www.civilbook.ir

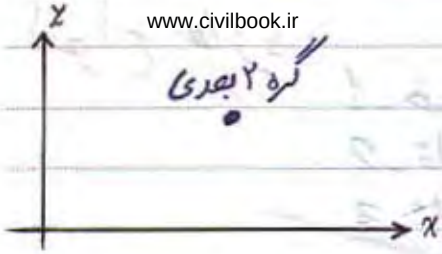
تحلیل سازه ها II

استاد محترم : جناب مهندس دانش

با تشکر از مهندس فرهاد حبیب زاده

Subject:
Year. Month. Date. 1 ( )

www.civilbook.ir

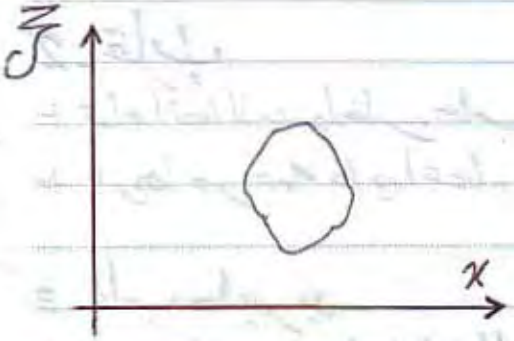


داخل صفحه xy هستند ← Δx، Δy، θ_z

چون خارج از صفحه xy هستند ← $\Delta z = 0$، $\theta_x = 0$، $\theta_y = 0$

★ پس برای پایداری سازه Δx، Δy و θ_z را بررسی می‌کنیم.

★ برای اینکه یک سازه پایدار استاتیکی باشد باید روابط زیر برقرار باشد در غیر اینصورت سازه معین استاتیکی خواهد بود.



$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0$$

$$\overset{+}{\uparrow} \Sigma F_z = 0$$

$$\overset{+}{\circlearrowright} \Sigma M_y = 0$$

★ شرایط پایداری سازه:

1. پایداری هندسی
2. همهٔ عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی باهم موازی نباشند.
3. همهٔ عکس‌العمل‌ها در یک نقطه متقاطع نباشند.

★ سازه نامعین استاتیکی:
سازه‌ایست که شرایط پایداری در آن برقرار نباشد.

www.civilbook.ir

انواع سازه:

1. خرپا
2. قاب
3. قاب های سبر ید

1. خرپا

★ همهٔ اتصالات مفصلی هستند.
★ اعضا در محل اتصال پیوسته نیستند.
★ بارها فقط در گره ها وارد می شوند.
★ اعضاء خرپا فقط به نیروی محوری کار می کنند.
★ رفتار خرپا، رفتار محوری است و رفتار برشی و خمشی ندارد.

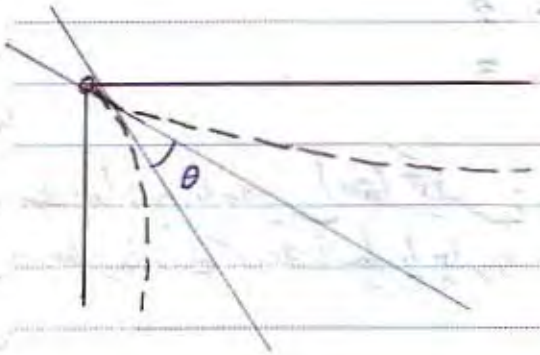
2. قاب

★ تمام اتصالات داخلی، صلب (خمشی یا گیردار) هستند
★ بارها در همه جای اعضاء وارد می شوند.

3. قاب های سبر ید

★ قاب های سبر ید حاصل اختلاط خرپا و قاب است.
★ برخی اتصالات مفصلی و برخی اتصالات گیردار است.

انواع گره ها:

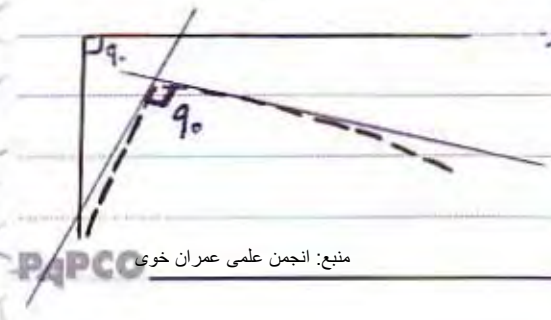


1. گره ساده یا مفصلی:

گره ای است که زاویهٔ اتصال پس از تغییر شکل تغییر می کند.

2. گره صلب (گیردار یا خمشی)

گره ای است که در آن زاویهٔ اتصال بعد از تغییر شکل تغییر نمی کند.



www.civilbook.ir

درجات نامعینی:

1. درجه نامعینی استاتیکی:

مجموع مولفه های نیروهای داخلی را درجهٔ نامعینی استاتیکی گویند.

2. درجهٔ نامعینی سینماتیکی:

مجموع مولفه های آزاد حرکت تکیه گاهی را درجه نامعینی سینماتیکی گوئیم.

روشهای تحلیل سازه:

1. روشهای نرمی:

در این روش معادلهٔ نرمی حل می کنیم $k^{-1}.F = \Delta$

k^{-1}: ماتریس نرمی

2. روشهای سختی:

در این روش معادلهٔ سختی حل می کنیم $k.\Delta = F$

k: ماتریس سختی

معادلهٔ سختی $k.\Delta = F$

* کل مباحث تحلیل در این فرمول خلاصه می شود.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

www.civilbook.ir

عوامل موثر در ماتریس سختی K:

1. نوع اعضاء
2. نوع گره‌ها
3. هندسه سازه (دهانه اعضاء: L)
4. سطح مقطع اعضاء
5. مصالح

1. نوع اعضاء:

عضو ساده — ساده — ساده

عضو ناقص — صلب — ساده

عضو کامل — صلب — صلب

2. نوع گره‌ها:

3. دهانه اعضاء: L

دهانه اعضاء در سختی موثرند.

4. سطح مقطع اعضاء:

A_s ، J ، I ، A

5. مصالح: E ، G

* E و G فولاد از بتون خیلی بیشتر است.

www.civilbook.ir

شرط پایداری سازه:

سازه‌ای پایدار است که فقط و فقط، ماتریس سختی آن مثبت و معین باشد.

★ فقط ماتریس‌های مربعی می‌توانند معین و مثبت باشند.

شرایط مثبت و معین بودن ماتریس:

1. تمام مقادیر ویژه ماتریس بزرگتر از صفر باشد. $|K - \lambda I| = 0$
2. تمام زیردترمینانهای ماتریس بزرگتر از صفر باشند.
3. همهٔ بردارهای ویژه ماتریس در ناحیهٔ اول باشند (مثبت باشند)

★ اگر ماتریس یکی از سه شرط بالا را داشته باشد، معین و مثبت است.

★ یک ماتریس $m \times m$، تعداد $\lim \lambda$ دارد.

☆☆ ماتریس سختی سازه هیچ ربطی به بارگذاری ندارد.

Δ : بردار مولفه‌های مستقل حرکت گره‌ها

F: بردار نیروهای گرهی

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

★ درجه نامعینی سینماتیکی:
مجموع مولفه های مستقل حرکتی تمام گره های سازه را گویند.

★ درجه نامعینی استاتیکی:
تفاضل تعداد نیروهای داخلی تمام اعضاء یک سازه از تعداد معادلات تعادل را گویند.

قسمتهای سازه:

1- گره
2- عضو

★ در فضا حداکثر 6 مولفه وجود دارد:

$$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z$$

$$A\begin{cases}\Delta X=0\\ \Delta Y=0\\ \Delta Z=0\\ \theta_X=0\\ \theta_Y=0\\ \theta_Z=?\end{cases} \qquad B\begin{cases}\Delta X=?\\ \theta_Z=?\end{cases}$$

درجه نامعینی سینماتیکی: 3

درجه نامعینی استاتیکی: 0

★ اگر درجه نامعینی سینماتیک از درجه نامعینی استاتیکی کمتر باشد، روش سختی بهتر است چون مجهولات کمتری دارد و برعکس.

www.civilbook.ir

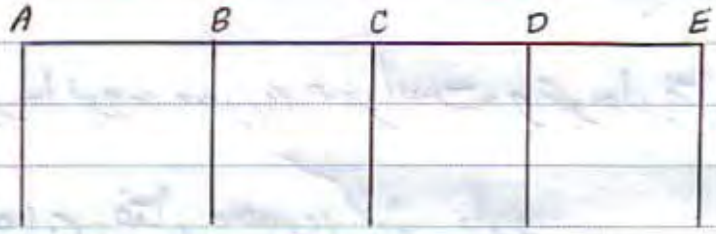
★ در روش نرم مجهولات اولیه، نیروهای داخلی هستند.

★ در روش سختی مجهولات اولیه، Δ‌ها هستند.

★ در سازه‌های استاتیکی بهترین روش، روش نرم است.

تبصره: در تحلیل سازه از تغییر شکل محوری اعضا، صرف‌نظر می‌شود.

مثال: خم کردن و برگرداندن یک میلگرد نیروی کمی می‌خواهد و کشیدن و افزایش طول آن نیروی بیشتری می‌خواهد.



$$\Delta H_A = \Delta H_B = \Delta H_C = \Delta H_D = \Delta H_E$$

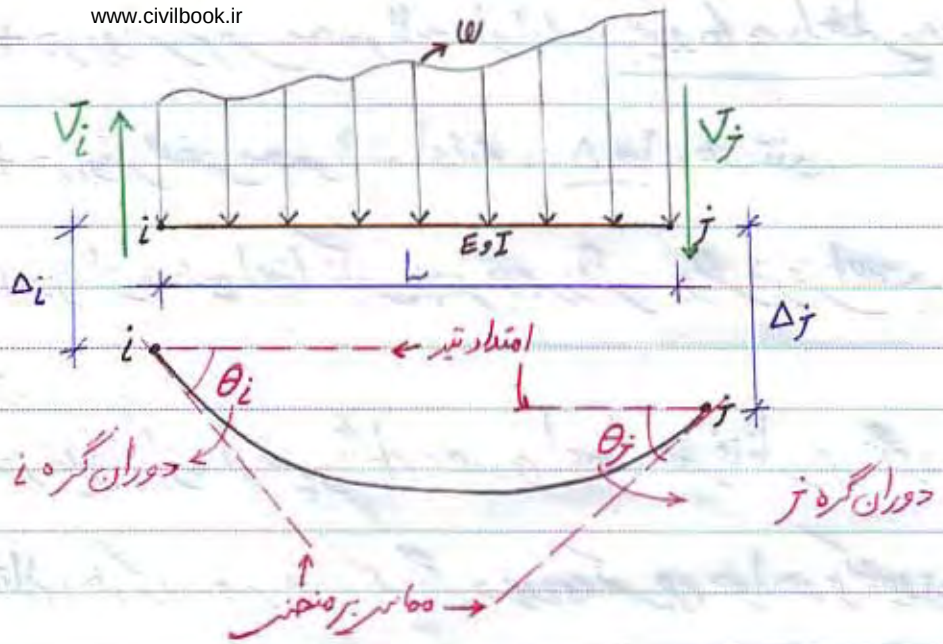
★ در تحلیل سازه 2 فقط روش سختی را خواهیم خواند و روش اصلی ما به روش شیب وافت می‌باشد.

حرکت جانبی: sideway

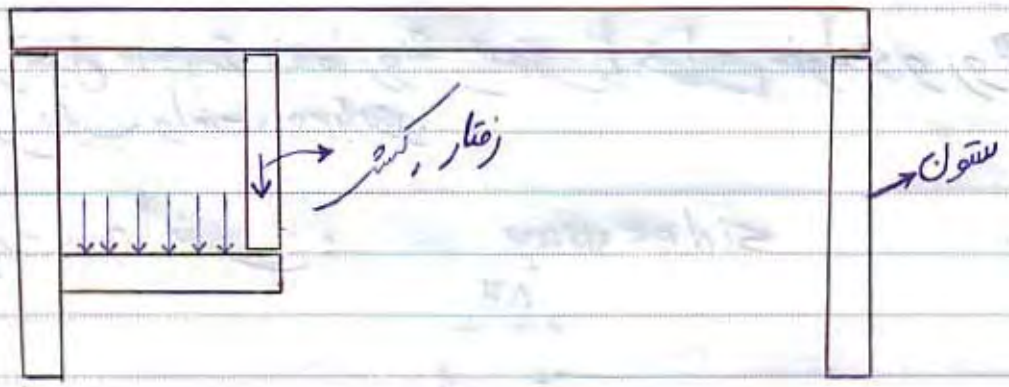
بررسی سازه‌ها:
1- با حرکت جانبی
2- بدون حرکت جانبی
← از روش شیب وافت Slope Deflection

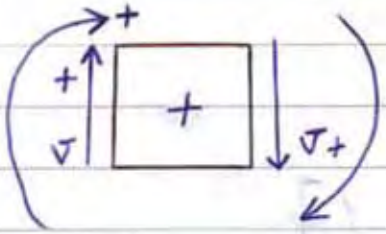
www.civilbook.ir

شیب و افت:



* در تیرها نیروی محوری صفر است و تیرها رفتار خمشی برشی دارند.
* ستون رفتار محوری کششی دارد.





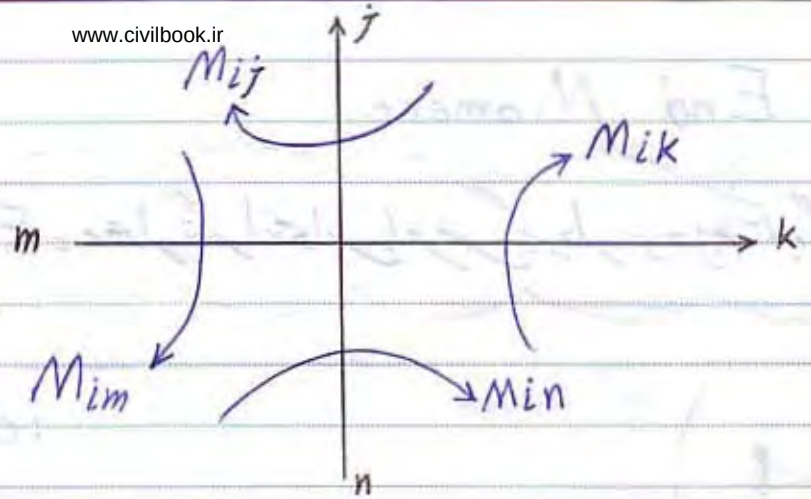
قرارداد:

V مثبت: آنان را در جهت عقربه‌ی ساعت بحرکت درمی‌آورد.

M مثبت: در جهت عقربه‌های ساعت مثبت می‌باشد.

لذا لنگر انتهایی باید در یک منفی ضرب شود و بعد ریم گردد.

www.civilbook.ir



★ اگر سازه مصیب باشد، لنگر فقط وابسته به مقدار بار می باشد (به پارامترهای هندسی عضو و... بستگی ندارد.)

$$M_{ij} = f(\theta_i, \theta_j, \Delta_i, \Delta_j, W)$$

↓ وابسته است ← تابعی است از

★ تحلیل سازه های نامصیب، مستقل از پارامترهای هندسی و مکانیکی اعضاء نیست.

فرمول شیب وافت $= \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j - 3\varphi_{ij}) + (F.E.M)_{ij}$

φ_{ij} = دوران نسبی انتقالی $\qquad \varphi_{ij} = \frac{\Delta_j - \Delta_i}{L}$

$\varphi_{ij} = \varphi_{ji}$

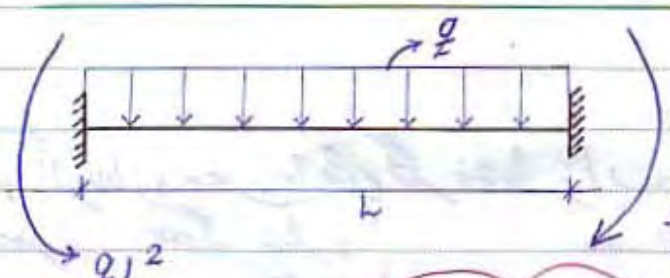
★ اگر سازه بدون حرکت جانبی باشد: $\Delta_i = \Delta_j = 0 \rightarrow \varphi = 0$

Subject :
Year . Month . Date . ( )
www.civilbook.ir

F.E.M = Fixed End Moment

F.E.M = مقدار لنگر انتهایی با فرض گیردار بودن تکیه گاه ها است.

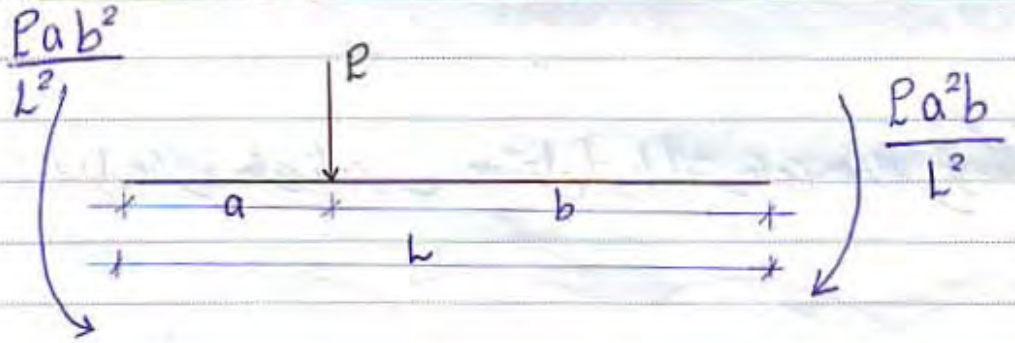
مثال :

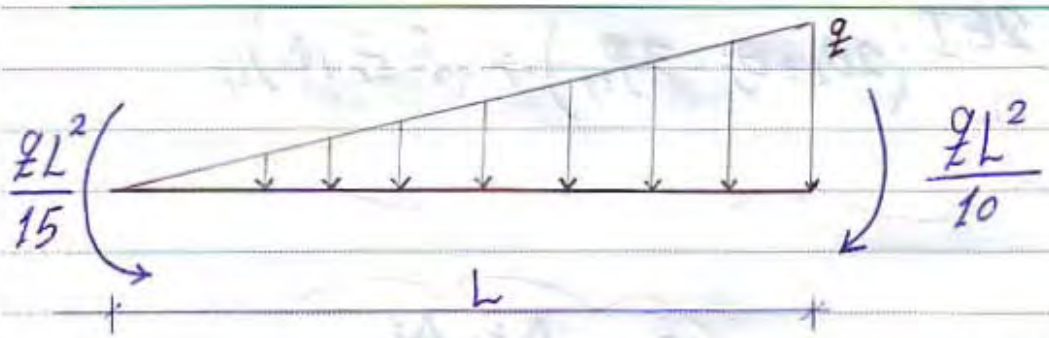


$$F.E.M = \frac{qL^2}{12}$$

★ در تیر کامل، لنگر فقط وابسته به بار است

چون : $\Delta_i = \Delta_j = \theta_i = \theta_j = 0$





★ در تحلیل سازه 2، F.E.M ها را از جدول پیدا می کنیم

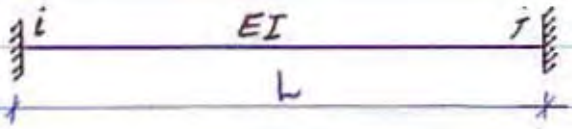
سختی خمشی : مقدار لنگری است که دوران واحد ایجاد کند ($\theta = 1$ Rad)

سختی برشی : مقدار نیروی جانبی است که جابجایی واحد ایجاد کند. ($\Delta = 1$)

P4PCO
منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

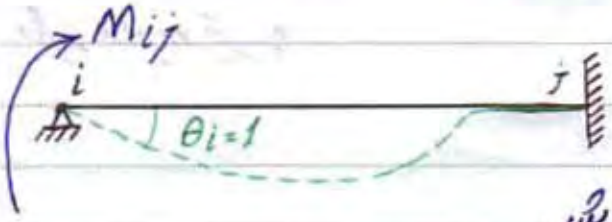
www.civilbook.ir

مثال: سختی خمشی عضو کامل را به روش شیب دافت محاسبه کنید.



$\theta_i=0 \quad \theta_j=0 \quad \Delta i=0 \quad \Delta j=0$

شبیه سازی تیر:



M_{ij} (سختی خمشی) چقدر باشد تا θ برابر 1 باشد.

$$M_{ij}=\frac{2EI}{L}\left(2\theta_i+\theta_j-3\varphi_{ij}\right)+(F.E.M)_{ij}$$

$(F.E.M)_{ij}=0$ چون بار وجود ندارد

$$\varphi_{ij}=\frac{\Delta j-\Delta i}{L}=0$$

$\theta_j=0$

$$M_{ij}=\frac{2EI}{L}\left(2\times1+0-3\times0\right)+0$$

$$\text{سختی خمشی عضو کامل}=\frac{4EI}{L}$$

★ تیر طره‌ای تنها عضوی است که L (طول دهانه) بینهایت است.

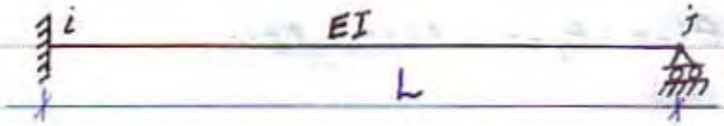
$$\frac{EI}{L}=\frac{EI}{\infty}=0$$

عضو مفصلی: عضوی است که سختی خمشی آن برابر صفر باشد.

★ هرچقدر سختی خمشی تیر زیاد باشد، تحت اثر بار وارده کمتر دچار تغییر شکل می‌شود.

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

مثال: سختی خمشی عضو ناقص را به روش شیب واقت بدست آورید:



شبیه سازی تیر:

$\begin{cases}\Delta i = 0 \\ \Delta j = 0\end{cases} \rightarrow \varphi_{ij} = 0$

$(F.E.M)_{ij} = (F.E.M)_{ji} = 0$ ← چون بار وجود ندارد

$M_{ji} = \frac{2EI}{L}(2\theta_j + \theta_i) - 3\varphi + (F.E.M)_{ji} = 0$ ← چون گره j مفصل است

$\theta_i = 1$ ، $\varphi = 0$ ، $(F.E.M)_{ji} = 0$

$\frac{2EI}{L}(2\theta_j + 1) = 0 \xrightarrow{\text{چون } \frac{2EI}{L} \neq 0 \text{ زمانی می تواند صفر باشد که } L \text{ بی نهایت باشد}} 2\theta_j + 1 = 0$

$\theta_j = -\frac{1}{2}$

$M_{ij} = \text{سختی خمشی} = \frac{2EI}{L}\left(2 \times 1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{2EI}{L} \times \frac{3}{2}$

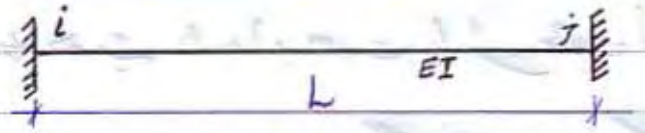
$\text{سختی خمشی تیر ناقص} = \frac{3EI}{L}$

$\text{سختی خمشی تیر کامل} = \frac{3}{4} \text{ سختی خمشی تیر ناقص}$

★ اگر تیر کامل را به ناقص تبدیل کنیم، 25 درصد سختی آن کم می شود.

www.civilbook.ir

مثال: لنگر ناشی از تغییر مکان جانبی (sidesway) در تیر کامل را به روش شیب و افت محاسبه کنید.



فرض: تکیه‌گاه j نشست کرده است.

$$M_{ij} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_i + \theta_j - 3\varphi_{ij}\right) + (F.E.M)_{ij}$$

(θ_i, θ_j, $(F.E.M)_{ij}$ = 0)

$$\varphi_{ij} = \frac{\Delta j - \Delta i}{L} = \frac{\Delta j}{L}$$

(Δi = 0)

φ زمانی مثبت است که چرخش عضو در جهت عقربه‌های ساعت باشد: $\Delta j > \Delta i$

$$M_{ij} = \frac{2EI}{L}\left(2\times 0 + 0 - \frac{3\Delta j}{L}\right) + 0$$

مقدار لنگری که در اثر sidesway بوجود می‌آید:

$$M_{ij} = \frac{-6EI\Delta j}{L^2}$$

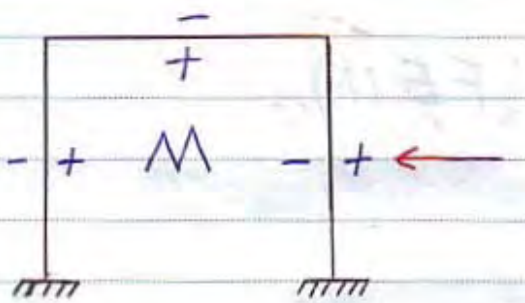
Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

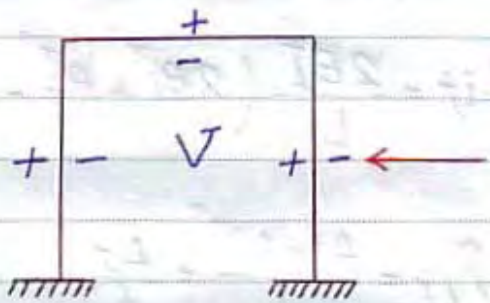
★ به یک قاب همیشه از سمت راست نگاه می‌کنیم.

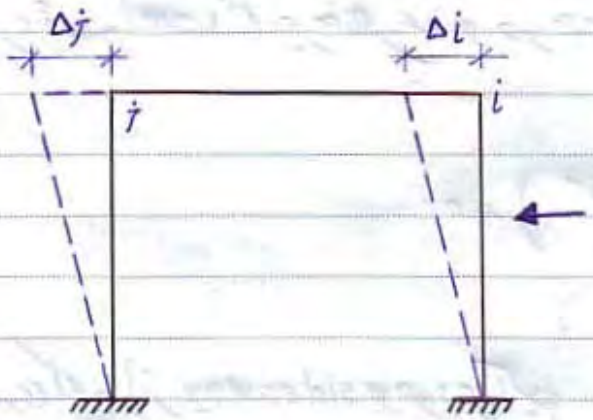
★ همیشه Δ ها به سمت پائین مثبت است.

★ در ترسیم نمودارهای لنگر خمشی، سمتی که می‌بینیم، لنگر خمشی مثبت است و سمتی که نمی‌بینیم لنگر خمشی منفی است.

★ در ترسیم نمودارهای نیروی برشی، برعکس لنگر خمشی عمل می‌کنیم.







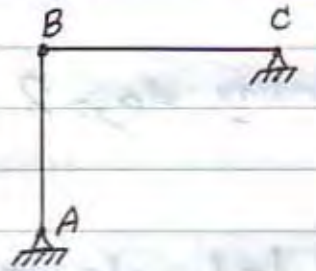
منفی است ← φ_{ij} ← Δ منفی است

www.civilbook.ir

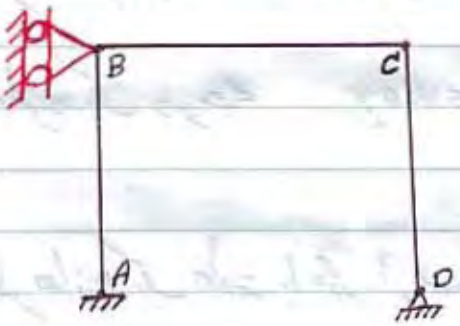
روش تشخیص sidesway:

برای تشخیص وجود یا عدم وجود تغییر مکان جانبی، گره های سازه را مطالعه می کنیم. سازه زمانی sidesway دارد که یک یا چند گره حرکت جانبی داشته باشند.

★ یک گره زمانی حرکت جانبی ندارد که در دو راستای متفاوت به گره های صلب متصل باشد.

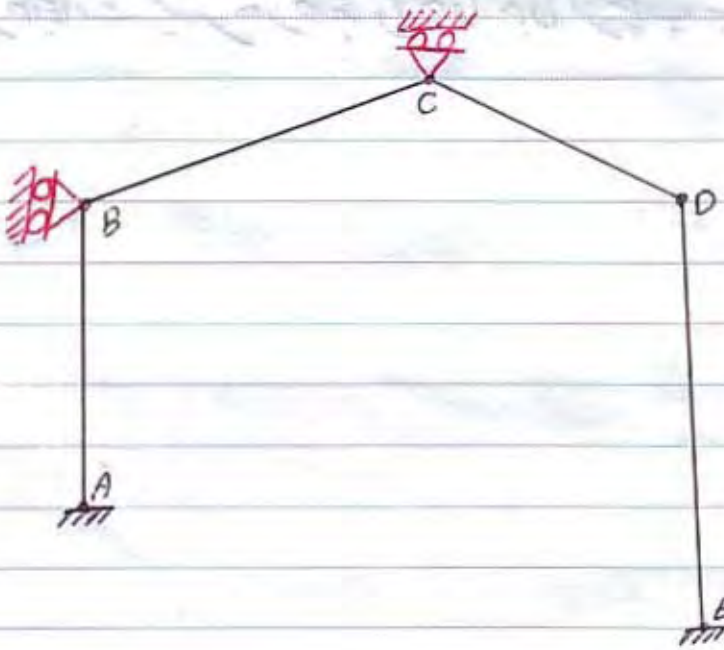


★ گره B ثابت است چون گره های A و C ثابت هستند.



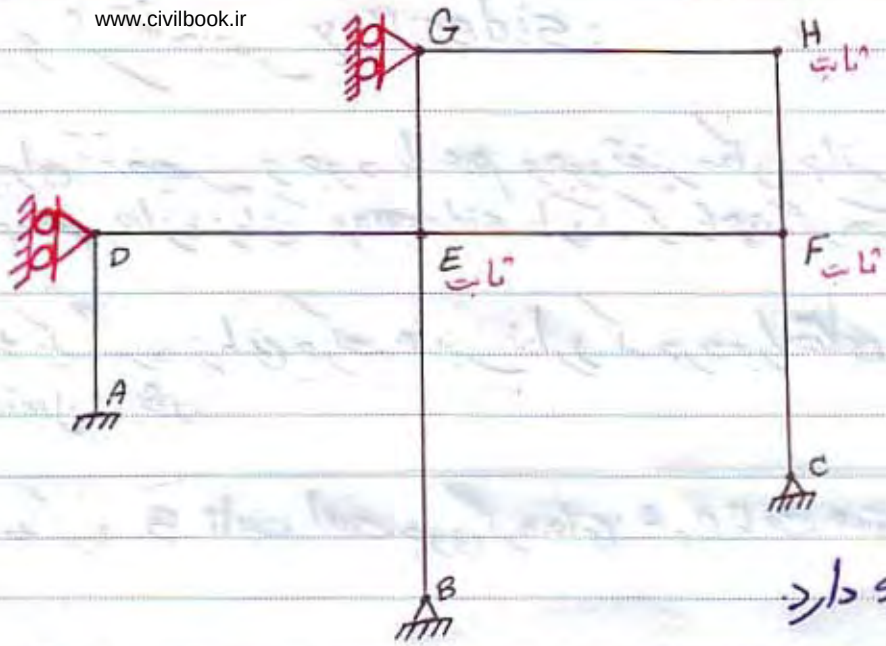
★ گره B حرکت می کند، برای جلوگیری از حرکت، می توان در راستای حرکت یک تکیه گاه غلتکی فرض کرد.

★ پس سازه یک درجه sidesway دارد (به تعداد تکیه گاههای اضافه شده)

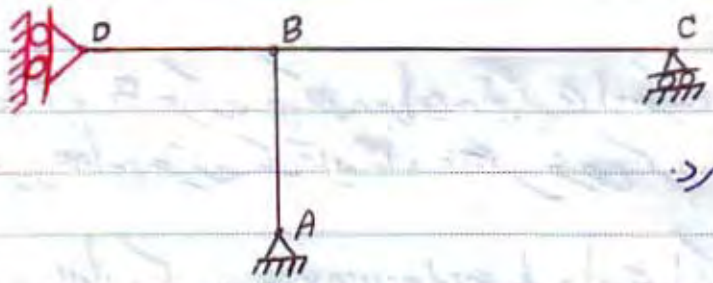


★ سازه 2 درجه sidesway دارد.

www.civilbook.ir



* سازه 2 درجه sidesway دارد.

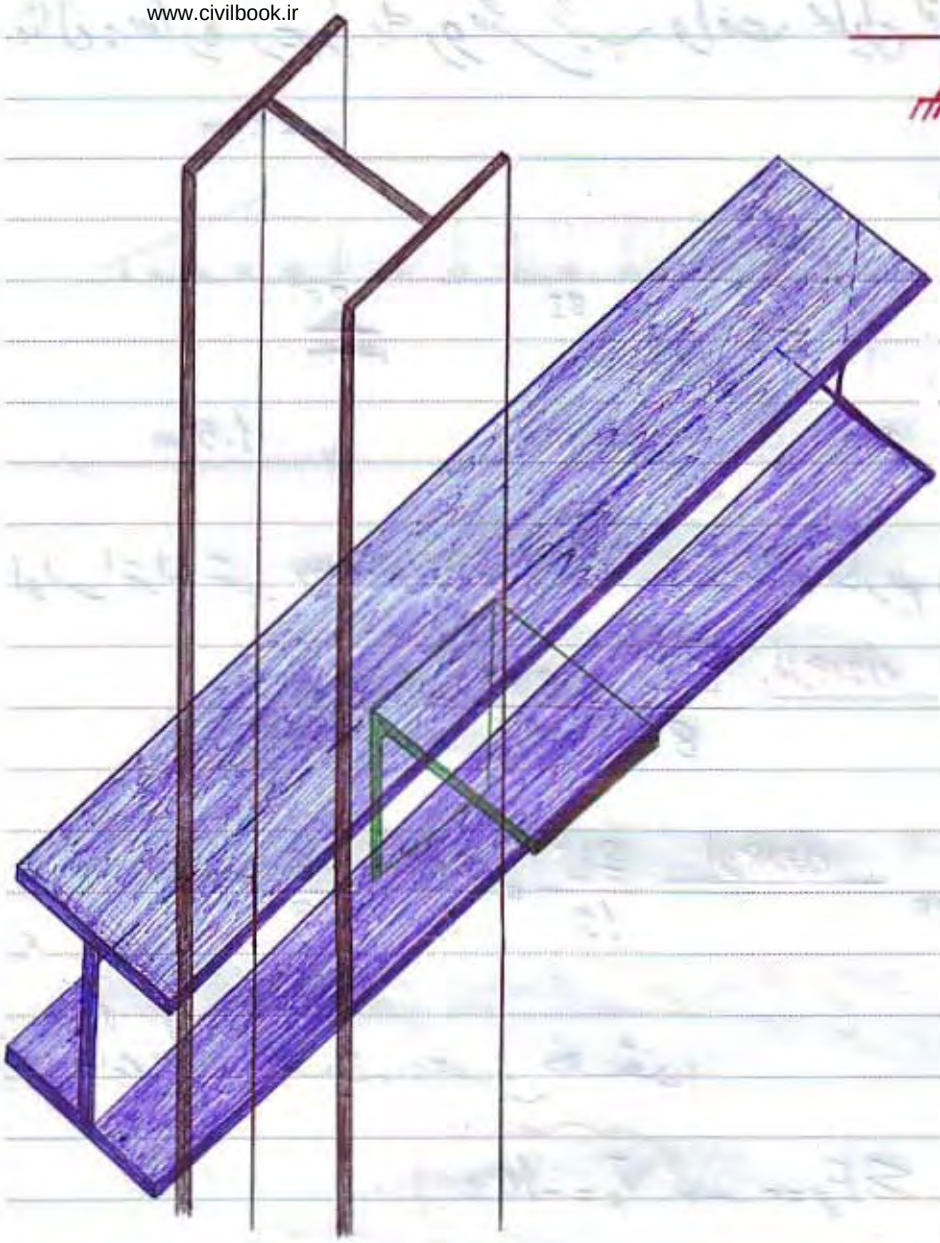


* گره C می تواند در امتداد افق حرکت کند.
* سازه یک درجه sidesway دارد.

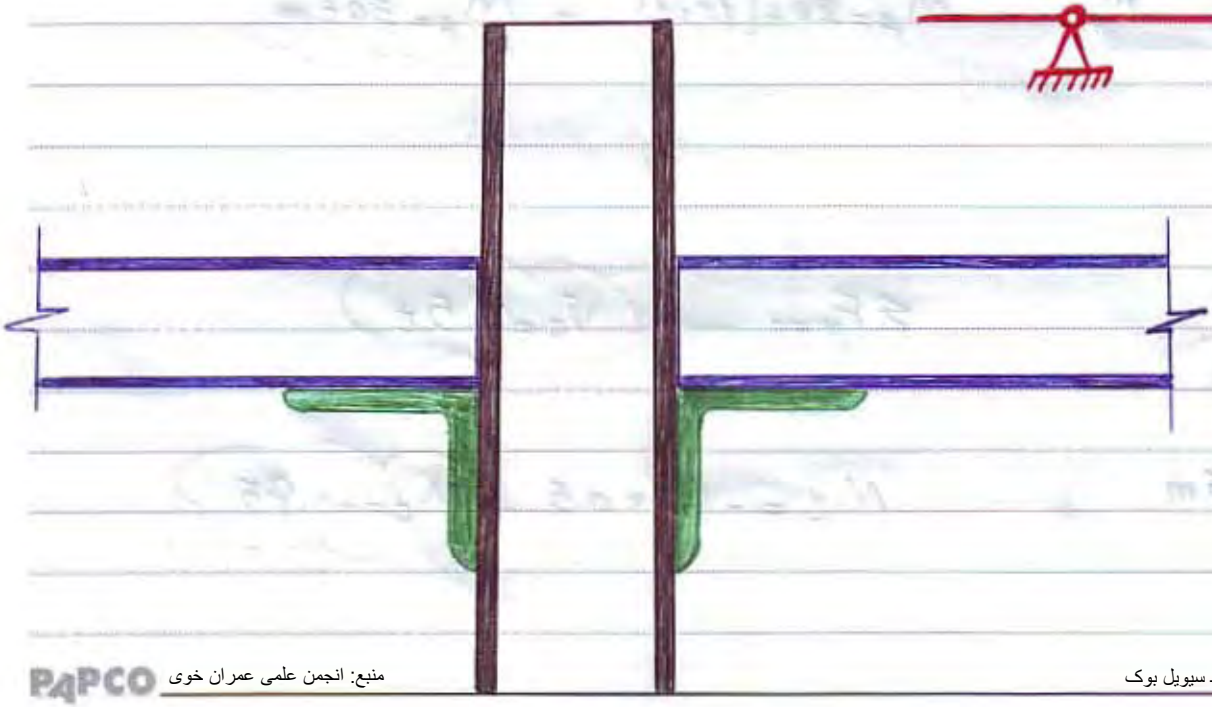
* اگر سازه یک طبقه باشد، از سمت چپ به راست گره را بررسی می کنیم.
* در طبقات بیشتر هر طبقه را جدا جدا از چپ به راست بررسی می کنیم

www.civilbook.ir

★ اتصال

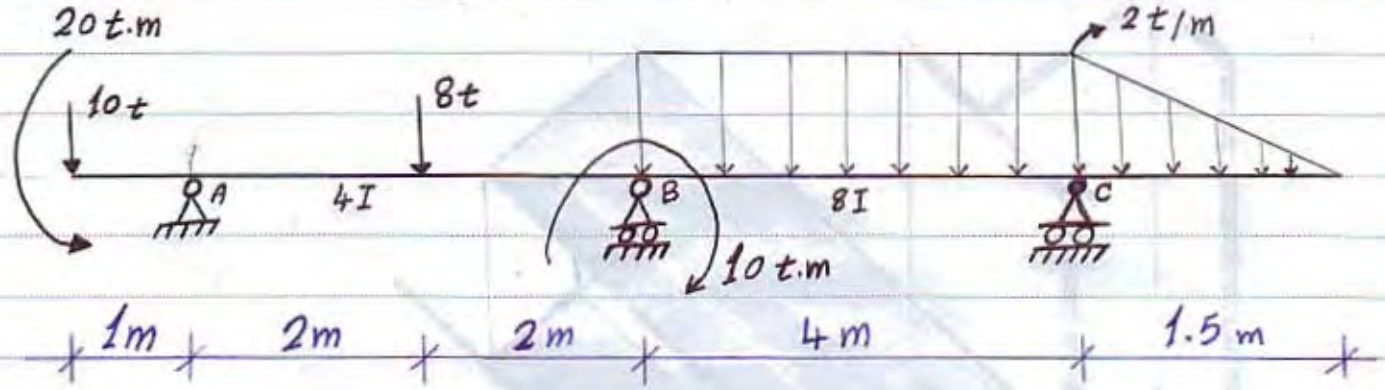


اتصال



www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را به روش شیب وافت تحلیل نمایید

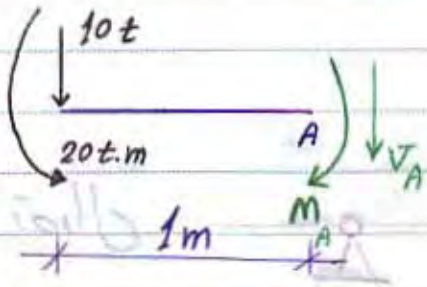


اولین اقدام تعیین sidesway ها یا عدم آن در این مثال نداریم.

$$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} \xrightarrow{\text{از جدول}} \frac{PL}{8} = \frac{8\times4}{8} = 4\ t.m$$

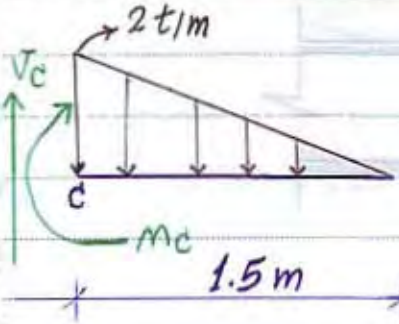
$$-(F.E.M)_{BC} = (F.E.M)_{CB} \xrightarrow{\text{از جدول}} \frac{qL^2}{12} = \frac{2\times4^2}{12} = \frac{8}{3}\ t.m$$

تیرهای طره همیشه معین هستند:



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow V_A = -10\ t$$

$$M_A = 20 + (10\times1) \rightarrow M_A = 30\ t.m$$



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow V_C = 1.5\ t$$

$$M_C = -1.5\times0.5 \rightarrow M_C = -0.75$$

www.civilbook.ir

★ برای بار به سمت پایین F.E.M در ابتدا (از چپ) منفی و در انتها (از راست) مثبت است.

★ باری که به گره وارد می شود تولید F.E.M نمی کند.

عضو AB:

$$M_{AB} = \frac{2E(4I)}{4}(2\theta_A + \theta_B) - 4$$

$$M_{AB} = 4EI\theta_A + 2EI\theta_B - 4 \quad (I)$$

$$M_{BA} = \frac{2E(4I)}{4}(2\theta_B + \theta_A) + 4$$

$$M_{BA} = 2EI\theta_A + 4EI\theta_B + 4 \quad (II)$$

عضو BC:

$$M_{BC} = \frac{2E(8I)}{4}(2\theta_B + \theta_C) - \frac{8}{3}$$

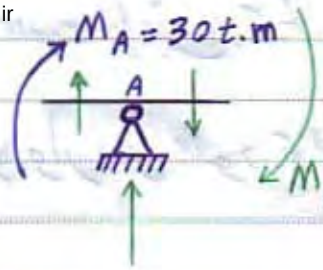
$$M_{BC} = 8EI\theta_B + 4EI\theta_C - \frac{8}{3} \quad (III)$$

$$M_{CB} = \frac{2E(8I)}{4}(2\theta_C + \theta_B) + \frac{8}{3}$$

$$M_{CB} = 4EI\theta_B + 8EI\theta_C + \frac{8}{3} \quad (IV)$$

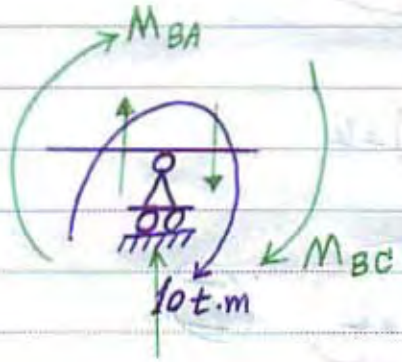
www.civilbook.ir

گره A:



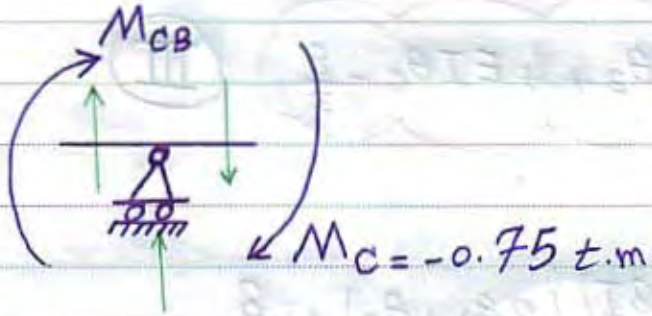
$$\overset{+}{\circlearrowright} \sum M_A = 0 \rightarrow M_A + M_{AB} = 0 \rightarrow M_{AB} = -30\ t.m \quad (A)$$

گره B:



$$\overset{+}{\circlearrowright} \sum M_B = 0 \rightarrow M_{BA} + 10 + M_{BC} = 0 \rightarrow M_{BA} + M_{BC} = -10 \quad (B)$$

گره C:



$$\overset{+}{\circlearrowright} \sum M_C = 0 \rightarrow M_{CB} + M_C = 0 \rightarrow M_{CB} = 0.75\ t.m \quad (C)$$

www.civilbook.ir

(I), (A) $4EI\theta_A + 2EI\theta_B = -26$ (M)

(II), (III), (B) $2EI\theta_A + 12EI\theta_B + 4EI\theta_C = \frac{-34}{3}$ (N)

(IV), (C) $4EI\theta_B + 8EI\theta_C = \frac{-23}{12}$ (P)

سه معادله سه مجهول بدست می آید که به شکل ماتریسی حل می کنیم.

$$\begin{bmatrix} 4EI & 2EI & 0 \\ 2EI & 12EI & 4EI \\ 0 & 4EI & 8EI \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \theta_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -26 \\ -\frac{34}{3} \\ -\frac{23}{12} \end{bmatrix} \qquad K.\Delta = F$$

ماتریس سختی

در ماتریس سختی در سطر اول، ضریب درایه اول بزرگترین و در سطر دوم ضریب درایه دوم بزرگترین و در سطر سوم ضریب درایه سوم بزرگترین ضریب آن سطر می باشد.

(N), (P) حل از:
$$\begin{cases} 4EI\theta_A + 20EI\theta_B = \frac{-83}{4} \\ 4EI\theta_A + 2EI\theta_B = -26 \end{cases} \quad (M)$$

$$18EI\theta_B = \frac{21}{4} \rightarrow EI\theta_B = \frac{7}{24}$$ (Q)

(M), (Q): $EI\theta_A = -6.646$ (X)

(P), (Q): $EI\theta_C = -0.385$ (Y)

Subject:
Year. Month. Date. ( )

www.civilbook.ir

مقادیر بدست آمده در (z)، (x)، (y) را در معادلات (I) الی (IV) جایگذاری می کنیم

$M_{AB} = -30\ t.m$

$M_{BA} = -8.125\ t.m$

$M_{BC} = -1.875\ t.m$

$M_{CB} = 0.75\ t.m$

محاسبهٔ نیروهای برشی:

عضو AB:

$$+\circlearrowleft \Sigma M_B = 0 \rightarrow 4V_{AR} - 30 - (8 \times 2) - 8.125 = 0 \rightarrow V_{AR} = 13.531\ t$$

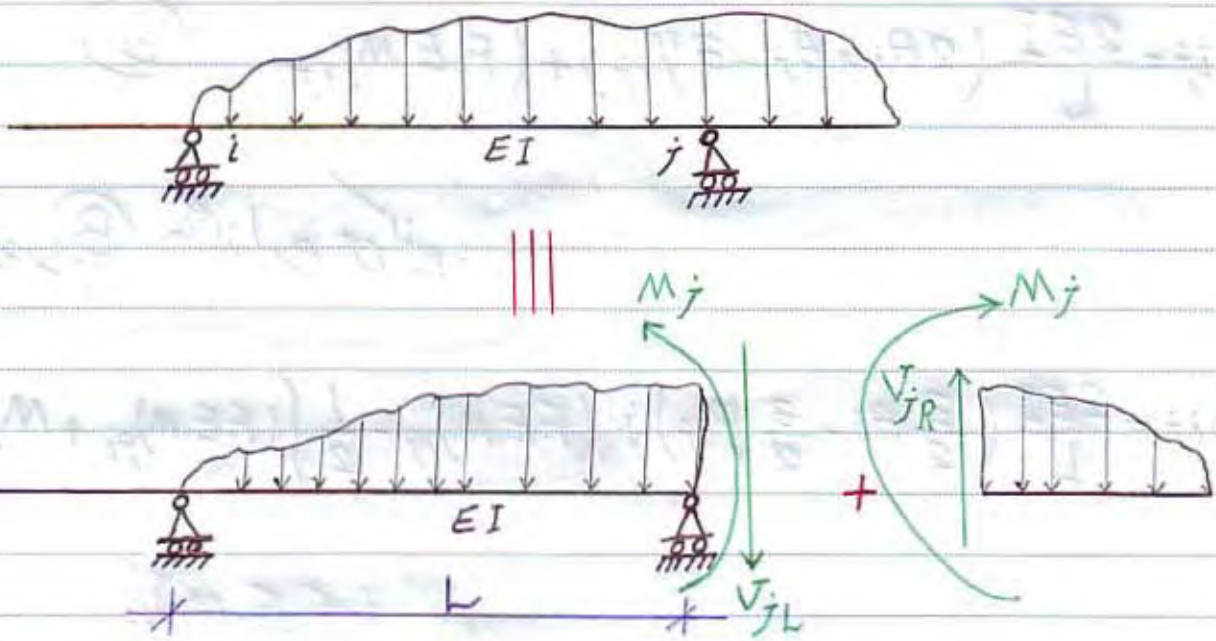
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \rightarrow 13.531 - 8 - V_{BL} = 0 \rightarrow V_{BL} = 21.531\ t$$

عضو BC:

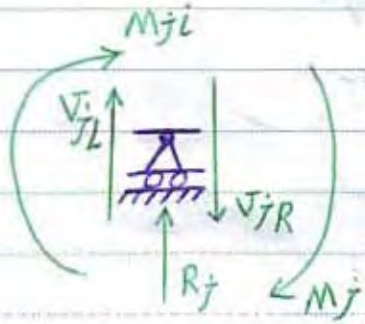
www.civilbook.ir

روش شیب و افت اصلاح شده :

زمانی می توانیم از این روش استفاده کنیم که عضو، ناقص باشد، یعنی یکی از تکیه گاه ها مفصلی باشد.



$$M_{ji} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_j + \theta_i - 3\varphi_{ji}\right) + \left(F.E.M\right)_{ji}$$



$$\overset{+}{\circlearrowright} \sum M_j = 0 \rightarrow M_{ji} + M_j = 0$$

$$\frac{2EI}{L}\left(2\theta_j + \theta_i - 3\varphi_{ij}\right) + \left(F.E.M\right)_{ji} + M_j = 0 \rightarrow$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

$$\theta_j = \frac{-L}{4EI}\left[\frac{2EI}{L}(\theta_i - 3\varphi_{ij}) + \{(F.E.M)_{ji} + M_j\}\right] \quad (A)$$

$$M_{ij} = \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j - 3\varphi_{ij}) + (F.E.M)_{ij} \quad (B)$$

(A) را در (B) جاگذاری می کنیم:

$$M_{ij} = \frac{2EI}{L}\left(\frac{3}{2}\theta_i - \frac{3}{2}\varphi_{ij}\right) + \underbrace{(F.E.M)_{ij} - \frac{1}{2}\{(F.E.M)_{ji} + M_j\}}_{(F.E.M)'_{ij}}$$

Fixed End Moment = (F.E.M)' اصلاح شده

$$M_{ij} = \frac{3EI}{L}(\theta_i - \varphi_{ij}) + (F.E.M)'_{ij}$$

فرمول شیب وافت اصلاح شده

★ اگر عضوی ناقصب باشد (صرفنظر از اینکه طره دارد یا نه)، حتماً از فرمول اصلاح شده استفاده می کنیم.

★ فرمول اصلاح شده را برای انتهای صلب (کامل) می نویسیم و برای طرف دیگر (ناقصب) نمی نویسیم.

PaPCO منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

www.civilbook.ir

حل مثال قبل با روش اصلاح شده:

اینها را پیدا کرده ایم

$M_A = 30\ t.m$

$-(F.E.M)_{BC} = (F.E.M)_{CB} = \frac{8}{3}\ t.m$

$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = 4\ t.m$

$M_C = -0.75\ t.m$

$$(F.E.M)'_{BA} = (F.E.M)_{BA} - \frac{1}{2}\left\{(F.E.M)_{AB} + M_A\right\}$$

$$(F.E.M)'_{BA} = 4 - \frac{1}{2}(-4+30) \rightarrow (F.E.M)'_{BA} = -9\ t.m$$

$$(F.E.M)'_{BC} = -\frac{8}{3} - \frac{1}{2}\left(\frac{8}{3} - 0.75\right) \rightarrow (F.E.M)'_{BC} = \frac{-29}{8}\ t.m$$

فرمول اصلاح شده $M_{BA} = \frac{3E(4I)}{4}(\theta_B) - 9$

$$M_{BA} = 3EI\theta_B - 9 \quad (I)$$

$$M_{BC} = \frac{3E(8I)}{4}(\theta_B) - \frac{29}{8} \rightarrow M_{BC} = 6EI\theta_B - \frac{29}{8} \quad (II)$$

فقط گره B (کامل) را بررسی می کنیم.

$$\overrightarrow{\Sigma M_B = 0} \rightarrow M_{BA} + 10 + M_{BC} = 0 \rightarrow M_{BA} + M_{BC} = -10 \quad (III)$$

$$9EI\theta_B = \frac{29}{8} - 1 \rightarrow EI\theta_B = \frac{7}{24} \quad (A)$$

(I) و (II) را در (III) جاگذاری می کنیم:

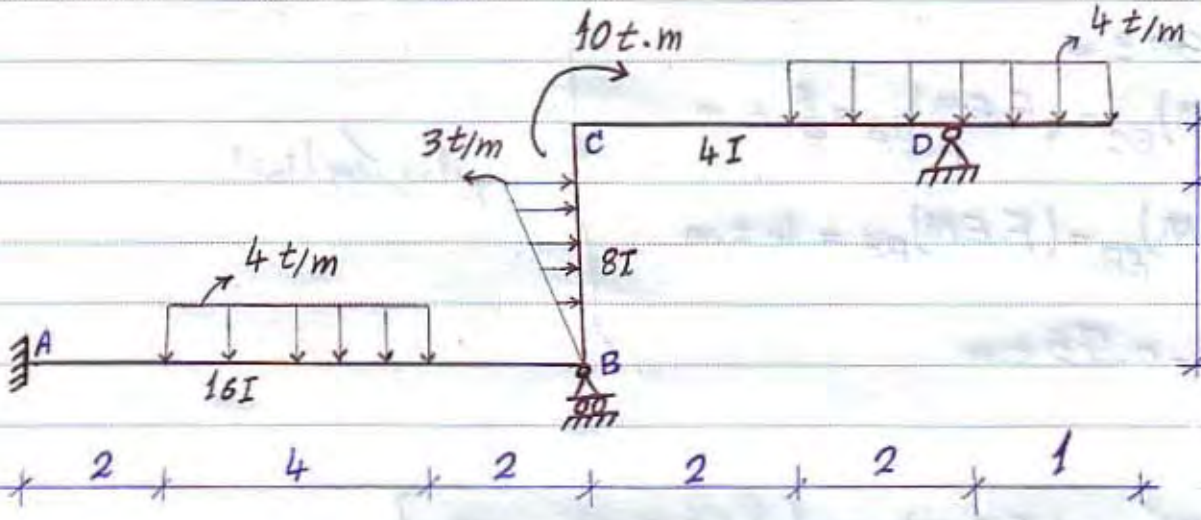
(A) را در (I) و (II) جاگذاری می کنیم:

$M_{BA} = -8.125\ t.m$

$M_{BC} = -1.875\ t.m$

Subject :
Year . Month . Date . ( )
www.civilbook.ir

مثال :



چرخش همه = 0

از جدول $\rightarrow -(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = \frac{qb}{24L}(3L^2 - b^2) = \frac{4(4)}{24(8)}[3\times 8^2 - 4^2]$

$$-(F.E.M)_{AB} = \frac{44}{3}\ t.m$$

از جدول $\rightarrow (F.E.M)_{BC} = \frac{-4.5(3)}{15(4)^2}(10\times 4^2 - 15\times 3\times 4 + 6\times 3^2)$

$$(F.E.M)_{BC} = \frac{-153}{80}\ t.m$$

از جدول $\rightarrow (F.E.M)_{CB} = \frac{4.5(3)^2}{10\times 4^2}(5(4) - (4\times 3))$

$$(F.E.M)_{CB} = \frac{81}{40}\ t.m$$

از جدول $\rightarrow (F.E.M)_{CD} = \frac{-5}{96}(8)(4) \rightarrow (F.E.M)_{CD} = \frac{-5}{3}\ t.m$

از جدول $\rightarrow (F.E.M)_{DC} = \frac{11}{96}(8)(4) \rightarrow (F.E.M)_{DC} = \frac{11}{3}\ t.m$

www.civilbook.ir

$M_D = -2\ t.m$

$$(F.E.M)'_{CD} = \frac{-5}{3} - \frac{1}{2}\left(\frac{11}{3} - 2\right) \rightarrow (F.E.M)'_{CD} = -2.5\ t.m$$

معادلات شیب وافت :

چون عضو AB کامل است از روش اصلاح نشده استفاده می کنیم :

$$M_{AB} = \frac{2E(16I)}{8}(\theta_B) - \frac{44}{3} = 4EI\theta_B - \frac{44}{3}$$

$$M_{BA} = \frac{2E(16I)}{8}(2\theta_B + 0 + 0) + \frac{44}{3} = 8EI\theta_B + \frac{44}{3}$$

چون عضو BC کامل است از روش اصلاح نشده استفاده می کنیم :

$$M_{BC} = \frac{2E(8I)}{4}(2\theta_B + \theta_C) - \frac{153}{80} = 8EI\theta_B + 4EI\theta_C - \frac{153}{80}$$

$$M_{CB} = \frac{2E(8I)}{4}(2\theta_C + \theta_B) + \frac{81}{40} = 4EI\theta_B + 8EI\theta_C + \frac{81}{40}$$

عضو CD ناقص است پس از روش اصلاح شده استفاده می کنیم :

$$M_{CD} = \frac{3E(4I)}{4}(\theta_C) - 2.5 = 3EI\theta_C - 2.5$$

بررسی گره ها

$$\begin{cases} M_{BA} + M_{BC} = 0 \\ M_{CB} + 10 + M_{CD} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 16EI\theta_B + 4EI\theta_C = \frac{-3061}{240} \\ 4EI\theta_B + 11EI\theta_C = \frac{-381}{40} \end{cases}$$

$$40EI\theta_C = 50.8542 \rightarrow EI\theta_C = 0.5570$$

$$EI\theta_B = -3.91294$$

$M_{AB} = -30.318\ t.m$

$M_{BA} = -16.637\ t.m$

$M_{BC} = -30.988\ t.m$

$M_{CB} = -9.171\ t.m$

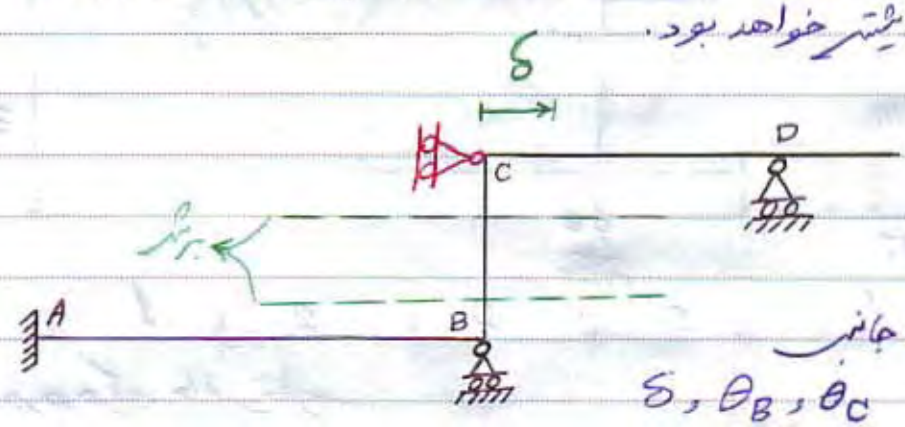
$M_{CD} = -0.829\ t.m$

www.civilbook.ir

www.civilbook.ir

روشی سریع و دقیق برای سازه های دارای حرکت جانبی:

اگر سازه فاقد تغییرمکان جانبی باشد، فقط مجهولات دورانی (θ ها) باقی می مانند، بنابراین تعداد مجهولات برابر با تعداد گره هایی می باشد که می توانند دوران کنند.
اگر سازه دارای تغییرمکان جانبی باشد، علاوه بر مجهولات دورانی، مجهولات تغییرمکان جانبی نیز بوجود می آیند، بنابراین بتعداد مجهولات تغییرمکان جانبی (درجات آزادی انتقالی) تعداد مجهولات از معادلات بیشتر خواهد بود.



سازه با یک درجه حرکت جانبی

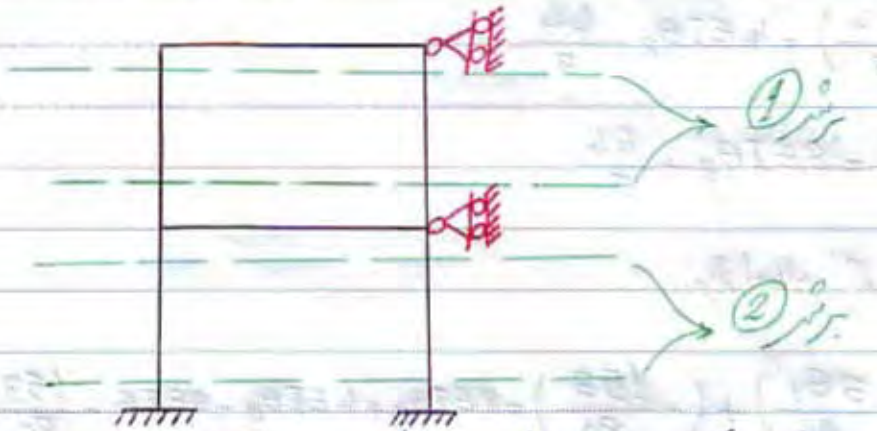
تعداد مجهولات : δ , θ_B , θ_C

تعداد معادلات : $\sum M_B = 0$, $\sum M_C = 0$

★ برای معین کردن دستگاه معادله خطر به تعداد درجات آزادی انتقال جانبی، به معادله اضافی نیاز داریم. برای بدست آوردن هر معادله اضافه به یک برش خاص نیاز مندیم.

★ هر برش فقط باید اعضایی را قطع کند که (هم side way) یا (هم تغییرشکل) باشند.

★ در شکل بالا فقط عضو BC می تواند تغییرمکان داشته باشد و بنابراین فقط یک برش می توانیم بزنیم.

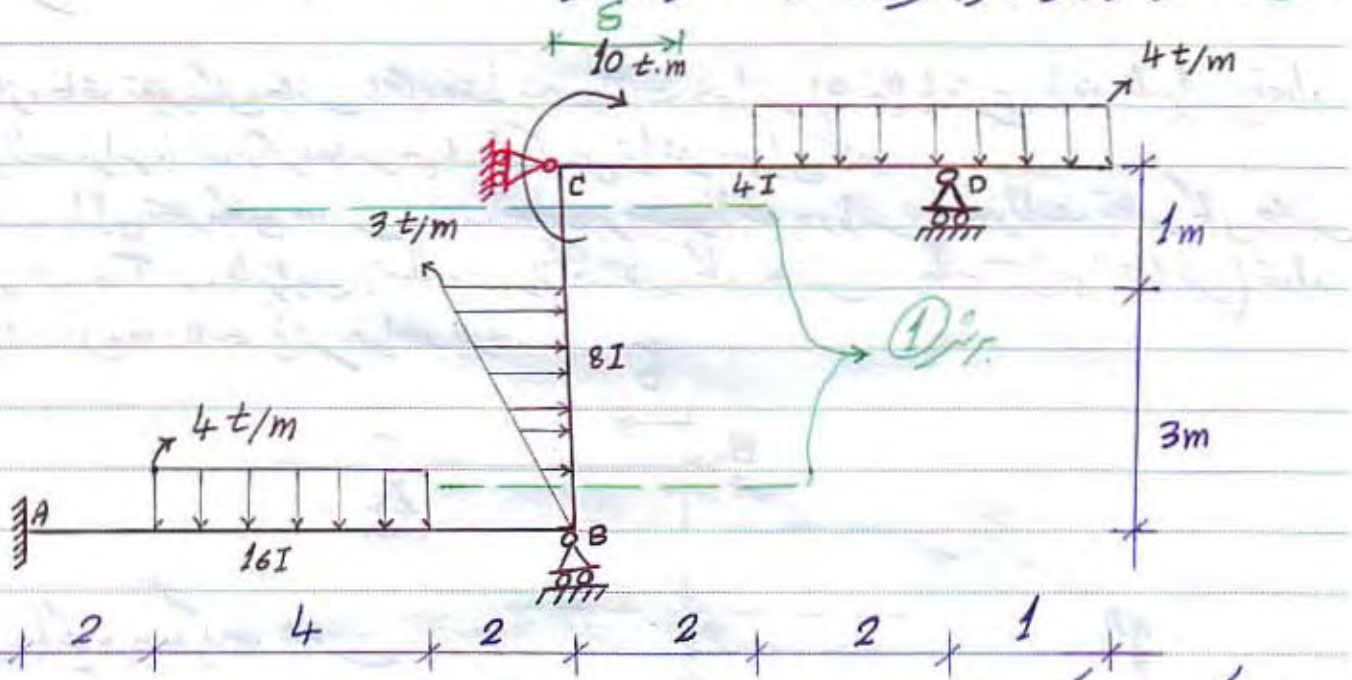


★★★ سپس در هر برش برای قسمتهایی که حرکت جانبی ندارند، معادله $\sum F_x = 0$ و برای قسمتهایی که تغییرمکان جانبی دارند $\sum M = 0$ نوشته می شود.

★★ از ترکیب دو معادله، یک معادله اضافی بدست می آید.

Subject:
Year. Month. Date.
www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را به روش شیب وافت تحلیل نمائید.



* سازه یک درجه حرکت جانبی دارد.

$$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = \frac{44}{3}\ t.m$$

* در مثال قبل F.E.M ها را پیدا کرده ایم و چون بارگذاری تغییر نکرده است، بنابراین آنها نیز تغییر نکرده اند.

$$(F.E.M)_{BC} = \frac{-153}{80}\ t.m$$

$$(F.E.M)_{CB} = \frac{81}{40}\ t.m$$

$$(F.E.M)_{CD} = -2.5\ t.m$$

$$\varphi_{AB} = 0 \qquad \varphi_{CE} = 0$$

$$\varphi_{BC} = \varphi_{CB} = \frac{\delta_C - \delta_B}{L_{BC}} = \frac{\delta - 0}{4} = \frac{\delta}{4}$$

معادلات شیب وافت:

AB عضو: عضو کامل → روش اصلاح نشده

$$M_{AB} = \frac{2E(16I)}{8}(\theta_B) + \left(-\frac{44}{3}\right) = 4EI\theta_B - \frac{44}{3}$$

$$M_{BA} = \frac{2E(16I)}{8}(2\theta_B) + \frac{44}{3} = 8EI\theta_B + \frac{44}{3}$$

BC عضو: عضو کامل → روش اصلاح نشده

$$M_{BC} = \frac{2E(8I)}{4}\left(2\theta_B + \theta_C - \frac{3\delta}{4}\right) + \left(-\frac{153}{80}\right) = 8EI\theta_B + 4EI\theta_C - 3EI\delta - \frac{153}{80}$$

$$M_{CB} = \frac{2E(8I)}{4}\left(\theta_B + 2\theta_C - \frac{3\delta}{4}\right) + \frac{81}{40} = 4EI\theta_B + 8EI\theta_C - 3EI\delta + \frac{81}{40}$$

www.civilbook.ir

روش اصلاح شده → عضو ناقص → انتهای CD مفصلی شود → از طره صرف نظر شود : عضو CD

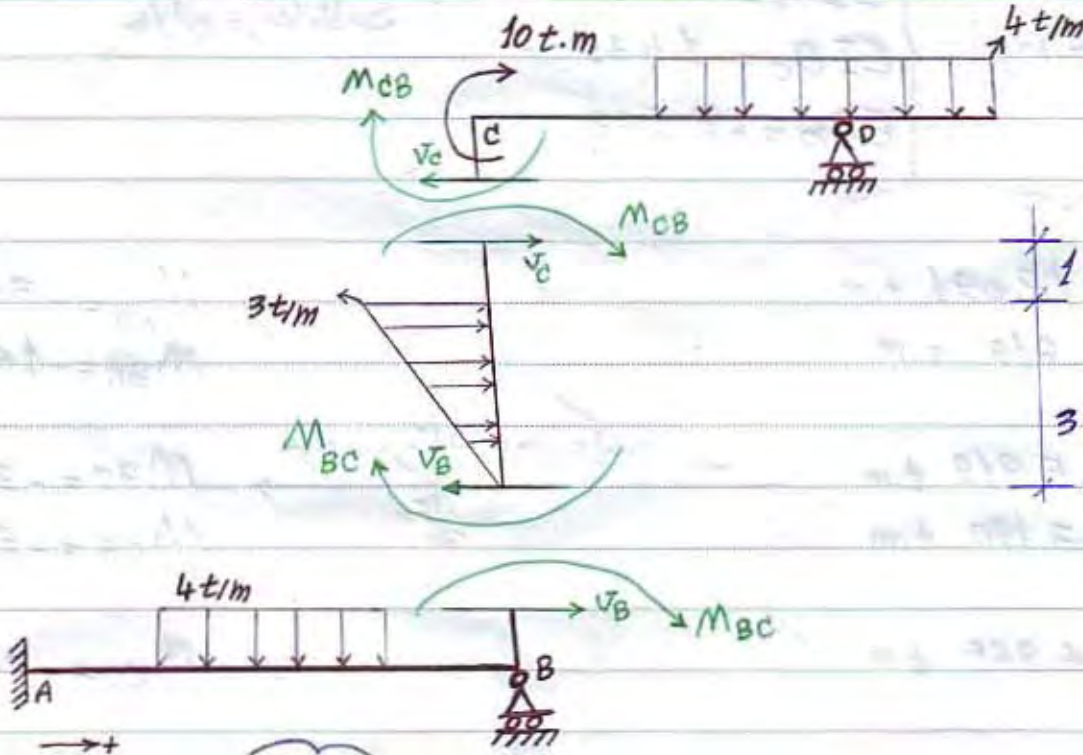
$$M_{CD}=\frac{3E(4I)}{4}(\theta_C)-2.5=3EI\theta_C-2.5$$

2 معادله و 3 مجهول :

$$\overset{+}{\curvearrowright}\sum M_B=0 \rightarrow M_{BA}+M_{BC}=0 \rightarrow 16EI\theta_B+4EI\theta_C-3EI\delta=\frac{-3061}{240} \quad (I)$$

$$\overset{+}{\curvearrowright}\sum M_C=0 \rightarrow M_{CB}+10+M_{CD}=0 \rightarrow 4EI\theta_B+11EI\theta_C-3EI\delta=\frac{-381}{40} \quad (II)$$

آزاد شده : (1)



قسمت CE : $\overrightarrow{\sum F_x=0} \rightarrow V_C=0$

قسمت BC : $\overrightarrow{\sum M_B=0} \rightarrow M_{CB}+4V_C^{\,0}+\underbrace{\frac{1}{2}(3\times3)\times2}_{\text{بار مثلثی}}+M_{BC}=0 \rightarrow$

$\rightarrow M_{CB}+M_{BC}=-9$ معادله اضافی لازم ← جاگذاری

$$\rightarrow 12EI\theta_B+12EI\theta_C-6EI\delta=\frac{-729}{80} \quad \xrightarrow{\text{تقسیم بر } -4}$$

$$\rightarrow -3EI\theta_B-3EI\theta_C+1.5EI\delta=\frac{-729}{320} \quad (III)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

(I) و (II) و (III)

www.civilbook.ir

$$\begin{bmatrix} 16 & 4 & -3 \\ 4 & 11 & -3 \\ -3 & -3 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_B \\ \theta_C \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-3061}{240} \\ \frac{-381}{40} \\ \frac{729}{320} \end{bmatrix} \qquad k.\Delta = F$$

* ماتریس سختی متقارن است (همیشه)، برای همین معادله را بر 4- تقسیم کردیم.

از حل ماتریس: $\begin{cases} EI\theta_B = -1.106 \\ EI\theta_C = -1.435 \\ EI\delta = -3.563 \end{cases}$ ← جایگذاری در معادلات

$M_{AB} = -19.091$ t.m
$M_{BA} = 5.819$ t.m

$M_{BC} = -5.819$ t.m
$M_{CB} = -3.190$ t.m

$M_{CD} = -6.865$ t.m

جوابها در مثال بدون حرکت جانبی ← مقایسه

$M_{AB} = -30.318$
$M_{BA} = -16.637$

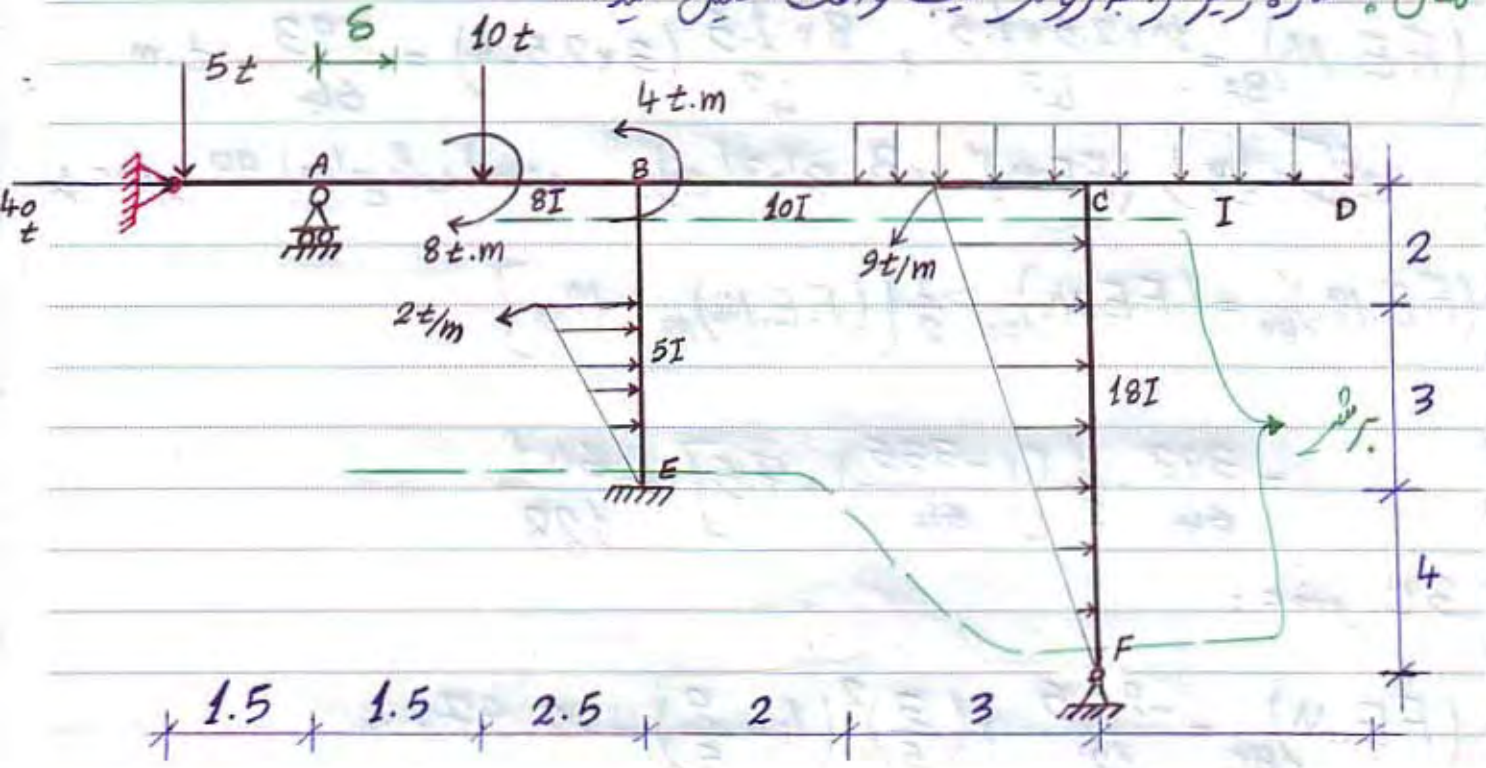
$M_{BC} = -30.986$
$M_{CB} = -9.171$

$M_{CD} = -0.829$

* در حالت حرکت جانبی لنگرها افزایش می یابد، لذا در آئین نامه ها آمده است که جهت سازه ای بلند مهار جانبی بگویند، سازه های فولادی با بادبند و سازه های بتونی با دیوار برشی.

www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را به روش شیب وافت تحلیل کنید.



★ سازه یک درجه حرکت جانبی دارد.

$\delta = ?$ $\theta_B = ?$ $\theta_C = ?$

$\varphi_{AB} = 0$ $\varphi_{BC} = 0$

$$\varphi_{BE} = \frac{\delta_B - \delta_E}{5} = \frac{\delta - 0}{5} = \frac{\delta}{5}$$

$$\varphi_{CF} = \frac{\delta_C - \delta_F}{9} = \frac{\delta}{9}$$

$$M_A = 5 \times 1.5 = 7.5$$

بار متمرکز

$$(F.E.M)_{AB} \overset{\text{جدول}}{=} \frac{-10 \times 1.5 \times 2.5^2}{4^2} + \frac{8 \times 2.5}{4^2}(3 \times 1.5 - 4)$$

$$(F.E.M)_{AB} = -\frac{335}{64}\ t.m$$

Subject:
Year. Month. Date.
www.civilbook.ir

$$(F.E.M)_{BA}=\frac{10\times2.5\times1.5^2}{4^2}+\frac{8\times1.5}{4^2}(3\times2.5-4)=\frac{393}{64}\ t.m$$

★ عضو AB اصلاح شده است ← برای انتهای B، $(F.E.M)'$ را پیدا می‌کنیم:

$$(F.E.M)'_{BA}=(F.E.M)_{BA}-\frac{1}{2}\left[(F.E.M)_{AB}+M_A\right]$$

$$=\frac{393}{64}-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{-335}{64}\right)+7.5\right]=\frac{641}{128}$$

عضو BC:

بار گسترده

$$(F.E.M)_{BC}=\frac{-9\times5}{12}\times\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(4-\frac{9}{5}\right)=-2.97\ t.m$$

$$(F.E.M)_{CB}=\frac{9\times5}{12}\left(\frac{3}{5}\right)\left[3\times\left(\frac{3}{5}\right)^2-8\left(\frac{3}{5}\right)+6\right]=5.13\ t.m$$

$$M_C=-3\times1.5\times\frac{1.5}{2}=-3.375$$

$$(F.E.M)_{EB}=\frac{-3\times3}{15\times5^2}\left(10\times5^2-15\times3\times5+6\times3^2\right)=-1.896\ t.m$$

$$(F.E.M)_{BE}=\frac{3\times3^2}{10\times5^2}(5\times5-4\times3)=1.404\ t.m$$

$$(F.E.M)_{FC}=\frac{-9\times9}{2}\times\frac{9}{15}=-24.3\ t.m$$

$$(F.E.M)_{CF}=40.5\times\frac{9}{10}=36.45\ t.m$$

M_F

$$(F.E.M)'_{CF}=36.45-\frac{1}{2}(-24.3+0)=48.6\ t.m$$

PAPCO منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

www.civilbook.ir

AB عضو: اصلاح شده

$$M_{BA}=\frac{3E(8I)}{4}(\theta_B)+\frac{641}{128}=6EI\theta_B+\frac{641}{128}$$

BC عضو: اصلاح نشده

$$M_{BC}=\frac{2E(10I)}{5}(2\theta_B+\theta_C)-2.97=8EI\theta_B+4EI\theta_C-2.97$$

$$M_{CB}=\frac{2E(10I)}{5}(\theta_B+2\theta_C)+5.13=4EI\theta_B+8EI\theta_C+5.13$$

EB عضو: اصلاح شده

$$M_{EB}=\frac{2E(5I)}{5}\left(\theta_B-\frac{3\delta}{5}\right)\underbrace{-1.896}_{(F.E.M)_{EB}}=2EI\theta_B-1.2EI\delta-1.896$$

$$M_{BE}=\frac{2E(5I)}{5}\left(2\theta_B-\frac{3\delta}{5}\right)+1.404=4EI\theta_B-1.2EI\delta+1.404$$

CF عضو: اصلاح شده

$$M_{CF}=\frac{3E(18I)}{9}\left(\theta_C-\frac{\delta}{9}\right)+48.6=6EI\theta_C-\frac{2}{3}EI\delta+48.6$$

* فقط برای گره‌هایی $\sum M$ می‌نویسیم که مجهول (θ) دارند.

$$\sum M_B=0 \rightarrow M_{BA}+M_{BE}-4+M_{BC}=0 \rightarrow 18EI\theta_B+4EI\theta_C-1.2EI\delta=0.558$$

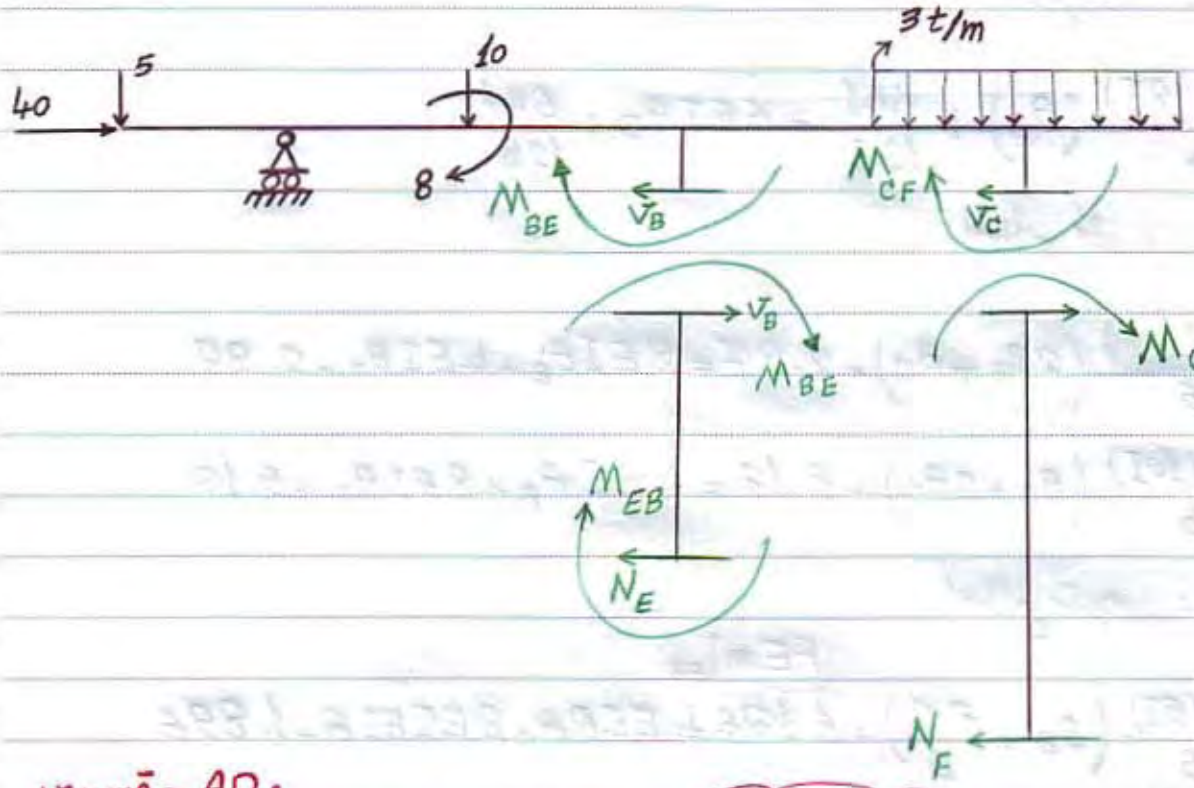
معادله (I)

$$\sum M_C=0 \rightarrow M_{CB}+M_{CF}+M_C=0 \rightarrow 4EI\theta_B+14EI\theta_C-\frac{2}{3}EI\delta=-50.35$$

معادله (II)

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

مثال ۲:



قسمت AD:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 40 - V_B - V_C = 0 \rightarrow V_B + V_C = 40 \quad (A)$$

قسمت BE:

$$\sum M_E = 0 \rightarrow M_{BE} + 5V_B + 3\times 2 + M_{EB} = 0 \rightarrow V_B = -\frac{M_{BE} + M_{EB}}{5} - \left(\frac{6}{5}\right) \quad (B)$$

قسمت CF:

$$\sum M_F = 0 \rightarrow M_{CF} + 9V_C + \frac{9\times 9}{2}\times\frac{2\times 9}{3} = 0 \rightarrow V_C = -\frac{M_{CF}}{9} - 27 \quad (C)$$

معادله (B) و (C) را در (A) قرار می دهیم:

$$-\frac{M_{BE} + M_{EB}}{5} - \frac{6}{5} - \frac{M_{CF}}{9} - 27 = 40$$

$$-\frac{M_{BE} + M_{EB}}{5} - \frac{M_{CF}}{9} = 40 + \frac{6}{5} + 27 = 68.2$$

P4PCO منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

www.civilbook.ir

$$-\frac{4EI\theta_B - 1.2EI\delta + 1.404 + 2EI\theta_B - 1.2EI\delta - 1.896}{5}$$

$$-\frac{6EI\theta_C - \frac{2}{3}EI\delta + 48.6}{9} = 68.2$$

$$-1.2EI\theta_B - \frac{2}{3}EI\theta_C + \frac{374}{675}EI\delta = 73.502$$

معادله اضافه لازم

معادله (III)

★ از حل معادلات (I) و (II) و (III) مقادیر زیر بدست می آید.

$$\begin{cases} EI\theta_B = 9.562 \\ EI\theta_C = 4.836 \\ EI\delta = 159.2 \end{cases}$$

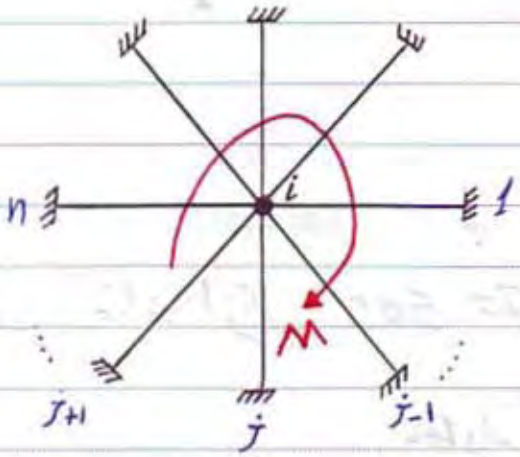
جاگذاری در معادلات M

www.civilbook.ir

روش پخش لنگر (هاردی - گراس)

لنگری مانند M به گره صلب i وارد می‌شود.

تعیین مقدار پخش شده لنگر به هریک از اعضا را روش پخش لنگر گویند



$$\sum_{j=1}^{n} M_{ij} = M$$

$$\sum_{j=1}^{n} \left[\frac{2EI}{L}(2\theta_i)\right]_j = M \rightarrow 4\left[\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{EI}{L}\right)\right]\theta_i = M \rightarrow$$

$$\rightarrow \theta_i = \frac{M}{4\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{EL}{L}\right)_{ij}}$$

$$M_{ij} = \left(\frac{2EI}{L}\right)_{i1}(2\theta_i)$$

$$\rightarrow M_{ij} = \left(\frac{2EI}{L}\right)_{i1} \times \frac{2M}{4\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{EI}{L}\right)_{ij}}$$

$$M_{i1} = \frac{\left(\frac{EI}{L}\right)_{ij}}{\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{EI}{L}\right)_{ij}} K M$$

$$M_{ij} = \left(\frac{2EI}{L}\right)_{ij}(2\theta_i)$$

www.civilbook.ir

فرمول عمومی پخش لنگر

$$M_{ij} = \frac{\left(\frac{EI}{L}\right)_{ij}}{\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{EI}{L}\right)} \times M$$

★ اگر همهٔ اعضاء یک سازه از یک نوع مصالح (همگن) باشند، می توان E ها را حذف کرد و فرمول ساده می شود:

$$M_{ij} = \frac{\left(\frac{I}{L}\right)_{ij}}{\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{I}{L}\right)_{ij}} \times M$$

$$\rightarrow M_{ij} = \frac{k_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} k_{ij}} \times M$$

سختی خمشی $k_{ij} = \left(\frac{I}{L}\right)_{ij}$

★ اگر به یک گره لنگر وارد شود، این لنگر براساس نسبت سختی بین اعضاء پخش می شود.

ضریب توزیع $D_{ij} = \frac{k_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} k_{ij}}$

$$\sum_{j=1}^{n} D_{ij} = 1$$

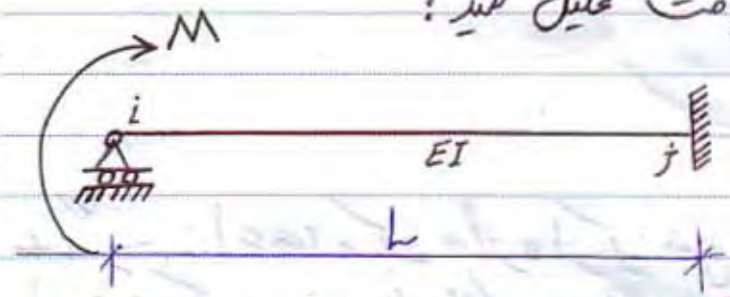
$$M_{ij} = D_{ij} \times M$$

★ اگر به یک گره لنگر M وارد شود، بین اعضای متصل به گره (اتصالات صلب) به نسبت سختی اعضاء پخش می شود.

www.civilbook.ir

★ هرچقدر دهانه کوچکتر باشد بنابراین سختی آن بیشتر می شود، چون $k=\frac{I}{L}$ بنابراین در یک سازه بتونی یک دهانه کوچک آرماتورهای قوی تر نسبت به یک دهانه بزرگتر لازم دارد.

مثال: سازه زیر را به روش شیب وافت تحلیل کنید:



$$M_{ij}=\frac{2EI}{L}(2\theta_i)=M \rightarrow \theta_i=\frac{M}{4\frac{EI}{L}}$$

$$M_{ji}=\frac{2EI}{L}(\theta_i)=\frac{2EI}{L}\times\frac{M}{\frac{4EI}{L}}=\frac{1}{2}M$$

نتیجه: اگر در انتهای یک عضو منشوری (همان اینرسی در تمام طول عضو) لنگر M اثر کند، نصف آن به انتهای دیگر منتقل می شود.

★ ضریب انتقال لنگر در اعضای منشوری $\frac{1}{2}$ است.

★ مراحل روش پخش لنگر:

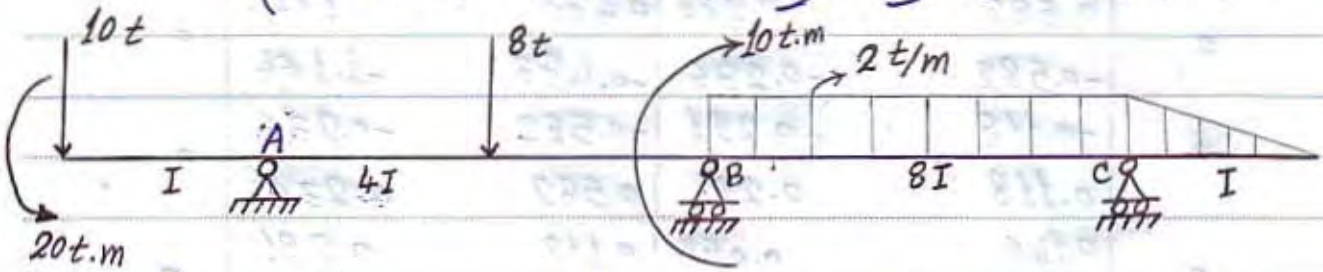
★ بجای گره یک مستطیل رسم می کنیم و به تعداد عضوهای متصل مستطیل را به آن تعداد تقسیم می کنیم.

★ اگر به گره ها لنگر وارد شود، مقدار لنگر را بالای مستطیل می نویسیم.

★ داخل مستطیل ها D (ضریب توزیع) را می نویسیم، لذا ابتدا باید $\frac{I}{L}$ را حساب کنیم.

www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را به روش پخش لنگر تحلیل کنید: (مثال اول جزوه)



$M_A = 30\ t.m$

$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = 4\ t.m$

$-(F.E.M)_{BC} = (F.E.M)_{CB} = \frac{8}{3}\ t.m$

$M_C = -0.75\ t.m$

A		B	10 t.m	C	
0	1	1/3	2/3	1	0
$\frac{I}{\infty}=0$	30	-4	$\frac{4I}{4}=I$ 4	$-\frac{8}{3}$ 2I	$\frac{8}{3}$ -0.75
	0	-26 ×1/2	-3.778 ×1/2	-7.556 1/2	-1.917
30-4=26 مقدار -26 باید توزیع شود تا تعادل برقرار باشد		-1.889	-13	-0.958 1/2	3.778
	0	1.889 ×1/2	4.653 ×1/2	9.305	3.778 0
A: 4+10-8/3=11.333		2.327	0.945	1.889	4.653
11.333×1/3=-3.778		-2.327	-0.945 C	-1.889	-4.653
11.333×2/3=-7.556					
		-0.473	-1.164	-2.327	-0.945
B: -13-0.958=	0	0.473	1.164	2.327	0.945
×1/3=+4.653					
×2/3=+9.305			بعد	ادامه هفتم	

C: (0.945+1.889)=2.834 ×1/3=-0.945 ×2/3=-1.889

PaPCO منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

Subject:
Year. Month. Date. ( )

www.civilbook.ir

o	0.582	0.236	0.473	1.164	o
	-0.582	-0.236	-0.473	-1.164	
o	-0.118	-0.291	-0.582	-0.236	o
	0.118	0.291	0.582	0.236	
o	0.146	0.059	0.118	0.291	o
	-0.146	-0.059	-0.118	-0.291	
o	-0.030	-0.073	-0.146	-0.059	o
	0.030	0.073	0.146	0.059	
o	0.037	0.015	0.030	0.073	o
	-0.037	-0.015	-0.030	-0.073	
o	-0.008	-0.019	-0.037	-0.015	o
	0.008	0.019	0.637	0.015	
o	0.008	0.004	0.008	0.019	o
	-0.008	-0.004	-0.008	-0.019	
o	0.002	-0.004	0.010	-0.004	o
	-0.002	0.004	0.010	0.004	
o	0.002	0.001	0.002	0.005	o
	-0.002	-0.001	-0.002	-0.005	
o	-0.001	-0.001	-0.003	0.001	o
جمع هر ستون	30	-30 -8.125	-1.875	0.75	-0.75

PaPCO منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

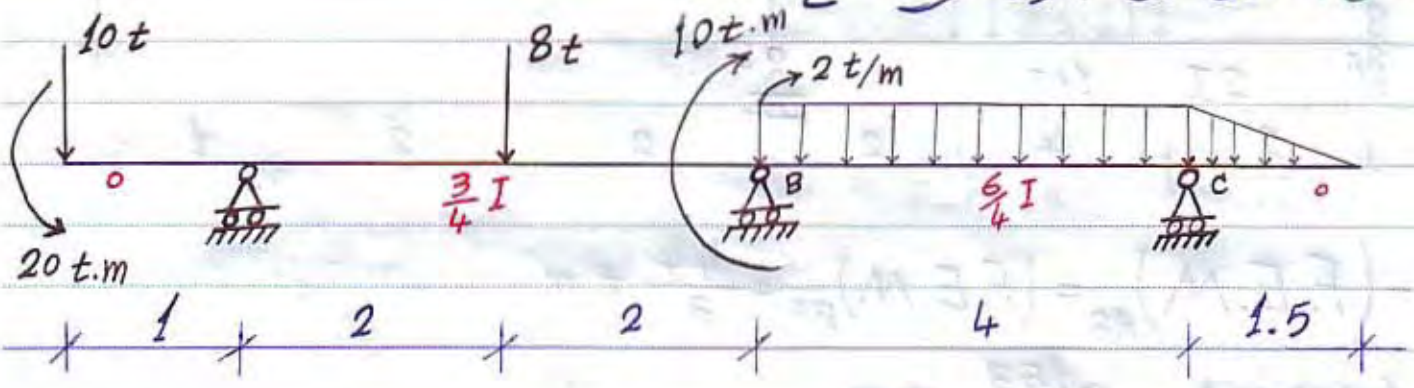
Subject:
Year. Month. Date. 22 / 1

www.civilbook.ir

روش پخش لنگر (هاردی - کراس) اصلاح شده:

اگر انتهای عضوی مفصلی باشد، برای انتهای مفصلی، پخش انجام نمی شود و بجای آن در انتهای دیگر $(F.E.M)'$ بکار رفته و سختی خمشی عضو در $\frac{3}{4}$ ضرب می شود.

مثال: مثال قبل با روش اصلاح شده:



$M_A = 30\ t.m$

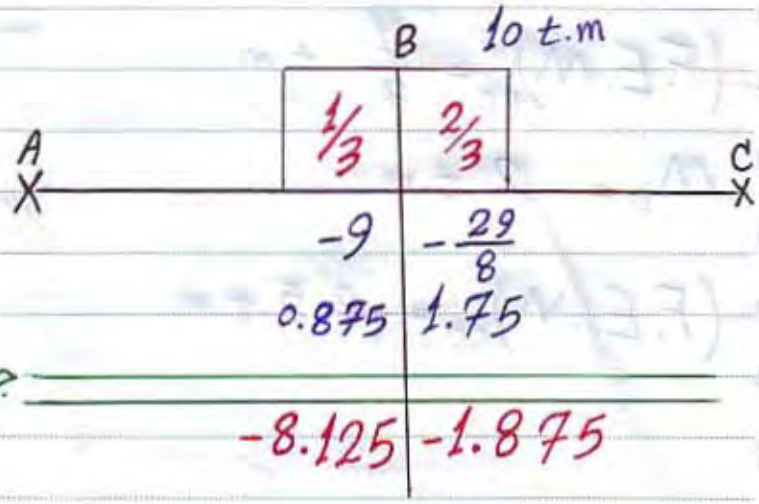
$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = 4\ t.m$

$-(F.E.M)_{BC} = (F.E.M)_{CB} = \frac{8}{3}\ t.m$

$M_C = -0.75\ t.m$

$(F.E.M)'_{BA} = -9\ t.m$

$(F.E.M)'_{BC} = \frac{-29}{8}\ t.m$



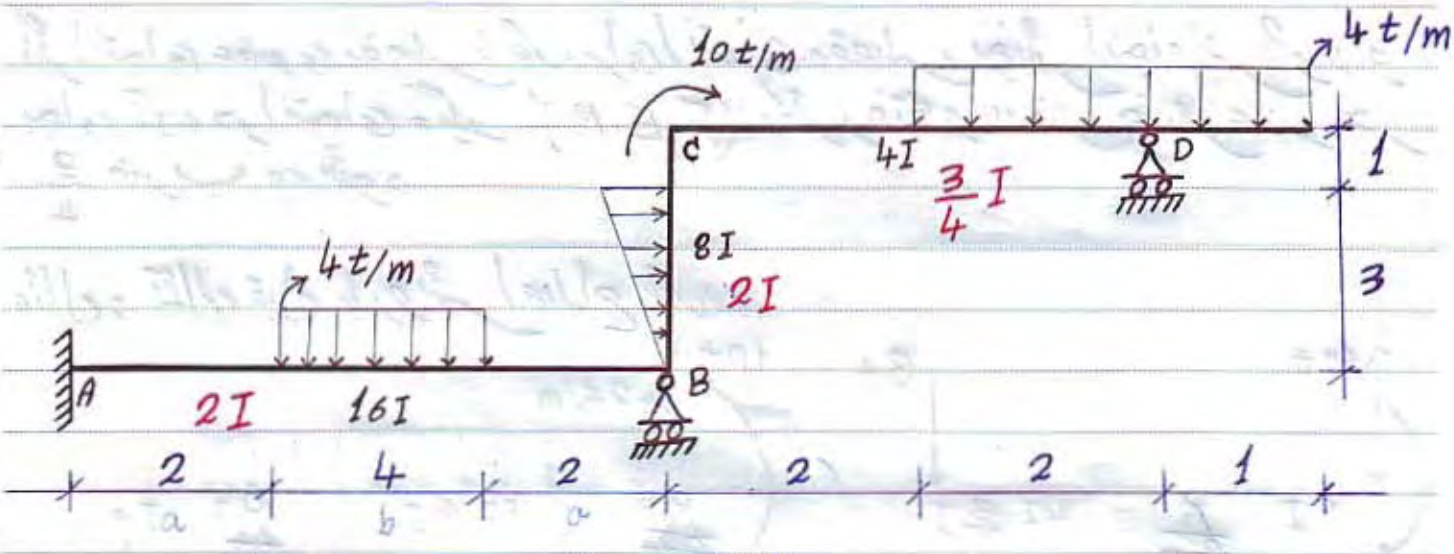
$$D_{BA} = \frac{\frac{3}{4}I}{\frac{3}{4}I + \frac{6}{4}I} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$D_{BC} = \frac{\frac{6}{4}I}{\frac{3}{4}I + \frac{6}{4}I} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

PaPCO منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را به روش هاردی-کراسس، تحلیل کنید.



$$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = \frac{44}{3}\ t.m \qquad -\frac{w}{L}(3L^2 - b^2)$$

$$(F.E.M)_{BC} = \frac{-153}{80}\ t.m$$

$$(F.E.M)_{CB} = \frac{81}{40}\ t.m$$

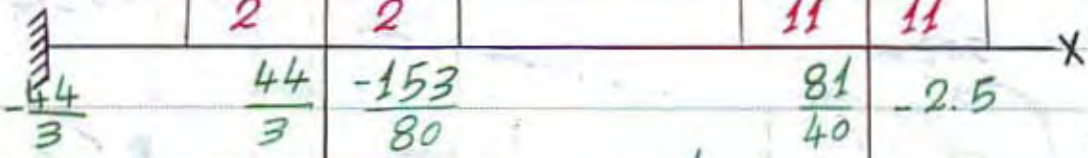
$$(F.E.M)_{CD} = \frac{-5}{3}\ t.m$$

$$(F.E.M)_{DC} = \frac{11}{3}\ t.m$$

$$M_D = -2\ t.m$$

$$(F.E.M)'_{CD} = -2.5\ t.m$$

www.civilbook.ir



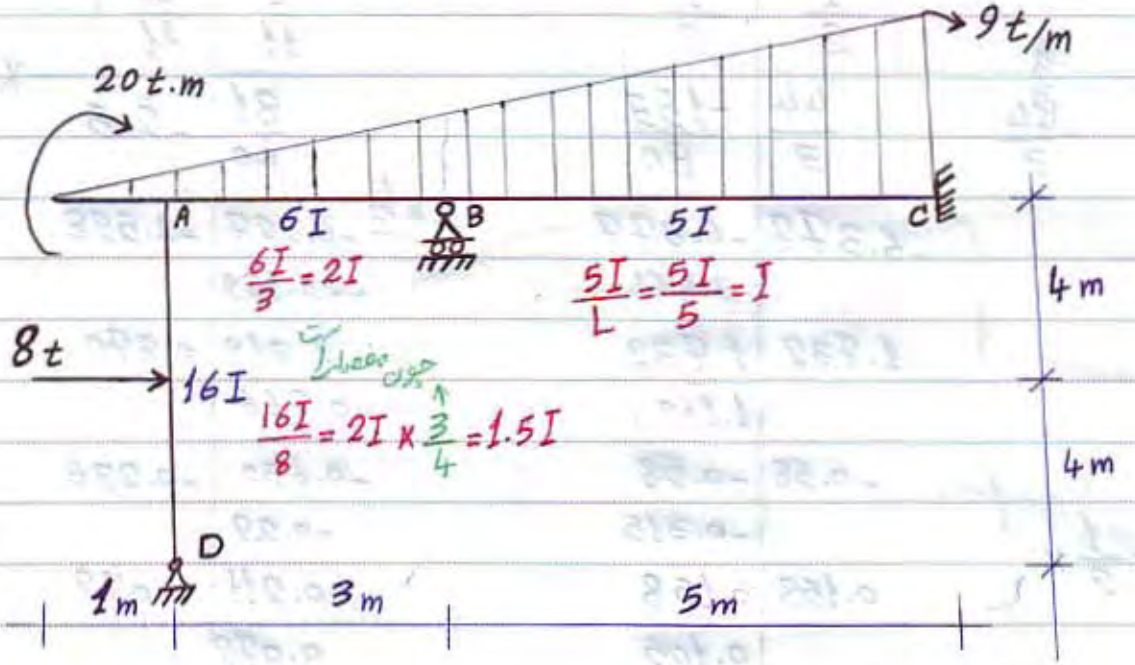
$-\frac{44}{3}$	$\frac{44}{3}$	$\frac{-153}{80}$	$\frac{81}{40}$	-2.5
	-6.377	-6.377	-6.927	-2.598
		-3.464	-3.189	
	1.732	1.732	2.319	0.870
		1.160	0.866	
	-0.58	-0.58	-0.630	-0.236
		-0.315	-0.29	
	0.158	0.158	0.211	0.079
		0.105	0.079	
	-0.053	-0.053	-0.057	-0.022
		-0.029	-0.027	
	0.015	0.015	0.02	0.007
		0.01	0.008	
	-0.005	-0.005	0.006	-0.002
		-0.003	-0.003	
جمع ستونها				
	-17.222	9.557	-9.559	-5.601	-4

$-2.555 = \frac{1}{2} X$

$-2.555 - \frac{44}{3} =$

Subject:
Year. Month. Date. ( ).
www.civilbook.ir

مثال: به روش پخش لنگر، لنگرهای انتهای اعضاء را بدست آورید:



$\varphi = 0$

$(F.E.M)_{AD} = -(F.E.M)_{DA} = \frac{8\times 8}{8} = 8\ t.m$ (M_D)

$(F.E.M)'_{AD} = 8 - \frac{1}{2}(-8+0) = 12\ t.m$

$M_A = -20 - \frac{1}{2}(1\times 1\times \frac{1}{3}) = -\frac{121}{6}\ t.m$

$(F.E.M)_{AB} = \frac{-1(3)^2}{12} - \frac{4.5(3)}{15} = -1.65\ t.m$

$(F.E.M)_{BA} = \frac{1\times 3^2}{12} + \frac{4.5\times 3}{10} = 2.1\ t.m$

Subject:
Year. Month. Date. 24

www.civilbook.ir

$$(F.E.M)_{BC} = \frac{-4\times5^2}{12} - \frac{12.5\times5}{15} = 12.5\ t.m$$

$$(F.E.M)_{CB} = \frac{4\times25}{12} + \frac{12.5\times5}{10} = \frac{100}{3}\ t.m$$

فرض: $I=2 \rightarrow I_{AB}+I_{AD}=۴+۳=۷$ $\quad I_{BA}+I_{BC}=4+2=6$ $\quad \frac{I_{BA}}{\xi I}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$\frac{I_{AD}}{\xi I}=\frac{3}{7}$ $\quad \frac{I_{AB}}{\xi I}=\frac{4}{7}$ $\quad -\frac{121}{6}\ t.m$ $\quad \frac{I_{BC}}{\xi I}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

D	X	A		B		C
		$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	
		12	-1.65	2.1	-12.5	$\frac{100}{3}$
		4.207	5.610	6.932	3.467	
			3.467	2.805		
		-1.486	-1.981	-1.870	-0.935	
			-0.935	-0.991		
		0.401	0.534	0.661	0.33	
			0.33	0.267		
		-0.141	-0.189	-0.178	-0.089	
			-0.89	-0.095		
		0.038	0.051	0.063	0.032	
			0.032	0.026		
		-0.014	-0.018	-0.017	-0.009	
			-0.009	-0.009		
		0.004	0.005	0.006	0.003	
			0.003	0.003		
+						
		15.009	5.161	9.704	-9.701	34.733
		M_{AD}	M_{AB}	M_{BA}	M_{BC}	M_C

$\frac{1}{2}$ (1/2 carry-over)

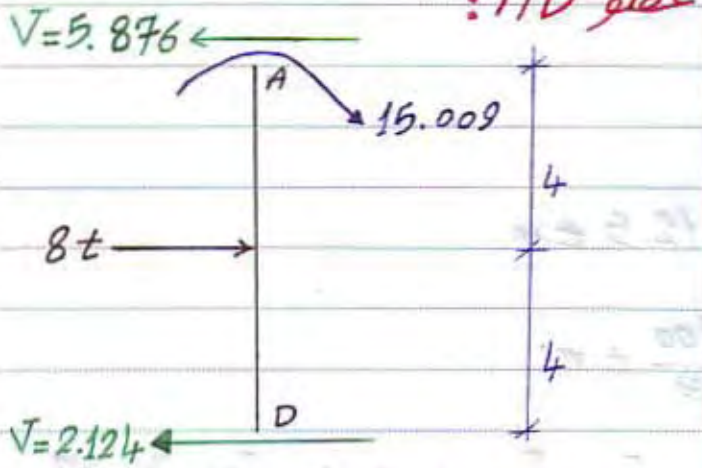
$\times\frac{1}{2}=1.4$

$1.4+\frac{100}{3}$

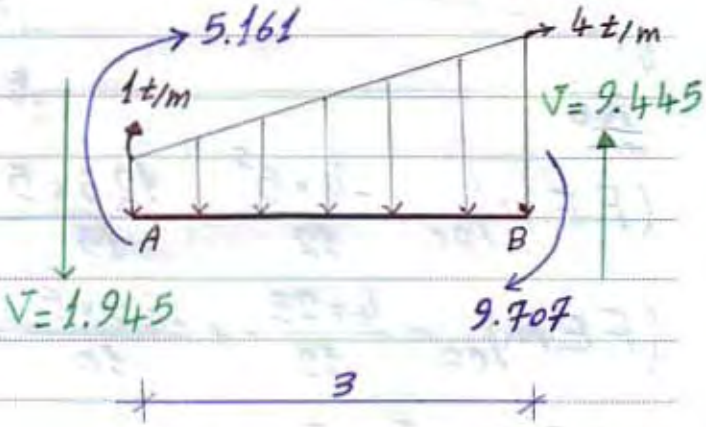
Subject:
Year. Month. Date. ( ).

www.civilbook.ir

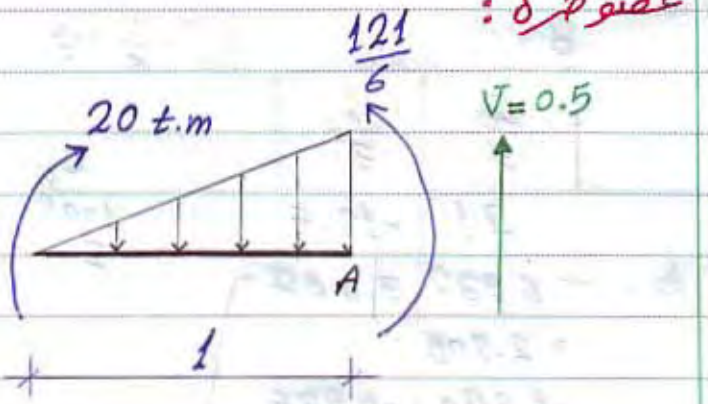
عضو AD :



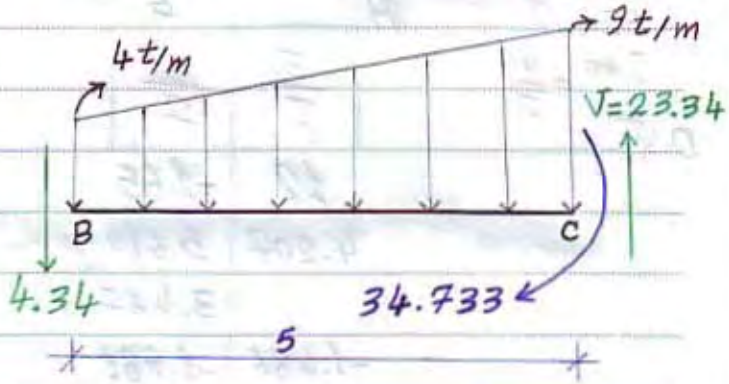
عضو AB :

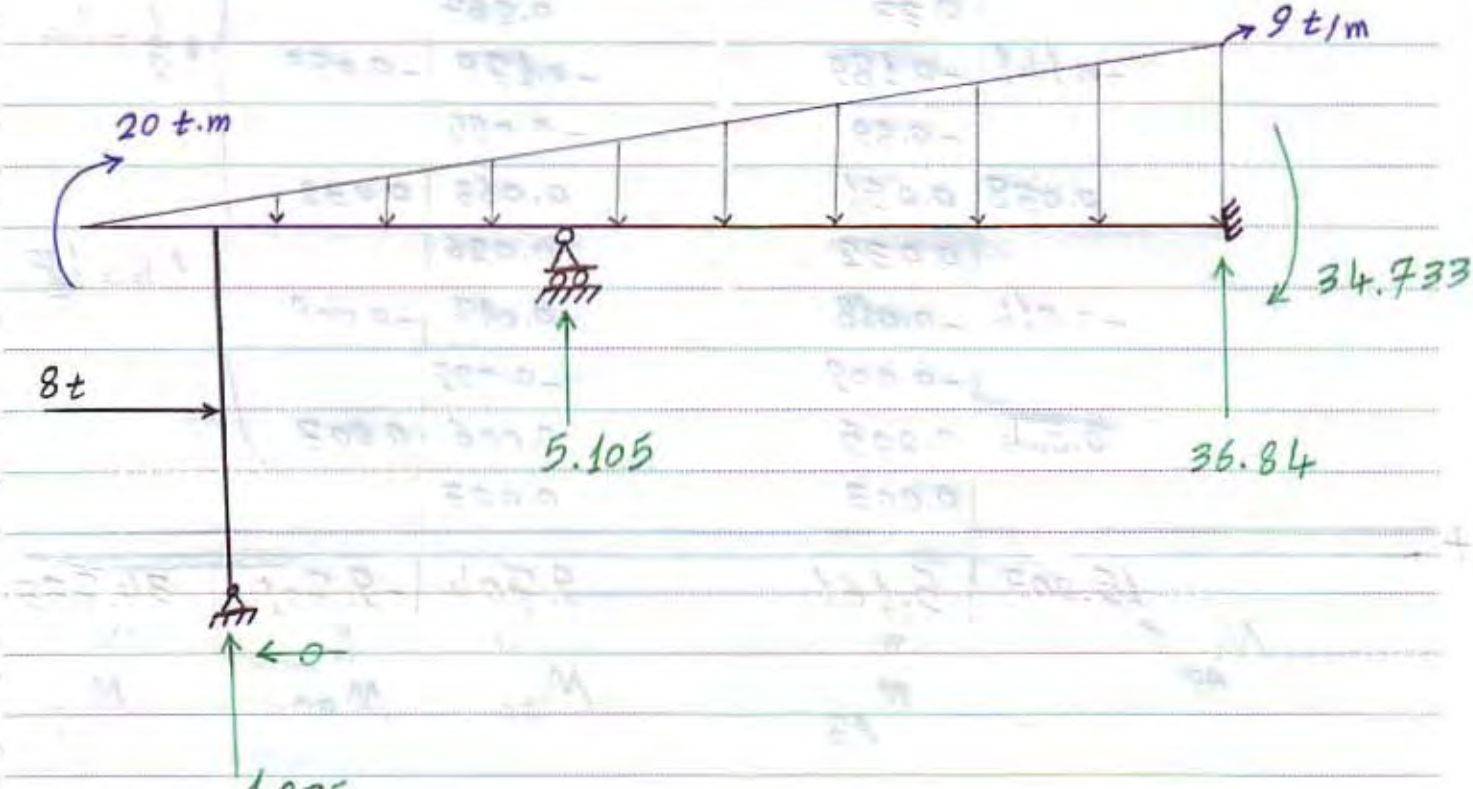


عضو ED :



عضو BC :





www.civilbook.ir

روش گام به گام ترسیم نمودار نیروی برشی:

تعریف نقاط بحرانی:
نقاط (optimom (max, min و نقاط عطف هستند که عبارتند از:

1- محل تکیه گاه
2- انتهای آزاد عضو
3- محل بار متمرکز
4- محل مفصل داخلی
5- محل تغییر شدت بار

گام 1- از نقاط بحرانی خط چین عمود بر محور طولی عضو رسم می کنیم.

گام 2- در اولین نقطهٔ بحرانی در صورت وجود بار متمرکز متناسب با بار و در جهت بار حرکت می کنیم

گام 3- $q=\frac{-dv}{dx} \rightarrow dv=-q\,dx \rightarrow V=\int(-q)\,dx+V_0$
نیروی برشی در نقطهٔ بحرانی بعدی را از رابطهٔ زیر محاسبه می کنیم:

نیروی برشی در نقطهٔ بحرانی بعدی = نیروی برشی در نقطهٔ بحرانی قبل + (مساحت زیر بار گسترده) -

گام 4- دو نقطهٔ حاصله در دو نقطهٔ بحرانی متوالی را با یکی از روشهای زیر بهم وصل می کنیم:

1) اگر $q=0$ → بار نداریم → با خط موازی محور عضو بهم وصل می کنیم

2) اگر $q=cte$ → بار گستردهٔ یکنواخت → با خط راست مورب

3) اگر $q=$ متغیر → بار گستردهٔ غیر یکنواخت → با همی درجه 2

گام 5- بهمین ترتیب آنقدر نقاط بحرانی را ادامه می دهیم تا به نقطهٔ بحرانی آخر برسیم.

در صورت وجود بار متمرکز در نقطهٔ بحرانی آخر، در جهت بار و متناسب با بار حرکت می کنیم، در هر حالت نیروی برشی در نقطهٔ بحرانی آخر باید صفر شود.

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

روش گام به گام ترسیم نمودار لنگر خمشی:

تعریف نقاط بحرانی:
علاوه بر نقاط بحرانی نمودار نیروی برشی، محلی که نیروی برشی مساوی صفر است نیز، یک نقطه بحرانی محسوب می‌شود، سپس از آن نقطه هم خط چینی رسم می‌کنیم

گام 1- از اولین نقطه بحرانی شروع کرده، در صورت وجود لنگر متمرکز، متناسب با لنگر حرکت می‌کنیم

گام 2- $V=\frac{dM}{dx} \rightarrow dM = V.dx \rightarrow M = \int V dx + M_0$

مقدار لنگر خمشی در نقطه بحرانی بعدی از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

لنگر خمشی در نقطه بحرانی قبلی + مساحت زیر نمودار نیروی برشی = لنگر خمشی در نقطه بحرانی بعدی

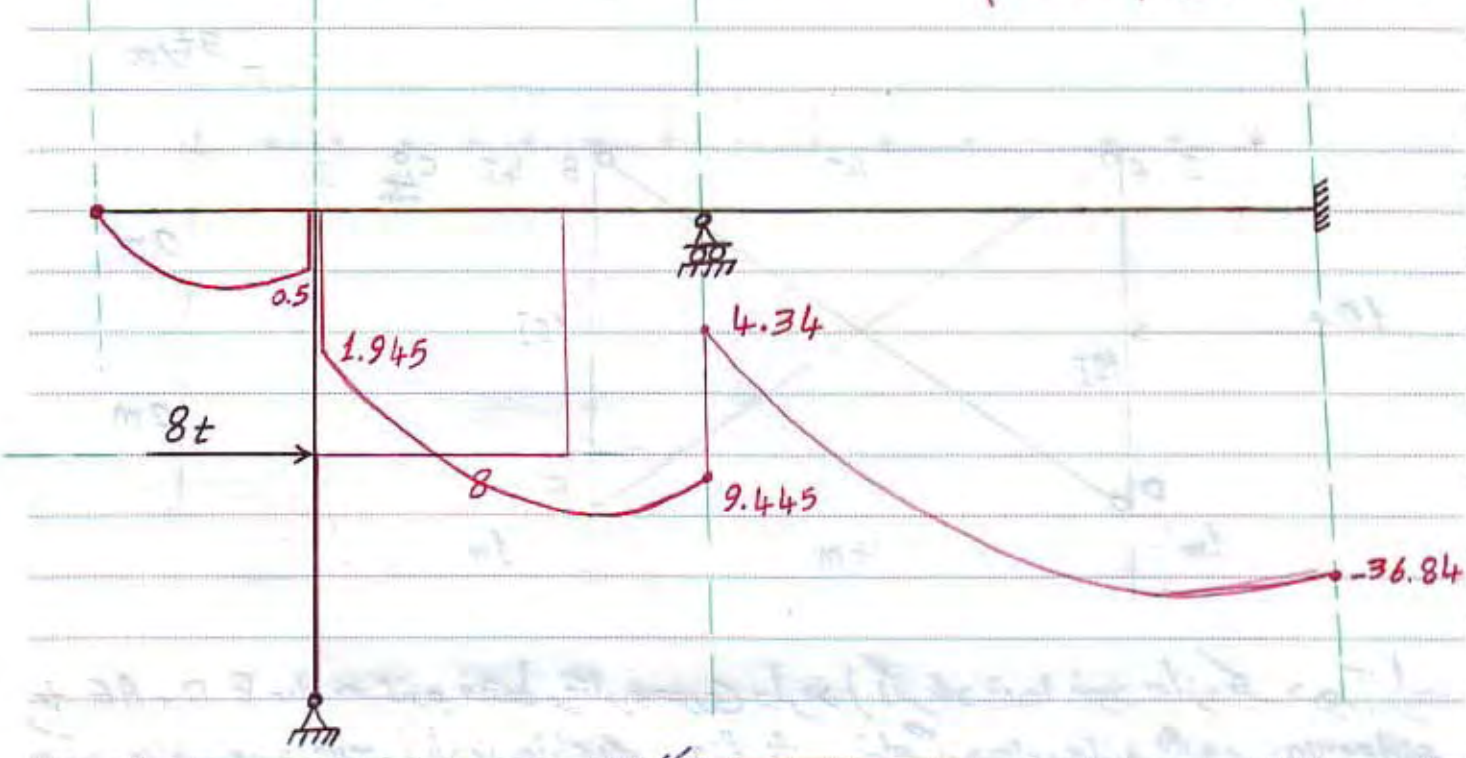
گام 3- دو نقطه حاصله در دو نقطه بحرانی متوالی را با توجه به ضوابط زیر بهم وصل می‌کنیم:

1. اگر $V=0$ → دو نقطه متوالی با یک خط موازی محور طولی عضو بهم وصل می‌شوند
2. اگر $V=Cte$ → با یک خط راست
3. اگر $V=$ خط → با یک همدرجه 2
4. اگر $V=2$ همدرجه → با یک همدرجه 3

گام 4: بهمین ترتیب نقطه به نقطه پیش می‌رویم تا به نقطه بحرانی آخر برسیم، در این نقطه در صورت وجود لنگر متمرکز، متناسب با لنگر و در جهت آن پیش می‌رویم، بدیهی است مقدار لنگر در این نقطه باید صفر شود.

www.civilbook.ir

ادامه مثال (رسم نمودار):

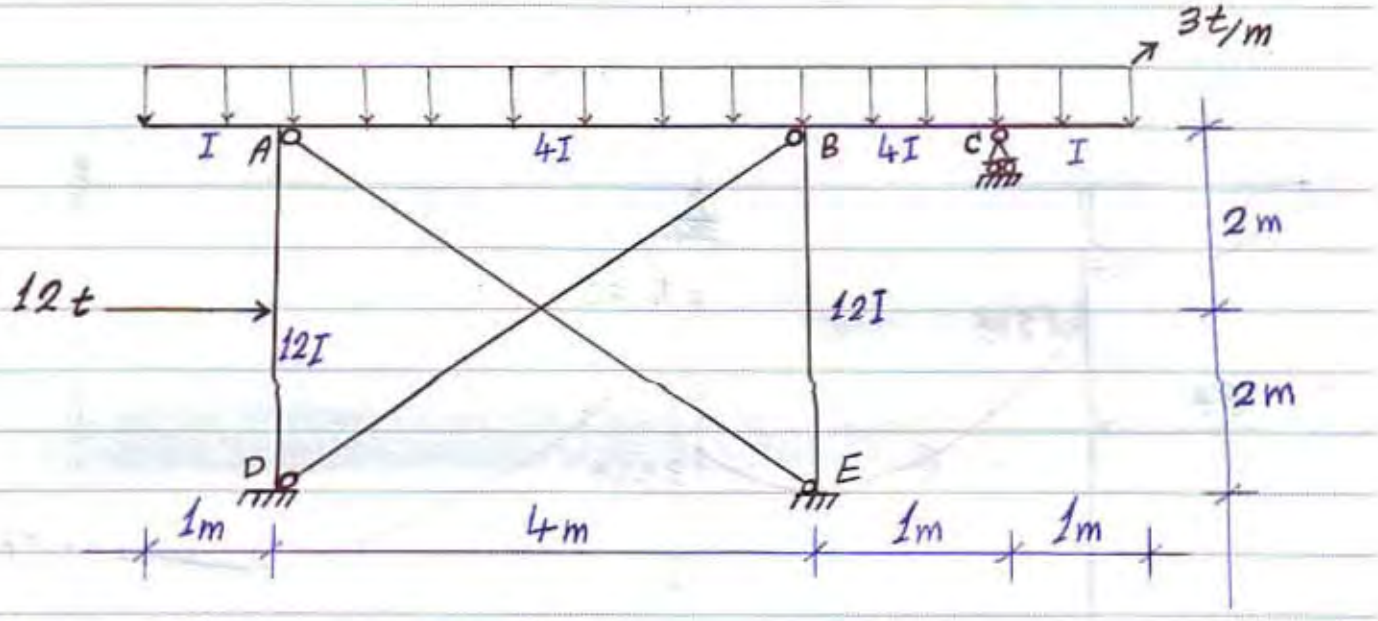


تبصره: برای تشخیص تحدب یا تقعر، به شیب بارگسترده خط توجه می‌کنیم:

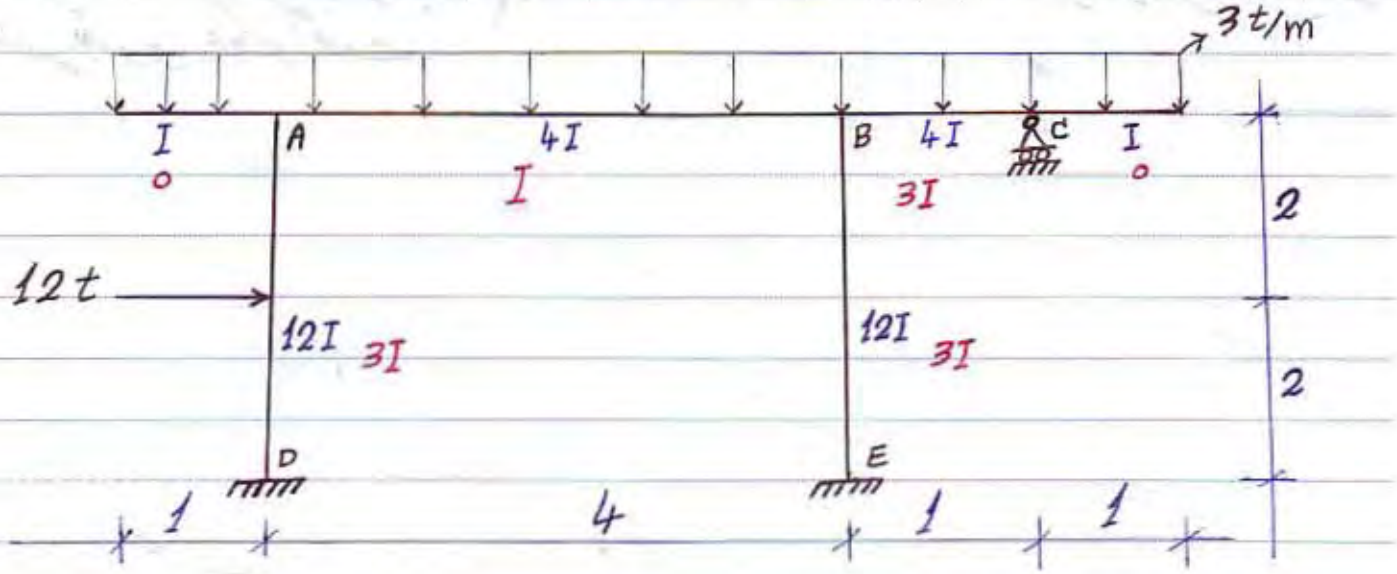
* اگر شیب بار افزاینده (مثبت) باشد، تحدب بسمت عضو خواهد بود و اگر منفی باشد، تقعر بسوی عضو است.

Subject:
Year. Month. Date. ( ).
www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را به روش لنگر تحلیل کنید.



★ AE و BD میله هستند و فقط رفتار محوری دارند (اگر بادبندها نبود سازه یک درجه آزادی حرکت جانبی داشت) بادبندها باعث fix شدن تمام گره‌های سازه شده و sidesway سازه را از بین می‌برند. بنابراین چنین سازه‌ای را برای سازهٔ مشابه بدون بادبند و بدون sidesway تحلیل می‌کنیم (بادبندها را در نظر نمی‌گیریم):



فرض کردیم: $\varphi = 0$ همه $M_A = +3\ t.m$

$$-(F.E.M)_{DA} = (F.E.M)_{AD} = 6\ t.m$$

$$(F.E.M)_{BE} = (F.E.M)_{EB} = 0\ t.m$$

PqPCO منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

www.civilbook.ir

$$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = \frac{3 \times 4^2}{12} = 4 \ t.m$$

$$-(F.E.M)_{BC} = (F.E.M)_{BC} = \frac{3 \times 1^2}{12} = 0.25 \ t.m$$

$$(F.E.M)'_{BC} = 0.25 - \frac{1}{2}(0.25 - 3) = 1.125 \ t.m$$

$$M_C = -3 \ t.m$$

فرض: $I = 1$ $\quad I_{AD} + I_{AB} = 4$

$\frac{I_{AD}}{\Sigma I} = \frac{3}{4}$ $\quad \frac{I_{AB}}{\Sigma I} = \frac{1}{4}$

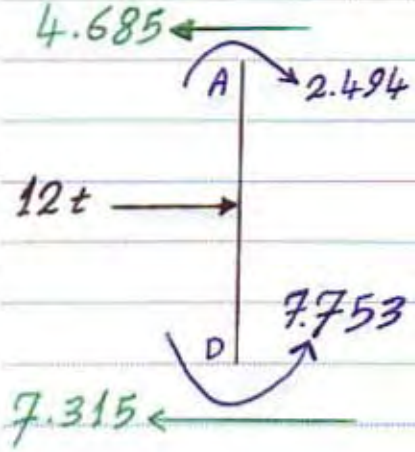
3 t.m

D	A		B			X
	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	
-6	6	-4	+4	0	1.125	
	-3.750	-1.250	-0.732	-2.196	-2.196	
		-0.366	-0.625			
	0.275	0.092	0.089	0.0268	0.0268	
-1.753 = $\frac{1}{2}$ ×		0.045	0.046		× $\frac{1}{2}$ = -0.973	
	-0.034	-0.011	-0.007	-0.020	-0.020	
		-0.004	-0.006			
	0.003	0.001	0.001	0.003	0.003	
		0.001	0.001			
-7.753	2.494	-5.492	2.767	-1.946	-0.720	
= M_{DA}	= M_{AD}	= M_{AB}	= M_{BA}	= M_{BE}		
				-0.973		
				= M_{EB}		E

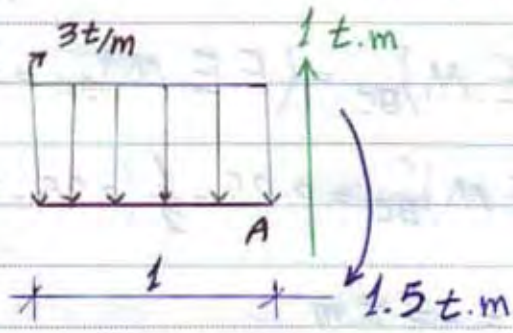
Subject:
Year. Month. Date. ( )

www.civilbook.ir

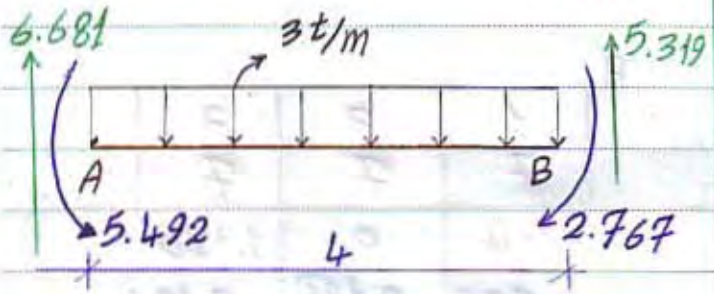
عضو AB :



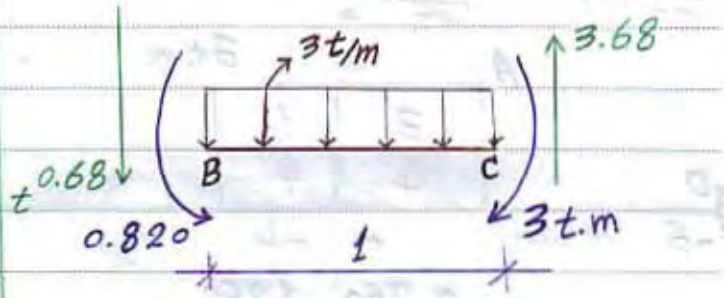
عضو A :



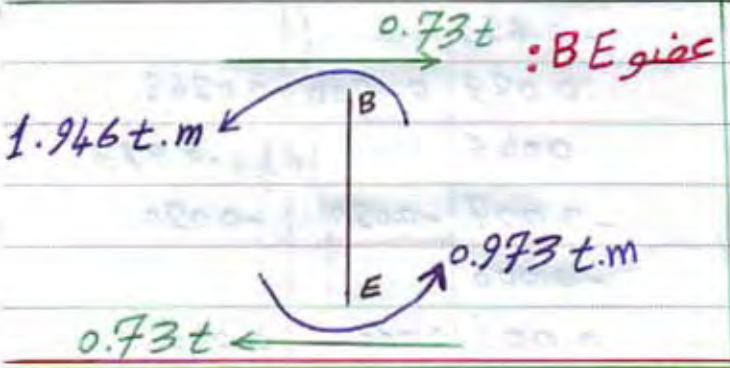
عضو AB :



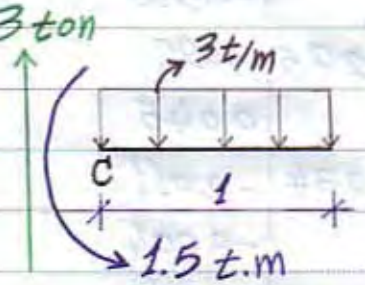
عضو BC :

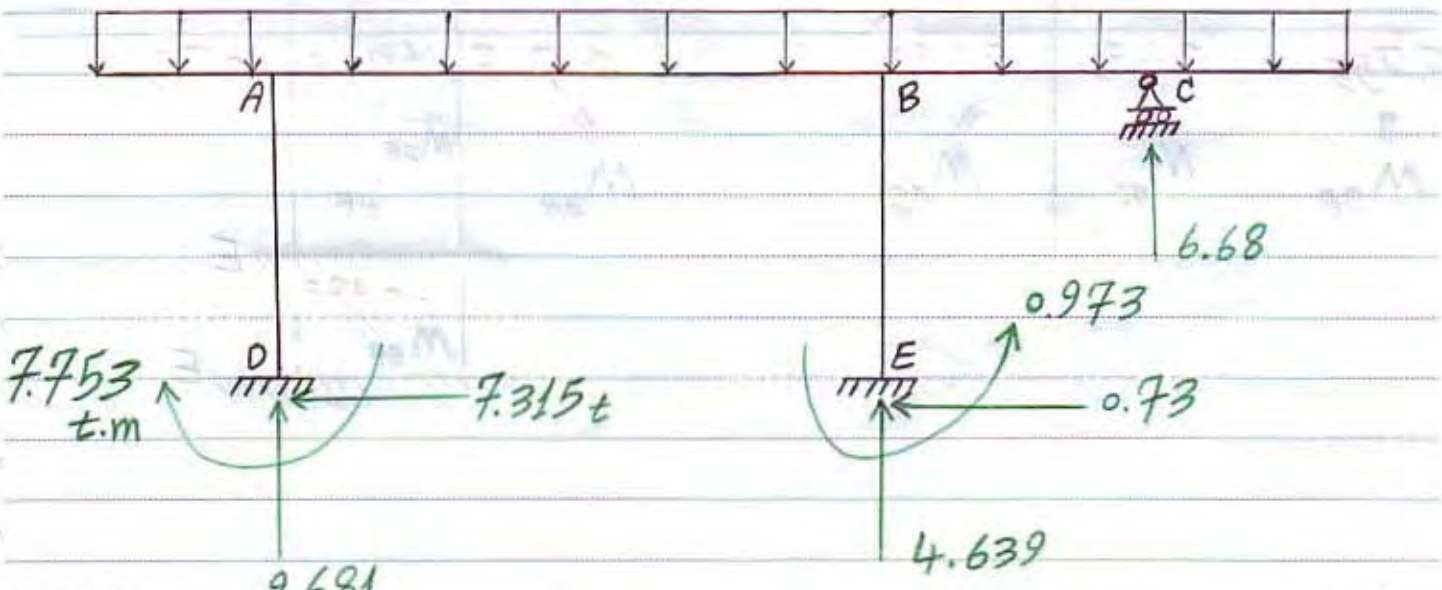


عضو BE :



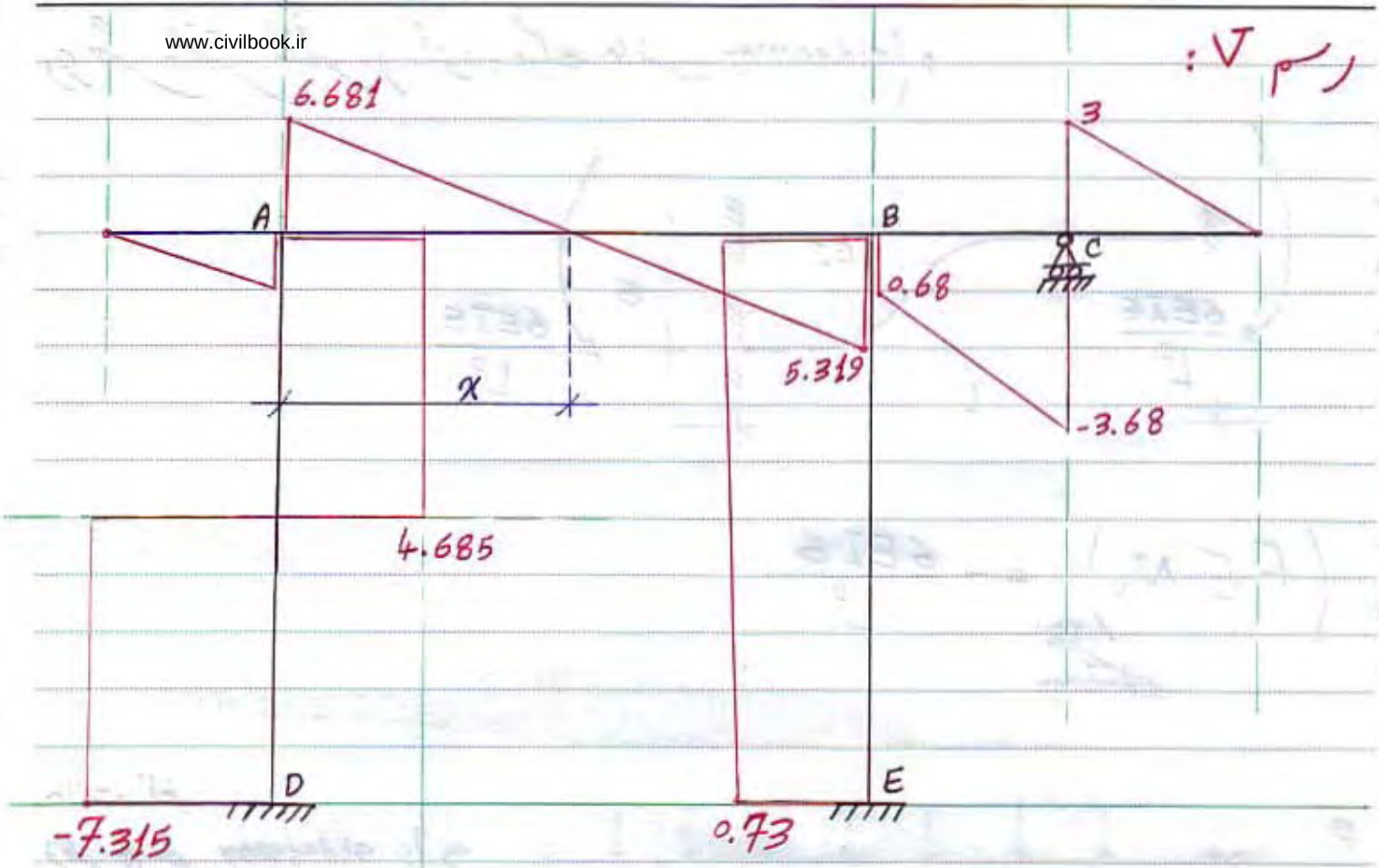
عضو C :





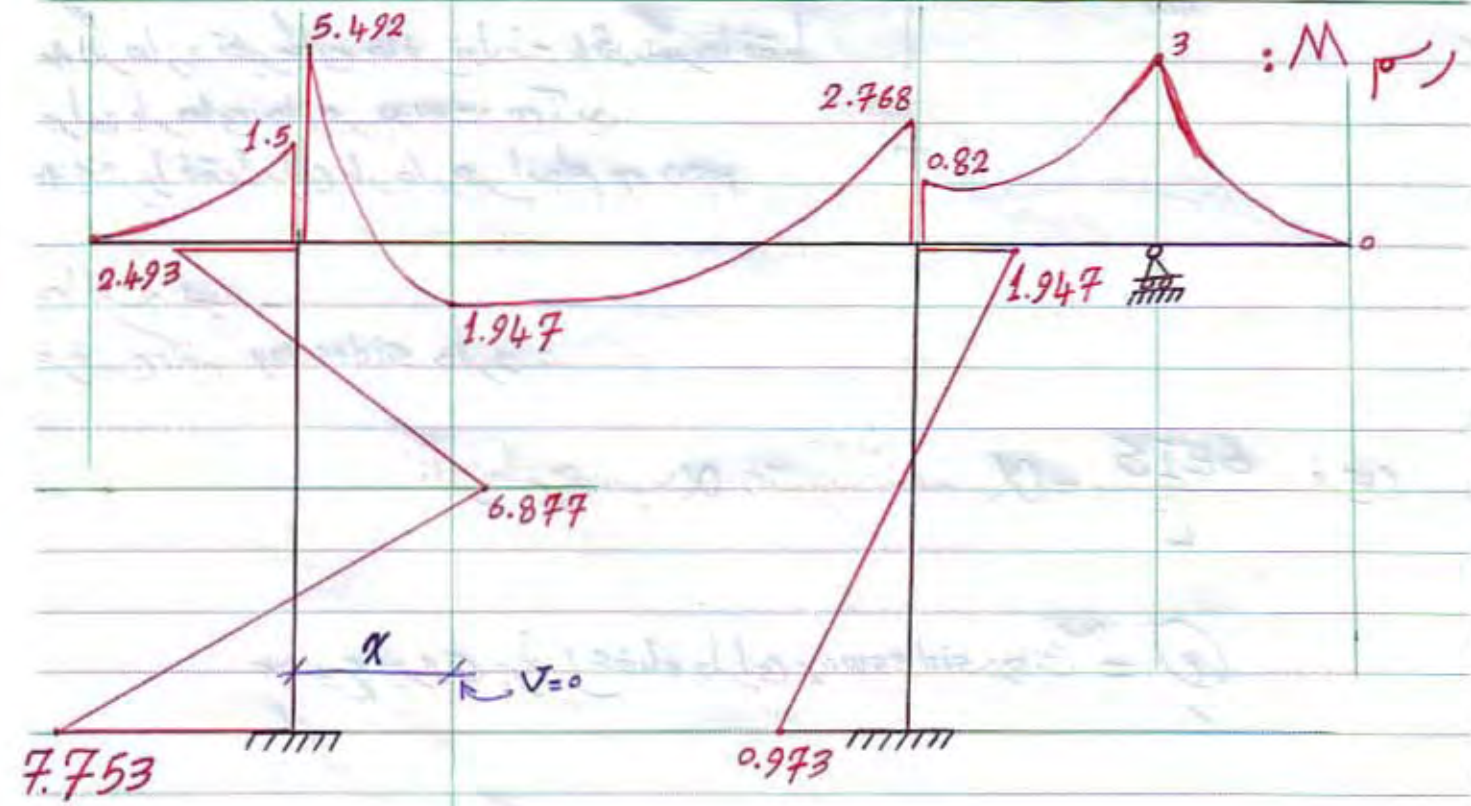
www.civilbook.ir

: V رسم



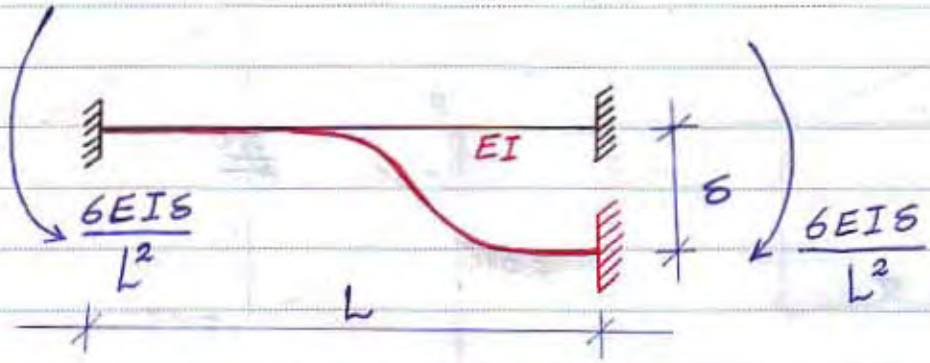
$$\frac{6.681}{x} = \frac{5.319}{4-x} \rightarrow 12x = 26.724 \rightarrow x = 2.227$$

: M رسم



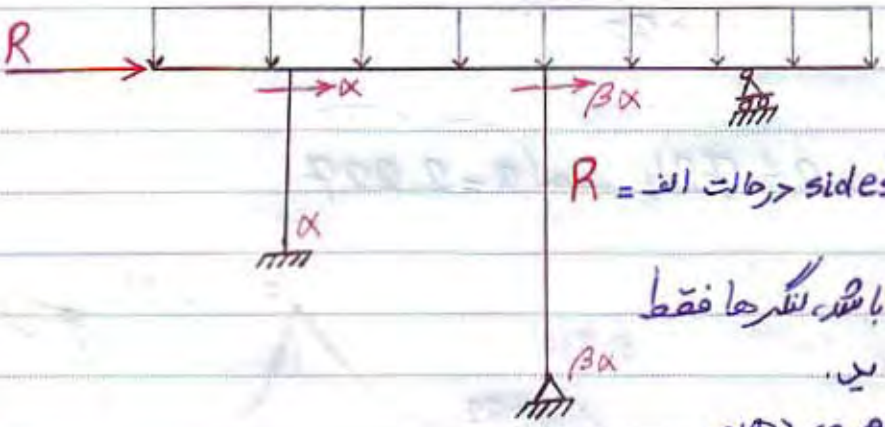
Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

روش پخش لنگر (سازه با حرکت جانبی sidesway):



$$(F.E.M)_{\text{ناشی از sidesway}} = -\frac{6EI\delta}{L^2}$$

حالت الف -



فرض می کنیم sidesway ندارد:

★ جمع نیروی برش اعضای دارای sidesway در حالت الف = R

★ اگر سازه تغییرمکان جانبی نداشته باشد، لنگرها فقط برای بارهای خارجی بدست می آید.

★ پخش را فقط برای بار خارجی انجام می دهیم.

حالت ب -

فرض می کنیم sidesway دارد:

فرض: $\frac{6EI\delta}{L^2} = \alpha$ → لنگرها بر حسب α بدست می آیند

مجموع نیروی برش اعضاء دارای sidesway در حالت (ب) = Q

www.civilbook.ir

حالت کلی:

حالت کلی = حالت الف + حالت ب

$$0 = R + k\varphi$$

k - در یک ضریب، ضرب می کنیم تا مجموع صفر شود.

$$k = \frac{-R}{\varphi}$$

جواب حالت کلی = جواب حالت الف + k (جواب حالت ب)

★ در سازه‌ای که دارای حرکت جانبی است، لنگر انتهای اعضا، تابع دو عامل بار خارجی و sidesway است با قانون جمع اثر قوا، اثر این دو عامل را از هم جدا می کنیم بدین ترتیب که در حالت (الف) اثر sidesway را کنار گذاشته، سازه را برای بار خارجی بدون حرکت جانبی تحلیل می کنیم. سپس مجموع نیروی برشی اعضای دارای sidesway را (R) حساب می کنیم.

★ در حالت (ب) بار خارجی را کنار گذاشته و سازه را برای لنگر ناشی از sidesway $\left(\frac{-6EI\delta}{L^2}\right)$ تحلیل می کنیم. از آنجا که مقدار δ مجهول است مقدار $\frac{6EI\delta}{L^2}$ را برابر یک مقدار فرضی گرفته و پخش را برای آن انجام می دهیم، سپس مجموع نیروی برشی اعضای دارای sidesway در این حالت (φ) را بدست می آوریم.

از آنجا که طبق اصل جمع اثر قوا جواب کلی مساوی جواب (الف) بعلاوهٔ جواب (ب) می باشد، و در حالت کلی برای حفظ تعادل مجموع نیروهای برشی اعضاء دارای sidesway باید صفر شود. $(R+\varphi)$ می بایست صفر شود. اگر صفر نشود مقدار فرضی $\frac{6EI\delta}{L^2}$ در حالت (ب) غلط بوده و می بایست بنحوی اصلاح شود که $(R+k\varphi)$ مساوی صفر شود بنابراین مقدار k از رابطهٔ زیر بدست می آید:

$$k = \frac{-R}{\varphi}$$

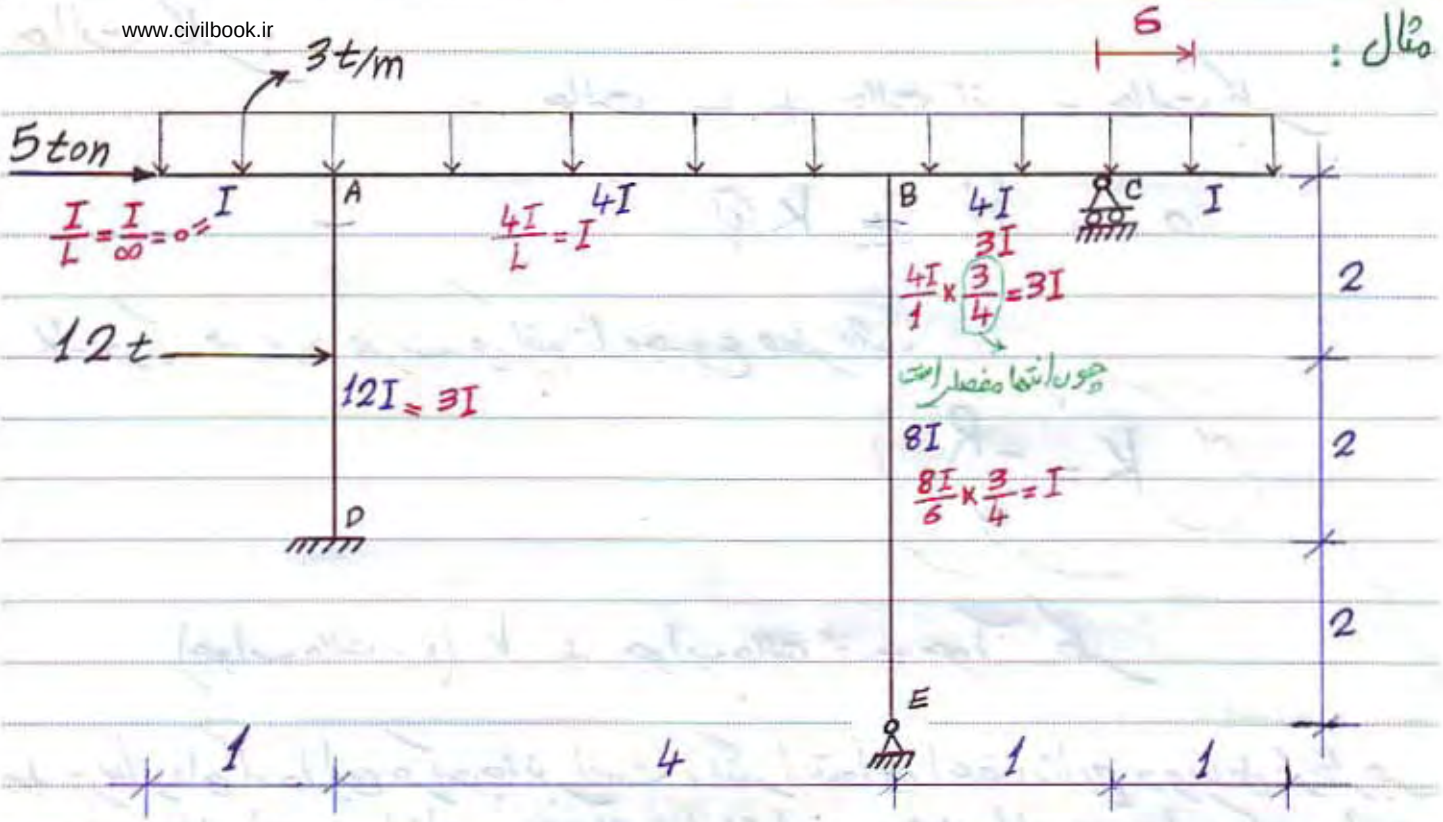
تبصره: در صورتی که R و φ مختلف العلام باشند، k مثبت و در غیر اینصورت k منفی است.

بنابراین داریم:

جواب حالت کلی = جواب حالت الف + k (جواب حالت ب)

www.civilbook.ir

مثال :



* سازه یک درجه آزادی sidesway دارد.

$$\varphi_{AD} = \varphi_{DA} = \frac{\delta}{L} = \frac{\delta}{4}$$

$$\varphi_{EB} = \varphi_{BE} = \frac{\delta}{L} = \frac{\delta}{6}$$

$$M_A = +1.5$$

$$M_C = -1.5$$

$$-(F.E.M)_{DA} = (F.E.M)_{AD} = 6\ t.m$$

$$(F.E.M)'_{BE} = 0$$

$$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = 4\ t.m$$

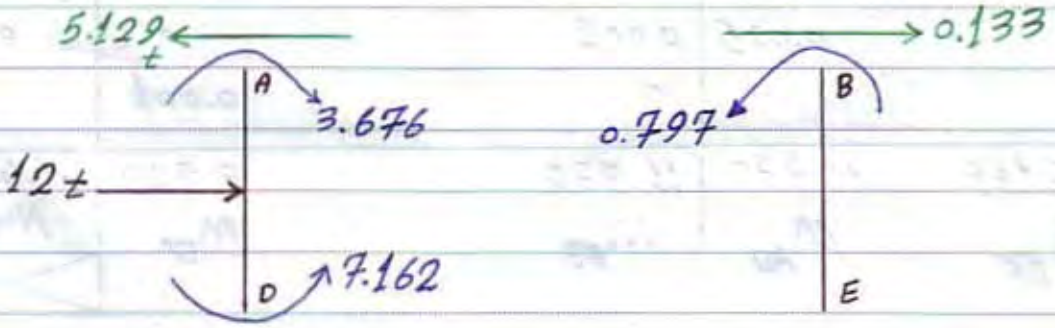
$$(F.E.M)'_{BC} = -0.25 - \frac{1}{2}(0.25 - 1.5) = 0.375\ t.m$$

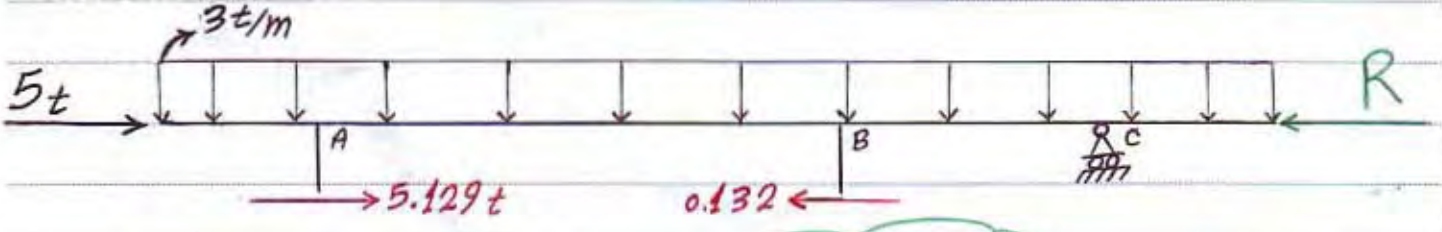
www.civilbook.ir

حالت (الف):

	A			B			
		1.5 t.m					
	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	
D	-6	6	-4	4	0	0.375	Xc
		-2.625	-0.875	-0.875	-0.875	-2.625	
+			-0.438	-0.438			
$-1.162=\frac{1}{2}\times$		0.329	0.110	0.088	0.088	0.263	
			0.44	0.055			
		-0.033	-0.011	-0.011	-0.011	-0.033	
			-0.006	-0.006			
		0.005	0.002	0.001	0.001	0.004	
			0.001	0.001			
	-7.162	3.676	-5.173	2.815	-0.797	-2.016	
	M_{DA}	M_{AD}	M_{AB}	M_{BA}	M_{BE}	M_{BC}	
							E

★ اعضایی که sidesway دارند (ستونها) را برشی می زنیم:





$R = 5 + 5.129 - 0.132 \rightarrow R = 9.997\ t$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

www.divilbook.ir

حالت (ب):

$$(F.E.M)_{AB}=(F.E.M)_{BA}=(F.E.M)'_{BC}=0$$

$$(F.E.M)_{AD}=(F.E.M)_{DA}=\frac{-6E(12I)\delta}{4^2}=-4.5EI\delta \xrightarrow{EI\delta=10\ \text{فرض با}} -45$$

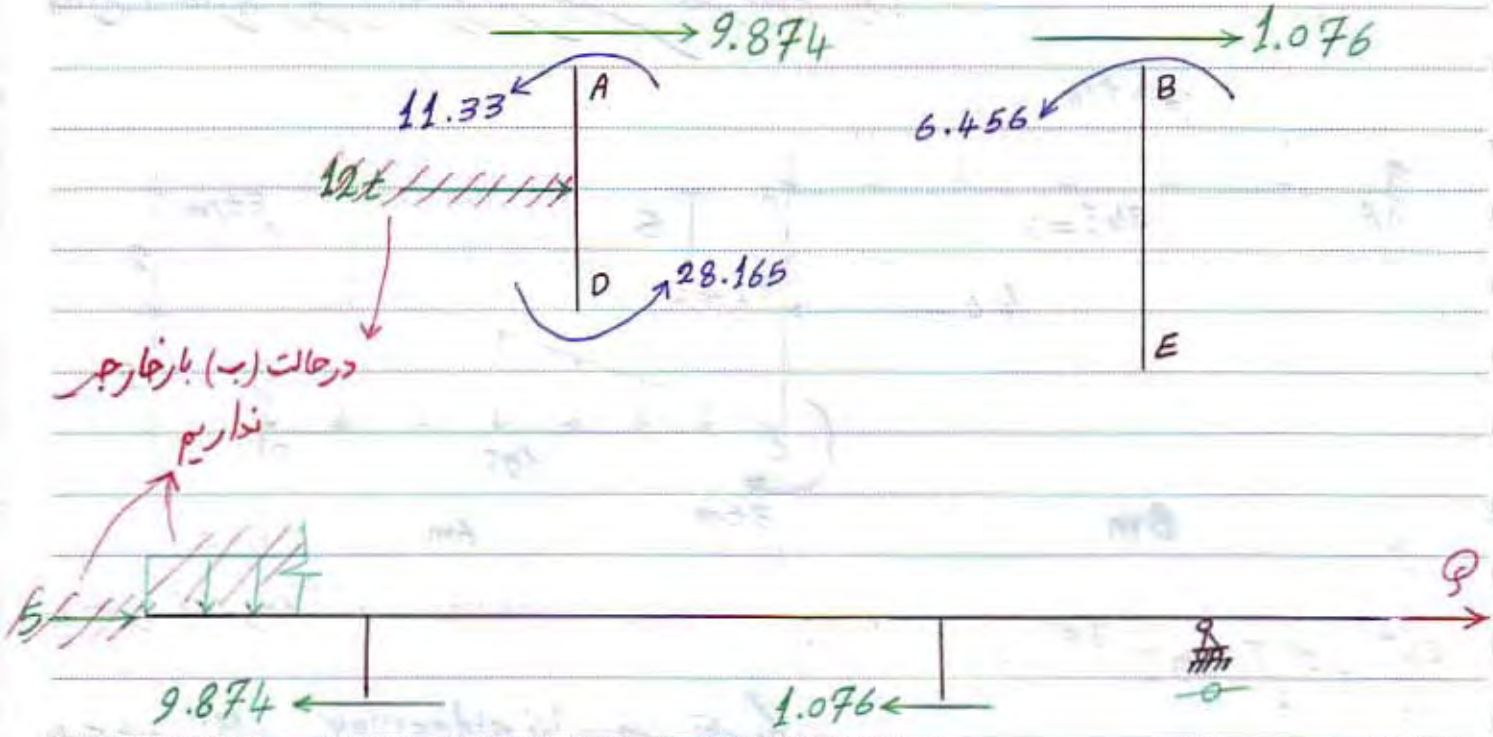
$$(F.E.M)_{EB}=(F.E.M)_{BE}=\frac{-6E(8I)\delta}{6^2}=\frac{-4}{3}EI\delta \longrightarrow \frac{-40}{3}$$

$$(F.E.M)'_{BE}=-\frac{4}{3}EI\delta-\frac{1}{2}\left(-\frac{4}{3}EI\delta+0\right)=-\frac{2}{3}EI\delta \longrightarrow \frac{-20}{3}$$

D	A		B			
	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	XC
-45	-45	0	0	$-\frac{20}{3}$	0	
	33.75	11.25	1.333	1.333	4	
		0.667	5.625			
+	-0.5	-0.167	-1.125	-1.125	-3.375	
		-0.563	-0.084			
$16.835=\frac{1}{2}$ K	0.422	0.141	0.017	0.017	0.005	
		0.009	0.07			
	-0.007	-0.002	0.014	0.014	0.043	
		-0.007	-0.001			
	0.005	0.002	0	0	0.001	
		0	0.001			
-28.165	-11.330	11.330	5.823	-6.456	0.633	
M_{DA}	M_{AD}	M_{AB}	M_{BA}	M_{BE}	M_{BC}	
				E		

P4PCO منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

www.civilbook.ir



$\overrightarrow{Q} = 10.95$

$\overleftarrow{R} = 9.997$

$\rightarrow k = \frac{-R}{Q} = \frac{-(-9.997)}{10.95} \rightarrow k = 0.913$

جواب کلی = جواب حالت الف + k (جواب حالت ب)

$M_{DA} = -7.162 + 0.913(-28.165) = -32.877\ t.m$

$M_{AD} = 3.676 + 0.913(-11.33) = -6.668\ t.m$

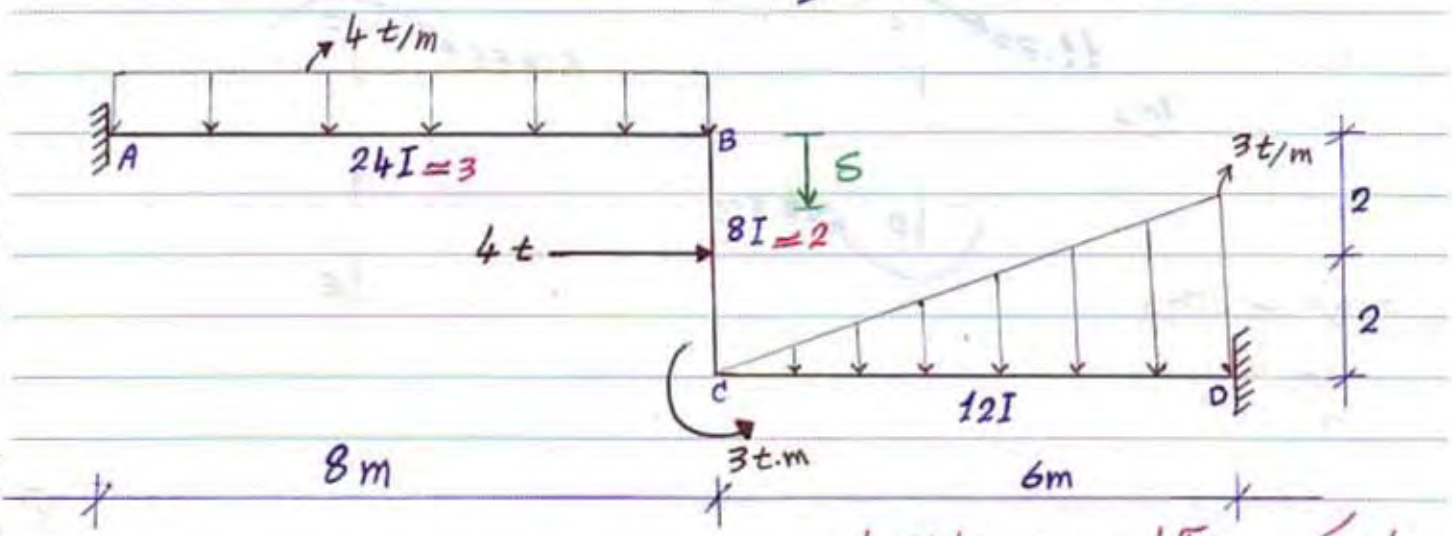
$M_{AB} = -5.373 + 0.913(11.33) = 4.971\ t.m$

★ روشی بخش لنگر برای سازه بدون حرکت جانبی خوب می باشد.

★ روشی کاربرد برای سازه با حرکت جانبی مناسب می باشد.

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را به روش پخش لنگر تحلیل کنید:



★ سازه یک درجه آزادی sidesway دارد.

$\frac{24I}{L} = \frac{24I}{8} = 3I \overset{I=1}{=\!=} 3$

★ عضو BC، sidesway ندارد، چون تغییر مکان باید عمود بر محور طولی باشد، بنابراین δ مربوط به دو عضو AB و BC می باشد.

$\frac{8I}{L} = \frac{8I}{4} = 2I \simeq 2$

$\frac{12I}{L} = \frac{12I}{6} = 2I \simeq 2$

$\varphi_{AB} = \frac{\delta_B - \delta_A}{L} = \frac{\delta - 0}{8} = \frac{\delta}{8} \rightarrow \varphi_{AB} = \frac{+\delta}{8}$

★ چون چرخش سازه در جهت عقربه‌های ساعت است پس مثبت می باشد.

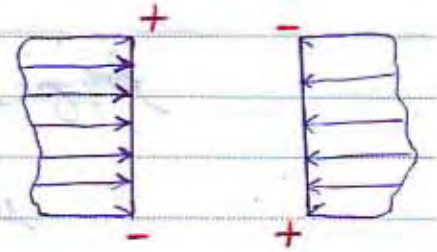
$\varphi_{BC} = \varphi_{CB} = 0$

$\varphi_{CD} = \varphi_{DC} = \frac{\delta_D - \delta_C}{L} = \frac{0 - \delta}{6} \rightarrow \varphi_{CD} = \varphi_{DC} = \frac{-\delta}{6}$

★ چون چرخش سازه در جهت خلاف عقربه های ساعت است پس منفی می باشد.

$-(F.E.M)_{BA} = (F.E.M)_{BA} = \frac{WL}{12} = \frac{32 \times 8}{12} = \frac{64}{3}\ t.m$

$-(F.E.M)_{CB} = (F.E.M)_{BC} = \frac{PL}{8} = \frac{4 \times 4}{8} = 2\ t.m$



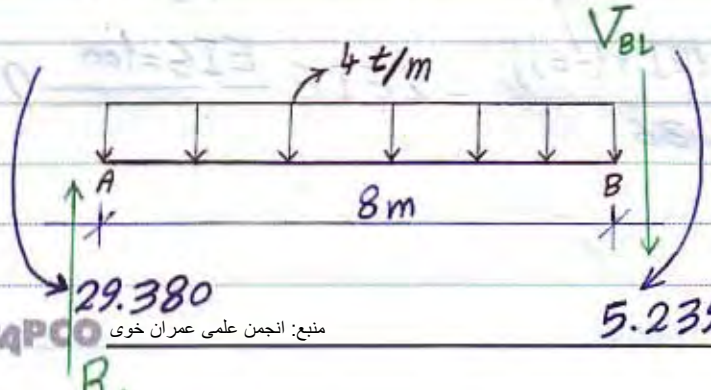
www.civilbook.ir

$$(F.E.M)_{CD} = \frac{WL}{15} = \frac{-9 \times 6}{15} = -3.6 \ t.m$$

$$(F.E.M)_{DC} = \frac{WL}{10} = \frac{9 \times 6}{10} = 5.4 \ t.m$$

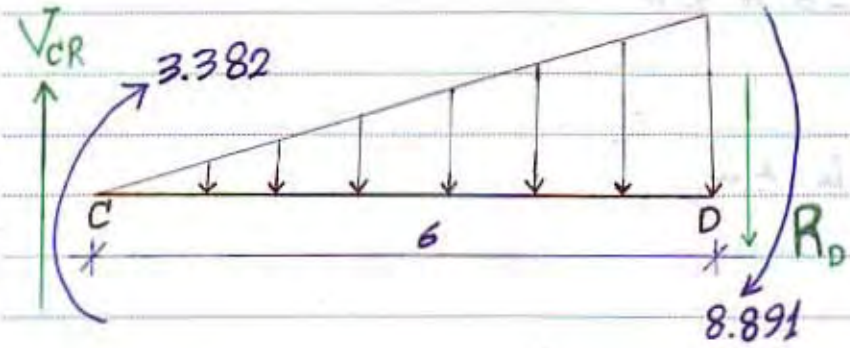
الف):

	A		B		C		D
		$\frac{3}{5}=0.6$	$\frac{2}{5}=0.4$	$\frac{1}{2}=0.5$	$\frac{1}{2}=0.5$		
	$-\frac{64}{3}$	$\frac{64}{3}$	+2	-2	-3.6		+5.4
		-14	-9.333	4.3	4.3		
			2.150	-4.667			
		-1.29	-0.86	2.333	2.333		
			1.167	-0.43			
		-0.7	-0.467	0.215	0.215		
$=\frac{1}{2} \times -16.094$			0.108	-0.233		$6.982 \times \frac{1}{2} =$	
-8.047		-0.065	-0.043	0.117	0.117	3.491	
			0.058	-0.022			
		-0.035	-0.023	0.011	0.011		
			0.006	-0.012			
		-0.004	-0.002	0.006	0.006		
			0.003	-0.001			
	-29.380	5.239	-5.23	-0.283	3.382	8.891	

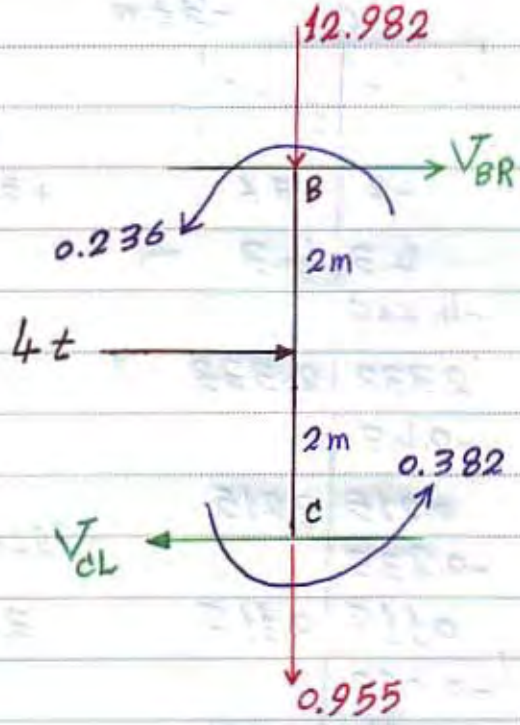


$$\sum M_A = 0 \rightarrow V_{BL} = -12.982$$

Subject:
Year. Month. Date. ( ).
www.civilbook.ir



$$\sum M_D = 0 \rightarrow V_{CR} = 0.955$$



$$\uparrow R = 12.982 + 0.955 = 13.937 \ t$$

(ب):

$$(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = \frac{-6EI\,\varphi_{AB}}{L} = -2.250EI6 \xrightarrow{EI6=100} -225$$

$$(F.E.M)_{BC} = (F.E.M)_{CB} = 0$$

چرخش در جهت خلاف ساعت

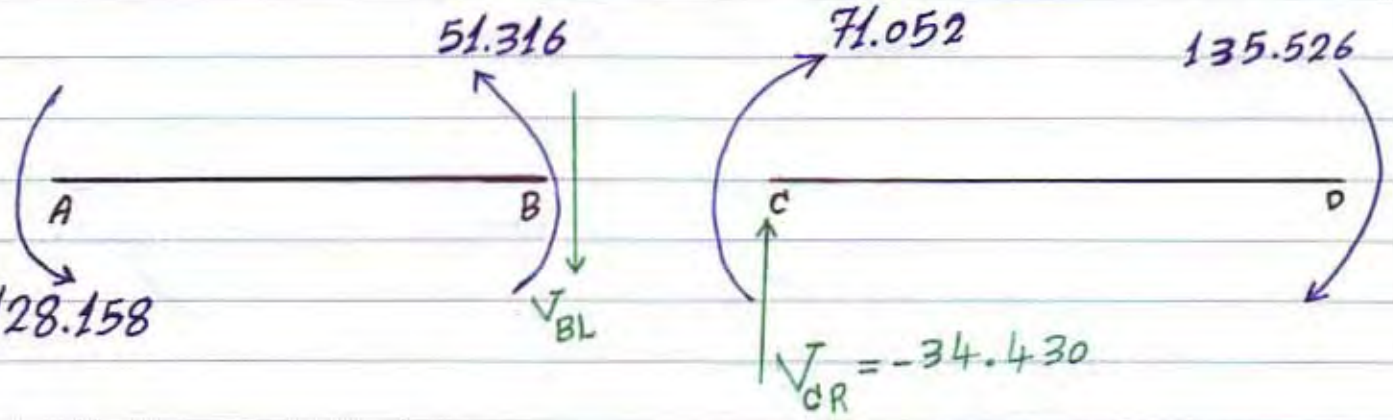
$$(F.E.M)_{CD} = (F.E.M)_{DC} = \frac{-6E(12I \times (-6))}{36} = 2EI6 \xrightarrow{EI6=100} 200$$

www.civilbook.ir

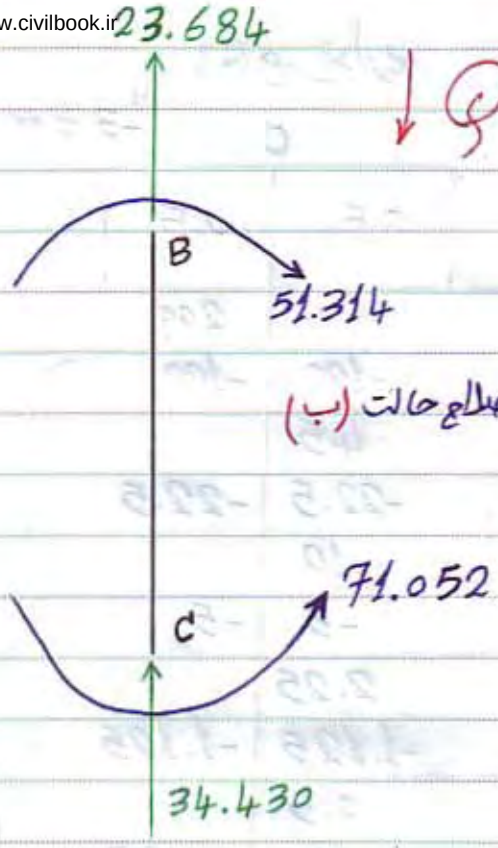
بارخارجی نداریم

-3 t.m

	B		C		
	0.6	0.4	0.5	0.5	
A					D
-225	-225	0	0	200	200
	135	90	-100	-100	
		-50	45		
	30	20	-22.5	-22.5	
		-11.25	10		
	6.75	4.5	-5	-5	
		-2.5	2.25		
173.684	1.5	1	-1.125	-1.125	-128.948
		-0.563	0.5		
$\times\frac{1}{2}=$	0.338	0.225	-0.25	-0.25	$\times\frac{1}{2}=$
86.842		-0.125	0.113		-64.474
	0.075	0.05	-0.057	-0.057	
		-0.028	0.025		
	0.011	0.011	-0.013	-0.013	
		-0.006	0.006		
	0.004	0.002	-0.003		
		-0.001	0.001		
-138.158	-51.316	51.314	-71.053	71.052	135.526



www.civilbook.ir



$Q = 23.684 + 34.430 = 58.114$

ضریب اصلاح حالت (ب) $= +\frac{R}{Q} = \frac{13.937}{58.114} = 0.240$

$M_{AB} = -29.280 + 0.24(-138.158) = -62.538$

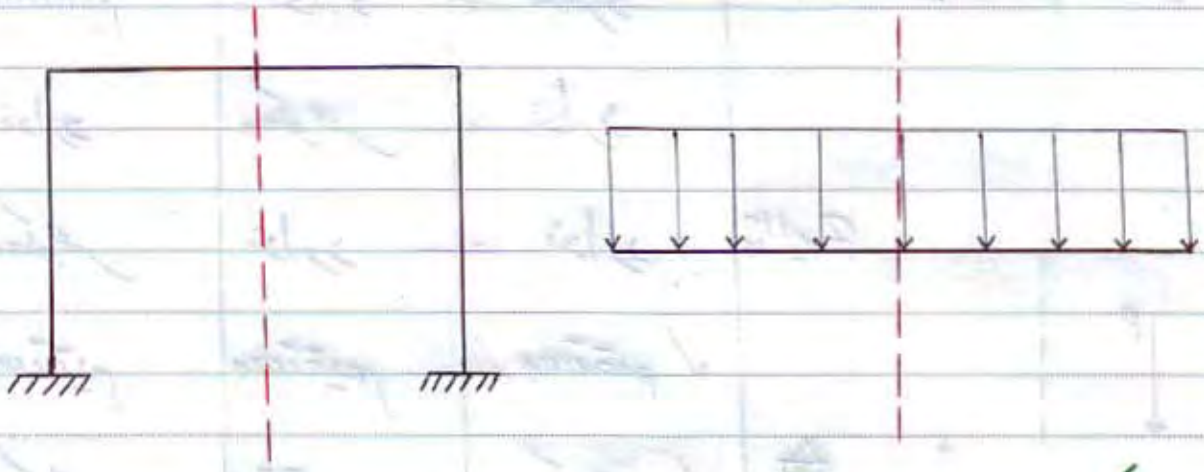
$EI\delta = 0.24 \times 100 = 24 \rightarrow \delta = \frac{24}{EI}$

www.civilbook.ir

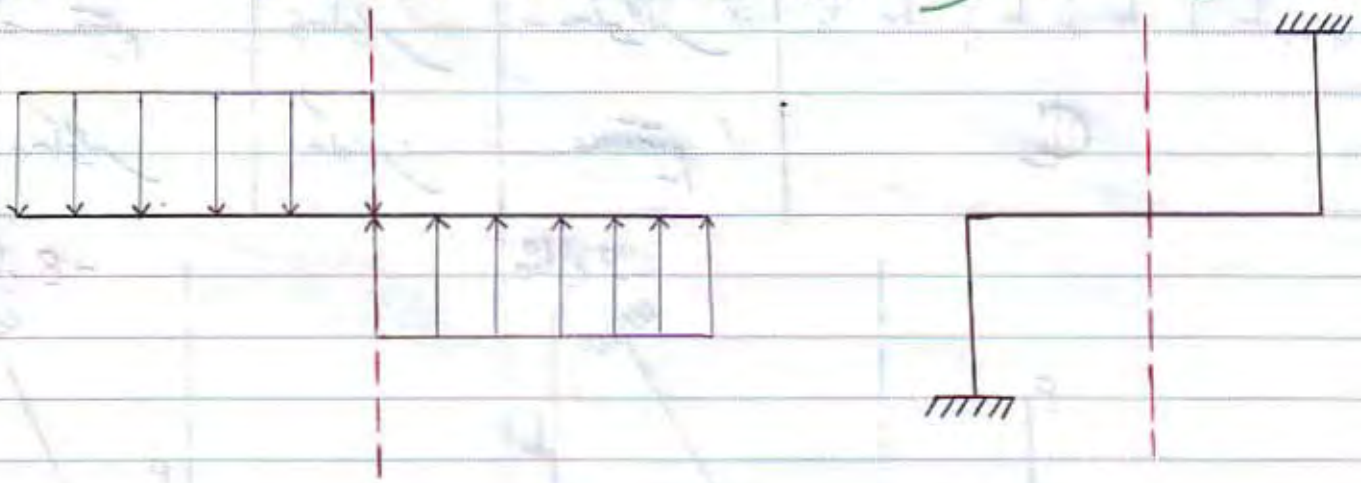
محور تقارن:
محوری است که اگر یک طرف آن حول محور چرخانده شود، بر طرف دیگر منطبق شود.

★ تقارن بر دو قسم است:

1. تقارن مستقیم: که با چرخاندن حول محور تقارن در خارج از صفحه بدست می آید.



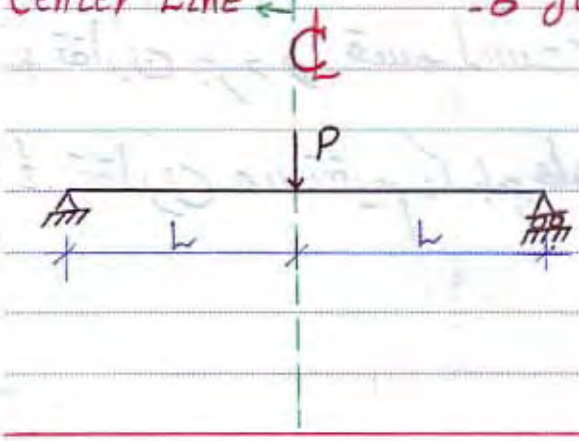
2. تقارن معکوس: که با چرخاندن حول محور تقارن در داخل صفحه حاصل می شود.



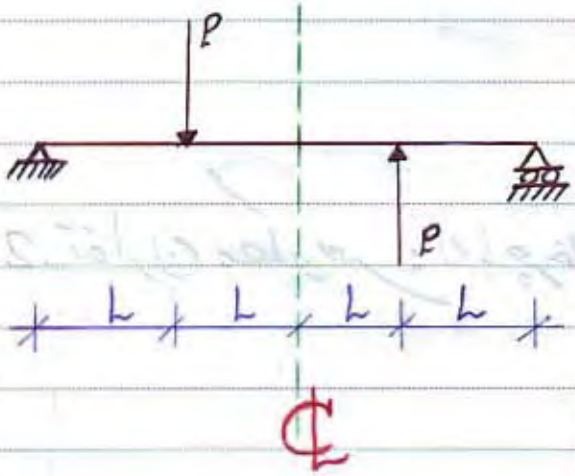
www.civilbook.ir

	بار	سازه	سیستم
1	تقارن ندارد	ندارد ←	ندارد
2	ندارد	مستقیم ←	ندارد
3	مستقیم	ندارد ←	ندارد
4	ندارد	معکوس ←	ندارد
5	معکوس	ندارد ←	ندارد
6	مستقیم	مستقیم ←	مستقیم ✓
7	معکوس	مستقیم ←	معکوس ✓
8	مستقیم	معکوس ←	معکوس ✓
9	معکوس	معکوس ←	مستقیم ✓

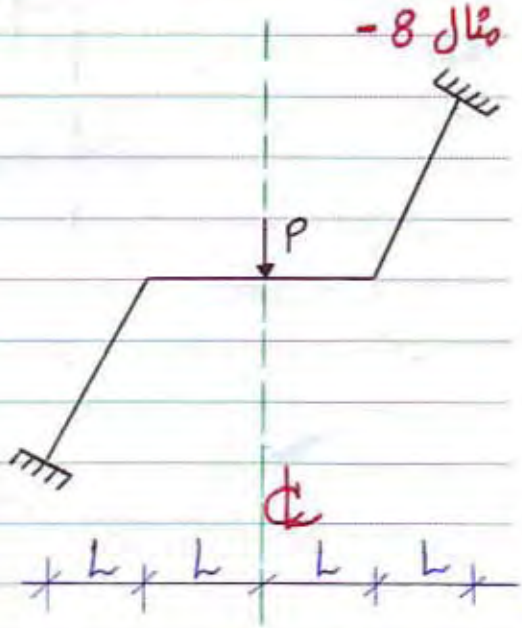
مثال 6-



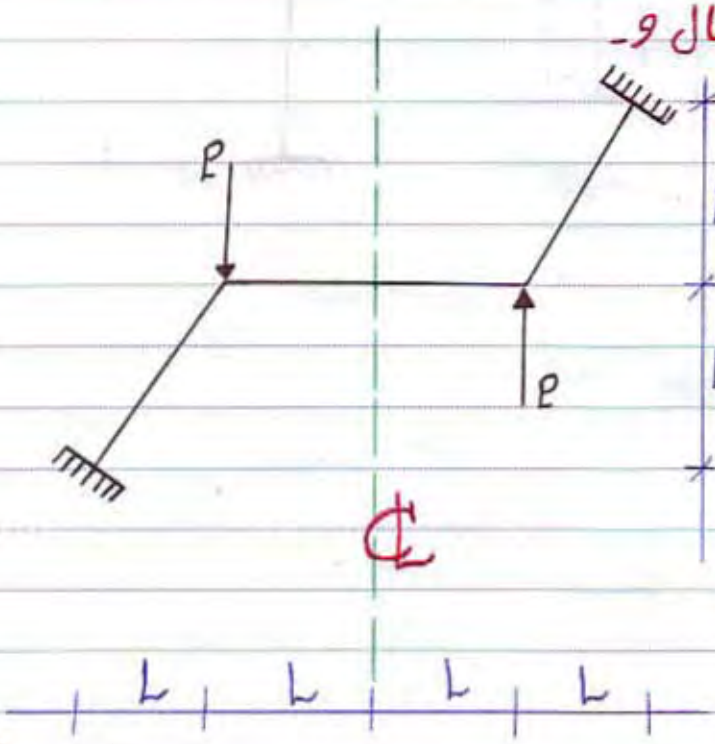
مثال 7-



مثال 8-



مثال 9-



www.civilbook.ir

نتیجه 1- پارامترهای مشابه در دو سمت محور تقارن مستقیم، قرینه همدیگر هستند.

نتیجه 2- " " " " " " " معکوسی، مساوی همدیگر هستند.

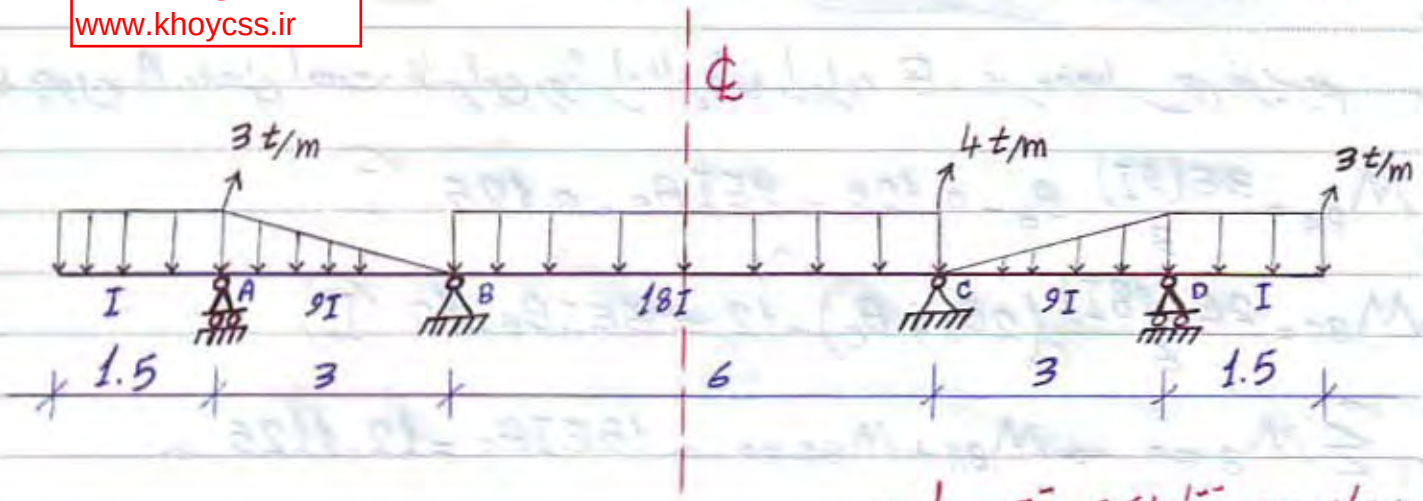
نتیجه 3- بسیار مهم - هر سازه با محور تقارن مستقیم، مسلماً فاقد sidesway است.

★ برای سیستم های دارای محور تقارن، تعیین یک طرف محور تقارن کفایت می کند زیرا طرف دیگر محور یا قرینه (تقارن مستقیم) طرف اول است و یا مساوی (تقارن معکوسی) طرف اول است.

★ فقط در روش بخش تنگ، سختی اعضایی که توسط محور تقارن مستقیم قطع می شوند و $\frac{1}{2}$ و سختی اعضایی که متقاطع با محور تقارن معکوسی هستند در $\frac{3}{2}$ ضرب می شوند

مثال: سازه مقابل را به روش شیب وافت تحلیل کنید.

انجمن علمی عمران خوی
www.khoycss.ir



★ سازه محور تقارن مستقیم دارد.

★ صرفنظر از محور تقارن سازه دارای دو مجهول است: θ_B و θ_C
(با روش اصلاح شده، θ_A و θ_D از معادلات حذف می شوند)

★ اما از آنجا که سیستم دارای محور تقارن مستقیم است، نتیجه می گیریم: $\theta_C = -\theta_B$
بنابراین فقط یک مجهول باقی می ماند.

www.civilbook.ir

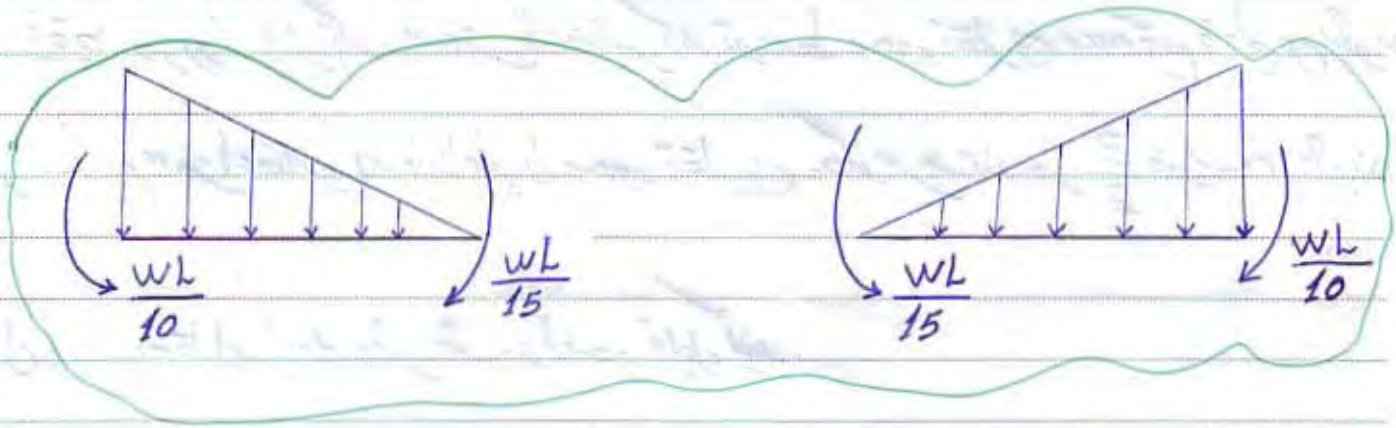
$$M_A = 3 \times 1.5 \times 0.75 = 3.375 \text{ t.m} = -M_D$$

$$(F.E.M)_{AB} = \frac{4.5 \times 3}{10} = -1.35 \text{ t.m}$$

$$(F.E.M)_{BA} = \frac{4.5 \times 3}{15} = 0.9 \text{ t.m}$$

$$(F.E.M)_{BC} = \frac{-4 \times 36}{12} = -12 \text{ t.m}$$

$$(F.E.M)'_{BA} = 0.9 - \frac{1}{2}(-1.35 + 3.375) = -0.1125 \text{ t.m}$$



★ چون A مفصل است بنابراین روش اصلاح شده را برای B، غیر مفصلی می نویسیم.

$$M_{BA} = \frac{3E(9I)}{3}\theta_B - 0.125 = 9EI\theta_B - 0.125 \quad (I)$$

$$M_{BC} = \frac{2E(18I)}{6}(2\theta_B + \theta_C) - 12 = 6EI\theta_B - 12 \quad (II)$$

($-\theta_B$)

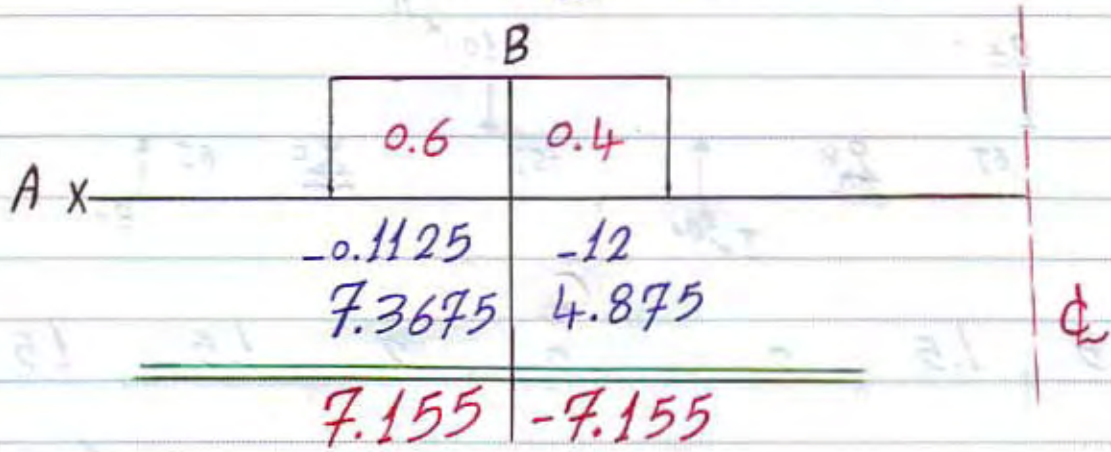
$$\circlearrowright \sum M_B = 0 \rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \rightarrow 15EI\theta_B = 12.1125 \rightarrow$$

$$\rightarrow EI\theta_B = 0.8075 \quad (III)$$

(I), (III) $\rightarrow M_{BA} = 7.155$ t.m (II), (III) $\rightarrow M_{BC} = -7.155$

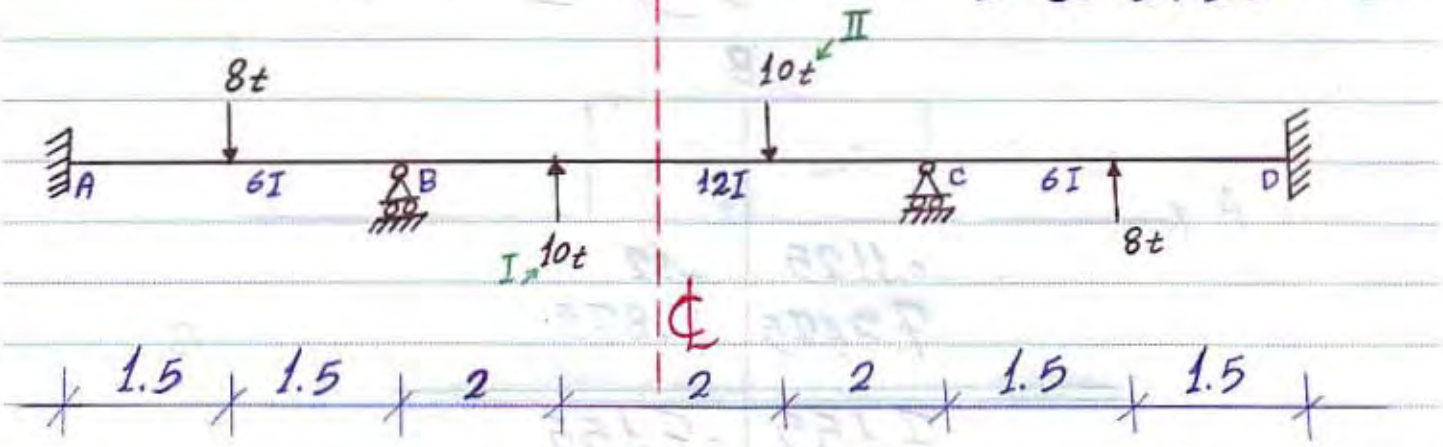
www.civilbook.ir

مثال: مثال قبلی را با روش پخش لنگر حل کنید.



www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را تحلیل کنید.



* سیستم تقارن معکوس دارد (چون سازه تقارن مستقیم دارد و بار تقارن معکوس)

سازه یک مجهول دارد: $\theta_B = \theta_C$ حول $\varphi = 0$

$$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = \frac{8 \times 3}{8} = 3\ t.m$$

$$(F.E.M)_{BC} = (F.E.M)_{CB} = \frac{-(-10) \times 2 \times 4^2}{6^2} - \frac{10 \times 4 \times 2^2}{6^2} = \frac{40}{9}\ t.m$$

(I ↙ $-(-10)$، II ↙ 10)

$$M_{AB} = \frac{2E(6I)}{L=3}(2\times 0 + \theta_B) + (-3) \quad ((F.E.M)_{AB} \swarrow) \quad = 4EI\theta_B - 3$$

$$M_{BA} = \frac{2E(6I)}{3}(2\theta_B + 0) + 3 = 8EI\theta_B + 3$$

($\theta_C = \theta_B$)

$$M_{BC} = \frac{2E(12I)}{6}(2\theta_B + \theta_C) + \frac{40}{9} = 12EI\theta_B + \frac{40}{9}$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \rightarrow 20EI\theta_B = \frac{-67}{9} \rightarrow$$

$$\rightarrow EI\theta_B = \frac{-67}{180}$$

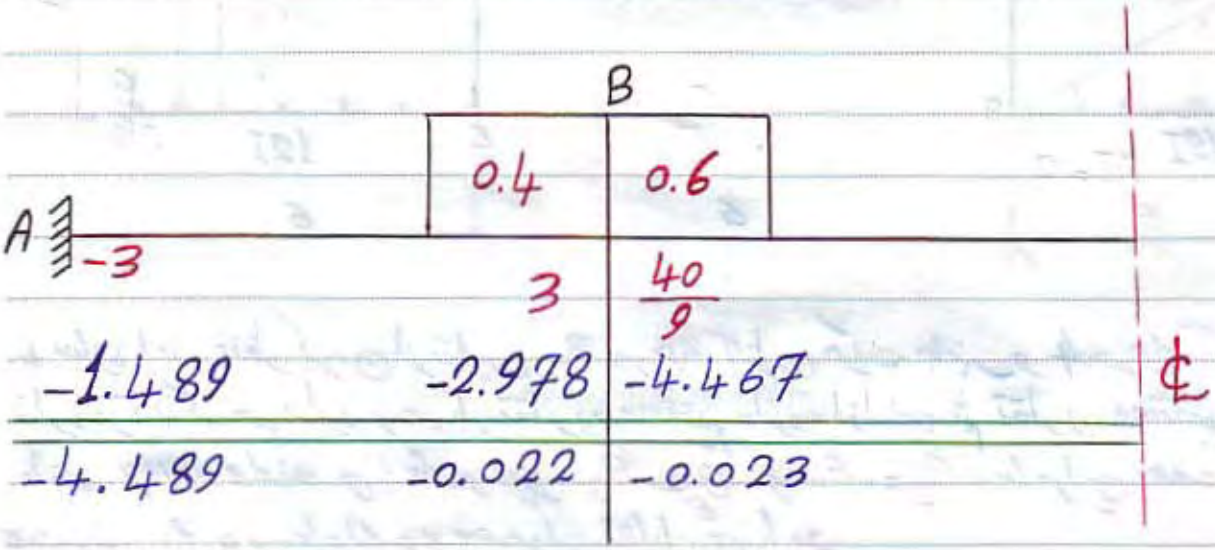
www.civilbook.ir

$M_{AB} = -4.489 \ t.m$

$M_{BA} = -0.022 \ t.m$

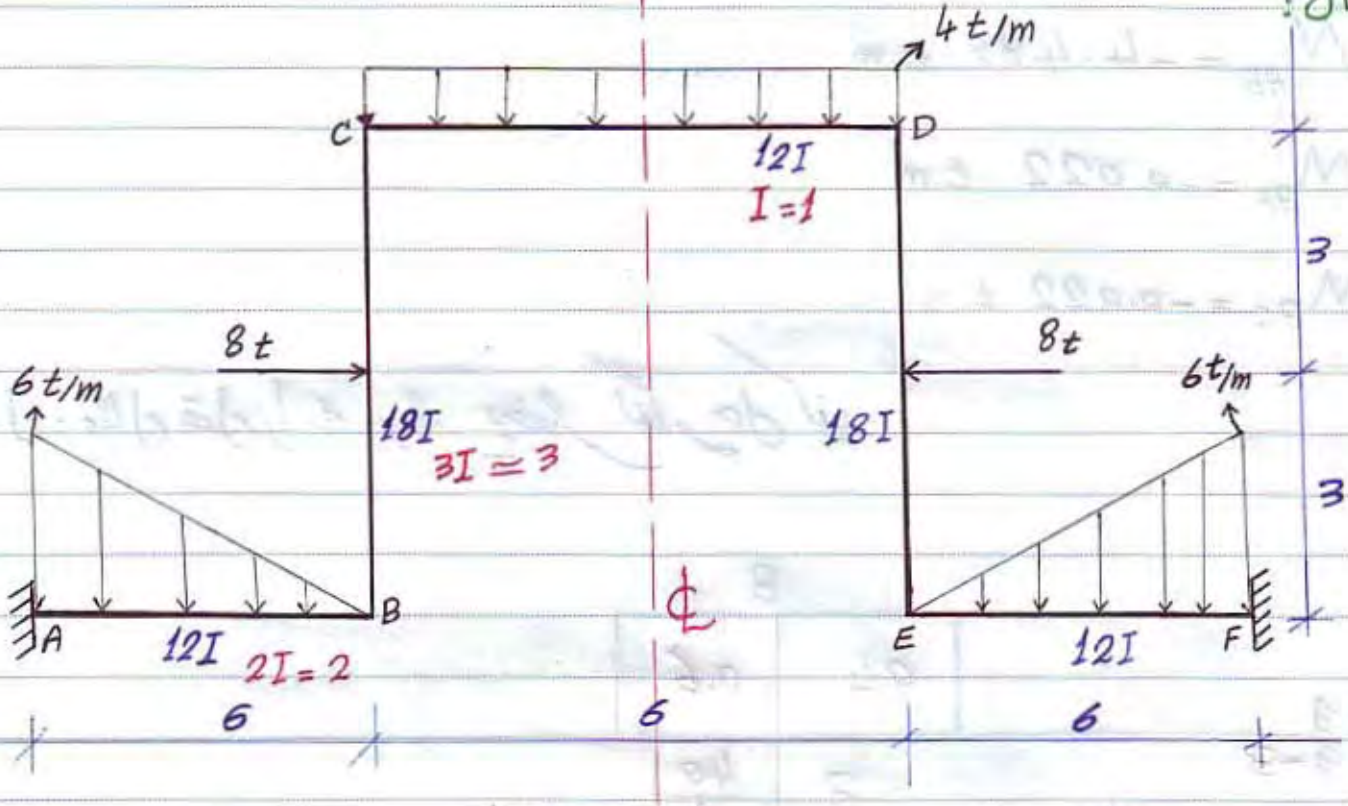
$M_{BC} = -0.022 \ t.m$

مثال: مثال قبل را به روش پخش لنگر حل کنید.



www.civilbook.ir

مثال:



* سازه با صرف نظر کردن از تقارن، 3 درجه آزادی حرکت جانبی و 4 درجه آزادی چرخشی دارد. از آنجا که هم سازه و هم بار تقارن مستقیم دارد، لذا سیستم تقارن مستقیم داشته پس فاقد sidesway می باشد و نیز $\theta_E=-\theta_B$ و $\theta_D=-\theta_C$، بنابراین هفت معادله هفت مجهول به دو معادله دو مجهول تقلیل می یابد.

$$(F.E.M)_{AB}=\frac{-18\times 6}{10}=-10.8\ t.m$$

$$(F.E.M)_{BA}=\frac{18\times 6}{15}=7.2\ t.m$$

$$-(F.E.M)_{BC}=(F.E.M)_{CB}=\frac{8\times 6}{8}=6\ t.m$$

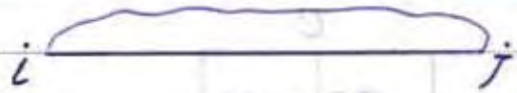
$$(F.E.M)_{CD}=-\frac{4\times 36}{12}=-12\ t.m$$

www.civilbook.ir

		B		C		
		0.4	0.6	0.75	0.25	
A						
-10.8	7.2	-6	6	-12		
	-0.48	-0.72	4.5	1.5		¢
		2.25	-0.36			
	-0.9	-1.35	0.27	0.09		
		0.135	-0.675			
	-0.054	-0.081	0.506	0.169		
		0.253	-0.041			
$=\frac{1}{2}\times -1.554$	-0.101	-0.152	0.031	0.01		
		0.015	-0.076			
-0.777	-0.006	-0.009	0.057	0.019		
		0.029	-0.005			
	-0.012	-0.017	0.004	0.001		
		0.02	-0.009			
	-0.001	-0.001	0.007	0.002		
		0.003	-0.001			
-11.557	5.646	-5.643	10.208	-10.209		

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

روش کانر:



$$M_{ij} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_i + \theta_j - 3\varphi_{ij}\right) + (F.E.M)_{ij}$$

$\frac{2EI}{L}\theta_k = M'_{kL}$ جزء چرخش لنگر

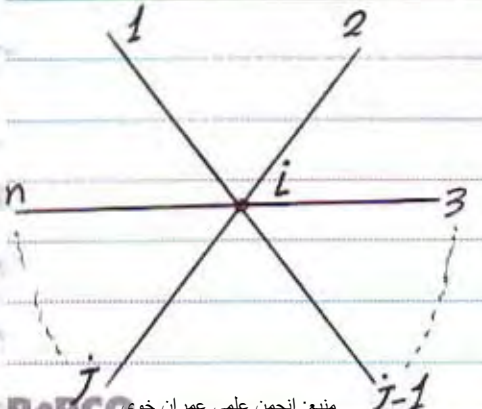
$-\frac{6EI}{L}\varphi_{kL} = M''_{kL}$ جزء انتقال لنگر

$$M_{ij} = 2M'_{ij} + M'_{ji} + M''_{ij} + (F.E.M)_{ij}$$

به عبارت دیگر:
لنگر انتهای i نام عضو ij برابر است با: 2 برابر جزء چرخش i + جزء چرخش j + جزء چرخش ij + جزء انتقال عضو + $(F.E.M)_{ij}$

★ برای سازه بدون حرکت جانبی (sides way): $M'' = 0$

$$M_{ij} = 2M'_{ij} + M'_{ji} + (F.E.M)_{ij}$$



$$\sum_{k=1}^{n} M_{jk} = 0$$

$$\sum_{k=1}^{n}\left[2M'_{ik} + M'_{ki} + (F.E.M)_{ik}\right] = 0$$

P4PCC منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

www.civilbook.ir

$$2\sum_{k=1}^{n} M'_{ik} + \sum_{k=1}^{n} M'_{ki} + \sum_{k=1}^{n} (F.E.M)_{ik} = 0$$

$$\bar{M}_i = \sum_{k=1}^{n} (F.E.M)_{ik}$$

لنگر مقاوم گره i

★ لنگر مقاوم گره i برابر مجموع انتهای نام همهٔ اعضای متصل به گره i می باشد. (F.E.M)

$$\sum_{k=1}^{n} M'_{ik} = -\frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{n} M'_{ki} + \bar{M}_i\right)$$

$$M'_{ij} = D_{ij} \sum_{k=1}^{n} M'_{ik}$$

فرمول کانر برای سازه بدون sidesway

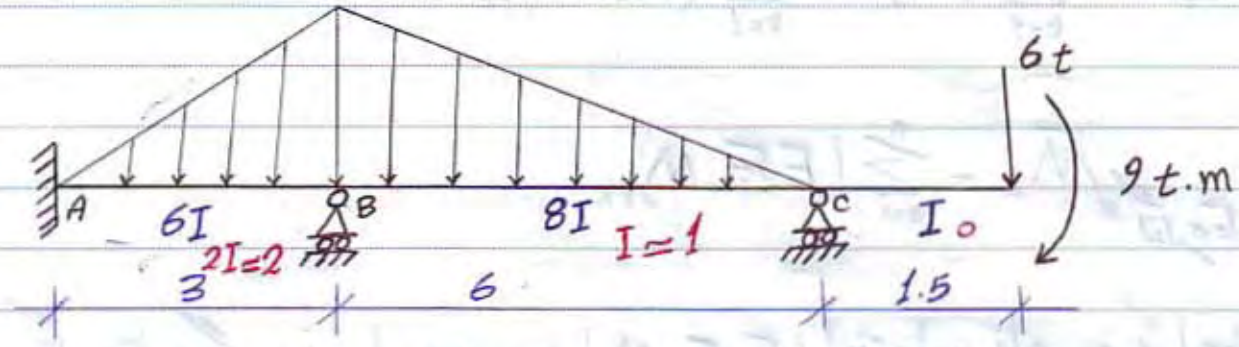
$$M'_{ij} = \frac{-D_{ij}}{2}\left(\sum_{k=1}^{n} M'_{ki} + \bar{M}_i\right)$$

$\frac{-D_{ij}}{2} = \mu_{ij}$ → ضریب پخش جزو حر خشی

$$\sum_{k=1}^{n} \mu_{ik} = -\frac{1}{2}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را به روش کانز تحلیل کنید.



$$(F.E.M)_{AB} = -\frac{6\times(3)}{15} = -1.2\ t.m$$

$$(F.E.M)_{BA} = \frac{6\times3}{10} = 1.8\ t.m$$

$$(F.E.M)_{BC} = \frac{-12(6)}{10} = -7.2\ t.m$$

$$(F.E.M)_{CB} = \frac{12\times(6)}{15} = 4.8\ t.m$$

$$M_C = -18\ t.m$$

$$(F.E.M)'_{BC} = -7.2 - \frac{1}{2}(4.8-18) = -0.6\ t.m$$

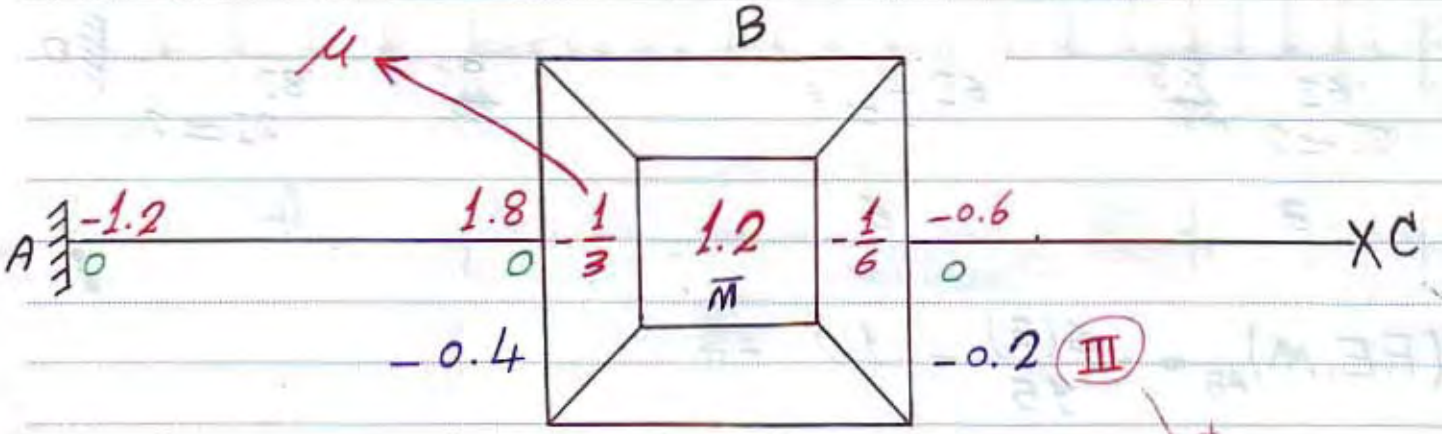
$$M'_{ij} = M_{ij}\left(\sum_{k=1}^{n} M'_{ki} + \bar{M}_i\right)$$

$(0+0+1.2) = 1.2$ (وسط مرجع) این لنگر باید پخش شود

$(1.8-0.6)$

www.civilbook.ir

$$\mu = \frac{\frac{2}{3}}{-2} = -\frac{1}{3}$$



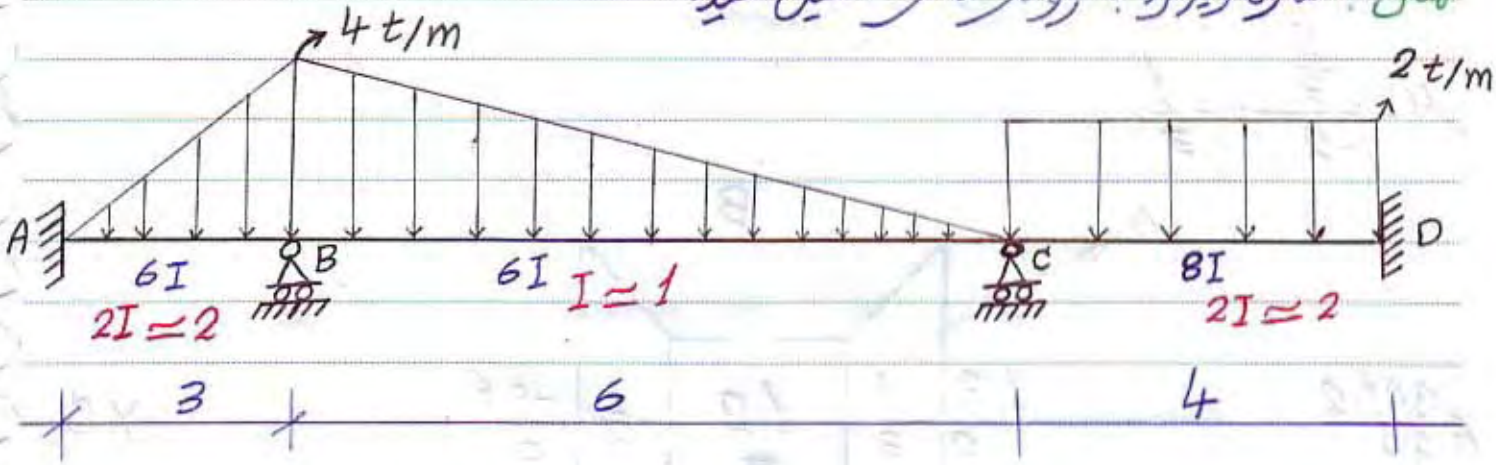
2x0	2x(-0.4)	2x(-0.2) I
-0.4	0	0 II
-1.6	1	-1

$$M_{ij} = 2\acute{M}_{ij} + \acute{M}_{ji} + (F.E.M)_{ij}$$

(I) (II) (III)

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را به روش کانر تحلیل کنید.



$$(F.E.M)_{AB} = -\frac{6(3)}{15} = -1.2 \ t.m$$

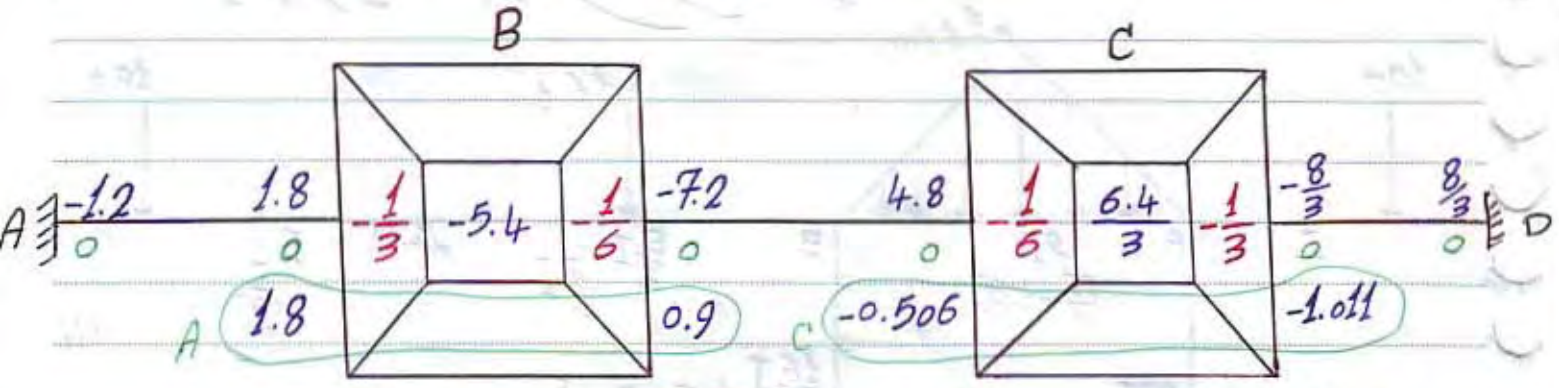
$$(F.E.M)_{BA} = \frac{6(3)}{10} = 1.8 \ t.m$$

$$(F.E.M)_{BC} = -\frac{12(6)}{10} = -7.2 \ t.m$$

$$(F.E.M)_{CB} = \frac{12(6)}{15} = 4.8 \ t.m$$

$$-(F.E.M)_{CD} = (F.E.M)_{DC} = \frac{2 \times 16}{12} = \frac{8}{3}$$

www.civilbook.ir



B	1.969	0.984	-0.520	-1.039	
	1.973	0.987	-0.520	-1.040	
	1.973	0.987			
2x0	2x1.973	2x0.987	2x(-0.520)	2x(-1.04)	2x0
+1.973	+0	-0.520	+0.987	+0	-1.04
0.773	5.746	-5.746	4.747	-4.747	1.627

$$M'_{ij} = \mu_{ij}\left(\sum_{k=1}^{n} M'_{ki} + \bar{M}_i\right)$$

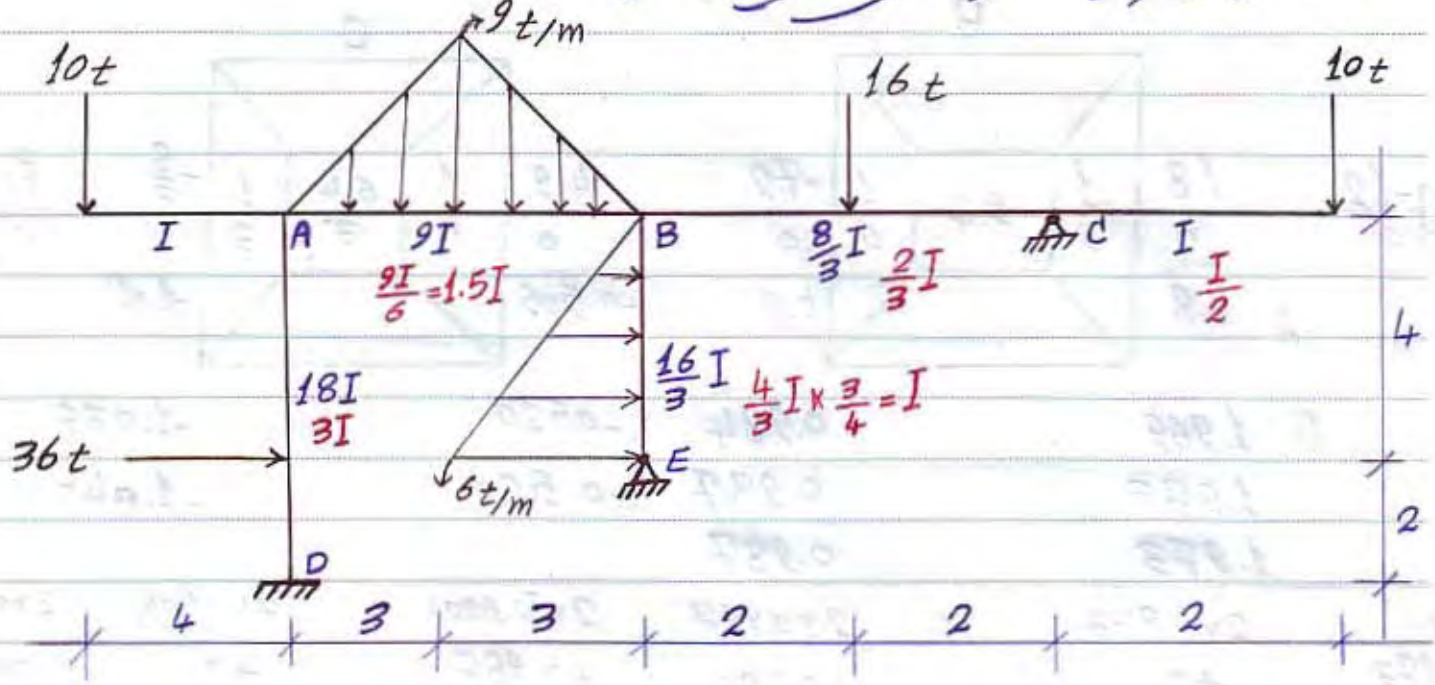
$A = (0+0-5.4) = -5.4 \begin{cases} \times \frac{-1}{3} = 1.8 \\ \times \frac{-1}{6} = 0.9 \end{cases}$

$B = (-0.506+0-5.4) = -5.906 \begin{cases} \times \frac{-1}{3} = 1.969 \\ \times \frac{-1}{6} = 0.984 \end{cases}$

$C = \left(0.9+0+\frac{6.4}{3}\right) = 3.033 \begin{cases} \times \frac{-1}{6} = -0.506 \\ \times \frac{-1}{3} = -1.011 \end{cases}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را به روش کانی تحلیل کنید.



$\theta = 0$

$M_A = 40\ t.m$

$(F.E.M)_{DA} = \frac{-36 \times 2 \times (L)^2}{6^2}$

$(F.E.M)_{AD} = \frac{36 \times 2^2 \times 4}{6^2}$

$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = \frac{5WL}{48} =$

$(F.E.M)_{BE} = 3.2\ t.m$

$(F.E.M)_{EB} = -4.8\ t.m$ $\quad -(F.E.M)_{BC} = (F.E.M)_{CB} = 8\ t.m$

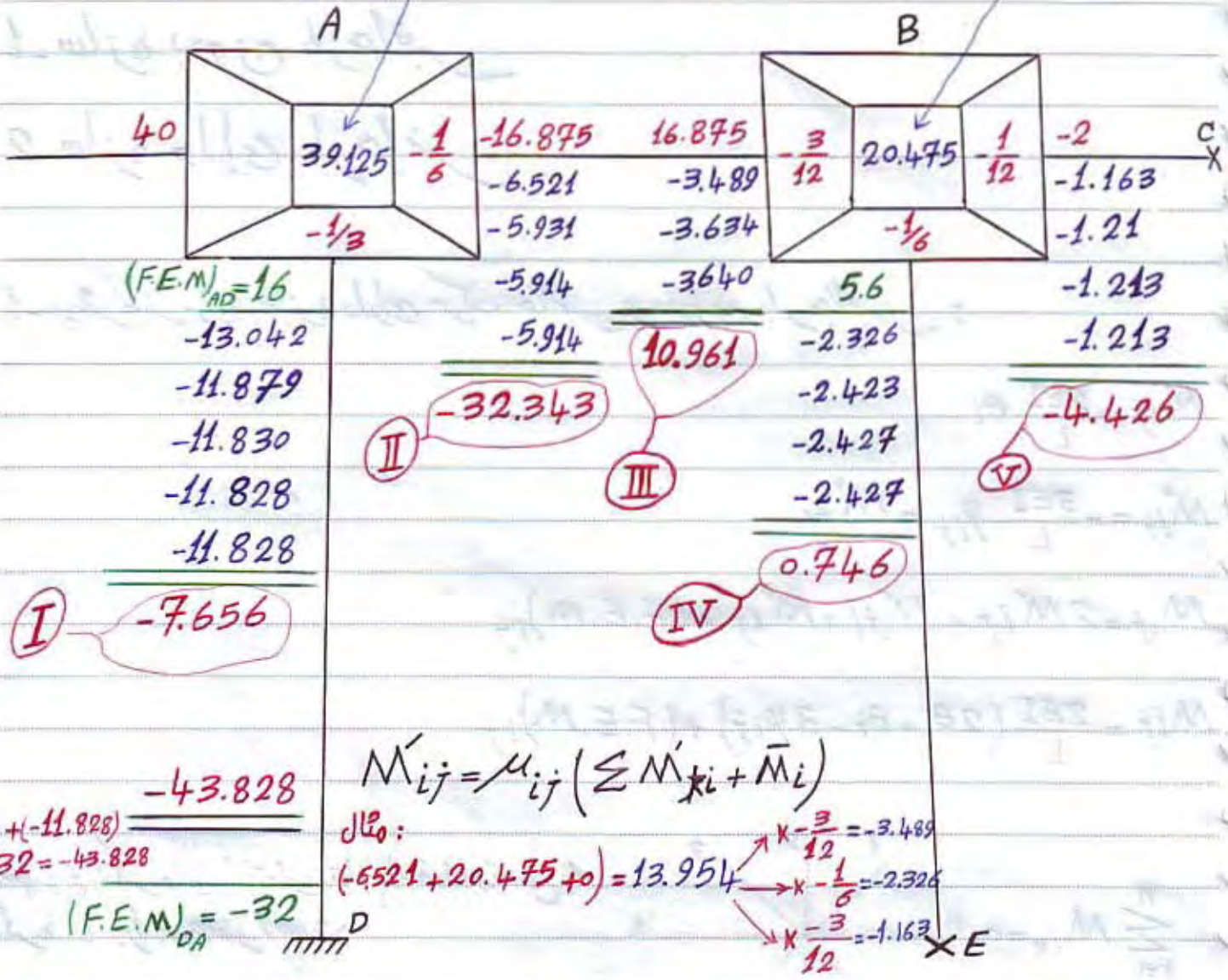
$(F.E.M)'_{BE} = 5.6\ t.m$ $\quad M_C = -20\ t.m$

$(F.E.M)'_{BC} = -8 - \frac{1}{2}[8 - 20] = -2\ t.m$

www.civilbook.ir

Subject:
Year. Month. Date 42 ( )

$40+16-16.875=39.125$ $\qquad$ $16.875+5.6-2=20.475$



$$M_{ij}=2M'_{ij}+M'_{ji}+(F.E.M)_{ij}$$

$$M_{AD}=2\times(-11.828)+0+16=-7.656 \quad (I)$$

$$M_{AB}=2\times(-5.914)+(-3.640)-16.875=-32.343 \quad (II)$$

$$M_{BA}=2\times(-3.640)+(-5.914)+16.875=10.961 \quad (III)$$

$$M_{BE}=2\times(-2.427)+0+16.875=0.746 \quad (IV)$$

$$M_{BC}=2\times(-1.213)+0-2=-4.426 \quad (V)$$

Page
منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

روش کانر برای سازه دارای حرکت جانبی:

1- سازه بدون بار جانبی

2- سازه دارای بار جانبی

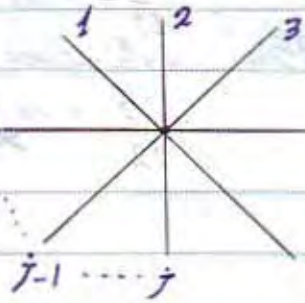
1- روش کانر برای سازه دارای حرکت جانبی و بدون بار جانبی:

$$M'_{ij} = \frac{2EI}{L}\theta_i$$

$$M''_{ij} = -\frac{3EI}{L}\varphi_{ij} = M''_{ji}$$

$$M_{ij} = 2M'_{ij} + M'_{ji} + M''_{ij} + (F.E.M)_{ij}$$

$$M_{ij} = \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j - 3\varphi_{ij}) + (F.E.M)_{ij}$$



$\sum_{k=1}^{n} M_{ik} = 0$

مجموع لنگرهای انتهای تمام اعضاء متصل به گره i برابر صفر است.

$$\sum_{k=1}^{n}\left[2M'_{ik} + M'_{ki} + M''_{ik} + (F.E.M)_{ik}\right] = 0 \rightarrow$$

$$2\sum_{k=1}^{n} M'_{ik} + \sum_{k=1}^{n}(M'_{ki} + M''_{ik}) + \sum_{k=1}^{n}(F.E.M)_{ik} = 0 \rightarrow \quad \sum_{k=1}^{n}(F.E.M)_{ik} = \bar{M}_i$$

$$\sum_{k=1}^{n} M'_{ik} = -\frac{1}{2}\left[\sum_{k=1}^{n}(M'_{ki} + M''_{ik}) + \bar{M}_i\right]$$

PqPCO منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

www.civilbook.ir

لنگر عضو ij از کل لنگر موجود در i

$$M'_{ij} = D_{ij} \sum_{k=1}^{n} M'_{ik}$$

$$M'_{ij} = -\frac{D_{ij}}{2}\left[\sum_{k=1}^{n}\left(M'_{ki} + M''_{ik}\right) + \bar{M}_i\right]$$

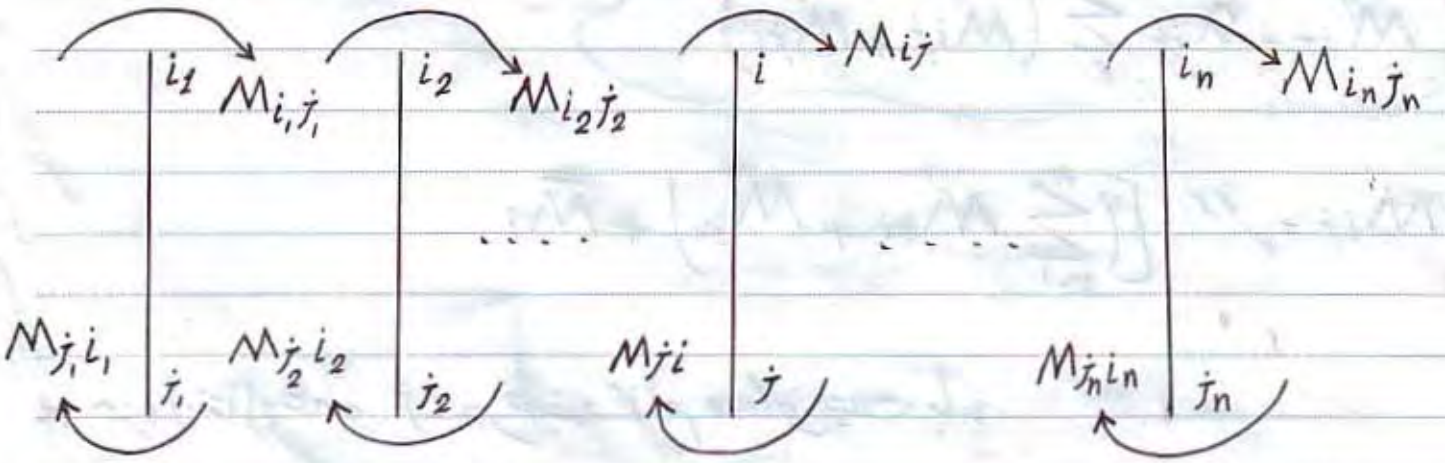
ضریب توزیع جزء چرخش

$$M'_{ij} = \mu_{ij}\left[\sum_{k=1}^{n}\left(M'_{ki} + M''_{ik}\right) + \bar{M}_i\right]$$

★ جزء چرخش انتهای نام عضو ij مساویست با: ضریب توزیع عضو ij ضرب در مجموع جزء چرخش انتهای دیگر اعضاء متصل به گره i بعلاوه جزء انتقال اعضاء متصل به گره i بعلاوه لنگر مقاوم گره i.

M'_{ki} — $\bar{M}_i$ — M''_{ik}

★ همهٔ ستونهایی که sidesway یکسان دارند، بیرون می‌کشیم:



همهٔ ستونهای طبقهٔ ام (n ستون)

www.civilbook.ir

$$\sum_{r\ \text{طبقه}} \left(M_{ij} + M_{ji} \right) = 0$$

$$\sum_{r} \left(2M'_{ij} + M'_{ji} + M''_{ij} + M'_{ij} + 2M'_{ji} + M''_{ij} \right) = 0$$

$$\sum_{r} \left(3M'_{ij} + 3M'_{ji} + 2M''_{ij} \right) = 0$$

$$\sum_{r} M''_{ij} = -\frac{3}{2} \sum_{r} \left(M'_{ij} + M'_{ji} \right)$$

$$M_{ij} = D_{ij} \sum_{r} M''_{ij}$$

ضریب توزیع جزء انتقال عضو ز $\lambda_{ij} = -\frac{3}{2} D_{ij}$

$$M''_{ij} = \lambda_{ij} \sum_{r} \left(M'_{ij} + M'_{ji} \right)$$

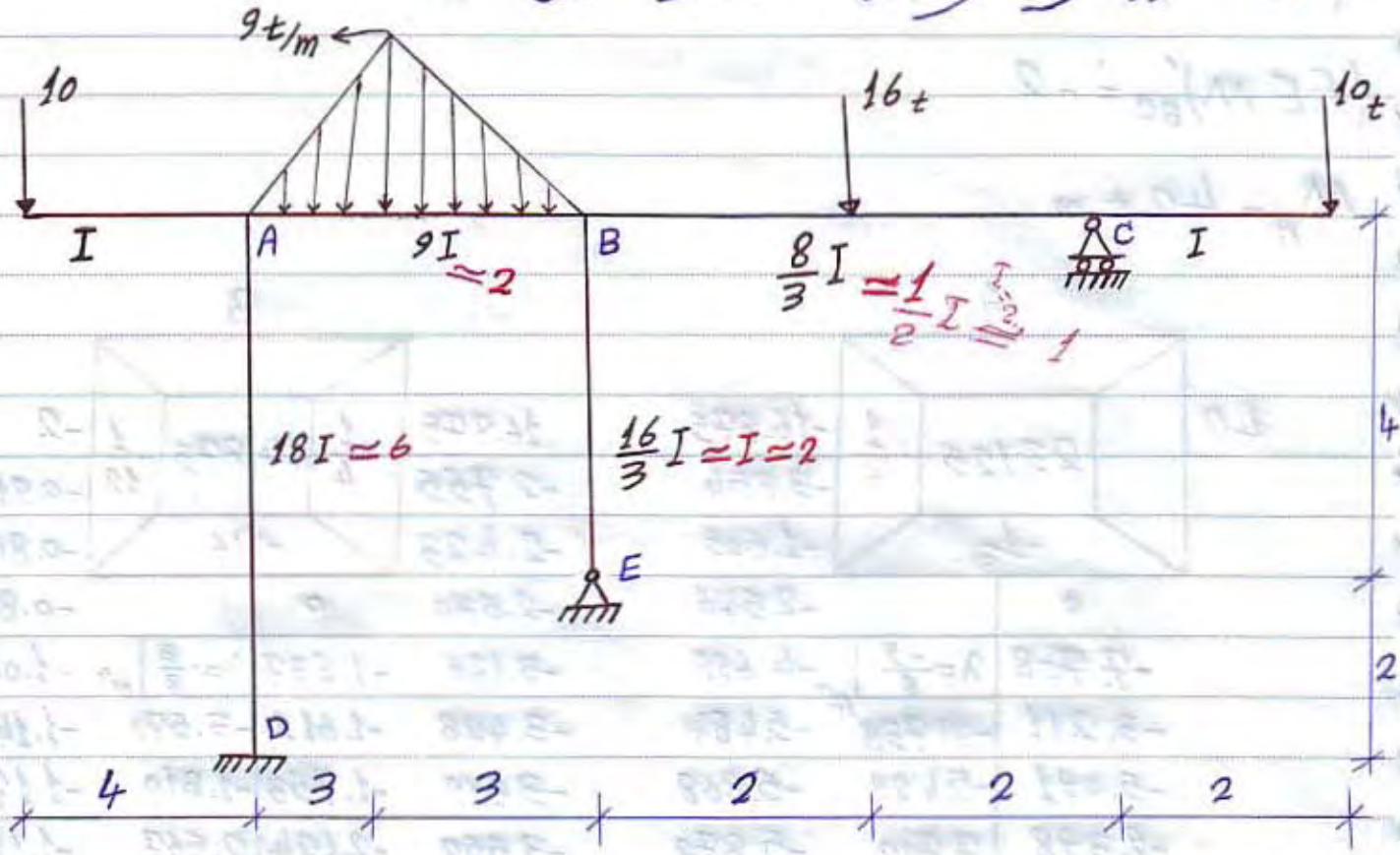
$$M'_{ij} = \mu_{ij} \left[\left(\sum_{k=1}^{n} M'_{ki} + M''_{ik} \right) + \bar{M}_i \right]$$

* جزء انتقال عضو ز در طبقه ۲ ام مساوی است با:

ضریب توزیع جزء انتقال آن عضو ضرب در مجموع جزء دوران هردو انتهای تمام اعضای هم انتقال (هم ۵) تمام اعضای آن طبقه.

www.civilbook.ir

مثال: به روش کانر سازه مقابل را تحلیل کنید.



$$\sum_{j=1}^{n} D_{ij} = 1$$

$$\sum_{j=1}^{n} M_{ij} = -0.5$$

$$\sum_{r} \lambda_{ij} = -\frac{3}{2}$$

$$\sum_{r} \lambda_{ij} = \sum_{r} \left(-\frac{3}{2} D_{ij}\right) = -\frac{3}{2} \sum_{r} D_{ij} = \frac{3}{2}$$

$$D = \frac{\left(\frac{I}{L}\right)_{ij}}{\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{I}{L}\right)_{ik}}$$

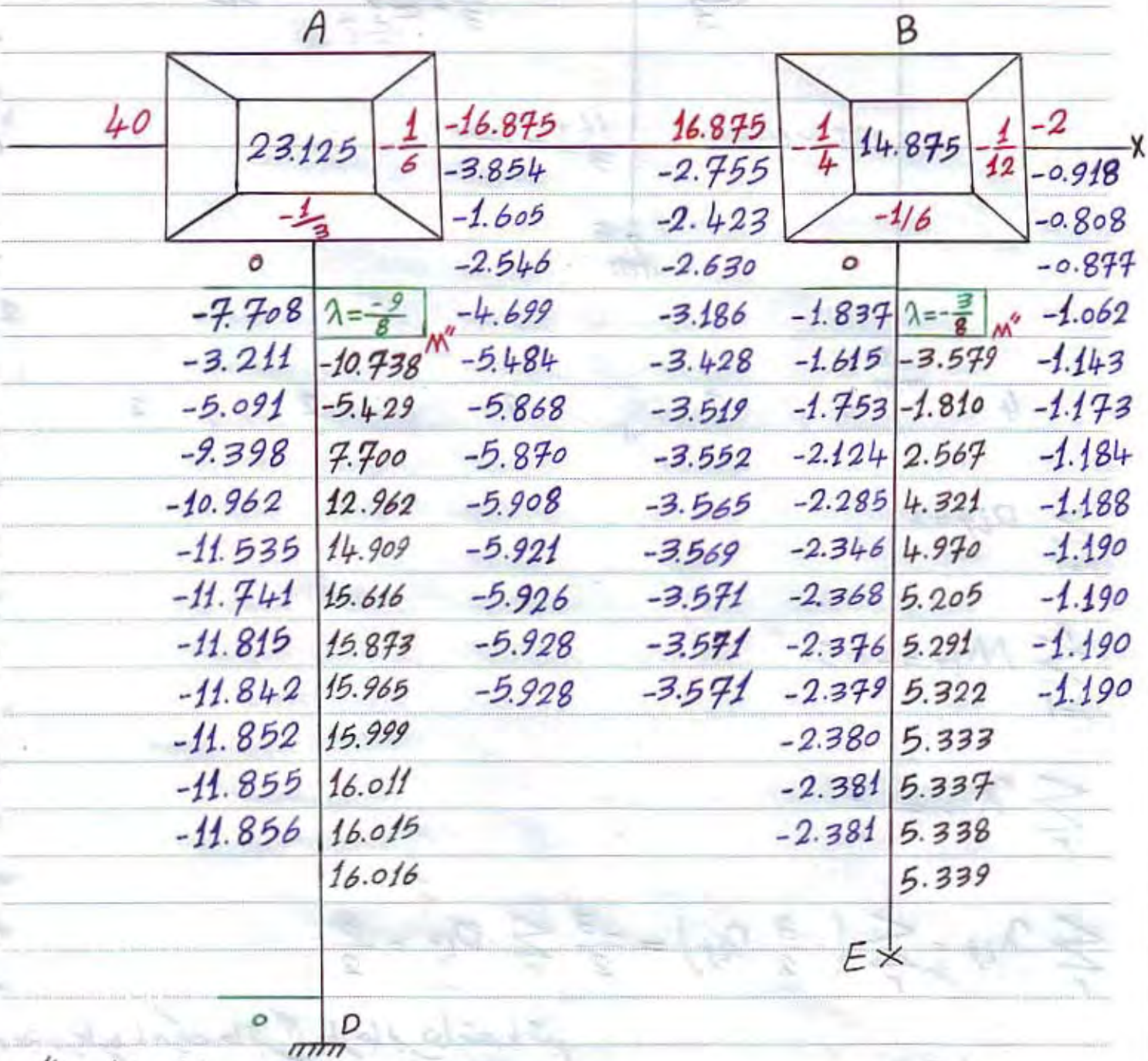
★ در سازه با حرکت جانبی اگر بار جانبی نداشته باشیم بهتر است ابتدا M' و سپس M^* را بدست آوریم، و برعکس اگر بار جانبی داشته باشیم اول M^* را و بعد M' را بدست می آوریم.

www.civilbook.ir

$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = 16.875 \ t.m$

$(F.E.M)'_{BC} = -2$

$M_A = 40 \ t.m$



		-16.875	16.875				-2
		-3.854	-2.755				-0.918
		-1.605	-2.423				-0.808
0		-2.546	-2.630	0			-0.877
-7.708		-4.699	-3.186	-1.837			-1.062
-3.211	-10.738	-5.484	-3.428	-1.615	-3.579		-1.143
-5.091	-5.429	-5.868	-3.519	-1.753	-1.810		-1.173
-9.398	7.700	-5.870	-3.552	-2.124	2.567		-1.184
-10.962	12.962	-5.908	-3.565	-2.285	4.321		-1.188
-11.535	14.909	-5.921	-3.569	-2.346	4.970		-1.190
-11.741	15.616	-5.926	-3.571	-2.368	5.205		-1.190
-11.815	15.873	-5.928	-3.571	-2.376	5.291		-1.190
-11.842	15.965	-5.928	-3.571	-2.379	5.322		-1.190
-11.852	15.999			-2.380	5.333		
-11.855	16.011			-2.381	5.337		
-11.856	16.015			-2.381	5.338		
	16.016				5.339		

$M''_{AD} = 16.016$

$M''_{AD} = \frac{-6E(18I)}{36}\delta_A = 16.016 \rightarrow EI\delta_A = -5.339$

* چون جهت حرکت جانبر در جهت خلاف ساعت می باشد.

www.civilbook.ir

$$M'_{BA} = -3.571 = \frac{2E(9I)}{6}\theta_B \rightarrow EI\theta_B = -1.190 \ t.m^2$$

* چون چرخش گره B در جهت عکس عقربه های ساعت می باشد.

$$M_{ij} = 2M'_{ij} + M'_{ji} + M''_{ij} + (F.E.M)_{ij}$$

$$M_{AD} = 2(-11.856) + 0 + 16.016 = -7.696 \ t.m$$

$$M_{DA} = 2(0) + (-11.856) + 16.016 = 4.160 \ t.m$$

$$M_{AB} = 2(-5.928) + (-3.571) + 0 + (-16.875) = -32.302 \ t.m$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

روش کانر برای سازه با حرکت جانبی دارای بار جانبی:

$$M_{ij} = 2M'_{ij} + M''_{ij} + (F.E.M)_{ij}$$

$$M'_{ij} = \left[\sum_{k=1}^{n} \left(M'_{ki} + M''_{ik} \right) + \bar{M}_i \right]$$

$$M''_{ij} = \lambda_{ij} \left[\bar{M}_R + \sum_{r} r_{ij} \left(M'_{ij} + M'_{ji} \right) \right]$$

h_r: ارتفاع مبنای طبقه r ام

لنگر مقاوم طبقه $\bar{M}_R = \frac{Q_r h_r}{3}$

H_j: مجموع نیروهای افقی جانبی از تراز طبقه نام به بالا

برش طبقه r ام $Q_r = \sum_{j=r}^{n} H_j$

تذکر 1- اگر همهٔ ستونهای یک طبقه هم ارتفاع باشند، ارتفاع مبنای طبقه برابر با ارتفاع ستونهای آن طبقه می باشد.

تذکر 2- اگر همهٔ ستونهای یک طبقه هم ارتفاع نباشند، ارتفاع ستون بلندتر را ارتفاع مبنای طبقه در نظر می گیرند.

r_{ij}: ضریب افزایش ستون

$$r_{ij} = \frac{h_r}{h_{ij}}$$

h_r ← ارتفاع مبنای طبقه

h_{ij} ← ارتفاع خود ستون

تذکر: (مهم)- اگر پای ستون، ستونی مفصلی باشد، پس از محاسبهٔ سختی ستون، ارتفاع آن را 1.5 برابر نموده و سایر محاسبات را انجام می دهیم.

www.civilbook.ir

$$\lambda_{ij} = \frac{-3}{2} \frac{r_{ij} \times k_{ij}}{\sum_r m_{ik} r_{ik}^2 k_{ik}}$$

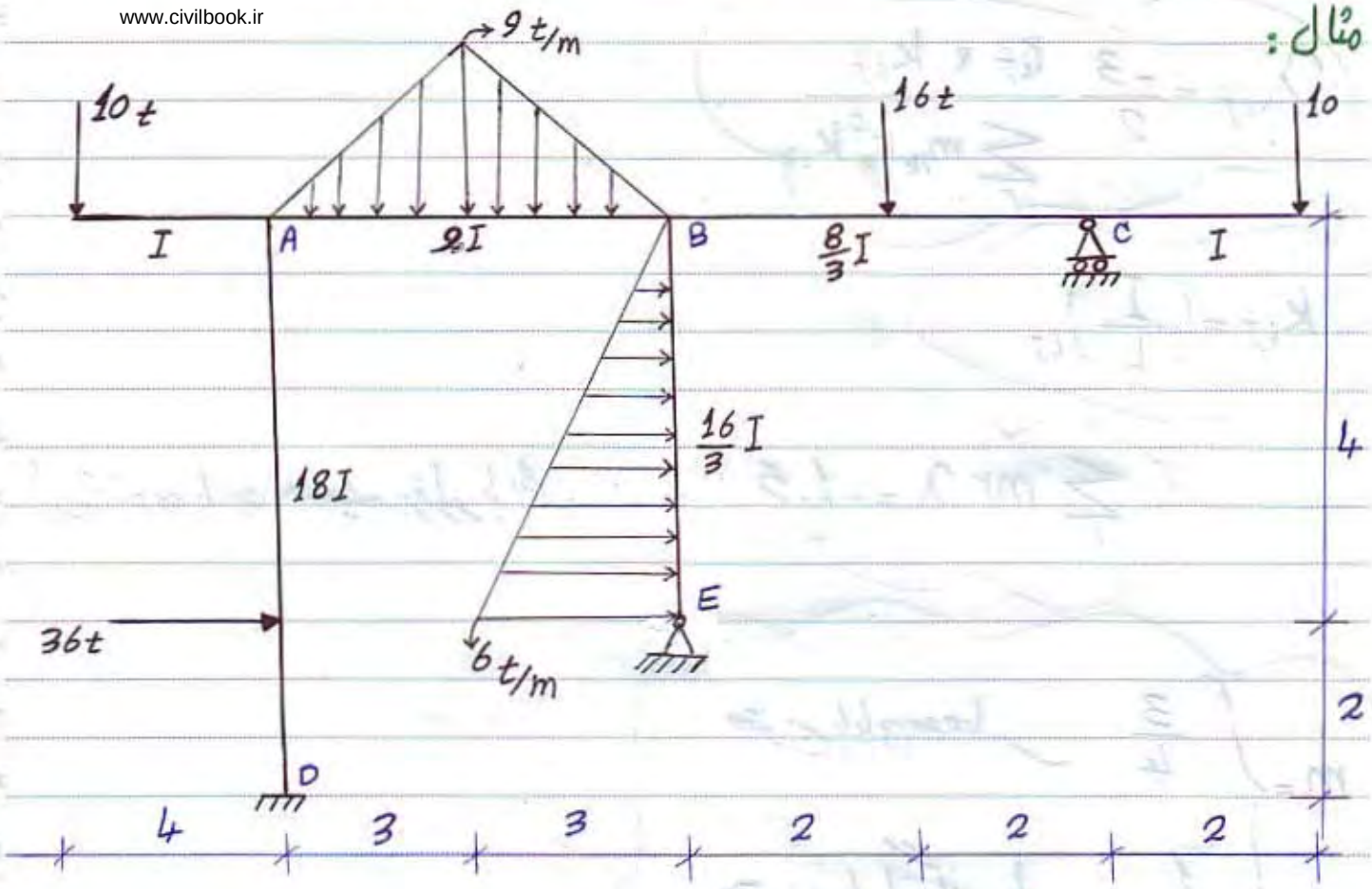
$$k_{ij} = \left(\frac{I}{L}\right)_{ij}$$

$$\sum_r mr\lambda = -1.5$$ → این تساوی باید همیشه برقرار باشد.

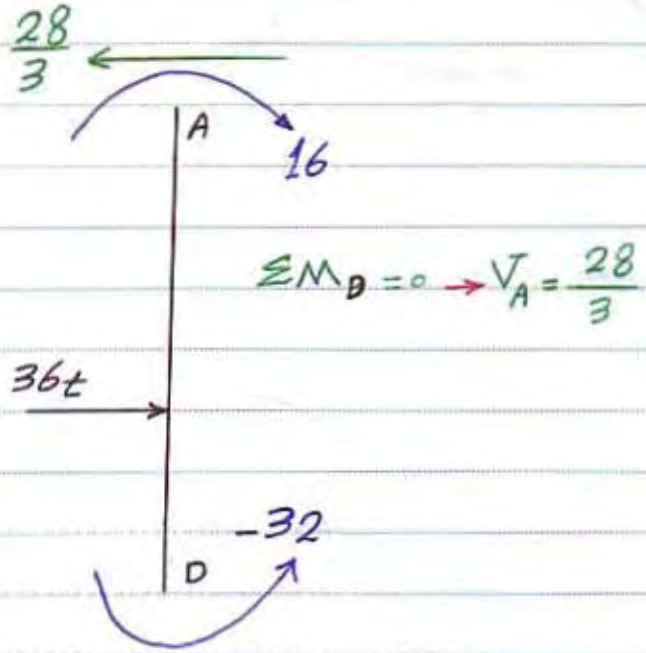
$$m = \begin{cases} \frac{3}{4} & \text{ستون با پای مفصل} \\ 1 & \text{ستون با پای گیردار} \end{cases}$$

www.civilbook.ir

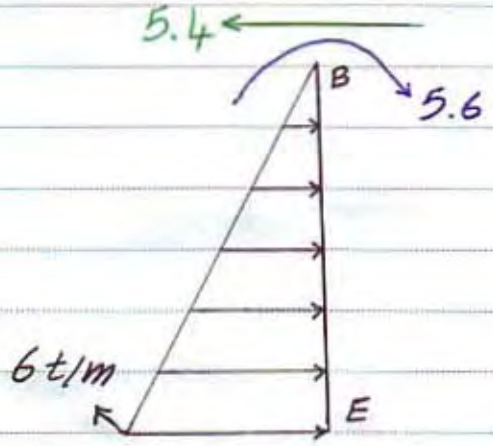
مثال:



F.E.M ها را قبلا پیدا کرده ایم

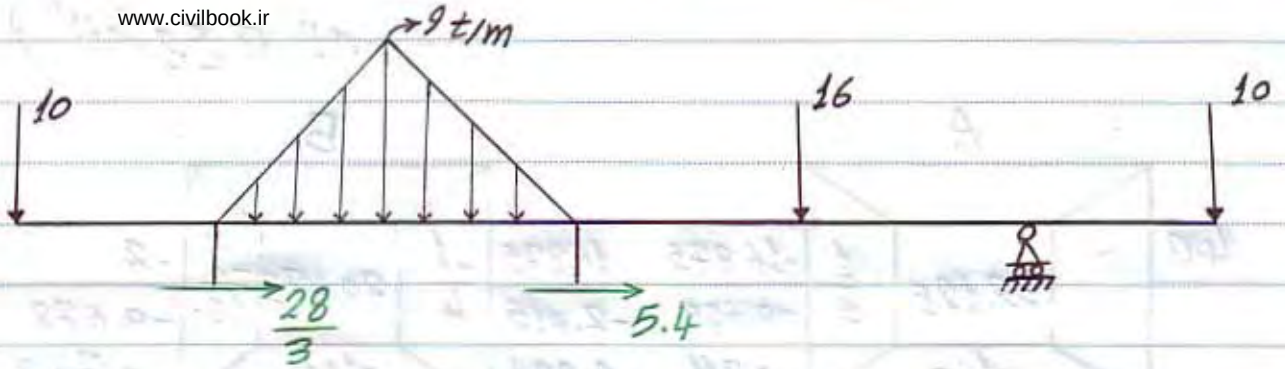


$\sum M_D = 0 \rightarrow V_A = \frac{28}{3}$



$\sum M_E = 0 \rightarrow V_B = 5.4$

www.civilbook.ir



$h_{AD} = 6m$

$h_{BD} = 1.5 \times 4 = 6m$

ارتفاع مبنا $h_1 = 6m$

لنگر مقاوم صفحه اول $M_1 = \frac{Q_1 h_1}{3} = \frac{\frac{221}{15} \times 6}{3} = \frac{442}{15}\ t.m$

$r_{AD} = r_{BE} = \frac{6}{6} = 1$

$$\lambda_{AD} = \frac{-3}{2} \frac{1 \times (3I)}{[1 \times (1)^2 \times (3I)] + [\frac{3}{4}(1)^2(I)]} = -\frac{3}{2} \frac{3I}{3.75I} = -1.2$$

(k_{AD} — AD — BE)

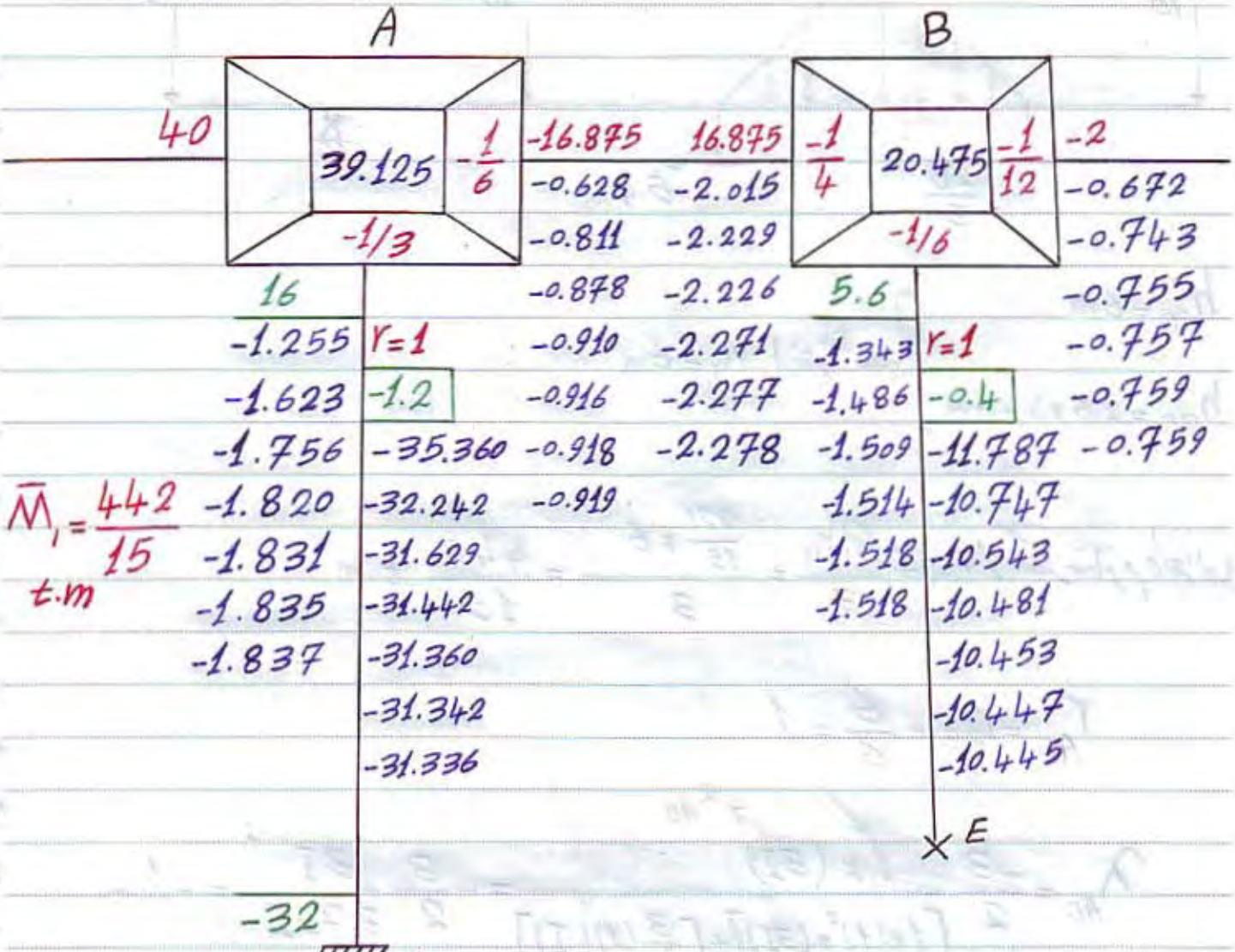
$$\lambda_{BE} = \frac{-3}{2} \frac{1 \times (I)}{3.75\,I} = -0.4$$

کنترل λها

$$\sum_1 mr\lambda = [(1)(1)(-1.2)] + [(\tfrac{3}{4})(1)(-0.4)] = -1.5 \rightarrow ok$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

از "M شروع می کنیم.



$\bar{M}_1 = \frac{442}{15}$ t.m

$$M_{ij} = 2M'_{ij} + M'_{ji} + M''_{ij} + (F.E.M)_{ij}$$

$$M_{AD} = 2(-1.837) + 0 + (-31.336) + 16 = -19.010 \text{ t.m}$$

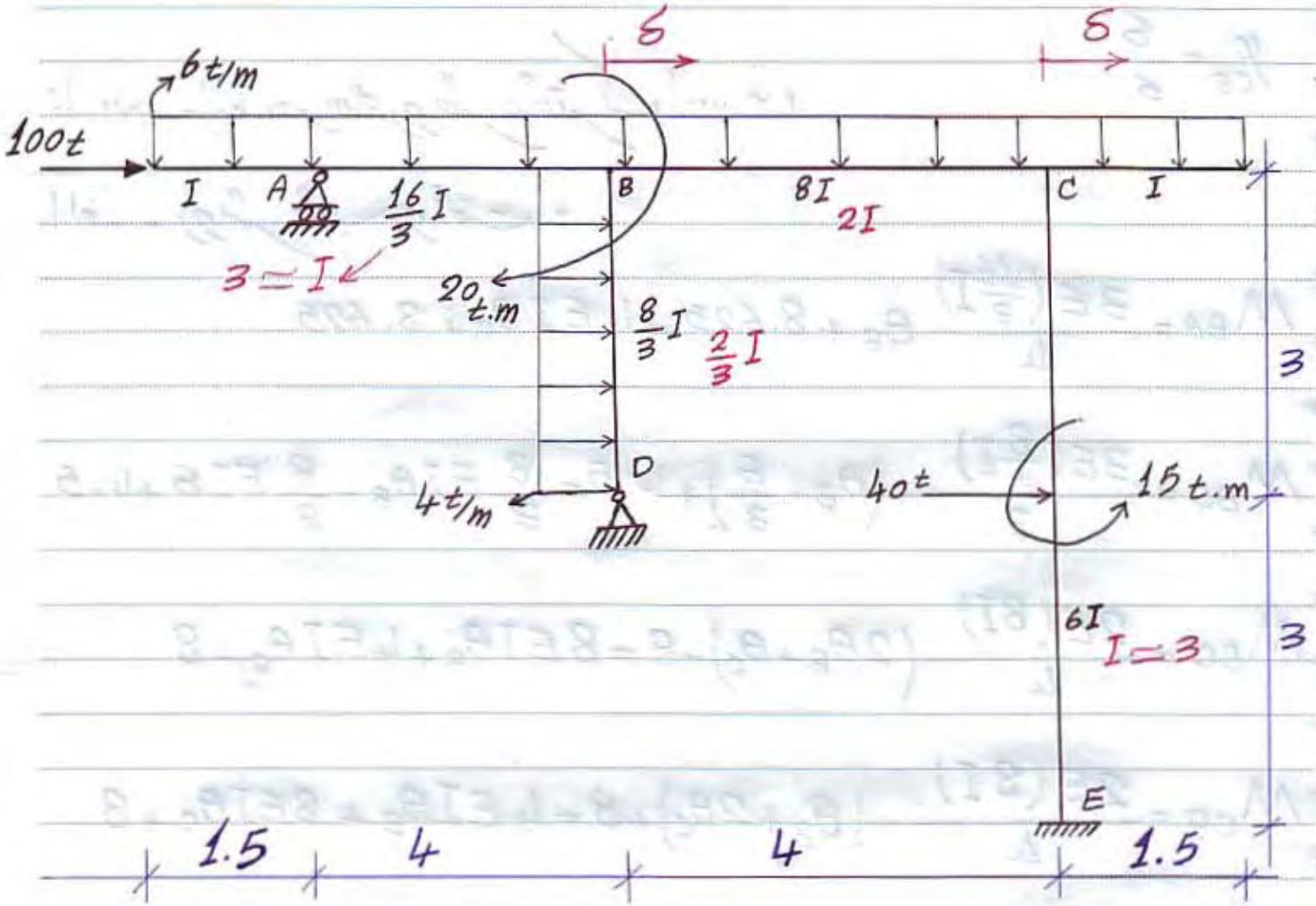
$$M_{DA} = 2(0) + (-1.837) + (-31.336) - 32 = -65.173 \text{ t.m}$$

$$M_{AB} = 2\times(-0.919) + (-2.278) + 0 + (-16.875) = -20.991 \text{ t.m}$$

بقیه M ها را به همین ترتیب محاسبه می کنیم

www.civilbook.ir

مثال: سازه زیر را به هر سه روش شیب وافت، پخش لنگر و کانر تحلیل کنید.



$$M_A = 6 \times 1.5 \times \frac{1.5}{2} = 6.75 \ t.m$$

$$-(F.E.M)_{AB} = (F.E.M)_{BA} = 8 \ t.m$$

$$(F.E.M)'_{BA} = 8 - \frac{1}{2}[-8 + 675] = 8625 \ t.m$$

$$-(F.E.M)_{BC} = (F.E.M)_{CB} = 8 \ t.m$$

$$M_C = -6.75 \ t.m$$

$$(F.E.M)'_{BD} = 45 \ t.m$$

$$-(F.E.M)_{EC} = (F.E.M)_{CB} = \frac{40 \times 6}{8} + (-15) \times \frac{3}{36}(3 \times 3 - 6) = 26.25 \ t.m$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

$$\varphi_{BD} = \frac{\delta}{3}$$

$$\varphi_{CE} = \frac{\delta}{6}$$

تا اینجا برای هر سه روش مشترک است.

الف - روش شیب وافت :

$$M_{BA} = \frac{3E\left(\frac{16}{3}I\right)}{4}\theta_B + 8.625 = 4EI\theta_B + 8.625$$

$$M_{BD} = \frac{3E\left(\frac{8}{3}I\right)}{3}\left(\theta_B - \frac{\delta}{3}\right) + 4.5 = \frac{8}{3}EI\theta_B - \frac{8}{9}EI\delta + 4.5$$

$$M_{BC} = \frac{2E(8I)}{4}\left(2\theta_B + \theta_C\right) - 8 = 8EI\theta_B + 4EI\theta_C - 8$$

$$M_{CB} = \frac{2E(8I)}{4}\left(\theta_B + 2\theta_C\right) + 8 = 4EI\theta_B + 8EI\theta_C + 8$$

$$M_{CE} = \frac{2E(6I)}{6}\left(2\theta_C - \frac{\delta}{2}\right) + 26.5 = 4EI\theta_C - EI\delta + 26.25$$

$\frac{\delta}{2} \times 3 \rightarrow \frac{\delta}{6}$

$$M_{CE} = \frac{2E(6I)}{6}\left(\theta_C - \frac{\delta}{2}\right) - 26.25 = 2EI\theta_C - EI\delta - 26.25$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow M_{BA} + M_{BD} + M_{BC} + 20 = 0 \rightarrow$$

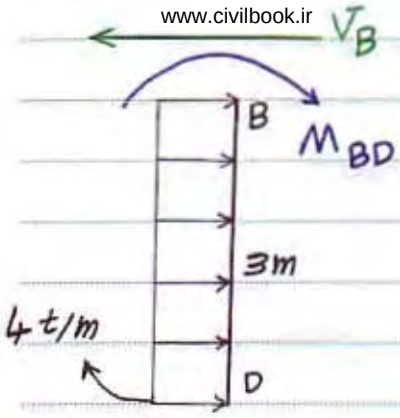
$$\rightarrow \frac{44}{3}EI\theta_B + 4EI\theta_C - \frac{8}{9}EI\delta = -25.125 \quad (I)$$

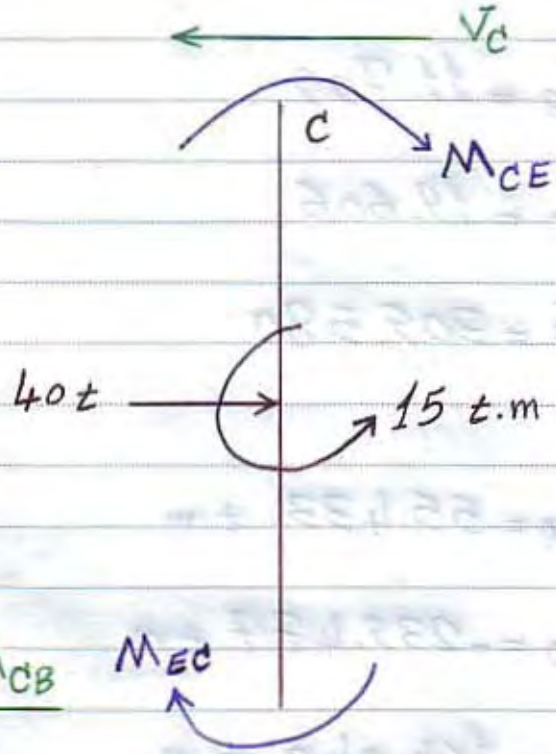
$$\sum M_C = 0 \rightarrow M_{CB} + M_{CE} + M_C = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4EI\theta_B + 12EI\theta_C - EI\delta = -27.5 \quad (II)$$

PqPCC منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک

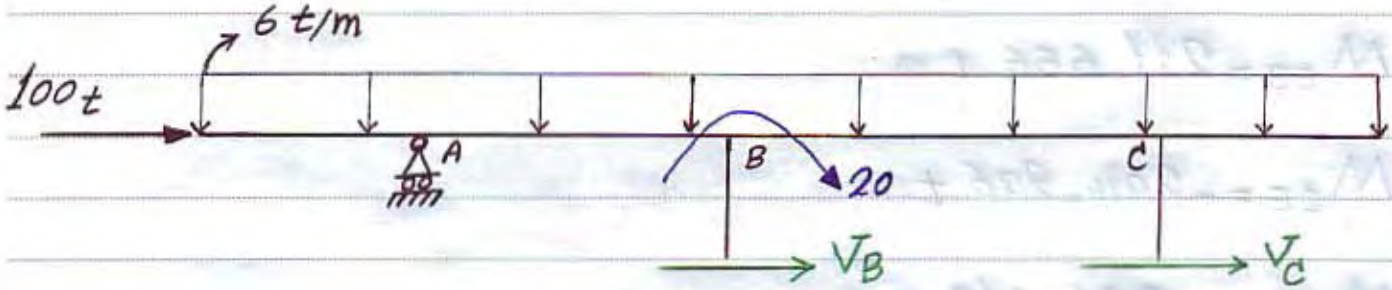
www.civilbook.ir





$$V_B = 6 + \frac{M_{BD}}{3}$$

$$V_C = 17.5 + \frac{M_{BC} + M_{CB}}{6}$$



$$\sum F_x = 0 \rightarrow 100 + V_B + V_C = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 100 + 6 + \frac{M_{BD}}{3} + 17.5 + \frac{M_{BC} + M_{CB}}{6} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2M_{BD} + M_{CE} + M_{EC} = -741 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{8}{3} EI\theta_B + 6EI\theta_C - \frac{26}{9} EI\delta = -745.5 \quad (III)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )
www.civilbook.ir

$$EI\theta_B = 11.702$$

$$EI\theta_C = 19.606$$

$$EI\delta = 309.580$$

$$M_{BA} = 55.433 \ t.m$$

$$M_{BD} = -239.477 \ t.m$$

$$M_{BC} = 164.040 \ t.m$$

$$M_{CB} = 211.656 \ t.m$$

$$M_{CE} = -204.906 \ t.m$$

$$M_{EC} = -296.618 \ t.m$$

ب - روش بخشی لنگر:

(F.E.M) ها و φ ها را حساب کردیم، فقط $\left(K=\frac{I}{L}\right)$ ها را تصحیح می کنیم

حالت الف - برای بار خارجی

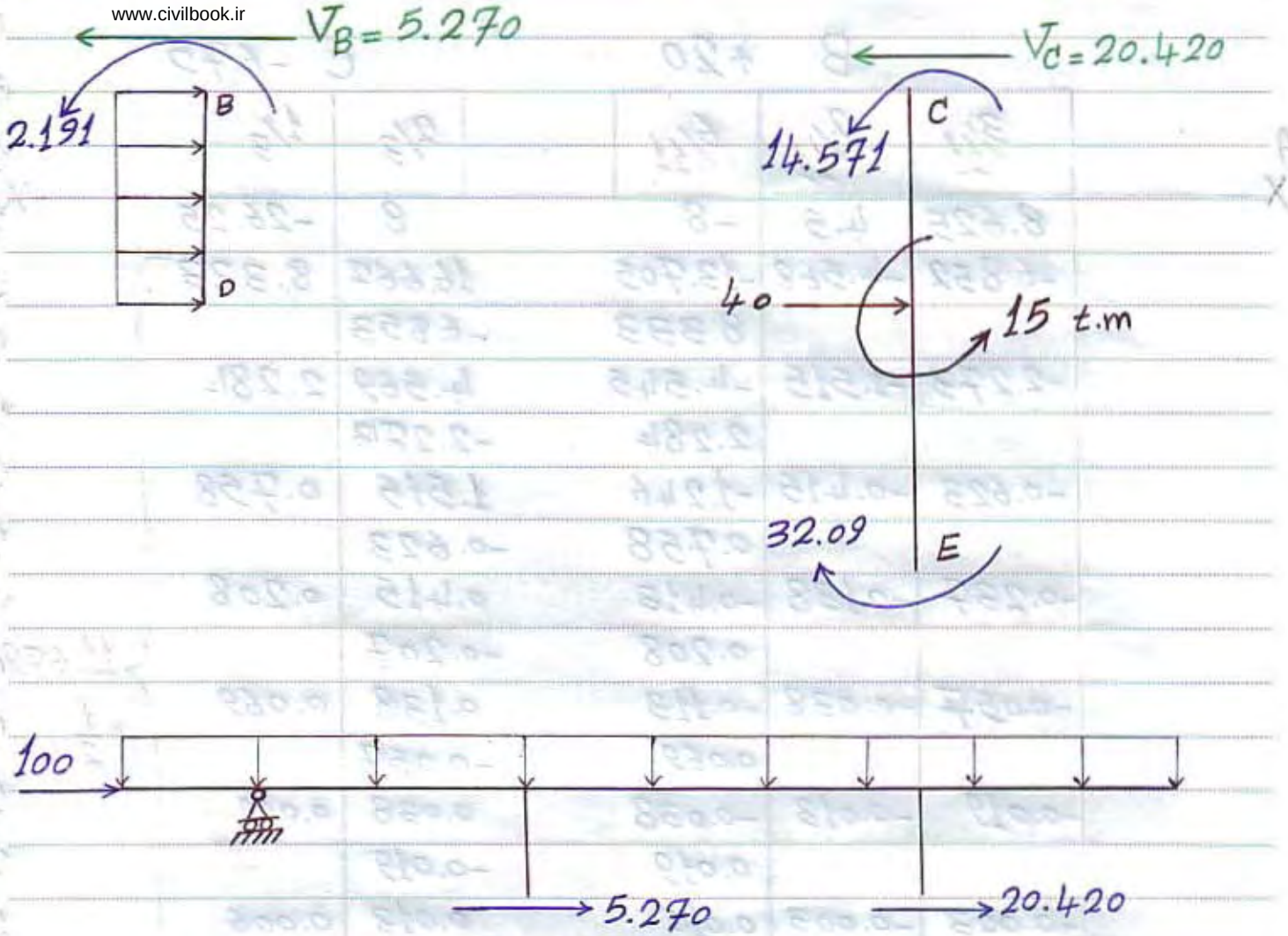
www.civilbook.ir

A		B +20			C -6.675	
	3/11	2/11	6/11		2/3	1/3
X	8.625	4.5	-8		8	-26.25
	-6.852	-4.568	-13.705		16.667	8.333
			8.333		-6.853	
	-2.273	-1.515	-4.545		4.569	2.284
			2.284		-2.273	
	-0.623	-0.415	-1.246		1.515	0.758
			0.758		-0.623	
	-0.237	-0.138	-0.413		0.415	0.208
			0.208		-0.207	
	-0.057	-0.038	-0.113		0.138	0.069
			0.069		-0.057	
	-0.019	-0.013	-0.038		0.038	0.019
			0.019		-0.019	
	-0.003	-0.003	0.010		0.013	0.006
			0.006		-0.005	
	-0.002	-0.001	-0.003		0.003	0.002
			0.002		-0.002	
	-1.413	-2.191	-16.394		21.319	-14.571 → M_{CE}
						32.09 → M_{EC}
						5.840
			D			E 26.25

11.679 × 1/2

می خواهیم R را بدست بیاوریم:

www.civilbook.ir



$R = 125.690$ t

حالت ب-

$$(F.E.M)'_{BD} = \frac{-3E\left(\frac{8}{3}I\right)}{9}\delta = \frac{-8}{9}EI\delta \underset{EI\delta=90}{\simeq} 80$$

$$(F.E.M)_{CE} = (F.E.M)_{EC} = \frac{-6E(6I)}{36}\delta = -EI\delta \simeq -90$$

www.civilbook.ir

B

X	3/11	2/11	6/11
	0	-80	0
	21.818	14.545	43.636
			30
	-8.182	-5.455	-16.304
			-7.273
	1.984	1.322	3.969
			2.727
	-0.744	-0.496	-1.487
			-0.661
	0.203	0.135	0.406
			0.248
	-0.055	-0.033	-0.111
			-0.068
	0.019	0.012	0.037
			0.018
	-0.005	-0.003	-0.010
			0.006
	0.002	0.001	0.003
			0.002
	15.040	-69.976	55.117

D

C

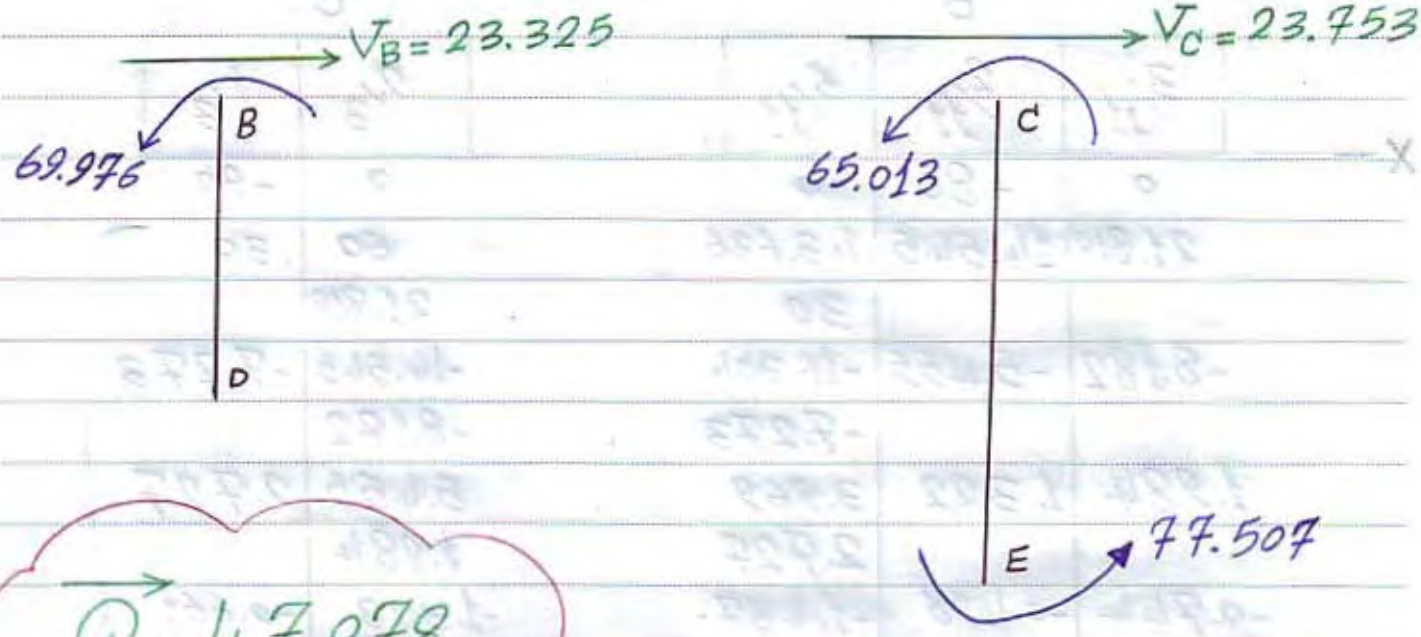
2/3	1/3
0	-90
60	30
21.818	
-14.545	-7.273
-8.182	
5.455	2.727
1.984	
-1.323	-0.661
-0.744	
0.496	0.248
0.203	
-0.135	0.068
-0.055	
0.037	0.018
0.019	
-0.013	0.006
-0.005	
0.003	0.002
0.002	
	-65.013

24.987
× 1/2
= 12.594

-77.507
+12.594
-90

E

www.civilbook.ir

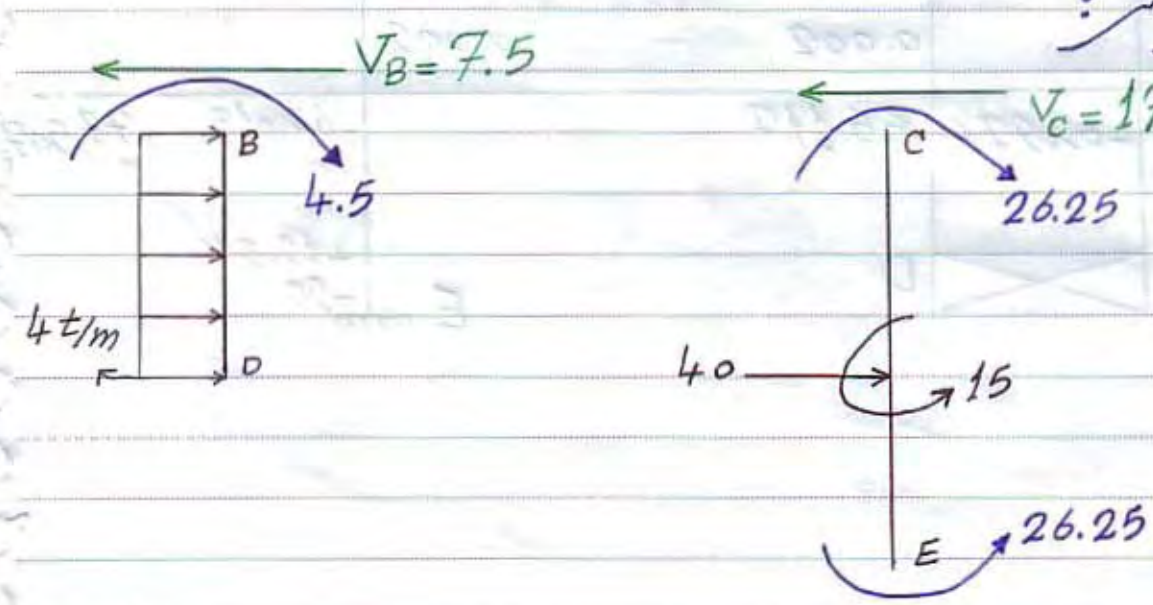


$\overrightarrow{Q} = 47.078$

$$\text{ضریب اصلاح} = \frac{R}{Q} = 2.67$$

$$EI\delta = 90 \times 2.670 = 240.283$$

ج- روش کانر :



www.civilbook.ir

$$Q_1 = 100 + 7.5 + 17.5 = 125\ t$$

$$h_{BD} = 1.5 \times 3 = 4.5 \qquad h_{CE} = 6$$

$$r_{BD} = \frac{6}{4.5} = \frac{4}{3} \qquad r_{CE} = 1$$

$$\sum_1 mr^2k = \left[\frac{3}{4} \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times 2\right] + \left[1 \times 3 \times 1^2\right] = \frac{17}{3}$$

$$\lambda_{BD} = -\frac{3}{2}\,\frac{\frac{4}{3} \times 2}{17/3} = -0.706$$

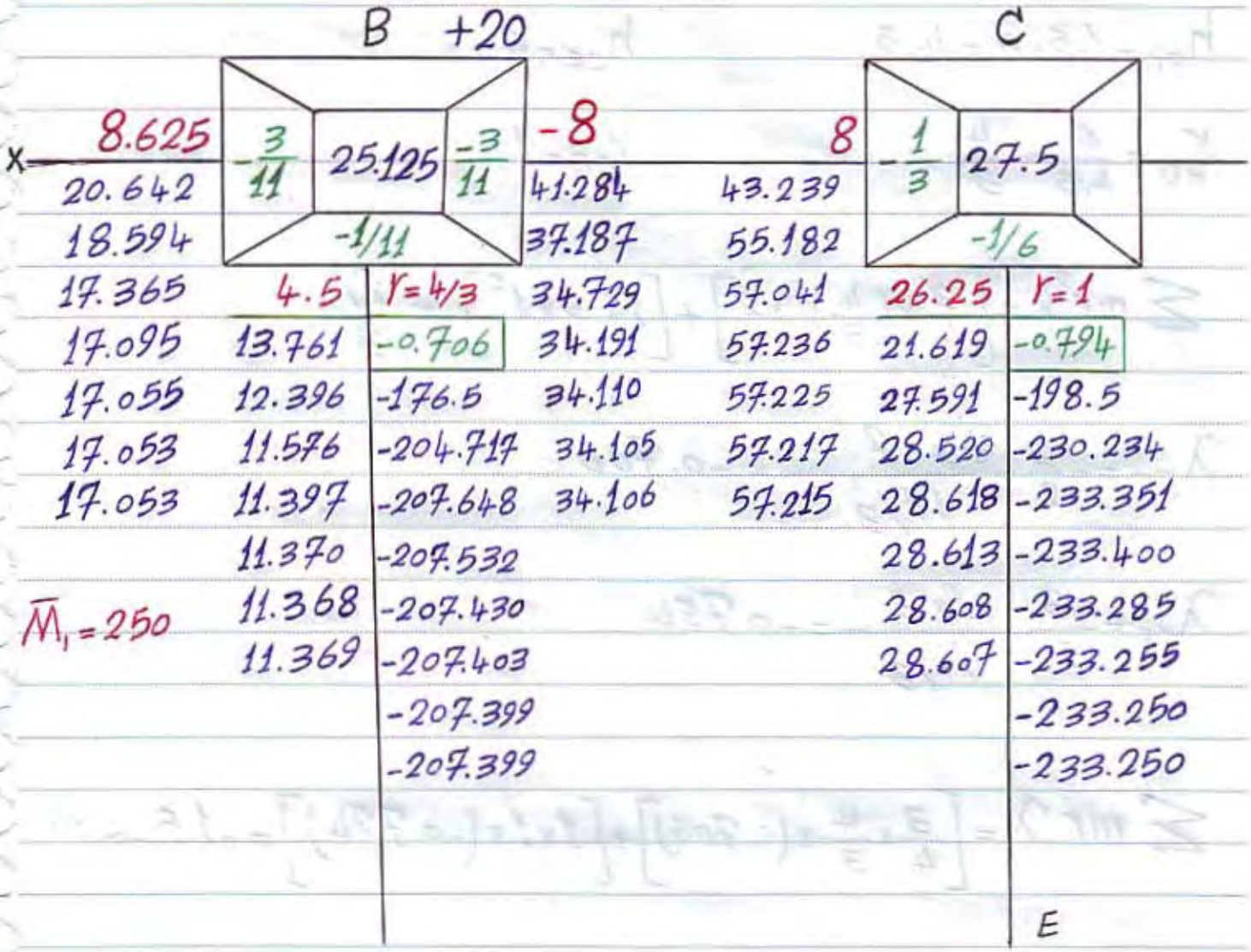
$$\lambda_{CE} = \frac{-3}{2}\,\frac{1 \times 3}{17/3} = -0.794$$

$$\sum mr\lambda = \left[\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times (0.706)\right] + \left[1 \times 1 \times (-0.794)\right] = -1.5 \rightarrow \text{ok}$$

$$\overline{M}_1 = \frac{125 \times 6}{3} = 250\ t.m$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

www.civilbook.ir



$$M''_{CE} = -233.250 = \frac{-6E(6I)}{36}\delta \rightarrow EI\delta = 233.250$$

$$M_{BA} = 2(17.053) + 8.625 = 42.731$$

$$M_{CE} = 2(28.607) + 0 - 203.250 + 26.25 = -149.876$$

بقیه M ها را خودمان پیدا می کنیم

PAPCO منبع: انجمن علمی عمران خوی
گسترش داده شده توسط سیویل بوک