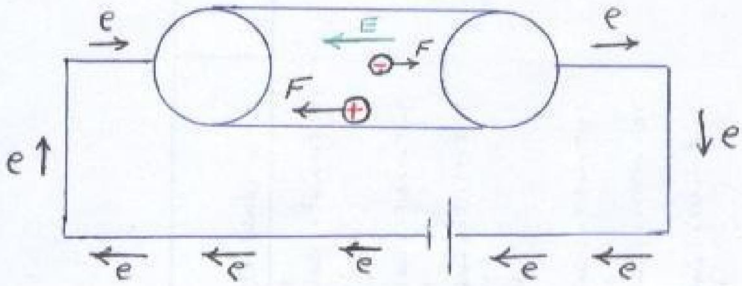
(برای نقاط داخلی)

$$2E.A = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{2A.x\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}}$$

از رابطهٔ اخیر نتیجه می‌شود برای نقاطی که $x=0$ است $\leftarrow E=0$ .

# فصل ۶ . جریان :

- هرگاه در جسمی ، بار حرکت کند اصطلاحاً گفته می‌شود در این جسم ، جریان الکتریکی داریم.
- رساناها ساختار اتمی دارند . چیزی که به جریان الکتریکی مربوط می‌شود ، الکترونهای لایهٔ ظرفیتِ رساناها می‌باشند .




- جریان همیشه از قطب مثبت می‌باشد ( یعنی خلاف جهت حرکتِ الکترونها ) .

- بار الکتری در رسانا ، همیشه تولید میدان می‌کند . بدین گونه مثبت در جهتِ میدان و به بارهای منفی ، در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود .

حرکت انتقالیِ الکترونها ← میدان در داخل جسم رسانا به الکترونها ، در خلاف جهتِ میدان نیرو وارد می‌کند و آنها را به حرکت در می‌آورد .

- طبق قرارداد ، جهت جریان در جهت حرکتِ بار مثبت و خلاف جهتِ حرکتِ بار منفی است .
- در اجسام رسانا ، فقط الکترونهای آزاد حرکت می‌کنند .

جریان ← مقدار باری که در واحد زمان از سطح مقطع یک جسم عبور می‌کند .

if حرکت بار ، یکنواخت باشد → $i = \frac{q}{t}$

if وقتی جریان ، غیر یکنواخت باشد → $i = \frac{dq}{dt}$ ( مثلاً به خاطر ناهمواری سطح مقطع - یا تغییر ولتاژ باطری )

(سرعت حرکت انتقالی) $V_d =$ چند دهم $\frac{mm}{s}$

* کمیت های فیزیکی

ماکروسکوپیک
۱- عددی هستند.
۲- حتماً می توان به کمک ابزاری آن را اندازه گرفت.
۳- به کل جسم مربوط هستند.

میکروسکوپیک
۱- به نقطه ای از جسم تعلق دارند.
۲- برداری می باشند.
۳- قابل اندازه گیری نیستند.

- هر کمیت ماکروسکوپیک، یک کمیت میکروسکوپیک متناظر دارد.

میکروسکوپیک    ماکروسکوپیک

$E \longleftarrow V$

$V = -\int \vec{E}\cdot\vec{dl}$   ,    $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$

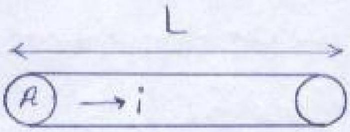
ماکروسکوپیک    میکروسکوپیک

$J \longleftarrow i$

(چگالی جریان)

$J = \frac{i}{A}$   یا   $i = \vec{J}\cdot\vec{A}$    $i = \int \vec{J}\cdot\vec{ds}$

- جهت بردار J به سمت جریان است. - سطح مقطع همیشه عمود بر جریان است.




سرعت انتقالی الکترونها ($V_d$)

تعداد الکترونها در واحد حجم ($n$)

تعداد الکترونها در حجم AL ($nAL$)

مقدار بار الکتریکی داخل حجم ($e$)

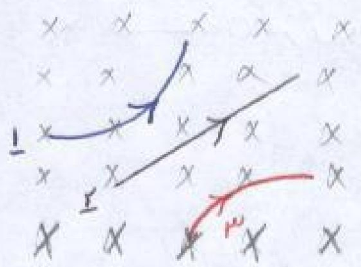
$V = A.L$    $t = \frac{L}{V_d}$

$i = \frac{q}{t} = \frac{nALe}{L/V_d}$

$i = nAeV_d$    $J = \frac{i}{A} = neV_d$

$\boxed{J = n.e.V_d}$ چگالی جریان

مثال = ذرات ۱ و ۲ و ۳ هنگام عبور از میدان مغناطیسی ، شکل زیر را طی می کنند . در مورد هر ذره چه نتیجه ای می توان گرفت ؟



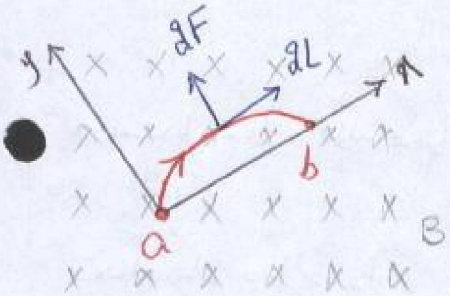

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

با استفاده از قانون دست راست :

۱ ⟵ (+) ۲ ⟵ (خنثی) ۳ ⟵ (−)

---

مثال = شکل زیر ، سیمی به شکل دلخواه را نشان می دهد که حامل جریان $i$ ، از $a$ به $b$ است . این سیم در صفحه ای عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت $B$ قرار دارد . ثابت کنید که نیروی وارد بر این سیم با نیرویی که بر یک سیم مستقیم حامل جریان $i$ ، از $a$ به $b$ وارد می شود ، مساوی است .
(راهنمایی ← به جای این سیم ، رشته ای از پله ای سیمی موازی و عمود بر خط راست واصل از $a$ به $b$ در نظر بگیرید .)




* به قسمتی از سیم به طول $dL$ ، نیروی $dF$ وارد می شود .

$$F = i\vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow dF = i\, dL \times B$$

$$\Rightarrow dF = i\, dL\, B \sin\theta = iB\, dL \sin 90 = iB\, dL$$

(زاویه بین $B$ و $dL$) ($dL$ در راستای طول سیم است)

$$dF_x = dF \cdot \cos\theta = iB\, dL \cos\theta = iB\, dx \qquad (dL\cos\theta = dx)$$

$$F_x = \int dF_x = iB\int_{x_a}^{x_b} dx = iB(x_b - x_a)$$

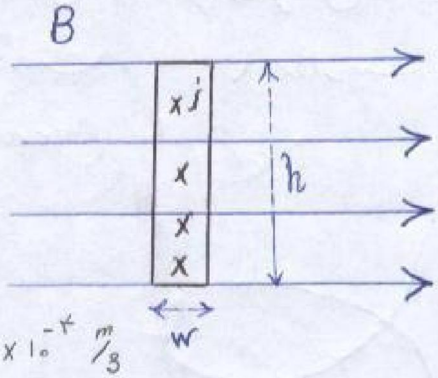
$$dF_y = dF \cdot \sin\theta = iB \cdot dL \sin\theta = iB\, dy$$

$$F_y = \int dF_y = iB\int_{y_a}^{y_b} dy = iB(y_b - y_a) = 0$$

$$y_a = y_b \Rightarrow F_y = 0 \qquad F = (F_x^2 + F_y^2)^{\frac{1}{2}} = iB(x_B - x_a) = iBL$$

مثال = جریان $i$ که در شکل با علامت «ضربدر» مشخص شده، در یک نوار مسی به ارتفاع $h$ و پهنای $w$ برقرار شده است. میدان مغناطیسی یکنواخت $B$ به طور عمود بر این نوار، اعمال می‌شود. الف) سرعت سوق $v_d$ الکترونها را حساب کنید. ب) بزرگی و جهت نیروی مغناطیسی $F$ وارد بر الکترونها چقدر و چگونه است؟ ج) بزرگی و جهت میدان الکتریکی همگن $E$ چقدر باید باشد تا اثر میدان مغناطیسی را خنثی کند؟ د-) ولتاژ $V$ که برای تولید این میدان الکتریکی $E$ باید اعمال شود (بر دو وجه رسانا) چقدر است؟ این ولتاژ بین کدام دو وجه باید اعمال شود؟ هـ) اگر هیچ میدان الکتریکی از خارج اعمال نشود، الکترونها تا اندازه‌ای به یک سمت کشیده می‌شوند و در نتیجه، یک میدان یکنواخت هال در رسانا به وجود می‌آورند تا اینکه توازن بین نیروهای حاصل از این میدان الکتروستاتیکی $E_H$ با نیروهای مغناطیسی مربوط به قسمت ب برقرار شود. بزرگی و جهت میدان $E_H$ چقدر و چگونه است؟

(تعداد الکترونها در واحد حجم $= n = 1.1\times10^{29}\ m^{-3}$)




$h = 0.020\ m \qquad w = 0.10\ cm$

$i = 50\ A \qquad B = 2.0\ T$

الف) $v_d = \dfrac{j}{ne} = \dfrac{i}{Ane} = \dfrac{i}{hwne} =$

$= \dfrac{50}{(1.1\times10^{29})(1.6\times10^{-19})(0.02)(0.1\times10^{-2})} = 1.42\times10^{-4}\ m/s$

ب) $F = e v_d B \sin\theta = e v_d B = (1.6\times10^{-19})(1.42\times10^{-4})(2) = 4.54\times10^{-23}\ N$

با توجه به رابطهٔ $F = q\vec{v}\times\vec{B}$ و نیز به خاطر این که میدان $B$ به سمت راست می‌باشد و جهت حرکت حامل‌های بار یعنی الکترونها به سمت خارج صفحه است، پس جهت نیروی مغناطیسی $F$ به طرف پایین خواهد بود.

ادامه در صفحه بعد

ج): $F = -eE$ : برای خنثی شدن اثر میدان

$$e v_d B = E e \Rightarrow E = v_d B = \frac{F}{e} = \frac{4.54 \times 10^{-23}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.84 \times 10^{-4} \; N/C$$

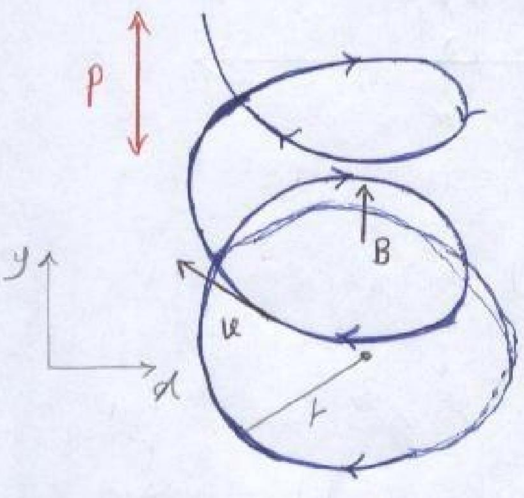
د): $V = E h = 2.84 \times 10^{-4} \times \%20 = 5.68 \times 10^{-6} \; V$

چون $E$ به طرف پایین است، پس این ولتاژ باید بین دو وجه بالا و پایین به طوریکه بالا $+$ و پایین $-$ باشد، اعمال شوند.

ه): $E_H = E = 2.84 \times 10^{-4} \; N/C$ (جهت آن به سمت پایین باشد)

---

**مثال:** یک پوزیترون $2\ keV$ طوری به داخل میدان مغناطیسی یکنواخت $B$ با بزرگی $0.10\ T$ پرتاب می‌شود که بردار سرعت آن با $B$، زاویه‌ی $89^\circ$ می‌سازد. الف) نشان دهید که این ذره (مسیر این ذره) یک مارپیچ است که محور آن در راستای $B$ است. ب) مطلوبست دورهٔ تناوب ج) مطلوبست گام، $P$ د) مطلوبست شعاع مارپیچ.




$$v = \vec{i}\, v_x + \vec{j}\, v_y \qquad B = \hat{j}\, B$$

$$F = q\, v \times B = q\,(v_x \hat{i} + v_y \hat{j}) \times (\hat{j} B)$$

$$\vec{F} = q\, v_x B\, \hat{k}$$

الف)

ادامه در صفحه بعد

ب :) $F = q . v_x B \rightarrow m \frac{v_x^2}{R} = q . v_x . B$

$v_x = v \sin\theta \rightarrow R = \frac{m v_x}{qB} = \frac{m v}{qB} \sin\theta \Rightarrow$

$T = \frac{2\pi R}{v \sin\theta} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi (9{,}1 \times 10^{-31})}{(1{,}6 \times 10^{-19})(0{,}10)} = 3{,}57 \times 10^{-10}\ s$

ج :) گام $p$ = مسافتی که ذره در یک دوره تناوب در جهت میدان مغناطیسی حرکت می‌کند.

$P = (\underbrace{v . \cos\theta}_{v_y}) T = \left(\sqrt{\frac{2k}{m}} \cos 89^\circ\right) T =$

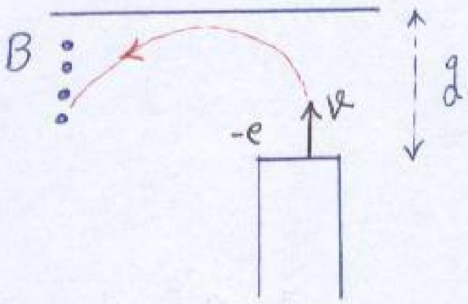
$= \left(\sqrt{\frac{2(2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 10^{3})}{9{,}1 \times 10^{-31}}} \cos 89\right) \times (3{,}57 \times 10^{-10}) =$

$0{,}165\ mm$

د :) $R = 1{,}51 \times 10^{-3}\ m = 1{,}51\ mm$

---

مثال = یک باریکهٔ الکترون با انرژی جنبشی $k$ از روزنه واقع در انتهای یک لامپ شتاب دهنده خارج می‌شود. به فاصلهٔ $d$ از این روزنه یک صفحهٔ فلزی به طور عمود بر راستای باریکه خروجی قرار دارد. نشان دهید که اگر میدان مغناطیسی $B \leftarrow B \geq \left(\frac{2mk}{e^2 d^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ را، که در آن $m$ و $e$ جرم و بار الکترون هستند اعمال کنیم می‌توانیم مانع برخورد باریکه به صفحه شویم. سمتگیری $B$ چگونه باید باشد؟




اگر $R<d$ باشد آنگاه الکترونها به صفحه نمی‌رسند.

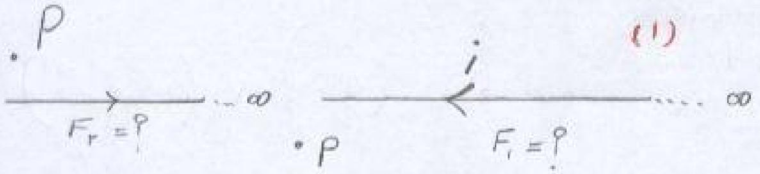
$$F = qv \times B$$

$$evB = \frac{mv^2}{R} \qquad k = \frac{1}{2}mv^2 \qquad R = \frac{mv}{eB} \preccurlyeq d$$

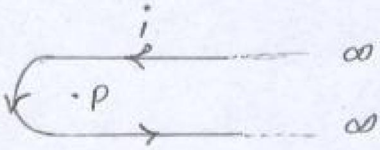
$$v = \sqrt{\frac{2k}{m}} \qquad \sqrt{\frac{2mk}{e^2B^2}} \geqslant d \quad \Rightarrow \quad B \geqslant \sqrt{\frac{2mk}{e^2B^2}}$$

$B$ عمود بر مسیر حرکت الکترون یعنی به طرف داخل یا خارج.

(1)




$F_B = ?$




$$F = \int i\, dL \times B = iB \int dL$$


$$F_3 = \int_R i \underbrace{dL}_{R\,d\theta} \times B \qquad F_T = F_1 + F_2 + F_3$$