بسمه تعالی

جزوه

تحلیل سازه ها

دانشگاه

علم و صنعت

استاد

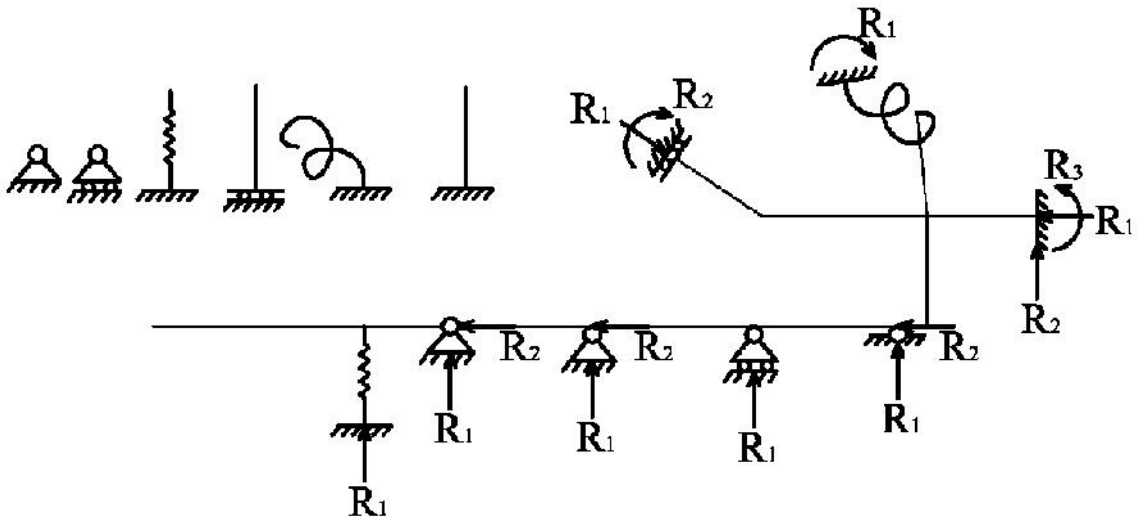
دکتر حسین زاده

تحلیل سازه ها

۱- استاتیک خرپا ۱
۲- پایداری ۴
۳- استاتیک تیرها ۲۹
۴- خط تاثیر ۳۴
۵- تغییرشکل سازه های معین ۴۵
۶- روش نیروها ۵۶
۷- لنگر سطح ۵۸
۸- کار مجازی ۶۱
۸-۱- خرپا ۶۲
۸-۲- تیر ۶۸
۸-۳- حرارت ۷۶
۸-۴- نشست تکیه گاهی ۷۹
۹- تیر مزدوج ۸۳
۱۰- بتی- ماکسول ۹۲
۱۱- شیب افت ۹۷
۱۲- پخش لنگر ۱۰۹
۱۳- تقارن ۱۱۳
۱۴- مدل سازی با فنر ۱۱۸
۱۵- مسائل متفرقه ۱۲۳

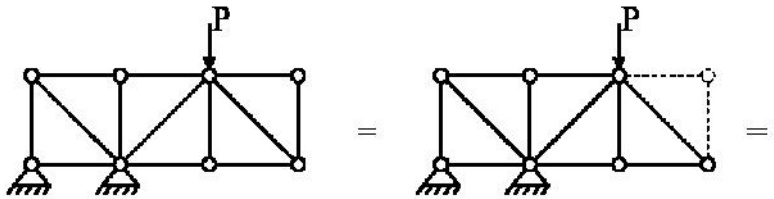
۱-استاتیک خرپا

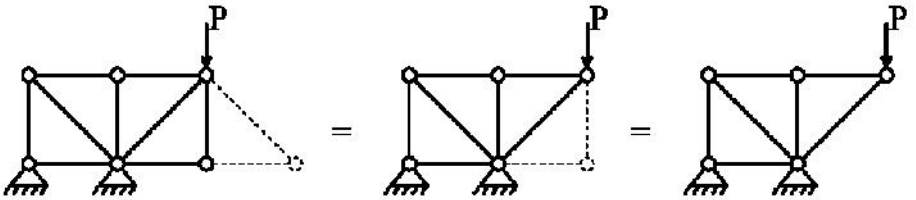
۱- انواع تکیه گاهها:



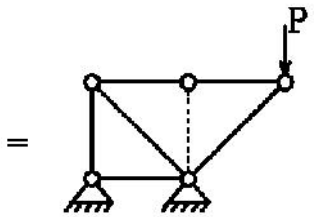
۲- اعضای صفرنیرویی:

اتصال دو میله دوسر مفصل بدون بار (به شرطی که دو میله همراستا نباشند):

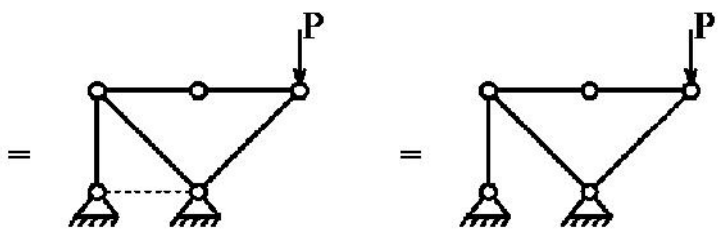




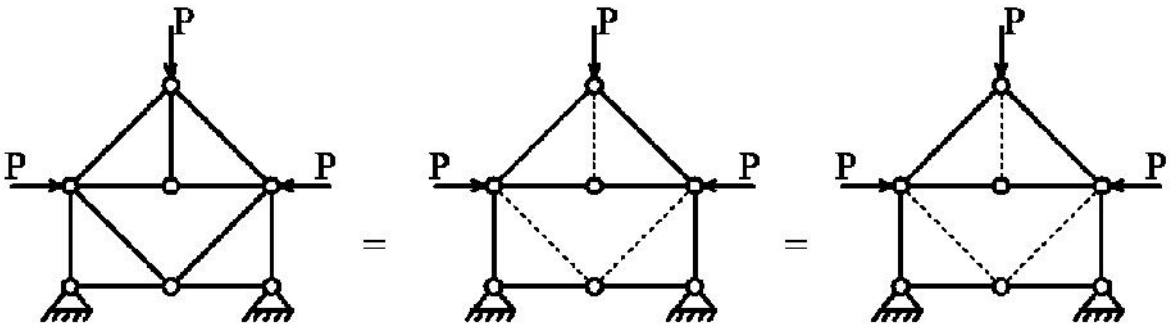
میله سوم متصل به دو میله هم راستا :



میله ای که تغییر طول ندارد نیرویش صفر است:



اعضای صفر نیرویی در سازه های متقارن:

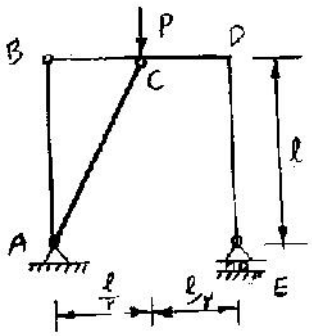


۳- استفاده از اعضای میله ای به جای اعضایی دو سر مفصل غیر مستقیم (در سازه معین):

۴- نکته: در تحلیل استاتیکی سازه ها اعضای دو سر مفصل که انتهای مشترک دارند (مانند) و فقط از دو انتها به سازه متصل باشند را می توان با یک میله واحد با سختی بیشتر جایگزین کرد.

سراسری ۸۷

۸۲-در قاب شکل مقابل نیروی محوری عضو AC چقدر است؟

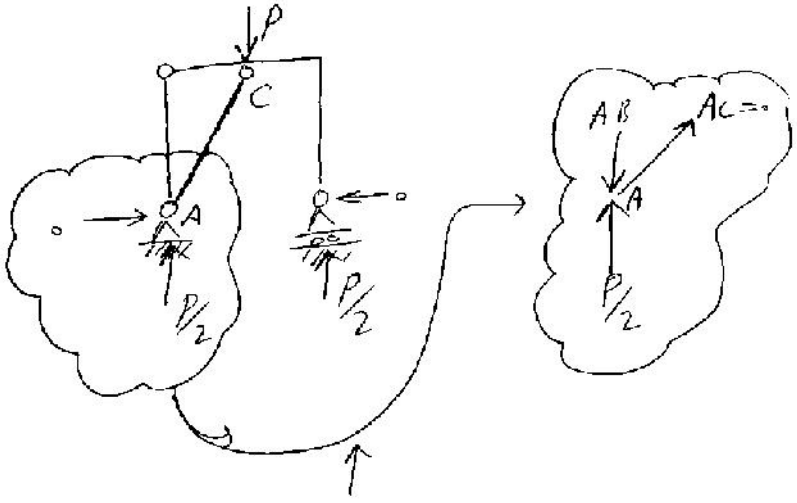


۱) صفر

۲) $\frac{P\sqrt{5}}{2}$

۳) $\frac{P\sqrt{2}}{2}$

۴) $\frac{P\sqrt{3}}{2}$



سراسری ۸۷

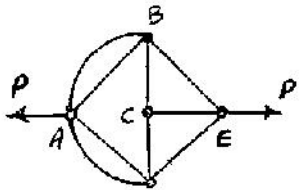
۸۰- سازهٔ شکل مقابل تحت تأثیر نیروی P قرار گرفته است. نیروی محوری عضو BC چقدر است؟ چهار ضلعی ABED مربع است.

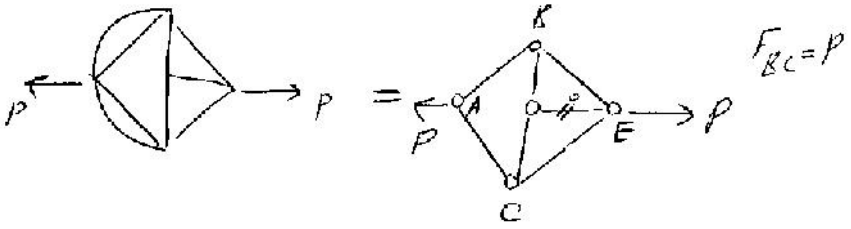
۱) P

۲) ۲P

۳) $P\sqrt{2}$

۴) صفر





سراسری ۸۶

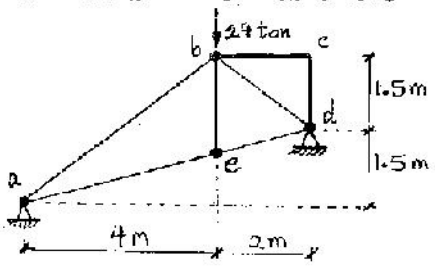
۶۷- در سازه‌ی شکل مقابل قطعهٔ پیوستهٔ bcd صلب می‌باشد و مفصل‌های خمشی لیز یا گرهٔ توپر مشخص شده‌اند. نیرو در میلهٔ ab بر حسب ton چقدر است؟

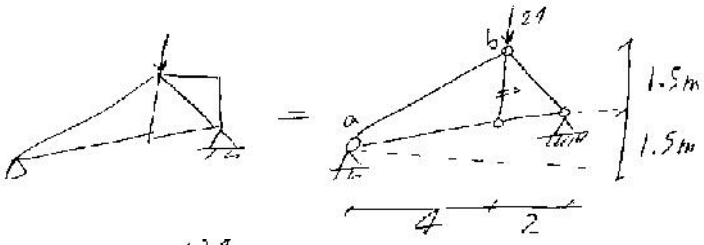
۱) ۰

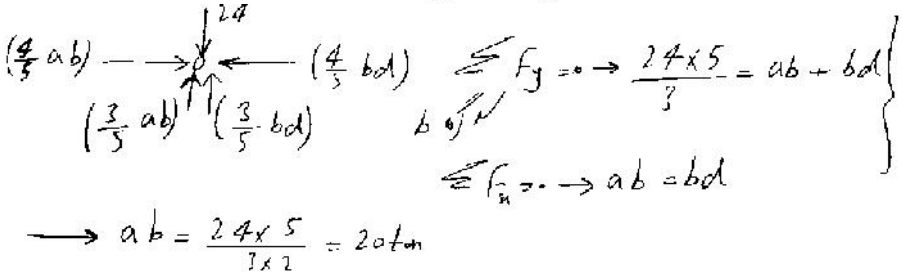
۲) ۱۵

۳) ۱۷٫۵

۴) ۲۰







آزاد ۸۵

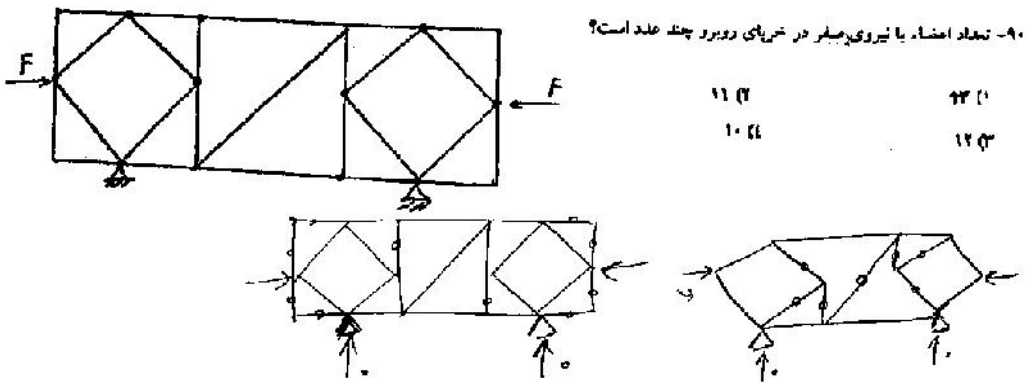
۹۰- تعداد اعضاء با نیروی صفر در خرپای روبرو چند عدد است؟

۱) ۳

۲) ۱۱

۳) ۱۲

۴) ۱۰



ناپایدار است!

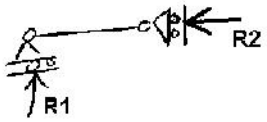
۲-پایداری

پایداری سازه‌ها

سازه‌ها باید سازه‌ای را گویند که تحت اثر بارگذاری‌های مختلف بتواند تعادل خود را حفظ کند برای مثال سازه ناپایدار است و تیر را تحت بار حرکتی به دوران می‌کند ولی سازه پایدار است و تحت هر نوع بارگذاری موقعیت خود را حفظ می‌کند

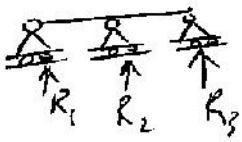
انواع ناپایداری:
- خارجی ← مربوط به تکیه‌گاه‌ها است
- داخلی ← مربوط به اعضای سازه و نحوه چیدمان آن‌هاست

ناپایداری خارجی: ۱ از سازه‌های زیر حداقل ۲ مؤلفه تکیه‌گاهی لازم است تا سازه پایدار باشد

مثال: 

← 2 مؤلفه و ناپایدار

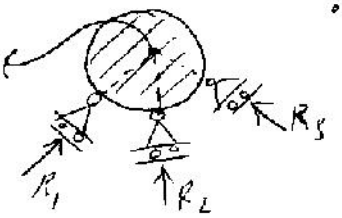
۲ راستای مؤلفه‌های تکیه‌گاهی موازی نباشد

مثال: 

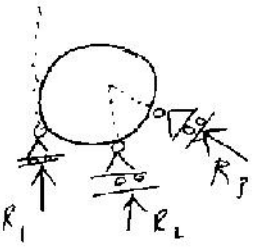
← سازه را جهت افقی حرکت می‌کند و ناپایدار است

۳- خطوط کنش تکیه گاهی متقارن نباشند یعنی اگر امتداد همه خطوط از یک نقطه مشترک بگذرد آن سازه ناپایدار است

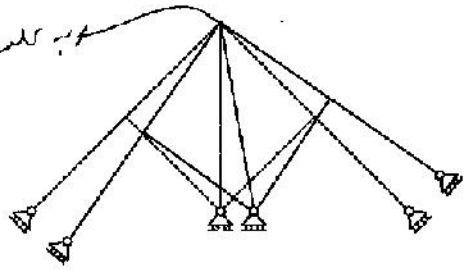
مثال:



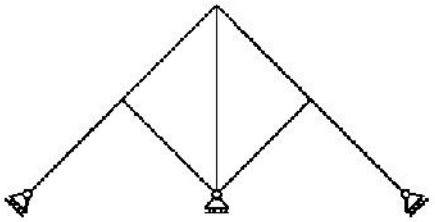
سازه حول این نقطه می تواند دوران کند و ناپایدار است



تکیه گاهها نه موازی هستند و نه هم رس و سازه پایدار است



به علت هم رس بودن تکیه گاهها سازه حول این نقطه دوران می کند



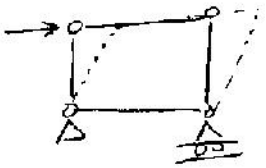
ناپایداری داخلی: اگر تعداد اعضای سازه ناکافی باشد و یا چیدمان آنها نادرست باشد ناپایداری داخلی خواهیم داشت.

مثال:

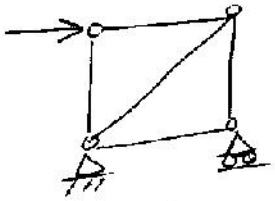
ناپایدار است

پایدار است

مثال:



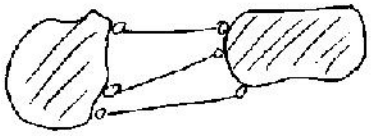
ناپایدار است



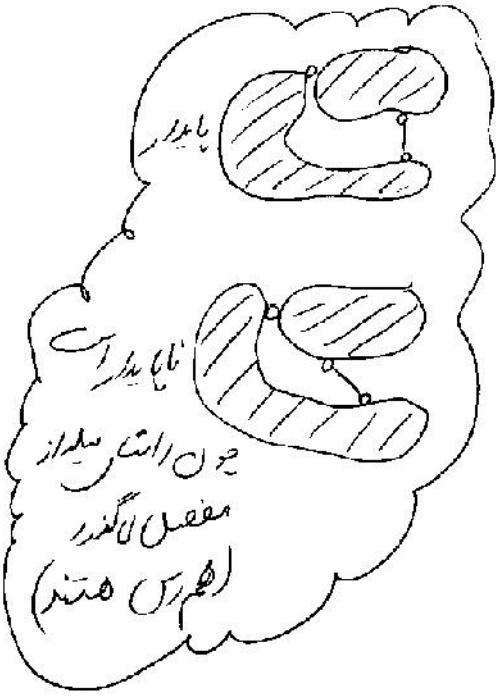
پایدار است

سوال: دو سازه که هرکدام به تنهایی پایدار هستند را چگونه به هم متصل کنیم تا سازه جدید نیز پایدار باشد؟

روش اول: توسط 3 میله غیرموازی و غیرهم رس

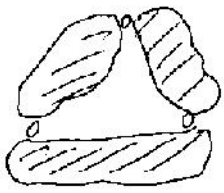


روش دوم: توسط یک مفصل و یک میله غیرهم رس

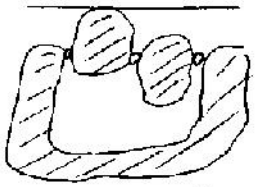


سوال: دو سازه را که هرکدام به تنهایی پایدار هستند را چگونه به هم متصل کنیم تا سازه حاصل پایدار باشد؟

1 توسط 2 مفصل که هم امتداد نیستند

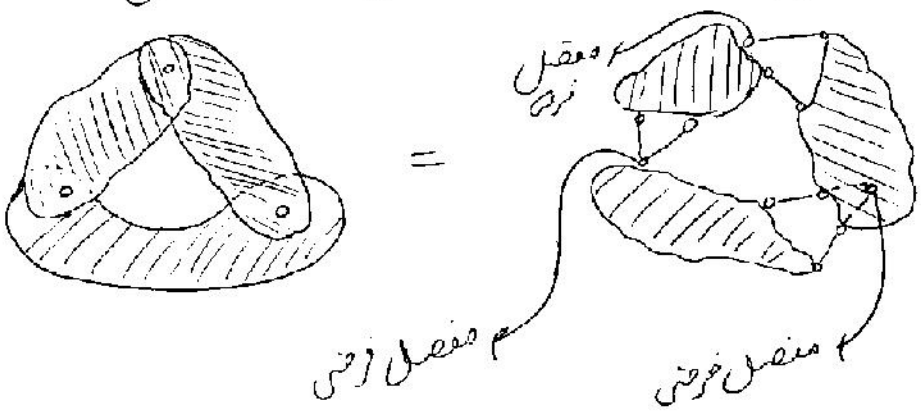


پایدار است



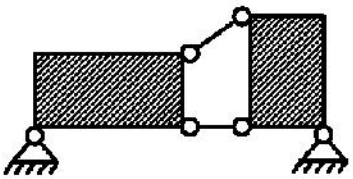
ناپایدار است چون مفاصل هم امتداد هستند

2- به جای هر مفصل متصل کننده می‌توان از دو میله متصل کننده استفاده کرد

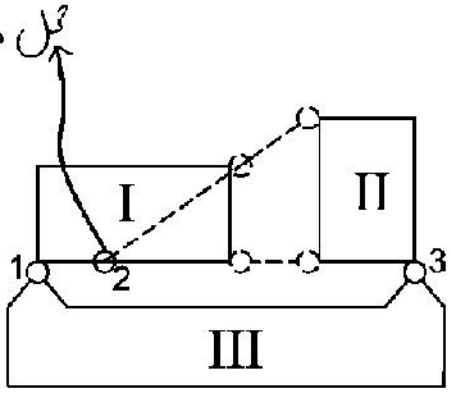


در این صورت نقطه تلاقی هر دو میله را یک مفصل فرض می‌کنیم که این مفاصل فرضی نباید هم راستا باشند

مثال: آیا سازه مقابل پایدار است؟



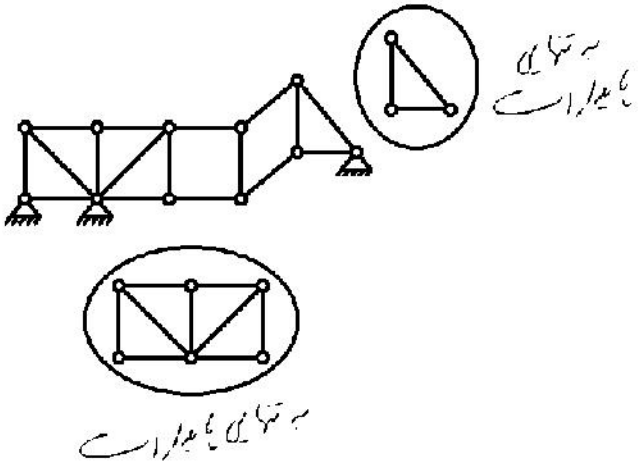
پاسخ: در این سوال که تنها سه جسم داریم، زمین را نیز جسم سوم فرض می‌کنیم



مفاصل 1 و 2 و 3 سر جسم I و II و III را به هم متصل کرده‌اند و چون مفاصل 1 و 2 و 3 بر یک راستا هستند سازه ناپایدار است.

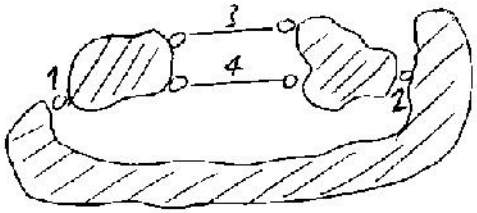
نکته: قسمتی از سازه‌ای خرپایی که از مثلث‌های ساده تشکیل شده است به تنهایی پایدار هستند

مثال: قسمت‌های هاشور خورده از سازه‌های زیر به تنهایی پایدار هستند:

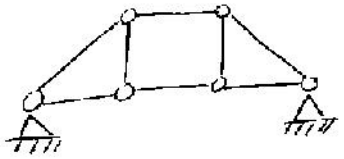


نکته: اگر برای انتقال سرجم مطابق شکل از روبیله مداری استفاده شود

و راستای مفاصل 1 و 2 موازی میله‌های 3 و 4 باشند، سازه ناپایدار خواهد بود

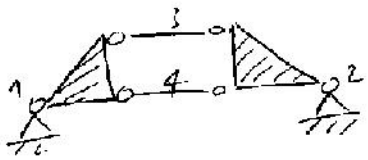


مثال:

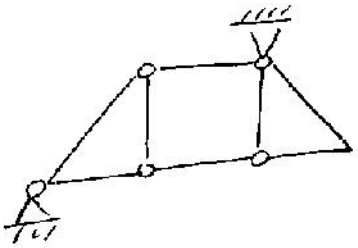


مثلث‌های تشکیل دهنده به تنهایی پایدار هستند بنابراین سازه فوق را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

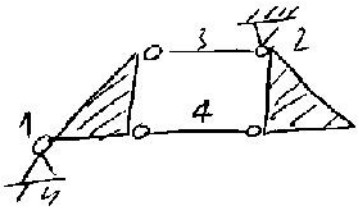
با توجه به نکته فوق سازه ناپایدار است.



مثال:



قسمت گیری پایدار را با هاشور مشخص می‌کنیم:

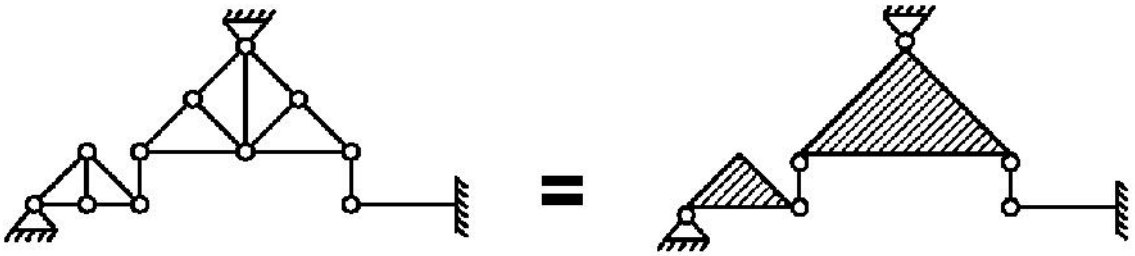


راستای مفاصل 1 و 2 با میله‌ی موازی یکی نیست و سازه پایدار است.

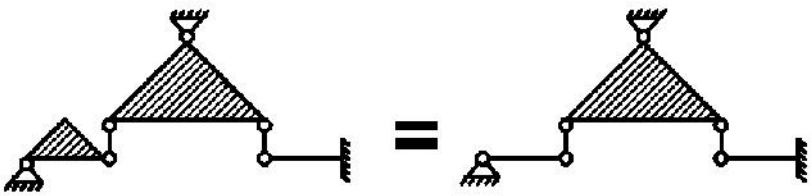
در بررسی پایداری سازه‌ی باید گام‌های زیر را به ترتیب انجام دهیم:

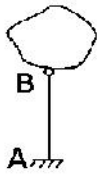
گام 1: قسمت‌گیری از سازه‌ای که به تنهایی پایدار هستند را مشخص می‌کنیم (هاشور می‌زنیم)

مثال:

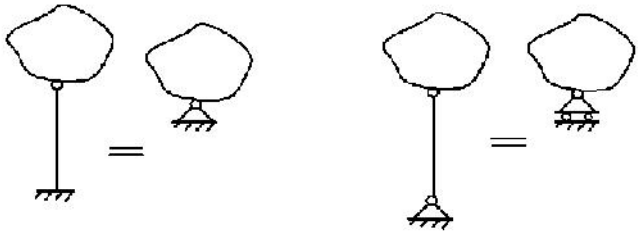


گام 2: قسمت‌گیری که در گام‌های هاشور خورده‌اند از طرف تنها درجه‌ی نقطه به بقیه سازه متصل هستند را حذف و به جای آن‌ها یک میله قرار می‌دهیم:



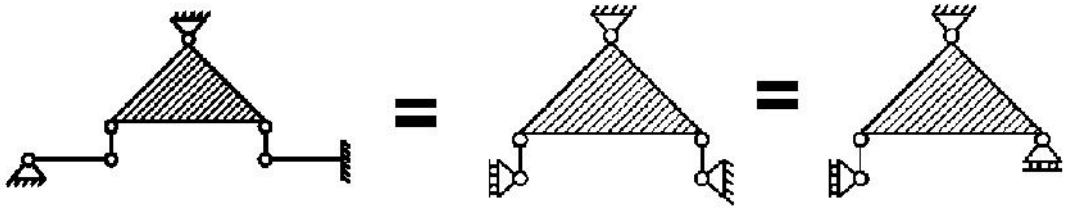
گام 3: در ادامه 

قسمت AB به تنهایی پایدار است و در نتیجه
نقطه B حرکت افقی و قائم ندارد بدین ترتیب ارتباطی سازه که تبدیلات
زیر را انجام می دهیم:

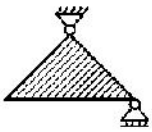


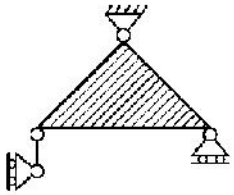
دقت شود تکیه گاه غلتکی باید در راستای صفحه حذف شده باشد

بنابراین سازه گام 1 به صورت زیر خواهد شد:



گام 4: قسمت کی را که به تنهایی پایدار هستند و همچنین را برای تکیه گاه کافی هستند و
جزئی از زمین فرض کرده و آنرا حذف کرده به جایش تکیه گاه می گذاریم

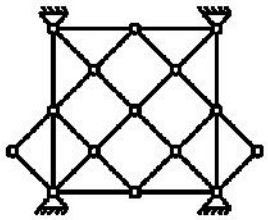
در مثال فوق قسمت  به تنهایی پایدار است بنابراین:



این قسمت نیز پایدار است بنابراین
کل سازه پایدار است.

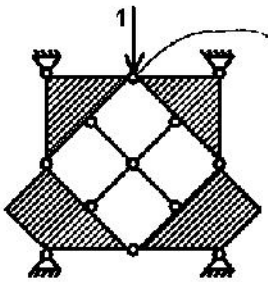
گام ۵: اگر با گام‌های فوق به نتیجه نرسیدیم از روش بار واحد استفاده می‌کنیم:

روش بار واحد: سازه زیر را در نظر بگیرید اگر گام‌های فوق را انجام دهیم خواهیم دید:



=

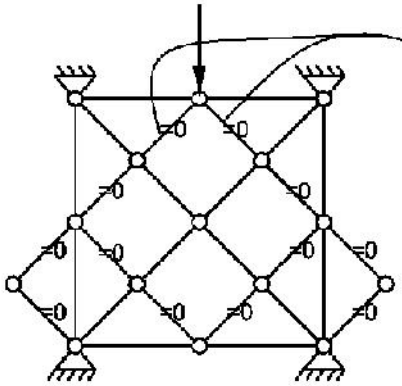
کما نظر که مشاهده می‌شود پایداری آن قابل تشخیص نیست



اگر با روش‌های گفته شده نتوانستیم پایداری یا ناپایداری سازه را مشخص کنیم:

1- در جهتی که احتمال دارد سازه ناپایدار شود یک بار واحد وارد می‌کنیم

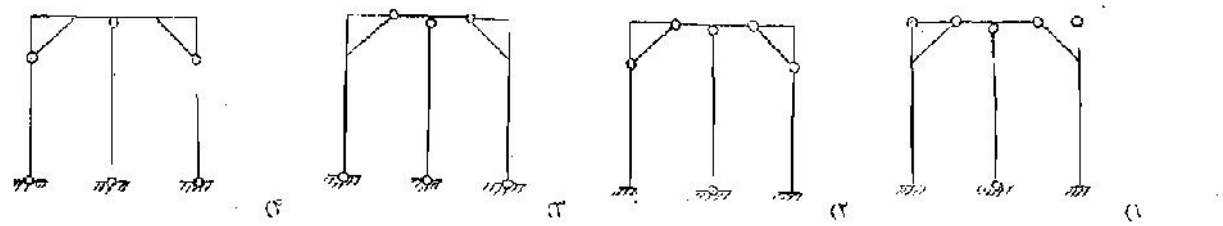
2- سازه را تحلیل می‌کنیم اگر به تناقض نرسیدیم ← سازه پایدار است.



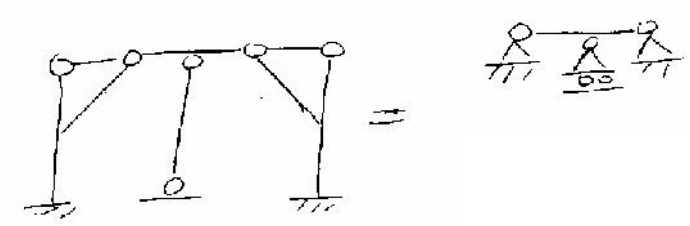
اگر تعداد صفر بیرونی را مشخص کنیم: این دو عضو صفر خواهند شد و الگیک نباید صفر باشد بنابراین سازه نمی‌تواند بار واحد را تحمل کند و ناپایدار است.

سراسری ۸۶

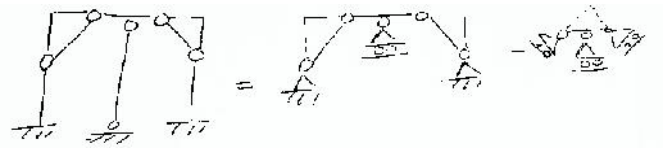
۶۵- کدام یک از سازه‌های زیر پایدار است؟ (کلیه سازه‌ها متقارن هستند.)



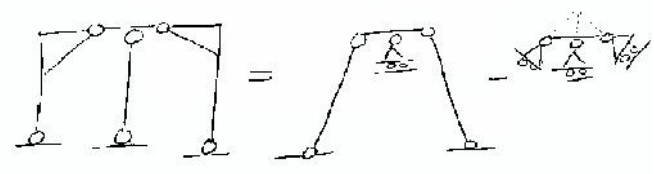
گزینه ۱ پایدار است:



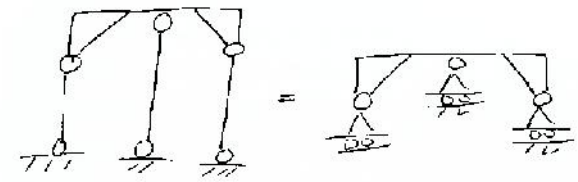
گزینه ۲ به دلیل هم رس بودن مولفه ها ناپایدار است:



گزینه ۳ به دلیل هم رس بودن مولفه ها ناپایدار است:

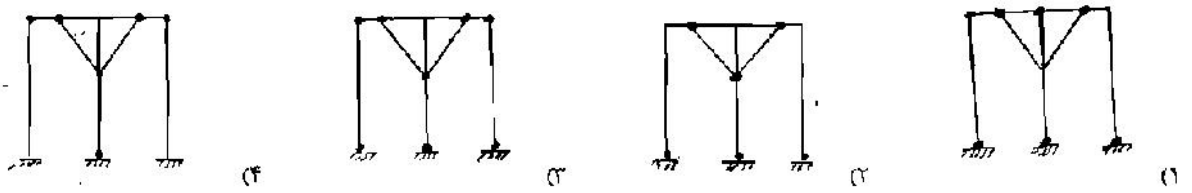


گزینه ۴ بدلیل موازی بودن مولفه ها ناپایدار است:



سراسری ۸۲

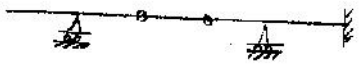
۴۹- کدام یک از قابهای متقارن روبرو پایدار است؟



۱) ۲) ۳) ۴)

آزاد ۸۹

۶۱ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

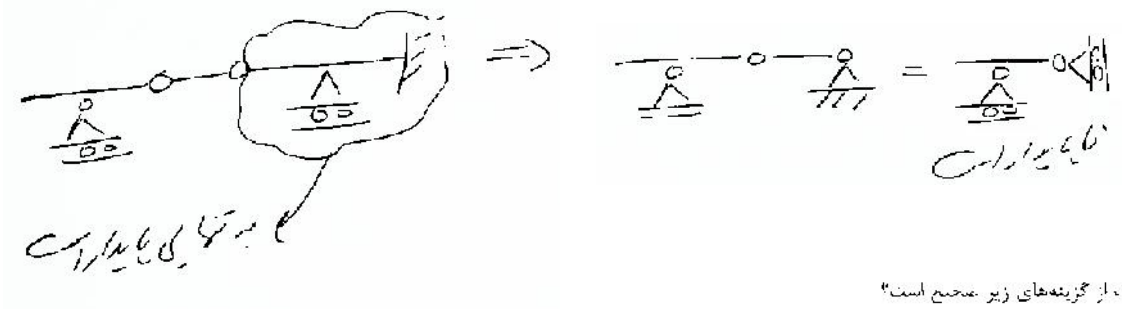


۱) تیر ناپایدار هندسی است. ۳) تیر پایدار و معین است.

۲) تیر ناپایدار استاتیکی است. ۴) تیر پایدار و نامعین است.

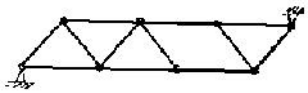
پاسخ: گزینه ۱

درجه نامعینی سازه برابر n=0 است بنابراین تعداد تکیه گاههای آن کافی می‌باشد و ناپایداری سازه از نوع استاتیکی نیست بلکه به علت چیدمان نامناسب اعضا می با شد (نا پایداری هندسی)



آزاد ۸۹

۶۸ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



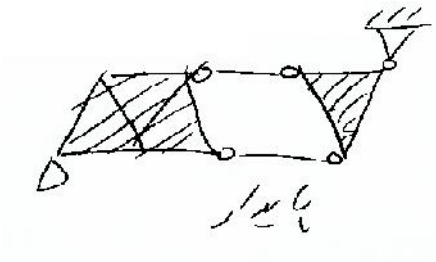
۱) خرپا پایدار و معین است.

۲) خرپا پایدار و نامعین است.

۳) خرپا ناپایدار است.

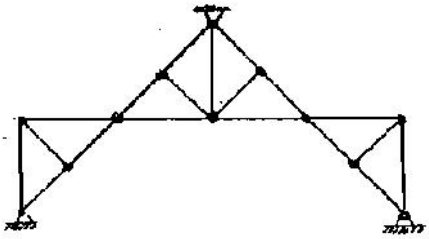
۴) هیچ‌کدام

پس از هاشور زدن قسمت های پایدار سازه به شکل زیر در می‌آید
که راستای دو مفصل تکیه گاهی آن با راستای میله ها یکی نسبت
بنابراین سازه پایدار است.



سراسری ۸۳

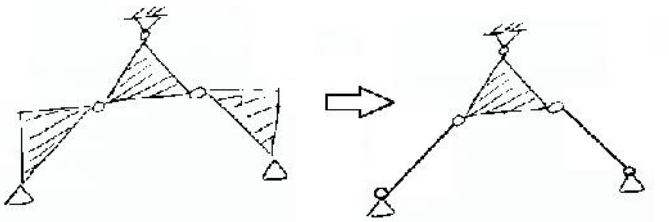
۶۹. خرپای مقابل:



۱) ناپایدار است .
۲) پایدار و معین است .
۳) پایدار و ۲ درجه نامعین است .
۴) پایدار و ۳ درجه نامعین است .

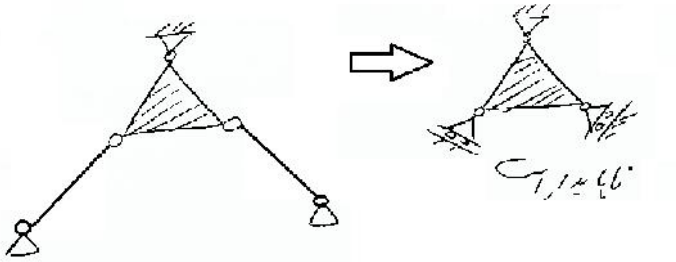
پاسخ: گزینه ۱ است.

ابتدا قسمت های پایدار را هاشور میزنیم.

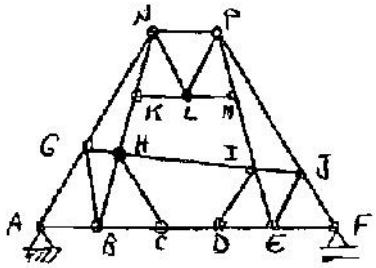


دو مثلث پایینی تنها دو نقطه اتصال دارند
بنابراین آنها را با میله جایگزین می کنیم:

از طرفی میله های مایل را می توان به
تکیه گاه غلتکی در راستای میله تبدیل کد:



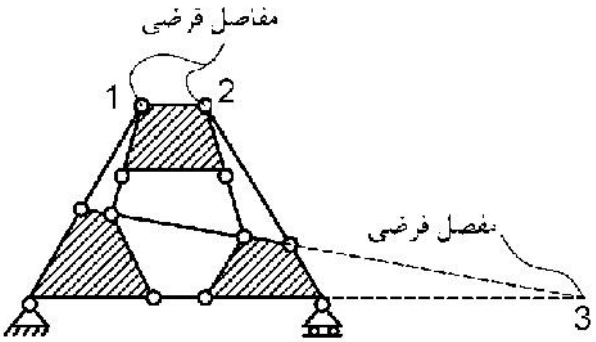
سراسری ۸۶



۶۲- خرپای شکل زیر یک سازهٔ:
۱) معین و پایدار است.
۲) نامعین و پایدار است.
۳) به علت داشتن شبکه‌های چهار ضلعی ناپایدار است.
۴) یک خرپای مرکب است که به صورت ناپایدار از ترکیب چند خرپای ساده تشکیل شده است.

پاسخ: گزینه ۱

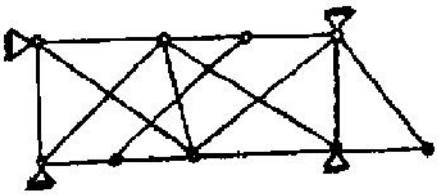
ابتدا قسمت های پایدار را هاشور میزنیم.



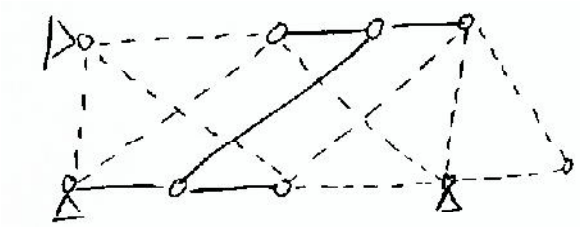
در واقع سه جسم توسط ۶ میله به هم متصل شده اند.
به جای میله ها مفاصل فرضی آنها در نظر می‌گیریم.
اگر ۳ مفصل فرضی در یک امتداد بودند، سازه پایدار است.
مفاصل ۱، ۲ و ۳ در یک امتداد نیستند و جسم پایدار است.

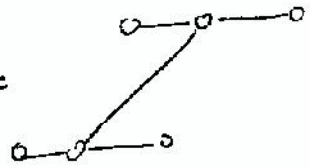
آزاد ۸۸

۶۷- کدام گزینه در مورد خرپای نشان داده شده صحیح می باشد.

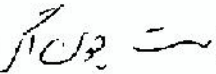
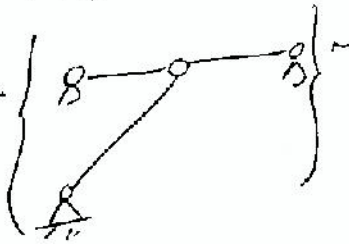


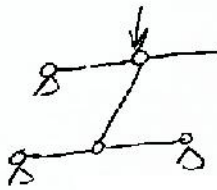
۱) پایدار و معین
۲) ناپایدار داخلی
۳) پایدار و نامعین
۴) ناپایدار خارجی





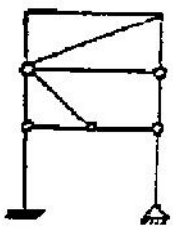
ناپایدار

نکته: می دانیم ناپایدار است چون اگر بار  بر آن وارد شود نمی تواند تحمل کند و برای پایداری آن باید یک میله نگهدارنده بر آن متصل شود  پایدار است.

در شکل  گرچه میله دوم را دارد ولی نمی تواند جلو حرکت را بگیرد! بنابراین ناپایدار است

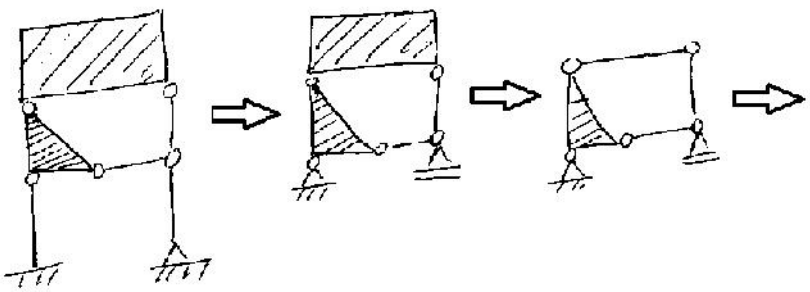
آزاد ۸۷

۶۸- کدام گزینه در ورد قاب شکل زیر صحیح است؟



۱) ناپایدار و دو درجه نامعین ۲) پایدار و دو درجه نامعین ۳) ناپایدار و سه درجه نامعین ۴) پایدار ومعین

پاسخ: گزینه ۱

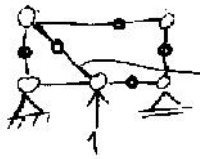


با وجود تبدیلات لازم،

پایداری سازه قابل تشخیص نیست.

بنابراین از روش بار واحد استفاده می‌کنیم. یعنی در نقطه ای که احتمال ناپایداری می‌رود یک بار واحد اعمال می‌کنیم:

با تعیین اعضای صفرنیرویی مشاهده می‌شود به علت صفرشدن عضو مایل، سازه نمی‌تواند بار واحد را تحمل کند و ناپایدار است.



ناپایدار است ← این میله باید حذف باشد

درجه نامعینی سازه برابر است با:

$$n = 5\times 3 - (4+2+2+2+2+1) = 2$$

تعیین درجه نامعینی:

سازه ها را می‌توان به دو بخش معین و نامعین تقسیم کرد.
درصورتی که بتوان با استفاده از روابط استاتیک نیروهای داخلی اعضا و عکس العمل های تکیه گاهی سازه را بدست آورد، سازه معین نامیده می‌شود و در غیر این صورت نامعین خواهد بود.
درجه نامعینی درواقع تعداد مجهولاتی را که نمی‌توان با استاتیک بدست آورد، نشان می‌دهد.
درتعیین درجه نامعینی سازه ها را به 4 بخش تقسیم می‌کنیم:

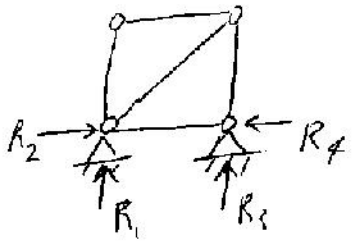
1. خرپای دوبعدی (که در آن تمام اتصالات مفصلی است)
2. قاب دوبعدی
3. خرپای سه‌بعدی
4. قاب سه‌بعدی

1. درجه نامعینی خرپای دوبعدی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$n = M + R - 2N$$

M ← تعداد اعضای خرپا
R ← تعداد عکس العمل های تکیه گاهی
N ← تعداد مفاصل

مثال:



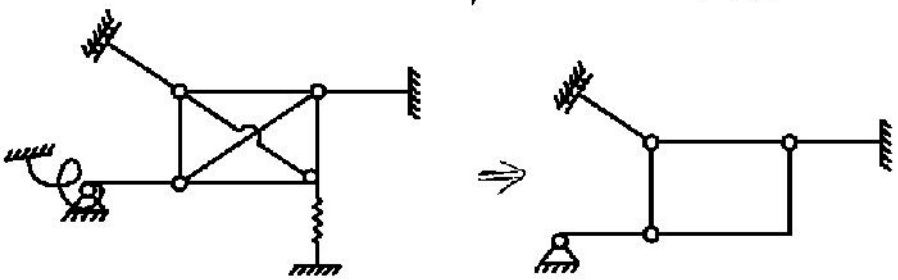
$M = 5$, $R = 4$, $N = 4$ ⟶ $n = 5 + 4 - 2\times 4 = 1$

2 درجه نامعینی تقاب که :

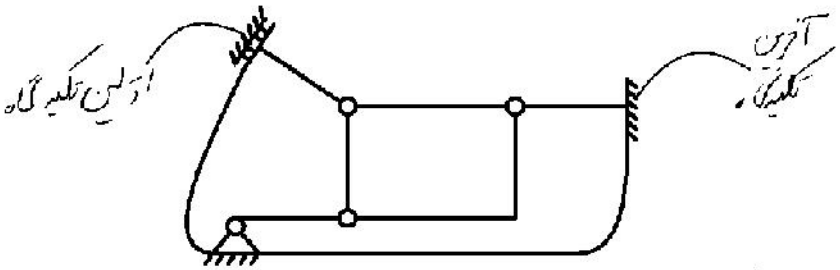
برای تعیین درجه نامعینی تقاب که مراحل زیر را انجام می دهیم :

گام 1 : تمامی قیدها و باربندی را حذف می کنیم

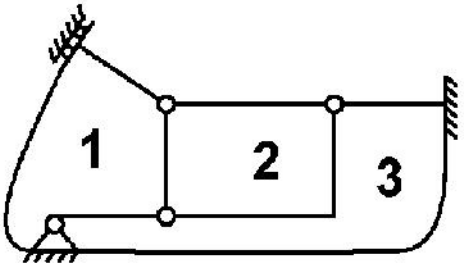
مثال :



گام 2 : از آنجا که زمین یک جسم پیوسته است تکیه گاه ها را به ترتیب به هم متصل می کنیم و این وقت است که آخرین تکیه گاه به اولین تکیه گاه متصل نشود :



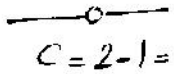
گام 3 : تعداد ناحیه های بسته را می شماریم :

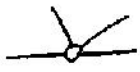


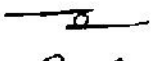
$$K = 3$$

گام 4: تعداد درجات آزادی مفاصل را کنار آنها می نویسیم:

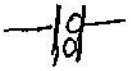
1 - تعداد اعضایی که مفصل شده اند = C


C = 2-1 = 1

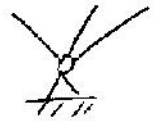

C = 4-1 = 3


C = 2

این مفصل فقط برش منتقل می‌کند و چون M و P در آن صفر است C = 2

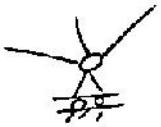

C = 1

این اتصال برش می‌تواند منتقل کند با این تنها C = 1 است


C = 4-1 = 3

C = تعداد اعضا متصل شونده - 1

وقتی شود که زمین به تنهایی یک عضو محسوب می‌شود و تعداد کل اعضا 4 است


C = 5-1 = 4

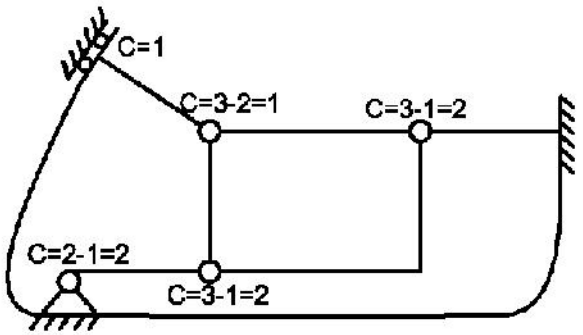
C = تعداد اعضا متصل شونده - 1

وقتی شود که زمین ۲ عضو محسوب می‌شود

C = 1

این اتصال لنگر و برش منتقل می کند
ولی نیروی محوری در آن صفر است

نکته در شمارش در جات آزادی در صورت وجود کابل آنرا دو سرمفصل فرض می کنیم
(کابل نمی تواند لنگر تحمل کند)



C=1+1+2+2+2=8

گاهی که درجه نامعینی برابر خواهد بود با:

$n = 3 \times R - \sum C +$ تعداد باربندهای حذف شده + تعداد عکس‌العمل‌های حذف شده

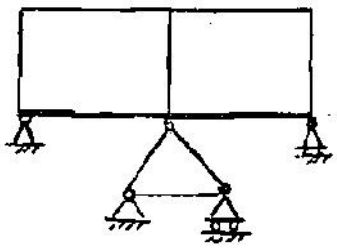
نکته: هر ناحیه بسته دارای سه مجهول اضافه کار n است به همین دلیل تعداد نواحی (R) را در 3 ضرب می‌کنیم.

هر بار بند تنها یک نیروی مجهول (نیروی محوری P) دارد و به همین دلیل به تعداد باربندهایی که n می‌افزاییم.

هر تکیه نیز یک نیروی مجهول است و هاند باربند که به تعداد تکیه‌ها که به n می‌افزاییم

سراسری ۸۵

درجات نامعینی سازه را حساب کنید.



۱) ۶

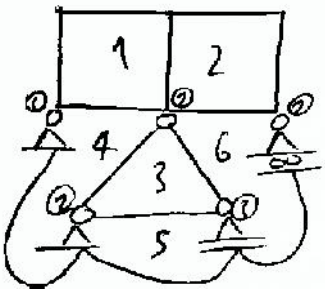
۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

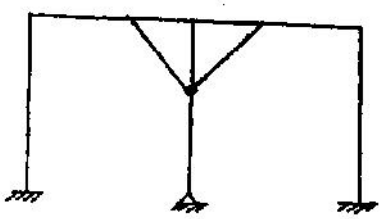
پاسخ: گزینه ۳

مطابق شکل ابتدا تکیه گاهها را به هم وصل می‌کنیم. تعداد نواحی بسته ۶ است و درجات آزادی هر گره در کنار آن مشخص شده است.



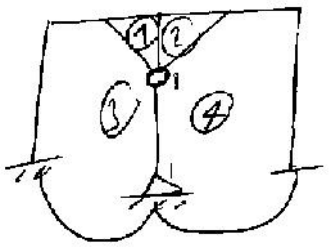
$n = 6 \times 3 - (1+2+2+2+3) = 8$

آزاد ۸۵



۸۱- درجه نامعینی قاب زیر چند است؟

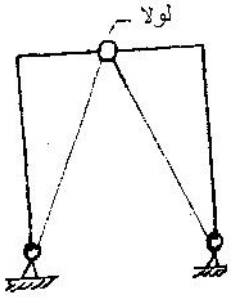
۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۶ ۴) ۸



$n = 4\times3 - 3 - 1 = 8$

آزاد ۸۹

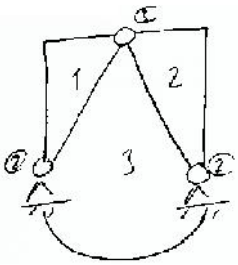
۷۶ـ قاب روبرو چند درجه **نامعین** است؟



۱) یک درجه ۲) ۲ درجه

۳) ۳ درجه ۴) ۴ درجه

پاسخ: گزینه ۳



$n = 3\times3 - (3+2+2) = 2$

تعداد نواحی بسته ۶ است و درجات آزادی هر گره در کنار آن مشخص شده است.

منظور از لولا در شکل همان مفصل است.

آزاد ۸۸

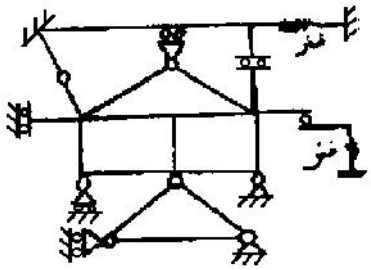
۶۱- درجه نامعین سازه نشان داده شده کدام است؟

۱) ۱۸ درجه

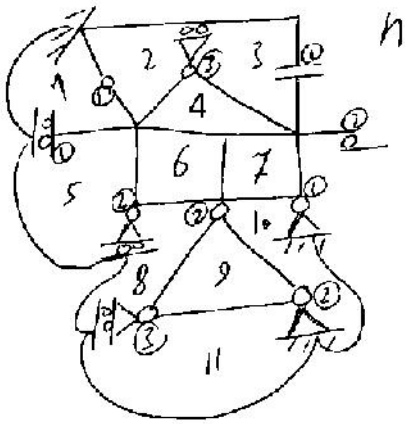
۲) ۱۶ درجه

۳) ۱۹ درجه

۴) ۱۷ درجه



ابتدا فنرها رار حذف می‌کنیم (۲ فنر) و پس از وصل کردن تکیه گاهها، و محاسبه درجات آزادی مقدار n بدست می‌آید:



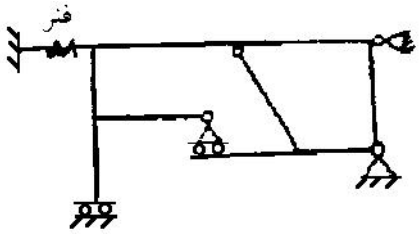
$n = 11\times3 - (1+1+1+3+2+2+2+1+3+2) + 2$

$= 17$

تعداد فنرهای حذف شده

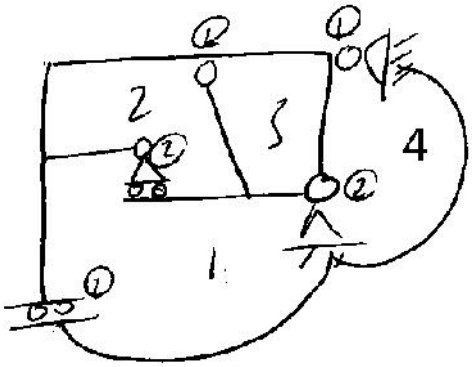
نکته: در محاسبه درجه آزادی تکیه گاه داخلی غلتکی بین نواحی ۲ و ۳، همانطور که زمین را ۲ عضو فرض می‌کنیم، میله افقی را نیز به دلیل غلتکی بودن تکیه گاه دو عضو فرض می‌کنیم.

آزاد ۸۷



۶۶- سازه مقابل چند درجه نامعین است؟

۱) ۴ درجه ۲) ۵ درجه ۳) ۶ درجه ۴) ۷ درجه



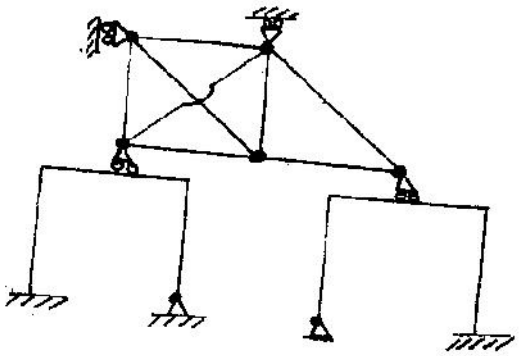
$h = 4 \times 3 - (1+1+1+2+2) + 1$

$= 6$

تعداد فنرهای حذف شده

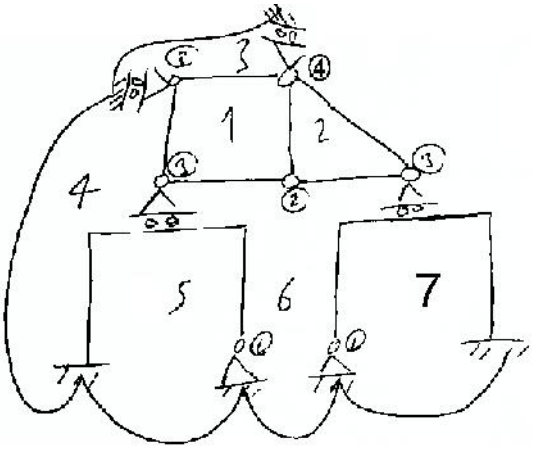
آزاد ۸۹

۷۷- درجه‌ی **نامعین** سازه‌ی شکل زیر کدام است؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

باربندی دو سر منفصل را که اوسط به هم وصل نیستند را حذف و پس از محاسبه h به تعداد باربندی حذف شده به h ها اضافه می‌کنیم



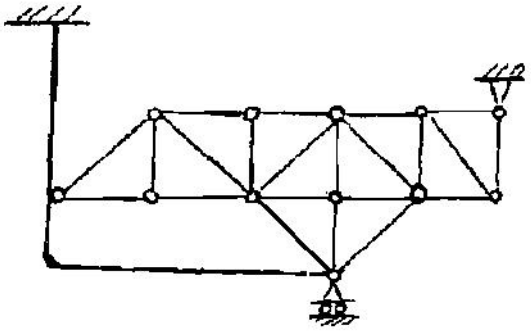
۶ باربند

$h = 7 \times 3 - (3+4+3+2+3+4+1) + 2$

$= 6$

سراسری ۸۱

۵۶- درجهٔ نامعینی سازه زیر کدام گزینه است ؟



۱) (۳) ـ سه
۲) (۴) ـ چهار
۳) (۵) ـ پنج
۴) (۶) ـ شش

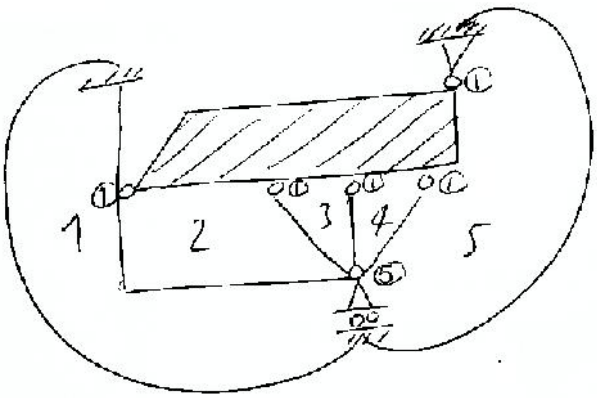
نکته : سازه شکل فوق خرپا نیست که بتوان از رابطه خرپا برای محاسبه درجه نامعینی استفاده کرد.

در چنین سازه هایی که قسمتی از سازه از خرپای ساده

تشکیل شده است، می‌توان کل قسمت خرپای ساده را

یک جسم درنظر گرفت

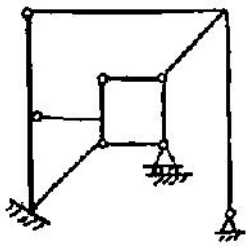
و سپس درجه نامعینی را محاسبه نمود:



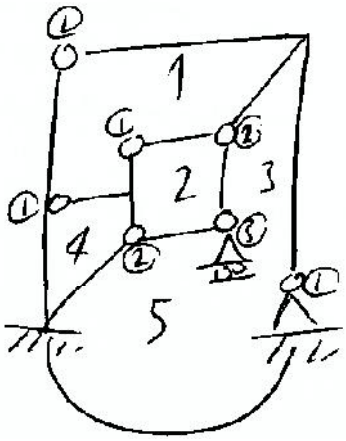
$$n = 5\times 3 - (1+1+1+1+1+5)$$
$$= 5$$

سراسری ۸۱

۴۹- درجه نامعینی شکل روبرو کدام است ؟



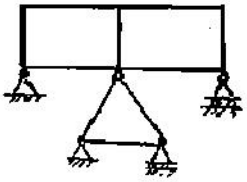
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵



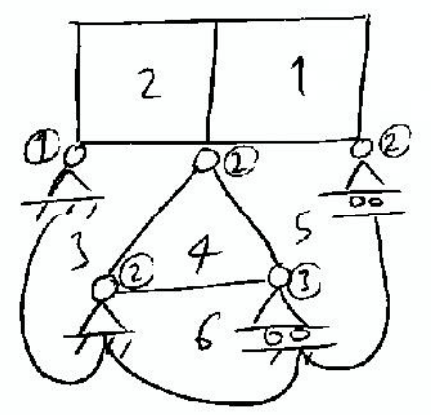
$$n = 5\times 3 - (1+1+1+2+2+3+1) = 4$$

سراسری ۸۲

۵۷- سازه شکل مقابل چند درجه نامعین است؟

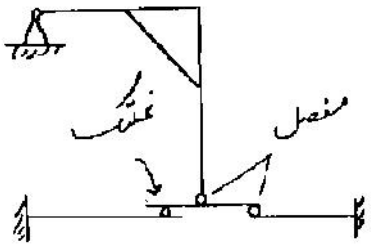


۱) ۶ درجه
۲) ۷ درجه
۳) ۸ درجه
۴) ۱۰ درجه



$$n = 6\times 3 - (1+2+2+2+3) = 8$$

سراسری ۸۳



۷۳. درجه نامعینی سازه مقابل را تعیین کنید؟

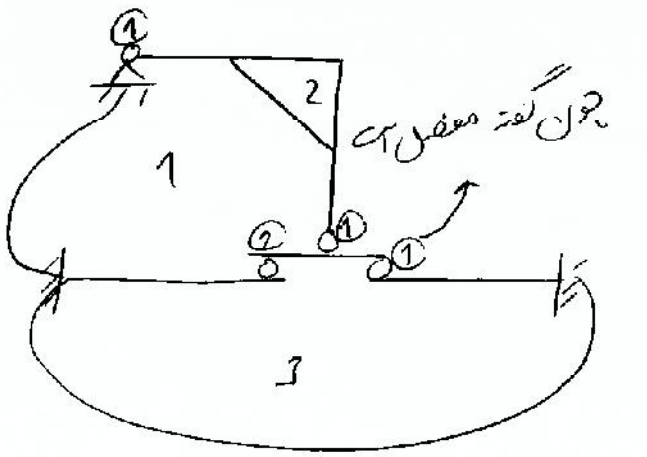
۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

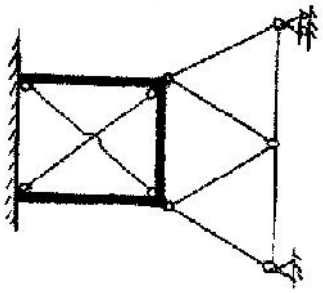
۴) ۶

دقت شود که مفصل سمت راست که در شکل نیز به آن اشاره شده، به صورت مفصل غلتکی رسم شده و باید درجه آزادی آنرا برابر c=2 در نظر میگرفتیم و لی چون در صورت مسئله تاکید شده که این مفصل است (نه غلتک!) مقدار درجه آزادی آنرا c=1 درنظرمیگیریم:



$$n = 3\times 3 - (1+2+1+1) = 4$$

سراسری ۸۹



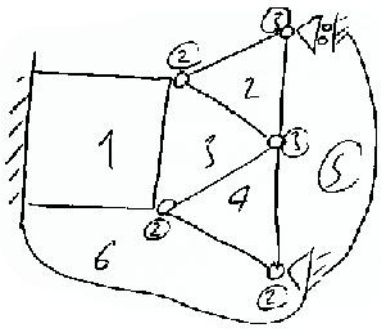
۵۶ تعداد درجات نامعین سازه مقابل کدام است؟

۱) ۹

۲) ۸

۳) ۱۳

۴) ۱۵



$$n = 6\times 3 - (2+2+2+3+3) + 2 = 8$$

یا ربند

سراسری ۸۳

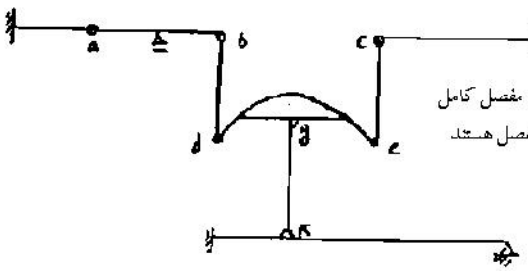
۷۸. در مورد پایداری و معین بودن سازه شکل زیر می توان گفت :

۱) سازه ناپایدار است .

۲) سازه معین است .

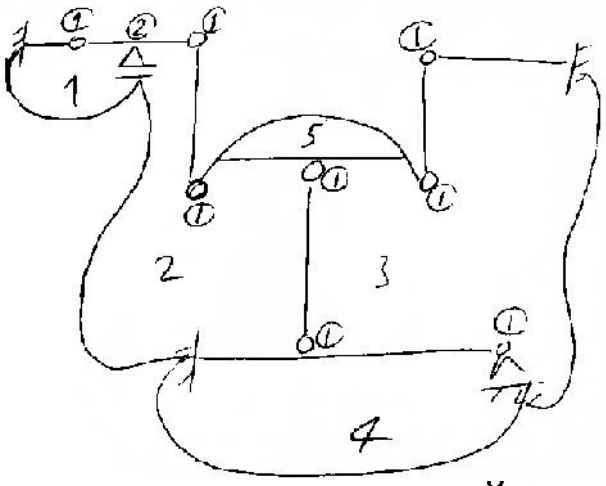
۳) سازه ۲ درجه نامعین است .

۴) سازه پایدار و ۵ درجه نامعین است .



a, b, c, d, e مفصل کامل

K و نیم مفصل هستند



$$h = 5 \times 3 - (1+2+1+4+1+1+1+1) = 5$$

سراسری ۸۸

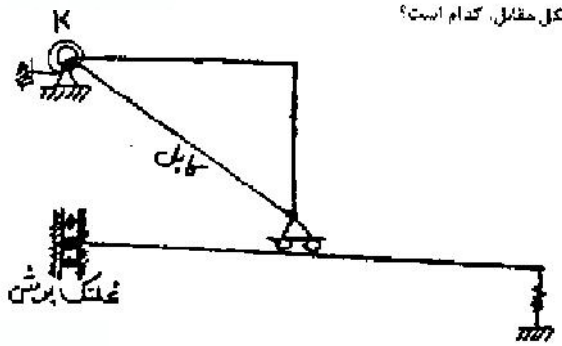
۷۶- درجات نامعینی سازه شکل مقابل، کدام است؟

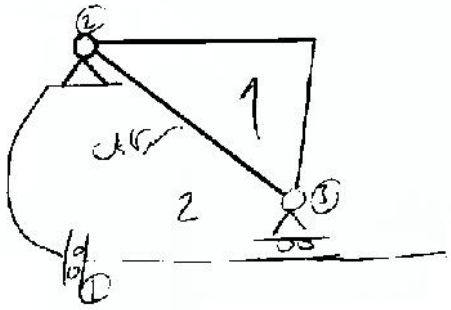
۱) ۴

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۱



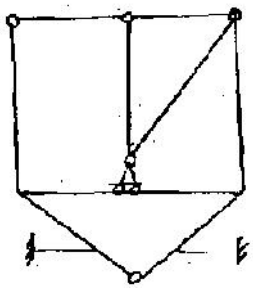


فرهای حذف شده

$$h = 2 \times 3 - (4+3+2) + 2 = 2$$

سراسری ۸۴

۷۸- درجه نامعینی سازه مقابل چقدر است؟

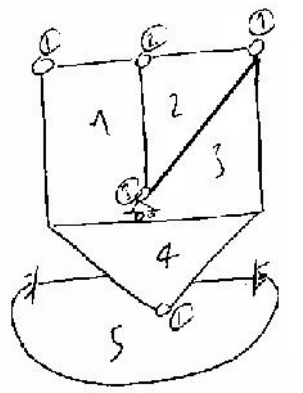


۱) ۶

۲) ۷

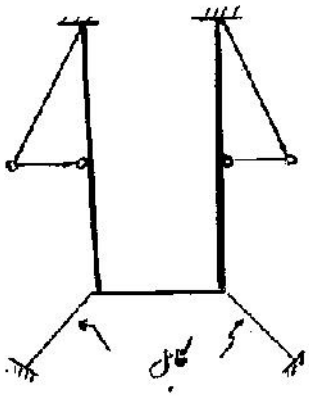
۳) ۸

۴) ۹



$$n = 5 \times 3 - (1+2+1+3+1) = 7$$

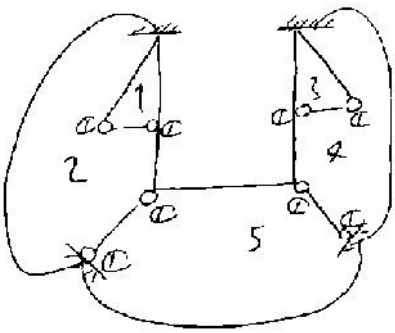
سراسری ۸۷



۷۴ درجات نامعینی سازه شکل مقابل را حساب کنید؟

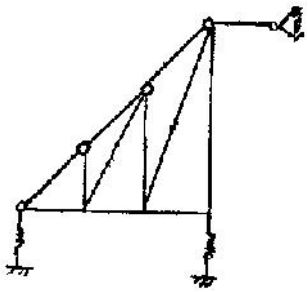
۱) سه درجه
۲) شش درجه
۳) هفت درجه
۴) یازده درجه

دقت شود که اعضای کابلی باید به اعضای دوسر مفصل تبدیل شوند ولی افزودن مفصل به انتهای اعضای کابلی تنها شامل خود کابل خواهد بود و بقیه سازه در نقطه اتصال به کابل مفصلی نمی‌شود:



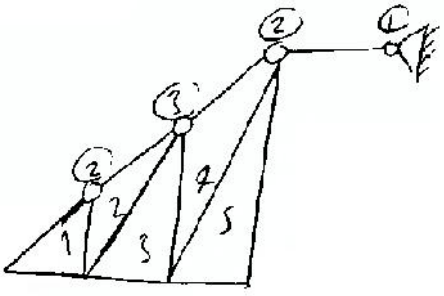
$$n = 5 \times 3 - (1+1+1+1+1+1+1+1)$$
$$= 7$$

سراسری ۸۷



۷۸- درجات نامعینی سازه شکل مقابل را تعیین کنید؟

۱) ۳ درجه
۲) ۱۵ درجه
۳) ۹ درجه
۴) ۷ درجه

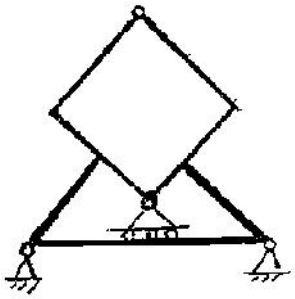


فنرهای حذف شده

$$n = 5 \times 3 - (1+2+3+2) + 2$$
$$= 9$$

سراسری ۸۶

۷۵- تعداد درجات نامعینی سازه مقابل را حساب کنید.

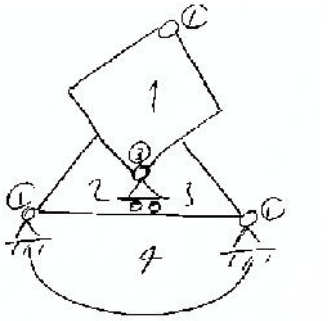


۱) ۴ درجه

۲) ۵ درجه

۳) ۶ درجه

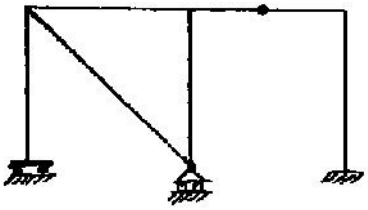
۴) ۷ درجه



$$n = 4\times 3 - (1+3+1+1) = 6$$

آزاد ۸۳

۳۹- سازه نشان داده شده در شکل چند درجه نامعین است؟

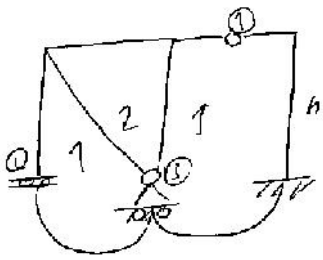


۱) ۲ درجه

۲) ۳ درجه

۳) ٤ درجه

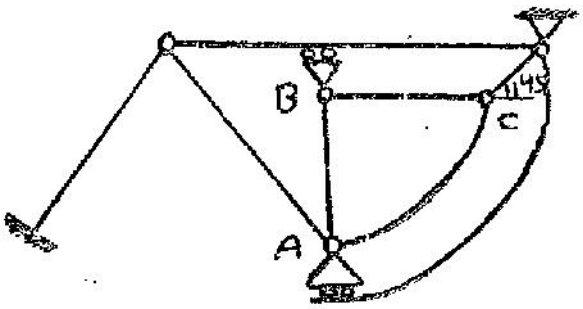
٤) هیچکدام



$$n = 3\times 3 - 1 - 1 - 3 = 4$$

آزاد ۸۹

۶۱- کدام گزینه در مورد معینی و پایداری سازه نشان داده شده صحیح است؟ (ABC ربع دایره می‌باشد)



۱) ناپایدار

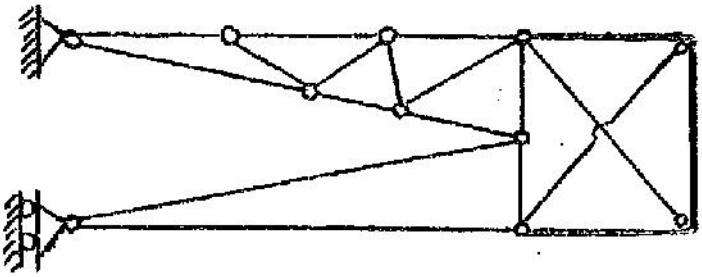
۲) معین و پایدار

۳) نامعین و پایدار

٤) سه درجه نامعین است

آزاد ۸۹

۶۲- کدام گزینه در مورد سازه روبرو صحیح است؟



۱) پایدار و شش درجه نامعین

۲) معین

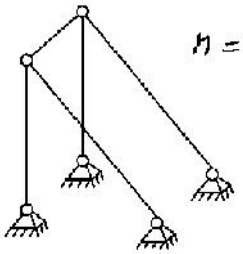
۳) پایدار و یک درجه نامعین

۴) ناپایدار

گ خرپای سه بعدی ۵ درجه نامعین خرپای سه بعدی مشابه خرپای دو بعدی است
با این تفاوت که تعداد گره که ۳ برابر در نظر می گیریم ۵

$n = m + R - 3N$

m: تعداد اعضا
R: عکس العمل ها
N: تعداد مفاصل

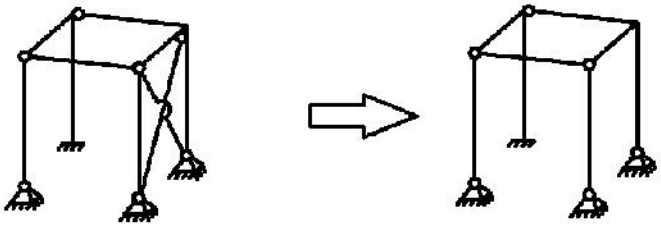


$n = (5) + (9\times3) - 3(6) = -1$

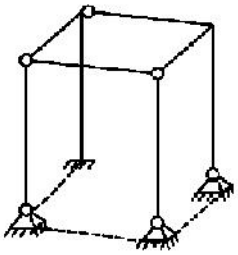
بنابراین خرپا ناپایدار است.

۴ تقاب سه بعدی: برای محاسبه درجه نامعینی تقاب های سه بعدی به شرح زیر عمل می کنیم:

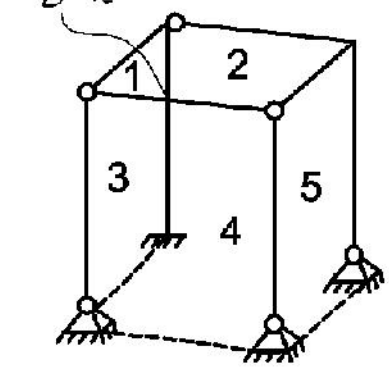
گام ۱ : با رابطه ی دزیگ را اضافه می کنیم:



گام 2: شبیه به تقاب های دو بعدی تکیه گاه ها را به هم وصل می کنیم و تکیه گاه آخر را به تکیه گاه اول وصل می کنیم



گام ۳: فرض می کنیم سازه یک سازه دو بعدی است و تعداد نواحی بسته را می شماریم و آن را به تعداد تقاطع های غیر واقعی از تعداد نواحی کم می کنیم



$$R = 5 - 1 = 4$$

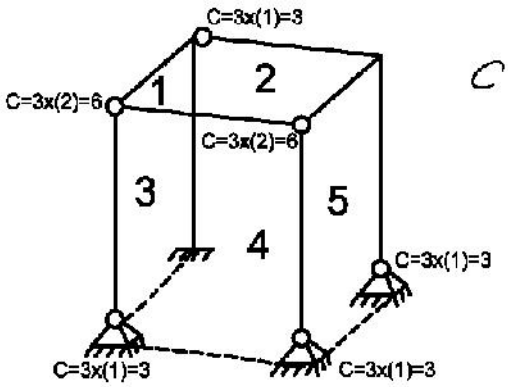
در شکل مقابل تنها یک تقاطع غیر واقعی داریم

گام ۴: مقادیر درجات آزادی C را محاسبه می‌کنیم:

تفاوت ضرایب C در قاب سه‌بعدی با قاب دوبعدی همین است که

ضرایب کاسبه شده را سه برابر می‌کنیم

پس از سه برابر کردن مقدار C، به تعداد اعضای دوسر مفصل آن را کم می‌کنیم



$$C = [6+6+3+3+3+3] - [3] = 21$$

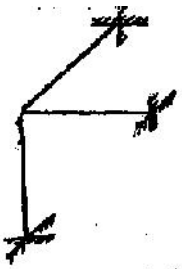
تعداد اعضای دوسر مفصل

گام ۵: درجه نامعینی برابر خواهد بود با:

$$h = 6 \times R - C + \text{تعداد قید} + \text{تعداد بار بند}$$

$$= 6 \times 4 - 21 + 0 + 2 = 4$$

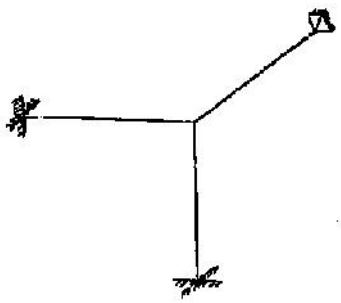
آزاد ۸۵



۹۱- درجه نامعینی قاب فضایی زیر چند است؟

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۹ ۴) صفر

آزاد ۸۴

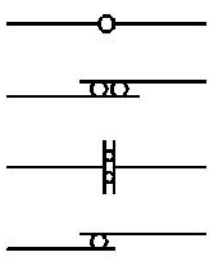


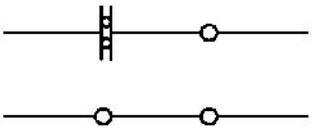
۳۴- درجه نامعینی قاب فضایی زیر چقدر است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۷

۳-استاتیک تیرها

۱ - انواع مفصل و ترکیب آنها





۲- نحوه رسم دیاگرام برش

۳- نحوه رسم دیاگرام خمش

در قسمتی که بار نداریم برش ثابت است و خمش خطی

در زیر بار متمرکز: پرش در برش و شکستگی در خمش

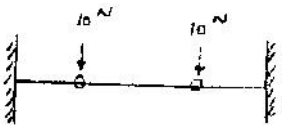
در زیر لنگر متمرکز: عدم تغییر در برش و پرش در خمش

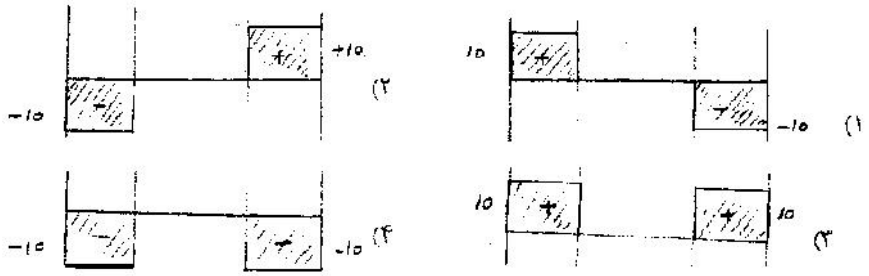
۴- نحوه استفاده از مفاصلی که سازه را دو قسمت می کنند

۵- قسمتی از تیر که دوسر مفصل است می توان به راحتی جدا گانه تحلیل کرد:

آزاد ۸۹

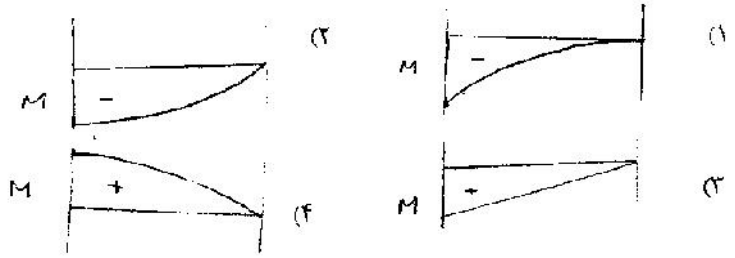
۷۴- کدامیک از گزینه‌های زیر، نمودار نیروی برشی را در طول تیر روبرو تحت بار رسم شده نشان می‌دهد؟





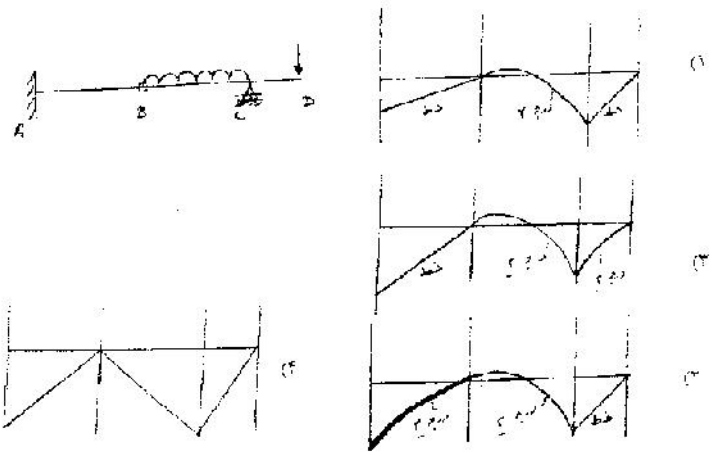
آزاد ۸۹

۷۵- کدام‌یک از گزینه‌های زیر نمودار نیروی خمشی را در طول تیر روبرو با بار مثلثی نشان می‌دهد؟



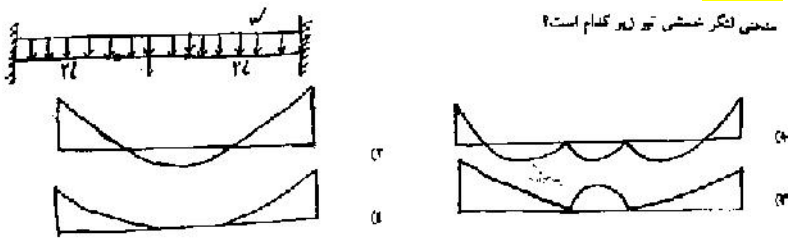
آزاد ۸۹

۶۹- کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نمودار لنگر خمشی تحت بارهای نشان داده شده باشد.



آزاد ۸۵

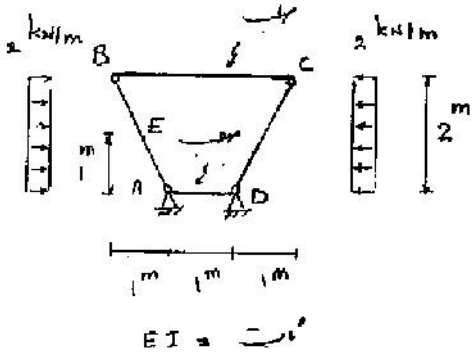
منحنی لنگر خمشی تیر زیر کدام است؟

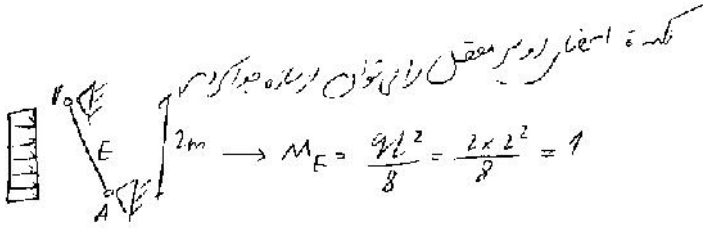


سراسری ۸۸

۸۴- M_E بر حسب KN.m چقدر است؟

۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۲
۳) $\frac{3}{2}$
۴) ۱

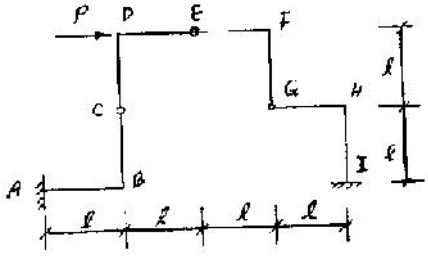


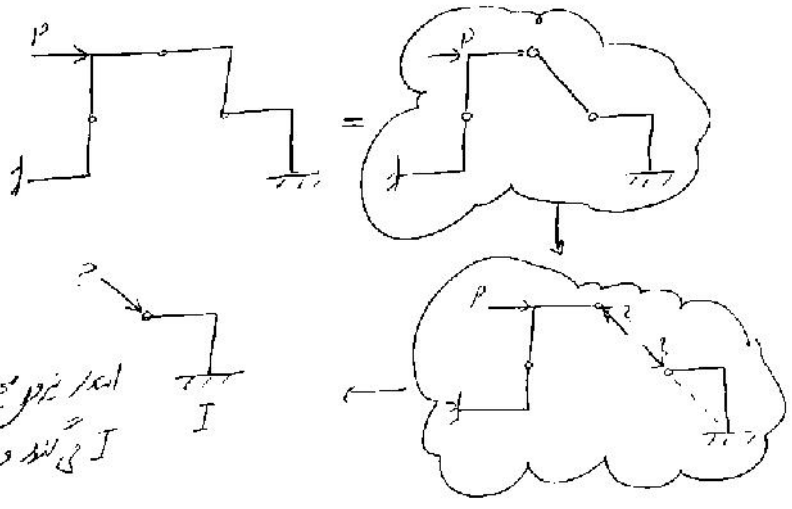


سراسری ۸۷

۸۲- لنگر خمشی در تکیه‌گاه I سازهٔ شکل مقابل را محاسبه کنید.

۱) $P\ell$
۲) $2P\ell$
۳) $3P\ell$
۴) صفر





سراسری ۸۲

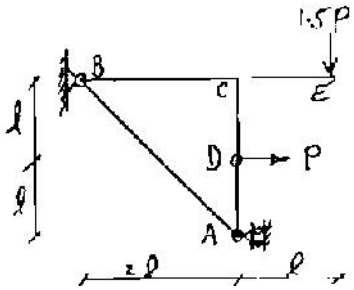
۵۹- مقدار لنگر M_{CB} چقدر است؟

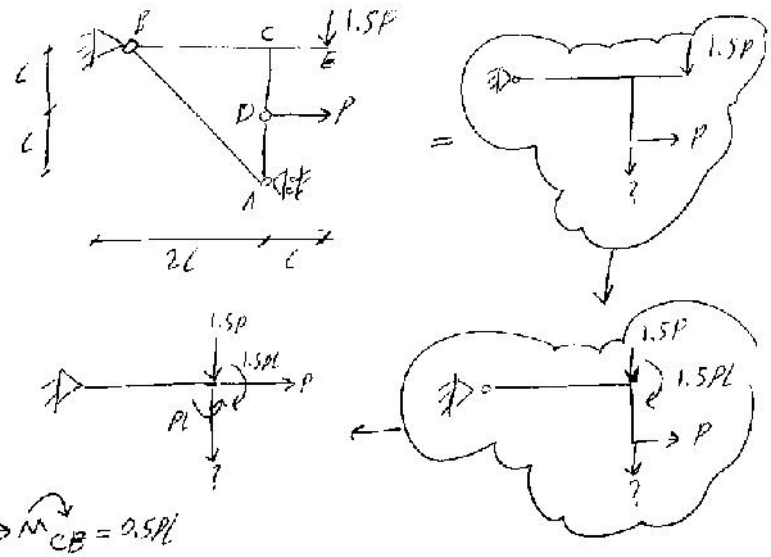
۱) صفر

۲) $\frac{Pl}{۳}$ در جهت عقربه های ساعت

۳) Pl ۱٫۵ در جهت عقربه های ساعت

۴) Pl در جهت عکس حرکت عقربه های ساعت





سراسری ۸۷

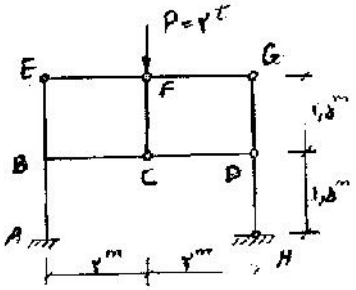
۸۱- بار ۲ تن در سازهٔ شکل مقابل اثر می‌کند. لنگر خمشی در نقطهٔ B مربوط به انتهای عضو BC چقدر است؟

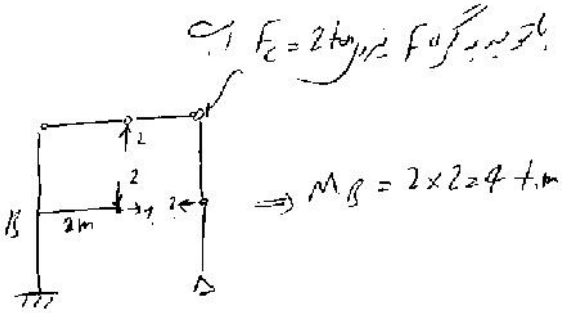
۱) $۲^{t.m.}$

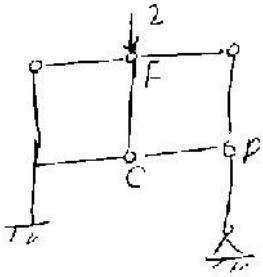
۲) $۳^{t.m.}$

۳) $۱٫۵^{t.m}$

۴) صفر



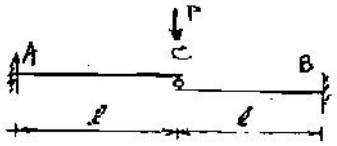




سراسری ۸۵

$M_A = ?$:

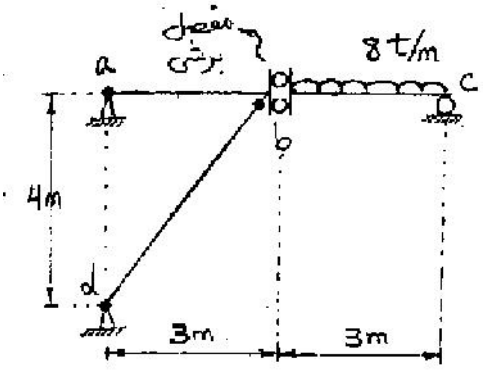
۱) Pl ۲) $\frac{Pl}{2}$ ۳) $\frac{Pl}{4}$ ۴) صفر



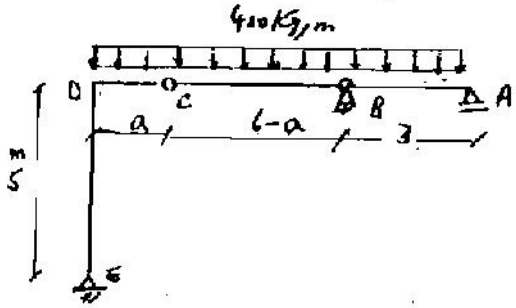
سراسری ۸۸

۷۴- در سازه شکل مقابل، تیرو در میلهٔ bd چند ton است؟

۱) ۲۰
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۰



سراسری ۸۲

در سازه شکل زیر موقعیت مفصل C را طوری بدست آورید که قدر مطلق لنگر ماکزیمم منفی و مثبت در طول DB یکسان شود؟

۱) $a = 3m$

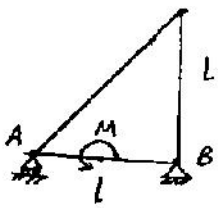
۲) $a = 3m$

۳) مقدار a از معادله $a^2 - 3a + 1 = 0$ محاسبه می‌شود.

۴) مقدار a از معادله $a^2 - 36a + 36 = 0$ محاسبه می‌شود.

آزاد ۸۵

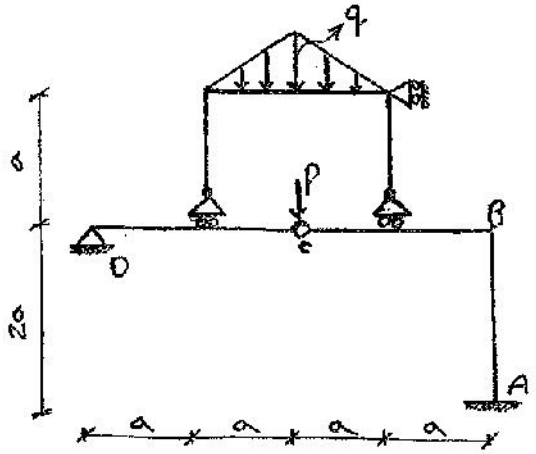
۸۵- نیروی محوری عضو AB چقدر است؟



۱) $\frac{M}{l}$ ۲) $\frac{M\sqrt{2}}{2l}$ ۳) غیر قابل محاسبه است. ۴) صفر

آزاد ۸۹

۶۳- لنگر خمشی داخلی در گرهٔ B کدام است؟



۱) $2Pa + \frac{qa^2}{2}$

۲) $Pa + \frac{qa^2}{2}$

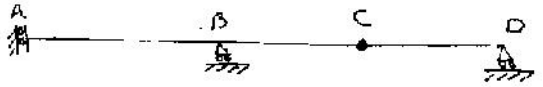
۳) $2Pa + qa^2$

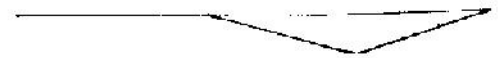
۴) $Pa + qa^2$

٤-خط تاثیر

آزاد ۸۹

۷۸- خط تاثیر لنگر تکیه‌گاه B از تیر سرتاسری زیر کدام است؟



۱) 

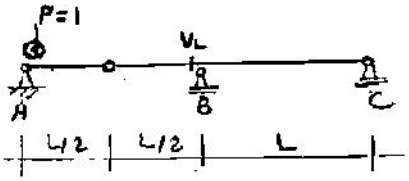
۲)

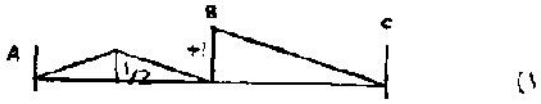
۳)

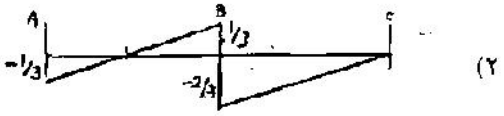
۴)

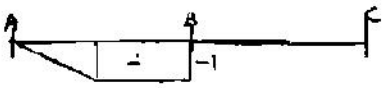
سراسری ۸۱

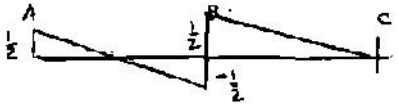
۵۵- خط تاثیر نیروی برشی طرف چپ تکیه‌گاه B (V_L) کدامیک است؟



۱) 

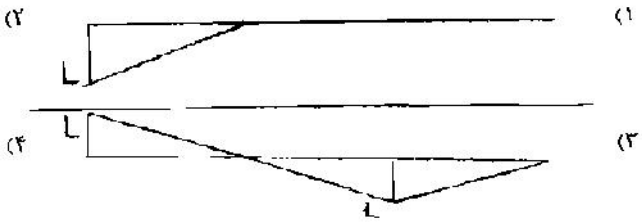
۲) 

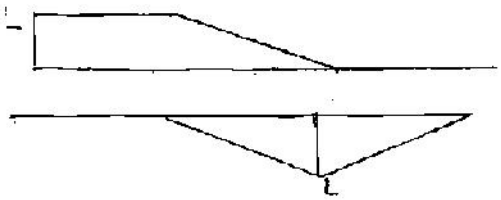
۳) 

۴) 

سراسری ۸۶

۷۹- خط تأثیر نیروی برشی در نقطه B کدام است؟

۱) 

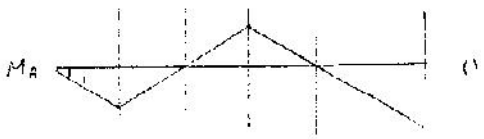
۲) 

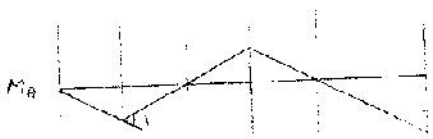
۳)

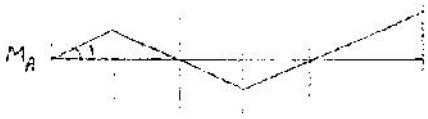
۴)

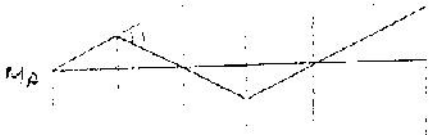
آزاد ۸۹

۷۰- خط اثر برای لنگر در نقطه A کدام گزینه است؟

۱) 

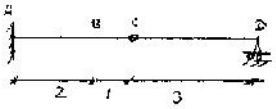
۲) 

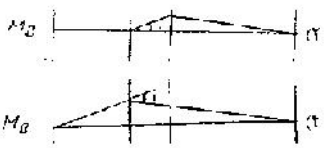
۳) 

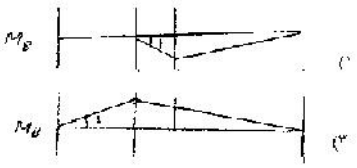
۴) 

آزاد ۸۹

۷۱ کدامیک از گزینه‌های زیر خط اثر لنگرخمشی در B را نشان می‌دهد

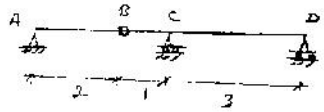


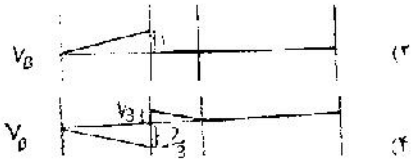


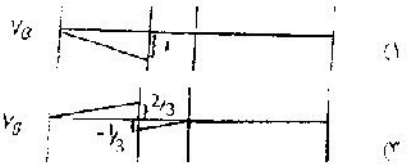


آزاد ۸۹

۷۲ـ کدامیک از گزینه‌های زیر خط اثر نیروی برشی در نقطه B را نشان می دهد؟

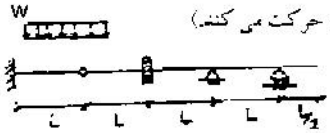






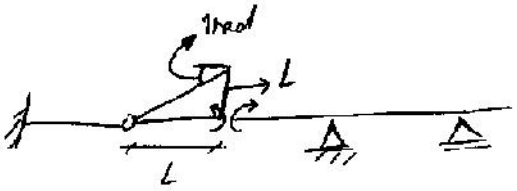
آزاد ۸۷

حداکثر لنگر در مفصل برشی چقدر است؟ (بار گسترده یکنواخت به طول 2L و شدت w از ابتدا تا انتهای سازه حرکت می کند.)



۱) $\frac{wL^2}{2}$ ۲) ۰ ۳) wL^2 ۴) $2wL^2$

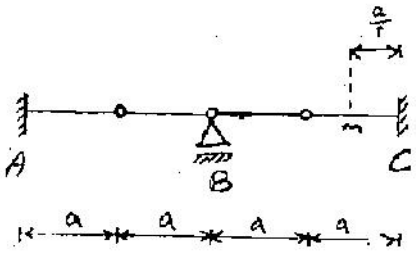
ابتدا خط تاثیر لنگر را رسم می‌کنیم



$$M = (\text{مساحت زیر نمودار}) \times (\text{مقدار بار گسترده}) = \frac{2L \times L}{2} \times w = \frac{wL^2}{1}$$

سراسری ۸۵

بار گسترده به طول $2,5\,a$ و به شدت W بر روی سازه شکل مقابل حرکت می‌کند. حداکثر لنگر خمشی در نقطهٔ m به فاصلهٔ $\frac{a}{2}$ از تکیه‌گاه C چقدر است؟

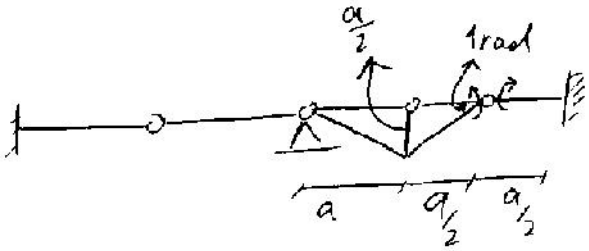


۱) $\frac{3Wa^2}{8}$

۲) $\frac{Wa^2}{8}$

۳) $\frac{9Wa^2}{16}$

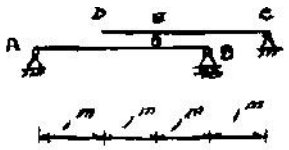
۴) $\frac{15Wa^2}{16}$

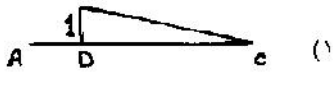


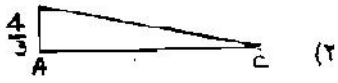
$$M = \frac{\frac{a}{2} \times 1.5a}{2} \times W = \frac{3wa^2}{8}$$

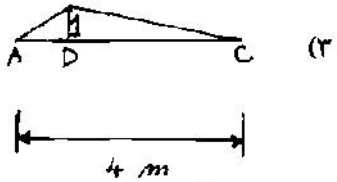
سراسری ۸۱

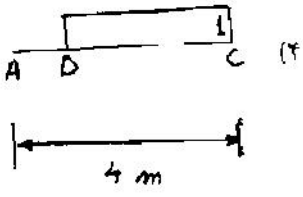
۵۱- خط تأثیر R_B کدام است؟ بار روی DC جابجا می‌شود.



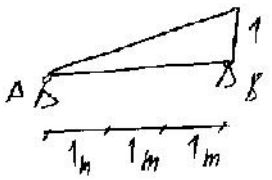
۱) 

۲) 

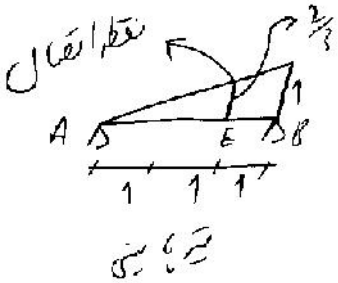
۳) 

۴) 

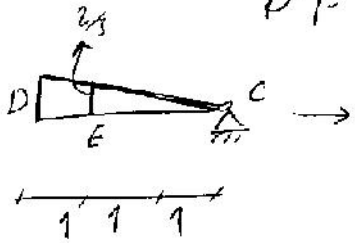
گام ۱: خط تاثیر تیر ساده را رسم می‌کنیم:

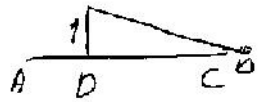


گام ۲: نقاط انتهای تیر ساده بالایی را



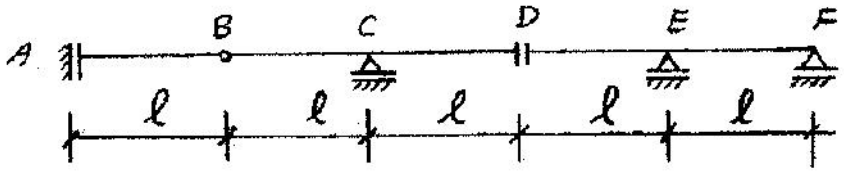
مشخص می‌کنیم:



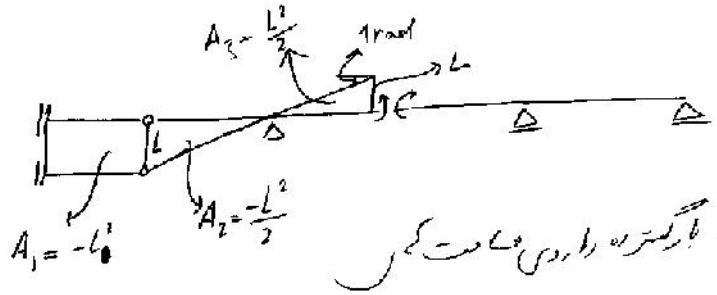


سراسری ۸۹

۵۷- اگر بار گسترده یکنواخت به شدت w بتواند به طور اختیاری در دهانه‌های مختلف (تیر مطابق شکل) قرار گیرد، حداکثر لنگرخمشی در مفصل برشی **D** چقدر است؟



۱) $\frac{3wl^2}{2}$ ۲) wl^2 ۳) $\frac{wl^2}{2}$ ۴) $2wl^2$



بار حداکثر شدن M_b باگسترده رو دی وسط کمی
صنف قرار دی دهیم چون مقادیر آن بیشتر است

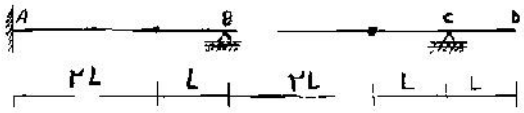
$$M=(A_1+A_2)\times W=\frac{-3WL^2}{2}$$

اگر بار را روی کل تیر قرار دهیم

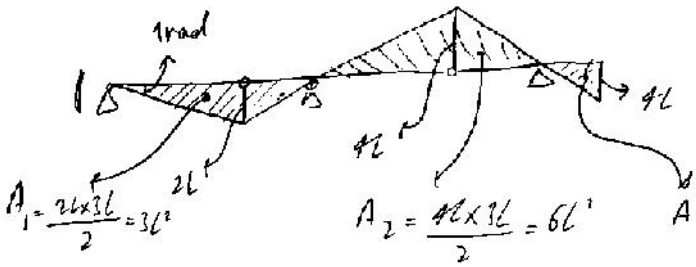
$$M=(A_1+A_2+A_3)W=\left(-L^2-\frac{L^2}{2}+\frac{L^2}{2}\right)W=-WL^2$$

سراسری ۸۳

۷۹. بار گسترده یکنواختی با طول متغیر به شدت W بر تیر AD اثر می‌کند، حداکثر لنگر در نقطه A چقدر است ؟



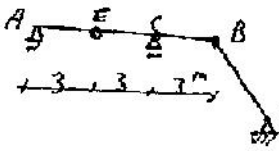
۱) $-۴WL^۲$ ۲) $۴WL^۲$ ۳) $-۵WL^۲$ ۴) $۶WL^۲$



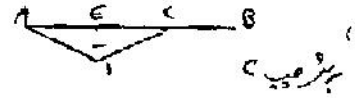
$$M=A_2\times W=6WL^2$$

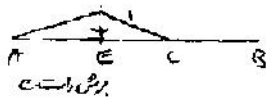
حالت + بیشتر است $(A_2>A_1+A_3)$

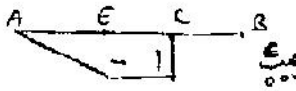
سراسری ۸۴

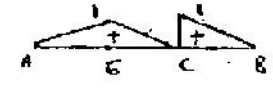


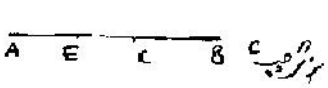
۷۱- در قاب شکل مقابل، خط تأثیر برش در سمت چپ و راست C به ترتیب مطابق با کدام شکل است؟

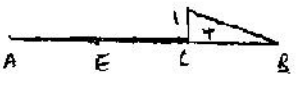
۱) 

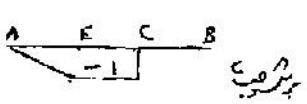


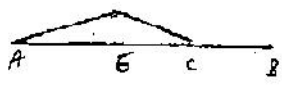
۲) 



۳) 

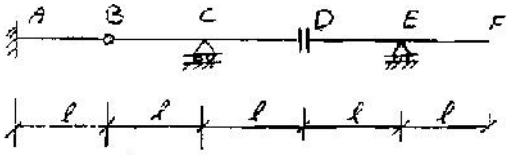


۴) 



سراسری ۸۳

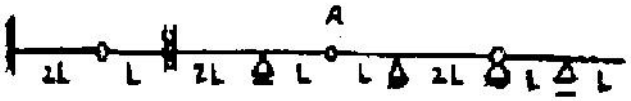
۶۵. با در نظر گرفتن خط تأثیر نیروی برشی در مفصل B، اختلاف ارتفاع در محل مفصل برشی D در آن خط تأثیر چقدر است ؟



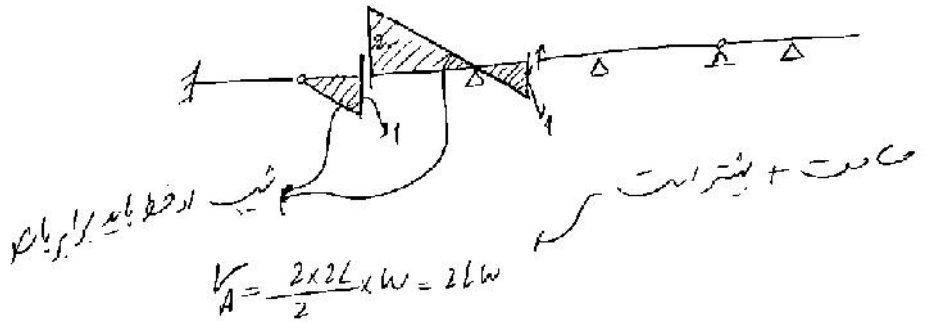
۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۳}{۲}$

آزاد ۸۸

۶۳- اگر بار گسترده یکنواختی به شدت ω و طول متغیر در نیر نشان داده شده حرکت کند حداکثر برش در مفصل خمشی A کدام است؟



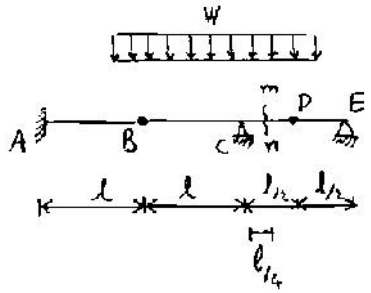
۱) $2\omega L$ ۲) ωL ۳) $3\omega L$ ۴) $0.5\omega L$

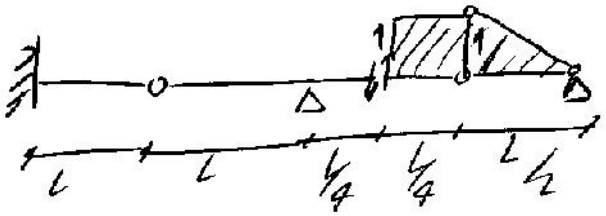


سراسری ۸۲

۵۱- تیر شکل مقابل مفروض است. بار گسترده به طول $2l$ و شدت w از ابتدا تا انتهای سازه حرکت می کند. حداکثر مقدار نیروی برشی در مقطع m-n چقدر است؟ (مقطع m-n در وسط CD است.)

۱) wl
۲) $\frac{wl}{۲}$
۳) $\frac{۳wl}{۲}$
۴) $\frac{۳wl}{۴}$



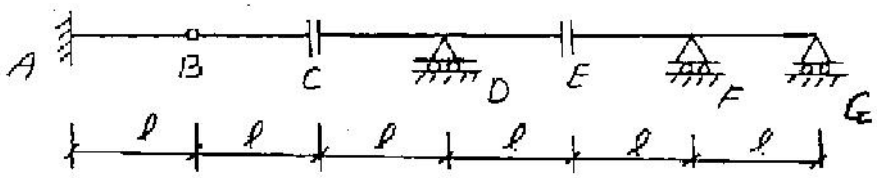


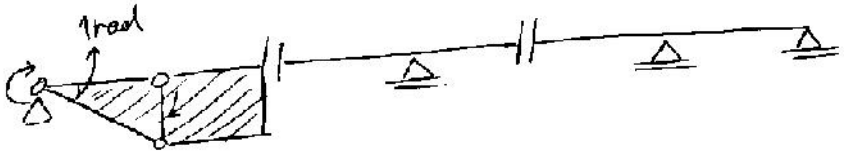
$V = \left(\frac{L}{4} \times 1 + \frac{\frac{L}{2} \times 1}{2}\right) \times w = \frac{wL}{2}$

سراسری ۸۸

۸۴- اگر بار گسترده یکنواختی به شدت w و طول متغیر از روی تیر شکل مقابل عبور کند، مقدار ماکزیمم لنگر خمشی در A کدام است؟

۱) $۲wl^۲$
۲) $\frac{wl^۲}{۲}$
۳) $\frac{۵wl^۲}{۲}$
۴) $\frac{۳wl^۲}{۲}$

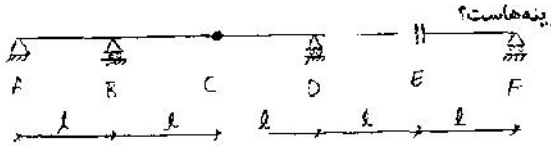


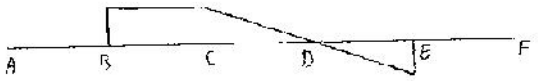


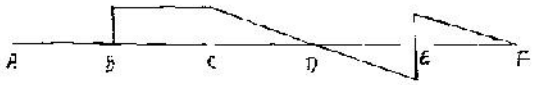
$$M_A = \left(\frac{L \times L}{2} + L \times L\right) \times W = \frac{3WL^2}{2}$$

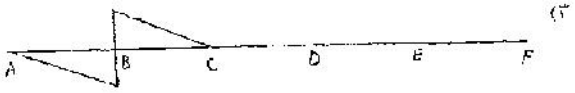
سراسری ۸۶

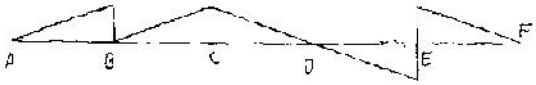
۶۳- خط تأثیر نیروی برشی در سمت راست تکیه‌گاه **B** به شکل کدام یک از گزینه‌هاست؟

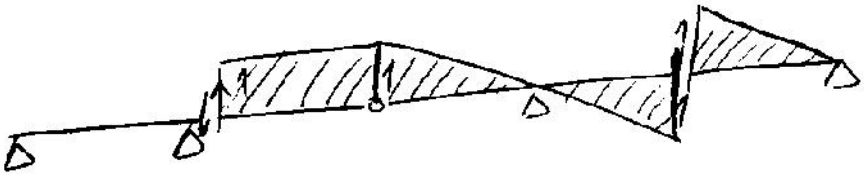


۱)


۲)


۳)


۴)


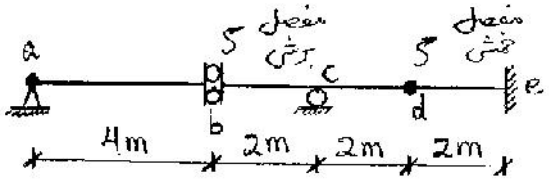


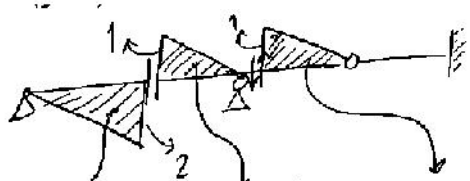
سراسری ۸۶

۶۸- در تیر شکل مقابل تحت بار گسترده $\frac{t}{m}$ ۱ با طول متغیر، قدر مطلق برش حداکثر در سمت راست تکیه‌گاه **C** بر حسب ton چقدر است؟

سرتاسر تیر قابل بارگذاری می‌باشد.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۶





$$A_1 = \frac{2 \times 4}{2} = 4 \qquad A_2 = \frac{1 \times 2}{2} = 1 \qquad A_3 = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

سمت ⊖ بیشتر است $(A_1 > A_2 + A_3)$

$$V = A_1 \times W = 4 \times 1 = 4\,ton$$

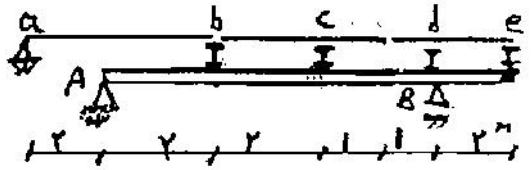
۶۳- اگر بار منفرد ۵ تنی از روی ae عبورکند حداکثر عکس‌العمل فشاری A و B به ترتیب برابر است با:

۱) $\frac{۱۰}{۳}$ و ۵

۲) ۵ و $\frac{۲۰}{۳}$

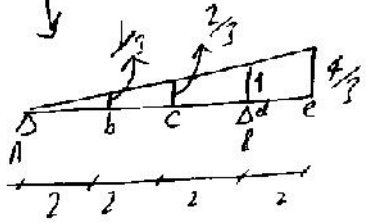
۳) $\frac{۵}{۳}$ و $\frac{۱۰}{۳}$

۴) $\frac{۱۰}{۳}$ و $\frac{۲۰}{۳}$



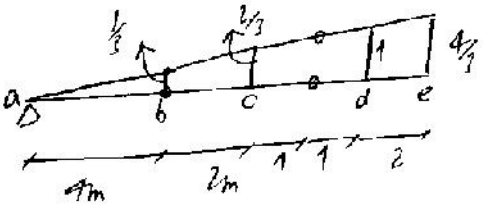
R_B

گام ۱: خط تاثیر تیر را رسم می‌کنیم



گام ۲: نقاط اتصال مشخص شود

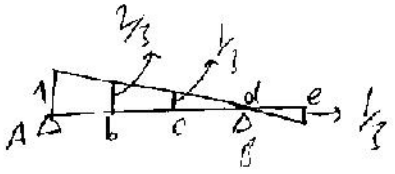
گام ۳: تیر بالایی رسم

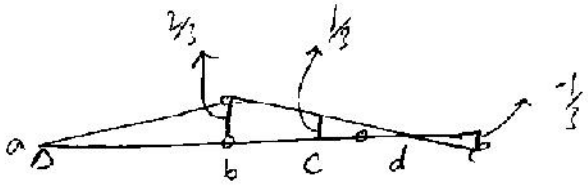


برای بدست آوردن R_B بار ۵ تن را بر روی e قرار می‌دهیم

$$R_B = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$$

R_A

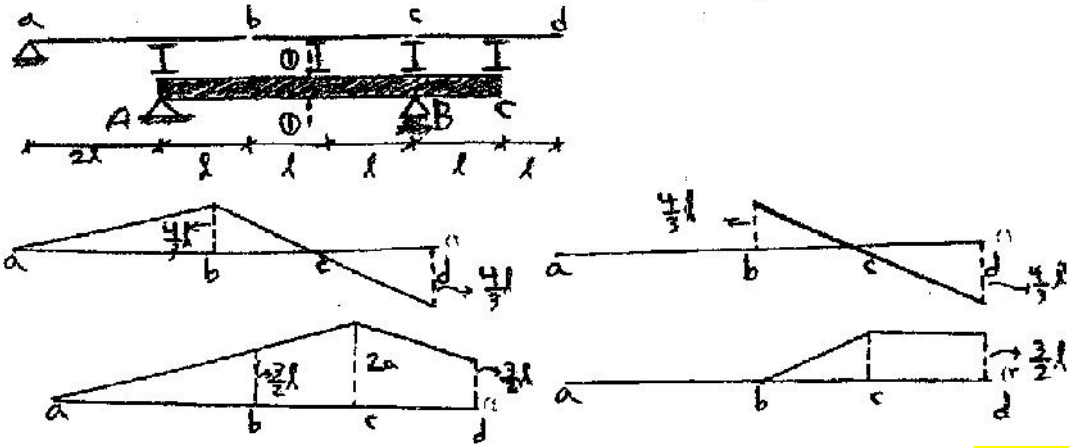




$$R_A = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$$

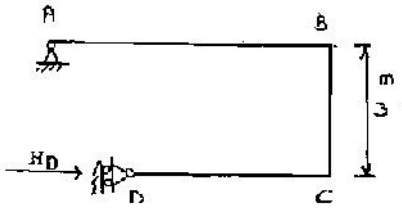
آزاد ۸۹

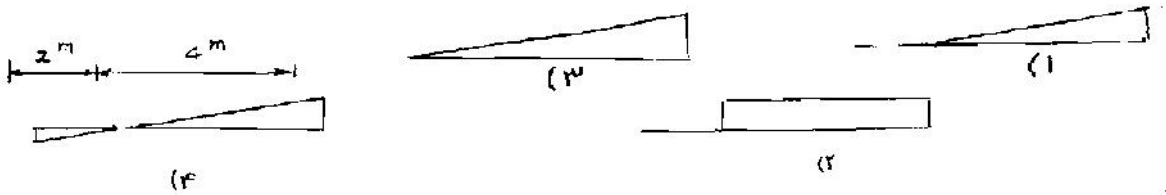
۶۴- بار واحد روی دهانه‌های a تا d حرکت می‌کند. تیری ایجاد شده در اثر این حرکت، توسط تیرهای فرعی به تیر اصلی ABC می‌رسد. خط تأثیر لنگر خمشی در مقطع ① – ① از تیر اصلی به کدام صورت است؟

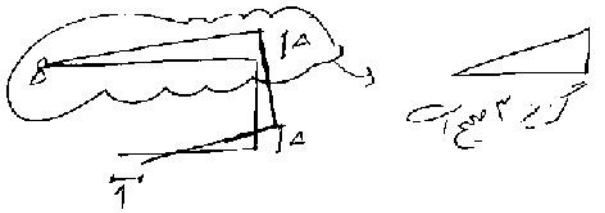


سراسری ۸۴

۷۷- با توجه به شکل مقابل، خط تأثیر H_D کدام است؟
(بار روی AB حرکت می‌کند.)

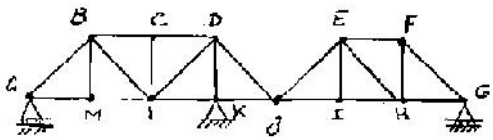


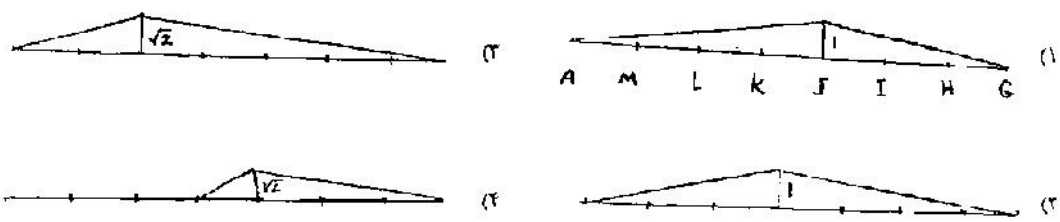


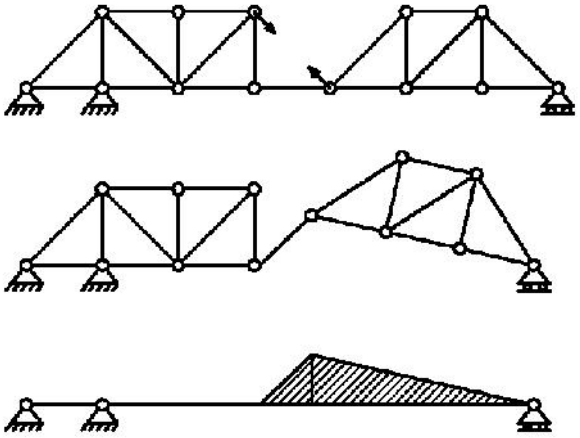


سراسری ۸۲

۶۰ خط تأثیر F_{DJ} را رسم کنید:

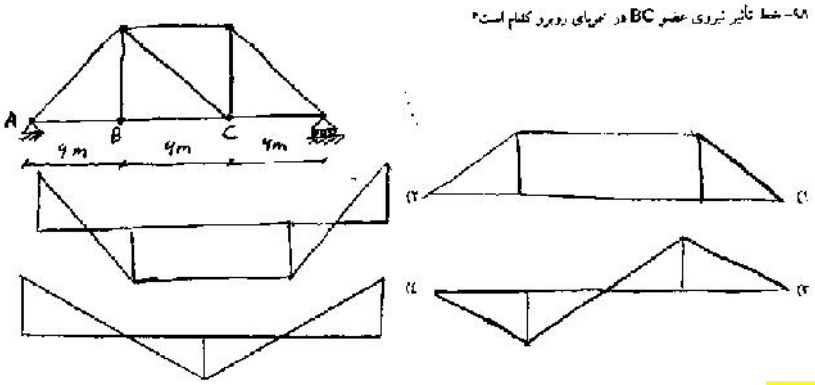






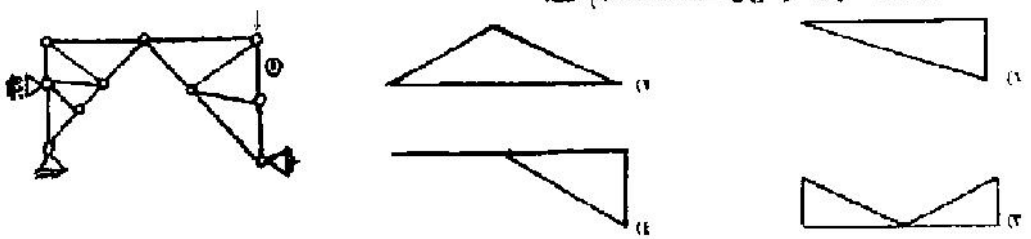
آزاد ۸۵

۶۸- خط تأثیر نیروی عضو BC در خرپای رویرو کدام است؟



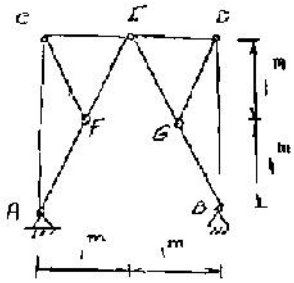
آزاد ۸۸

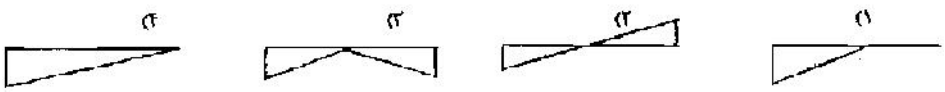
۶۶- خط تأثیر نیروی عضو ① در خرپای نشان داده شده کدام است؟



سراسری ۸۴

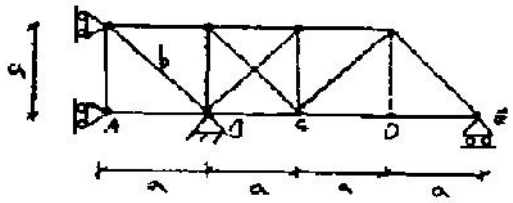
۷۹- خط تأثیر F_{AC} مطابق با کدام یک از اشکال می‌باشد؟
(بار روی CD حرکت می‌کند.)





آزاد ۸۷

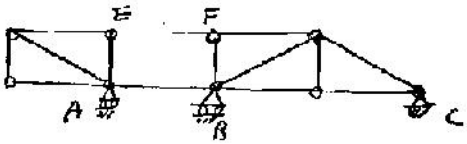
۶۷- خط تأثیر نیروی عضو b را درنظر گرفت ارتفاع آن در A کدام است؟ (بار روی تار تحتانی خرپا حرکت می کند.)



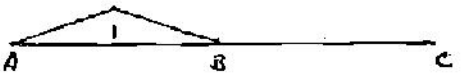
۱) $\sqrt{2}$ کششی ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ فشاری ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ کششی ۴) $\sqrt{2}$ فشاری

سراسری ۸۵

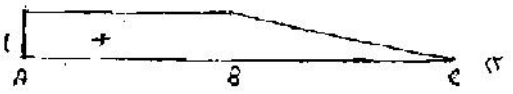
در خرپای شکل زیر خط تأثیر عکس‌العمل A کدام است؟



۱)

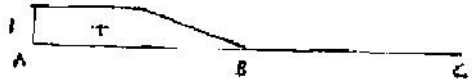


۲)



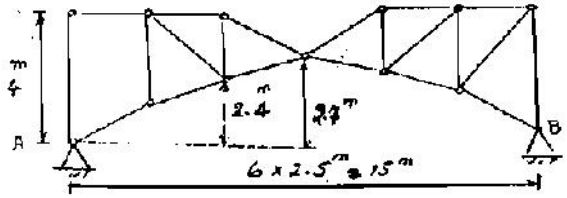
۳) چون خرپا در قسمت ABEF ناپایدار است خط تأثیر آن را نمی‌توان رسم کرد.

۴)

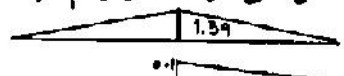


سراسری ۸۳

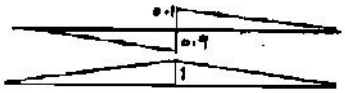
۷۵. خط تأثیر واکنش افقی تکیه‌گاه A را رسم کنید؟



۱)

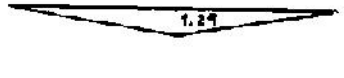


۲)



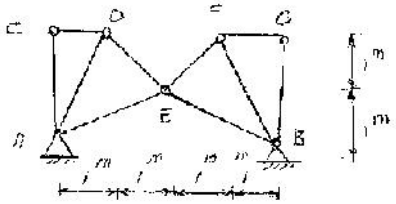
۳)

۴)



سراسری ۸۶

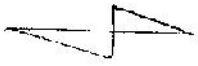
۷۲- خط تأثیر عکس‌العمل افقی در تکیه‌گاه A را رسم کنید. بار در تار پایین خرپا حرکت می‌کند.



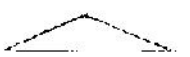
۱)

۲)

۳)

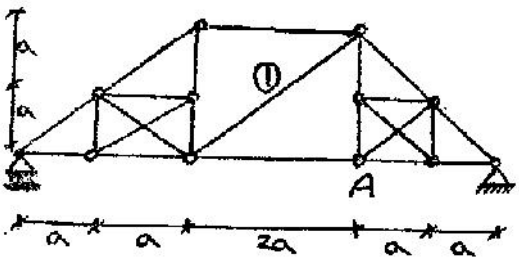


۴)



آزاد ۸۹

۶۵- در خرپای نشان داده شده بار واحد در تار تحتانی خرپا حرکت می‌کند. کدام یک از عبارتهای زیر در مورد ارتفاع خط تأثیر نیروی عضو ① در گره A صحیح است؟



الف) اگر عضو ① کابل باشد ارتفاع خط تأثیر در گره A ، صفر است.

ب) اگر عضو ① کابل باشد خرپا ناپایدار است.

ج) اگر عضو ① کابل نباشد ارتفاع خط تأثیر در گره A ، $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.

د) اگر عضو ① کابل نباشد ارتفاع خط تأثیر در گره A ، $\frac{\sqrt{2}}{6}$ است.

۱) ب و د ۲) ب و ج

سراسری ۸۸

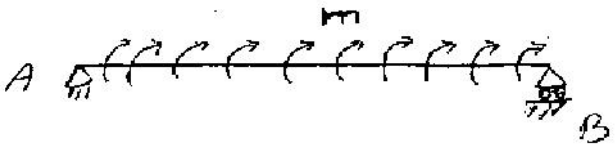
۸۱- تیر AB به طول ℓ تحت اثر لنگر خمشی گسترده یکنواخت به شدت m قرار گرفته است اگر صلبیت خمشی و برشی تیر در طول آن ثابت فرض شود، تغییر مکان ناشی از خمش ..... و ناشی از برش ..... است.

۱) غیرصفر ـ صفر

۲) صفر ـ غیرصفر

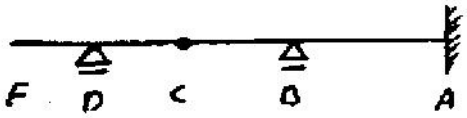
۳) غیرصفر ـ غیرصفر

۴) صفر ـ صفر

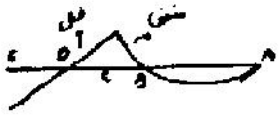


آزاد ۸۸

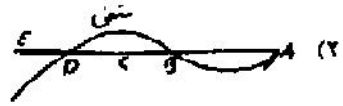
۷۱- خط تأثیر لنگر تکیه گاه گیردار کدام است؟



۱)

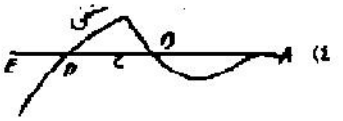


۲)



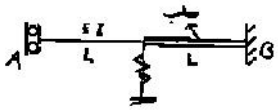
۳)

۴)

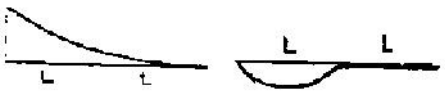


آزاد ۸۷

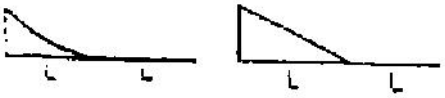
۷۷- خط تأثیر لنگر تکیه گاه A کدام است؟



۱)



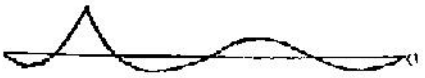
۲)



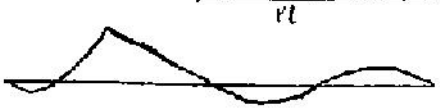
آزاد ۸۵

۱۰۰- خط تأثیر لنگر نقطه a کدام است؟

۱)



۲)

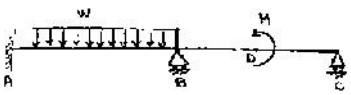


۳)

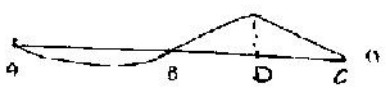
۴)

آزاد ۸۴

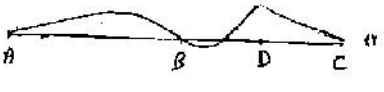
۳۵- شکل شماتیک خط تأثیر لنگر نقطه D در تیر زیر کدام است؟



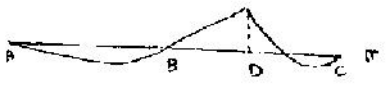
۱)



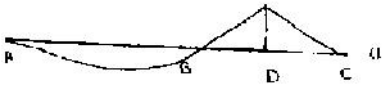
۲)



۳)

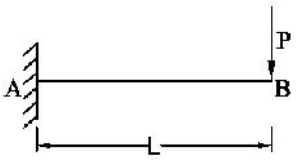


۴)

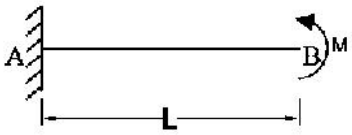


۵-تغییرشکل سازه های معین

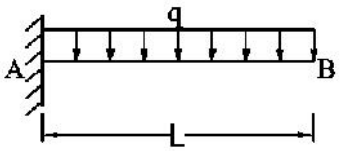
موارد زیر باید حفظ شود:



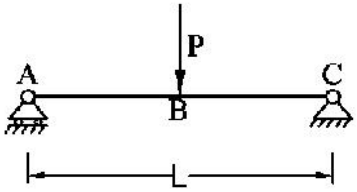
$$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}, \quad \theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$$



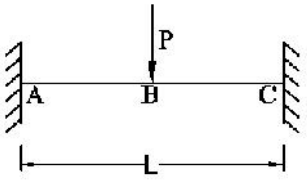
$$\Delta_B = \frac{ML^2}{2EI}, \quad \theta_B = \frac{ML}{EI}$$



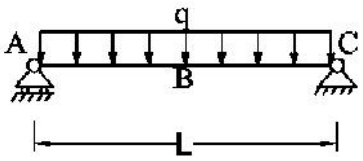
$$\Delta_B = \frac{qL^4}{8EI}, \quad \theta_B = \frac{qL^2}{6EI}$$



$$\Delta_B = \frac{PL^3}{48EI}$$



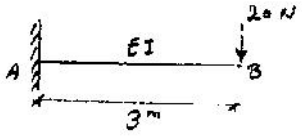
$$\Delta_B = \frac{1}{4} \times \frac{PL^3}{48EI} = \frac{PL^3}{192EI}$$



$$\Delta_B = \frac{5qL^4}{384EI}$$

آزاد ۸۹

۷۳- خیز تیر در نقطه انتهایی B چقدر است؟



$$\Delta = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{20 \times 3^3}{3 \times EI} = \frac{180}{EI}$$

۱) $\delta_B = \frac{۹۰}{EI}$ ۲) $\delta_B = \frac{۱۸۰}{EI}$ ۳) $\delta_B = \frac{۱۳۵}{EI}$ ۴) $\delta_B = \frac{۱۲۰}{EI}$

سراسری ۸۸

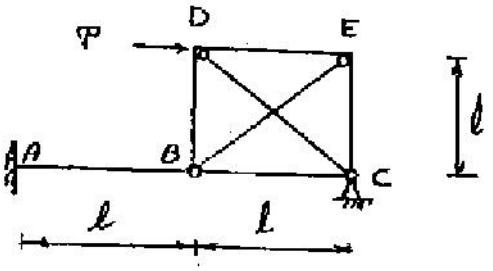
۸۸- تغییر مکان قائم نقطه B را تعیین کنید؟

۱) $\frac{۱۲Pl^۳}{EI}$

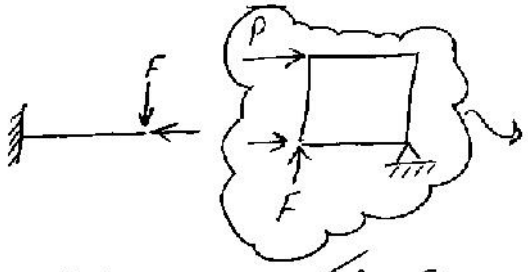
۲) $\frac{Pl^۳}{۲EI}$

۳) $\frac{Pl^۳}{۸EI}$

۴) $\frac{Pl^۳}{۲EI}$



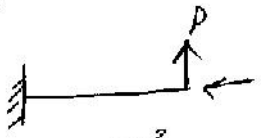
$EI = $ ثابت



$\sum M_C = ۰ \rightarrow F = -P$

گزینه ۲ 2

جهت F باید برعکس شود



$\Delta = \frac{PL^3}{3EI}$

دقت شود که چون B مفصل است پس از جدا کردن دو میله لنگر را نمی توان جابجا کرد

سراسری ۸۵

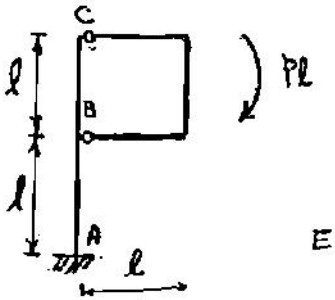
۷۰- $\Delta_{Bx} = ?$:

۱) $-\frac{Pl^۳}{۲EI}$

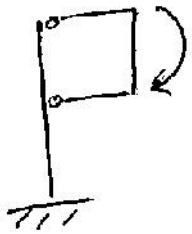
۲) $-\frac{Pl^۳}{۲EI}$

۳) $-\frac{Pl^۳}{۸EI}$

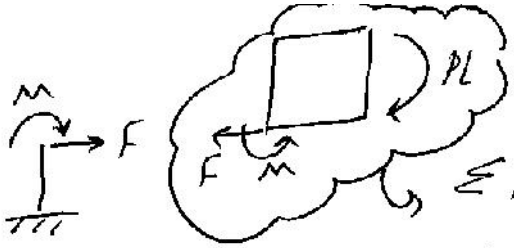
۴) $-\frac{۲Pl^۳}{EI}$



$EI = $ ثابت



=



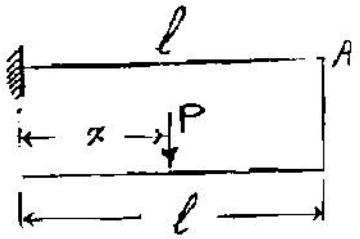
$\sum F_x = ۰ \rightarrow F = ۰$

$\sum M_B = ۰ \rightarrow M = PL$

$\Rightarrow$

$\rightarrow \Delta_{Bx} = \frac{ML^2}{2EI}$

۴۷- با توجه به شکل مقابل در چه فاصله‌ای از انتهای میله بایستی نیروی P اعمال گردد تا تغییر مکان قائم نقطهٔ A صفر شود؟ (x = ?)

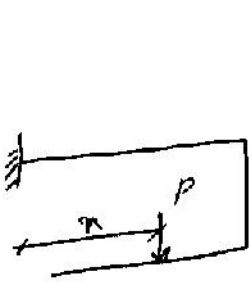


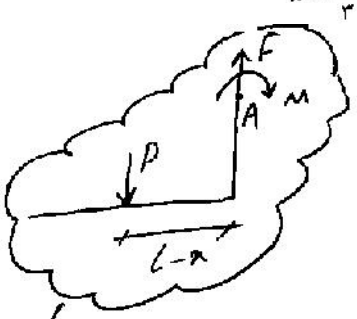
۱) $x = l$

۲) $x = \frac{l}{2}$

۳) $x = \frac{l}{3}$

۴) $x = \frac{2l}{3}$





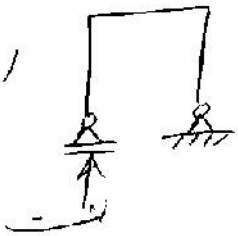
$\sum F_y = 0 \rightarrow F = P$

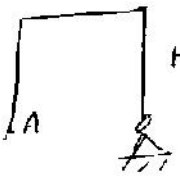
$\sum M_A = 0 \rightarrow M = P(l-x)$

$\Delta = \frac{Pl^3}{3EI} - \frac{P(l-x)l^2}{2EI} = 0$

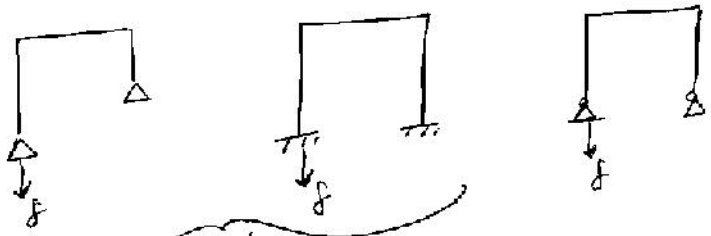
$\Rightarrow x = \frac{l}{3}$

نکته: اگر تشت تکیه‌گاهی را داشته باشیم و نیروی را خطی ناشی از این تشت خواسته شود ابتدا آن تکیه‌گاه را حذف می‌کنیم مثلاً در





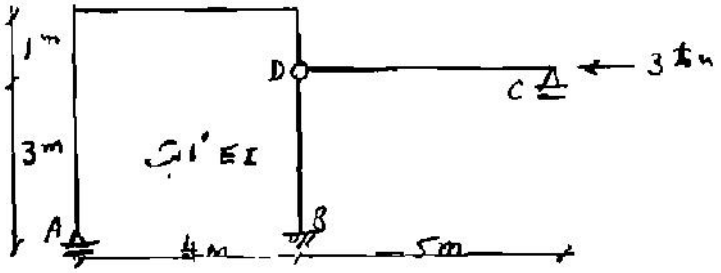
اگر سازه ناپایدار شد (یعنی نقطه A راستان بدون اعمال نیرو به تقاب به علت ناپایداری بتوان حرکت دارد) هیچ نیروی از تشت در سازه ایجاد نمی‌شود



در این صورت δ (نشست) ایجاد نیرو می‌کند.

سراسری ۸۱

۴۸- در سازهٔ شکل مقابل جابجایی افقی نقطه D در اثر اعمال بار و نشست تکیه‌گاه A در جهت قائم به اندازهٔ ۳ cm چقدر است ؟ (فقط اثر خمش در نظر گرفته شود)



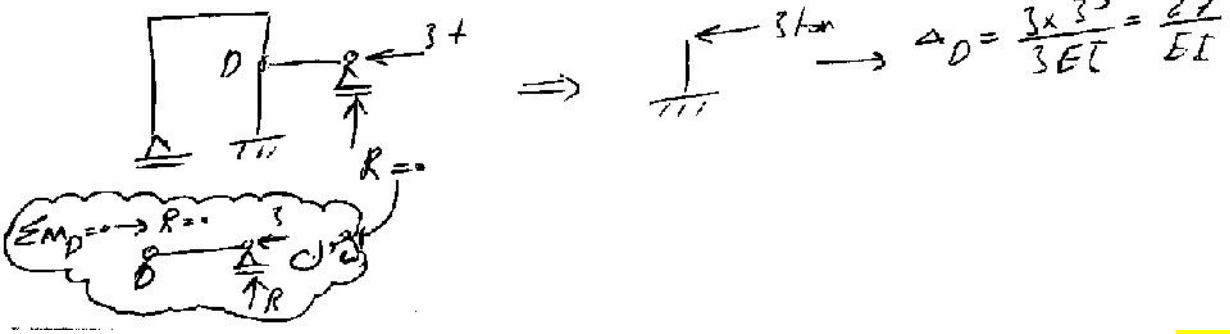
۱) $\frac{۲۷}{EI}$

۲) $\frac{۳}{EI}$

۳) $\frac{۸۱}{EI} + \frac{۹}{۴}$

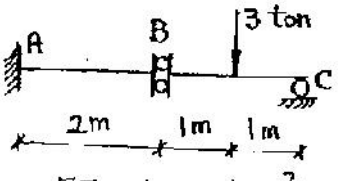
۴) $\frac{۲۷}{EI} + ۳/۱۰۰$

در شکل داده شده ← ایجاد نمی‌کند و تاثیری ندارد



سراسری ۸۴

در تیر شکل مقابل تغییر مکان در سمت چپ مفصل برشی B بر حسب mm کدام است؟



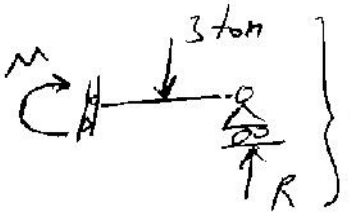
$EI = 1000\ t.m^2$

۱) ۰

۲) ۶

۳) ۵

۴) ۳



$\rightarrow \Sigma F_y = 0 \rightarrow R = 3\ ton$

$\Sigma \Sigma = 0 \rightarrow M = 3 \times 2 - 3 \times 1 = 3\ t.m$

$\rightarrow \Delta_{BL} = \frac{3 \times 2^2}{2 \times 1000} = 0.006\ m = 6\ mm$

نکته: اگر تغییر مکان سمت راست A را می‌خواست، دیگر نمی‌توان از روش فوق استفاده کرد بلکه باید از روش تیر مزدوج استفاده کرد

سراسری ۸۶

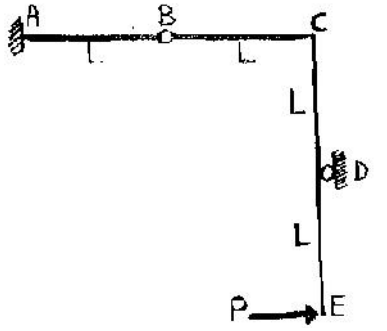
۷۶- در سازه نشان داده شده حداکثر جابجایی قائم مقصل B چقدر است؟ (EI برای کلیه اعضاء ثابت)

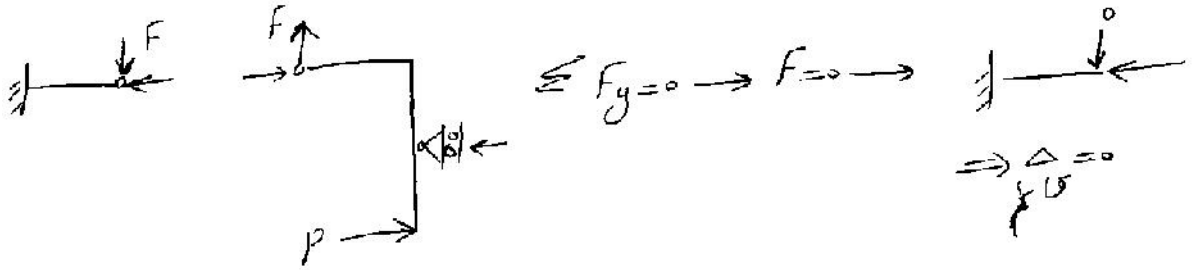
۱) صفر

۲) $\frac{PL^3}{EI}$

۳) $\frac{PL^3}{2EI}$

۴) $\frac{2PL^3}{2EI}$





آزاد ۸۹

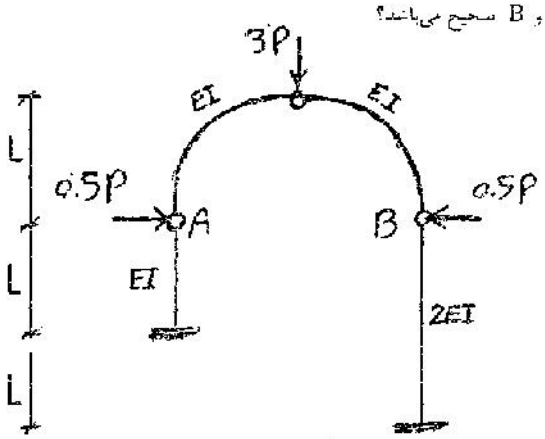
۷۷- در سازه شکل زیر کدام گزینه دو مورد تغییر فاصلهٔ نقاط A و B صحیح می‌باشد؟

۱) به مقدار $\frac{5PL^3}{3EI}$ به هم نزدیک می‌شوند

۲) به مقدار $\frac{5PL^3}{3EI}$ از یکدیگر دور می‌شوند.

۳) به مقدار $\frac{5PL^3}{6EI}$ از یکدیگر دور می‌شوند.

۴- به مقدار $\frac{5PL^3}{6EI}$ به هم نزدیک می‌شوند.



آزاد ۸۹

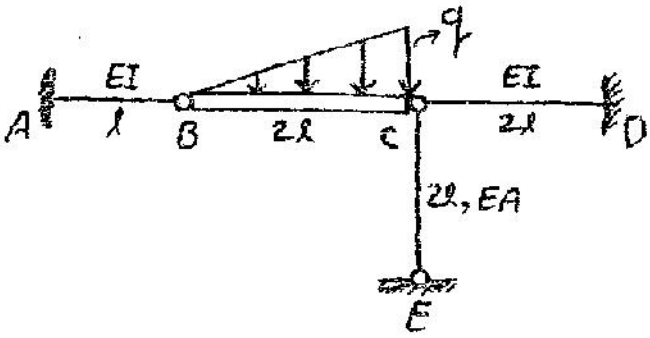
۷۰- تغییر مکان قائم وسط عضو صلب BC کدام است؟ $(\frac{I}{A} = 4l^2)$

۱) $\frac{13}{18}\frac{ql^4}{EI}$

۲) $\frac{4}{9}\frac{ql^4}{EI}$

۳) $\frac{11}{18}\frac{ql^4}{EI}$

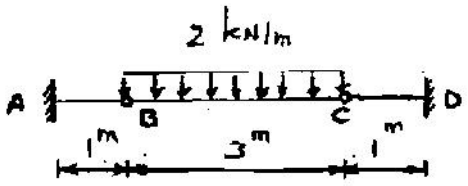
۴) $\frac{8}{9}\frac{ql^4}{EI}$



سراسری ۸۱

۵۴- Δ_C را حساب کنید؟

ثابت = EI

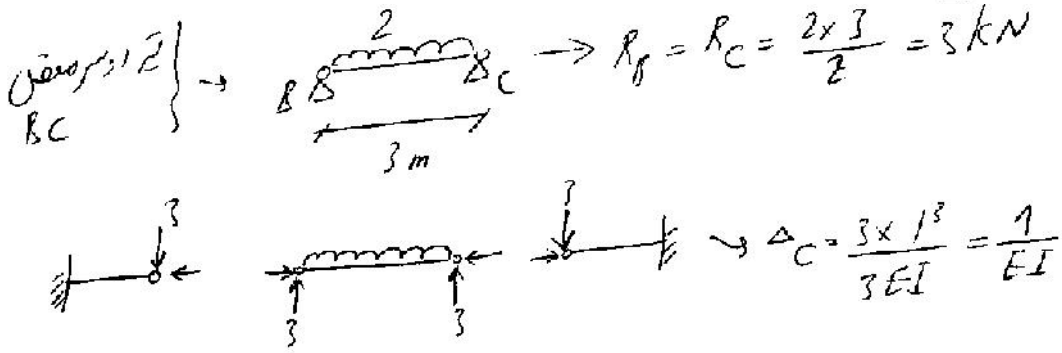


۱) $\frac{۱}{EI}$

۲) $\frac{۲}{EI}$

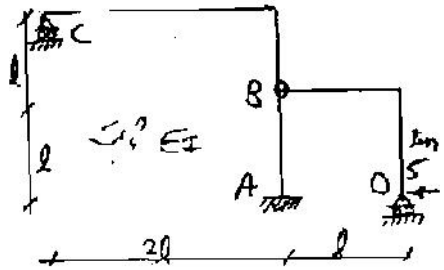
۳) $\frac{۳}{EI}$

۴) $\frac{۶}{EI}$



سراسری ۸۲

۵۵- در سازهٔ شکل زیر تکیه گاه C به اندازهٔ ۲ cm در جهت قائم نشست کرده و بار افقی ۵ ton در نقطهٔ D به آن اثر می کند. با در نظر گرفتن خمش، جابجائی افقی B را به دست آورید؟

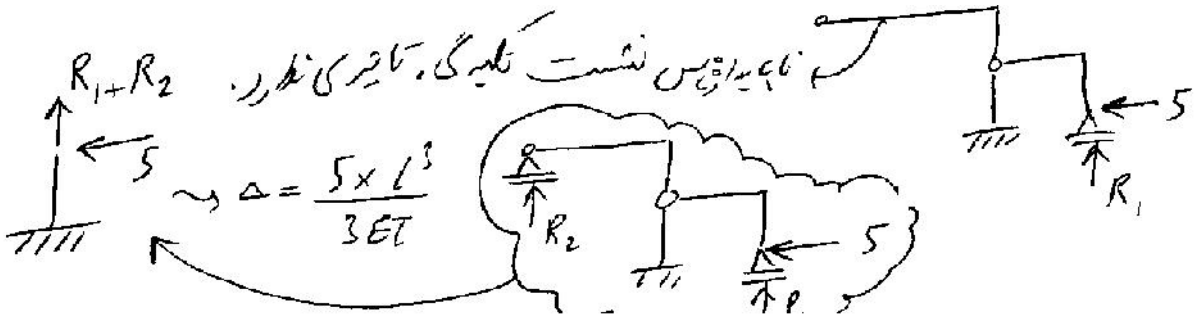


۱) $\frac{۵l^۳}{EI}$

۲) $\frac{۱۰l^۳}{EI}$

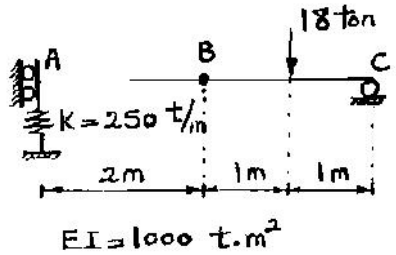
۳) $\frac{۵l^۳}{۳EI}$

۴) $\frac{۵l^۳}{۳EI}+۱$



سراسری ۸۳

۶۴- در تیر شکل مقابل تغییر مکان گره B بر حسب mm کدام است ؟

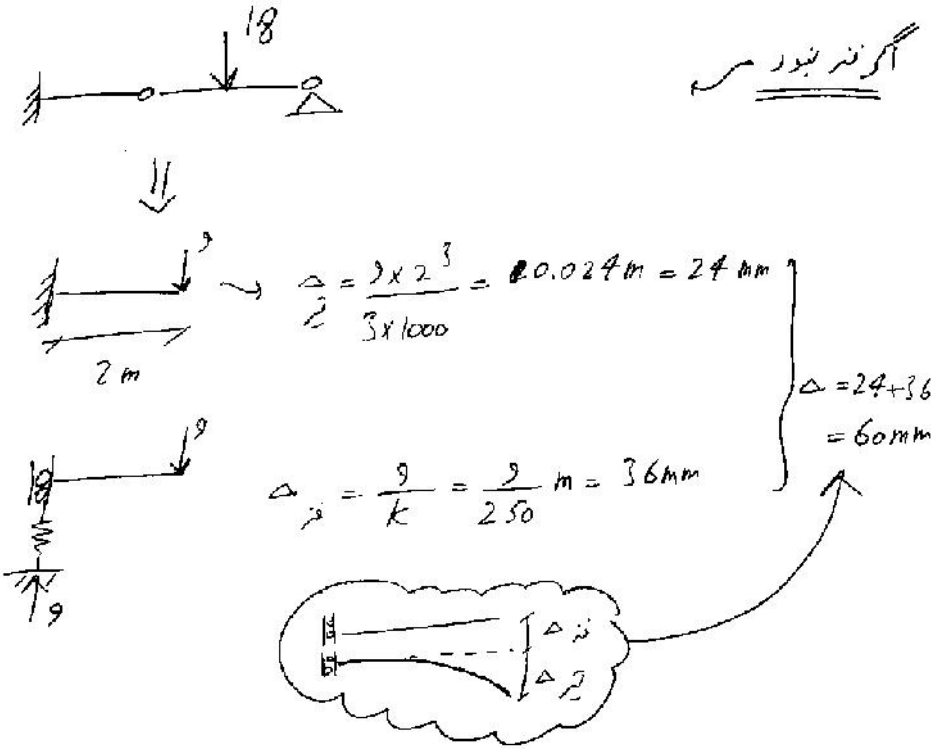


۱) ۳۶

۲) ۶۰

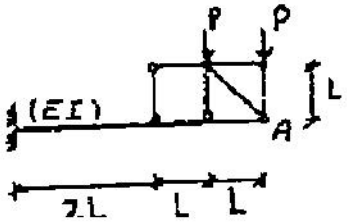
۳) ۷۲

۴) ۸۱

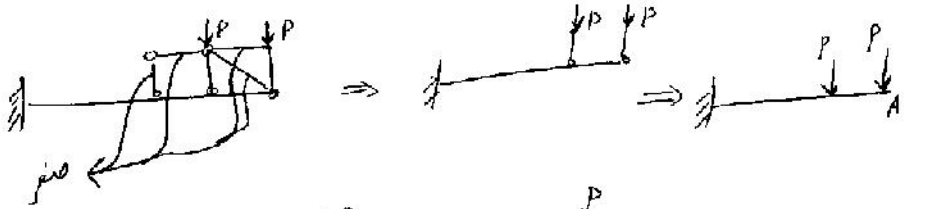


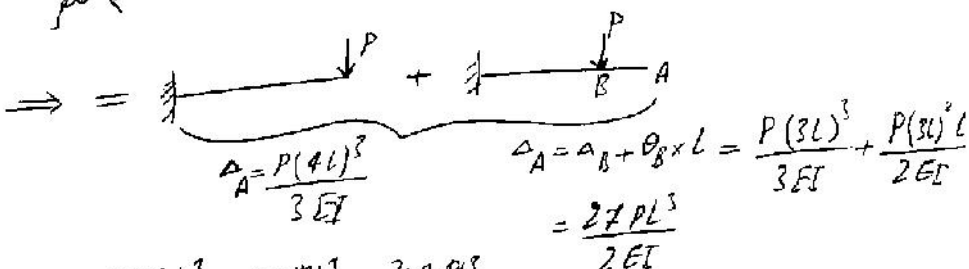
آزاد ۸۷

۷۱- تغییر مکان قائم A کدام است؟



$\frac{209PL^3}{6EI}$ (۱ $\frac{91PL^3}{6EI}$ (۲ $\frac{182PL^3}{3EI}$ (۳ $\frac{64PL^3}{3EI}$ (۴



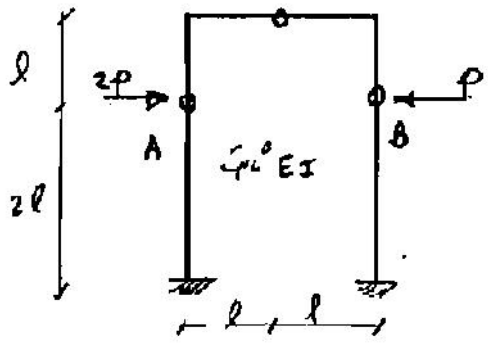


$\rightarrow \Delta_{A\text{ کل}} = \frac{64PL^3}{3EI} + \frac{27PL^3}{2EI} = \frac{209PL^3}{6EI}$

البته این سئوال با روش کار مجازی و تقریب ذوزنقه نیز حل می‌شود (خواندیم!)

سراسری ۸۳

۷۲. مقدار نزدیک شدن دو نقطه A و B دو سازه شکل زیر برابر است با:



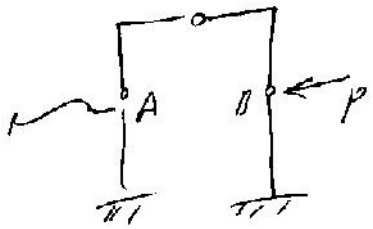
۱) $\frac{p\ell^3}{3EI}$

۲) $\frac{8p\ell^3}{EI}$

۳) $\frac{2p\ell^3}{3EI}$

۴) $\frac{3p\ell^3}{EI}$

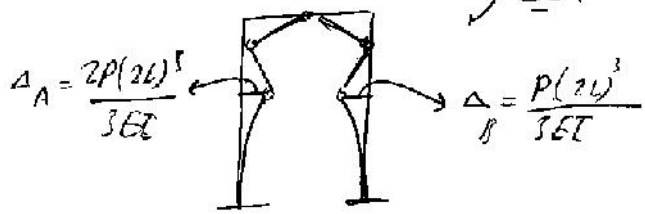
نکته مسئله را این است که نیروی وارده بر نقاط A و B تاثیری در تغییر مکان هم ندارند یعنی این سازه



$$\begin{cases}\Delta_A = 0 \\ \Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}\end{cases}$$

در واقع اعضای فوقانی اعضای صفرنیرویی هستند:

بنابراین

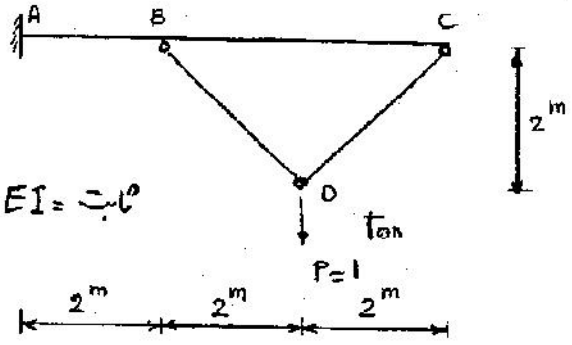


$$\rightarrow \Delta = \Delta_A + \Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}(8+16)$$

$$= \frac{8PL^3}{EI}$$

سراسری ۸۷

۷۹- تغییر مکان قائم نقطه B را حساب کنید. از اثر نیروی محوری صرفنظر کنید.

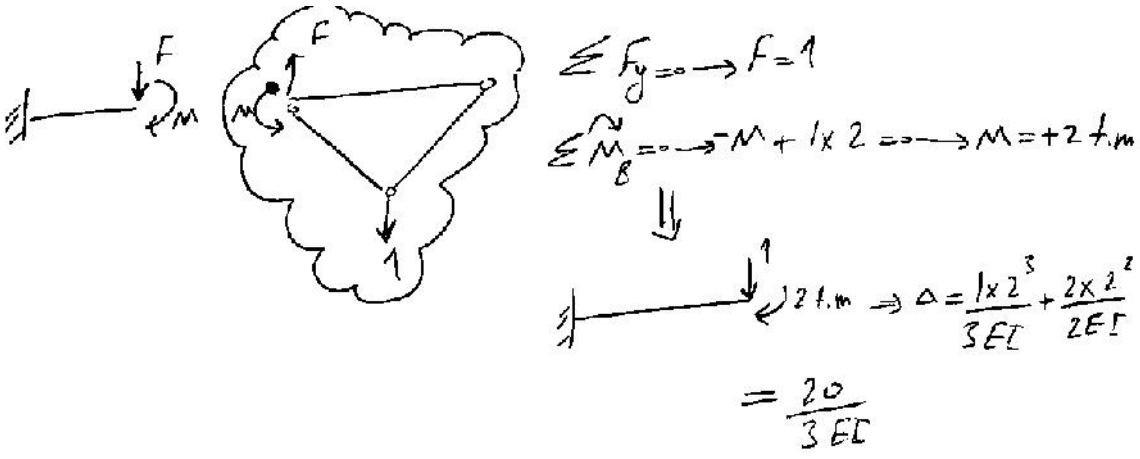


۱) $\frac{4EI}{3}$

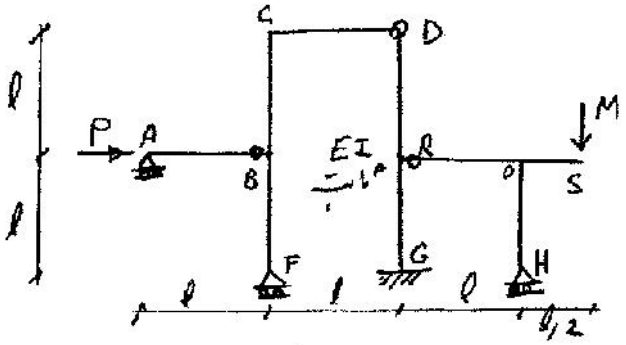
۲) $\frac{8EI}{3}$

۳) $\frac{10EI}{3}$

۴) $\frac{20}{3EI}$



۶۱- چنانچه جابه جایی افقی D برابر $\frac{9Ml^2}{EI}$ باشد، نسبت $\frac{M}{P}$ کدام است؟

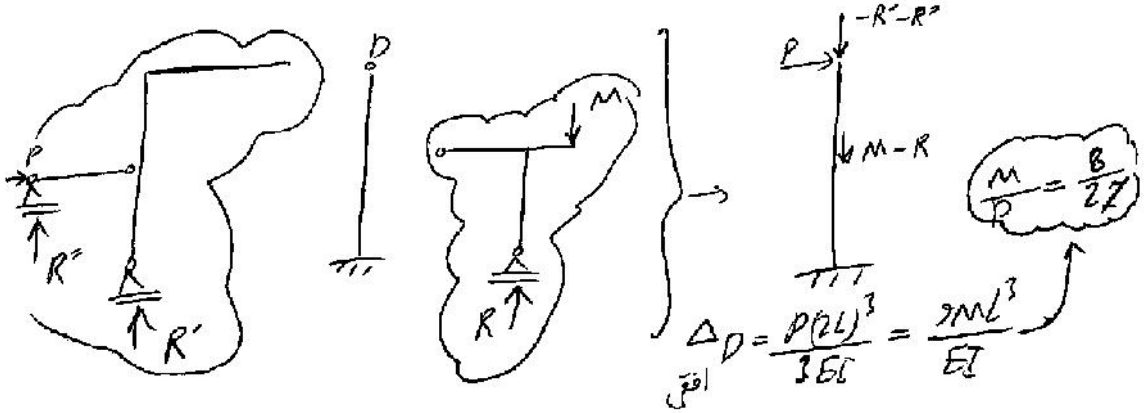


۱) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{8}{27}$

۳) چون تغییر مکان D از اعمال M ندارد پس $\frac{M}{P} = 0$ است.

۴) ۱



سراسری ۸۸

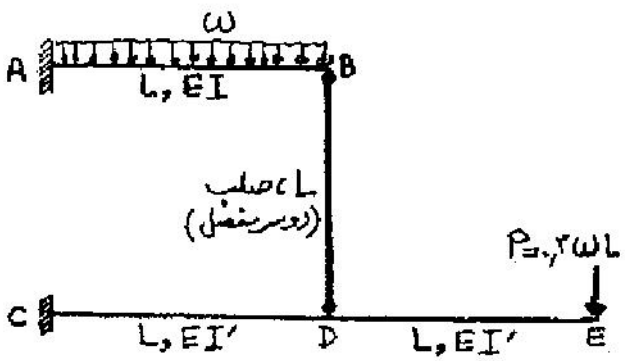
ممان اینرسی عضو CDE چند برابر ممان اینرسی عضو AB باشد تا مقدار نیرو در عضو BD صفر شود؟

۱) ۲

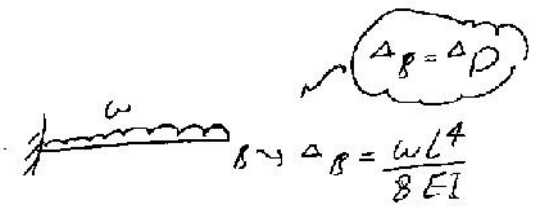
۲) ۱

۳) ۱/۵

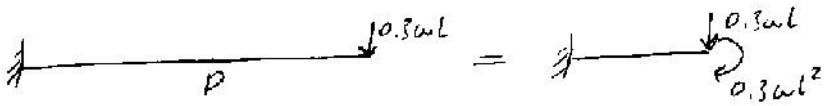
۴) ۰/۵



وقتی می‌گوید $\Delta_B = \Delta_D$ یعنی $F_{BD} = 0$



$$\Delta_B = \frac{wL^4}{8EI}$$



$$\Delta_D = \frac{(0.3wL)L^3}{3EI'} + \frac{(0.3wL^2)(L^2)}{2EI'} = \frac{wL^4}{4EI'}$$

$$\Delta_B = \Delta_D \Rightarrow \frac{1}{8I} = \frac{1}{4I'} \rightarrow \boxed{\frac{I'}{I} = 2}$$

سراسری ۸۲

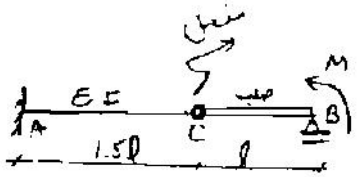
۵۸- در سازهٔ شکل زیر مقدار چرخش نقطهٔ B را به دست آورید.

۱) $\frac{Ml}{2EI}$

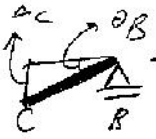
۲) $\frac{Ml}{3EI}$

۳) $\frac{Ml}{EI}$ ۱٫۲۵

۴) $\frac{Ml}{8}$ $\frac{9}{8}$

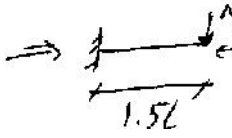


$\theta_B = \frac{\Delta_C}{l}$ ← BC صلب است



پس کافی است که Δ_C را پیدا کنیم

$\sum M_B = 0 \rightarrow \boxed{F = \frac{M}{l}}$



$$\Rightarrow \Delta_C = \frac{(M/l)\times(1.5l)^3}{3EI} = \frac{9Ml^2}{8EI} \Rightarrow \theta_B = \frac{9Ml}{8EI}$$

سراسری ۸۶

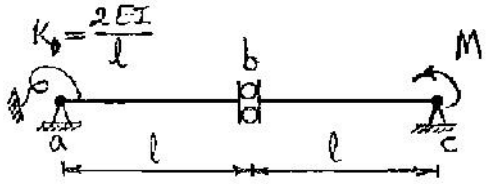
۶۶- در تیر شکل مقابل تغییر مکان در سمت چپ مفصل برشی b کدام است؟

۱) ۰

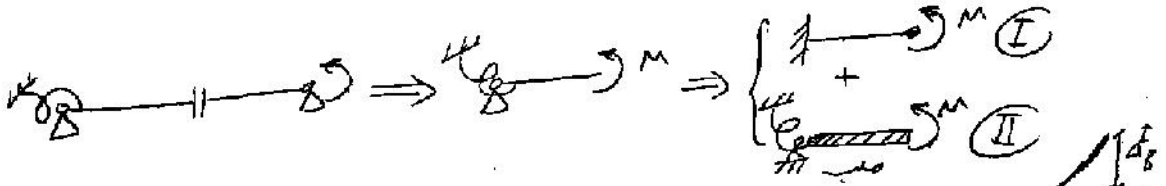
۲) $\frac{Ml^2}{EI}$

۳) $\frac{Ml^2}{2EI}$

۴) $\frac{Ml^2}{2EI}$



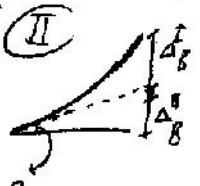
(EI = Constant)



$$\Delta_B^{I} = \frac{ML^2}{2EI}$$

$$\Delta_B^{II} = \theta_A \times L = \frac{M}{E} \times L = \frac{ML^2}{2EI}$$

$$\rightarrow \Delta_B = \frac{ML^2}{2EI} + \frac{ML^2}{2EI} = \frac{ML^2}{EI}$$



سراسری ۸۶

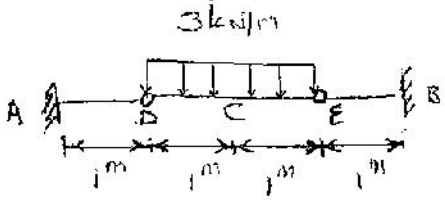
۷۴- Δ_C را حساب کنید. (EI کلیه اعضا را ثابت فرض کنید)

۱) $\frac{1}{EI}$

۲) $\frac{۷/۵}{EI}$

۳) $\frac{۱/۶۲۵}{EI}$

۴) $\frac{۰/۶۲۵}{EI}$



$$\Delta_1 = \frac{5}{384}\frac{qL^4}{EI} = \frac{5 \times 3 \times 2^4}{384\,EI} = \frac{5}{8EI} \qquad \Delta_2 = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{\left(\frac{3 \times 2}{2}\right) \times 1^3}{3EI} = \frac{1}{EI}$$

$$\rightarrow \Delta_C = \frac{5}{8EI} + \frac{1}{EI} = \frac{13}{8EI} = \frac{1.625}{EI}$$

۶-روش نیروها

سراسری ۸۸

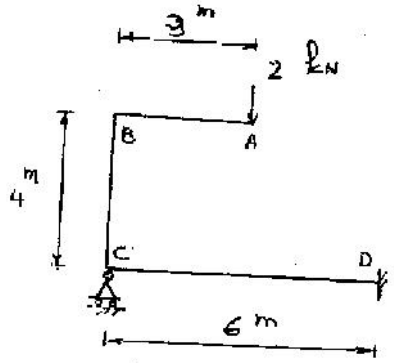
۸۶- واکنش تکیه‌گاه C برحسب kN چقدر است؟

۱) ۲

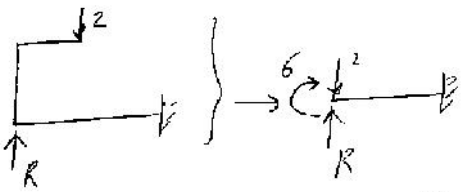
۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{2}{3}$



$EI = ثابت$

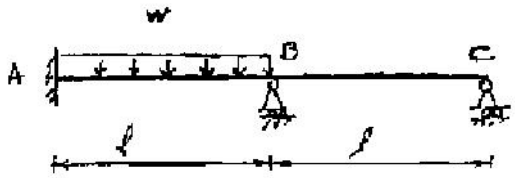


$\Delta_C = \frac{(R-2)\times 6^3}{3EI} + \frac{6\times 6^2}{2EI} = 0$ (۱)

$\longrightarrow (R-2) = -\frac{3}{2} \rightarrow \boxed{R = \frac{1}{2}\,kN}$

سراسری ۸۸

۹۰- اگر در تحلیل تیر نامعین شکل مقابل یکی از مجهولات اضافی را M_B انتخاب کنیم، رابطه سازگاری تغییر مکان مربوطه براساس کدام رابطه نوشته می‌شود؟ (چپ: L راست: R)



۱) $\theta_{BL} = \theta_{BR}$

۲) $M_{BL}\,\theta_{BL} = M_{BR}\,\theta_{BR}$

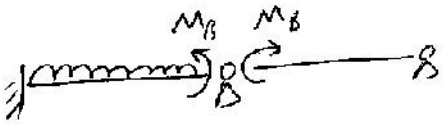
۳) $\theta_{BL} + \theta_{BR} = 0$

۴) $M_{BL}\,\theta_{BL} - M_{BR}\,\theta_{BR} = 0$

پس از حذف M_B در نقطه B سر

دوران سمت چپ و راست B را محاسبه کرده و مساوی هم قرار می‌دهیم سر

$\theta_{BL} = \theta_{BR}$



سراسری ۸۳

۸۰- با استفاده از اطلاعات داده شده در شکل (الف) نیروی موجود در فنر در شکل (ب) برابر است با:

۱) P

۲) $\frac{3}{4}P$

۳) $\frac{3}{8}P$

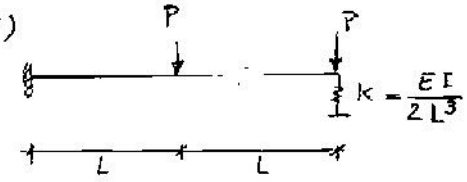
۴) $\frac{3}{5}P$

(الف)

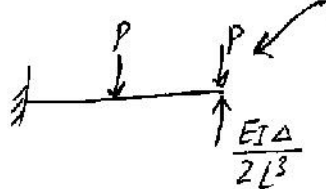
$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$

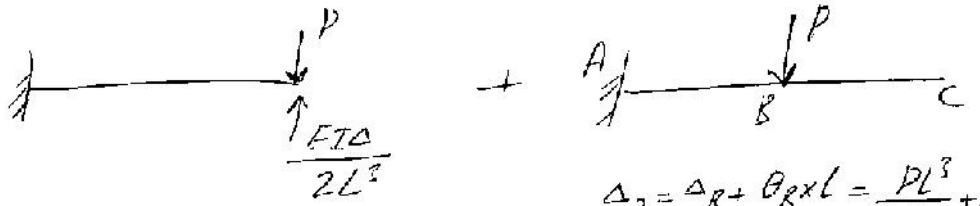
$\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$

(ب)



فنر را حذف کرده، به جایش نیروی $F=k\Delta$ را قرار می‌دهیم
پس Δ فنر را جدا کرده، برابر Δ قرار می‌دهیم





$$\Delta_2 = \Delta_B + \theta_B \times l = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl^2 \times l}{2EI}$$

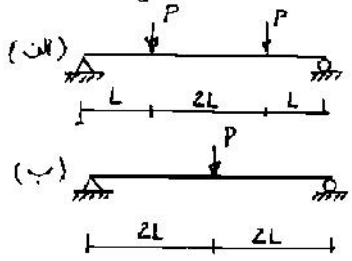
$$\Delta_1 = \frac{P(2l)^3}{3EI} - \frac{\left(\frac{EI\Delta}{2L^3}\right)\times(2l)^3}{3EI} = \frac{8Pl^3}{3EI} - \frac{4\Delta}{3} \qquad = \frac{5Pl^3}{6EI}$$

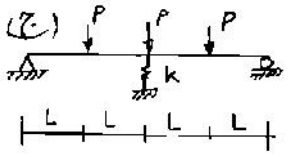
$$\Rightarrow \Delta_1 + \Delta_2 = \Delta \Rightarrow \frac{8Pl^3}{3EI} - \frac{4\Delta}{3} + \frac{5Pl^3}{6EI} = \Delta \rightarrow \Delta = \frac{3Pl^3}{2EI}$$

$$\rightarrow F_{فنر} = k\Delta = \frac{EI}{2L^3} \times \frac{3PL^3}{2EI} = \frac{3P}{4}$$

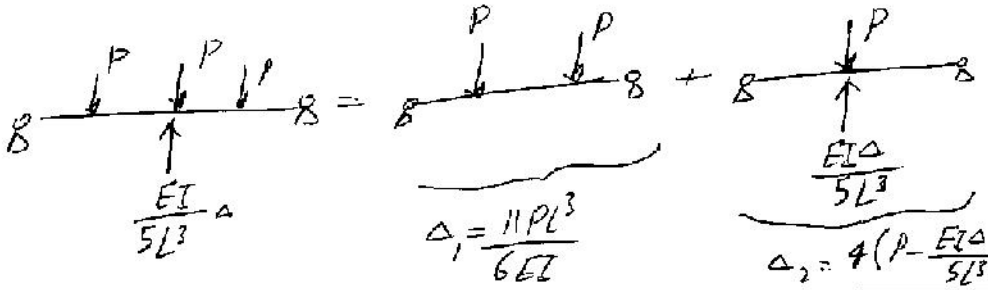
سراسری ۸۱

۴۶- اگر تغییرشکل حداکثر مربوط به حالتهای الف و ب مطابق زیر داده شده باشد، نیروی برجوددآمده در تکیه‌گاه فنری در حالت ج، چقدر خواهد بود؟





۱) P
۲) $\frac{3P}{2}$
۳) $\frac{P}{2}$
۴) $\frac{3P}{2}$

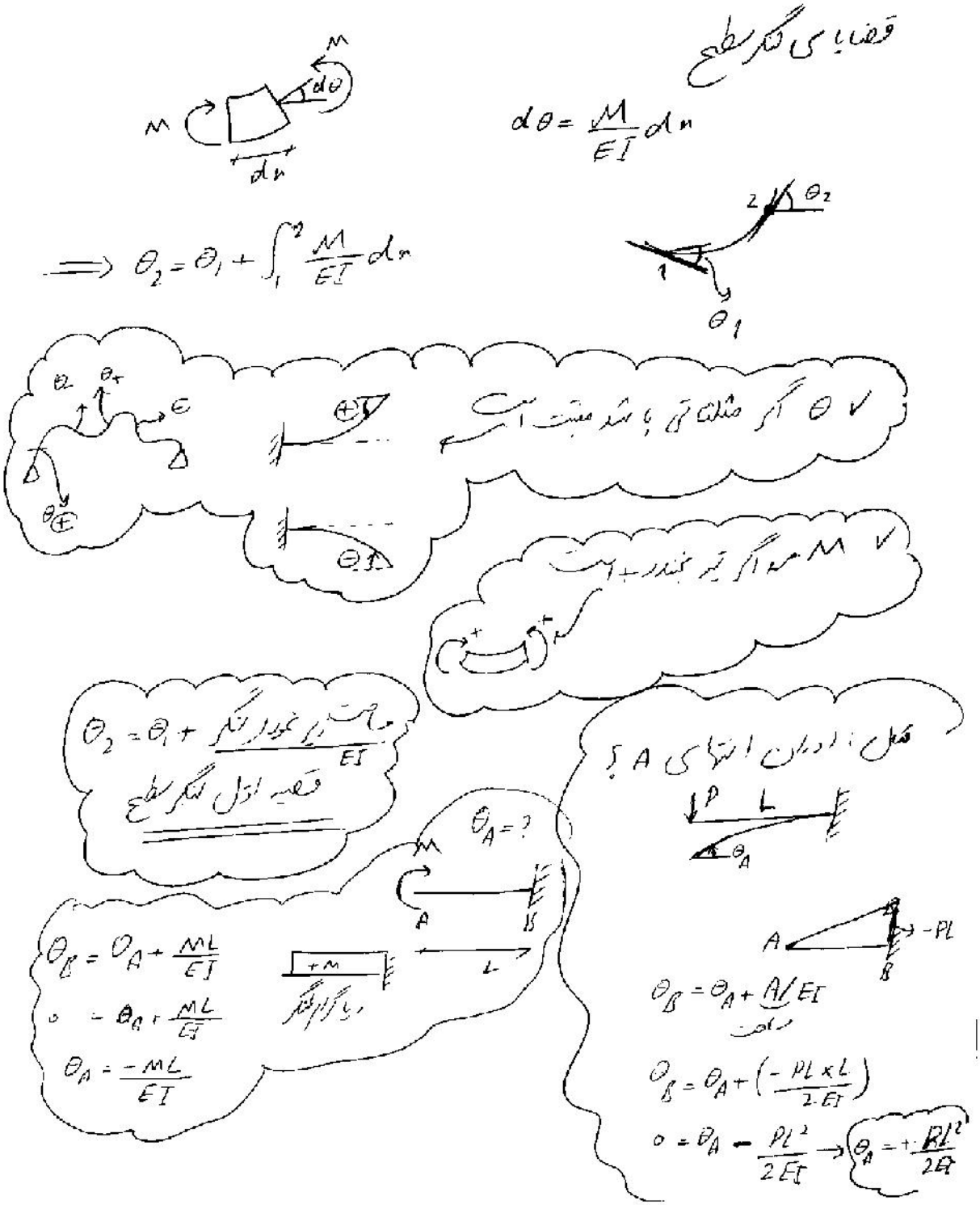


$$\Delta_2 = \frac{4\left(P - \frac{EI\Delta}{5L^3}\right)L^3}{3EI}$$

$$\Delta_1 + \Delta_2 = \Delta \Rightarrow \frac{11PL^3}{6EI} + \frac{4\left(P - \frac{EI\Delta}{5L^3}\right)L^3}{3EI} = \Delta$$

$$\rightarrow \Delta = \frac{5PL^3}{2EI} \longrightarrow F_{فنر} = k\Delta = \frac{EI\Delta}{5L^3} \times \frac{5PL^3}{2EI} = \frac{P}{2}$$

۷-لنگر سطح



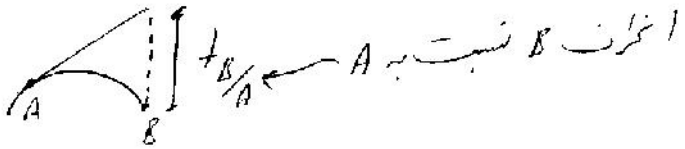
q: بار گسترده (به سمت بالا مثبت است)

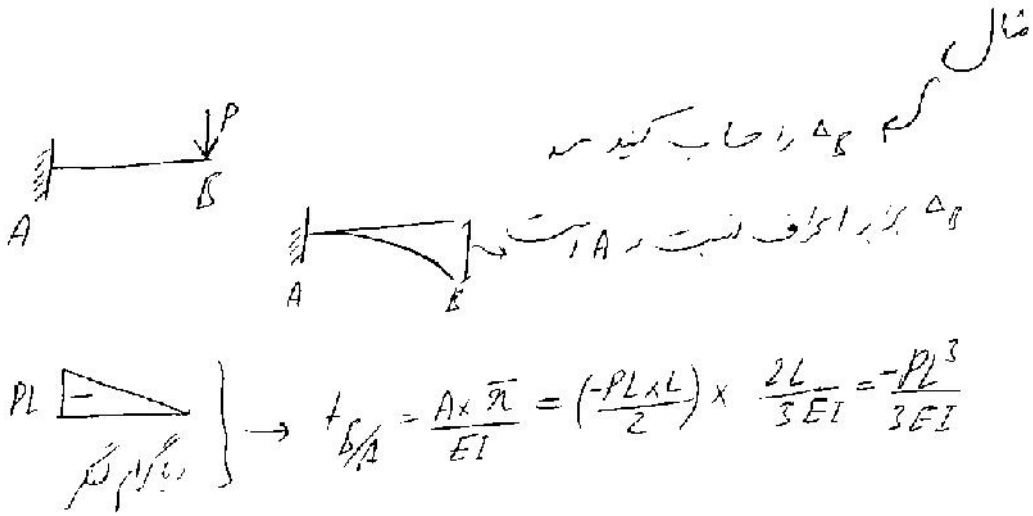
M: خمش (رفتار کاسه ای مثبت)

y: خیز تیر (به سمت بالا مثبت است)

V: برش (ساعت گرد مثبت است)

θ : دوران یا شیب تیر (مثلثاتی مثبت)





قضیه اول:

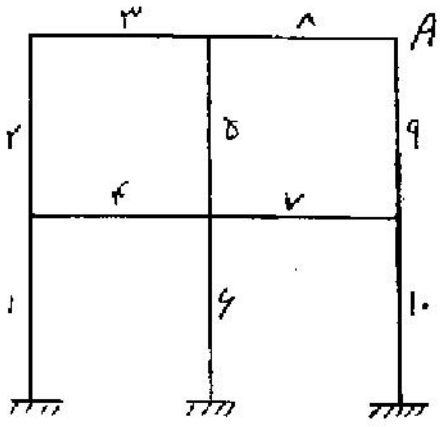
به شرطی که در طول انتگرال گیری مفصل نداشته باشیم: $\theta_B = \theta_A + \int_A^B \frac{M}{EI}$

قضیه دوم:

به شرطی که در طول انتگرال گیری مفصل نداشته باشیم: $t_{B/A} = \int_A^B \frac{M}{EI} x$

سراسری ۸۸

۸۲- قابی مطابق شکل مفروض است. اعضای قاب مطابق شکل شماره گذاری شده‌اند. اگر لنگر خمشی عضو شمارهٔ i را با M_i نشان دهیم که در طول عضو (x) متغیر می‌باشد. $M_i = M_i(x)$، دوران نقطهٔ A محل تقاطع عضو ۸ و ۹، کدام است؟



۱) $\int_{l_{10}} M_{10}(x)dx + \int_{l_9} M_9(x)dx + \int_{l_8} M_8(x)dx$

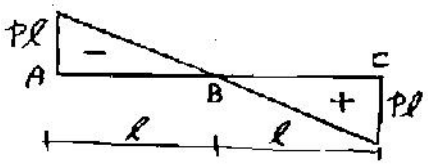
۲) $\int_{l_7} M_7(x)dx + \int_{l_8} M_8(x)dx$

۳) $\int_{l_6} M_6(x)dx + \int_{l_5} M_5(x)dx + \int_{l_8} M_8(x)dx$

۴) $\int_{l_8} M_8(x)dx + \int_{l_4} M_4(x)dx$

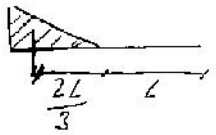
سراسری ۸۳

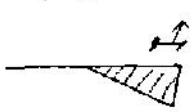
۶۰ قطعه پیوسته ABC از سازه‌ای مفروض است. لنگر خمشی مثبت پایین و لنگر خمشی منفی بالای تیر رسم شده است. فاصله (تغییر مکان) نقطه C نسبت به مماس بر نقطه A چقدر است؟ صلبیت خمشی AB و BC به ترتیب برابر $2EI$ و EI می‌باشد.



۱) $-\frac{p\ell^3}{4EI}$ ۲) $-\frac{p\ell^3}{6EI}$ ۳) $-\frac{p\ell^3}{2EI}$ ۴) $-\frac{p\ell^3}{12EI}$

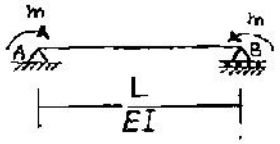
$$t_{C/A} = A \times \bar{x} = \frac{-PL \times L}{2(2EI)} \times \left(L + \frac{2L}{3}\right) + \frac{PL \times L}{2(EI)} \times \left(\frac{L}{3}\right) = \frac{-PL^2}{4EI}$$





سراسری ۸۵

۷۷ مقدارهای انحراف A از مماسی بر B و نیز دوران A کدام‌اند؟



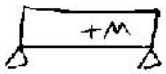
۱) $\frac{mL}{2EI}$ ، $\frac{mL^2}{2EI}$

۲) $\frac{mL}{EI}$ ، $\frac{mL^2}{EI}$

۳) $\frac{mL}{4EI}$ ، $\frac{mL^2}{4EI}$

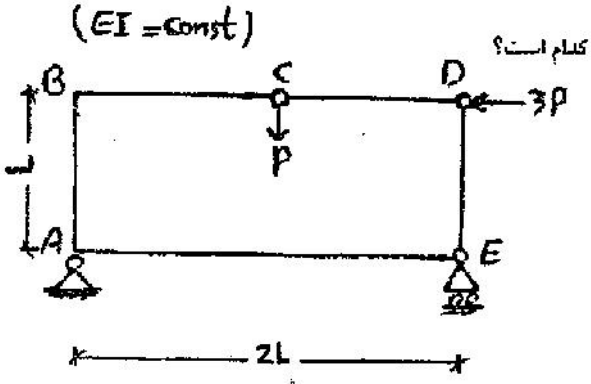
۴) $\frac{mL}{2EI}$ ، $\frac{mL^2}{2EI}$

ابتدا باید دیاگرام لنگر را رسم کنیم ←



$$t_{A/B} = A \times \bar{x} = \frac{MA \times L}{EI} \times \frac{L}{2} = \frac{ML^2}{2EI}$$

آزاد ۸۹



۶۶- انحراف گره E از مماس رسم شده بر A و همچنین دوران A کدام است؟

۱) $\frac{4PL^2}{3EI}$ ، $\frac{8PL^3}{3EI}$

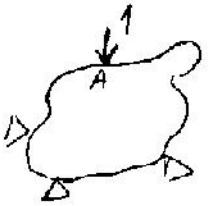
۲) $\frac{PL^2}{3EI}$ ، $\frac{2PL^3}{3EI}$

۳) $\frac{2PL^2}{3EI}$ ، $\frac{4PL^3}{3EI}$

۴) $\frac{2PL^2}{EI}$ ، $\frac{3PL^3}{4EI}$

روش کار مجازی: فرض کنیم تغییرمکان این نقطه از سازه را خواسته‌اند $\Delta_{Ay}=?$ را این صورت به طریق زیر عمل می‌کنیم:

گام 1: یک بار واحد در راستای Δ_{Ay} به سازه اعمال می‌کنیم و بقیه بارها را حذف می‌کنیم



سازه مجازی ← سازه مجازی را تحلیل کرده، نیروی اعضای آن را بدست می‌آوریم ← $\bar{P}_i$ نیروی عضو است

گام 2: سازه اصلی را نیز (با بارگذاری واقعی و بدون بار واحد) تحلیل کرده و نیروی اعضا را بدست می‌آوریم ← P_i نیروی عضو است

گام 3: با استفاده از رابطه زیر Δ_{Ay} بدست می‌آید:

برای خرپاها:

$$\Delta_{Ay}\times 1 + R\times\delta = \sum \frac{\bar{P}_i P_i L}{EA} + \sum \bar{P}_i \alpha \Delta T L_i$$

- $\Delta_{Ay}\times 1$: کار برآیند نیروهای مجازی (گام 1) در جابجایی واقعی
- $R\times\delta$: کار برآیند نیروهای واقعی (گام 2) در جابجایی مجازی (گام 1) (اگر تکیه‌گاه نشست کند)
- $\sum \frac{\bar{P}_i P_i L}{EA}$: کار داخلی نیروهای محوری
- $\sum \bar{P}_i \alpha \Delta T L_i$: کار داخلی ناشی از تغییر حرارت میله

برای تیرها:

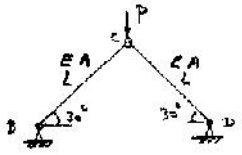
$$\Delta_{Ay}\times 1 + R\times\delta = \sum \frac{\bar{M}_i M_i L}{EI} + \sum \bar{M}_i \frac{\alpha \Delta T L}{h}$$

- $\sum \bar{M}_i \frac{\alpha \Delta T L}{h}$: کار داخلی ناشی از اختلاف حرارت داخل و بیرون در تیر
- h: ارتفاع مقطع تیر

۸-۱-خرپا

آزاد ۸۹

۶۲- اعضای خرپایی BC و CD دارای طول L ، سطح مقطع A و مدول ارتجاعی E هستند . جابجایی قائم گره C تحت بار P چقدر است؟



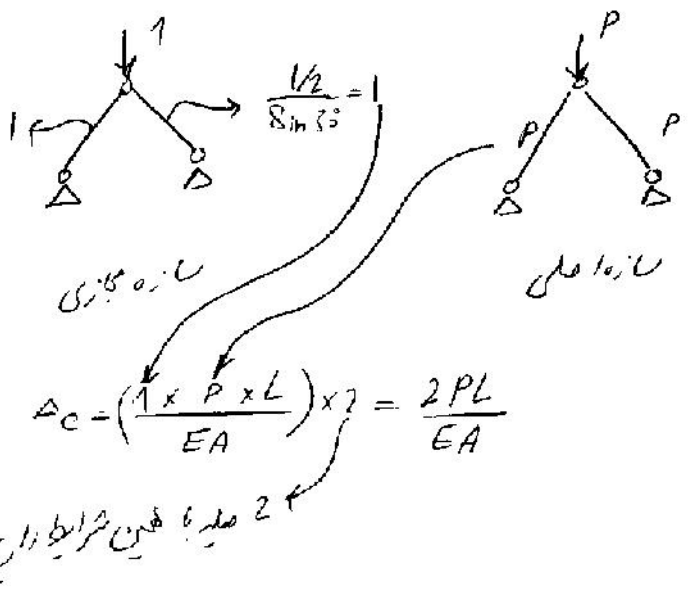
۱) $\frac{PL}{۴AE}$

۲) $\frac{PL}{۲EA}$

۳) $\frac{PL}{AE}$

۴) هیچکدام

گزینه 4



سراسری ۸۵

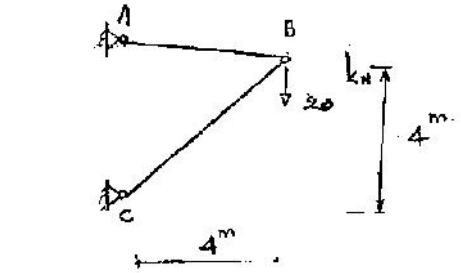
$\Delta_{Bx} = ?$ ، A (سطح مقطع میله‌ها) $= ۲۵\ cm^۲$ و ثابت $= E$:

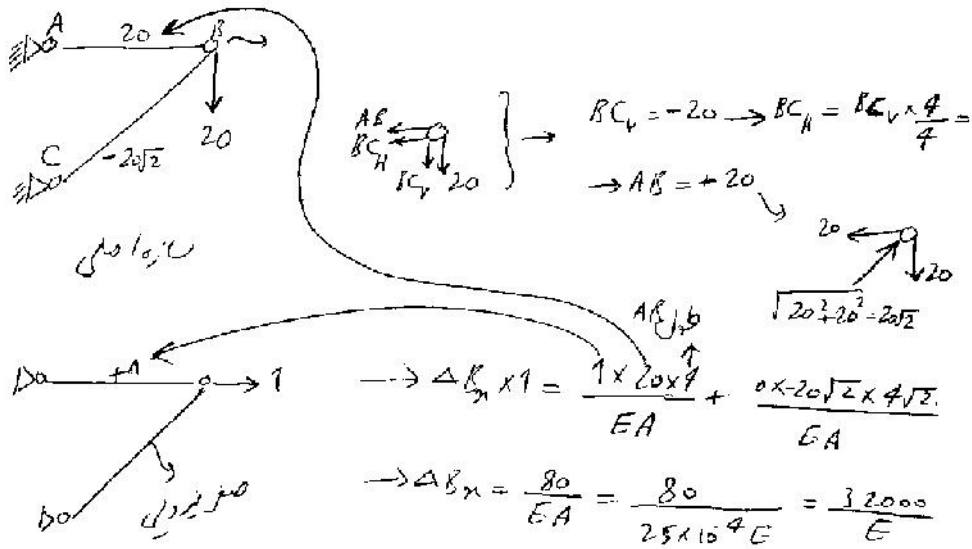
۱) $\frac{۶۴۰۰۰}{E}$

۲) $\frac{۳۲۰۰۰}{E}$

۳) $\frac{۱۶۰۰۰}{E}$

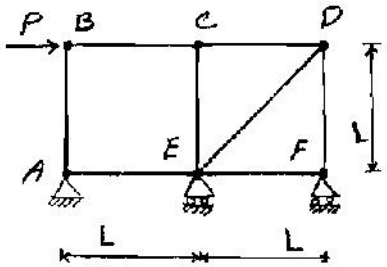
۴) $\frac{۱۲۰۰۰}{EI}$





سراسری ۸۴

۸۰- خرپای شکل مقابل مفروض است. اگر صلبیت محوری اعضا برابر EA باشد، تغییر مکان افقی B کدام است؟

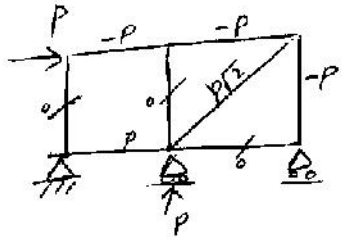


۱) $\frac{2PL}{EA}(1+\sqrt{2})$

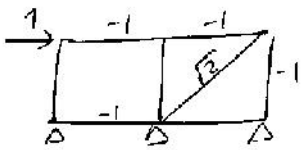
۲) $\frac{4PL}{EA}(1+\sqrt{2})$

۳) $\frac{2PL}{EA}(2+\sqrt{2})$

۴) $\frac{4PL}{EA}(1+2\sqrt{2})$



بارهای اصلی



بارهای مجازی

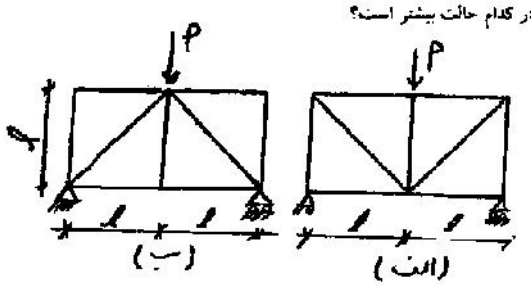
$$\Delta = \frac{4\times(-P)\times(-1)\times L}{EA} + \frac{P\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}L}{EA}$$

(طول کف‌ها)

$$= \frac{4PL}{EA} + \frac{2\sqrt{2}PL}{EA} = \frac{2PL}{EA}(2+\sqrt{2})$$

آزاد ۸۳

۳۱- با فرض ثابت بودن سطح مقطع تمام اعضاء، تغییر مکان قائم در محل اعمال نیروی P در کدام حالت بیشتر است؟

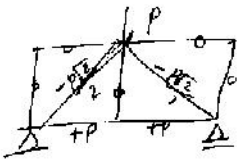


۱) حالت ب

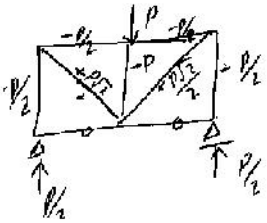
۲) حالت الف

۳) بسته به طول دهانه می تواند حالت الف یا ب باشد.

۴) در هردو حالت مساوی است.



$$\sum \frac{P_i \bar{P}_i L}{EA} = \frac{PL}{EA}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}L\times 2 + P\times 1\times L\right) = \frac{PL}{EA}(\sqrt{2}+1)$$



$$\sum \frac{P_i \bar{P}_i L}{EA} = \frac{PL}{EA}\left(4\left(\frac{P}{2}\times\frac{1}{2}\times L\right) + 2\left(\frac{P\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}L\right) + P\times 1\times L\right) = \frac{PL}{EA}(2+\sqrt{2})$$