Subject: دکتر افشین
Year. Month. Date. ( )

انتقال حرارت ۲

فصل ششم

جلسه اول ۶/۲۵

انتقال انرژی حرارتی از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر توسط حرکت خالص سیال با سرعت V

انتقال حرارت جابجایی
- آزاد ← حرکت سیال به علت اختلاف چگالی ناشی از تغییرات دما است
- اجباری ← حرکت سیال توسط عامل خارجی مثل فن، پمپ و ... ایجاد می‌شود.

انتقال حرارت جابجایی براساس تماس با جسم جامد: ۱. محصور ۲. نیمه محصور ۳. غیر محصور

محصور را جریان داخلی و نیمه محصور و غیر محصور را جریان خارجی گویند. محصور مثل جریان داخل لوله

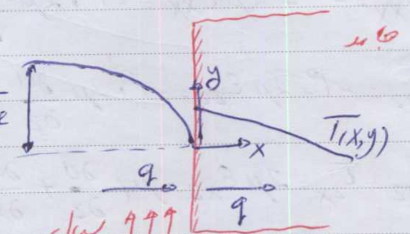
نیمه محصور مثل جریان روی صفحه تخت

در جریان‌های محصور تغییرات دما در راستای جریان صورت می‌گیرد.

در جریان نیمه محصور به واسطه‌ی سطح جسم و تأثیرات لزجت، لایه مرزی تشکیل شده و تغییرات دما در لایه باریک مجاور سطح صورت می‌گیرد و دورتر از سطح جامد، تغییر دما نداریم. در جریان محصور، تغییر دما هم در راستای جریان و هم در نزدیک جدار (در جهت عرضی) صورت می‌گیرد.

انتقال حرارت جابجایی بر روی یک سطح مرزی:

موازنه انرژی در سطح: انتقال حرارت در جسم جامد = انتقال حرارت در سیال



$$-k_f \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) = -k_s \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)$$

چون نمی‌توان $\frac{\partial T}{\partial x}$ در قسمت سیال را محاسبه کرد لذا از مفهوم h استفاده می‌شود.

ضریب انتقال حرارت جابجایی:

$$h = \frac{q}{A\,\Delta T}$$

این ضریب به ۱. هندسه سطح جسم (پارامترهای هندسی) ۲. نوع سیال (کمیت‌ها و ویژگی‌های سیال) ۳. سرعت (میدان جریان) بستگی دارد.

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

برای محاسبه h لازم است سرعت و دما را در میدان جریان داشته باشیم. برای این منظور از معادله پیوستگی،
مومنتوم و انرژی استفاده می‌کنیم.

یادآوری:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0$$ معادله پیوستگی

برای جریان پایا و تراکم ناپذیر با چگالی ثابت معادله به فرم ساده روبرو تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

معادله مومنتوم: (در جهت x)

$$\rho\left[\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right]=\rho F_x+\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$$

معادله بالا هم برای سیال نیوتنی و هم غیرنیوتنی صادق است.

$$\tau_{ij}=-P\delta_{ij}+d_{ij} \qquad \delta_{ij}\begin{cases}1 & i=j\\ 0 & i\neq j\end{cases} \qquad d_{ij}=2\mu\left[\varepsilon_{ij}-\frac{1}{3}\Delta\delta_{ij}\right] \qquad \Delta=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$-P=\frac{\tau_{xx}+\tau_{yy}+\tau_{zz}}{3}=\frac{\tau_{ij}}{3} \qquad \varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right]$$

برای جریان تراکم ناپذیر با چگالی ثابت (از پیوستگی) خواهیم داشت $\Delta=0$ سیال نیوتنی و بنابراین:

$$\tau_{xx}=-P+2\mu\varepsilon_{xx}=-P+2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \qquad \tau_{yy}=-P+2\mu\varepsilon_{yy}=-P+2\mu\frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\tau_{zz}=-P+2\mu\varepsilon_{zz}=-P+2\mu\frac{\partial w}{\partial z} \qquad \tau_{xy}=\tau_{yx}=2\mu\varepsilon_{xy}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$\tau_{xz}=\tau_{zx}=2\mu\varepsilon_{xz}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad \tau_{yz}=\tau_{zy}=2\mu\varepsilon_{zy}=\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

با جایگذاری در معادله اصلی:

در جهت x
$$\rho\left[\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right]=\rho F_x-\frac{\partial P}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

در جهت y
$$\rho\left[\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right]=\rho F_y-\frac{\partial P}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

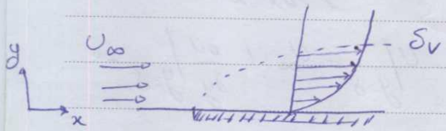
جلسه دوم ۹۱, ۷, ۳

معادله‌ی انرژی

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}+w\frac{\partial T}{\partial z}=\frac{k}{\rho c_p}\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]+\dot{q}$$

لایه مرزی سرعت

ضخامت لایه‌ی مرزی در حالت آرام کوچکتر از آشفته است. لایه مرزی خط جریان نیست و جرم به راحتی می‌تواند از آن عبور کند.



$$\frac{u}{u_\infty}=0.99 \qquad C_f=\frac{\tau_s}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2} \qquad \tau_s=\mu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

لزجت و اصطکاک باعث می‌شود ضخامت لایه‌ی مرزی افزایش یابد.

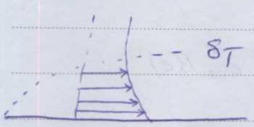
اگر سرعت و لزجت داشته باشیم همواره لایه مرزی سرعت داریم. در لایه‌ی مرزی سرعت:

$$u \gg v \;; \quad \frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial u}{\partial x}$$

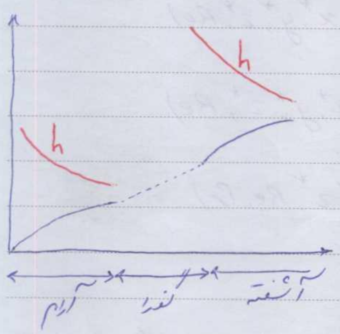
$$\frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial v}{\partial y},\ \frac{\partial v}{\partial x} \qquad \sigma_{xx}=0,\ \sigma_{yy}=0,\ \tau_{xy}=\tau_{yx}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

لایه مرزی حرارتی

زمانی این لایه وجود دارد که اختلاف دما بین محیط و سطح وجود داشته باشد.



$T_s > T_\infty$ در مرز مشترک $q''_s=-k\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}=h(T_s-T_\infty)$



در قسمت آرام: تعداد جاهایی که می‌تواند u_∞ را درک کند زیاد می‌شود پس h کم خواهد شد. در این قسمت $\delta=\frac{5x}{\sqrt{Re_x}}$

در قسمت مغشوش: هرچه u کمتر شود h کم می‌شود. در یک خط افقی ثابت در لایه‌ی مرزی هرچه جلو می‌رویم u کم می‌شود.

تذکر: دو شکل که تشابه هندسی دارند مثلا میدان جریان آن‌ها برابر است (سرعت) که رینولدز یکسانی داشته باشند.

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در راستای x مومنتوم: $\underbrace{\cancel{u\frac{\partial u}{\partial x}}}_{0} + \underbrace{\cancel{v\frac{\partial u}{\partial y}}}_{0} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\underbrace{\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}}_{0} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{\mu}\frac{dP}{dx} = \frac{d^2u}{dy^2}}$ (*)

در راستای y: $\underbrace{\cancel{u\frac{\partial v}{\partial x}}}_{0} + \underbrace{\cancel{v\frac{\partial v}{\partial y}}}_{0} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} + \nu\left(\underbrace{\cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}}}_{0} + \underbrace{\cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}}}_{0}\right) \longrightarrow \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \longrightarrow P = P(x) \longrightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{dP}{dx}$

پیوستگی: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

$(*) \longrightarrow \frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu}\frac{dP}{dx}y + C_1 \longrightarrow u = \frac{1}{\mu}\frac{dP}{dx}\frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2$

$C_1, C_2 \longrightarrow u\big|_{y=0} = 0 \quad u\big|_{y=\delta} = u_\infty$ یا $\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=\delta} = 0$

فرم بدون بعد معادله ناویر استوکس

$x^* = \frac{x}{L} \quad u^* = \frac{u}{u_\infty} \quad T^* = \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} \quad y^* = \frac{y}{L} \quad v^* = \frac{v}{u_\infty}$

پیوستگی: $\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0$

مومنتوم در جهت x: $u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{dP^*}{dx^*} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}\right)$ عدد پرانتل $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$

انرژی: $u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re(Pr)}\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$ $\quad u^* = f_1(x^*, y^*, z^*, Re)$

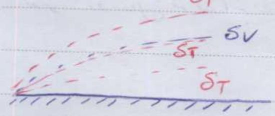
$v^* = f_2(x^*, y^*, z^*, Re)$

$P^* = f_4(x^*, y^*, z^*, Re) \quad w^* = f_3(x^*, y^*, z^*, Re)$

$h = \frac{k_f\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)\big|_{x=0}}{T_s - T_\infty} \longrightarrow \frac{hL}{k_f} \propto T^* \quad Nu = f_5(x^*, y^*, z^*, Re, Pr)$

ناسلت متوسط: $Nu = f(Re, Pr) \longrightarrow C\,Re^m\,Pr^n$

تذکر: دو هندسه مشابه در صورتی میدان های مشابه دارند که Pr ، Re آن ها برابر باشند.



$\frac{\delta_v}{\delta_T} = Pr^n$

برای گاز $Pr = 1 \longleftrightarrow \delta_v = \delta_T$

فلزات مایع $Pr \ll 1 \longleftrightarrow \delta_v < \delta_T$

سیالات (روغن) $Pr \gg 1 \longrightarrow \delta_T < \delta_v$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اعداد بدون بعد :

عدد فوریه $F_o = \frac{\alpha t}{L^2}$ جریان خارجی $\frac{\tau_s}{\frac{1}{2}\rho V^2} = C_f$ $Nu_L = \frac{hL}{k_f}$

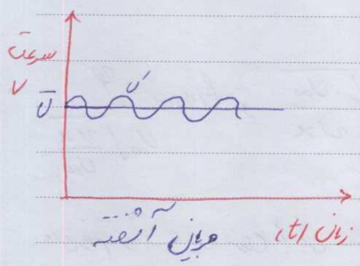
تشابه رینولدز که برای $Pr=1$ و $\frac{dP^*}{dx^*}=0$ صادق است. $S_t = \frac{C_f}{2}$ —— $S_t = \frac{Nu}{Re\,Pr}$ (ناسلت اصلاح شده) عدد استانتون

ضریب اصطکاک $f = \frac{\Delta P}{(\frac{1}{2}\rho u_m^2)\frac{L}{D}}$ جریان داخلی

$\frac{\partial P^*}{\partial x^*}=0$ در محدوده $0.6<Pr<60$ —— $\frac{C_f}{2} = S_t\,Pr^{2/3} = J_H$ ضریب کلبرن

این شرط اگر جریان توربولانس باشد نیاز نیست.

جلسه سوم 91,7,8



$u = \bar U + u'$ سرعت لحظه‌ای
در جریان آشفته کمیت‌ها ثابت نیستند. $P = \bar P + P'$ فشار لحظه‌ای

ولی در جریان آرام کمیت‌ها ثابت بودند یعنی مثلاً سرعت لحظه‌ای و سرعت متوسط یکی بودند.

توجه: $\frac{\partial u'}{\partial x}=0$ ← چون معادله‌ی زیر متوسط‌گیری است.

معادله مومنتوم

در جهت x: $\rho\left(\bar U \frac{\partial \bar U}{\partial x} + \bar V \frac{\partial \bar U}{\partial y}\right) = -\frac{d\bar P}{dx} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial \bar U}{\partial y} - \rho\overline{u'v'}\right)$

$\rho\overline{u'v'}$ از ترم جابجایی به دست آمده است ولی آن را در قسمت تنش اصطکاکی نوشتیم در واقع تأثیر نوسانات آشفتگی بر روی پارامتر سرعت را نشان می‌دهد.

معادله انرژی:

$$\rho c_p\left(\bar U \frac{\partial \bar T}{\partial x} + \bar V \frac{\partial \bar T}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial \bar T}{\partial y} - \rho c_p \overline{v'T'}\right)$$

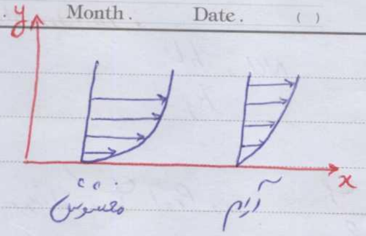
مدل توربولانس:

$$-\rho\overline{u'v'} = \rho\,\varepsilon_M \frac{\partial \bar U}{\partial y} = \mu_t \frac{\partial \bar U}{\partial y} \qquad \tau_{tot} = (\mu+\mu_t)\frac{\partial \bar U}{\partial y}$$

$$-\rho c_p \overline{v'T'} = \rho c_p\,\varepsilon_H \frac{\partial \bar T}{\partial y} \qquad q''_{tot} = -\rho c_p(\alpha+\varepsilon_H)\frac{\partial \bar T}{\partial y}$$

μ_t (لزجت توربولانس) از آزمایش به دست می‌آید.

Subject:
Year. Month. Date. ( )



یادآوری: $\left.\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right|_{tur}^{y=0} > \left.\frac{\partial \bar{U}}{\partial y}\right|_{laminar}^{y=0}$

فصل هفتم

«جریان خارجی»

جریان روی صفحه‌ی تخت:

فرضیات ← جریان آرام، غیرقابل تراکم، خواص ثابت، جریان دائم، اتلاف ناچیز، با فرض $\frac{dP}{dx}=0$

پیوستگی: $\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0$ مومنتوم: $U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}-\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dx}$

انرژی: $U\frac{\partial T}{\partial x}+V\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

حل از روش بلازیوس: $u=\frac{\partial \psi}{\partial y}$ و $V=-\frac{\partial \psi}{\partial x}$ و $\eta=y\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}$ و $f(\eta)=\frac{\psi}{U_\infty\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}}$

علی‌رغم رشد لایه‌ی مرزی با طی مسافت x از لبه‌ی ابتدایی، پروفیل سرعت $\frac{U}{U_\infty}$ از نظر هندسی مشابه می‌ماند

$\frac{U}{U_\infty}=\phi\left(\frac{y}{\delta}\right)$ با فرض اینکه δ با $\left(\frac{\nu x}{U_\infty}\right)^{0.5}$ تغییر کند.

$\frac{U}{U_\infty}=\phi\left(\frac{y}{\delta}\right)=\phi(\eta)$ $U=\frac{\partial \psi}{\partial y}=U_\infty\frac{df}{d\eta}$ $V=-\frac{\partial \psi}{\partial x}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\nu U_\infty}{x}}\left(\eta\frac{df}{d\eta}-f\right)$

$$\frac{\partial U}{\partial x}=-\frac{U_\infty}{2x}\eta\frac{d^2 f}{d\eta^2}$$

$\frac{\partial U}{\partial y}=U_\infty\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}\frac{d^2 f}{d\eta^2}$ $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left(U_\infty\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}\frac{d^2 f}{d\eta^2}\right)=\frac{U_\infty^2}{\nu x}\frac{d^3 f}{d y^3}$

با جایگذاری در معادله مومنتوم: $2\frac{d^3 f}{d\eta^3}+f\frac{d^2 f}{d\eta^2}=0$ ← B.C شرایط مرزی

$$\begin{cases} U(x,0)=0 \rightarrow \left.\frac{df}{d\eta}\right|_{\eta=0}=0 \\ V(x,0)=0 \rightarrow f(0)=0 \\ U(x,\infty)=U_\infty \rightarrow \left.\frac{df}{d\eta}\right|_{\eta=\infty}=1 \end{cases}$$

Subject: ۱۲٫۳۰ تا ۱۳٫۳۰ حل تمرین م.شیمی ۵
Year . Month . Date . ( )

اگر $\frac{U}{U_\infty} = 0.99 \longrightarrow \frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}}$ — به جدول 7.1 مراجعه شود.

$$\tau_x = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = 0.322\, U_\infty \sqrt{\frac{\rho \mu U_\infty}{x}}$$

جلسه چهارم ۷,۹۰

$$C_{f,x} = \frac{\tau_s}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \Longrightarrow C_{f,x} = 0.664\, Re_x^{-1/2}$$

برای ما

$$\begin{cases} \frac{d^2T^*}{d\eta^2} + \frac{Pr}{2} f \frac{dT^*}{d\eta} = 0 \\ T^*(0) = 0 \\ T^*(\infty) = 1 \end{cases}$$

از حل سازی $\left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0} = 0.332\, Pr^{1/3} \longrightarrow h_x = k\left(\frac{U_\infty}{\nu x}\right)^{1/2} \left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0}$

$0.6 \leqslant Pr \leqslant 60$ (5)

$$\frac{\delta}{\delta_t} = Pr^{1/3} \qquad Pr > 0.6$$

$$\longrightarrow Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}$$

ضریب انتقال متوسط :

$$\bar{h}_x = \frac{1}{x}\int_0^x h_x\, dx = \frac{1}{x}\int_0^x 0.332 (k)(Pr^{1/3})\left(\frac{U_\infty}{\nu}\right)^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$\longrightarrow (0.332)\left(\frac{k}{x}\right) Pr^{1/3} \left(\frac{U_\infty}{\nu}\right)^{1/2} \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{x}} \longrightarrow \boxed{\bar{h}_x = 2h_x}$$

اگر $\frac{dP}{dx} = 0$ روی صفحه تخت $\overline{Nu} = 0.664\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3} \qquad 0.6 \leqslant Pr \leqslant 50$

$$\bar{C}_{f_x} = 1.328\, Re_x^{-1/2} \longrightarrow \text{یعنی} \quad \bar{C}_{f,x} = 2C_{f,x}$$

جریان آرام:

یکی از روابط معروف تجربی رابط چرچیل است:

$$Nu_x = \frac{0.3387\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0.0468}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \qquad Pe_x \geqslant 100$$

Peclet Number : $Pe_x = Re_x\, Pr$

در این رابط شرط $\frac{dP}{dx} = 0$ وجود ندارد.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جریان مغشوش روی صفحه‌ی تخت:

روابط همگی تجربی هستند.

$$C_{f,x} = 0.0592\, Re_x^{-1/5} \qquad 5\times10^5 < Re < 10^7$$

$$\delta(x) = 0.37 \frac{x}{Re_x^{1/5}} \qquad \frac{hx}{k} = Nu_x = (St.Re_x.Pr) = 0.0296\, Re_x^{4/5} Pr^{1/3} \quad 0.6 < Pr < 60$$

تشابه شیلتون - کلبرن

در اینجا فرض براین است که جریان از ابتدای صفحه مغشوش است. در واقع جریان می‌تواند توربولانس شود و بعد روی صفحه [illegible]

جریان روی صفحه‌ی تخت:

قسمتی آرام و قسمتی مغشوش:

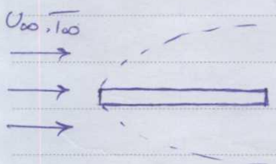
$$\overline{C}_{f,L} = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1742}{Re_L}$$

$$\overline{Nu}_L = (0.037\, Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$$

از طرفی $\begin{cases} 0.6 < Pr < 60 \\ 5\times10^5 < Re_L < 10^8 \end{cases}$

مثال:

هوا با سرعت ۲٫۵ m/s و دمای ۲۵ ℃ در اطراف سطحی به دمای یکنواخت ۱۰۰ ℃ در جریان است. اگر طول صفحه ۵ m و پهنای آن 1 m باشد، مقدار نیروی مقاوم و مقدار انتقال حرارت از صفحه را بیابید.



$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} = 62.5\ ℃$$

خواص در دمای T_f خوانده می‌شوند.

$$\begin{cases} \nu = 19\times10^{-6}\ \frac{m^2}{s} & Pr = 0.7 \\ k = 0.028\ \frac{W}{mK} & \rho = 1.11\ \frac{kg}{m^3} \end{cases}$$

$$Re_x = 5\times10^5 = \frac{U_\infty x_c}{\nu} \longrightarrow \boxed{x_c = 3.8\,m} \longrightarrow$$ جریان در ابتدا آرام و سپس مغشوش است.

$$\left.\begin{array}{l} \overline{C}_{f,L} = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1742}{Re_L} \\ Re_L = \frac{U_\infty L}{\nu} = 657895 \end{array}\right\} \longrightarrow \left.\begin{array}{l} \overline{C}_{f,L} = 0.0024 \\ \overline{Nu}_L = 799 \end{array}\right\} \quad \overline{\tau}_s = (\tfrac{1}{2}\rho U_\infty^2)\overline{C}_{f,L}$$

$$= 0.0024 \times \tfrac{1}{2} \times 1.11 \times (2.5)^2 = 8.325\times10^{-3}$$

نیروی پسا $F = 2(\overline{\tau}_s A) = 2\,\overline{\tau}_w (WL) = \boxed{0.083\ N}$

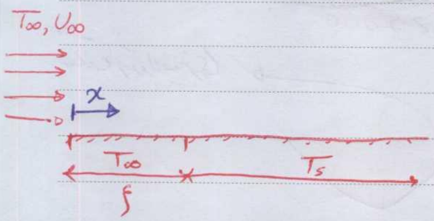
PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} \Rightarrow \bar{h} = 799 \times \frac{0.028}{5} = 4.474 \ \frac{W}{m^2K}$$

$$q = \bar{h}A(T_s - T_\infty) = 4.474\,(1\times 5)\times(100-25)\times 2 = 3350\ W$$

چون از دو سمت صفحه انتقال حرارت داریم.



حالت خاص:

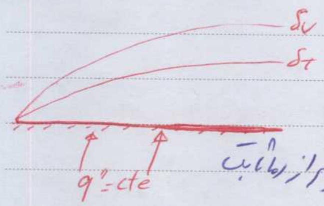
① جریان آرام: $$Nu_x = \frac{Nu_x|_{\xi=0}}{\left[1-\left(\frac{\xi}{x}\right)^{\frac{3}{4}}\right]^{1/3}}$$

ξ = طول ناحیه آدیاباتیک

جریان مغشوش: $$Nu_x = \frac{Nu_x|_{\xi=0}}{\left[1-\left(\frac{\xi}{x}\right)^{9/10}\right]^{1/9}}$$

$Nu_x|_{\xi=0}$ عدد ناسلت برای حالتی که کل طول سطح T_s باشد.

② اگر دیوار شرط $q''=cte$ داشته باشد:

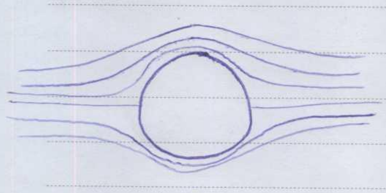


جریان آرام: $Nu_x = 0.453\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}$ q ٪36 بیشتر از دما ثابت

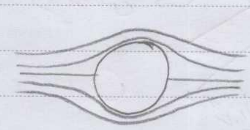
جریان مغشوش: $Nu_x = 0.308\, Re_x^{4/5}\, Pr^{1/3}$ q ٪4 بیشتر از دما ثابت

جلسه پنجم ۷/۱۵

انتقال حرارت در جریان حول استوانه

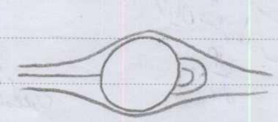


جریان پتانسیل حول استوانه



$Re \leq 1$

جریان خزشی

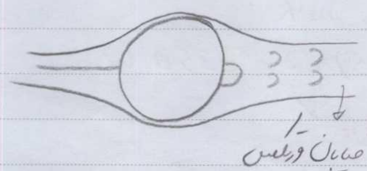


$1 < Re \leq 30$

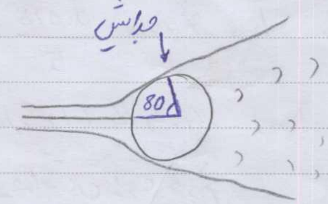
PAPCO

Subject:

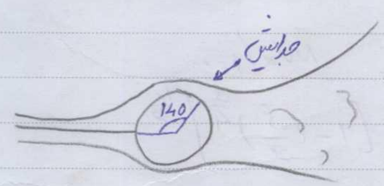
Year. Month. Date. ( )



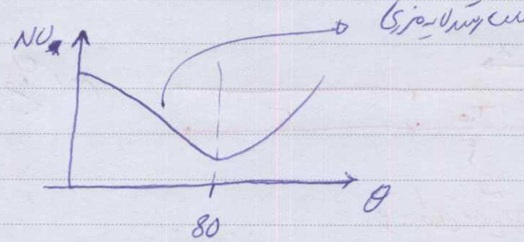
$30 < Re < 60$

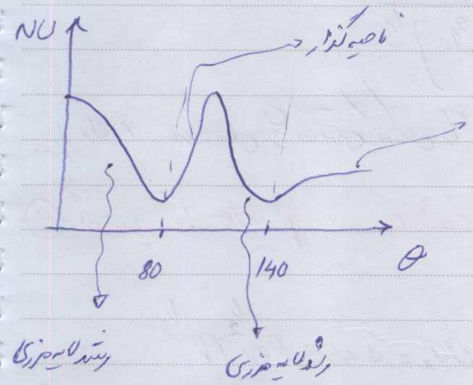


$Re < 5000$



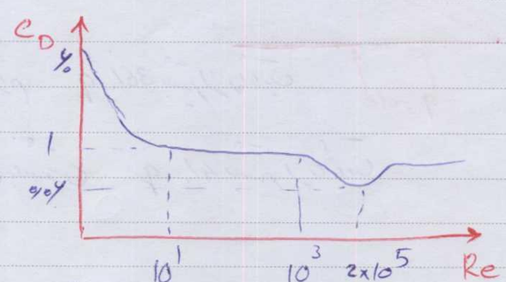
$Re > 5000$

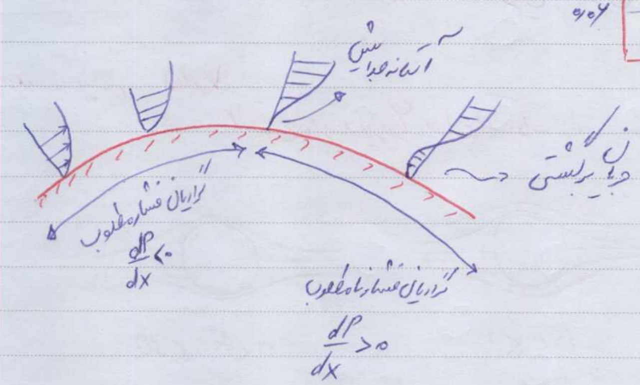




دو عاملی که باعث جدایی جریان می‌شوند:

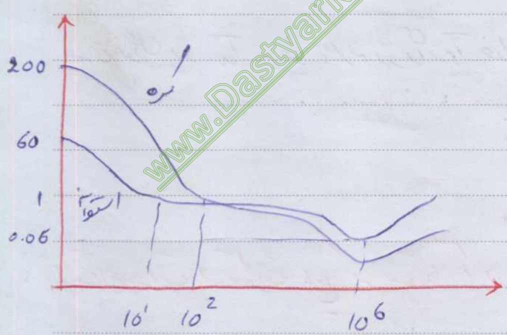
① گرادیان فشار نامطلوب ② شکل هندسی





Subject:
Year. Month. Date. ( )

$C_D = \frac{F_D}{A_F(\frac{1}{2}\rho U^2)}$ نیروی درگ ، برای استوانه $A_F = DW$ ، کره $A_F = \pi \frac{D^2}{4}$



انتقال حرارت در استوانه :

در جریان آرام روی استوانه، جدایش در $\theta \simeq 80^\circ$ اتفاق می‌افتد ولی در جریان آشفته جدایش در $\theta = 140^\circ$ است

زیرا در جریان آشفته در θ حدود (80، 90) تبدیل جریان آرام به مغشوش داریم.

$$\overline{Nu_D} = \frac{\bar{h} D}{k} = C\, Re_D^{m}\, Pr^{1/3}$$

c و m برحسب Re_D در جدول داخل کتاب ارائه شده است.

c و m برای اشکال غیر دایروی نیز ارائه شده است. دقت این جدول کم است.

مقطع دایروی: رابطه چرچیل:

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62\, Re_D^{1/2}\, Pr^{1/3}}{\left[1+\left(\frac{0.4}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \times \left[1+\left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{a}\right]^{b}$$

$$a = \frac{5}{8}, \quad b = \frac{4}{5} \quad \begin{cases} 100 < Re_D < 20000 \\ Re_D > 4\times10^5 \end{cases}$$

خواص در T_f

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = 1 \qquad 20000 < Re_D < 4\times10^5$$

جریان اطراف کره:

رابطه ویتاکر: $\overline{Nu}_D = 2 + \left[0.4 Re_D^{1/2} + 0.06 Re_D^{2/3}\right] Pr^{0.4} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{1/4}$

همه‌ی خواص در T_∞ به جز μ_s که در T_s خوانده می‌شود.

شرایط
$$\begin{cases} 0.71 < Pr < 300 \\ 3.5 < Re_D < 7.6 \times 10^4 \\ 1 < \frac{\mu}{\mu_s} < 3.2 \end{cases}$$

با $\pm 30\%$ دقت

انتقال حرارت از قطرات مایع به سقوط آزاد می‌کنند:

رابطه Ranz & Marshall

$$\overline{Nu}_D = 2 + 0.6 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}$$

این رابطه بعدا به خاطر نوسانات سطح قطره اصلاح شد.

$$\overline{Nu}_D = 2 + 0.6 Re_D^{1/2} Pr^{1/3} \left[25\left(\frac{x}{D}\right)^{-0.7}\right]$$

که x فاصله‌ی سقوط آزاد از حالت سکون است.

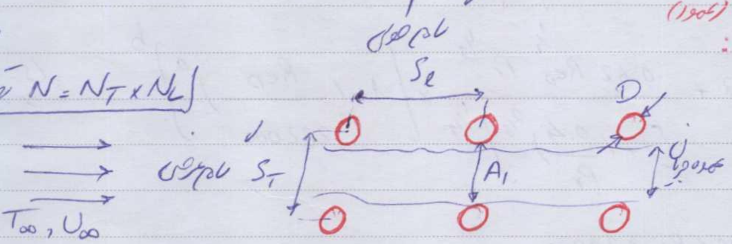
خواص در T_∞ خوانده می‌شود.

جلسه هفتم ۷/۱/۷

جریان بر روی دسته لوله: (عمود)

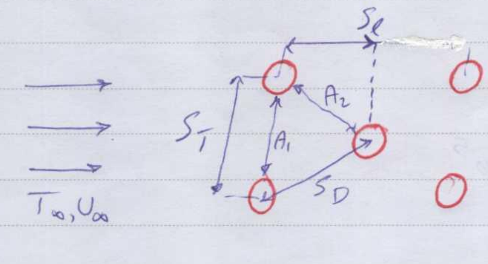
① آرایش مستطیلی

تعداد $N = N_T \times N_L$



② آرایش مثلثی

تعداد لوله‌ها



$$S_D = \sqrt{(S_L)^2 + \left(\frac{S_T}{2}\right)^2}$$

in-line : $\overline{Nu}_D = \left[0.34\, Re_D^{0.6} + \left(a + \frac{7.17}{a} - 6.52\right)\left(\frac{5.75}{b - 1.12} - 4.77\right)\right] Pr^{0.31}$

staggered: $\overline{Nu}_D = 0.35\, f_a\, Re_D^{0.57}\, Pr^{0.31}$

$a = \frac{S_T}{D}$; $b = \frac{S_L}{D}$ $f_a = 1 + 0.1a + \frac{0.34}{b}$ $\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}D}{k}$ $Re_D = \frac{U_{max}D}{\nu}$

سرعت max : in-line $\longrightarrow S_T U_\infty = U_{max} A_1 \longrightarrow \boxed{U_{max} = \frac{S_T U_\infty}{S_T - D}}$

سرعت max : staggered $\longrightarrow$ اگر $2(S_D - D) \geq S_T - D \longrightarrow A_{min} = A_1 \longrightarrow \boxed{U_{max} = \frac{S_T U_\infty}{S_T - D}}$

اگر $2(S_D - D) < (S_T - D) \longrightarrow \boxed{U_{max} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} U_\infty}$

$T_f = \frac{T_b + T_s}{2}$ دمای متوسط بالک $T_b = \frac{T_\infty + T_{out}}{2}$ خواص در T_f خوانده می‌شود.

$q = q' A = \bar{h} N_L N_T \pi D l\, \Delta T_{lm}$

$\Delta T_{lm} = F . LMTD$ $LMTD = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}$ که $\Delta T_1 = T_s - T_\infty$

$\Delta T_2 = T_s - T_{out}$

$F =$ فاکتور اصلاح که برای جریان دقیقاً مخالف برابر یک است،
برای سایر حالات کمتر از یک

دمای خروجی برای محاسبه‌ی ΔT_{lm} لازم است برای این منظور:

$\frac{T_s - T_{out}}{T_s - T_\infty} = \exp\left(-\frac{\pi D N \bar{h}}{\rho V N_T S_T C_p}\right)$ $V =$ سرعت U_∞

روند حل:

حدس $T_{out} \longrightarrow T_b \longrightarrow T_f \longrightarrow$ خواص سیال $\longrightarrow$ محاسبه $\bar{h} \longrightarrow$ سایر نتایج

محاسبه‌ی T_{out}

Subject:
Year. Month. Date. ( )

افت فشار

$$\Delta P = N_L\, f \left(\frac{1}{2}\rho U_{max}^2\right) \qquad \text{In-line}: \; f = 4\left(0.044 + \frac{0.08\, S_L/D}{\left(\frac{S_T-D}{D}\right)^{0.43+1.13\,D/S_L}}\right) Re_D^{-0.15}$$

$$\text{Staggered}: \; f = 4\left[0.25 + \frac{0.118}{\left(\frac{S_T-D}{D}\right)^{1.08}}\right] Re_D^{-0.16}$$

آرایش مثلثی همواره افت فشار و انتقال حرارت بیشتر از آرایش مستطیلی است. چون جریان آشفتگی بیشتری در حالت مثلثی دارد.

مثال:

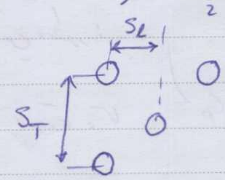
جریان هوا بر مجموعه‌ای لوله‌ها با آرایش مثلثی درنظر بگیرید. قطر خارجی لوله‌ها $D = 16.4\ mm$ و گام طولی و عرضی به ترتیب $S_L = 34.3\ mm$ و $S_T = 31.3\ mm$ می‌باشند. تعداد هفت ردیف لوله و در هر ردیف ۸ لوله قرار دارد. اگر سرعت جریان هوا قبل از برخورد به لوله‌ها $7\ m/s$ و دمای آن $15^\circ C$ و دمای سطح لوله را $70^\circ C$ درنظر بگیریم، نرخ انتقال حرارت از لوله‌ها و افت فشار هوا در عبور از لوله‌ها را حساب کنید. $(N_T = 7,\ N_L = 8)$

حل:

حدس $T_{out} = 25^\circ C$ $\qquad T_b = \frac{T_\infty + T_{out}}{2} = 20^\circ C \qquad T_f = \frac{T_s + T_b}{2} = 45^\circ C \xrightarrow{\text{جدول}} \rho = 1.2\ kg/m^3$

$\nu = 15\times10^{-6}\ m^2/s$

$S_D = 37.7\ mm$



$k = 26\times10^{-3}\ \frac{W}{m.K}$

$S_D - D = 21.3\ mm \longrightarrow \frac{S_T - D}{2} = 7.45\ mm$

$P_r = 0.709$

$c_p = 1000\ \frac{J}{kg\,K}$

$A_{min} = A_1 \longrightarrow U_{max} = \frac{S_T}{S_T - D}\, U_\infty = 12.6\ \frac{m}{s}$

$Re_D = \frac{U_\infty D}{\nu} = 13776 \qquad a = \frac{S_T}{D} = 1.91 \qquad b = \frac{S_L}{D} = 2.1$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$f_a = 1 + 0.1a + \frac{0.34}{b} = 1.35 \qquad \overline{Nu}_D = 0.35 f_a Re_D^{0.57} Pr^{0.31} = 97.4$$

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_D K}{D} = 154 \frac{W}{m^2 . K}$$

تعیین حدس T_{out} : $\frac{T_s - T_{out}}{T_s - T_\infty} = exp\left(-\frac{\pi D N_L \bar{h}}{\rho U_\infty c_p S_T}\right) \longrightarrow T_{out} = 27$ قابل قبول

$$q = \bar{h}(N_T N_L)\pi D l \Delta T_{lm} \qquad \Delta T_{lm} = LMTD = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln\left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)} = \frac{55 - 43}{\ln\left(\frac{55}{43}\right)} = 48.8$$

$$\longrightarrow \frac{q}{l} = 154 \times (7 \times 8)(\pi)(0.0164)(48.8) = 21.66 \frac{kW}{m}$$

$$f = 4\left[0.25 + \frac{0.118}{\left(\frac{S_T - D}{D}\right)^{1.08}}\right] Re_D^{-0.16} = 0.33 \longrightarrow \Delta P = N_L f \left(\frac{1}{2}\rho U_{max}^2\right)$$

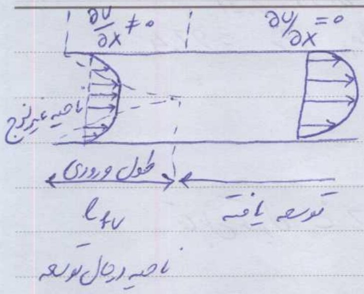
$$\longrightarrow \boxed{\Delta P = 221 \ N/m}$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسه هفتم ۷٫۲۲

جریان داخلی: ۷



رشد لایه مرزی داخل جریان‌ها، محدود و محصور است.

هرچه رشد لایه‌ی مرزی بیشتر باشد، طول ورودی کوچکتر است.

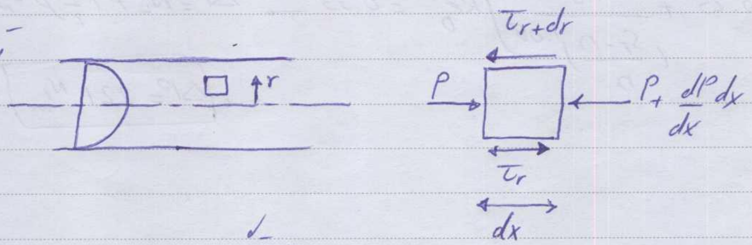
در جریان توربولانس طول ورودی کوتاه‌تر است. معمولاً در جریان توربولانس $\frac{x}{D}=10$ در نظر گرفته می‌شود.

$$Re_D=\frac{\rho u_m D}{\mu} \qquad \dot m=\rho u_m(\pi r_0^2)=\int_0^{r_0}\rho u(2\pi r)dr$$

$$\longrightarrow \boxed{u_m=\frac{2}{r_0^2}\int_0^{r_0} u r\,dr}$$

جریان داخل لوله در $Re_D=2300$ توربولانس می‌شود.

توزیع سرعت در ناحیه کاملاً توسعه یافته



در ناحیه کاملاً توسعه یافته $f_d \longrightarrow \frac{\partial u}{\partial x}=0$, پیوستگی $\longrightarrow \frac{\partial v}{\partial y}=0 \longrightarrow v=0$

بالانس نیرویی

$$\tau_r(2\pi r dx)-\left\{\tau_r(2\pi r dx)+\frac{d}{dr}(\tau_r(2\pi r dx))dr\right\}$$
$$+P(2\pi r dr)-\left\{P(2\pi r dr+\frac{d}{dx}(P(2\pi r dr))dx\right\}=0$$

$$\longrightarrow \boxed{-\frac{d}{dr}(r\tau_r)=r\frac{dP}{dx}}$$

با فرض سیال نیوتنی

$$\tau_r=-\mu\frac{du}{dr} \longrightarrow \left\{\begin{array}{l} \mu\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right)=\frac{dP}{dx} \\ u(r_0)=0 \\ \left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=0}=0 \end{array}\right. \longrightarrow u(r)=\frac{-1}{\mu}\left(\frac{dP}{dx}\right)\frac{r^2}{4}+C_1\ln r+C_2$$

چون سرعت در مرکز لوله محدود $C_1=0$

سرعت در مرکز لوله محدود

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

از آنجا باید $\frac{dP}{dx}$ کوچکتر از صفر باشد $\longrightarrow U(r) = -\frac{1}{4\mu}\left(\frac{dP}{dx}\right) r_0^2 \left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$

در ناحیه کاملاً توسعه یافته $\frac{dP}{dx}$ ثابت و منفی است ولی در ناحیه در حال توسعه $\frac{dP}{dx}$ ثابت نیست.

$$\boxed{\frac{U}{U_m} = 2\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]}$$

$$U_m = \frac{2}{r_0^2}\int_0^{r_0} U r\,dr \Longrightarrow \boxed{U_m = -\frac{r_0^2}{8\mu}\frac{dP}{dx}}$$

طول توسعه یافتگی در جریان آرام: $\frac{X_{fd,h}}{D} = 0.05\, Re_D$ برای جریان آشفته $10 \le \frac{x_{fd}}{D} \le 60$

که معمولاً آن را 10 در نظر می‌گیرند.

ضریب اصطکاک:

$f_D = \frac{-\left(\frac{dP}{dx}\right)D}{\frac{1}{2}\rho U_m^2}$ دارسی یا معادل آمریکایی

Fanning $\frac{\tau_s}{\frac{1}{2}\rho U_m^2} = f_F$ اروپایی

$f_D = 4 f_F$

در جریان آرام: $f_D = \frac{64}{Re_D}$

در جریان مغشوش $\xrightarrow[\text{صاف}]{\text{برای سطح}}$ $f_D = 0.316\, Re_D^{-1/4}$ $\quad 2300 < Re < 2\times10^4$

$f_D = 0.185\, Re_D^{-1/5}$ $\quad Re_D \geq 2\times10^4$

معمولاً در حالت مغشوش از نمودار مودی استفاده می‌شود.

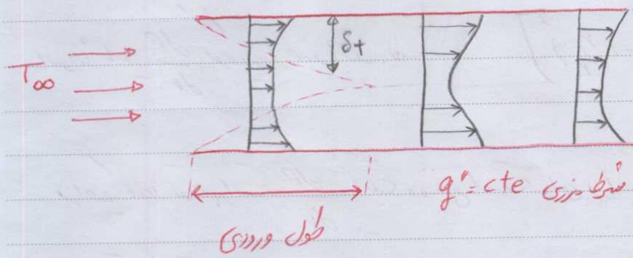
افت فشار:

$$\Delta P = -\int_{P_1}^{P_2} dP = \frac{f\rho U_m}{2D}\int_{x_1}^{x_2} dx \longrightarrow \Delta P = f_D \frac{(x_2-x_1)}{D}\frac{\rho U_m^2}{2}$$

$x_2 - x_1 = l$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

لایه مرزی حرارتی:



$\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \neq 0$ در ناحیه درحال توسعه و توسعه یافته

توجه شود، پروفیل دما در ناحیه‌ی کاملاً توسعه یافته تغییر می‌کند.

در جریان آرام $\frac{x_{fd,t}}{D} = 0.05\, Re_D\, Pr$

در جریان مغشوش $\frac{x_{fd,t}}{D} = 10$ مستقل از عدد پرانتل

جلسه هشتم ۲۴/۷

$$\left.\begin{array}{l} \dot{E}_t = \dot{m} c_v T_m \\ \text{از طرفی نرخ انتقال حرارت } \dot{E}_t = \int_A \rho u c_v T \, dA_c \end{array}\right\} \rightarrow T_m = \frac{\int_A \rho u c_v T \, dA_c}{\dot{m} c_v}$$

دمای متوسط T_m مستقل از r

$$q''_s = h(T_s - T_m) \xrightarrow[U_m]{\text{با استفاده از}} T_m = \frac{2}{U_m r_0^2}\int_0^{r_0} u T r \, dr$$

در جریان توسعه یافته $\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \neq 0$ $\quad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T - T_s}{T_m - T_s}\right) = 0$

چون نسبت دما مستقل از x است

مشتق آن نسبت به r نیز باید مستقل از x باشد.

قانون فوریه

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m}\right) = \frac{-\left.\frac{\partial \bar{T}}{\partial r}\right|_{r=r_0}}{T_s - T_m} \neq f(x)$$

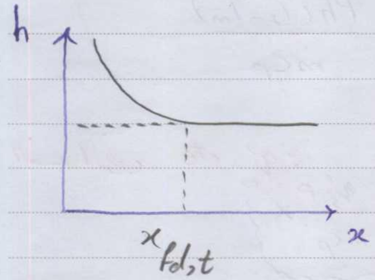
$$\rightarrow \frac{q_s / k}{T_s - T_m} \neq f(x) \xrightarrow{q_s = h(T_s - T_m)} \frac{h}{k} \neq f(x) \xrightarrow{\text{نتیجه}}$$

h در ناحیه توسعه یافته (دمایی) ثابت است و تابع x نیست.

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در ناحیه در حال توسعه داریم $h \propto \frac{1}{\delta}$



* T_m در راستای r ثابت ولی در راستای x متغیر است.

با فرض $q''=cte$: $q''=h(T_s-T_m)=cte \longrightarrow \frac{\partial T_s}{\partial x}=\frac{\partial T_m}{\partial x} \longrightarrow \frac{dT_s}{dx}=\frac{dT_m}{dx}$

$$q''=-k\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_0}$$

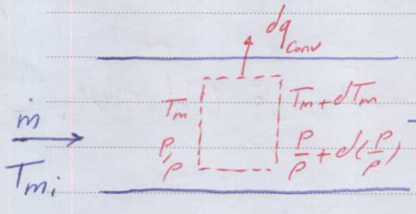
در حالت شار در ناحیه‌ی توسعه یافته اگر $q''_s=cte \longrightarrow \boxed{\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{fd,t}=\frac{dT_m}{dx}}$

در حالت دما ثابت : $T_s=cte$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_s-T}{T_s-T_m}\right)=0 \longrightarrow \boxed{\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{fd,t}=\frac{T_s-T}{T_s-T_m}\cdot\left.\frac{dT_m}{dx}\right|_{fd,t} \quad T_s=cte}$$

در روابط بالا هدف تبدیل مشتق جزئی به مشتق کامل بود تا در معادله‌ی ناویراستوکس استفاده شود.

معادله انرژی :



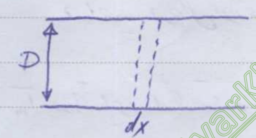
$$dq_{conv}+\dot m\left(C_v T_m+\frac{P}{\rho}\right)-\left[\dot m\left(C_v T_m+\frac{P}{\rho}\right)+\frac{d}{dx}\left[\dot m\left(C_v T_m+\frac{P}{\rho}\right)\right]dx\right]=0$$

$$\longrightarrow dq_{conv}=\dot m\, d\left(C_v T_m+\frac{P}{\rho}\right) \longrightarrow \int dq_{conv}=\int \dot m\, d(C_p T_m) \longrightarrow \boxed{q_{conv}=\dot m c_p (T_{mo}-T_{mi})}$$

فرض گاز ایده‌آل

$$\begin{cases} \frac{P}{\rho}=RT \\ c_p=R+C_v \end{cases}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

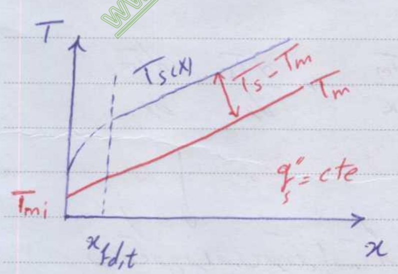


محیط $P = \pi D$

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot m c_p} = \frac{P h (T_s - T_m)}{\dot m c_p}$$

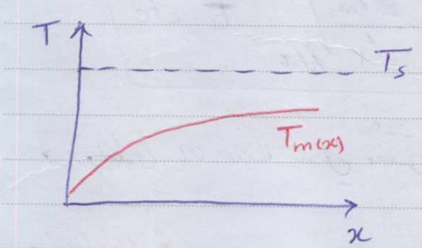
الف) با فرض $q_s'' = cte$:

$$q_s'' = cte \longrightarrow \frac{dT_m}{dx} = \frac{q'' P}{\dot m c_p} = cte \longrightarrow T_m(x) = T_{m_i} + \frac{q_s'' P}{\dot m c_p} x$$



ب) دما ثابت $T_s = cte$:

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{P h (T_s - T_m)}{\dot m c_p} \xrightarrow[\text{دیفرانسیل}]{\text{با حل معادله}} \frac{T_s - T_{m_o}}{T_s - T_{m_i}} = \exp\left(-\frac{P x}{\dot m c_p} \bar h\right)$$



$$q = h A \Delta T_{lm}$$ که $$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln\left(\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i}\right)}$$

$\Delta T_o = T_s - T_o$

$\Delta T_i = T_s - T_i$

جریان آرام : (توسعه یافته داخل لوله)

معادله انرژی در مختصات استوانه‌ای

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

توسعه یافته $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$

پیوستگی $\underbrace{\frac{\partial u}{\partial x}}_{0} + \frac{\partial v}{\partial r} = 0$

$\xrightarrow{v=0}$

توجه شود اگر مسئله گاز و یا مایع باشد می‌توان از $k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ صرف نظر نمود ولی در جریان مربوط به فلزات مایع و جامدات ترم $k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ مهم است.

که چون روی دیواره $v = 0$ است

پس چون $\frac{\partial v}{\partial r} = 0$ است v دقیقا همه جا صفر است.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسه نهم ۷,۲۹

① شرط مرزی دمای سطح ثابت :

می‌دانیم

$T_s = cte \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_s - T}{T_s - T_m}\frac{dT_m}{dx}$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]\frac{T_s-T}{T_s-T_m}$$

با حل معادله دیفرانسیل $\rightarrow T$ ✓ $\rightarrow -k\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=r_0} = h(T_s-T_m) \rightarrow h$ ✓ $\rightarrow \boxed{Nu=3.66}$

② شرط مرزی نرخ انتقال حرارت ثابت :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_m}{dx}$$

معادله انرژی

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] \Rightarrow T(r) = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{r^2}{4}-\frac{r^4}{16r_0^2}\right]+C_1\ln r + C_2$$

شرط مرزی دما در مرکز محدود $\rightarrow C_1 = 0$

$T(r_0) = T_s \rightarrow$ که T_s با x تغییر می‌کند $\rightarrow C_2 = T_s - \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left(\frac{3r_0^2}{16}\right)$

$$\rightarrow T(r) = T_s - \frac{2u_m r_0^2}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{3}{16}+\frac{1}{16}\left(\frac{r}{r_0}\right)^4-\frac{1}{4}\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$$

$T_m = T_s - \frac{11}{48}\left(\frac{u_m r_0^2}{\alpha}\right)\frac{dT_m}{dx} \rightarrow h$ ✓ $\rightarrow \boxed{Nu=4.36}$ $\quad q_s'' = cte$ ثابت

در معادلات بالا شرط‌های زیر در نظر گرفته شده است :

۱- جریان آرام ۲- جریان کاملاً توسعه یافته ۳- سیال، مایع غیر از فلزات مایع ۴- مجرای دایره‌ای

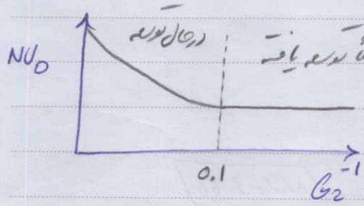
در حالت فلزات مایع Nu در حالت دما ثابت نزدیک‌تر از شار ثابت است. علت تأثیر انتقال حرارت رسانشی در فلزات مایع است.

Subject:
Year. Month Date. ( )

جریان آرام در حال توسعه:

تعریف عدد گرتز $Gz = \frac{Re.Pr}{x/D}$

برای جریان در حال توسعه $\Longleftarrow$ $Gz^{-1} < 0.1$



f فانینگ $= \frac{16}{Re}$

$T_s = cte \longrightarrow Nu_D = 0.641\,(f\,Re)^{1/3}\,Gz^{1/3} = 1.615\,Gz^{1/3}$

$q''_s = cte \longrightarrow Nu_D = 0.775\,(f\,Re)^{1/3}\,Gz^{1/3} = 1.953\,Gz^{1/3}$

خواص در $T_b = \frac{T_{m,i}+T_{m,o}}{2}$ خوانده می‌شود. دو رابطه‌ی بالا به عدد Re نیازند مربوط به حالتی است که لوله صاف باشد ولی دو رابطه‌ی اول حالت کلی هستند.

جریان مغشوش در لوله: (در این حالت، شرایط مرزی تأثیر چندانی ندارد مگر برای فلزات مایع)

$Re > 2300$

از تشابه چیلتون - کولبرن:

$$\underbrace{\frac{C_f}{2}}_{\text{فانینگ}} = \frac{f_d}{8} = St\,Pr^{2/3} = \frac{Nu_D}{Re_D\,Pr}\,Pr^{2/3}$$

با جایگذاری ضریب اصطکاک $\xrightarrow{\text{جریان مغشوش}}$ $f = 0.184\,Re_D^{-1/5} \Longrightarrow Nu_D = 0.023\,Re_D^{4/5}\,Pr^{1/3}$

$$\Longrightarrow \boxed{Nu_D = 0.023\,Re^{0.8}\,Pr^{1/3}} \quad \begin{cases} 0.7 \leq Pr \leq 160 \\ Re_D \geq 10000,\ \frac{L}{D} \geq 10 \end{cases}$$ خواص در T_b

البته بعدها معادله دیتوس - بولتر:

$$\boxed{Nu_D = 0.023\,Re^{2/3}\,Pr^{n}}$$

$\begin{cases} 0.7 \leq Pr \leq 160 \\ Re_D \geq 10000,\ \frac{l}{D} \geq 10 \end{cases}$ خواص در T_b $\quad T_b = \frac{T_{m,i}+T_{m,o}}{2}$

$\begin{cases} n = 0.3 \quad T_s < T_m & \text{سرمایش} \\ n = 0.4 \quad T_s > T_m & \text{گرمایش} \end{cases}$

این روابط نسبت به رابطه‌ی قبلی دقت بیشتری دارد.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر خواص سیال با تغییرات زیادی همراه باشد، معادله‌ی اول به صورت زیر نوشته می‌شود: (الزاماً برای مایع‌ها)

$$Nu_D = 0.027\, Re_D^{0.8}\, Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

μ_s در دمای T_s خوانده می‌شود و بقیه خواص در T_b

(باقی شرایط مثل دو حالت قبل) اگر نیاز بود دمای کلی با استفاده می‌شود.

رابطه Gnielinski :

$$Nu_D = \frac{\frac{f}{8}(Re_D - 1000)\, Pr}{1 + 12.7\left(\frac{f}{8}\right)^{1/2}\left(Pr^{2/3} - 1\right)}$$

$$\begin{cases} 0.5 < Pr < 2000 \\ 2300 < Re_D < 5\times10^{6} \end{cases}$$

خواص در T_b

f یا از دیاگرام مودی خوانده می‌شود یا

$$f = (0.79 \ln Re_D - 1.64)^{-2}$$

این رابطه برای پوشش $Re_D < 10000$ و 2300 است.

جلسه دهم ۱۸/

آب در دمای $60^\circ C$ وارد لوله‌ای به قطر $2.54\,cm$ می‌شود. سرعت آب $2\, cm/s$، دمای سطح لوله $80^\circ C$ و طول لوله $3m$ است. دمای خروجی آب چقدر است؟ حدس می‌زنیم $T_{m,o} = 70^\circ C$

$$T_b = \frac{60+70}{2} = 65 \rightarrow \rho = 985\, \frac{kg}{m^3} \;;\; c_p = 4180\, \frac{J}{kg\,C} \;,\; k = 0.651\, \frac{W}{m.K}$$

$$Re_D = \frac{\rho U_m D}{\mu} = 1062 \xrightarrow[\text{طول ورودی}]{\text{بررسی اثر}} Gz = Re\, Pr\, \frac{D}{L} = 27.15 \rightarrow Gz^{-1} = 0.04 < 0.1$$

پس اثر طول ورودی مهم است.

$$\overline{Nu}_D = 1.615\, Gz^{1/3} = 4.83 \rightarrow \bar{h} = \frac{\overline{Nu}\, K}{D} = 126.4\, \frac{W}{m^2.K}$$

$$\frac{T_s - T_{m,o}}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left[-\frac{\pi D x}{\dot{m} c_p}\bar{h}\right],\quad \dot{m} = \rho U_m \frac{\pi D^2}{4} = 0.01\, \frac{kg}{s} \rightarrow \boxed{T_{m,o} = 70.3^\circ C}$$

$$T_{m,o} = 80 - (80-60)\exp\left[-\frac{\pi (0.0254)(3)(126.4)}{4180 \times 0.01}\right] = 70.3^\circ C$$

قابل قبول است

PAPCO

Subject: Year. Month. Date. ( )

متوسط عدد ناسلت برای

تذکر: طول ورودی برای جریان مغشوش برای لوله‌های بلند به همراه قسمت ناحیهٔ توسعه یافته برابر با تقریباً عدد ناسلت توسعه یافته است.

$$\overline{NU}_D \cong NU_{D,f.d}$$

$NU_{D,f.d}$ ← عدد ناسلت ناحیهٔ توسعه یافته

$\overline{NU}_D$ ← کل لوله اشتمال ناحیه در حال توسعه و ناحیهٔ توسعه یافته

ولی در لوله‌های کوتاه:

$$\frac{\overline{NU}_D}{NU_{D,f.d}} = 1 + \frac{C}{\left(\frac{x}{D}\right)^m}$$

که C، m به مقطع ورودی (لبه تیزی و ...) ناحیه ورودی، عدد Pr, Re بستگی دارد و در جداول مقالات موجود است.

عدد ناسلت برای فلزات مایع:

در فلزات مایع $3\times10^{-3} < Pr < 5\times10^{-2}$ می‌توان از روابط ضمنی استفاده نمود.

برای شار ثابت skupinski فلزات مایع:

$$\begin{cases} NU_D = 4.82 + 0.0185\, Pe_D^{0.827} \\ 3.6\times10^{3} < Re < 9.05\times10^{5} \\ 10^{2} < Pe_D < 10^{4} \end{cases} \qquad q = cte$$

برای دما ثابت Seban shimazaki:

$$\begin{cases} NU_D = \overset{\text{پنج}}{5} + 0.025\, Pe_D^{0.8} \\ Pe_D > 100 \;,\; T = cte \end{cases}$$

فقط برای فلزات مایع ← $NU_{D_T} > NU_{D_H}$

عدد NU برای مجراهای غیر دایره‌ای:

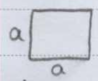
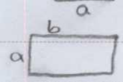
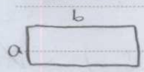
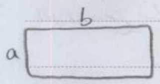
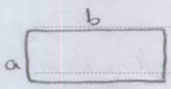
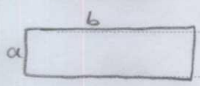
در این مسائل قطر هیدرولیکی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_h = \frac{4A_c}{P} \qquad NU_D = \frac{hD_h}{k}$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

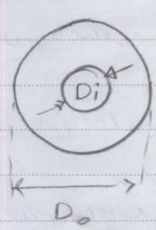
اعداد ناسلت برای جریان آرام کاملا توسعه یافته با سطح مقطع غیر دایره‌ای

سطح مقطع	b/a	$q''=cte$	$T_s=cte$
	—	4.36	3.66
	1	3.61	2.98
	1.43	3.73	3.08
	2	4.12	3.39
	3	4.79	3.96
	4	5.33	4.44
	8	6.49	5.6
	∞	8.23	7.54
	—	3.11	2.47

برای جریان مغشوش $Re_D > 2300$ و $Pr > 0.7$ با استفاده از قطر هیدرولیکی D_h برای روابط قبلی صادق است.

مجرای بین لوله‌های هم محور:

جریان داخلی در مجرای حلقوی بین لوله‌های هم محور:



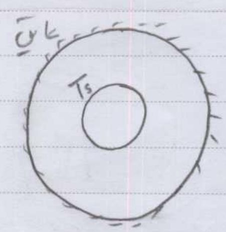
$$Nu_i = \frac{h_i D_h}{K} \quad , \quad Nu_o = \frac{h_o D_h}{K}$$

مجرای حلقوی $D_h = \dfrac{4(\frac{\pi}{4})(D_o^2 - D_i^2)}{\pi D_o + \pi D_i} = D_o - D_i$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جریان آرام توسعه یافته با یک سطح عایق و دما ثابت در سطح دیگر، Nu_i و Nu_o از جدول زیر به دست می‌آید:

D_i/D_o	Nu_i	Nu_o
0	—	3.66
0.05	17.46	4.06
0.1	11.56	4.11
0.25	7.37	4.23
0.5	5.74	4.43
1	4.86	4.86



اگر در سطح شار ثابت باشد:

$$Nu_i = \frac{Nu_{ii}}{1-\left(\frac{q_o''}{q_i''}\right)\theta_i^*} \qquad q_s'' = cte$$

اگر گرما به سیال منتقل شود، q_i'' و q_o'' مثبت می‌گیریم.

$$Nu_o = \frac{Nu_{oo}}{1-\left(\frac{q_i''}{q_o''}\right)\theta_o^*}$$

مقادیر Nu_{ii} و Nu_{oo} و θ_i^* و θ_o^* از جدول خوانده می‌شود.

جلسه یازدهم ۸/۶

«فصل ۹» جابجایی آزاد

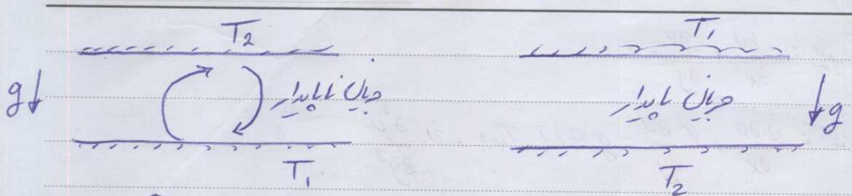
در جابجایی آزاد سرعت اجباری وجود ندارد، ولی جریان های جابجایی داخل سیال توسط نیروی شناوری ایجاد می‌شود. به علت پایین بودن سرعت، نرخ انتقال حرارت جابجایی آزاد کمتر از جابجایی اجباری است.

$\frac{\partial \rho}{\partial T} < 0$ چگالی مایعات و گازها تابع دما است و معمولاً با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

برای داشتن جابجایی آزاد نیاز به گرادیان دما و نیروی حجمی (جاذبه) است. ولی لزوماً وجود این دو شرط جابجایی جریان را ایجاد نمی‌کند.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

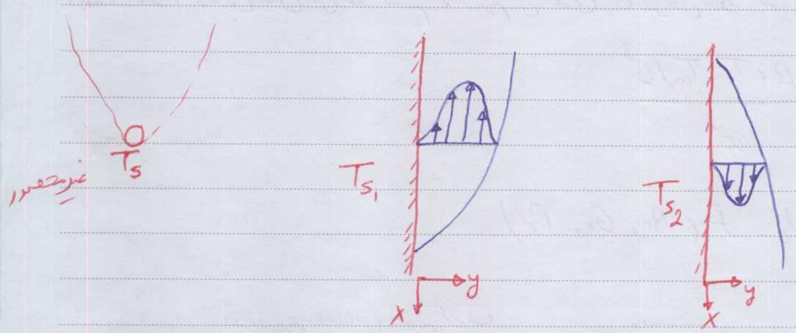
فرض $T_1 > T_2$



جابجایی آزاد داریم. جابجایی آزاد نداریم.

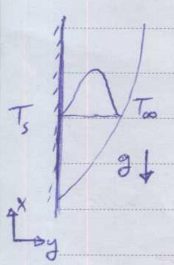
انواع جابجایی آزاد:

۱. محصور ۲. غیر محصور در این درس به جریان های محصور توسط یک دیوار پرداخته می‌شود.



$T_{s_1} > T_\infty > T_{s_2}$

معادلات حاکم در لایه‌ی مرزی:



راستای x: $u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - \cancel{\rho} g_x$

راستای y: $v \ll u \longrightarrow \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \longrightarrow P = P(x) \longrightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{dP}{dx}$

اثر فشار هیدرواستاتیک مهم نبود ← $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ ولی اگر تاثیر آن را در نظر بگیریم ← $\frac{\partial P}{\partial x} = \rho_\infty g_x$

ترکیب معادلات با: $u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho}(\rho_\infty - \rho) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

ضریب انبساط حجمی $\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P \cong -\frac{1}{\rho}\frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T}$

عامل حرکت اختلاف دما و جاذبه است.

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

معادلات حاکم:

① پیوستگی: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

② مومنتوم: $u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

③ انرژی: $u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

عدد گراشف: Gr

همان نقش عدد Re در جابجایی اجباری را در جابجایی آزاد بازی می‌کند. اگر معادلات را (مومنتوم در جهت x را) مطابق قبل بی بعد کنیم، ترم بی بعدی ظاهر می‌شود که به آن عدد گراشف گفته می‌شود:

$$Gr = \frac{\text{نیروی غوطه وری}}{\text{لزجت}} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

برای حالت‌های اعمال وارث $Nu_L = f(Re, Gr, Pr)$

اگر $\frac{Gr}{Re^2} \simeq 1 \rightarrow$ هر دو نوع جابجایی مهم است.

اگر $\frac{Gr}{Re^2} \ll 1 \rightarrow$ جابجایی اجباری مهم و حاکم است.

اگر $\frac{Gr}{Re^2} \gg 1 \rightarrow$ جابجایی آزاد مهم و حاکم است.

جلسه دوازدهم ۸/۸

جابجایی آزاد آرام روی یک سطح عمودی:

از سه معادله‌ی اصلی بالای صفحه با شرایط مرزی روبرو: $y=0\ ;\ u=v=0\ ,\ T=T_s$

$y \rightarrow \infty\ ;\ u \rightarrow 0\ ,\ T \rightarrow T_\infty$

برای حل این دسته معادلات از حل تشابهی توسط اوستراخ Ostrach با استفاده از پارامتر تشابه $\eta = \frac{y}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}$ استفاده می‌شود. پارامتر سرعت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\psi(x,y) = f(\eta)\left[4\nu\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\right]$$

سرعت در جهت x ، $u = \frac{\partial\psi}{\partial y} = \frac{\partial\psi}{\partial\eta}\cdot\frac{\partial\eta}{\partial y} = 4\nu\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} f'(\eta)\,\frac{1}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} = \frac{2\nu}{x}\, Gr_x^{1/2} f'(\eta)$

سرعت در جهت y $v = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$ $\qquad T^* = \frac{T-T_\infty}{T_s-T_\infty}$

با توجه به روابط فوق می‌توان سه معادله‌ی دیفرانسیل ① را به دو معادله‌ی دیفرانسیل معمولی تبدیل کرد:

$$\begin{cases} f''' + 3ff'' - 2f'^2 + T^* = 0 \\ T^{*''} + 3\,Pr\, f\, T^{*'} = 0 \end{cases}$$

با شرایط:

$$\begin{cases} \eta = 0, \quad f = f' = 0, \quad T^* = 1 \\ \eta \to \infty, \quad f' \to 0, \quad T^* \to 0 \end{cases}$$

نتایج برحسب f و η و براساس Pr برای جریان آرام در شکل 9-4 آمده است.

* ضخامت لایه مرزی از رابطه‌ی $\frac{\delta}{x} = \frac{\eta}{\left(Gr_x/4\right)^{1/4}}$ بدست می‌آید.

① $Nu_x = \frac{hx}{k} = \frac{\left[q_s''/(T_s-T_\infty)\right]x}{k}$

② $-\frac{k}{x}(T_s-T_\infty)\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\frac{dT^*}{d\eta}\Big|_{\eta=0} = q_s''$

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\frac{dT^*}{d\eta}\Big|_{\eta=0} = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} g(Pr)$$

گرادیان دمایی بی‌بعد روی سطح تابعی از عدد پرانتل است:

$$g(Pr) = \frac{0.75\,Pr^{1/2}}{\left(0.609 + 1.221\,Pr^{0.5} + 1.238\,Pr\right)^{0.25}} \qquad 0 < Pr \le \infty$$

* نتایج برای $T_s > T_\infty$ و $T_s < T_\infty$ صحیح است.

$$\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h\,dx$$

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = \frac{4}{3}\left(\frac{Gr_L}{4}\right)^{1/4} g(Pr) \longrightarrow \boxed{\overline{Nu}_L = \frac{4}{3} Nu_L}$$

پس در جریان آزاد داریم عدد ناسلت تابعی از عدد گراشف و عدد پرانتل است ← (با توان $\frac{1}{4}$ گراشف)

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اثرات توربولانس :

تبدیل جریان در لایه مرزی جابجایی آزاد بستگی به $Ra = Gr_{x,l}\, Pr = \frac{g\beta(T_s-T_\infty)x^3}{\nu\alpha} = 10^9$ دارد

نیروی غوطه‌وری و لزجت در بیان دارد. $Ra > 10^9$ جریان مغشوش

جریان جابجایی آزاد خارجی (روابط تجربی):

رابطه برای شکل‌های هندسی متداول $\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h} L}{k} = C Ra_L^n$

L = طول مشخصه خواص در دمای $T_f = \frac{T_s+T_\infty}{2}$

در جریان آرام $n=\frac{1}{4}$ و در جریان مغشوش $n=\frac{1}{3}$ ← یعنی در حالت مغشوش h به L (طول مشخصه) بستگی ندارد.

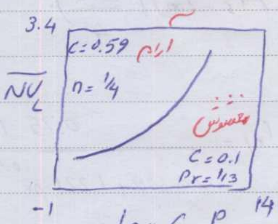
$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s-T_\infty)L^3}{\nu\alpha}$$

جلسه هفدهم ۸/۱ در تاریخ ۱۳ آذر (دوشنبه) از فصل ۹ Quiz گرفته می‌شود.

جریان جابجایی آزاد روی صفحه‌ی قائم :

به طور کلی می‌توان از رابطه‌ی $\overline{Nu}_L = C Ra_L^n$ برای سطوح قائم استفاده کرد که ضریب C و توان n برحسب عدد رایلی در شکل 16-9 وجود دارد.

رابطه چرچیل
$$\overline{Nu}_L = \left\{0.825 + \frac{0.387\, Ra_L^{1/6}}{\left[1+\left(\frac{0.492}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$$
با شرط دمای سطح ثابت



اگر جریان آرام باشد $0 < Ra_L < 10^9$ رابطه زیر نتیجه بهتری می‌دهد.

$$\overline{Nu}_L = 0.68 + \frac{0.67\, Ra_L^{1/4}}{\left[1+\left(\frac{0.492}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{4/9}} \quad (*)$$
← دمای سطح ثابت

درصورتی که شار حرارتی ثابت باشد (q'' = cte) رابطه‌ی تجربی $\overline{Nu}_L$ با تقریب خوبی قابل قبول است مشروط بر اینکه $\overline{Nu}_L$ و Ra_L بر اساس اختلاف دمای وسط صفحه $\Delta T_{L/2} = T_s(L/2) - T_\infty$ تعریف شود. پس از معادله (*) به روش سعی و خطا $\Delta T_{L/2}$ محاسبه می‌شود و از روی آن دمای

Subject:
Year. Month. Date.

T_s ، $L/2$ ، بدست می‌آید. $\bar{h} = \frac{q''}{\Delta T_{L/2}}$ اگر فرض شود که $Nu_L \propto Ra_L^{1/4}$ پس:

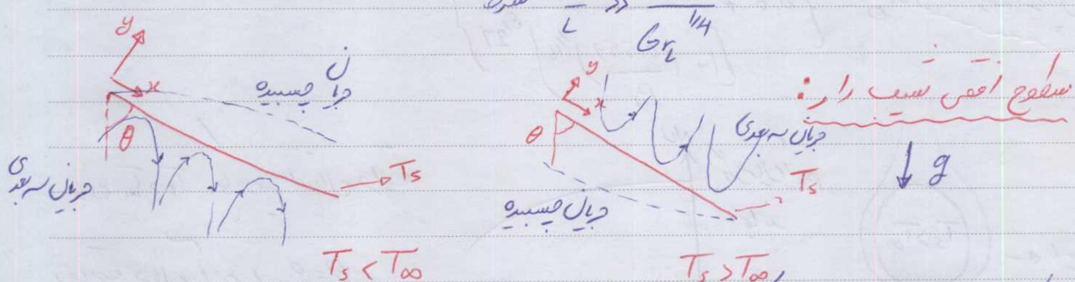
$$\frac{hx}{k} = \frac{q''}{\Delta T}\frac{x}{k} \propto \Delta T^{1/4} x^{3/4}$$

$$\rightsquigarrow \Delta T \propto x^{1/5} \longrightarrow \underbrace{\Delta T_s}_{\text{اختلاف دما در هر نقطه}} = \frac{x^{1/5}}{\left(\frac{L}{2}\right)^{1/5}} \Delta T_{L/2} = 1.15\left(\frac{x}{L}\right)^{\frac{1}{5}} \Delta T_{L/2}$$

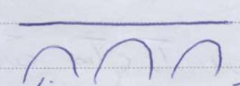
تذکر: اگر ضخامت لایه مرزی که خیلی کمتر از قطر استوانه D باشد، از نتایج فوق می‌توان برای استوانه‌ها عمود استفاده کرد.

$$\frac{D}{L} \gg \frac{35}{Gr_L^{1/4}} \quad \text{شرط}$$

سطوح افقی شیب دار:



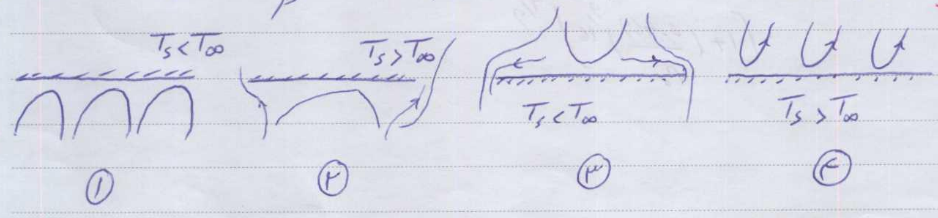
برای نواحی که جریان چسبیده به سطوح حرکت می‌کند می‌توان از رابطه‌های صفحه‌ی قائم استفاده نمود و به جای g عبارت $g\cos\theta$ را قرار داد.



تصویر از روبرو شکل بالایی

* افزایش انتقال حرارت به خاطر سه بعدی شدن جریان معمولاً بیشتر از کاهش آن در اثر کاهش شتاب جاذبه به اندازه $g\cos\theta$ است.

صفحه‌ی افقی: روابط شدیداً به دمای T_s نسبت به T_∞ وابسته است. $L = \frac{A_s}{P}$ طول مشخصه صفحه افقی



Subject:
Year. Month. Date. ( )

برای حالت های ① و ④ :

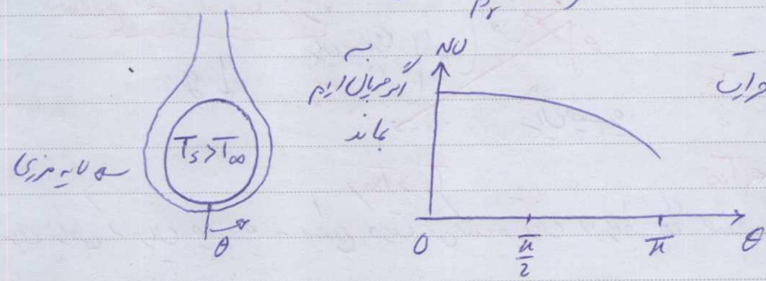
$$\begin{cases} \overline{Nu}_L = 0.54\, Ra_L^{1/4} & 10^4 \le Ra_L \le 10^7 \\ \overline{Nu}_L = 0.15\, Ra_L^{1/3} & 10^7 \le Ra_L \le 10^{11} \end{cases}$$

برای حالت های ② و ③ : $\overline{Nu}_L = 0.27\, Ra_L^{1/4}$ $\quad 10^5 \le Ra_L \le 10^{10}$

استوانه افقی طویل :

$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h} D}{k} = C\, Ra_D^n$ ، n, C در جدول 9-1 آمده است

رابطه چرچیل $\quad \overline{Nu}_D = \left\{ 0.6 + \frac{0.387\, Ra_D^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$



برای $T_s > T_\infty$ ماکزیمم انتقال حرارت در حالت جریان آرام در $\theta = 0$ اتفاق می افتد.

در حالت $T_s < T_\infty$ در $\theta = \pi$ ماکزیمم انتقال حرارت را داریم. توجه شود با افزایش لایه مرزی انتقال حرارت کاهش می یابد.

کره :

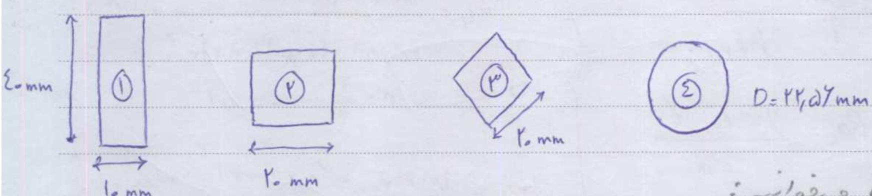
برای کره واقع در سیال با $Pr \ge 0.7$ ، $Ra_D \le 10^{11}$

چرچیل : $\overline{Nu}_D = 2 + \frac{0.589\, Ra_D^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0.469}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{4/9}}$

Subject: Quiz ۱۳ آذر
Year. Month. Date. ( )

جلسه چهاردهم ۱۳۹۱/۸/۲۰
پانزدهم ۱۳۹۱/۸/۲۲

مثال: می‌خواهیم سیال گرمی به دمای $35^\circ C$ را به وسیله‌ی یک لوله افقی که در هوای ساکن قرار گرفته از نقطه‌ای به نقطه دیگر منتقل کنیم. دمای هوا $25^\circ C$ است. برای اینکه اتلاف گرما از راه جابجایی آزاد حداقل باشد، کدام یک از مقاطع زیر را برای لوله انتخاب می‌کنید؟ (تذکر: رابطه‌ی تجربی $\overline{Nu} = 0.52\, Ra_l^{1/4}$ برای ضریب جابجایی آرام یک جسم غوطه‌ور که در آن لایه‌ی مرزی در سطح جدا نمی‌شود توسط کینگ به دست می‌آید)



خواص را از جدول A-4 می‌خوانیم:

هوا $\nu = 15.89\times10^{-6}\ \frac{m^2}{s}$ $\quad \alpha = 22.5\times10^{-6}\ \frac{m^2}{s}$

$K = 0.0263\ \frac{W}{m.K}$ $\quad Pr = 0.707$ $\quad \beta = \frac{1}{T_f}$

$\overline{Nu}_l = \frac{\bar{h} l}{K} = 0.52\, Ra_l^{1/4}$ $\quad l$ = (تعریف مربوط به رابطه تجربی) طول مشخصه‌ای که سیال در لایه‌ی مرزی طی می‌کند

$q' = \bar{h} p (T_s - T_\infty)$ واحد طول

$$Ra_l = \frac{g\beta\Delta T l^3}{\nu\alpha} = 9.137\times10^{8}\, l^3 \qquad \bar{h}_l = 2.378\, l^{-\frac{1}{4}} \qquad l = \frac{P}{2} = \frac{\text{محیط ترشده}}{2}$$

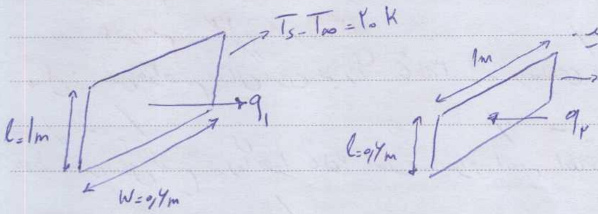
شکل	P	l	$\bar{h}_l$	$q' (\frac{W}{m})$
۱	۱۰۰	۵۰	۵٫۰۳	۵٫۰۳
۲	۸۰	۴۰	۵٫۳۲	۴٫۲۶
۳	۸۰	۴۰	۵٫۳۲	۴٫۲۶
۴	۷۰٫۹	۳۵٫۴	۵٫۴۸	۳٫۸۹

پس مقطع دایره‌ای بهترین مقطع است و بدترین مقطع ۱ است.

PAPCO

مثال:

نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ در روش روبرو را باهم مقایسه کنید.



خواص هوا: $\nu = 15.89\times10^{-6}\ \frac{m^2}{s}$, $\alpha = 22.5\times10^{-6}$

$$\left.\begin{aligned} q &= \bar h_L A_s \Delta T \\ A_{s1} &= A_{s2} = wL \\ \Delta T_1 &= \Delta T_2 \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{\bar h_1}{\bar h_2}$$

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta T L^3}{\nu\alpha}$$

$$Nu_L = \frac{\bar h L}{k} = C Ra_L^n$$

$$Ra_{L1} = \frac{9.8\times(\frac{1}{300})\times 20}{15.89\times10^{-6}\times22.5\times10^{-6}} = 1.82\times10^{9}$$

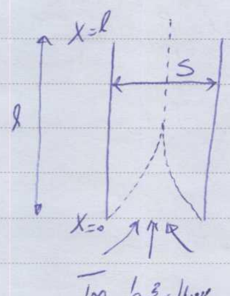
مغشوش $\longrightarrow n=\frac{1}{3} \quad C=0.1$

$$Ra_{L2} = \frac{9.8\times\frac{1}{300}\times20\times(0.6)^3}{15.89\times10^{-6}\times22.5\times10^{-6}} = 3.94\times10^{8}$$

آرام $\rightarrow n=\frac{1}{4} \quad C=0.59$

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{(\frac{C_1}{L_1})Ra_{L1}^{n_1}}{(\frac{C_2}{L_2})Ra_{L2}^{n_2}} = 0.881$$

کانال های عمودی:



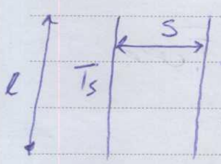
برای صفحات با فاصله ی زیاد و یا کانال های کوتاه که لایه ی مرزی در وسط به هم نمی رسند ($\frac{L}{S}$ کوچک)، شرایط مانند حالت مربوط به یک صفحه ی تنها می باشد که در محیط ساکن قرار می گیرد.

برای صفحات کوچک، مولفه های موازی و عمودی بر جهت جریان نیروی شناوری حضور دارند و شرایط شدیداً تحت تأثیر جریان سه بعدی ثانویه است.

Elenbass: برای سطوح دما ثابت متقارن رابطه زیر را پیشنهاد نمود:

$$\overline{Nu}_s = \frac{1}{24} Ra_s \left(\frac{s}{l}\right)\left\{1-\exp\left[-\frac{35}{Ra_s\left(\frac{s}{l}\right)}\right]\right\}^{3/4}$$

که در رابطه بالا $\overline{Nu}_s = \left(\frac{q/A}{T_s-T_\infty}\right)\frac{s}{k}$; $Ra_s = \frac{gB(T_s-T_\infty)s^3}{\nu\alpha}$



$\frac{s}{l} \to 0$ ناحیه کاملاً توسعه یافته $\quad \overline{Nu}_{s(fd)} = \frac{Ra_s(s/l)}{24}$

برای یک سطح دما ثابت و سطح دیگر عایق ($q=0$) رابطه عدد ناسلت برای ناحیه کاملاً توسعه یافته

$$\overline{Nu}_{s,fd} = \frac{Ra_s(s/l)}{12}$$

* برای سطوح با شار ثابت و متقارن:

$Ra_s^* = \frac{gBq''_s s^4}{k\alpha\nu}$ اصلاح شده $\qquad$ $Nu_{s,l} = \left(\frac{q''_s}{T_{s,l}-T_\infty}\right)\frac{s}{k}$ عدد ناسلت به صورت موضعی تعریف

می‌شود که در آن $T_{s,l}$ دمای سطح در $x=l$ است

که در این نقطه دما max است.

جلسه ۲۷/۸/۱۳۹۱ شانزدهم

برای شرایط شار حرارتی متقارن:

ناحیه کاملاً توسعه یافته $\quad Nu_{s,l,fd} = 0.144\left[Ra_s^*\left(\frac{s}{l}\right)\right]^{1/2}$

شار حرارتی نامتقارن و یک سطح عایق:

ناحیه کاملاً توسعه یافته $\quad Nu_{s,l,fd} = 0.204\left[Ra_s^*\left(\frac{s}{l}\right)\right]^{1/2}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

[illegible] از ترکیب روابط بالا با نتایج مربوط به صفحه تنها رابطه‌ای به دست آورد که برای دما ثابت و شار ثابت برای تمام مقادیر S/l به صورت زیر است:

دما ثابت $\overline{Nu}_s = \left[\dfrac{C_1}{(Ra_s \frac{S}{l})^2} + \dfrac{C_2}{(Ra_s \frac{S}{l})^{1/2}}\right]^{-1/2}$ $\quad \overline{T} = \dfrac{T_s + T_\infty}{2}$ و C_1 ، C_2 در جدول 3 فصل 9

شار ثابت $\overline{Nu}_{s,L} = \left[\dfrac{C_1}{Ra_s^* \frac{S}{l}} + \dfrac{C_2}{(Ra_s^* \frac{S}{l})^{2/5}}\right]^{-1/2}$ $\quad$ خواص $\overline{T} = \dfrac{T_{s,L} + T_\infty}{2}$

S_{opt} : فاصله‌ای به منظور حصول حداکثر انتقال حرارت از مجموعه‌ی صفحات موازی

S_{max} : حداکثر فاصله‌ی لازم برای رسیدن به حداکثر انتقال حرارت از یک صفحه (هر صفحه) در جدول 3 فصل 9 این مقادیر آمده است.

تذکر: حدود جریان توسعه یافته برای دو صفحه عمود:

$Ra_s \frac{S}{l} \leq 10$

$Ra_s^* \frac{S}{l} \leq 10$

و حدود جریان برای صفحه‌ی تنها: $\quad Ra_s \frac{S}{l} \geq 100$

$Ra_s^* \frac{S}{l} \geq 100$

کانال‌ها مورب:

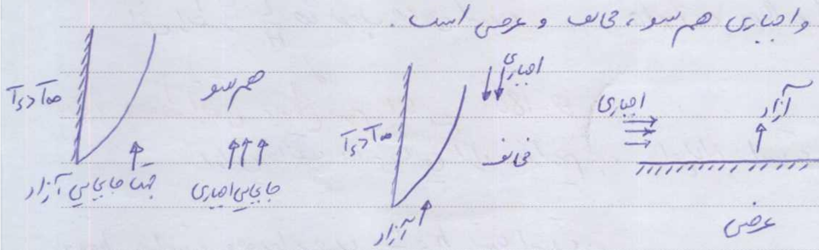
$45 \geq \theta \geq 0$ برای صفحات دما ثابت متقارن و صفحات دما ثابت - آدیاباتیک و شرایط واقع در صفحه تنها $Ra_s (\frac{S}{l}) \geq 200$ رابطه‌ی زیر با خطای کمتر از ٪10 ارائه شده است.

$\overline{Nu}_s = 0.645 \left[Ra_s (\frac{S}{l})\right]^{1/4}$

خواص $\overline{T} = \dfrac{T_s + T_\infty}{2}$

بررسی همزمان جابجایی آزاد و اجباری:

ناحیه اثر جریان جابجایی آزاد و اجباری هم سو، مخالف و عرضی است.

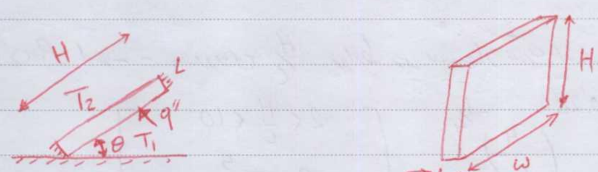


$Nu^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n$ ، $n=3$ معمولاً با تقریب خوبی برای بیشتر مسائل استفاده می‌شود.

+ جریان هم سو یا عرضی — جریان مخالف

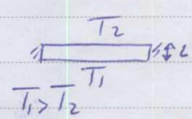
جلسه هفدهم ۸/۲۹

محفظه‌های مستطیلی:



$q'' = h(T_1 - T_2)$ که به نسبت $\frac{H}{L}$ و θ شدیداً وابسته است. برای مقادیر بزرگ $\frac{W}{L}$ این مقدار q'' را می‌توان مستقل از $\frac{W}{L}$ گرفت.

الف) محفظه‌های افقی که از زیر گرم شده باشند. $\theta = 0$



برای اعداد رایلی کوچکتر از مقدار بحرانی $Ra_{L,cr} = 1708$، نیروی شناوری نمی‌تواند بر مقاومت ناشی از نیروی لزجت غلبه کند. در نتیجه در این حالت جریان داخل محفظه ایجاد نمی‌شود. $Nu_L \simeq 1$ است. برای $Ra_L > 1708$ جریان جابه‌جایی آزاد خواهیم داشت. اگر $1708 < Ra_L \le 5\times10^4$ باشد، جریان جابه‌جایی آزاد منظم است و برای Ra_L بزرگتر جریان توربولانس خواهیم داشت.

Subject:
Year. Month. Date.

در این حالت رابطه‌ی تجربی:

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h} L}{k} = 0.069\, Ra_L^{1/3}\, Pr^{0.074}$$

این رابطه برای $\frac{L}{H}$ های کوچک صادق است.

$$3\times10^5 < Ra_L < 7\times10^9 \qquad \bar{T} = \frac{T_1+T_2}{2}$$

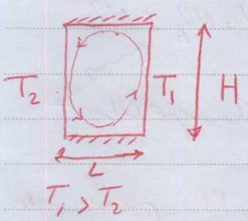
ب) محفظه افقی، سطح گرم بالا $\theta = 180^\circ$

در این حالت جابجایی آزاد نداریم، $Nu_L = 1$ است.

$$Nu_L = 1 \rightarrow h = \frac{k}{L}$$

فقط رسانش وجود دارد چون $h = \frac{k}{L}$ شده است.

ج) محفظه‌ی مستطیلی عمودی، $\theta = 90^\circ$، سطوح افقی آدیاباتیک



در این حالت برای $Ra_L \leq 10^3$ نیروی غوطه‌وری ناچیز، فقط انتقال حرارت به صورت هدایت (رسانش) انجام می‌شود → $Nu_L = 1$

برای $Ra \geq 10^3$ با توجه به محدوده‌ی H/L روابط زیر پیشنهاد شده است:

$$\overline{Nu}_L = 0.22\left(\frac{Pr}{0.2+Pr} Ra_L\right)^{0.28}\left(\frac{H}{L}\right)^{-1/4} \qquad \left[\begin{array}{c} 2 < \frac{H}{L} < 10 \\ Pr < 10^5 \\ 10^3 < Ra_L < 10^{10} \end{array}\right]$$

$$\overline{Nu}_L = 0.18\left(\frac{Pr}{0.2+Pr} Ra_L\right)^{0.29} \qquad \left[\begin{array}{c} 1 < \frac{H}{L} < 2 \\ 10^{-3} < Pr < 10^5 \\ 10^3 < \frac{Ra_L\, Pr}{0.2+Pr} \end{array}\right]$$

در تمامی روابط خواص در دمای $\bar{T} = \frac{T_1+T_2}{2}$ خوانده می‌شود.

$$\overline{Nu}_L = 0.42\, Ra_L^{1/4}\, Pr^{0.012}\left(\frac{H}{L}\right)^{-0.3} \qquad \left[\begin{array}{c} 10 < \frac{H}{L} < 40 \\ 1 < Pr < 2\times10^4 \\ 10^4 < Ra_L < 10^7 \end{array}\right]$$

$$\overline{Nu}_L = 0.046\, Ra_L^{1/3} \qquad \left[\begin{array}{c} 1 < \frac{H}{L} < 40 \\ 1 < Pr < 20 \\ 10^6 < Ra_L < 10^9 \end{array}\right]$$

محفظه مایل:

$0 < \theta < \theta^*$ $\quad \frac{H}{L} \geq 12$

Holland etals $\quad \overline{Nu}_L = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1708}{Ra_L \cos\theta}\right]\left[1 - \frac{1708(\sin 1.8\theta)^{1.6}}{Ra_L \cos\theta}\right] + \left[\left(\frac{Ra_L \cos\theta}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]$

اگر عبارت داخل کروشه [ ] منفی شد مقدار آن را صفر در نظر بگیرید. این مطلب برای این است که عملاً رایلی از مقدار بحرانی $Ra_L = \frac{1708}{\cos\theta}$ کمتر می‌شود و جابجایی در محفظه نداریم.

H/L	1	3	6	12	>12
θ^*	25°	53°	60°	67°	70°

برای $\frac{H}{L}$ کوچک رابطه‌ی زیر پیشنهاد شده است،

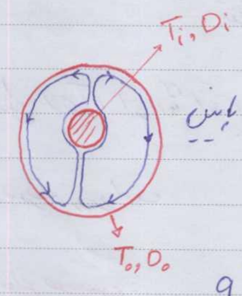
$$\overline{Nu}_L = \overline{Nu}_L(\theta=0)\left[\frac{\overline{Nu}_L(\theta=90)}{\overline{Nu}_L(\theta=0)}\right]^{\theta/\theta^*}(\sin\theta^*)^{(\theta/4\theta^*)} \qquad \begin{bmatrix} H/L \leq 12 \\ 0 < \theta \leq \theta^* \end{bmatrix}$$

در زوایای بیشتر از مقدار بحرانی روابط زیر برای تمامی مقادیر H/L توصیه شده است.

$$\overline{Nu}_L = \overline{Nu}_L(\theta=90°)(\sin\theta)^{1/4} \qquad \theta^* < \theta \leq 90$$

$$\overline{Nu}_L = 1 + \left[\overline{Nu}_L(\theta=90) - 1\right]\sin\theta \qquad 90 < \theta < 180$$

استوانه‌های هم محور:



جابجایی آزاد در فضای حلقوی بین استوانه‌های هم محور افقی و طویل، سیال از اطراف ($T_i > T_o$) استوانه کوچک بالا رفته و از مجاور استوانه بزرگ پایین می‌آید. در حالت $T_i < T_o$ برعکس حالت فوق

$$q' = \frac{2\pi k_{eff}}{\ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right)}(T_i - T_o)$$

k_{eff} = ضریب انتقال حرارت معادل که به ازای آن حرارت از سیال ساکن منتقل می‌شود.

$$\frac{k_{eff}}{k} = 0.386\left(\frac{Pr}{0.861 + Pr}\right)^{1/4}\left(Ra_L^*\right)^{1/4} \qquad 10^2 \leq Ra_L^* \leq 10^7$$

$$Ra_L^* = \frac{\left[\ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right)\right]^4}{L^3\left(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5}\right)^5} Ra_L$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

کره‌های هم مرکز:

$$q = k_{eff}\,\pi \left(\frac{D_i D_o}{L}\right)(T_i - T_o)$$

$$\frac{k_{eff}}{k} = 0.74 \left(\frac{Pr}{0.861 + Pr}\right)^{1/4} (Ra_s^*)^{1/4}$$

$$Ra_s^* = \left[\frac{L}{(D_o D_i)^4} \frac{Ra_L}{(D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5}\right]$$

$10^2 \leq Ra_s^* \leq 10^4$ این فرمول‌ها در محدوده روبرو معقول است.

$\frac{Gr}{Re^2} = 1 \rightarrow Nu^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n$

$\frac{Gr}{Re^2} \gg 1$ جابجایی آزاد ناچیز

$\frac{Gr}{Re^2} \gg 1 \rightarrow$ جابجایی اجباری قابل صرف‌نظر

جلسه هیجدهم 91,9,11 فصل 10

جوشش و میعان:

جوشش نوعی انتقال حرارت جابجایی است. انتقال حرارت به صورت دما ثابت است.

پارامترهای مؤثر در جوشش: گرمای نهان h_{fg}، کشش سطحی، اختلاف چگالی، شناوری. از قانون π می‌توان اعداد بدون بعد را بدست آورد.

$Nu_L = \frac{hL}{k}$ $\quad Ja =$ جاکوب $= \frac{C_p \Delta T}{h_{fg}} = \frac{\text{گرمای محسوس}}{\text{گرمای نهان}}$ $\quad Bo =$ باند $= \frac{g(\rho_l - \rho_v)L^2}{\sigma} = \frac{\text{نیروی ثقل}}{\text{کشش سطحی}}$

$\frac{\rho g (\rho_l - \rho_v) L^3}{\mu^2} =$ عدد بدون نام بی بعد.

دسته بندی جوشش:

تبخیر در سطح مشترک جامد و مایع را جوشش می‌گوییم. این فرآیند وقتی رخ می‌دهد که دمای سطح (T_s) از دمای اشباع (T_{sat}) مربوط به فشار مایع تجاوز کند، گرما از سطح جامد به مایع مطابق قانون سرمایش به صورت روبرو است:

$$q_s'' = h(T_s - T_{sat}) = h\Delta T$$

انواع جوشش:

1. تحت اشباع: دمای مایع کمتر از دمای اشباع و حباب‌های تشکیل شده در سطح ممکن است در مایع تقطیر شود.

2. اشباع: دمای مایع کمی از دمای اشباع بیشتر است. حباب‌های تشکیل شده در سطح در اثر نیروی غوطه‌وری

PAPCO