Subject:

Year. Month. Date. ( )

$C = K\varepsilon_0 A/d$ $\quad C = K\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$ (کروی) $\quad K\varepsilon_0 \to 4\pi K$ $\quad \longrightarrow C = 4\pi K\varepsilon_0 a \quad b \gg a$ (منزوی) $\quad C = \frac{2\pi l\varepsilon_0}{\ln b/a}$ (استوانه) ⑥

$\oiint K\varepsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{ds} = q/\varepsilon_0$ $\quad u_e = \frac{1}{2} K\varepsilon_0 E^2$ ⑦

انرژی واحد
حجم یا چگالی انرژی

⑧ سطح گاوسی خازن ها باید در داخل فلز و داخل خازن باشد.

⑨ در محاسبات باید به تعداد حلقه ها KVL و انشعاب ها ... بین بارها پتانسیل داد.

$I = JA = \iint \vec{J} \cdot \vec{dA}$ $\quad J = qnv_d \longrightarrow$ سرعت رانش ⑩

با فرض ثابت بودن (E)

$\vec{v}_d \propto \vec{E} \quad \vec{v}_d = \mu\vec{E}$ $\quad q>0$ بار مثبت $\quad$ در معدنی $\longrightarrow f($ماده$)$

$\vec{v}_d = -\mu\vec{E}$ $\quad q<0$ بار منفی

$\vec{J} = \sigma\vec{E}$ $\quad \sigma = en\mu$ $\quad \sigma e = cte$ $\quad \rho = \frac{1}{\sigma}$ مقاومت ویژه

هدایت الکتریکی

$\begin{cases} D(J) = A/m^2 & \text{آمپر} \\ D(\mu) = \frac{m^2}{V s} & \text{ولت} \end{cases}$

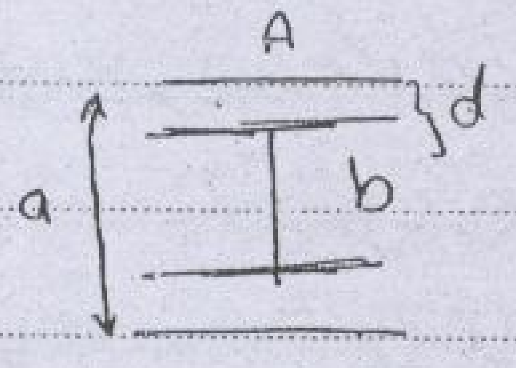
$n = \rho N_A / M$ جرم مولی — در رسانا با فرض هر اتم 1 الکترون

چگالی

Subject:
Year. Month. Date. ( )

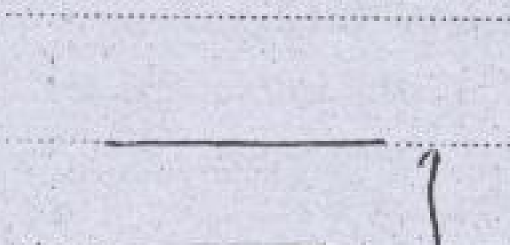
مثال) شکل زیر خازن متغیری را نشان می‌دهد که در آن قسمت صلب مرکزی به طول b در راستای قائم متحرک است. نشان دهید ظرفیت خازن این ترکیب معادل مستقل از محل قسمت مرکزی است. جواب

$\varepsilon_0 A/(a-b)$



حل)

مثال) یک قطعه فلزی به ضخامت b مطابق شکل داخل صفحات خازن مسطحی برده می‌شود درست وسط فاصله این صفحات قرار می‌گیرد. ظرفیت خازن را قبل و بعد از وارد کردن بره بدست آورید.



مثال) در شکل زیر انسان و یک گاو به فاصله ۲۵ (D=20m) قرار گرفته‌اند. آذرخشی با شدت جریان 100 kA با زمین برخورد می‌کند، اگر چنانچه این جریان به طور یکنواخت داخل زمین روی نیمکره‌ای به مرکز نقطه‌ای برخورد پخش شود و فاصله‌ی شعاعی بین پاهای شخص 1m و فاصله‌ی بین سم های جلو و عقب گاو 1.5m باشد و مقاومت ویژه‌ی زمین 100 Ω.m در نظر گرفته شود و مقاومت الکتریکی بین پاهای انسان و سم های گاو 4 kΩ در نظر گرفته شود، جریانی که از بدن انسان و این گاو عبور می‌کند را بدست آورید.

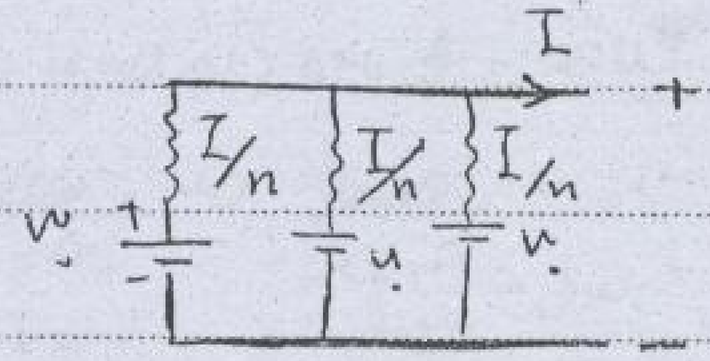
حل در صفحه‌ی بعد

Subject:
Year. Month. Date. ( )

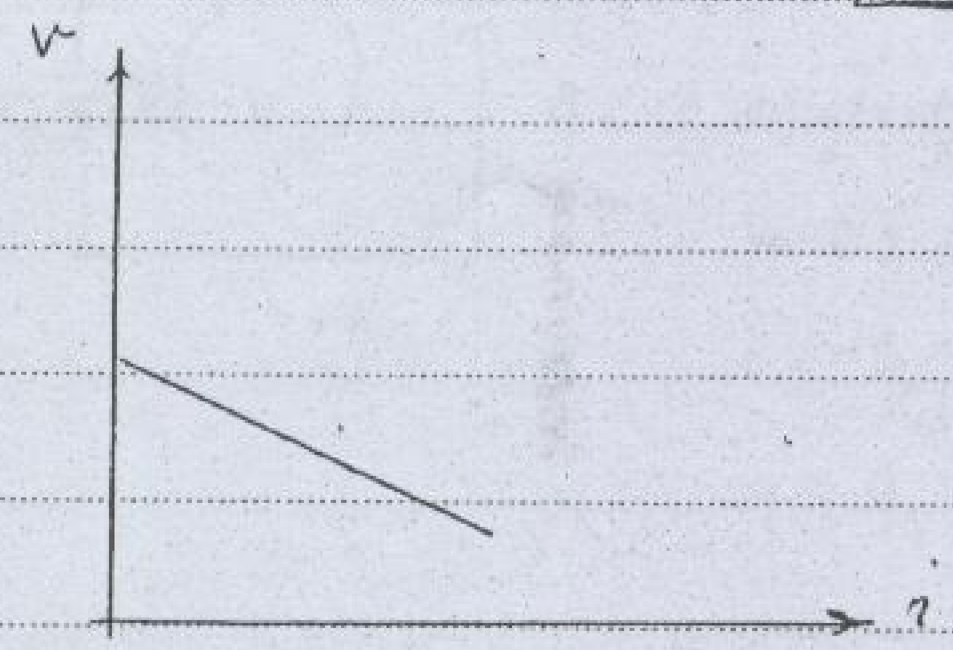
مثال) لامپ یک ... 220v و 100w با برق 110v مورد استفاده قرار گیرد توان مصرفی چقدر خواهد بود؟

$$R=\frac{v^2}{P} \Rightarrow R=\frac{220^2}{100} \Rightarrow P'=\frac{110^2\times100}{220^2}=\frac{11\times11\times100}{22\times22}=25\ \text{watt}$$

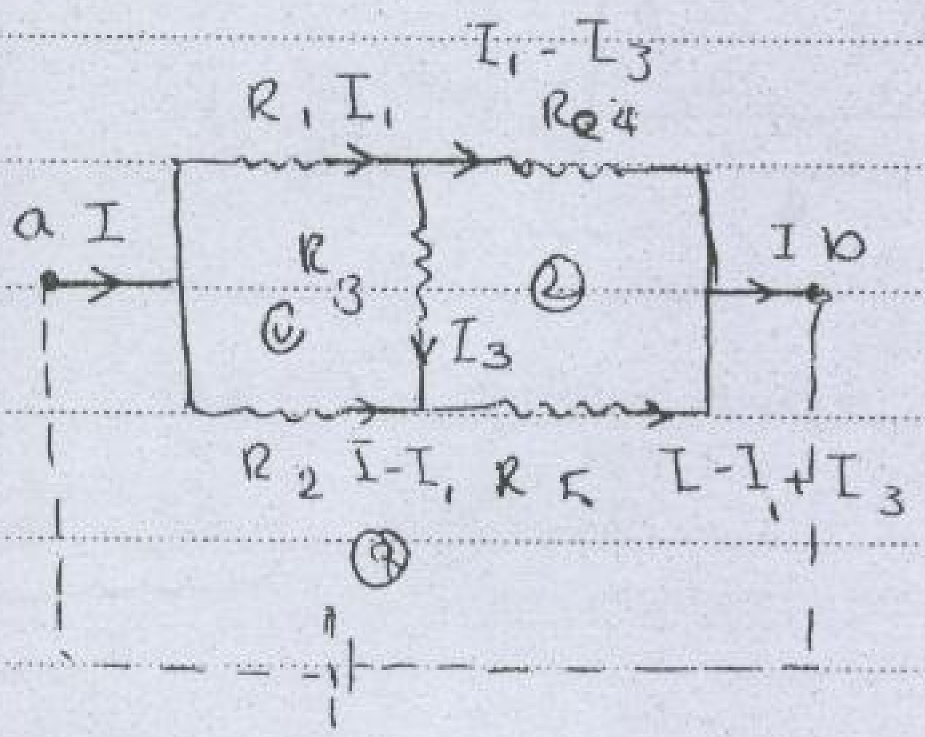
$v=\varepsilon-Ir$



$$v=v_{\circ}-\frac{rI}{n}$$



مثال) در شکل زیر مقاومت معادل بین a و b را تعیین کنید.



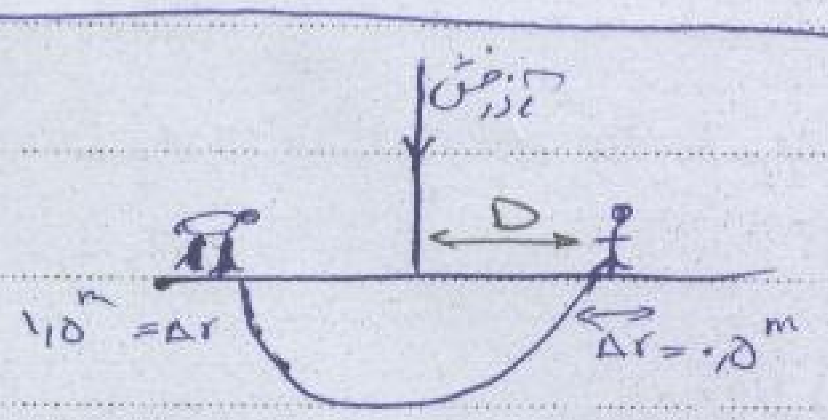
$$\text{kvl}: -RI_1-R_3I_3+R_2(I-I_1)=0 \quad ①$$

$$\text{kvl}: R_4(I_1-I_3)-I_3R_3-(I-I_1+I_3)R_5=0 \quad ②$$

$$\text{kvl}: v-R_2(I-I_1)-R_5(I-I_1+I_3)=0 \quad ③$$

$$R_t=\frac{v}{I} \leftarrow ①,②,③$$

* تعداد حلقه ها + ۱ = تعداد ...



$$J=\frac{I}{2\pi r^2},\ J=\sigma E \Rightarrow E=\rho J=\frac{\rho I}{2\pi r^2}$$

زمین

$$\Delta V=-\int \vec{E}\cdot\vec{dl}=-\int_D^{D+\Delta r}\frac{\rho I}{2\pi r^2}dr=\frac{-\rho I}{2\pi}\times\frac{\Delta r}{D(D+\Delta r)}$$

PAPCO

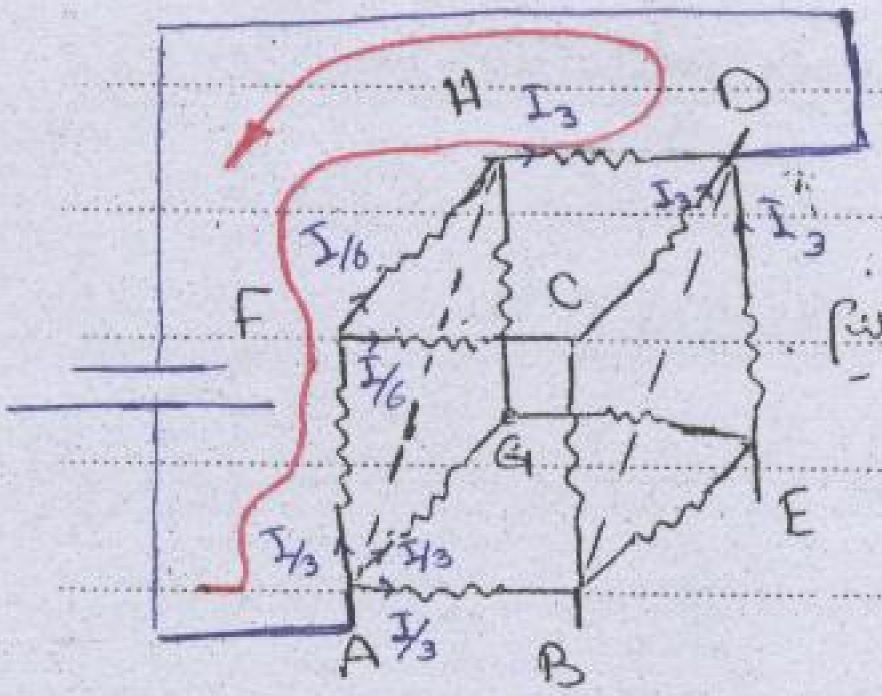
$$i'=\frac{\Delta V}{R}=54.8\ mA \quad \text{زمین}$$

mA

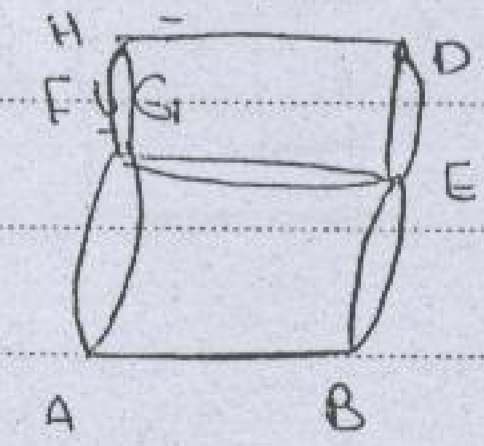
Subject:

Year. Month. Date. ( )

مکعبی مطابق شکل مفروض است. اگر مقاومت مربوط به هر یک از اضلاع این مکعب R باشد مقاومت معادل را بیابید بین A, D ، بین A, C ، بین A, B



حل) از تقارن A و H _ B و D هم پتانسیل اند آنها را با هم متصل می کنیم

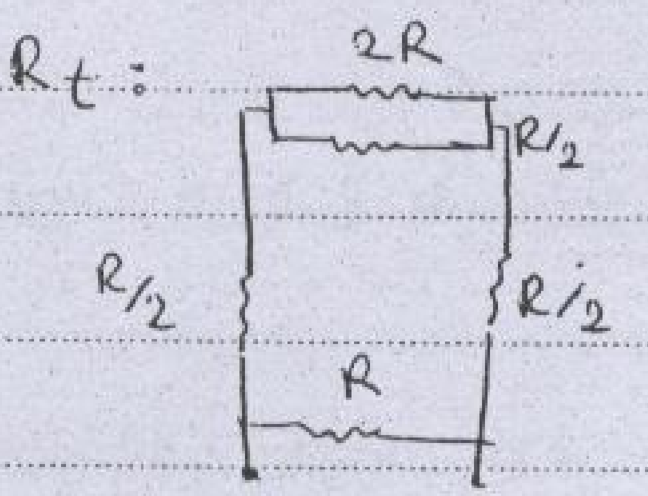


$$v - R\frac{I}{2} - R\frac{I}{2} - R\frac{I}{3} = 0$$

$$v = \frac{5}{2}RI$$

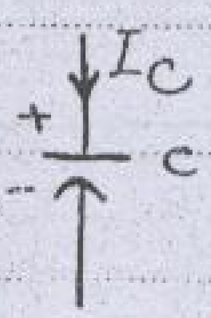
$$R_{AD} = \frac{v}{I} = \frac{5}{2}R$$

R_t:



$$\boxed{R_t = \frac{7}{12}R}$$

مدارهای RC



$$I_C = C\frac{dv_C}{dt}$$

در حالت پایدار یا مدار دائمی خازن $t \to \infty \Rightarrow v_C =$ ثابت $\Rightarrow i_C = 0$

در حالت پایدار خازن مانند یک مدار باز یا مقاومت بی نهایت عمل می کند * در مورد منابع DC یا مستقیم

در لحظه کلیدزنی:

$\begin{cases} t = 0^- & \text{درست قبل از کلیدزنی} \\ t = 0^+ & \text{درست بعد از کلیدزنی} \end{cases}$

$$v(t) = v_C = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\,dt \qquad v_C(0^+) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0^+} i\,dt$$

$$\Rightarrow v_C(0^+) - v_C(0^-) = \frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} i\,dt$$

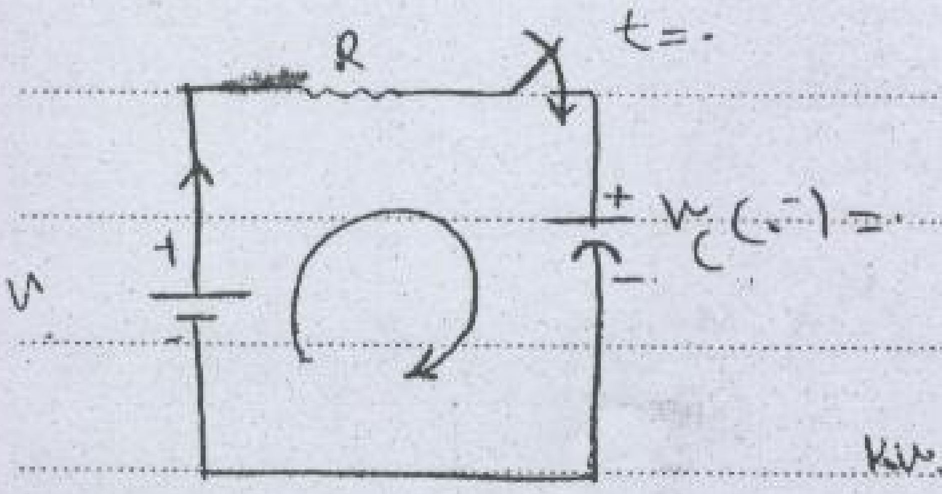
$$v_C(0^-) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0^-} i\,dt$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$m \le i(t) \le M \qquad v_C(0^+) - v_C(0^-) \le \frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} M\,dt = 0$

$\Rightarrow v_C(0^+) = v_C(0^-)$

ولتاژ دو سر خازن پیوسته است.



(شرایط اولیه)

$I_C = \frac{C\,dv_C}{dt}$ حتماً جریان به قطب + خازن وارد می‌شود. اگر نشد $I_C = -C\frac{dv_C}{dt}$.

KVL: $v_0 - RI - v_C = 0$

$i = dq/dt = C\, dv/dt$

$v_C = q/C$

$v_0 - R\,dq/dt - q/C = 0$

$dq/dt + \frac{q}{RC=\tau} = \frac{v_0}{R}$

$DE(I): \; q(t) = A + Be^{-t/\tau} \qquad t \to \infty : q$ ثابت $\Rightarrow i = 0$

$\tau = RC$

$\Rightarrow \frac{q(t\to\infty)}{RC=\tau} = \frac{v_0}{R}$

شرط 1: $q(0^-) = q(0^+) = 0$

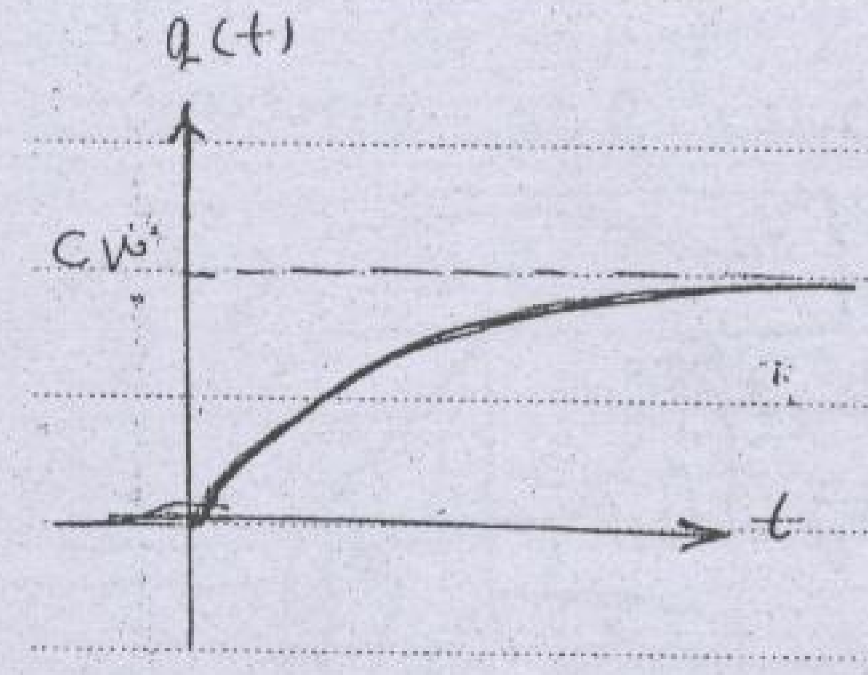
شرط 2: $q(t \to \infty) = Cv_C \qquad q(t\to\infty) = v_0 C$

$\Rightarrow A = Cv_0 \Rightarrow B = -A = -Cv_0 \Rightarrow q(t^+) = Cv_0(1 - e^{-t/\tau})$

$q(t^+) = Cv_0(1 - e^{-t/\tau})$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )



ثابت زمانی $\tau = RC$

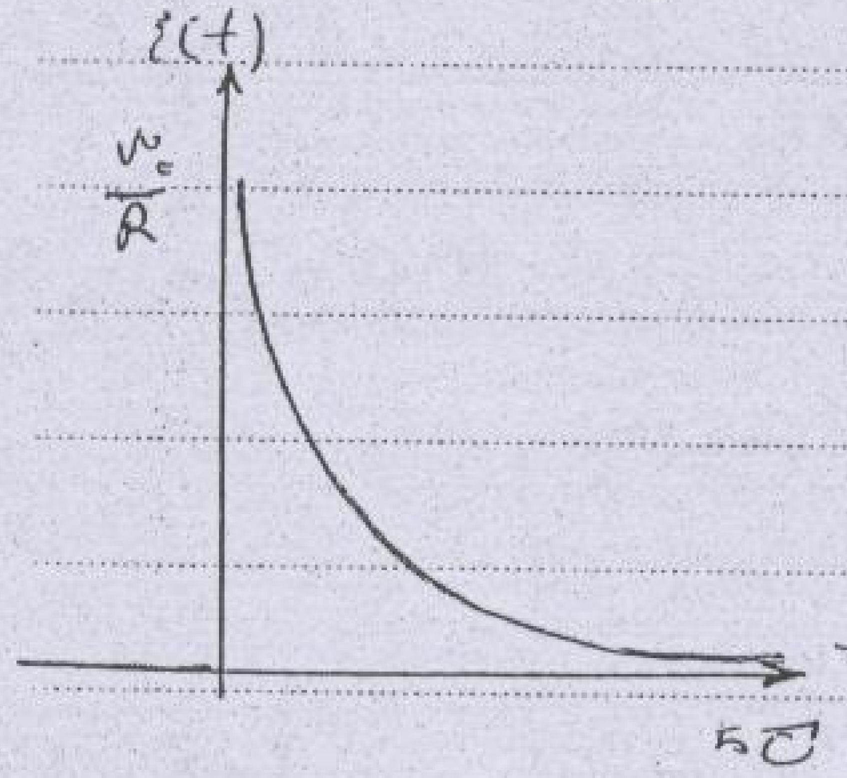
$$q(t=5\tau) = CV_0(1-e^{-5}) \simeq CV_0$$

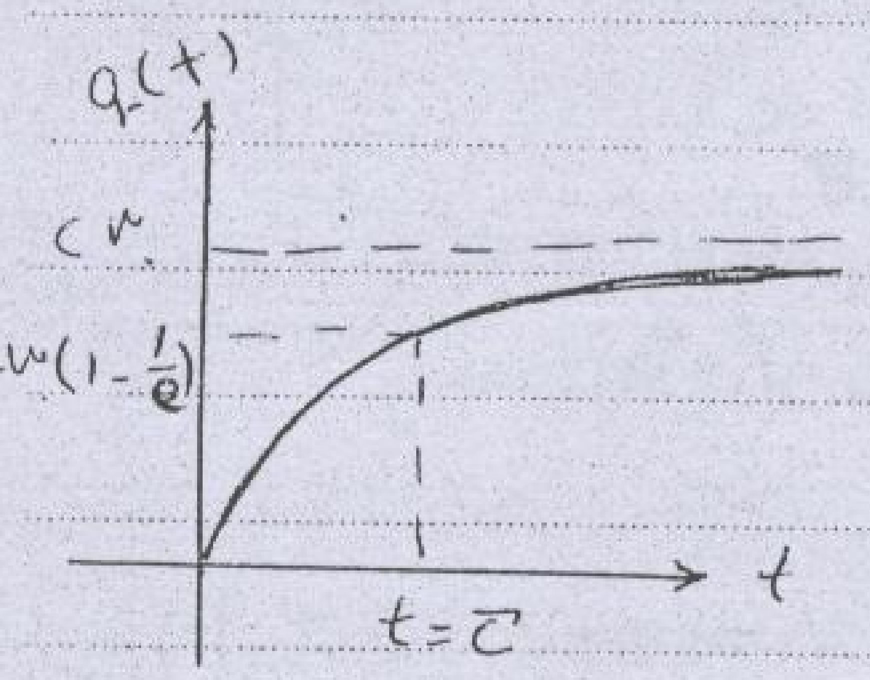
* اگر 5τ صبر کنیم مدار به حالت پایدار می رسد حدوداً

ـ محاسبه جریان خازن (مدار):

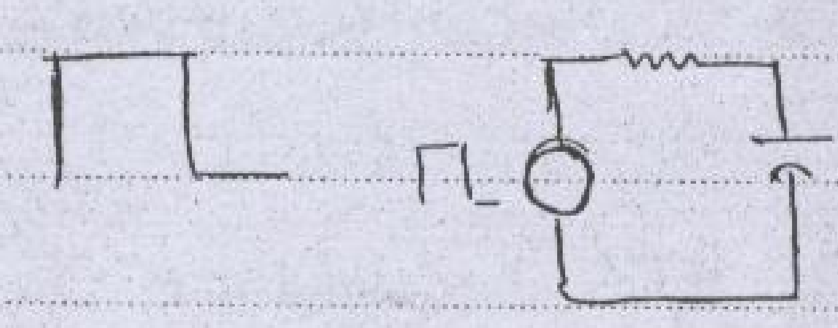
$$q(t) = CV_0(1-e^{-t/\tau})$$

$$\dot{q}(t) = i = \frac{V_0}{R}e^{-t/\tau}$$





کاربرد های خاصیت خازن



$$i(0^-) = 0 \quad i(0^+) = \frac{V_0}{R}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

فضای بین کره‌های خازن کروی به شعاع‌های a,b یعنی ناحیه‌ای به ضخامت $b-a$ توسط عایقی با ثابت

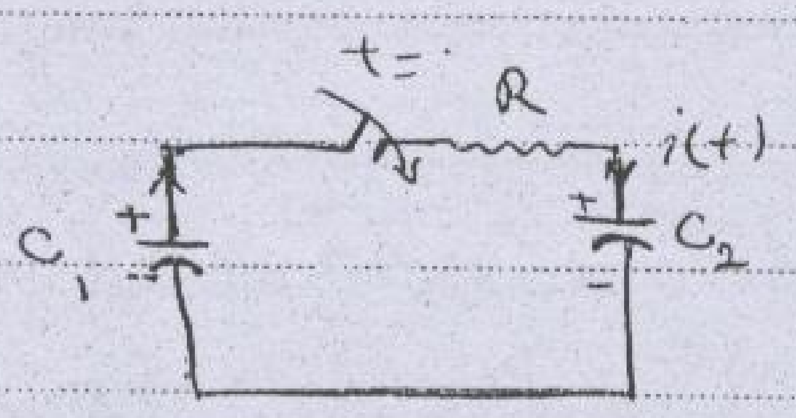
$$K = \frac{a}{2r}$$

پر شده است. ظرفیت؟

Subject:
Year: Month: Date: ( )

مثال) در شکل زیر در ابتدا کلید باز بوده و ولتاژ دو سر خازن C_1 برابر V_0 و خازن C_2 بدون بار است.
در لحظه $t=0$ کلید بسته می‌شود.
الف/ معادله i را بر حسب زمان.
ب/ انرژی تلف شده در مقاومت R را حساب و با انرژی ذخیره شده در خازن‌ها قبل و بعد از بسته شدن کلید مقایسه کنید.

حل/
الف/



$$\begin{cases} i(t) = \dfrac{dq_2}{dt} = C\dfrac{dv_{C_2}}{dt} \\ i(t) = -\dfrac{dq_1}{dt} = -C\dfrac{dv_{C_1}}{dt} \end{cases} \Rightarrow \frac{d}{dt}(q_1+q_2)=0 \Rightarrow q_1+q_2 = C_1 V_0$$

* اگر جریان از مثبت خارج شود منفی دارد *

$t=0 \quad q_1 = C_1 V_0$

$t\to\infty \quad v = v_1 = v_2$

$$\Rightarrow q_1 + q_2 = (C_1+C_2)v_\infty$$

حل

$$KCL: C_1 v_1(t) + C_2 v_2(t) = C_1 V_0 \Rightarrow v_1(t) = \frac{C_1 V_0 - C_2 v_2(t)}{C_1}$$

$$KVL: v_1(t) - Ri(t) - v_2(t) = 0 \qquad i = \frac{dq_2}{dt} = C_2\frac{dv_2}{dt}$$

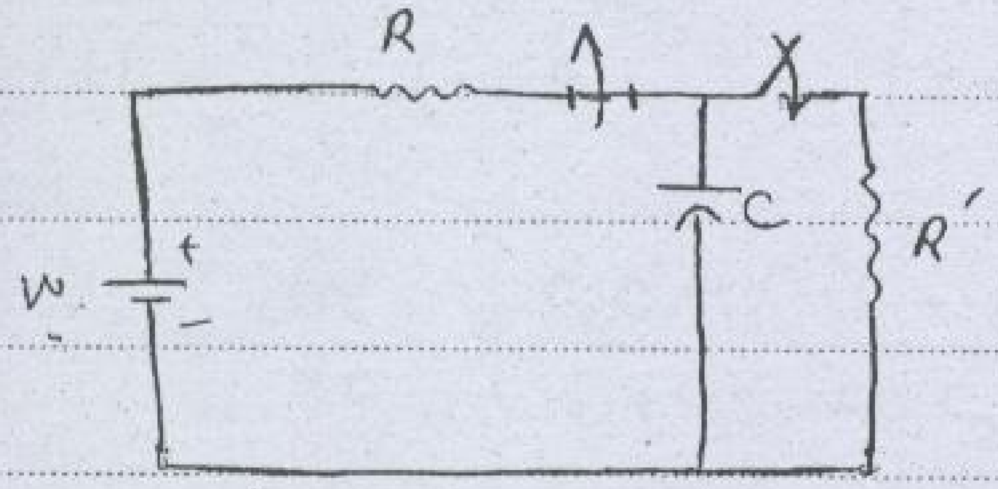
$$\frac{C_1 V_0 - C_2 v_2(t)}{C_1} - RC_2\frac{dv_2(t)}{dt} - v_2 = 0$$

$$\frac{dv_2(t)}{dt} + \frac{(1+\frac{C_2}{C_1})}{RC_2}v_2(t) = \frac{V_0}{RC_2} \qquad \text{ثابت زمانی } \tau = \frac{RC_2}{1+\frac{C_2}{C_1}}, \quad \frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2}{\tau} = \frac{V_0}{RC_2}$$

$$\Rightarrow v_2(t) = A + Be^{-t/\tau} \qquad v_2(0^-) = v_2(0^+) \Rightarrow A+B=0, \quad v_2(\infty) = A = \frac{C_1 \ldots}{C_1 + \ldots}$$

HqPCO

مثال عددی)



$t>0$ KVL: $v_C + R'I = 0 \Rightarrow v_C = \frac{q}{C} + R'\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{R'C} = 0$

$\Rightarrow \tau' = R'C \Rightarrow q(t) = A' + B'e^{-t/\tau}$

$$\begin{cases} A' = 0 \\ B' = Cv_0 \end{cases} \qquad \begin{cases} q(t) = Cv_0 e^{-t/\tau} \\ \tau = R'C \end{cases}$$

$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{v_0}{R'} e^{-t/R'C} \quad (t>0)$

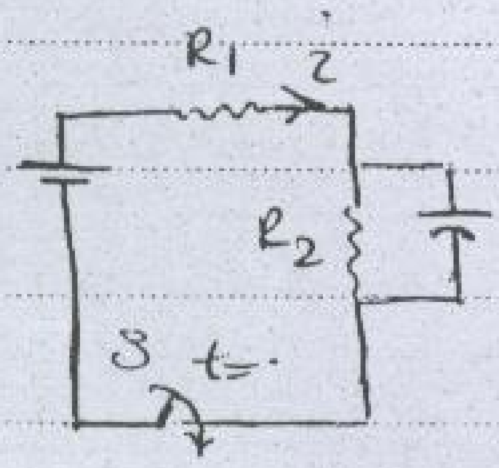
مثال) مطابق شکل مداری از مقاومت R_1 و R_2 و خازن C و منبع تغذیه v_0 تشکیل شده است. اگر کلید S در مدت طولانی باز بوده و در $t=0$ بسته شود:

الف/ در زمان $t=0^+$ و $t\to\infty$ جریان چقدر می باشد؟

ب/ تابع زمانی ولتاژ دو سر خازن را بدست آورید.

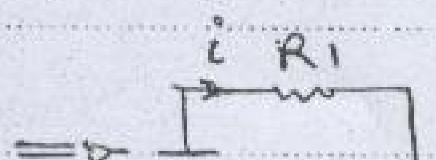
ans: حل)

الف/



$v_C(0^-) = 0 \Rightarrow v_C(0^+) = 0$

$\Rightarrow$



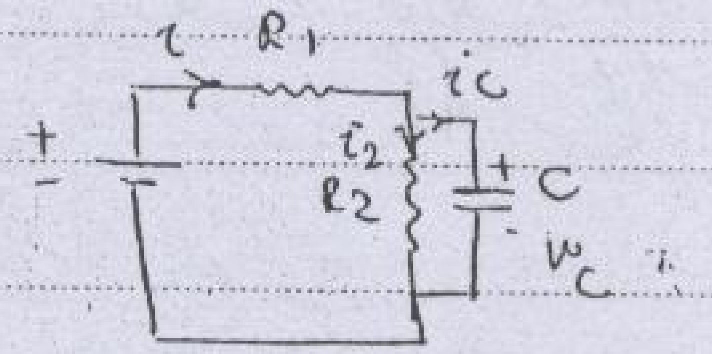
$\Rightarrow v_C(0^+)$

$i_{0^+} = \frac{v_0}{R}$

ب/ $i_\infty = \frac{v_0}{R_1 + R_2}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

یافتن پاسخ مدار:



حل/ $KCL: i = i_C + i_2 \qquad \begin{cases} i_C = C\dfrac{dv_C}{dt} \\ i_2 = \dfrac{v_C}{R_2} \end{cases}$

$$KVL: v_0 - R_1 i - v_2 = 0 \Rightarrow i = \frac{v_0 - v_C}{R_1}$$

$$\Rightarrow \frac{v_0 - v_C}{R_1} = C\frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{R_2} \Rightarrow \frac{v_0}{R_1 C} = \frac{dv_C}{dt} + v_C\left(\frac{1}{R_2 C} + \frac{1}{R_1 C}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{\tau} = \text{—} \qquad \tau = \frac{1}{\frac{1}{R_2 C} + \frac{1}{R_1 C}} = \boxed{\frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2} = \tau}$$

$$v_C(t) = A + Be^{-t/\tau}$$

$$v_C(t) = \frac{v_0 R_2}{R_1 + R_2}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$i_C(t) = \frac{C}{\tau}\,\frac{v_0 R_2}{R_1 + R_2}\,e^{-t/\tau} = \frac{v_0}{R_1}\,e^{-t/\tau} = i_C$$

$$\tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}C$$

$$i_2 = \frac{v_0}{R_1 + R_2}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad P = R_2 i_2^2(t) \Rightarrow U = \int_0^t R_2 i_2^2(t)\,dt$$

PapCo

$$v_2(t) = \frac{C_1 v_0}{C_1+C_2}\left(1-e^{-t/\tau}\right) \quad t>0$$

$$i = C_2 \frac{dv_2}{dt} = \frac{C_2 C_1 v_0}{C_1+C_2} \times \frac{(C_1+C_2)}{R C_1 C_2} e^{-t/\tau} = \frac{v_0}{R} e^{-t/\tau}$$

$U_1 = \frac{1}{2} C_1 v_0^2$ قبل کلید زنی

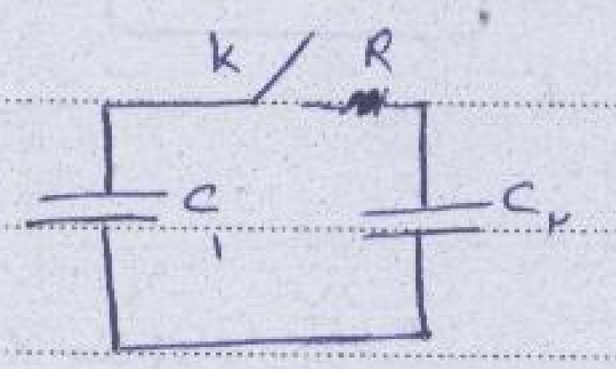
$$U_2 = \frac{1}{2}(C_1+C_2)\left[\frac{C_1 v_0}{C_1+C_2}\right]^2 \Rightarrow U_2 < U_1$$

انرژی تلف شده در R $\Rightarrow U = \int_{0^+}^{\infty} \frac{v_0^2}{R} e^{-2t/\tau} = -v_0^2 (2R)^{-1} \tau e^{-2t/\tau}\Big]_{0^+}^{\infty}$

$$U = \frac{v_0^2 \tau}{2R} = \frac{1}{2} R \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}\frac{v_0^2}{R} = \frac{v_0^2}{2}\frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}$$

$U_2 - U_1 = -U$ ✓ در واقع قانون بقاء انرژی

مثال) خازن C_1 در ابتدا دارای ولتاژ V_1 است. در لحظه‌ی $t=0$ کلید بسته می‌شود، مطلوبست انرژی خازن قبل و بعد از بسته شدن کلیدها در حالت پایدار



پاسخ در ۳ صفحه قبل

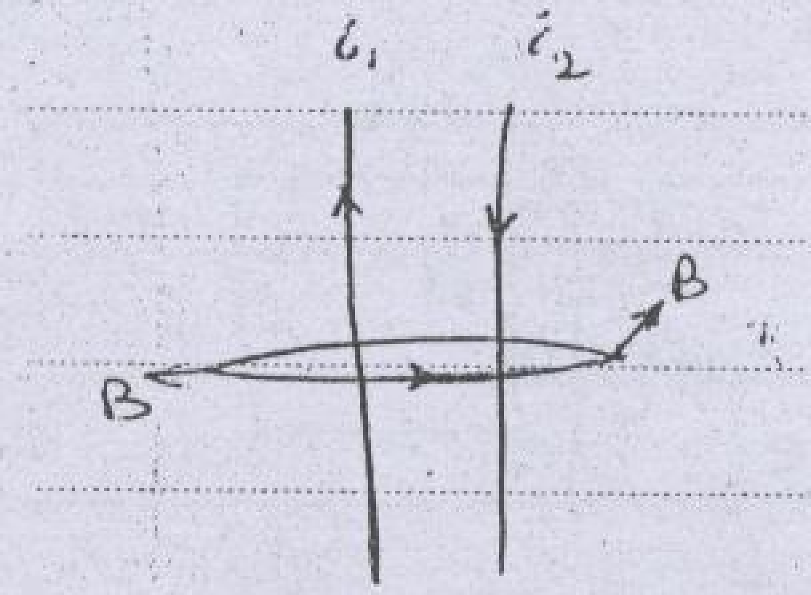
در حالت پایدار $i(t \to \infty) = 0$

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_0^2$$

$$U_2 = \frac{1}{2} C_1 V^2 + \frac{1}{2} C_2 V^2 = \frac{1}{2}(C_1+C_2)\left[\frac{C_1^2 V_0^2}{(C_1+C_2)^2}\right] = \frac{1}{2}\frac{C_1}{C_1+C_2}\left[C_1 V_0^2\right] < V_1$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مغناطیس ۴ جلسه ششم:



$i \rightarrow B = ?$

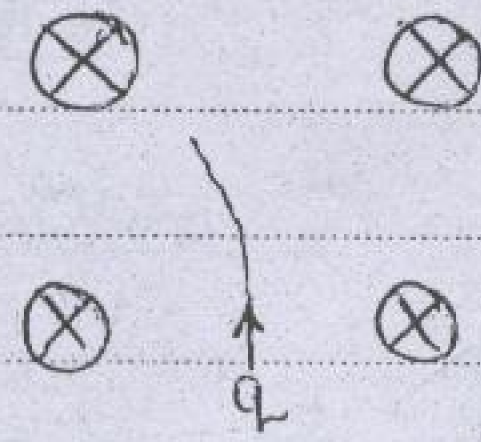
قانون آمپر:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

جریان های احاطه شده

برای مسائلی که تقارن خاصی وجود دارد.

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 (i_1 - i_2)$$



$$F = qvB\sin\theta = q\vec{v} \times \vec{B}$$

نیروی مغناطیسی — C — m/s — T

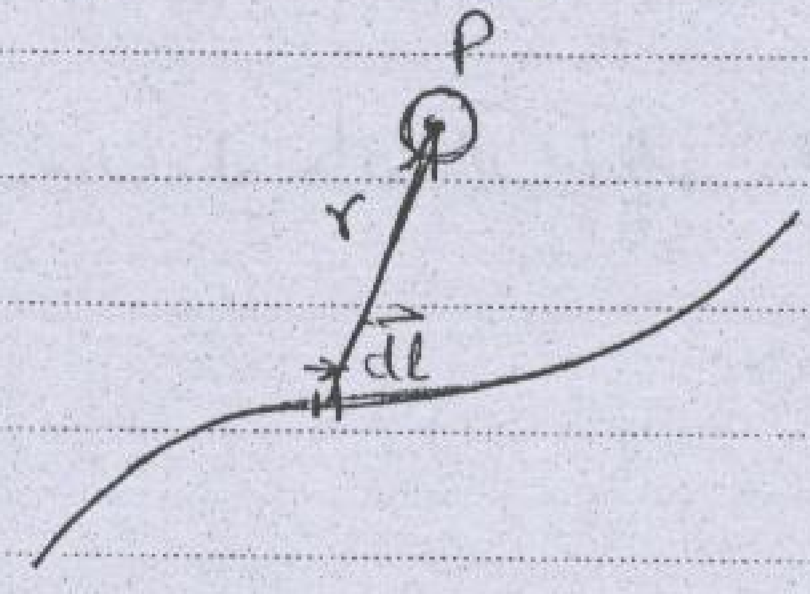
$$1^T = 10^4 G$$

$$1^T = \frac{1^N}{mA} \rightarrow \text{آمپر}$$

$$w_m = \int \vec{F}_m \cdot d\vec{l} = 0$$

کار میدان مغناطیسی روی ذره باردار صفر است

$$\frac{dl}{dt} = \vec{v} \rightarrow w = \underbrace{F_m \cdot v}_{\text{صفر}} \, dt$$



قانون بیوساوار:

$$dB = \frac{\mu_0 i \, d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

برای مسائل عمومی تر

خازن $U_E = \frac{1}{2} C V^2$ ولتاژ بنویسید

القاگر $U_B = \frac{1}{2} L I^2$ جریان بنویسید

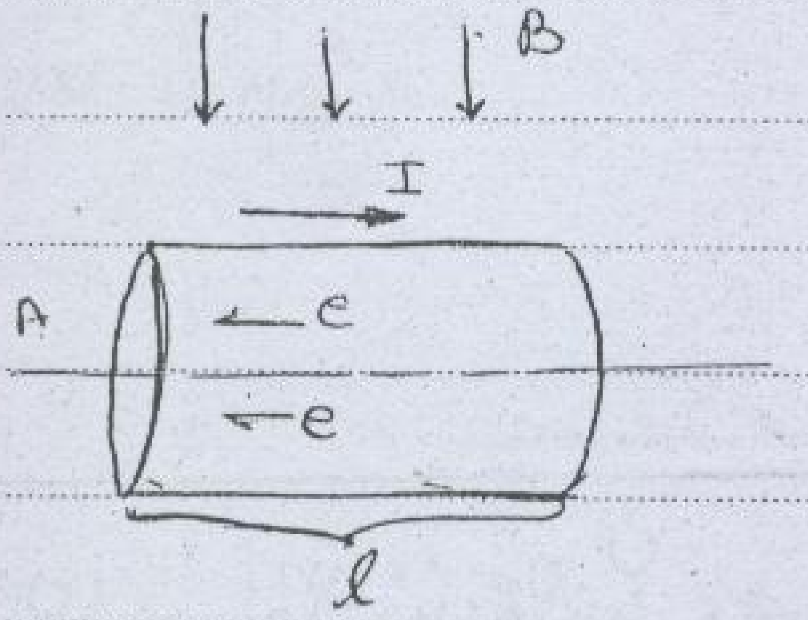
قانون القا فارادی:

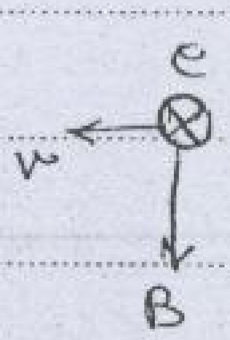
$$\oint \vec{E} \cdot dl = - \frac{d\phi_B}{dt} \rightarrow \text{شار مغناطیسی}$$

$$\iint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \phi_E \qquad \iint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \phi_B$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نیروی مغناطیسی وارد بر یک سیم حامل جریان





$$F'_m = evB$$

تعداد الکترون‌ها nAl $\qquad F_m = nF'_m$

نیروی وارد بر سیم

$$F_m = nAlvB \Rightarrow J = env \Rightarrow F_m = JAlB = BIl$$

$\boxed{F = BIl}$ در حالت سیم راست

$$\boxed{\vec{F} = I\vec{l}\times\vec{B}}$$

در حالتی که برای سیم غیر راست (منحنی) باشد بخاطر غیر راست بودن المان می‌گیریم که در هر المان B ثابت باشد

$$d\vec{F}_m = I\,d\vec{l}\times\vec{B}$$

مثال) در فرمول $F = qvB\sin\theta$ اگر v را نداشتیم، حتماً E (انرژی) را داریم که از رابطه‌ی $E = \frac{1}{2}mv^2$، v را بدست می‌آوریم.

$q = 1.6\times10^{-19}\,C$

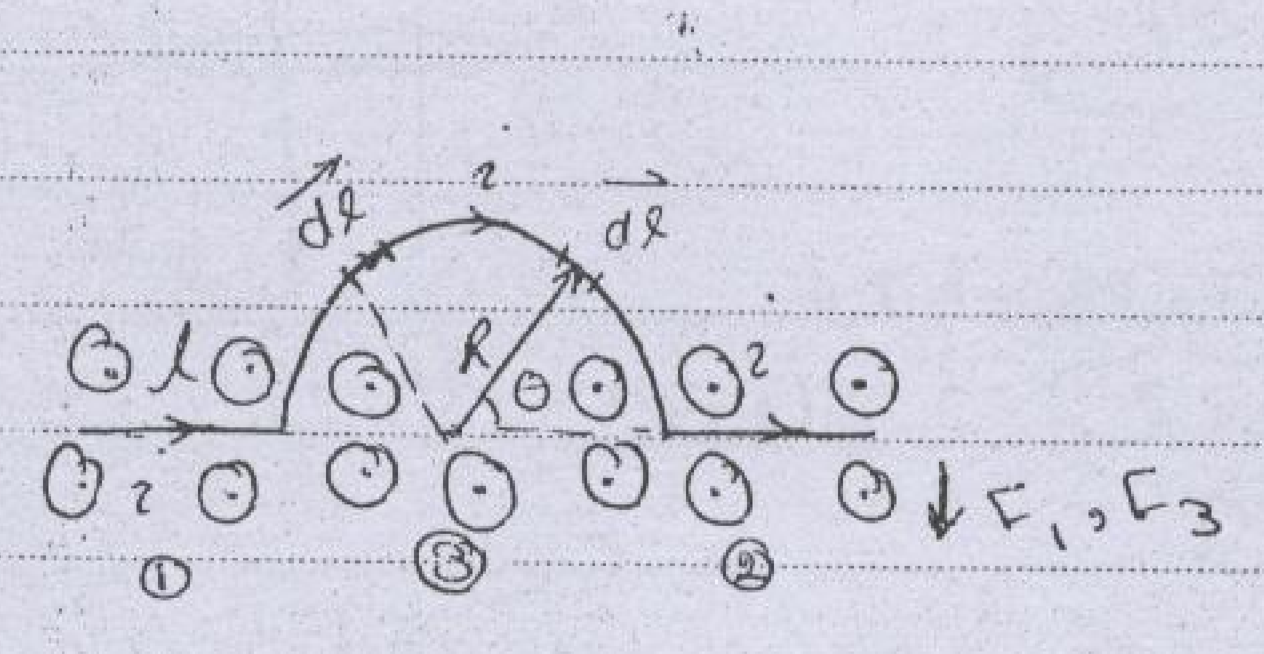
$m_e = 1.67\times10^{-27}$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مثال) سیمی مطابق شکل حامل جریان i می باشد و در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار گرفته است. نیروی وارد بر این سیم وارد می شود. با فرض اینکه سیم روی آن قدر تعادل بگیرد که بر اثر نیروی وارده چه تغییر شکل شود؟

حل)



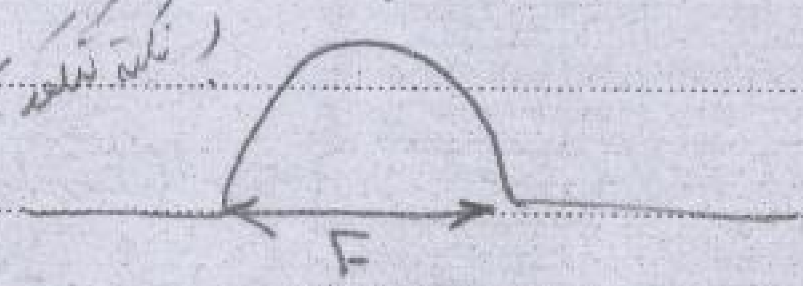
$F_1 = Bil = F_3$

$F_2 = ?$ $\quad d\vec{F_2} = Bi\,dl\,d\theta = Bi\,d\theta R\,d\theta \Rightarrow F_2 = \int_0^{\pi} BiR\,d\theta\,d\theta = 2BiR$

$\Sigma F_y = 2Bi(l+R)$ به طرف پایین

نکته: این برای ما شکل بالا نقطه F شکل زیر احساس کرد

(نکته شکل)

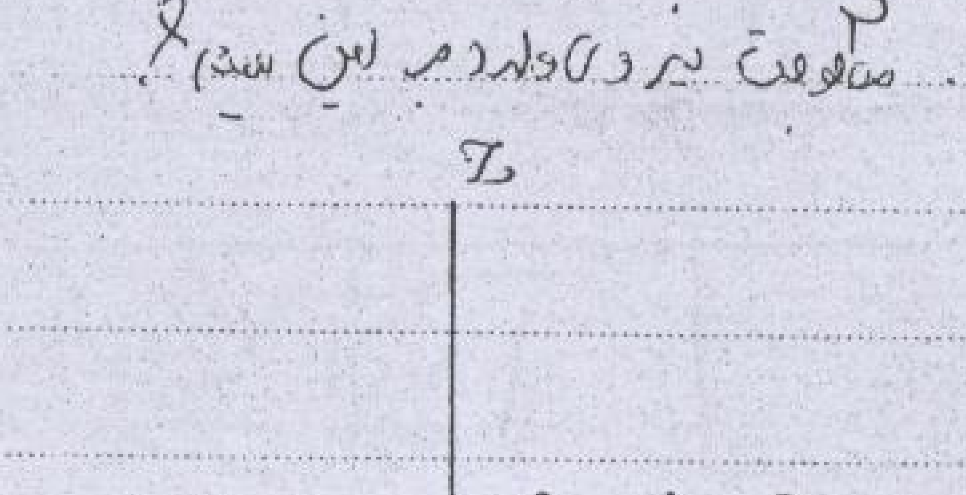


$\Sigma F_x = 0$

نکته: اگر سیم حلقه‌ای روی صفحه جریان باشد و میدان یکنواخت باشد نیروی وارده بر آن برابر نیروی وارد بر سیم از ابتدا تا انتهای آن است.

مثال) میدان مغناطیسی به صورت غیر یکنواخت در نقاط فضا به صورت $\vec{B} = \frac{\alpha}{y}\vec{a_x}$ می باشد. که در آن α ثابت مثبت. سیم AB مطابق شکل در امتداد محور y قرار دارد. مقدار نیروی وارد بر این سیم؟

حل)



$dl = dy\,\vec{a_y}$

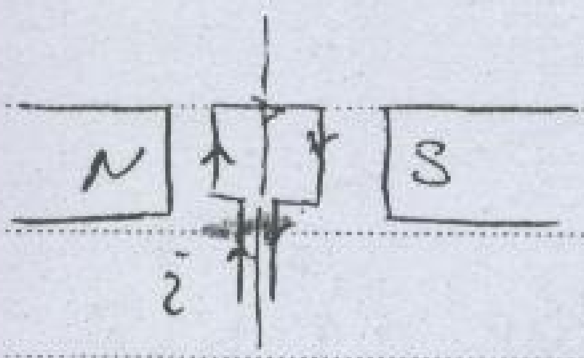
$dF = i\,\vec{dl}\,B = -i\,dy\,\frac{\alpha}{y}\,\vec{a_z}$

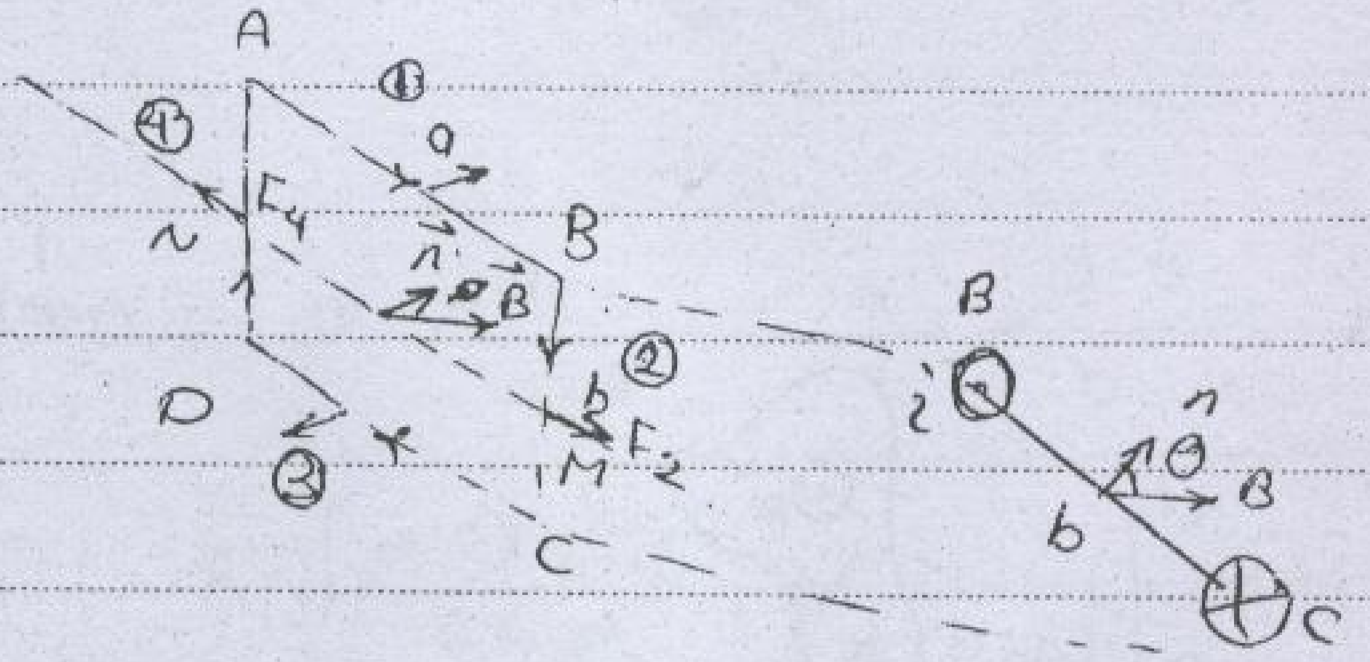
$F = \int -i\alpha \frac{dl}{y} \int_a^{a+l} \vec{a_z} = i\alpha \ln\frac{a}{a+l}\,\vec{a_z}$

$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ $\qquad B\,(N/C\ m/s) = \dfrac{1N}{A.m} = 1T = 10^{4}G \rightarrow$ میدان

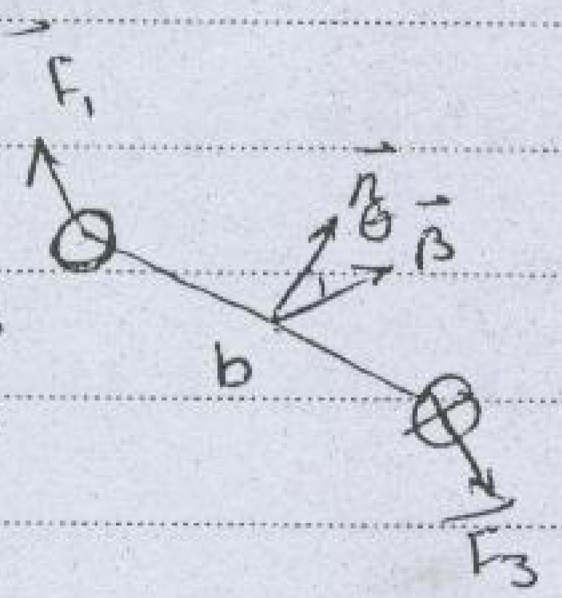
$N \quad C \quad m/s$

گشتاور وارد بر یک حلقه حامل جریان در میدان مغناطیسی





$\vec{B} \perp (MN \parallel AB \parallel DC)$ $\qquad F_1 = B\times i\times a \sin\angle l,B = Bia = F_3$



couple

$F_2 = Bil\sin\angle B,l = Bil\sin\theta = F_4$

$\tau = 2F_1\frac{b}{2}\sin\theta = F_1 b\sin\theta = Bi\underbrace{ab}_{A}\sin\theta = BiA\sin\theta$ $\qquad$ گشتاور نیرو

تعداد $\quad n =$ تعداد دورها

گشتاور دوقطبی $\quad \mu = nAi$

مغناطیسی

$\tau' = nBiA\sin\theta = \mu B\sin\theta$

$\tau = \mu B\sin\theta$

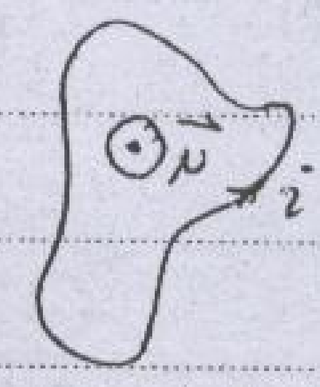
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

گشتاور دو قطبی مغناطیسی :

$|\mu| = nAi$

$\frac{\mu}{|\mu|} = ?$



$\measuredangle \mu , B = \measuredangle n , B$

گشتاور دوقطبی مغناطیسی

گشتاور نیرو مغناطیسی

: comparison

$\tau_B = \vec{\mu} \times \vec{B} \longrightarrow U_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

$\tau_E = \vec{P} \times E \longrightarrow U_E = -\vec{P} \cdot \vec{E}$

$\min U_B = -\mu B$

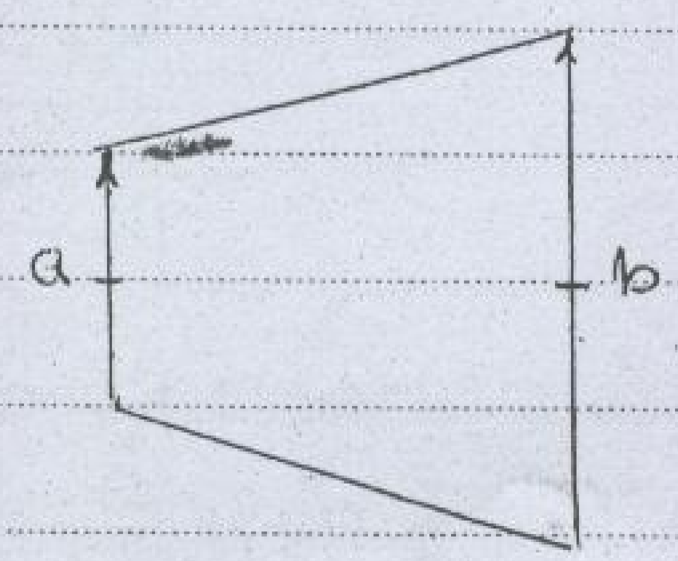
تمرین :

① مقاومت مخروط است. شعاع a و b. شیب نسبتاً کم است. می‌توان فرض کرد چگالی جریان در تمام مقاطع یکسان.

الف / مقاومت مخروط

ب / اگر شیب صفر $R=\rho\frac{L}{A}$ را ثابت کنید.

حل)



$$dR=\rho\frac{dx}{\pi y^2}\qquad \frac{x}{L}=\frac{y-a}{b-a}$$

$$R=\int\rho\frac{dy\,\frac{L}{b-a}}{\pi y^2}=\rho\frac{L}{\pi(b-a)}\Big|_a^b y\,dy=\frac{\rho L}{\pi ab}$$

② در چه دمایی مقاومت یک رسانای مسی ۲ برابر مقاومت آن در صفر درجه سلسیوس است؟

$R=R_0(1+\alpha\Delta T)\Rightarrow$

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R_T=\rho_0(1+\overset{\lambda}{\alpha}\Delta T)\frac{L_0(1+\alpha\Delta T)}{A_0(1+2\alpha\Delta T)}\qquad R_T=2R:$$

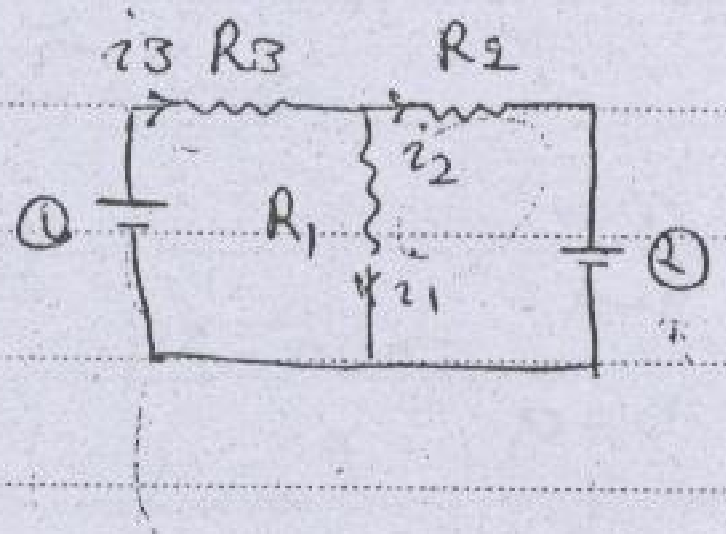
③ توان یک گرم‌کننده نیکرومی هنگامی که اختلاف پتانسیل اعمال شده به آن ۱۱۰ V است و دمای 800°C است 500W است. اگر دمای سیم را با فرو بردن آن در روغن به 200°C برسانیم توان مصرفی چقدر خواهد شد؟ اختلاف پتانسیل اعمال شده ثابت و α برای نیکروم $4\times10^{-4}\,{}^{1}/_{C}$ (از تغییرات A و L صرفنظر شود)

$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow R_{800^\circ C}=\frac{11\times11\times100}{500}\Rightarrow P'=\frac{110\times110}{R'}$$

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\Delta R=\Delta\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{\Delta R}{R}=\frac{\Delta\rho}{\rho}$$

$$\Delta P=-\frac{V^2}{R^2}\Delta R=\frac{-V^2}{R}\times\frac{\Delta\rho}{\rho}=-\frac{V^2}{R}\lambda\Delta T=-P\lambda\Delta T=500\times4\times10^{-4}\times600$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

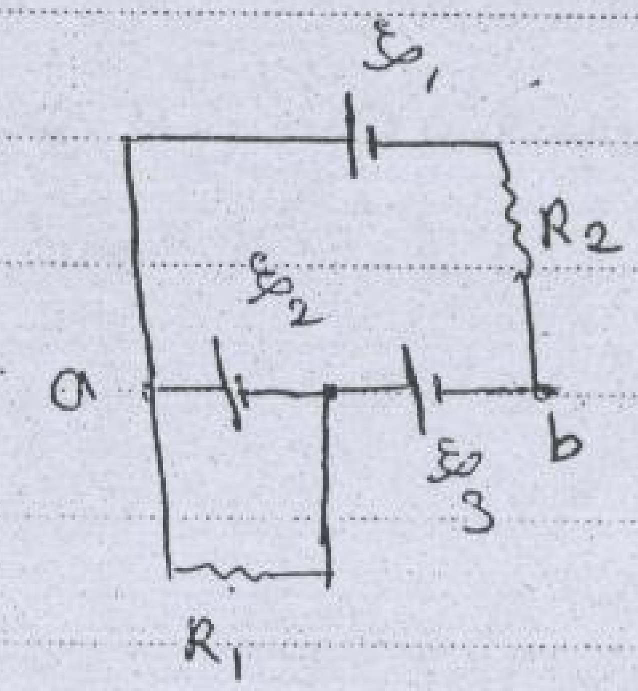


نکته مهم: اگر جریان وارد قطب مثبت شود باتری ذخیره شده است و اگر از مثبت خارج شود انرژی دهنده است.
توان ذخیره شده انرژی منفی است.

$$P_1 = \sum_{i=1}^{3} P_{R_i} + P_2$$

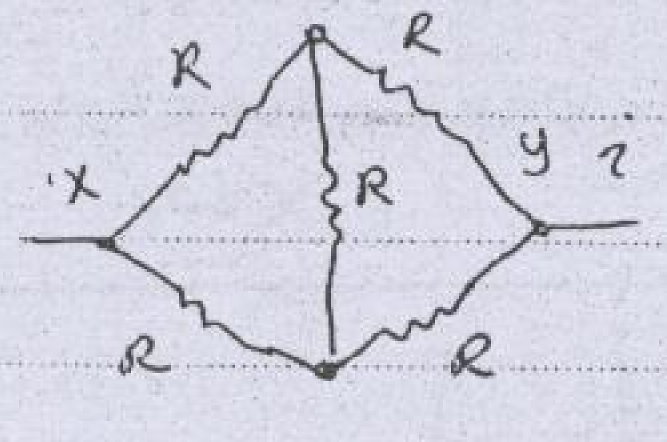
homework

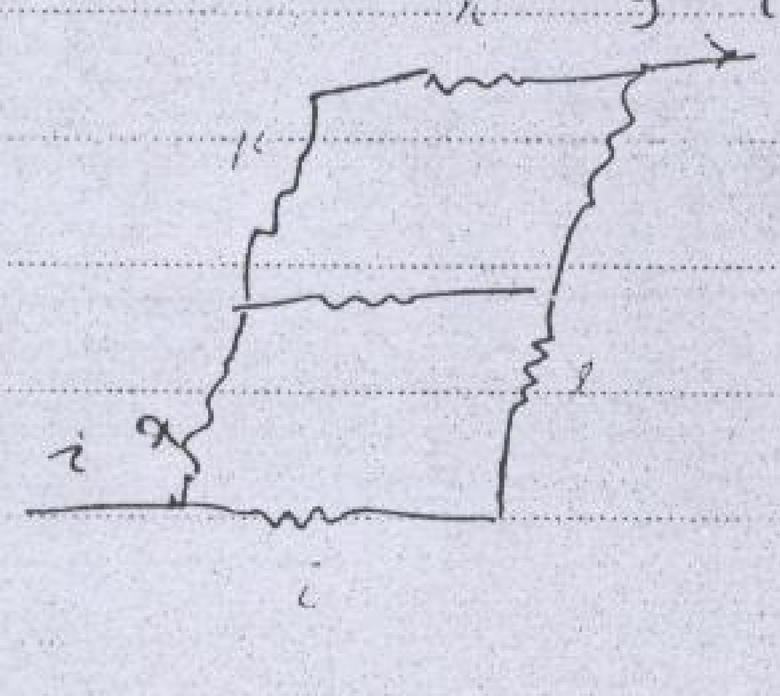
① در شکل مقابل پتانسیل ۲ نقطه a و b را بیابید:



$R_1 = 100\,\Omega$ $\varepsilon_1 = 6V$
$R_2 = 150\,\Omega$ $\varepsilon_2 = 5V$
$\varepsilon_3 = 4V$

② مقاومت هم ارز ۲ نقطه x و y ؟

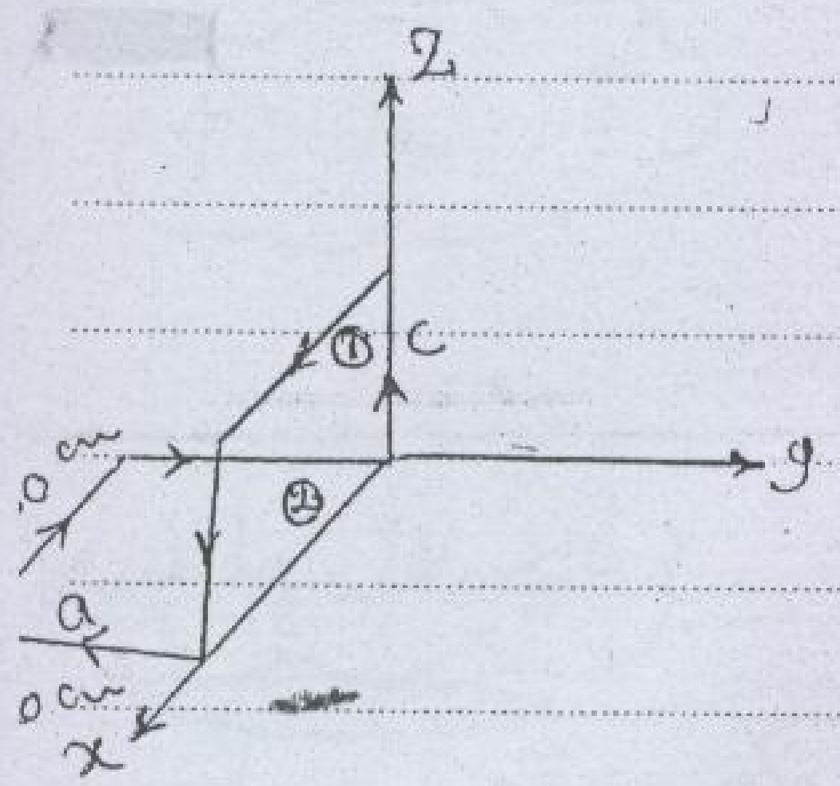




MAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال) جهت و مقدار گشتاور دوقطبی مغناطیسی شکل زیر چیست؟



حل)

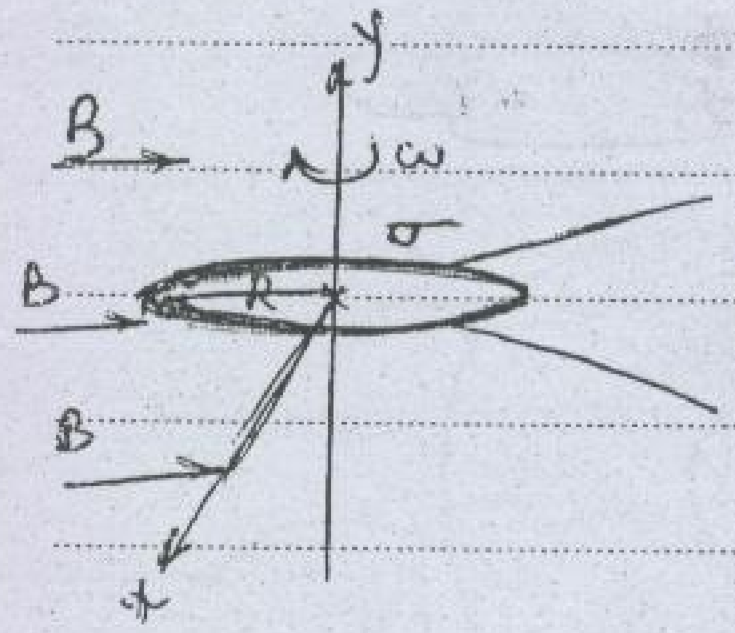
$\mu_1 = (i\,c \times b)\hat{j}$

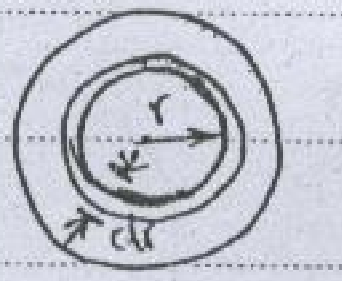
$\mu_2 = (i\,a \times b)(-\hat{k})$

$\vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2 = bci\,\hat{j} - abi\,\hat{k} = 0.15\vec{i} - 0.3\vec{k}$

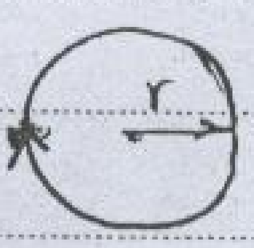
مثال) دیسک عایقی به شعاع a دارای چگالی بار سطحی یکنواخت σ می‌باشد. این دیسک مطابق شکل با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. اگر میدان مغناطیسی B در جهت محور x ها داشته باشیم جهت و مقدار گشتاور نیروی وارد بر این دیسک را بیابید.

حل)



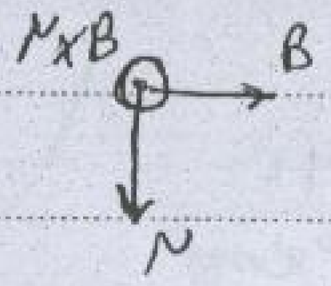


di



$\mu = iA$

$\mu = \pi r^2 i(-\hat{j})$



$\mu \times B = \tau$?

$$di = \frac{dq}{t} = \frac{\sigma\, dA}{t} = \frac{\sigma\, 2\pi r\, dr}{t}$$

$$|M| = A\,di = \pi r^2 di$$

$$d\tau = \pi r^2 B\,di \Rightarrow \tau = \int \pi r^2 B\,di = \pi B \int r^2 di = \pi B \int \frac{\sigma r^3 2\pi\, dr}{\frac{2\pi}{\omega}}$$

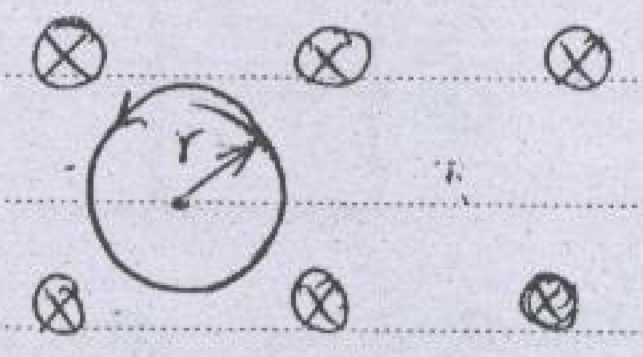
$$\Rightarrow \tau = \int \omega \sigma B \pi \int r^3 dr = \omega \sigma B \pi \int_0^R r^3 dr = \pi B \sigma \omega \frac{R^4}{4}$$

$$\vec{\tau} = \pi B \sigma \omega \frac{R^4}{4}\,\hat{i}$$

[redacted]

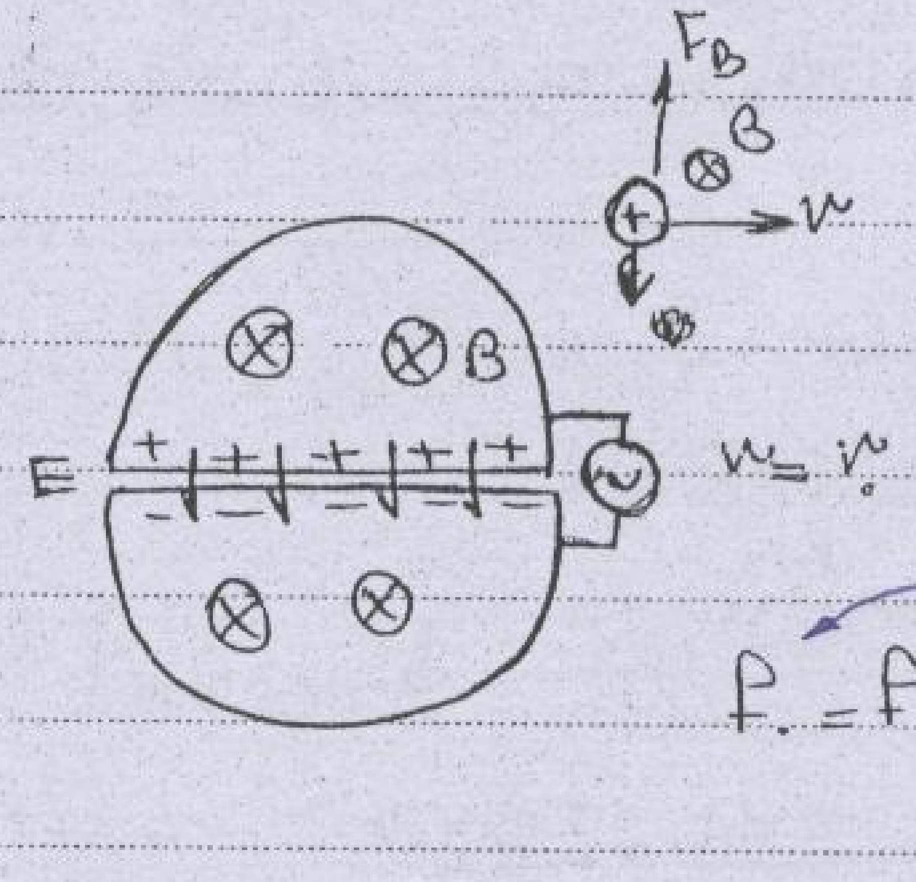
Year . [redacted] [redacted]

در مغناطیس د نتایج هنده



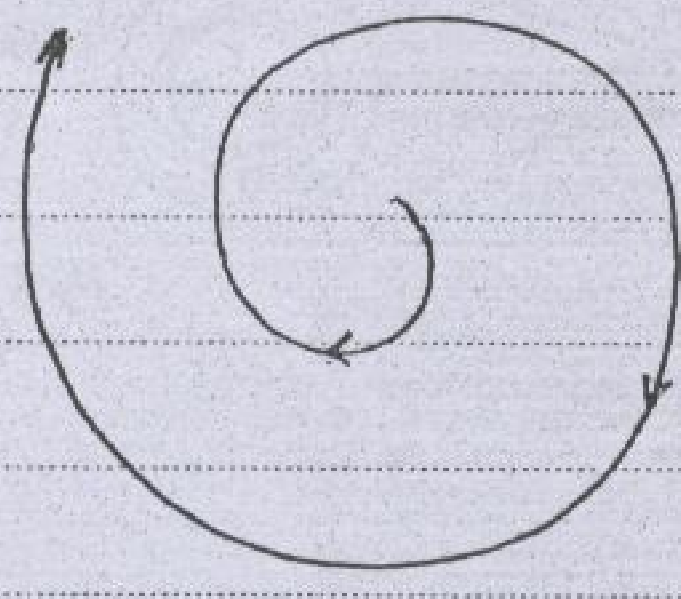
$$v = \frac{qBr}{m} \quad , \quad T = \frac{2\pi m}{qB}$$

چرخه سیکلوترون



$$v = v_0 \sin 2\pi f t$$

$$f_0 = f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$



با هر بار گذر انرژی می‌گیرد . باید فرکانس ولتاژ هماهنگ باشد . فرض بس H^+ باشد . در حین شعاع گردش است تا جایی که B هست (شعاع استوانه)

$$E_{max} = K_{max} = \frac{1}{2} m \times \left(\frac{q_B B R_{max}}{m} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2 B^2 R_{max}^2}{m}$$

$R_{max} =$

۰,۹۹۹۹۹۹۵

رابطه نسبی ⇒ $P = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ $\quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ $\quad \uparrow m \longrightarrow T \uparrow \quad \downarrow f = \frac{qB}{2\pi m \uparrow}$

دوا

پس در حقیقت f باید تابع زمان باشد . این چرخه سنکروسیکلوترون بود .

$\uparrow \omega = \frac{qB}{m \uparrow}$ سنکروترون

10^{-43} big bang حداقل زمان

10^{-35} تشکیل ذرات

۱۴ .... میلیارد سال

1 .... B/ year

CoRN ۲۷۴m

سیکلوترون ← با افزایش انرژی شعاع زیاد می‌شود

سنکروترون ← " " ثابت است

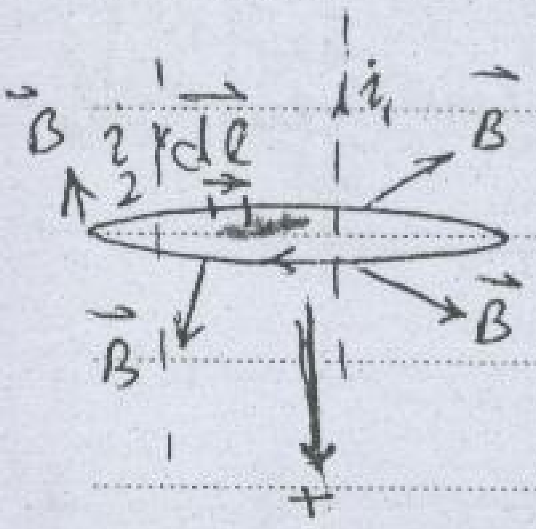
قانون آمپر

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$

جهت dl در جهت مسیر (اختیاری)

جریانهایی i ـــ که از مسیر بسته می‌گذرد.



جهت دلخواه در مسیر بسته

جهت مثبت هست

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_2 - i_1)$$

هرجریان در جهت مثبت است:

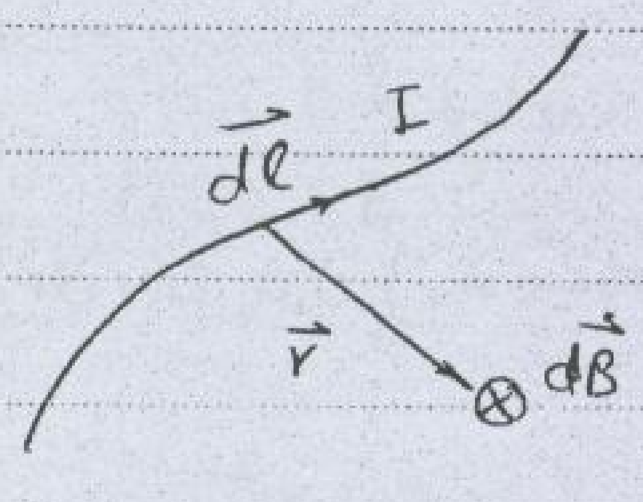
* اگر $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$ به معنای صفر شدن میدان نیست.

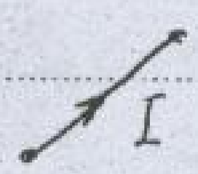
* جریان ها باید پیوسته باشند.

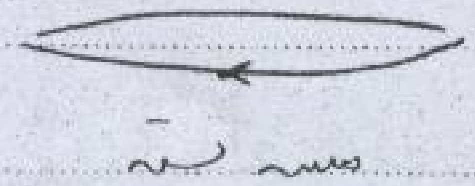
قانون بیوساوار

$$dB = \frac{\mu_0 I\, d\vec{l}\times\vec{r}}{4\pi r^3}$$

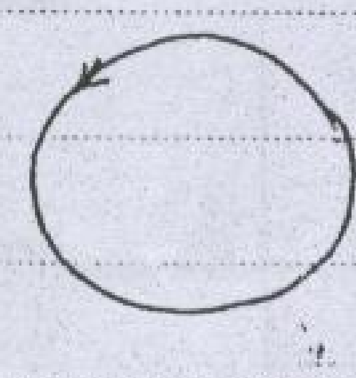
در این قانون لزومی برای پیوستگی بار وجود ندارد.







مسیر بسته



اگر سیم محدود باشد نمی‌توان جریان را جزء

مسیر بسته حساب کرد باید.

و از بیوساوار می‌رویم.

← dl در جهت جریان است.

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

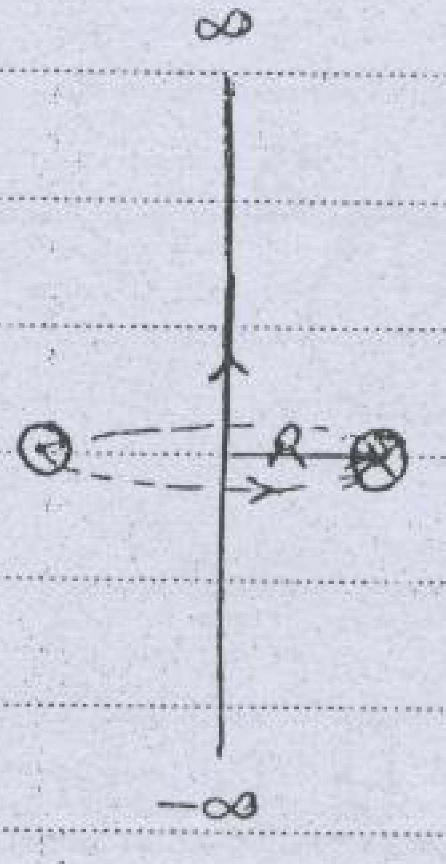
$$\nabla\times\vec{H} = \vec{J}_c$$

$$\int (\nabla\times\vec{H})\cdot d\vec{s} = \int \vec{J}_c\cdot d\vec{s}$$

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = i \Rightarrow \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

Subject
Date

مثال) میدان مغناطیسی ناشی از سیم با محور.



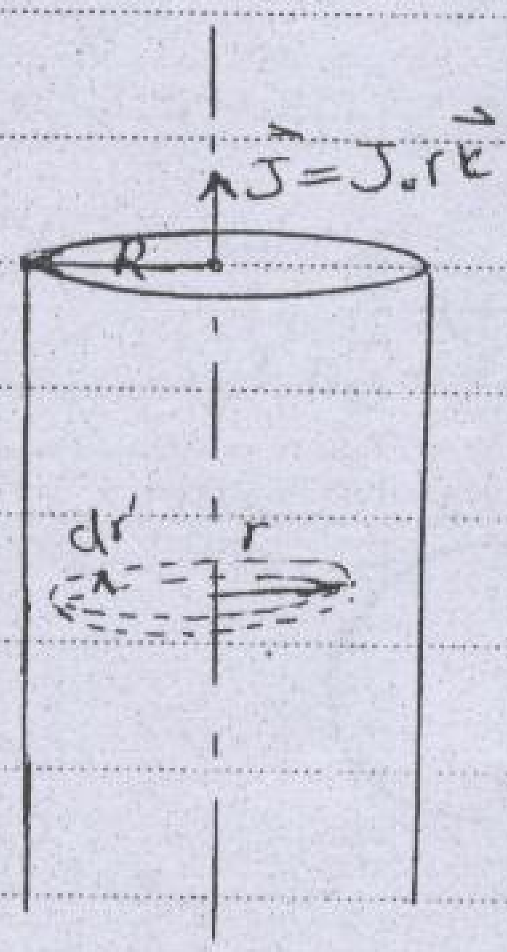
حل)

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

$$B \times 2\pi R = \mu_0 i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

مثال) سیم استوانه‌ای شکل با محور مطابق شکل دارای چگالی جریان غیر یکنواخت $\vec{J} = J_0 r \vec{k}$ می‌باشد که در آن J_0 ثابت مثبت و r فاصله هر نقطه از داخل سیم از محور استوانه می‌باشد. مطلوبست میدان مغناطیسی داخل و خارج سیم.

$0 \le r \le R$



حل)

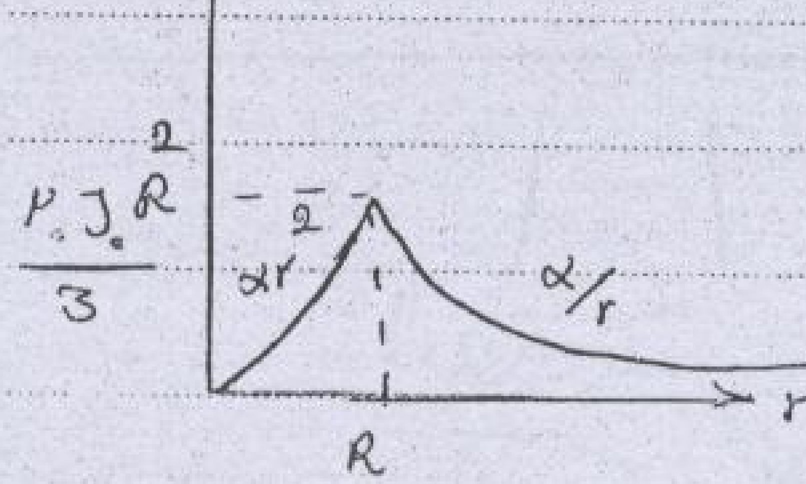
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

$$B \times 2\pi r = \mu_0 i$$

$$B\, 2\pi r = \mu_0 \int_0^r J_0 r' \, 2\pi r' dr'$$

$$B = \frac{\mu_0 J_0 r^2}{3} \quad (0 \le r \le R)$$

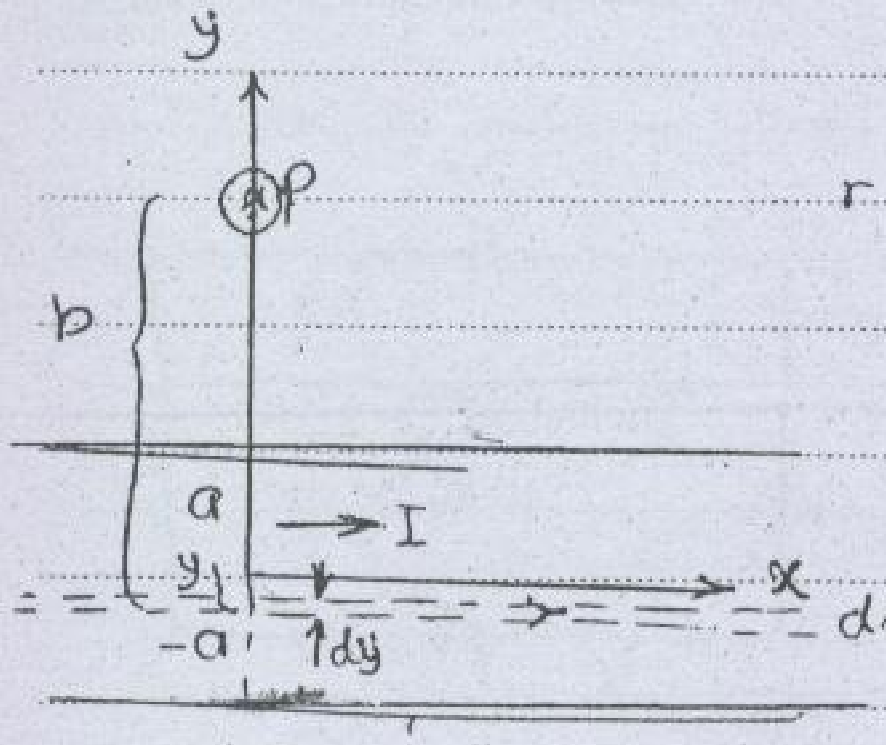
$r \ge R$: $B \times 2\pi r = \mu_0 \times 2\pi J_0 R^3/3 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 J_0 R^3}{3r}$ $\quad r \ge R$



Subject:

Year. Month. Date. ( )

مثال) تسمه نازکی به پهنای $2a$ دارای جریان i می باشد. مطلوبست میدان مغناطیسی در نقطه P واقع در صفحه تسمه خارج جریان.



$r = b - y$

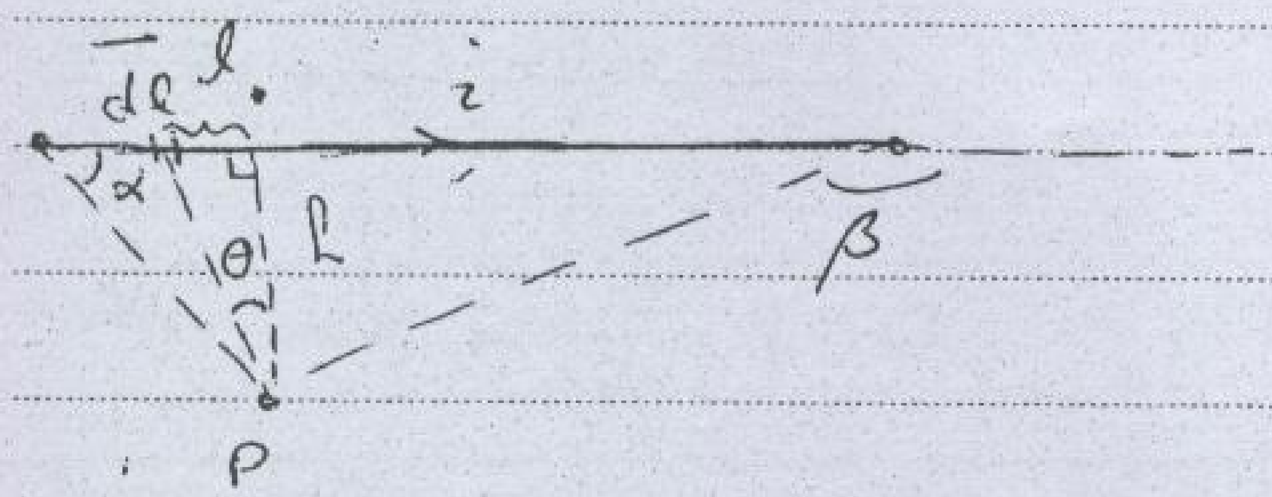
حل)
$$\frac{I}{2a} = \frac{di}{dy} \qquad dB = \frac{\mu_0\, di}{2\pi r}$$

$$B = \int \frac{\mu_0\, di}{2\pi r} = \int_{-a}^{a} \frac{\mu_0 I}{2a\, 2\pi r} dy = \int_{-a}^{a} \frac{\mu_0 I\, dy}{4a\pi(b-y)}$$

$$B = \mu_0 I / 4\pi a \int_{-a}^{a} \frac{dy}{b-y} = \mu_0 I / 4\pi a \ln\frac{b+a}{b-a}$$

ans. $$B = \frac{\mu_0 I \ln\frac{b+a}{b-a}}{4\pi a}$$

مثال) میدان مغناطیسی سیم محدود.



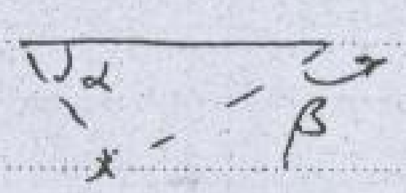
حل)
$$\operatorname{tg}\theta = \frac{l}{h} \Rightarrow l = h\operatorname{tg}\theta \quad dl = h\sec^2\theta\, d\theta$$

$$dB = \frac{\mu_0 I \vec{dl}\times\vec{r}}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 I\, dl\, r\cos\theta}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 I\, dl \cos\theta}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I\, h\sec^2\theta\cos\theta\, d\theta}{4\pi\left(\frac{h}{\cos\theta}\right)^2}$$

$$B = \int \frac{\mu_0 I\, h\cos\theta\, d\theta}{4\pi h^2} = \mu_0 I / 4\pi h \int_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\beta-\pi/2} \cos\theta\, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi h}(-\cos\beta + \cos\alpha) = \frac{\mu_0 I(\cos\alpha - \cos\beta)}{4\pi h}$$

$l \to \infty : \alpha \to 0, \beta \to \pi : B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi h}$ ✓ $\xrightarrow{I}$ P $B = 0$

$$B = \frac{\mu_0 I(\cos\alpha - \cos\beta)}{4\pi h}$$



اگر نقطه در امتداد سیم باشد میدان صفر است

PAPCO

Subject: Data:

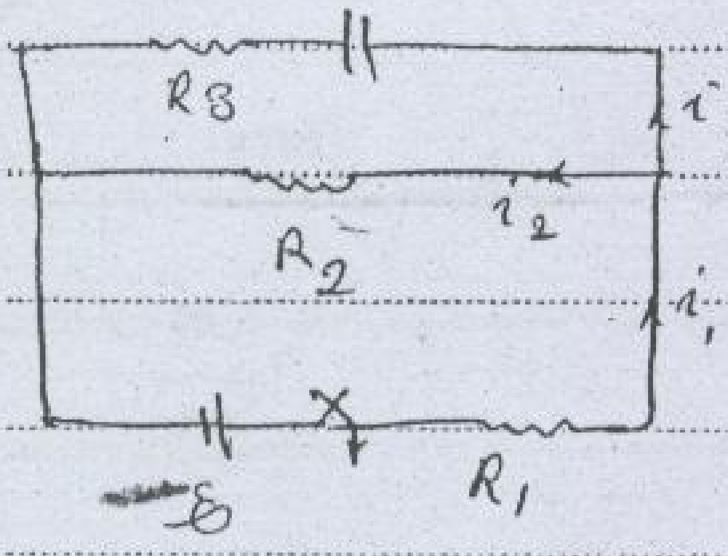
MICRO®

Subject: Data:

مثال) در مدار شکل ۱ ، $\mathcal{E}=1200$ ، $C=6.5\mu F$ ، $R_1=R_2=R_3=7.3\times10^{5}$

الف) جریان های هر مقاومت را در $t=0$ ، $t=\infty$ بدست آورید.

ب) در بازه زمانی $0<t<\infty$ جریان i_2 به چه شکل در می آید؟



الف/ آسان $t=0$ $\quad i_1=i_2+i_3$

$$① \ i_3R_3+\frac{q}{C}-i_2R_2=0$$

$$② \ \mathcal{E}-i_1R_1-i_2R_2=0$$

ب) $\cancel{i_3} \neq \cancel{\frac{dq}{dt}} \ \cancel{\frac{dq}{dt}}$

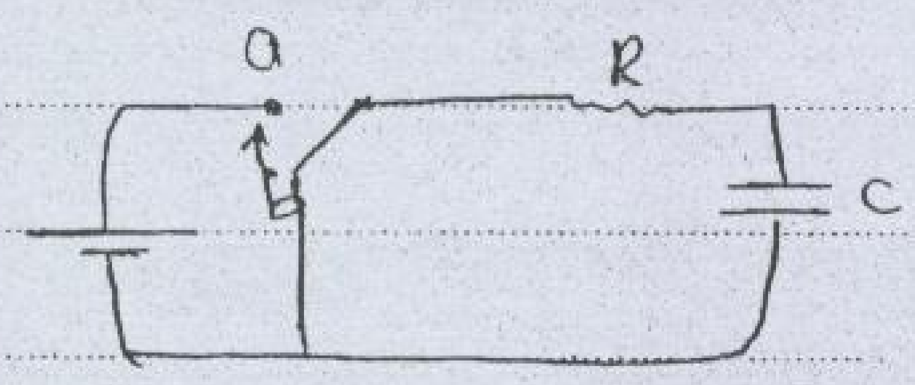
$$\frac{dq}{dt}R_3+\frac{q}{C}-i_2R_2=0$$

$$\Rightarrow \dot{q}+\frac{2}{3RC}q=\mathcal{E} \quad \Rightarrow q=Ae^{-\alpha t}+B \qquad q(0)=0,\ q(\infty)$$

$$A=?\quad B=?$$

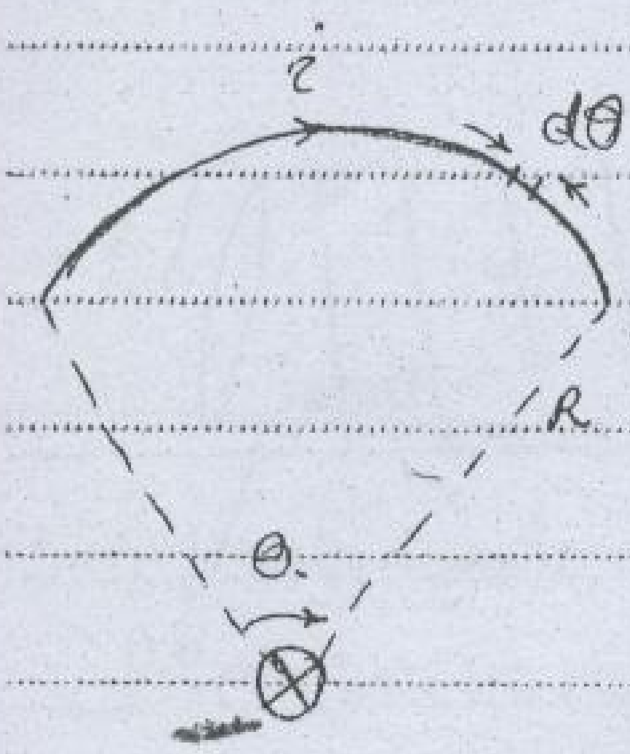
$$i_3=\frac{dq}{dt}\Rightarrow \ldots$$

مثال) نشان دهید که اگر کلید S را از a به b بزنیم تمام انرژی ذخیره شده در خازن به انرژی گرمایی در مقاومت تبدیل می شود.



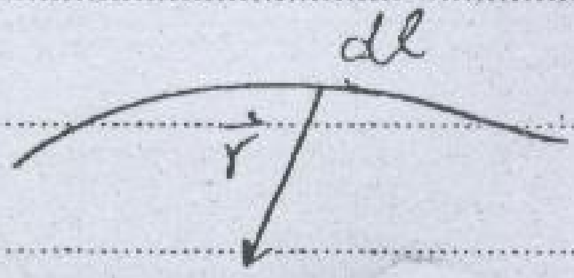
Subject: Data:

میدان مغناطیسی ناشی از یک حلقه



$$dB = \frac{\mu_0 i \, \vec{dl} \times \vec{r}}{4\pi r^2}$$

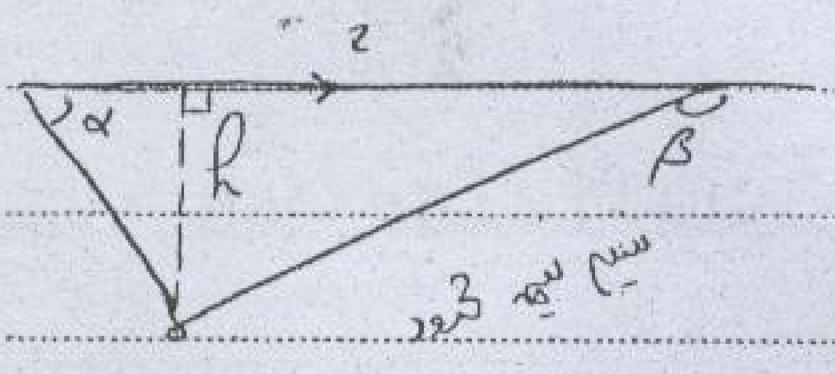
$$dB = \frac{\mu_0 i R d\theta}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 i d\theta}{4\pi R}$$



$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \times \theta_0$$

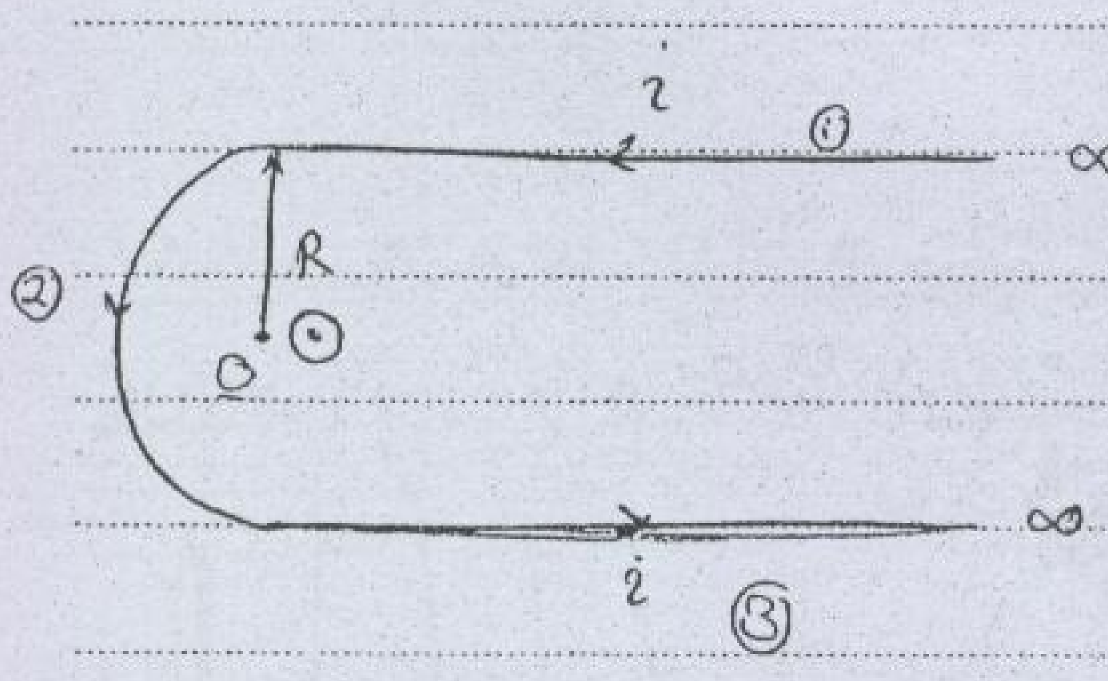
میدان سیم دراز

* دایره کامل : $B = \frac{\mu_0 i \, 2\pi}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{2R}$



$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi h} (\cos\alpha - \cos\beta)$$

مثال) در شکل زیر اگر جریان گذرنده از سیم i باشد جهت و مقدار میدان مغناطیسی را در O بیابید.



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

۲ سیم نیم محدود و یک نیم دایره :

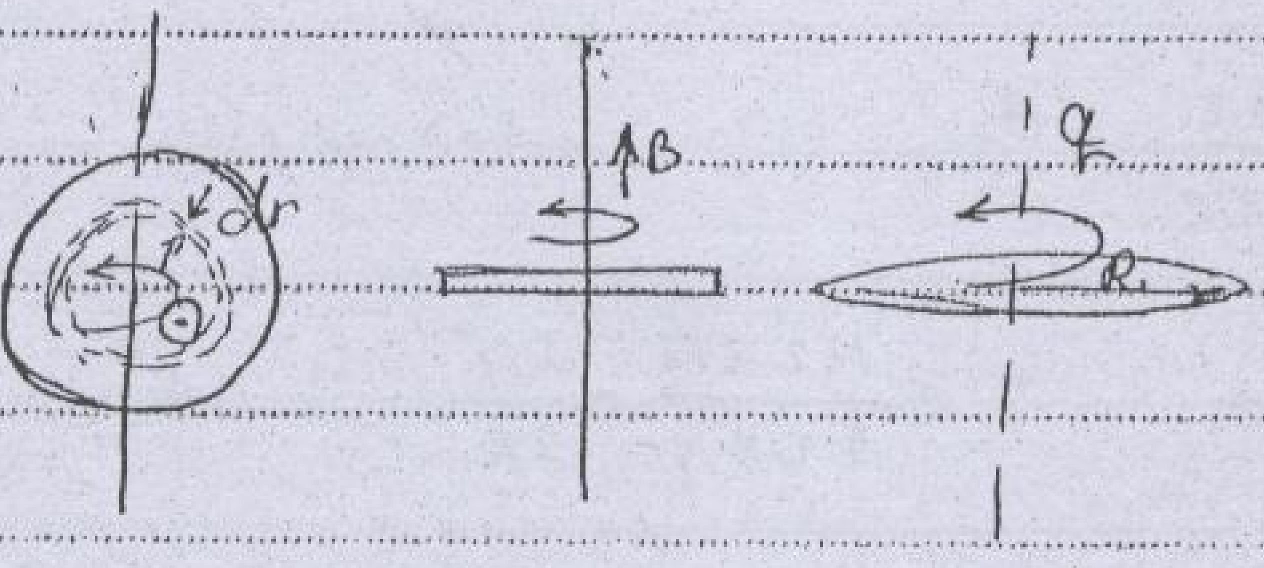
$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos\pi\right) = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} = B_3 \quad , \quad B_2 = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \times \pi$$

$$B = \frac{2\mu_0 i}{4\pi R} + \frac{\mu_0 i \pi}{4\pi R} = \frac{(\pi + 2)\mu_0 i}{4\pi R}$$ میدان در O

Subject: Data:

مثال) روی سطح دیسک نازک عایقی بار q به طور یکنواخت توزیع شده. این دیسک حول محوری که از مرکز آن می‌گذرد و عمود بر سطح آن است n دور در هر ثانیه می‌چرخد. میدان مغناطیسی را در مرکز دیسک حساب کنید.

حل /



$T = \frac{1}{n}$

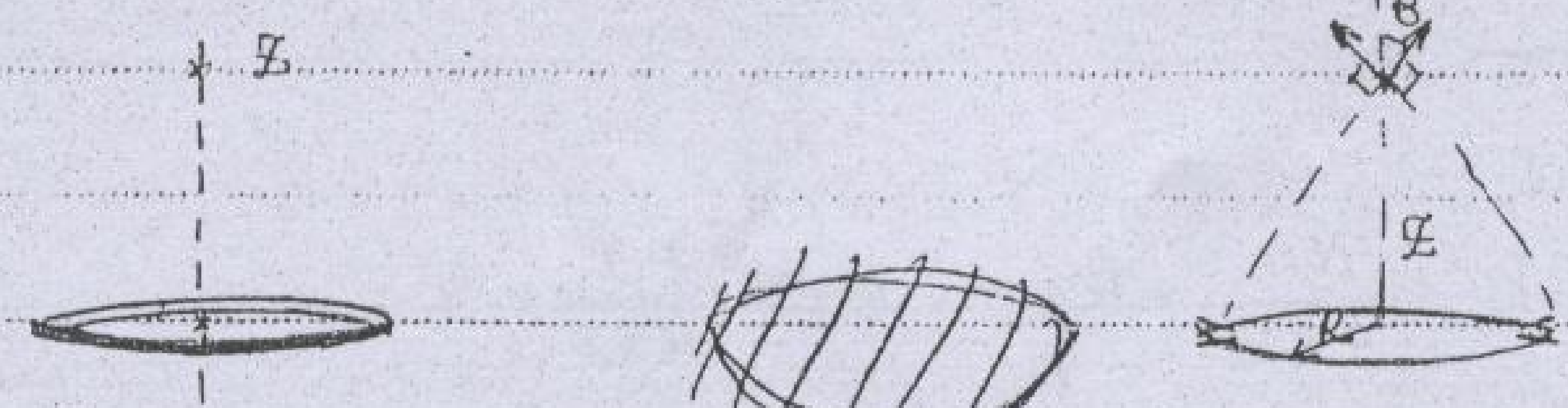
چون بار حامل جریان است میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند.

$$dB = \frac{\mu_0 \, di}{2r} = \frac{\mu_0 \frac{dq}{T}}{2r} = \frac{n\mu_0 \, dq}{2r}$$

$$= \frac{n\mu_0 \, \sigma \, 2\pi r \, dr}{2r} = n\mu_0 \sigma \pi R \ , \quad \frac{q}{\pi R^2} = \sigma \Rightarrow n\mu_0 \pi R \times \frac{q}{\pi R^2} = q\mu_0 n / R$$

$$\vec{B} = \frac{nq\mu_0}{R} \hat{y}$$

مثال) حلقه‌ای به شعاع R حامل جریان i. شدت میدان مغناطیسی در فاصله عمودی Z از مرکز این حلقه.



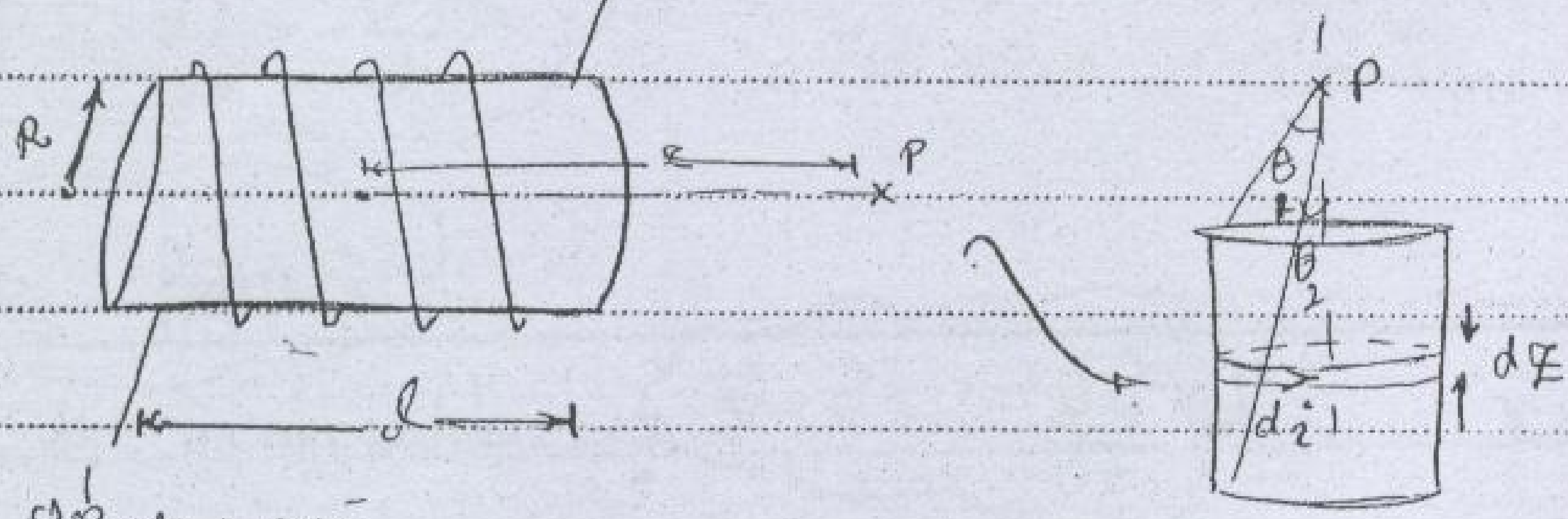
$$\cos\theta = \frac{Z}{\sqrt{R^2+Z^2}}$$

$$dB = \frac{\mu_0 i \, \vec{dl} \times \vec{r}}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 i \times dl \times \sqrt{Z^2+R^2} \times \cos\theta}{4\pi r^3} \quad (-2)$$

$$= \frac{\mu_0 i (R^2+Z^2)^{-3/2} \, dl}{4\pi} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i (R^2+Z^2)^{-3/2}}{4\pi} \times 2\pi R = \frac{\mu_0 i (Z^2+R^2)^{-3/2} R^2}{2} \quad : \text{میدان } Z$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i (R^2+Z^2)^{-3/2}}{2R} \hat{Z} = \frac{\mu_0 i R^2}{2R(R^2+Z^2)^{3/2}}$$

مثال: فرض کنید استوانه‌ای به طول l را مطابق شکل سیم پیچی کنیم به طوری که تعداد دور واحد طول n باشد. مطلوبست میدان مغناطیسی در نقطه P.



تعداد دور واحد طول

$di = n\,dZ'\,i$

$$dB = \frac{\mu_0\, di \times R^2}{2(R^2+Z'^2)^{3/2}}$$

$$dB = \frac{\mu_0\, n\, dZ'\, i\, R^2}{2(R^2+Z'^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{R^2\mu_0\, n i}{2}\int \frac{dZ'}{(R^2+Z'^2)^{3/2}} = -\frac{\mu_0 n i}{2}\int \sin\theta\, d\theta$$

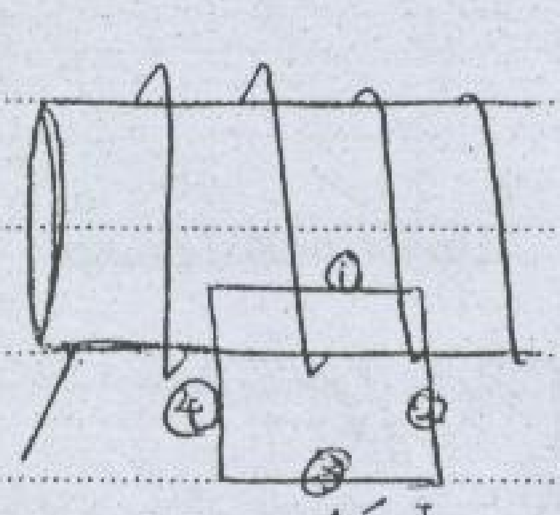
$$= \frac{\mu_0 n i}{2}\cos\theta\Big]_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{\mu_0 n i}{2}\left[\cos\theta_2 - \cos\theta_1\right]$$

$$\cos\theta_2 = \frac{Z - l/2}{\sqrt{(Z-l/2)^2+R^2}} \qquad \cos\theta_1 = \frac{Z + l/2}{\sqrt{(Z+\frac{l}{2})^2+R^2}}$$

$\theta_2 = 0 \quad \theta_1 = \pi \qquad B = \frac{\mu_0 n i}{2}\times 2 = \mu_0 n i$ در داخل سیم پیچ طول نامحدود ← سیم طول نامحدود

$\infty \Rightarrow \frac{l}{R} \to \infty \qquad R \to 0 \;\; \text{یا} \;\; l \to \infty$

یا میدان با قانون آمپر:

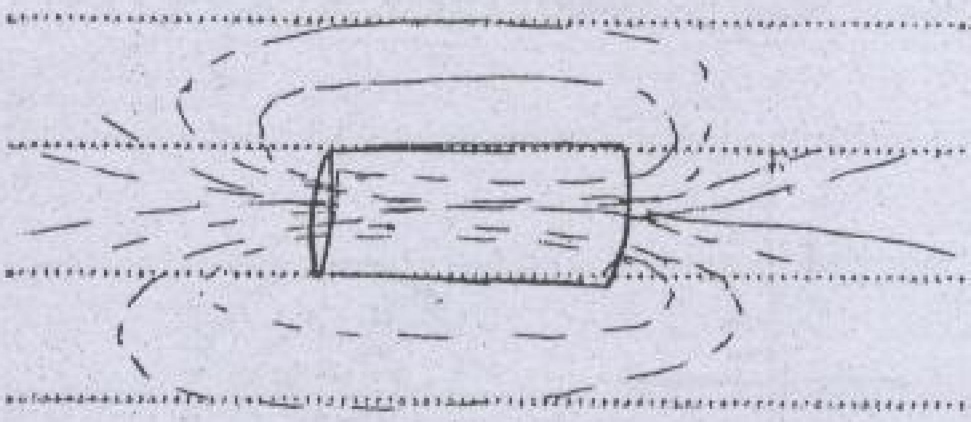


$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 i$$

$$\int_1 \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_2 \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_4 \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_3 \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 n l' I = B l'$$

$$B = \mu_0 n i$$

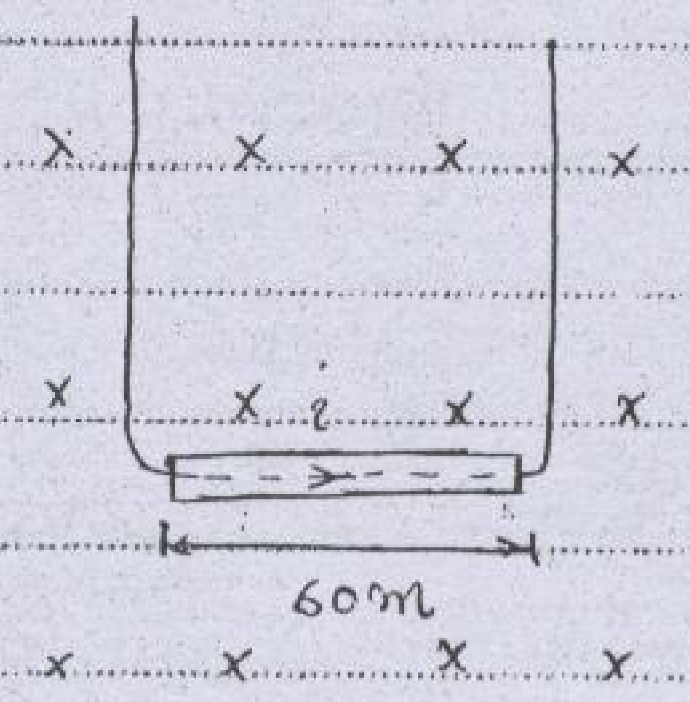
نکته مهم: تک قطبی مغناطیسی نداریم: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$



میدان خارج سیملوله ضعیف اما غیر صفر است.

<< درس یار فیزیک ۲ >>

مثال) سیمی به طول 60m و جرم 10kg توسط یک زوج سیم با نیروی انعطاف پذیر در میدان 0.4T ابتدا است. بزرگی و جهت جریان لازم برای خنثی کردن کشش سیم های نگهدارنده چقدر است؟



حل)

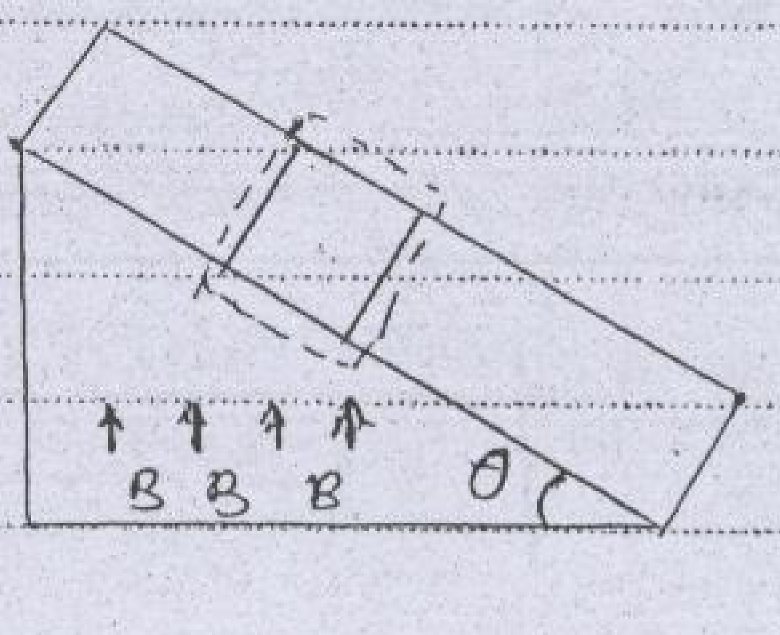
$$mg = Bil$$

$$10 \times g = 0.4\, i \times 60$$

$$i = \frac{10g}{60 \times 0.4} = \frac{25}{6}\ A$$

~~تمرین~~

مثال) یک استوانه چوبی به جرم $m=0.25kg$ و شعاع r و طول $0.1m$ که $n=10$ دور سیم دور آن پیچیده شده به صورت حلقه سیم هم استوانه را در روی یک سطح شیبدار قرار گرفته است. حداقل i تا مانع به پایین لغزیدن استوانه شود؟ $B=0.5T$



Subject: Data:

قانون القای فارادی

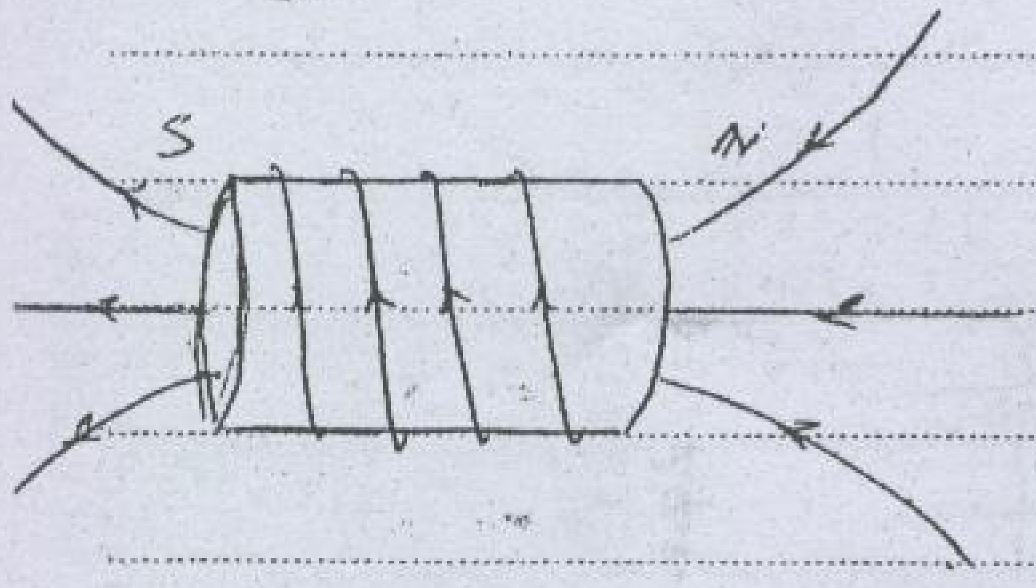
$$\mathcal{E}_m = \oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

شار مغناطیسی ← نیروی محرکه القایی

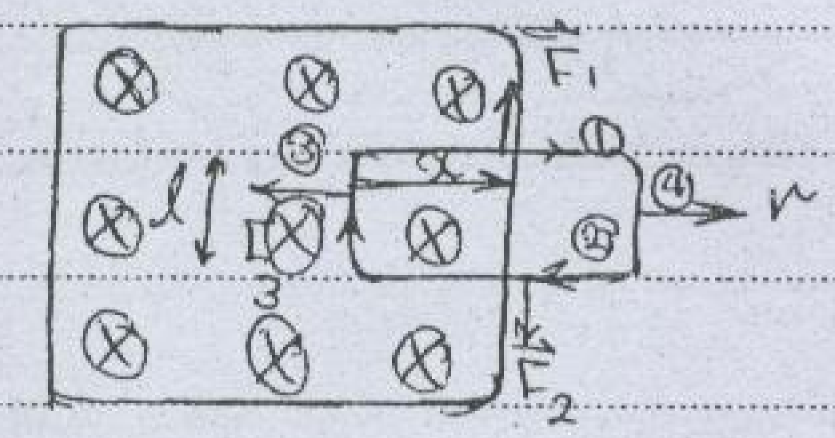
$$\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot \vec{ds}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$



مثال) میدان مغناطیسی ثابتی مطابق شکل مفروض است. اگر جای قابی با سرعت v در داخل میدان مغناطیسی
یکنواخت حرکت کند مطلوبست نیروی محرکه القا شده در این قاب.



حل) $\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot \vec{ds} = Blx$

$$|\mathcal{E}_m| = \left|\frac{d\Phi_B}{dt}\right| = Bl\frac{dx}{dt} = Blv$$

$|F_1| = |F_2|$

$F_3 = B i_m l$ نیروی وارده به سیم

انرژی لازم برای انجام این کار:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d\int F \cdot dx}{dt} = F_3 v = B i_m l v = B\frac{lv}{R} \times lBv$$

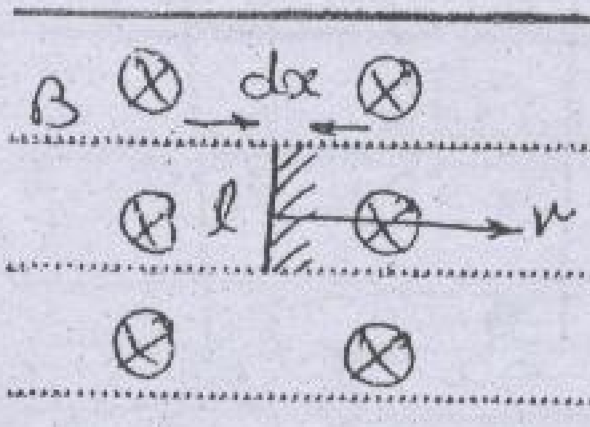
$$\Rightarrow P = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

توان تلف شده در R:

$$R i_m^2 = R\frac{B^2 l^2 v^2}{R^2} = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

MICRO

Subject: Data:

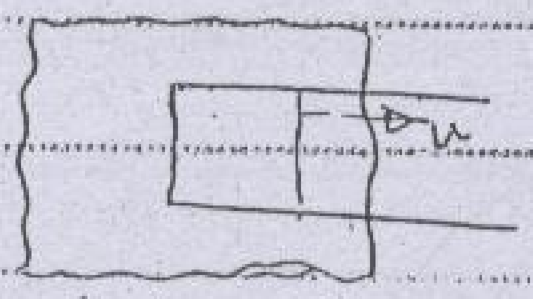


* اگر میدان یکنواخت باشد $\quad |\varepsilon'_m| = |\varepsilon_m| = B l v$

چون $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

قید سیم‌ها هستند هیچ [illegible]

$$\begin{cases} d\Phi_B = B\,ds = B\,l\,dx \\ \dfrac{d\Phi_B}{dt} = B l \dfrac{dx}{dt} = B l v \end{cases}$$

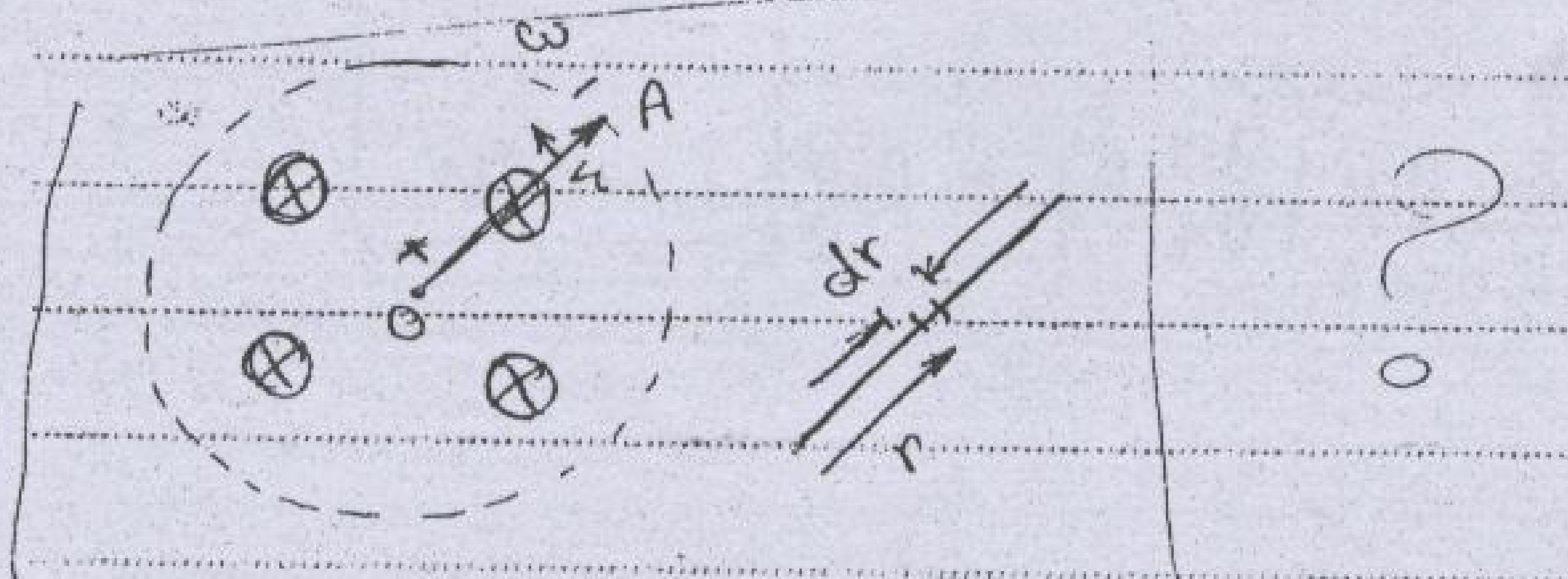


با این تغییر مسیر نتیجه‌ایم اما خودمان در نظر گرفتیم. خوب است بدانیم جای اینها لزوماً ایستا بودن

مسیر نیست

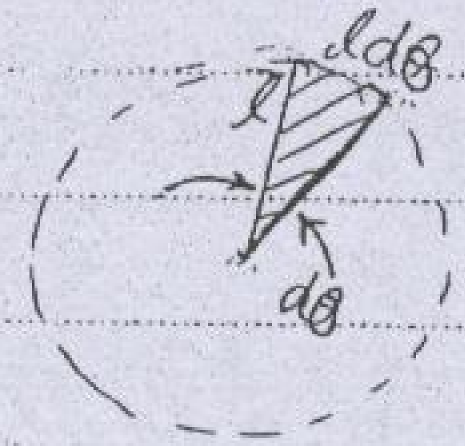
مثال) یک میله مسی در میدان یکنواخت B با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. نیروی محرکه القایی دو سر آن: l

حل)



$dl \longrightarrow \varepsilon_m = B l v \qquad d\varepsilon_m = B v\,dr \qquad v = r\omega$

$$\varepsilon_m = \int d\varepsilon_m = \int_0^l B\omega r\,dr \;\Rightarrow\; \boxed{\varepsilon_m = \frac{B\omega l^2}{2}}$$



$$d\Phi_B = B\,l\,\frac{(l\,d\theta)}{2}$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{B l^2}{2}\frac{d\theta}{dt} = \frac{B l^2 \omega}{2}$$

MICRO®

Subject: Data:

مثال) الکترونی که از ولتاژ 15000V شتاب خواهد و سپس عمود بر میدان مغناطیسی $B = 250\,G$

می چرخد. شعاع مسیر حرکت الکترون چقدر است؟

$F = qvB = \frac{mv^2}{R}$

$R =$

مثال) یک پوزیترون با انرژی 2keV در میدان مغناطیسی B با بزرگی 0.1 T پرتاب می شود که بردار

سرعت آن با B زاویه 89° می سازد:

الف/ نشان دهید مسیر ذره مارپیچ است که محور آن در راستای میدان مغناطیسی B است؟

ب/ دوره تناوب

ج/ شعاع مارپیچ

د) گام p را محاسبه کنید.

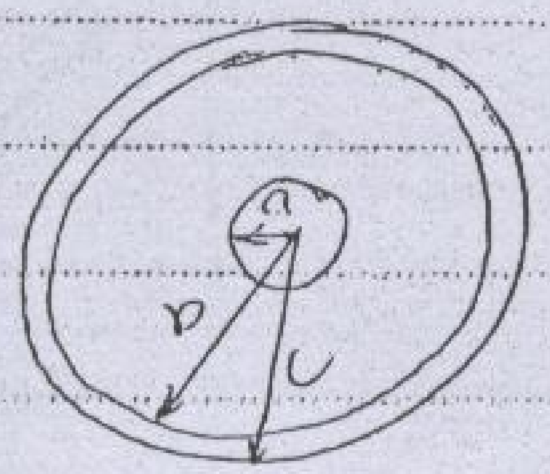
$\frac{mv^2}{r} = qvB \Rightarrow$

MICRO

مثال) از یک سیم مسی استوانه‌ای به شعاع R جریان I به طور یکنواخت در مقطع سیم توزیع شده عبور می‌کند
میدان مغناطیسی سیم را در $r<R$ و $r>R$ بیابید

مثال) کابل هم محور دارای شامل ۲ استوانه با ابعاد زیر می‌باشد. از این رساناها جریان i در جهت‌های مساوی و خلاف جهت
عبور می‌کند. تعیین کنید میدان B را در فواصل خواسته شده:

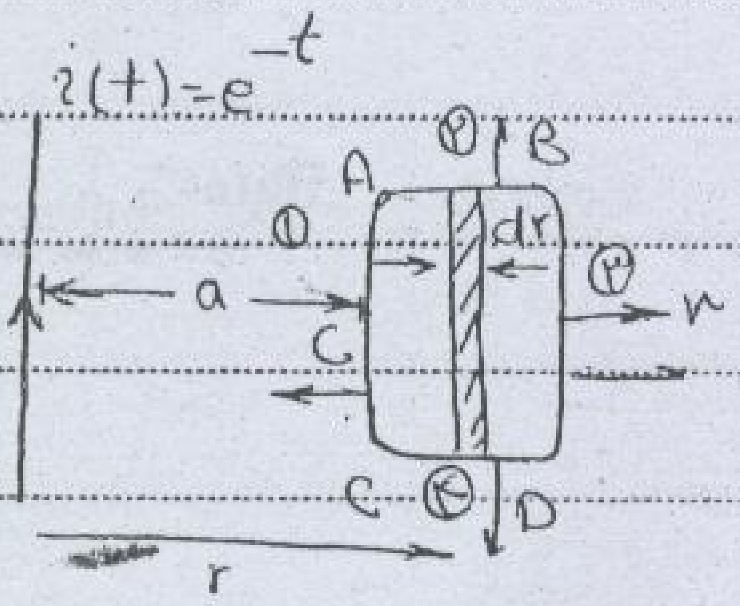
الف/ $r<a$
ب/ $a<r<b$
ج/ $b<r<c$
د/ $r>c$



Subject: Data:

مثال: سیم طویلی مطابق شکل حامل جریان متغیر $i(t)$ می‌باشد. $i(t)=e^{-t}$ ، آنجا که قاب مستطیلی شکلی در جهت عمود بر سیم حامل جریان با سرعت v حرکت کند، نیروی محرکه (القا) را بیابید. آنجا که قاب دارای مقاومت R باشد نیروی وارد بر سیم AB ؟

حل)



$$d\Phi_B = B\,dS = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} c\,dr = \frac{\mu_0 c}{2\pi}\frac{i(t)\,dr}{r}$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 c}{2\pi} e^{-t}\int_{a+vt}^{a+b+vt}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 c}{2\pi} e^{-t} \times \ln\frac{a+b+vt}{a+vt}$$

$$\mathcal{E}_m = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 c}{2\pi} e^{-t} \times \ln\frac{a+b+vt}{a+vt} - \frac{\mu_0 c e^{-t}}{2\pi}\frac{-vb}{(a+vt)(a+vt+b)}$$

$$\mathcal{E}_m = \frac{\mu_0 c e^{-t}}{2\pi}\left(\ln\frac{a+b+vt}{a+vt} + \frac{vb}{(a+vt)(a+b+vt)}\right)$$

$$i_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R} \Rightarrow d\vec{F} = i_m d\vec{l}\times\vec{B} = i_m\,dr\,\frac{i(t)\mu_0}{2\pi r} \Rightarrow F_2 = \frac{\mu_0 i_m i(t)}{2\pi}\int_{a+vt}^{a+b+vt}\frac{dr}{r}$$

$$F_2 = \frac{\mu_0 i_m i(t)}{2\pi}\ln\frac{a+b+vt}{a+vt}$$

$$F_1 = B i_m c = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi(a+vt)} i_m c$$

$$F = F_1 - F_3$$

$$F_3 = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi(a+vt+b)} i_m c$$

Subject: Data:

Subject: Data:

القای الکترومغناطیسی فارادی و تولید جریان

* بدون اثبات به چه طور میشود. اینجا فقط از فرم انتگرالی آن استفاده می‌گردد.

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \Phi_B = \iint \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

فرمول‌بندی جدید القای فارادی

$q \xrightarrow{v}$ $\quad \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}$ نیروی لورنتس $\Rightarrow F = F' \Rightarrow \vec{E}' = \vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}$

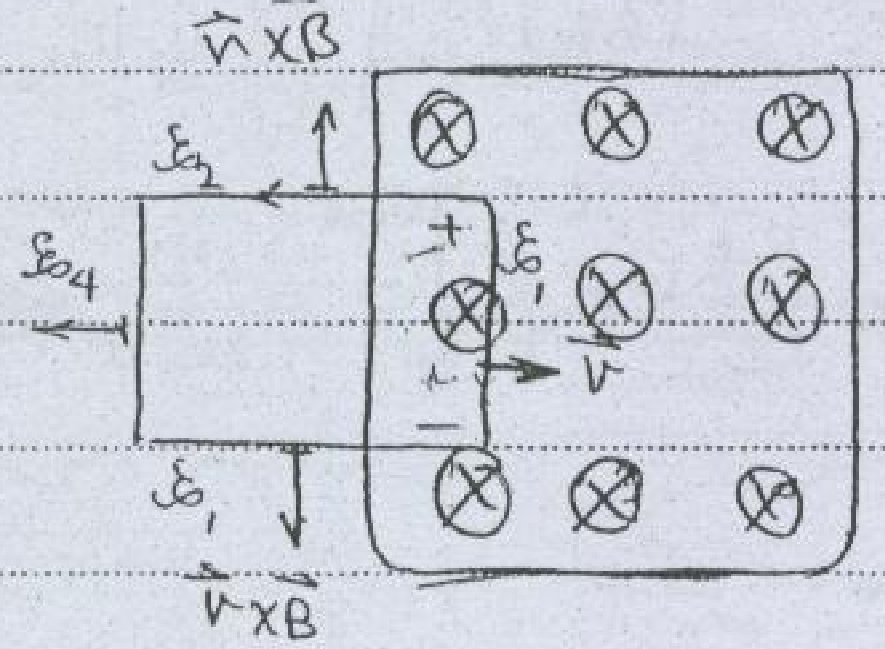
نسبت به ناظر ساکن

$$\vec{F}' = q\vec{E}' \qquad \mathcal{E}_m = \oint E'\cdot dl = \underbrace{\oint E\cdot dl}_{} + \int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

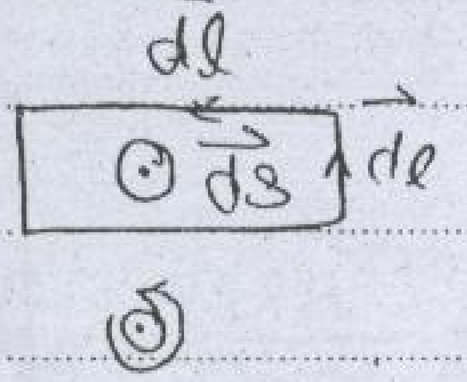
نسبت به ناظر با سرعت v

$$\mathcal{E}_m(v=0) = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\mathcal{E}_m = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} + \int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

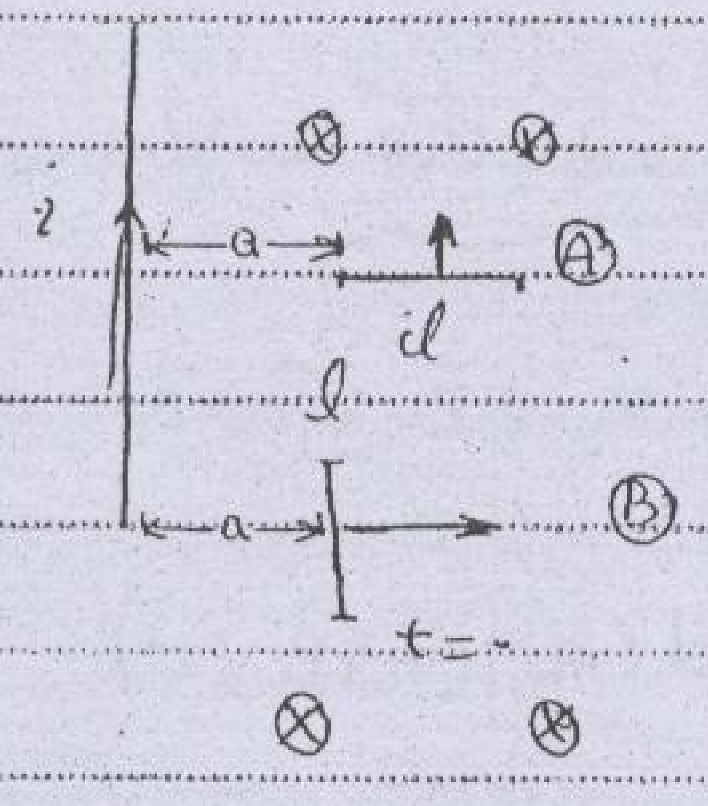


$$\mathcal{E}_m = \sum_{i=1}^{4} \mathcal{E}_i = \mathcal{E}_1 = Bvl$$



Subject: Data:

مثال) نیروی محرکه القایی در شکل های زیر را بیابید که میله به طول l با سرعت v در حالت a و b

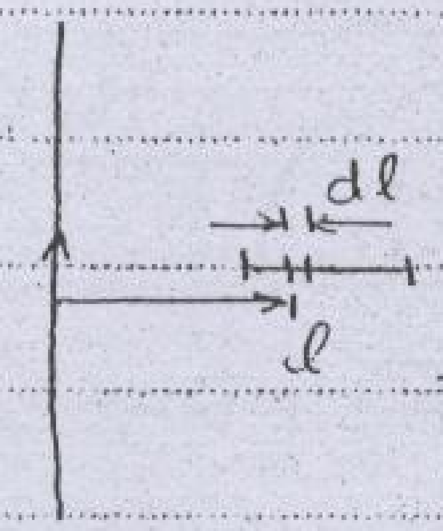


حل) ① که سرعت با میدان عمود است

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Ⓐ میدان ثابت نیست حرکت می‌کند $\mathcal{E}_m = B l v$

Ⓐ



$$d\mathcal{E}_m = B v\, dl$$

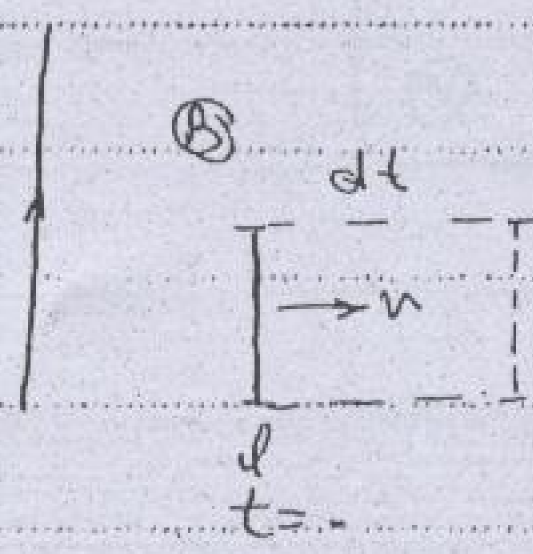
$$\mathcal{E}_m = \int B v\, dl = \int \frac{\mu_0 i}{2\pi r} v\, dr$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi} v \times \ln r \Big]_a^{a+l} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} v \ln\frac{a+l}{a}$$

$$d\Phi_B = B\, dS = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \times l\, dr$$

$$-\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi r} l \frac{dr}{dt} = -\frac{\mu_0 i l v}{2\pi \underset{a+vt}{\underbrace{r}}}$$

Ⓑ



Subject: Data: ....

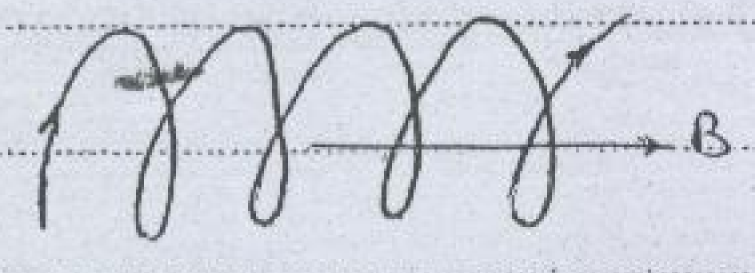
محاسبه میدان الکتریکی ناشی از تغییر شار مغناطیسی برحسب زمان

خواهیم تعیین میدان ناشی از بار و تغییر شار زمانی را از روی پایستار دومی ماکسول:

$$\mathcal{E}_m = \oint \vec{E}\cdot\vec{dl} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

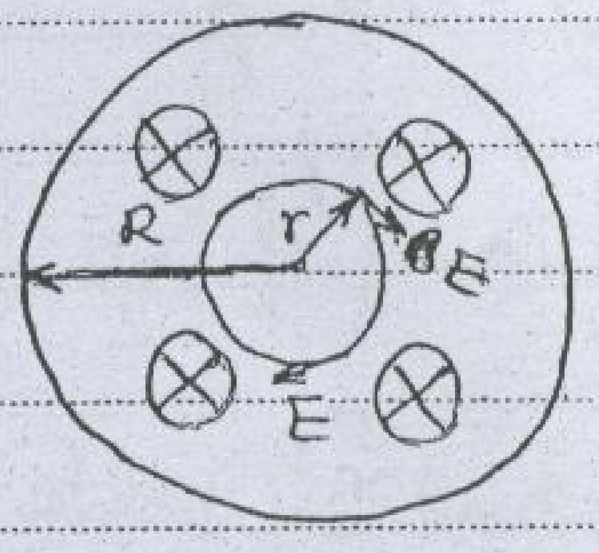
$$\Phi_B = \iint \vec{B}\cdot\vec{ds}$$

$$\oint E\cdot dl = -\int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot\vec{ds}$$



الکترونها دچار شتاب هستند جریان سیم حرکت الکترونها با شتاب $\propto \frac{dB}{dt}$

$B(t) = \mu n i(t)$



$\frac{dB}{dt} \propto$

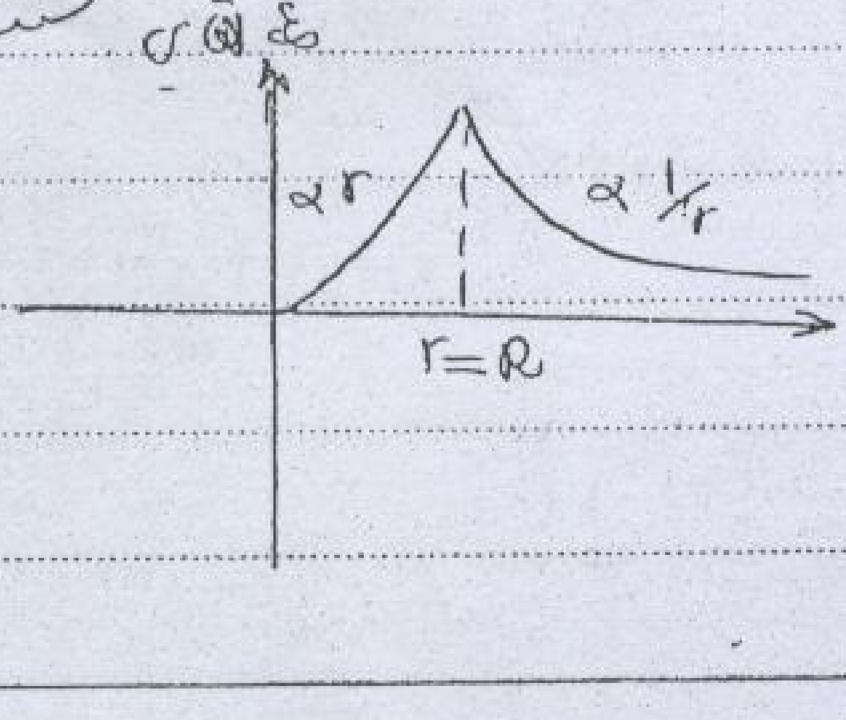
محاسبه میدان الکتریکی

$0 \leqslant r \leqslant R \qquad \oint E\cdot dl = E\,2\pi r = \pi r^2\left(-\frac{\partial B}{\partial t}\right) \Rightarrow E = -\frac{r}{2}\frac{\partial B}{\partial t}$

$R \leqslant r \qquad E\,2\pi r = -\frac{\partial B}{\partial t}\pi R^2 \Rightarrow E = \frac{-R^2}{2r}\frac{\partial B}{\partial t} \qquad r \geqslant R$

$$E_m = -\frac{r}{2}\frac{\partial B}{\partial t} \qquad E_m = -\frac{R^2}{2r}\frac{\partial B}{\partial t} \qquad E_{ext} = -\frac{R}{2}\frac{\partial B(t)}{\partial t}$$

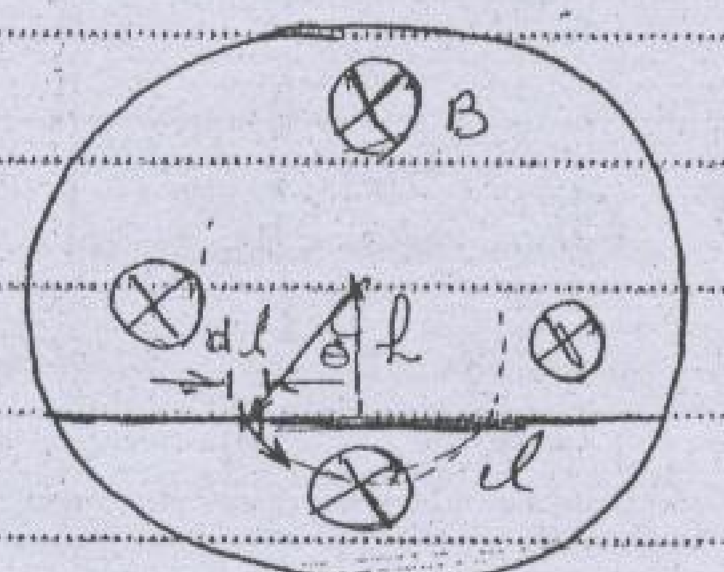
داخل　　　　خارج



MICRO®

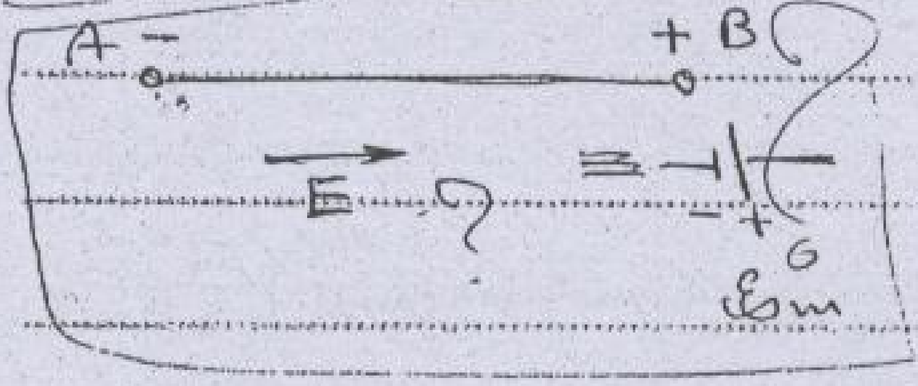
مثال: میله‌ای به طول l مطابق شکل در داخل میدان مغناطیسی یکنواختی به شعاع R استوانه‌ای قرار گرفته است.
آهنگ تغییر این میدان مغناطیسی همواره صعودی با شیب ثابت است، مقدار نیروی محرکه القایی را به دست آورید.

حل) روش اول)



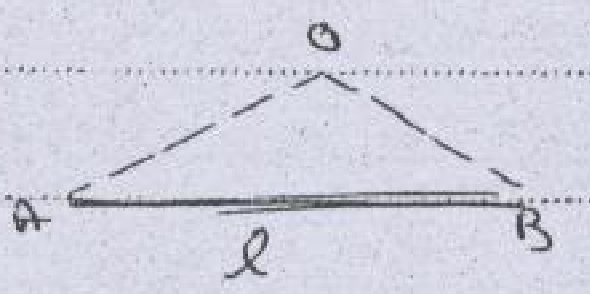
$$\cos\theta = \frac{h}{r}$$

$$\mathcal{E}_m = \int \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_0^l \frac{h}{r}\times\frac{-r}{2}\,\frac{\partial B}{\partial t}\,dl$$



$$|\mathcal{E}_m| = \left|-\frac{h}{2}\,l\,\frac{\partial B}{\partial t}\right| = \frac{l\sqrt{R^2-l^2/4}}{2}\,\frac{\partial B}{\partial t} = |\mathcal{E}_m|$$

$$h = \sqrt{R^2 - l^2/4}$$



روش دوم)

$$\oint E\,dl = \cancel{\int_{OA} E\,dl} + \int_{AB} E\,dl + \cancel{\int_{BO} E\,dl} = \int_A -\frac{\partial B}{\partial t}\,dS = -\frac{\partial B}{\partial t}\,\frac{hl}{2}$$

مسیر فرضی ماست ...

القای ع

$$\mathcal{E}_m = \frac{-d(N\Phi_B)}{dt}$$

$N\Phi_B \propto i$

$$N\Phi_B = Li \Rightarrow \boxed{L = \frac{N\Phi_B}{i}}$$

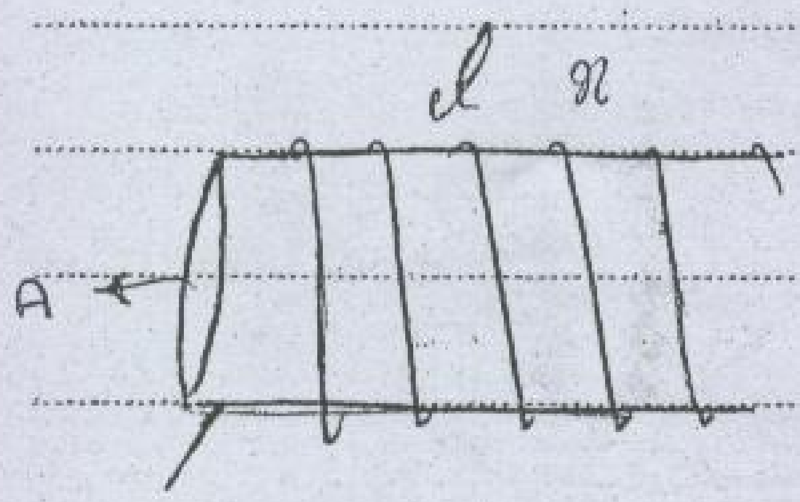
$$\boxed{\mathcal{E}_m = -L\frac{di}{dt}}$$

القا

$$\mathcal{E}_L = L\frac{di}{dt}$$

افت

مثال) (۱) ضریب خود القایی (سیملوله)



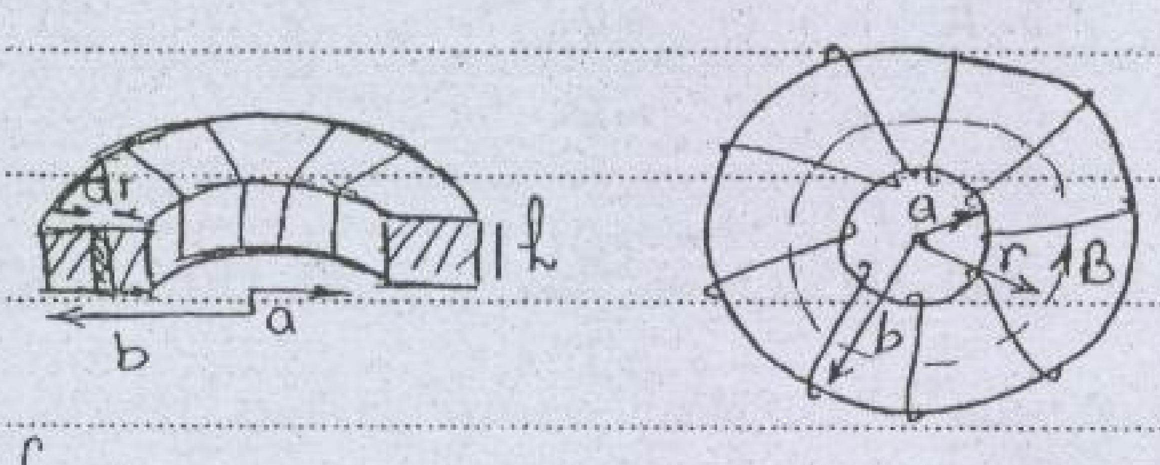
$$L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{nl(\mu_0 n i)A}{i} = \mu_0 n^2 A l$$

واحد هنری

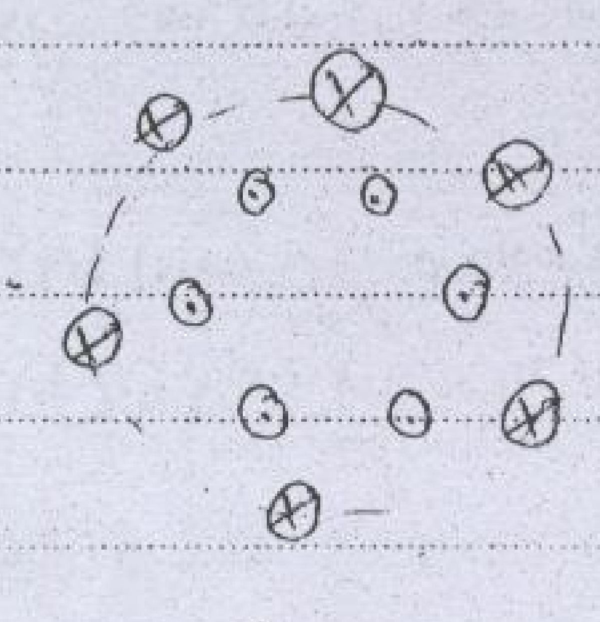
$$D(L) = 1H = \frac{1\,\mathrm{Vs}}{A} \qquad \mu_0\,\mathrm{mH} \qquad \boxed{L = \mu_0 n^2 V}$$

مثال) به دور چنبره‌ای حلقوی شکل به شعاع داخلی a و خارجی b با مقطع مستطیلی به ارتفاع h، N دور سیم پیچیده شده است. مطلوبست ضریب خود القایی این سیم پیچ.

حل)



$\angle B, dl = 0$



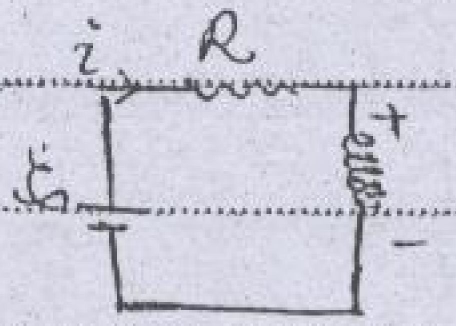
$$\oint B\,dl = \mu_0 i \Rightarrow B \times 2\pi r = \mu_0 \times Ni \quad a < r < b$$

$$B = \mu_0 Ni / 2\pi r \qquad r > b, r < a \quad B = 0$$

$$\Phi_B = \iint B \cdot dS = \int_a^b \frac{\mu_0 Ni}{2\pi r} \times \frac{dr\,h}{1} = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi} \ln b/a$$

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln b/a}$$

انرژی ذخیره شده در القاگر



$$KVL: \; Ei = Ri^2 + Li\frac{di}{dt}$$

$$\frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt} \qquad \boxed{U_B = \frac{1}{2}Li^2}$$

انرژی ذخیره شده مغناطیسی

$$U_B = \frac{1}{2}(\mu_0 n^2 A l)\left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 = \frac{1}{2\mu_0}B^2 A l \Rightarrow \boxed{U_B = u_B v}$$

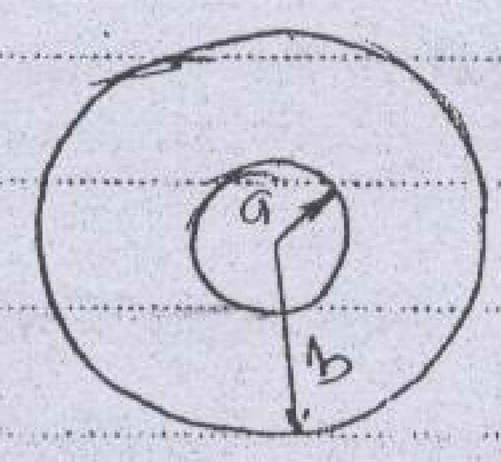
$$\boxed{u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}}$$

* اگر سیم ثابت باشد * $dU_B = u_B\, dv \Rightarrow \boxed{U_B = \int \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}dv}$

* اگر بدانیم $U = \frac{1}{2}Li^2$ از B داریم $U = \int \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}dv$ هر فضایی که میدان هست انتقال می‌دهد

مثال) کابل هم محوری طولی شکل دارای شعاع داخلی a و شعاع خارجی b است. از ضخامت رسانای خارجی صرفنظر می‌شود. مطلوبست محاسبه ضریب خودالقای این کابل با فرض اینکه جریان در رسانای داخلی یکنواخت است.

حل)



$r > b \Rightarrow B = 0$

$0 \le r < a \Rightarrow B_1 \neq 0$

$a \le r < b \Rightarrow B_2 \neq 0$

B_1: $\quad B_1 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2} \qquad B_2$: $\quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$$\frac{1}{2}Li^2 = U_B = \int \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}dv \Rightarrow U_{1B} = \int \frac{1}{2}\frac{B_1^2}{\mu_0}dv = \frac{1}{2\mu_0}\int \frac{\mu_0^2 I^2 r^2}{4\pi^2 a^4}\, r\,dr\,d\theta\,dz = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$$

$$U_{2B} = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi}\ln b/a$$

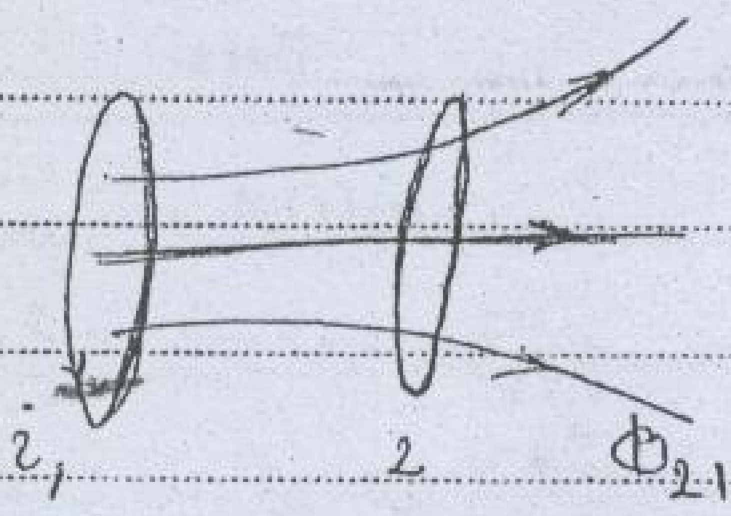
MICRO

Subject: Data:

$$\frac{L}{l} = \frac{2(U_{B_1}+U_{B_2})}{l I^2} = \frac{\mu_0}{8\pi}\left(1+4\ln b/a\right)$$ ضریب خود القایی

$(l \gg a)$

القا متقابل



شار گذرنده از 2
ناشی از 1

$$\begin{cases} M_{21} = \dfrac{N_2 \Phi_{21}}{i_1} \Rightarrow M_{21}\, di/dt = \overbrace{N_2 \dfrac{d\Phi_{21}}{dt}}^{-\varepsilon_2} \\ M_{12} = \dfrac{N_1 \Phi_{12}}{i_2} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\varepsilon_2 = -M_{21}\frac{di_1}{dt}$$

ضریب القا
متقابل

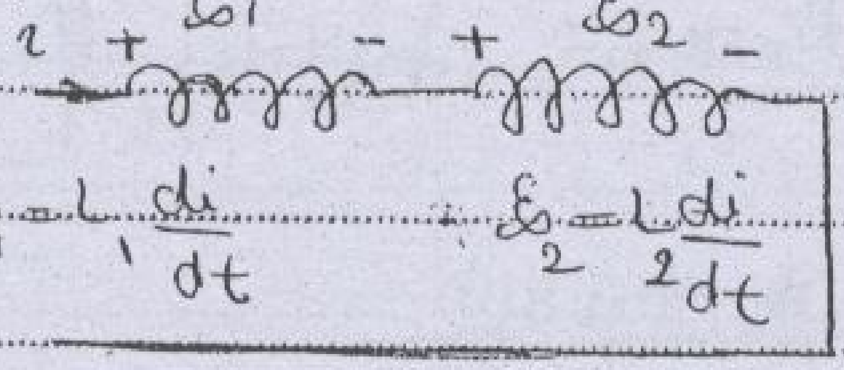
$$M_{21} = M_{12}$$

$$\varepsilon_1 = -M_{12}\frac{di_2}{dt}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = -L\dfrac{di_1}{dt} - M\dfrac{di_2}{dt} \\ \varepsilon_2 = -L\dfrac{di_2}{dt} - M\dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$

Subject: Data:

* سری خود القاها:



① اگر ۲ سیم پیچ هیچ برهمکنشی نباشد

$\mathcal{E}_1 = L_1 \frac{di}{dt}$, $\mathcal{E}_2 = L_2 \frac{di}{dt}$

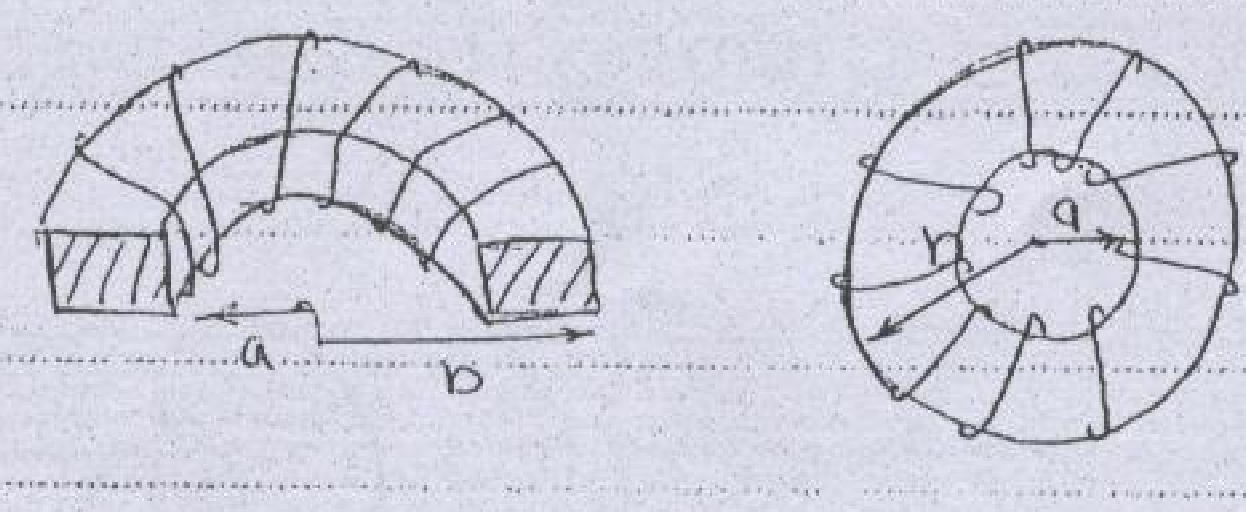
$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = \underbrace{(L_1 + L_2)}_{L} \frac{di}{dt}$$

② با در نظر گرفتن برهمکنش دو سیم، (با فرض هم جهت بودن جریان در ۲ سیملوله) (القاء) ?

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = -\left[L_1 + L_2 \pm 2M\right] \frac{di}{dt} \Rightarrow L = L_1 + L_2 \pm 2M$$

مثال) دو سیم پیچ ① و ② با تعداد دورهای N_1 و N_2 دور چنبره مستطیل شکل پیچیده شده اند ضریب القای متقابل و ضریب خود القایی هر سیم پیچ را بیابید سپس رابطه بین آنها را بدست آورید

حل)



$$M = M_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1} \qquad \Phi_{21} = \frac{\mu_0 N_1 h i_1}{2\pi} \ln b/a$$

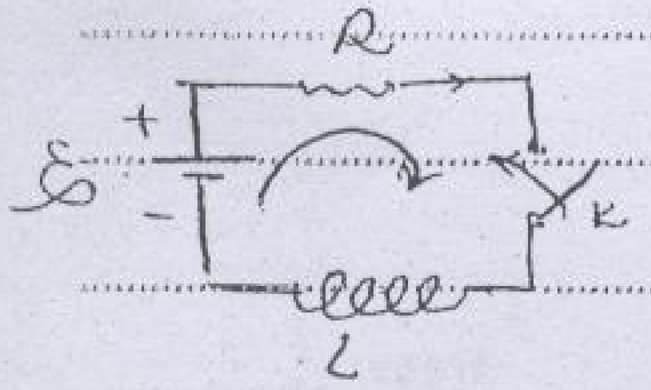
$$\left.\begin{aligned} L_1 &= \frac{N_1 \Phi_1}{i_1} = \mu_0 N_1^2 h/_{2\pi} \ln b/a \\ L_2 &= \frac{N_2 \Phi_2}{i_2} = \mu_0 N_2^2 h/_{2\pi} \ln b/a \end{aligned}\right\} \Rightarrow M = \sqrt{L_1 L_2}$$

* در حالت کلی درست نیست. فقط وقتی
درست است که کل شار 1 از 2 بگذرد این رابطه درست است. در غیر اینصورت کاملاً مغناطیسی (کوپل) نیست

MICRO

مدار εRL

مثال (1)



$$i_L(0^-)=0 \qquad \varepsilon_L = L\frac{di_L}{dt}$$

$$i_L=\frac{1}{L}\int \varepsilon_L \, dt$$

$$KVL: \; \varepsilon - Ri - L\frac{di}{dt}=0 \Rightarrow \frac{di}{dt}+\frac{i}{\frac{L}{R}}=\frac{\varepsilon}{L} \Rightarrow i=A+Be^{-t/\tau} \qquad \tau=L/R$$

در حالت پایدار القاگر مثل یک مقاومت صفر است.

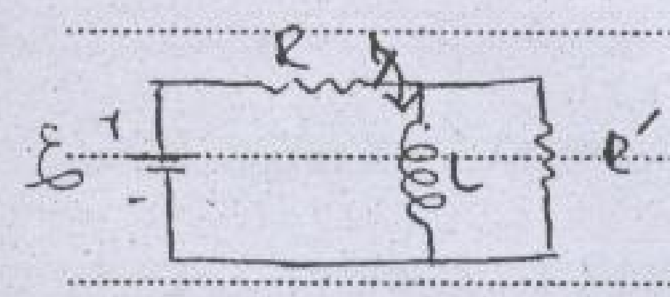
$$i_\infty=\frac{\varepsilon}{R}$$

$$\rightarrow i(t)=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-Rt/L}\right) \quad t>0$$

و $\frac{di}{dt}\to 0$ در پایدار

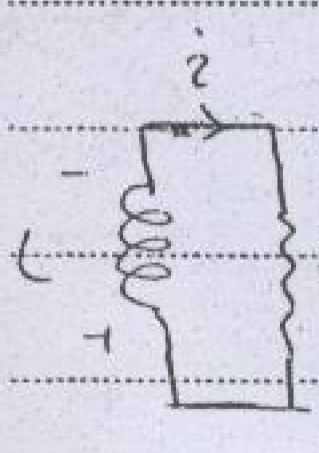
$$\varepsilon=\frac{di}{dt} \Rightarrow L\varepsilon = \varepsilon e^{-Rt/L} \qquad t(0^-) \Rightarrow \varepsilon_L=0$$

$$t(0^+) = \varepsilon_L=\varepsilon$$



مثال (2) پس از شارژ، در مدار L به مقاومت R' متصل می‌شود.

$$-L\frac{di}{dt}-R'i=0 \Rightarrow \frac{di}{dt}+\frac{i}{\frac{L}{R'}}=0$$

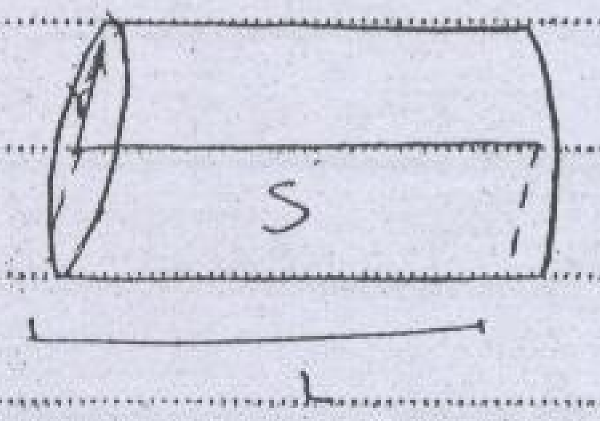


$$i(t)=A'+B'e^{-t/\tau} \Rightarrow i(t)=\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{R't}{L}} \quad t>0$$

$$\varepsilon_L=L\frac{di}{dt}=-\varepsilon e^{-R't/L}\times\frac{R'}{R}$$

Subject: Data:

مثال) یک سیم مسی دارای جریان 10A است. مطلوبست شار مغناطیسی عبوری از سطح S

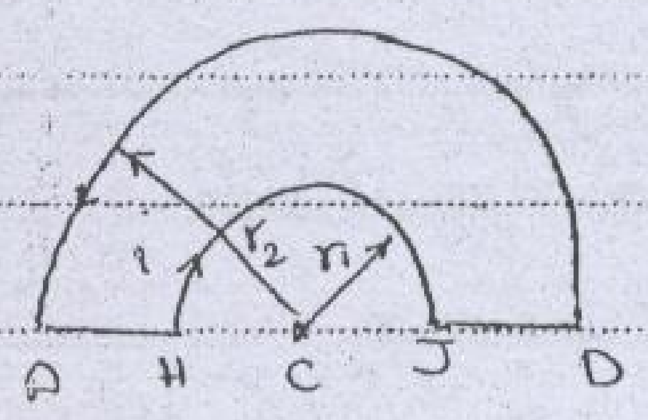


$$\oint B \cdot dl = \mu_0 i \qquad 10A$$

$$B \times 2\pi r = \mu_0 i \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$$

$$d\Phi_B = B\, dS = B\, l\, dr \Rightarrow \int^R l B\, dr \Rightarrow \Phi_B = \frac{L \mu_0 i}{4\pi}$$

مثال) با توجه به شکل میدان مغناطیسی را در نقطه C مرکز مشترک نیم‌دایره‌های AB و HJ که شعاع آنها r_1 و r_2 است را حساب کنید



$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl \times r}{r^3}$$

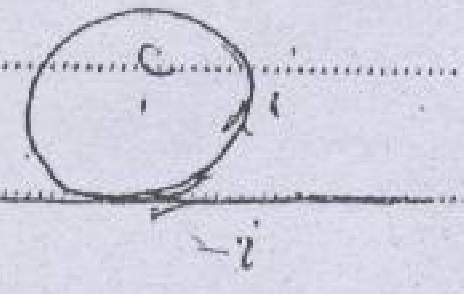
$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \times dl \Rightarrow B_1 = \int \frac{\mu_0 i}{4\pi r_1^2} \times d\theta \times r_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi r_1} \times \pi = \frac{\mu_0 i}{4 r_1}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 i}{4 r_2}$$

$$B = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 i}{4}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{\mu_0 i}{4 r_1 r_2}(r_1 - r_2)$$

Subject: Data:

مثال) سیم طویل حامل جریان i به صورت شکل زیر درآمده است. شعاع قسمت دایره‌ای R است.
اگر جهت جریان مطابق شکل باشد اندازه و جهت میدان B را در مرکز C بیابید.



$$B_C = \frac{\mu_0 i}{2R} + \frac{\mu_0 i}{2\pi R} = \frac{\mu_0 i}{2R} \times \left(\frac{1+\pi}{\pi}\right)$$

مثال) قطعه سیم صاف به طول l حامل جریان i:

الف) نشان دهید بزرگی میدان B وابسته به این سیم در نقطه P واقع بر عمود منصف آن و فاصله R از سیم از رابطه زیر بدست می‌آید.

ب) آیا حد این رابطه به نتیجه معهود انتها می‌رسد؟

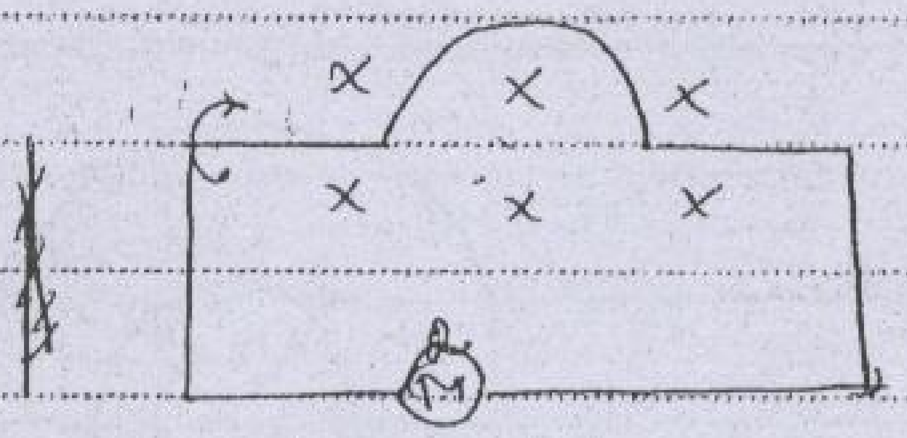
Subject: ۸ Data:

مثال) میدان یکنواخت B بر صفحه حلقه دایره‌ای به قطر 10cm از سیم مسی به قطر 2.5 cm عمود است
این میدان با چه آهنگی نسبت به زمان تغییر کند تا یک جریان القایی 10A در حلقه برقرار گردد

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \to \mathcal{E} = A\cos\theta \times \frac{dB}{dt} \Rightarrow \mathcal{E}/A = \dot{B} \Rightarrow \dot{B} = \frac{-\rho L}{A} i \times \frac{1}{A}$

$\dot{B} = \frac{-\rho L i}{A^2} = -\rho \times 2\pi r$

مثال) یک سیم به شکل نیم‌دایره به شعاع R خم شده است با بسامد ν در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B مطابق شکل می‌چرخد. مقاومت داخلی سنج R_m باشد و بسامد و فرکانس حرکت و دامنه جریان القایی را بیابید.



$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -BA \times \sin\alpha \frac{d\alpha}{dt}$

$\mathcal{E} = BA\sin\alpha \frac{d\omega t}{dt} = BA\sin\alpha \times \omega$

$\mathcal{E} = BA\omega$

مثال) خود القایی ۲ استوانه هم‌محور به شعاع‌های a و b و طول l که $l \gg a, b$ را بیابید.
جریان از استوانه داخلی رفته و از بیرونی خارج.