$$m_2 = R_2 - \overline{EO_2} \quad , \quad \Delta ECO_2 : Cos(\theta) = \frac{\overline{EO_2}}{R_2} \Rightarrow EO_2 = R_2 \times Cos(\theta)$$

$$\Rightarrow m_2 = R_2 - R_2 \times Cos(\theta) \Rightarrow m_2 = R_2(1 - Cos(\theta)) \qquad ((2))$$

$$\xrightarrow{((1))+((2))} P = m_1 + m_2 = R_1(1 - Cos(\theta)) + R_2(1 - Cos(\theta)) \Rightarrow P = (R_1 + R_2)(1 - Cos(\theta))$$

$$\overline{I_1I_2} = T_1 + T_2 = R_1 \times Tan(\frac{\theta}{2}) + R_2 \times Tan(\frac{\theta}{2}) = (R_1 + R_2) \times Tan(\frac{\theta}{2})$$

$$\overline{AB} = C_1 + C_2 = 2 \times R_1 \times Sin(\frac{\theta}{2}) + 2R_2 \times Sin(\frac{\theta}{2}) \Rightarrow \overline{AB} = 2 \times Sin(\frac{\theta}{2})(R_1 + R_2) \Rightarrow$$

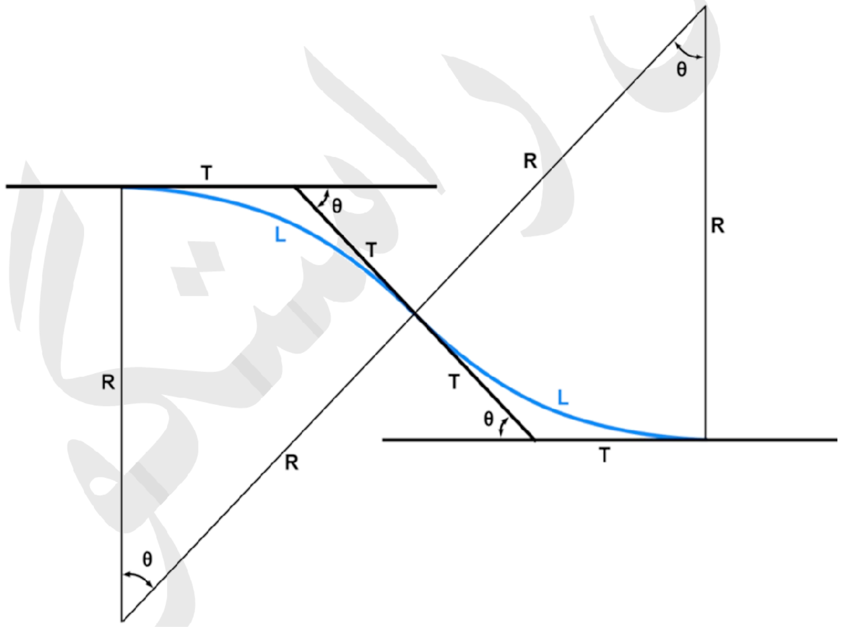
$$Sin(\frac{\theta}{2}) = \frac{\overline{AB}}{2(R_1 + R_2)} \quad , \quad Sin(\frac{\theta}{2}) = \frac{P}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{2(R_1 + R_2)} = \frac{P}{\overline{AB}} \Rightarrow AB^2 = 2 \times (R_1 + R_2) \times P \Rightarrow$$

$$AB = \sqrt{2(R_1 + R_2)P} \Rightarrow AB^2 = 2(R_1 + R_2)(R_1 + R_2)(1 - Cos(\theta)) \Rightarrow AB^2 = 2(R_1 + R_2)^2(1 - Cos(\theta))$$

$$\Rightarrow AB = (R_1 + R_2) \times \sqrt{2 \times (1 - Cos(\theta))}$$

حالت خاص دوم قوس مرکب معکوس $R_1 = R_2 , \theta_1 = \theta_2$

در این حالت علاوه بر موازی بودن طول تانژانت ورودی و خروجی کلیه پارامترهـای دو قـوس نیـز بـا هـم برابـر خواهند بود از این حالت بیشتر در راه آهن برای انتقال قطار از یک خط ریل به خط ریل دیگر استفاده می‌شـود. مانند شکل



در این حالت رابطه‌ها همان رابطه حالت برابر θ_1,θ_2 خواهد بود با این تفاوت که جای مقادیر R_1 , R_2 مقـدار R جایگزین می‌شود پس داریم.

$$d = 2 \times R \times Sin(\theta) \quad , \quad P = 2 \times R \times (1 - Cos(\theta)) \quad , \quad \overline{I_1I_2} = 2 \times T = 2 \times R \times Tan(\frac{\theta}{2})$$

$$AB = 2 \times C = 4 \times R \times Sin(\frac{\theta}{2}) = 2 \times \sqrt{RP} \quad , \quad d = C \times Cos(\frac{\theta}{2}) = 2 \times \sqrt{R \times P} \times Cos(\frac{\theta}{2})$$

$$\Rightarrow d = 2 \times \sqrt{P(R - \frac{P}{4})} \quad , \quad AB = 2 \times \sqrt{RP} \Rightarrow R = \frac{AB^2}{4P} \quad , \quad AB = 2 \times R \times \sqrt{2(1 - Cos(\theta)}$$

مثال: فاصله دو خط موازی راه آهن برابر 30^m می‌باشد جهت جا بجایی قطار از یک ریل به ریل موازی آن می‌خواهیم از یک قوس دایره مرکب معکوس استفاده کنیم با شعاع R و طول وتر کل $AB=100^m$ می‌باشد پارامترهای مختلف این قوس را محاسبه کنید.

مسئله عملی:

جهت اتصال دو مسیر با زاویه انحراف کوچک از قوس مرکب معکوس با مشخصات زیر استفاده شده است. مطلوب است جدول پیاده سازی آن، به یک روش دلخواه جهت اجرا (10^m به 10^m میخ کوبی).

$$KM_{I_1} = 1+536.11 \quad \Delta_1 = 55^0 18' 30'' \quad \Delta_2 = 70^0 13' 15'' \quad R_1 = 70^m \quad R_2 = 80^m$$

د) قوس سر پانتین[1]

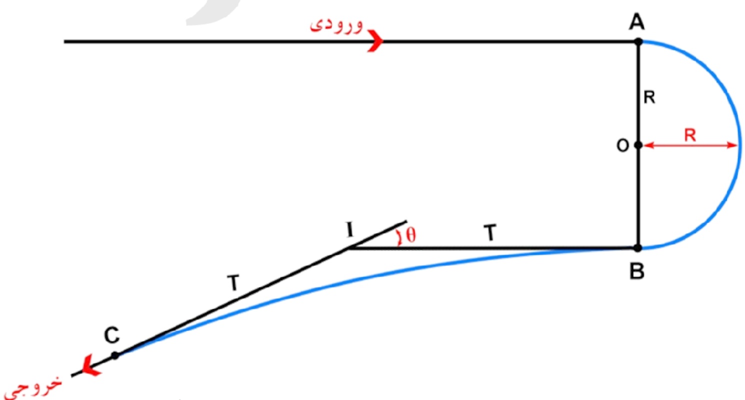
قوس سرپانتین به قوس سنجاق قفلی یا قوس لماسه یا قوس نعلی شکل نیز معروف است این نوع قوس‌ها بیشتر در مناطق کوهستانی و در گردنه‌ها و یا قسمت‌هایی از منطقه که دارای شیب بیش از حد مجاز می‌باشند برای کم کردن هزینه و پایین آوردن حجم عملیات خاکبرداری و خاکریزی مورد استفاده قرار می‌گیرند. از قوس‌های سرپانتین در تغییر دو شیب یا دو اختلاف سطح نسبتاً زیاد استفاده می‌شود نمونه‌هایی از این نوع قوس را می‌توان در جاده‌های کوهستانی کشور به خصوص جاده چالوس و جاده هراز مشاهده نمود.

نوع قوس سرپانتین در رابطه با عوارض طبیعی زمین، مشخصات راه و حجم عملیات خاکی انتخاب می‌شود.

در کل به سه نوع تقسیم بندی می‌شود.

۱) قوس سرپانتین نوع اول:

این قوس از یک نیم دایره کامل و یک قوس دایره‌ای تشکیل شده.



[1] Serpentine Curve

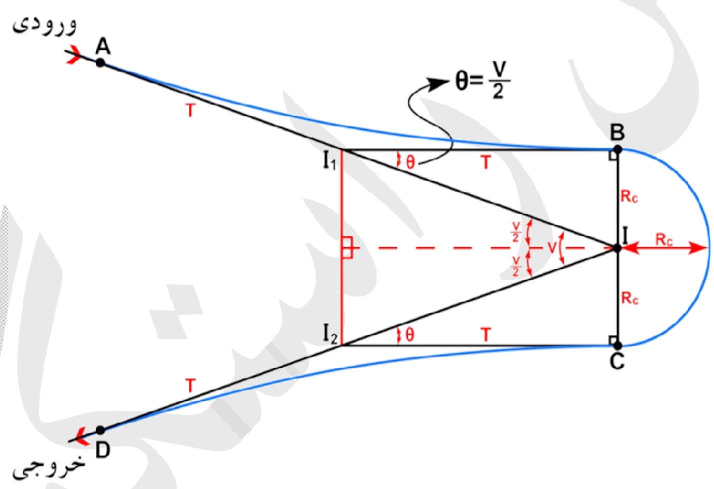
نحوه پیاده سازی:

پس از انتخاب محل اول قوس و پیاده کردن آن یعنی نقطه A از نقطه A عمودی بر مسیر ورودی به اندازه 2R اخراج می‌کنیم. نقطه B بدست می‌آید، کافی است وسط آن‌را بیابیم نقطه O_1 پیاده و میخ کوبی می‌شود. این نیم دایره را می‌توانیم با دستورها و روشهایی که برای قوس دایره‌ای می‌دانیم پیاده کنیم. ساده‌ترین روش پیاده کردن از نقطه مرکز نیم دایره کامل (O_1) است. برای قوس دوم معلوماتی که به ما می‌دهند T و θ است و با داشتن این دو پارامتر می‌توان سایر عوامل مهم قوس را محاسبه نمود و جدولی تنظیم نمود که از نقطه B با صفر صفر کردن به I و به نقطه C پایان می‌پذیرد. (طول مماس قوس دوم (T) بر امتداد $\overline{AB}$ عمود می‌باشد)

۲) قوس سرپانتین نوع دوم:

این نوع قوس سرپانتین تشکیل شده است از یک قوس دایره‌ای ساده در ابتدا و یک قوس نیم دایره کامل و در پایین نیز یک قوس دایره‌ای ساده، همانند شکل:

در این نوع قوس سرپانتین دو قوس اول و آخر، از این نوع قوس دایره‌ای ساده و قرینه بوده یعنی دارای مشخصات برابر می‌باشد مقدار θ در این دو قوس $\frac{v}{2}$ می‌باشد و آنچه مجهول است مقدار T می‌باشد که از رابطه زیر بدست می‌آید.



$$\theta = \frac{v}{2}$$

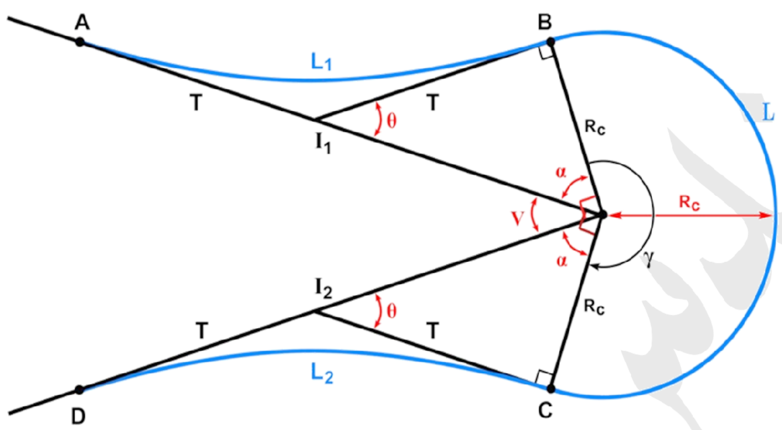
$$\theta = \frac{v}{2} \quad , \qquad T = R \times Tan(\frac{\theta}{2}) = R \times Tan(\frac{v}{4}) \quad , \qquad Sin(\theta) = \frac{R_C}{\overline{I_1 I}} \Rightarrow \overline{I_1 I} = \frac{R_C}{Sin(\frac{v}{2})}$$

مسئله عملی:

می‌خواهیم قوس سرپانتین از نوع دوم را پیاده کنیم چنانچه زاویه داخلی رأس $V=60^\circ$ و شعاع نیم دایره $R_C=30^m$ و کیلومتراژ رأس $km_I=2+350^m$ باشد و تمامی قوس‌ها را بخواهیم 7^m به 7^m پیاده کنیم. مطلوب است جدول پیاده سازی این قوس.

۳) قوس سرپانتین نوع سوم:

این نوع قوس سرپانتین تشکیل شده از یک قوس دایره‌ای ساده در ابتدا و یک کمان بزرگتر از نیم دایره ساده در وسط و یک قوس دایره‌ای ساده مشابه با قوس اول، در پایان



$$\alpha = 90 - v$$

$$\theta = v$$

$$L = R \times \gamma \times \frac{\pi}{180}$$

$$\mathrm{Sin}(\theta) = \frac{R_C}{\overline{I_1 I}} \Rightarrow$$

$$\overline{I_1 I} = \overline{I_2 I} = \frac{R_C}{\mathrm{Sin}(\theta)} = \frac{R_C}{\mathrm{Sin}(v)}$$

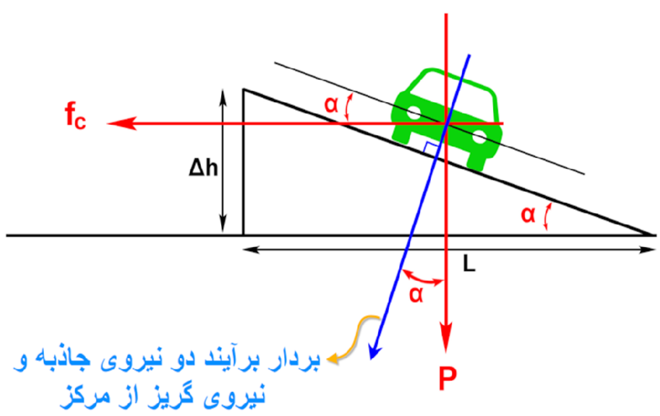
$$T = R \times \tan\left(\frac{v}{2}\right)$$

بالاآمدگی کنار قوس یا Dever یا بر بلندی یا super elevation

هنگامی که وسیله نقلیه از قسمت مستقیم مسیر وارد قسمت قوس دایره‌ای مسیر می‌شود به علت تغییر انحنا از صفر به $\frac{1}{R}$ نیروی گریز از مرکز[1] ایجاد می‌شود. چنانچه سرعت وسیله نقلیه بالا باشد نیروی گریز از مرکز بر نیروی جاذبه[2] غلبه کرده و باعث واژگون شدن وسیله نقلیه می‌شود. (جاده می‌پیچید ما نمی‌پیچیم)

برای اجتناب از این امر، در قسمت‌های قوس مسیر به منظور خنثی کردن نیروی گریز از مرکز، لبه خارجی قوس‌ها را بلندتر از لبه داخلی قوس طراحی می‌کنند. در واقع شیب عرضی را در قوس یک طرفه می‌کنند و شیب به سمت مرکز قوس می‌باشد.

شکل و فرمول‌های زیر نحوه اجرا و محاسبه مقدار بر بلندی (dever) را نشان می‌دهد.



$$p = m \times g \Rightarrow m = \frac{P}{g}$$

$$fc = \frac{m \times v^2}{R} = \frac{p_{kg} \times v^2_{\frac{m}{s}}}{g_{\frac{m}{s^2}} \times R_m}$$

$$e = Tan(\alpha) = \frac{\Delta h}{l} = \frac{fc}{p} = \frac{\frac{m \times v^2}{R}}{m \times g} = \frac{v^2}{R \times g}$$

$$v_{m/s} \xrightarrow{\div 3.6} v_{km/h} \qquad \Rightarrow \qquad e = \frac{v^2}{R \times g} = \frac{v^2_{\frac{km}{h}}}{\left(\frac{3600}{1000}\right)^2 \times 9.81 \times R} = \frac{v^2}{127.14 \times R}$$

Δh: میزان بالاآمدگی　　P: وزن وسیله　　m: جرم وسیله

v : سرعت وسیله　　fc : نیروی گریز از مرکز　　α: زاویه شیب عرض

e: بر بلندی (دِور)　　g: شتاب ثقل ($9.81_{m/s^2}$)

مقدار e که از فرمول بالا بدست می‌آید بدون در نظر گرفتن اصطحکاک می‌باشد حال با اعمال مقدار اصطحاک داریم:

$$e = \frac{v^2}{127.14 \times R} - f \approx \frac{v^2}{127 \times R} - f$$

بالاآمدگی $\Delta h = L \times (\frac{v^2}{127.14 \times R} - f)$

f : مقدار ضریب اصطکاک

L: عرض مسیر

مثال: اگر مقدار ضریب اصطحکاک برای سرعت $80_{km/h}$ برابر 0.14 می‌باشد مطلوب است مقدار بر بلندی قوسی به شعاع ۱۵۰ متر.

$$e\% = (\frac{80^2}{127.14 \times R} - 0.14) \times 100 = 19.5\%$$

* از سرعت طرح نیز برای محاسبه مقدار حداقل و حداکثر بربلندی و حداقل شعاع قوس استفاده می‌شود.

$$R_{min} = \frac{v^2}{127(e_{max} + f_{max})}$$

مثال: چنانچه سرعت طرح $70_{km/h}$ و شعاع قوس 200^m باشد و ضریب اصطحاکا 0.14 و عرض میسر 7.30^m باشد مطلوب است محاسبه میزان بالا آمدگی لبه خارجی قوس.

جدول میزان ضریب اصطحکاک برای سرعت‌های مختلف

سرعت طرح $v_{km/h}$	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
ضریب اصطحکاک f	0.25	0.20	0.16	0.14	0.13	0.12	0.11	0.10	0.10	0.09

انحناء قوس: به مقدار معکوس شعاع $(\rho = \frac{1}{R})$ مقدار انحناء گفته می‌شود انحناء در مسیر مستقیم برابر صفر می‌باشد $(\rho = \frac{1}{\infty} = 0)$ و مقدار انحناء در قوس برابر $\rho = \frac{1}{R}$ خواهد بود.

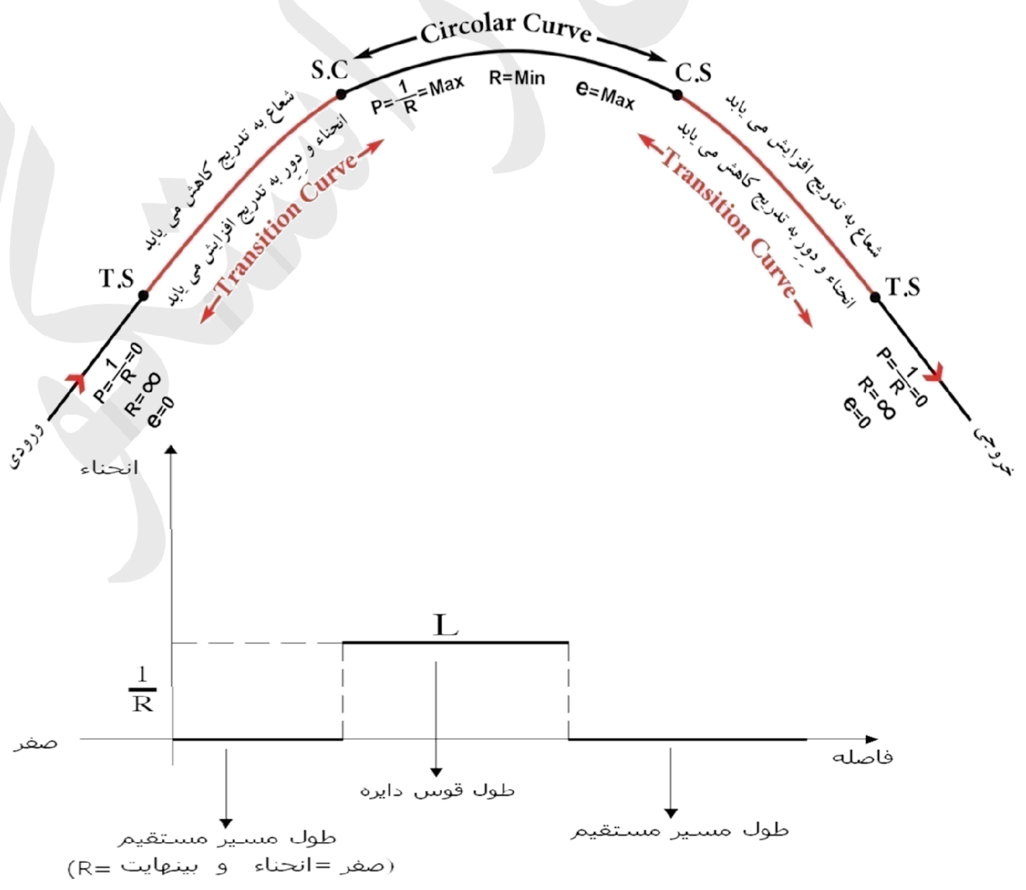
از رابطه بربلندی $\left(e = \frac{v^2}{R \times g} - f\right)$ می‌توان دریافت که مقدار بربلندی با شعاع I رابطه معکوس و با انحناء (ρ) رابطه مستقیم دارد یعنی هرچه انحناء بیشتر باشد بربلندی بیشتر و هر چه انحناء کمتر باشد بر بلندی نیز کمتر خواهد بود. و هرچه شعاع کمتر باشد بربلندی بیشتر و هر چه شعاع بزرگتر باشد بر بلندی نیز کمتر خواهد بود.

فصل۵

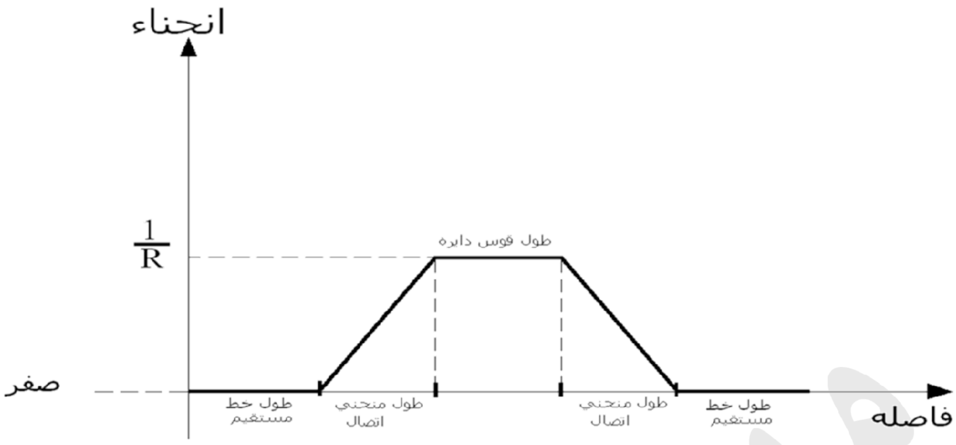
۵) قوس‌های اتصال[1]:

با توجه به مطالبی که در مورد دِور گفته شد در می‌یابیم که برای غلبه بر نیروی گریز از مرکز مقدار دِور در قوس دایره‌ای باید از همان ابتدای مسیر اعمال شود. که این باعث ایجاد مشکل در ابتدا و انتهای قوس خواهد شد (حالت پله مانند ایجاد می‌شود) و دومین مشکلی که در استفاده از قوس دایره‌ای ساده با آن سر و کار داریم این است که ناگهان راننده از شعاع بی نهایت (مسیر مستقیم) به یک شعاع ثابت و کم R روبرو می‌شود و باید به سرعت عکس‌العمل نشان دهد. یعنی سرعت خود را متناسب با شعاع قوس کاهش داده تا بتواند در قوس باقی بماند.

برای حل این مشکلات و متصل کردن قسمت مستقیم مسیر به قسمت قوس دایره‌ای از قوس‌هایی استفاده می‌کنیم به نام قوس‌های اتصال که در این نوع قوس‌ها شعاع به تدریج از بی نهایت کاهش می‌یابد تا در ابتدای قوس دایره‌ای ساده به مقدار R برسد. پس با توجه به اینکه شعاع بتدریج کاهش می‌یابد راننده نمی‌خواهد به یک دفعه عکس‌العمل نشان دهد و سرعت خود را بکاهد و بتدریج این کار را انجام می‌دهد و همچنین میزان بر بلندی نیز به تدریج افزایش می‌یابد تا به مقدار حداکثر خود در ابتدای قوس دایره‌ای ساده برسد.



---
[1] Transition Curves

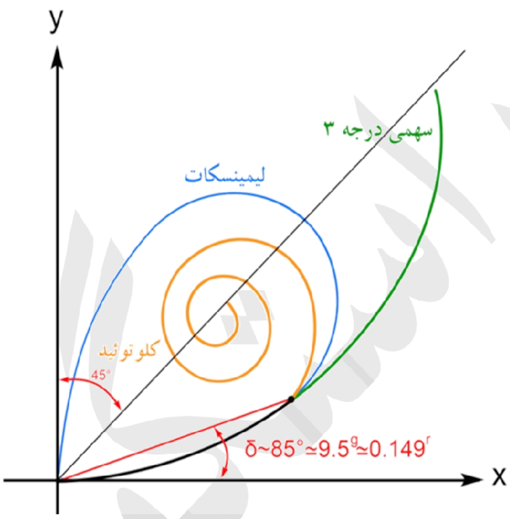


انواع قوس‌های اتصال عبارتند از:

۱) کلوتوئید　　　۲) سهمی درجه سه　　　۳) لیمینسکات

۴) مالوئید　　　۵) حلزونی بالارونده

همان طور که در شکل نیز مشخص است افزایش طول منحنی نسبت عکس با شعاع دارد. و تنها در مورد سهمی درجه سه به این گونه نیست.



و این سه نوع منحنی تا زاویه 8.5 تقریباً بر هم منطبق هستند.

معمولاً از منحنی لیمینسکات برای حالتی که قوس دایره‌ای میانی نداشته باشیم یا به عبارتی قوس اتصال سراسری باشد (تقاطع‌های غیر هم سطح) استفاده می‌کنیم.

قوس کلوتوئید:

اولین بار آلمانی‌ها از کلوتوئید قبل از جنگ بین‌المللی دوم در بزرگ راه‌ها و راه آهن استفاده کردند. این قوس یکی از قوس‌های تدریجی متداول و خوب می‌باشد و سهمی درجه سه نیز تا زاویه 8.5 بهترین برازش را بر این قوس دارد از مزایای کلوتوئید می‌توان به موارد زیر اشاره نمود.

۱) در این قوس شعاع انحناء قوس به طور منظمی متناسب با طول قوس تغییر می‌کند.

۲) در کوهستان‌ها و تپه ماهور، کلوتوئید بهتر از طبیعت زمین پیروی می‌کند و این امر موجب پایین آمدن حجم عملیات خاکی می‌گردد.

۳) این نوع قوس دور زدن وسیله نقلیه را آسان می‌سازد و به زیبایی هندسی مسیر و تغییر شیب عرضی و کاهش عرض اضافی در قوس کمک می‌کند.

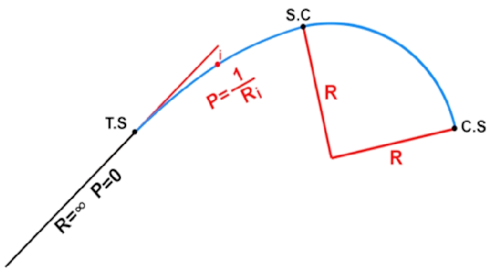
۴) در کلوتوئید راننده مجبور نیست مرتباً سرعت خود را کم و زیاد کند.

۵) در این قوس می‌توان مقدار حداقل تا حد اکثر دِور را اعمال کرد.

۶) این نوع قوس ایمنی و سلامت راننده و سرنشینان را تضمین می‌کند.

۷) بکار بردن قوس اتصال سبب می‌گردد که از وجود شکستگی در نقطه شروع و خاتمه قوس دایره‌ای ساده اجتناب شود و در نتیجه راه ظاهری زیباتر خواهد داشت.

مهم‌ترین خاصیت این نوع منحنی (کلوتوئید) افزایش تدریجی انحناء از صفر (در محل تماس با خط مستقیم) تا $\frac{1}{R}$ (در محل تماس با قوس دایره‌ای) و همچنین در هر نقطه روی منحنی اتصال مقدار انحنا (ρ) با طول کمان آن نقطه نسبت به محل تماس با خط مستقیم متناسب است.



$$\rho = k \times l_i \quad , k = \frac{1}{R \times L} \Rightarrow \rho_i = \frac{l_i}{R \times L} \Rightarrow \rho = \frac{1}{R}$$

نکته: در این منحنی میزان تغییرات انحناء به تغییرات طول مقداری ثابت است.

$$\frac{\frac{1}{R_i}}{l_i} = \frac{\frac{1}{R}}{L} = \frac{1}{A^2} \Rightarrow R \times L = A^2 \Rightarrow A = \sqrt{R \times L}$$

R_i: شعاع قوس اتصال در نقطه i

L_i: طول قوس اتصال از ابتدا تا نقطه i

ρ_i : میزان انحناء قوس اتصال در نقطه i

K: ضریبی ثابت

A: پارامتر منحنی اتصال (پارامتر کلوتوئید)

ز) قوس‌های ترکیبی (پیوندی)

مطابق با شکل، قوس ترکیبی تشکیل شده است از یک شاخه کلوتوئید یا اتصال در ابتدا و یک قوس دایره‌ای ساده در وسط و یک شاخه اتصال در پایان.

همان گونه که از شکل نیز مشخص است شرط برقراری منحنی اتصال این است که $\frac{\Delta}{2} \ge \tau$ یا $\Delta \ge 2\tau$ باشد.

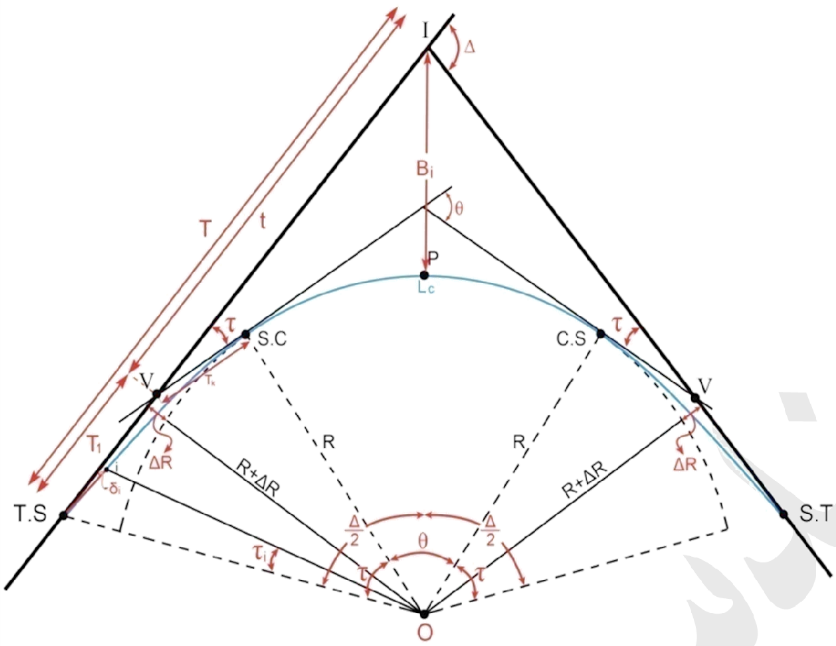
پس زمانی که $\Delta = 2\tau$ باشد به این معنی است که قوس دایره‌ای میانی نداریم. $\Delta = \theta + 2\tau$

اجزاء منحنی کلوتوئید:

L: طول شاخه کلوتوئید

R: شعاع قوس دایره

ΔR: فاصله شروع شاخه کلوتوئید تا قوس دایره‌ای در راستای شعاع قوس دایره‌ای (میزان شیفت قوس دایره‌ای)



Δ: زاویه انحراف قوس ترکیبی

θ: زاویه انحراف قوس دایره

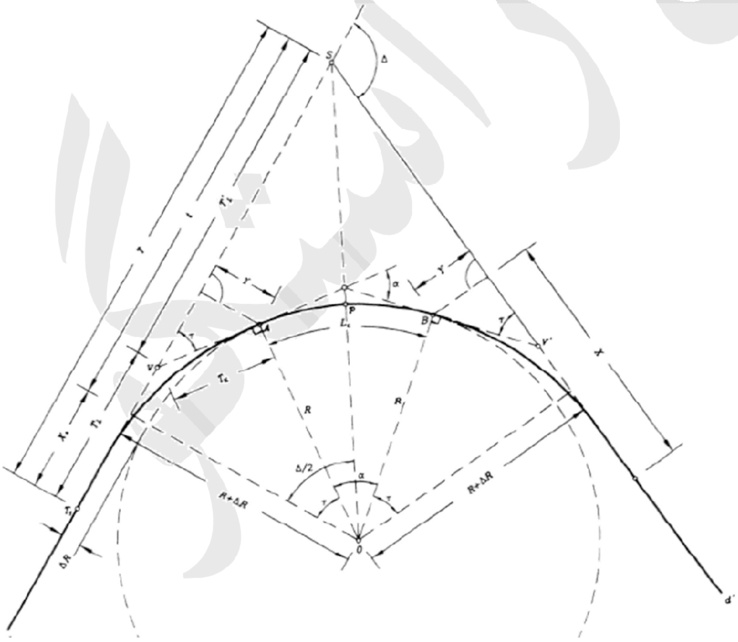
ν: رأس قوس شاخه اول کلوتوئید

ν': رأس قوس شاخه دوم کلوتوئید

Lc: طول قوس دایره‌ای ساده

τ_i: زاویه مرکزی نقطه iام روی منحنی کلوتوئید

τ: زاویه رأس شاخه کلوتوئید یا همان حداکثر زاویه انحراف رأس کلوتوئید



T_L: طول مماس بلند شاخه کلوتوئید

T_K: طول مماس کوتاه شاخه کلوتوئید

T.S: نقطه اتصال طول مماس با شاخه ورودی کلوتوئید

S.T: نقطه اتصال شاخه خروجی کلوتوئید با طول مماس

S.C: نقطه اتصال شاخه ورودی کلوتوئید با قوس دایره‌ای ساده

C.S: نقطه اتصال قوس دایره‌ای ساده با شاخه خروجی کلوتوئید

δ_i: زاویه انحراف هر نقطه روی شاخه کلوتوئید نسبت به خط مماس کل.

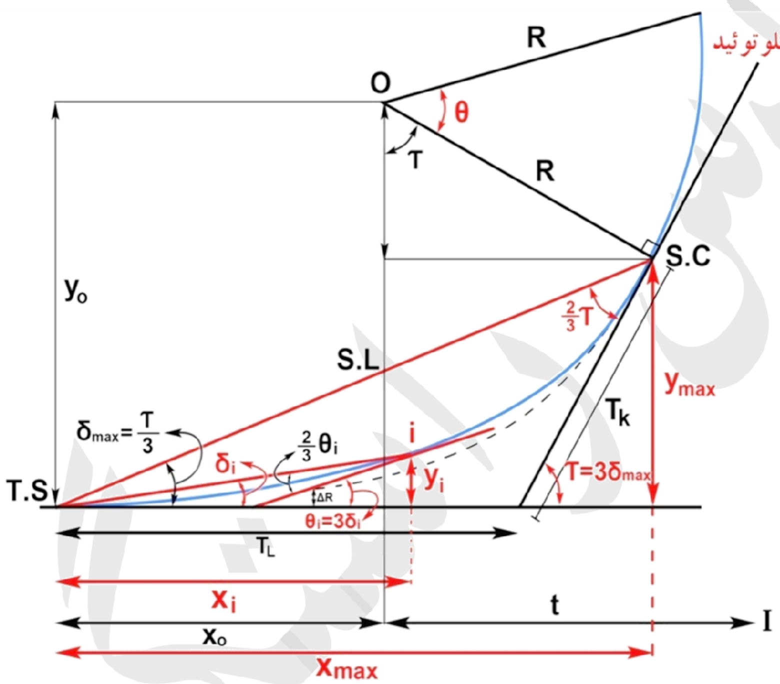
نکته: در سهمی درجه سه شعاع انحنا تا نقطه‌ای از منحنی، به تدریجی کم شده و سپس مجدداً شروع به افزایش می‌کند یا به عبارتی، انحناء به تدریج زیاد شده و مجدداً کم می‌شود. که این نقطه برابر $\delta = 0.15^R = 8.5^\circ = 9.5^G$ می‌باشد. پس از منحنی درجه سه تا این محدوده می‌توان استفاده نمود.

$\Rightarrow \tau = 3\delta \Rightarrow \tau = 3\times(9.5^g) = 28.5^g = 25.5^d = 0.45^r$

نکته: بررسی‌ها نشان می‌دهد که اگر τ کمتر از محدوده 12.5^d $(\tau \le 12.5)$ انتخاب شود تفاوتی میان سهمی درجه سه و کلوتوئید وجود نخواهد داشت اگر τ بزرگتر از مقدار 12.5° انتخاب شود جواب حاصل از فرمول سهمی درجه سه و کلوتوئید با هم مساوی نخواهد بود. و برای برابر شدن جواب‌ها باید جملات سری استفاده شده برای بدست آوردن فرمول‌ها را تا جملات بالاتر از درجه دو ادامه داد. و حال اگر به جایی برسیم که τ بزرگتر از 25.5 شود حتی با افزایش جملات سری نیز نمی‌توان از سهمی درجه سه به عنوان یک قوس اتصال استفاده نمود.

نکته: کلوتوئید در هر شرایطی به کار می‌رود ولی دارای روابط پیچیده‌ای است اما محاسبات سهمی درجه سه ساده‌تر بوده و دستی هم می‌توان آن را محاسبه کرد اما نمی‌توان آن را در همه موارد به کار گرفت.

روابط قوس اتصال کلوتوئید:



$$A = \sqrt{R \times L_S} = \sqrt{K}, \quad \Delta = \theta + 2\tau$$

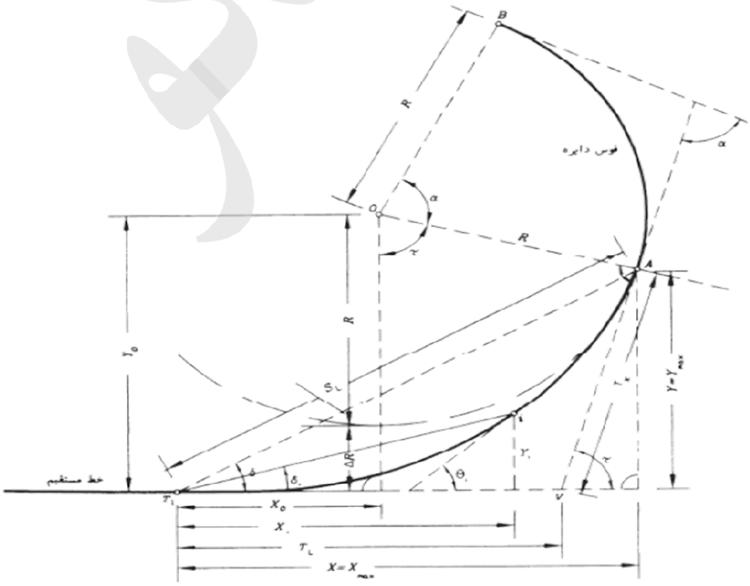
$$\tau = \frac{L}{2R} \Rightarrow \tau = \frac{L}{2(\frac{A^2}{L_s})} \Rightarrow \tau = \frac{L^2}{2A^2}$$

$$x_{max} = L \times [1 - \frac{L^2}{40R^2} + \frac{L^4}{3456R^4} - ...]$$

$$x_i \approx L_i \quad , \quad x_{max} \approx L = X_{S.C}$$

$$\theta_{max} = \tau \Rightarrow \theta_{max} = \frac{L^2}{2A^2}$$

$$\tau = 3\delta_{max} \Rightarrow \tau_i = 3\delta_i$$



θ_i: زاویه انحراف خط مماس بر هر نقطه روی شاخه کلوتوئید نسبت به خط مماس کل (زاویه به هر نقطه روی کلوتوئید)

S_L: وتر شاخه کلوتوئید (فاصله مستقیم T.C تا S.C)

L_i: طول هر نقطه روی منحنی کلوتوئید نسبت به شروع کلوتوئید

$$y_{max}=\frac{L^2}{6R}\times[1-\frac{L^2}{56R^2}+\frac{L^4}{7040R^4}-....]$$

$$y_i=\frac{L_i^{\,3}}{6A^2}=\frac{L_i^{\,3}}{6R\times L_s}\Rightarrow y_{max}=\frac{L^3}{6A^2}=\frac{L^2}{6R}$$

$$Sin(\delta_{max})=\frac{y_{max}}{S_L}\Rightarrow S_L=\frac{y_{max}}{Sin(\delta_{max})}=\frac{x_{max}}{Cos(\delta_{max})}=\sqrt{x_{max}^{\ 2}+y_{max}^{\ 2}}$$

$$Tan(\delta_i)=\frac{y_i}{x_i}=\frac{L_i^{\,3}}{6R.L_s.L_i}\Rightarrow Tan(\delta_i)=\frac{L_i^{\,2}}{6R.L_s}=\frac{L_i^{\,2}}{6A^2}\Rightarrow \delta_i=Tan^{-1}(\frac{L_i^{\,2}}{6R.L_S})\approx\frac{L_i^{\,2}}{6R.L_s}$$

$$\Rightarrow \delta_{max}=\frac{L^2}{6R.L}=\frac{L}{6R}\quad,\qquad \tau=3\delta_{max}\qquad \Rightarrow \tau=3\times\frac{L}{6R}=\frac{L}{2R}$$

$$\Delta R=\frac{L^2}{24R}\quad,\quad x_O=x_{max}-R\times Sin(\tau)$$

$$y_O=R+\Delta R=y_{max}+R\times Cos(\tau)\quad,\quad t=(R+\Delta R)Tan(\frac{\Delta}{2})$$

$$T=t+x_O\Rightarrow T=(R+\Delta R)Tan(\frac{\Delta}{2})+x_{max\,X}-R\times Sin(\tau)$$

$$Sin(\tau)=\frac{y_{max}}{T_K}\Rightarrow T_K=\frac{y_{max}}{Sin(\tau)}=\frac{L^2}{6R\times Sin(\tau)}$$

$$T_L=x_{max}-(\frac{y_{max}}{Tan(\tau)})=x_{max}-\frac{L^2}{6R\times Tan(\tau)}$$

$$L_C=R\times\theta\quad,\ \theta=\Delta-2\tau$$

$$Bi=R(\frac{1}{Cos(\frac{\Delta}{2})}-1)+\frac{\Delta R}{Cos(\frac{\Delta}{2})}=\frac{R+\Delta R}{Cos(\frac{\Delta}{2})}-R$$

$L_S=2R.\tau\approx x_{max}$ $\quad$ τ بر حسب رادیان $\quad$, $\qquad$ طول قوس ترکیبی $L=L_C+2L_S$

$$km_{T.C}=km_I-T\quad,\quad km_{S.C}=km_{T.S}+L_S\quad,\quad km_{C.S}=km_{S.C}+L_C\quad,\quad km_{S.T}=km_{S.C}+L_S$$

حداقل طول شاخه کلوتوئید

به دو روش زیر مقدار حداقل طول شاخه کلوتوئید قابل محاسبه می‌باشد.

۱. طبق استاندارد وزارت راه و ترابری (B.C.E.O.M)

$$L_S\geq\frac{14v}{g}(\frac{0.08v^2}{R}-g\times e)$$

یا

$$L_S\geq\frac{w(d+e)}{0.005}$$

V: سرعت طرح

g: میزان شتاب جاذبه

e: میزان بربلندی

d: میزان شیب عرض در مسیر مستقیم

w: عرض مسیر

۲. با توجه به اینکه قوس اتصال باعث تغییر تدریجی شتاب عرض (گریز از مرکز) از صفر تا $a=\frac{v^2}{R}$ در قوس دایره‌ای می‌شود و با توجه به اینکه باید این تغییرات شتاب عرض بین 0.3 تا 0.9 متر بر مجذور ثانیه انتخاب شود، برای انتخاب حداقل طول شاخه کلوتوئید داریم: (انتخاب تغییرات شتاب عرض 0.9)

$$L_S \ge \frac{v^3}{28\times R} \Rightarrow L_S \ge \frac{0.036\times v^3}{R}$$

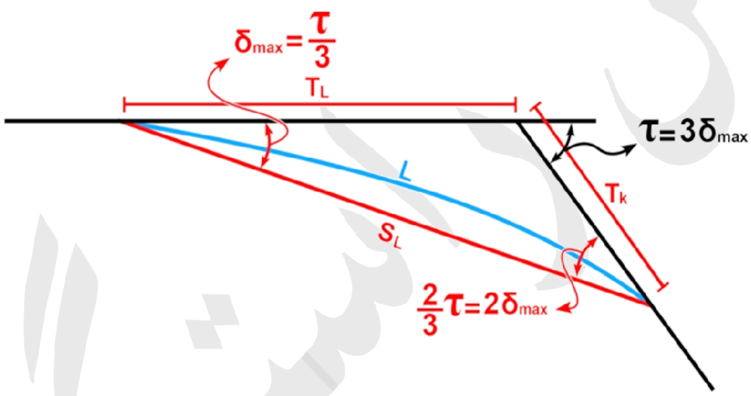
زمانی که بخواهیم با حداکثر تغییرات شتاب عرضی عمل کنیم. یعنی $0.9\,\frac{m}{s^2}$

$$\Rightarrow A=\sqrt{R.L}=\sqrt{\frac{R\times 0.036\times v^3}{R}}=\sqrt{0.036\times v^3}$$

یا

$$L_S \ge 13.65\times v\times e$$

نکته: در دو روش فوق آن مقداری را به عنوان طول شاخه اتصال انتخاب می‌کنیم که بزرگترین باشد.



$$L_C=R\times\theta=R\times(\Delta-2\tau)=R\times(\Delta-2\frac{L}{2\times R})=R\times\Delta-L_S$$

$$L_K=L_C+2L_S=\Delta\times R-L_S+2\times L_S=R\times\Delta+L_S$$

$$\frac{T_L}{Sin(\frac{2}{3}\tau)}=\frac{T_K}{Sin(\frac{1}{3}\tau)}=\frac{S_L}{Sin(\tau)}\Rightarrow\frac{T_L}{Sin(2\delta)}=\frac{T_K}{Sin(\delta)}=\frac{S_L}{Sin(3\delta)}$$

L_S : طول قوس دایره‌ای

L_K : طول کل قوس ترکیبی

T_L , T_K : دو طول مماس کلوتوئید

نکته: ممکن است به صورت تست کنکوری مطرح شود.

$$\theta=\Delta-2\tau\ge 0\Rightarrow\Delta-2\tau\ge 0\Rightarrow\Delta\ge 2\tau\Rightarrow\Delta\ge\frac{2L}{2R}\Rightarrow\Delta\ge\frac{L}{R}$$

روشهای پیاده سازی قوس ترکیبی (کلوتوئید- دایره- کلوتوئید)

به سه روش زیر می‌توان قوس کلوتوئید را پیاده سازی نمود.

الف) به روش افست (X.Y)

ب) به روش قطبی (طول وتر و زاویه انحراف)

ج) به روش دو قطبی

از روشهای فوق ما به شرح دو روش افست و قطبی می‌پردازیم

الف) پیاده سازی قوس کلوتوئید به روش افست (X,Y)

در ابتدا نقاط اصلی قوس ترکیبی را پیاده سازی می‌کنیم نقاط T.S., S.C, C.S, S.T, I . برای پیاده کردن نقاط C.S, S.C هم می‌توان به روش افست عمل کرد. یعنی x_{max} را از نقطه T.S در امتداد رأس قوس (I) جلو رویم تا به نقطه K برسیم سپس از نقطه K عمودی به اندازه y_{max} خارج کنیم تا به نقطه S.C برسیم و برای C.S نیز همین کار را انجام می‌دهیم.

و یا می‌توانیم به روش قطبی عمل کنیم و بر روی نقطه T.S مستقر شده و به نقطه I صفر صفر کرده و زاویه را به اندازه δ_{max} باز کنیم و در همین امتداد به اندازه وتر بزرگ شاخه کلوتوئید S_L جلو رویم تا به نقطه S.C برسیم. و همین کار را برای پیاده کردن نقطه C.S نیز انجام می‌دهیم

به این طریق نقاط اصلی قوس ترکیبی پیاده سازی می‌شوند. حال برای پیاده سازی نقاط شاخه کلوتوئید جدولی مانند جدول زیر ایجاد می‌کنیم.

x_i	Y_i
$x_1=5$ $x_2=5$ $x_3=5$ $\vdots$ $x_n=..$	y_1 y_2 y_3 $\vdots$
x_{max}	y_{max}

$$\Rightarrow y_i = \frac{x^3}{6L_sR}$$

ب) پیاده سازی قوس کلوتوئید به روش قطبی (طول وتر کلوتوئید و زاویه انحراف)

در این روش مانند روش قبل ابتدا تمامی نقاط اصلی قوس ترکیبی را پیاده سازی می‌کنیم سپس محاسبات زوایای انحراف (δ_i) را انجام می‌دهیم.

$$\delta_i = \frac{l_i^2}{6LR}$$

ابتدا δ_1 و بعد δ_2 و... δ_{max} را محاسبه می‌کنیم پس از آن معلوم می‌شود که δ_{max} محاسبه شده با مقدار δ_{max} واقعی چقدر تفاوت دارد اگر این دو مقدار با هم اختلاف کمی داشت مقدار خطا را بر روی δهای محاسبه شده سرشکن می‌کنیم. همانند پیاده سازی قوس دایره‌ای در این روش نیز جدولی تنظیم می‌کنیم. و با داشتن

مقادیر زاویه انحراف و طول وترهای کوچک می‌توان بر روی نقطه T.S مستقر شد و به نقطه I صفر صفر نمـود و شروع به پیاده سازی قوس اتصال نمود تا به نقطه S.C برسیم.

پیاده کردن قسمت قوس دایره‌ای ساده:

روش محاسبه زوایای انحراف و رُند کردن کیلومتراژ نقطه اول دقیقاً هماننـد روشـهای گفتـه شـده بـرای پیـاده کردن قوس دایره‌ای می‌باشد. و تنها کافی است که یک خط مماس جدید برای قوس دایره‌ای ساده ایجاد کنـیم. جهت این کار بر روی نقطه S.C مستقر شده و به نقطه T.S صفر صفر می‌کنیم و سپس زاویه $180+\frac{2}{3}\tau$ را بـه دوربین بسته که این همان امتداد مماس بر قوس دایره‌ای می‌باشد، این امتداد را علامت گـذاری کـرده و بـه آن صفر صفر می‌کنیم و قوس دایره‌ای را پیاده می‌سازیم.

مسئله عملی:

می‌خواهیم یک قوس ترکیبی (کلوتوئید- دایره – کلوتوئید) با مشخصات زیـر را پیـاده سـازی کنـیم شـاخه اول کلوتوئید را به روش افست و $3^m, 3^m$ و شاخه دوم کلوتوئید را به روش قطبی $3^m, 3^m$ و قـوس دایـره‌ای وسـط را $5^m, 5^m$ پیاده سازی کنید.

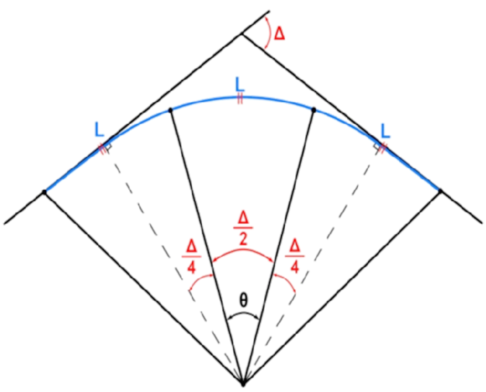
$\Delta=80^\circ \quad R=50 \quad L_S=15^m \quad km_I=1+565$

نکته: اگر طول هر یک از شاخه‌های کلوتوئید با طول قوس ساده برابر باشد داریم:

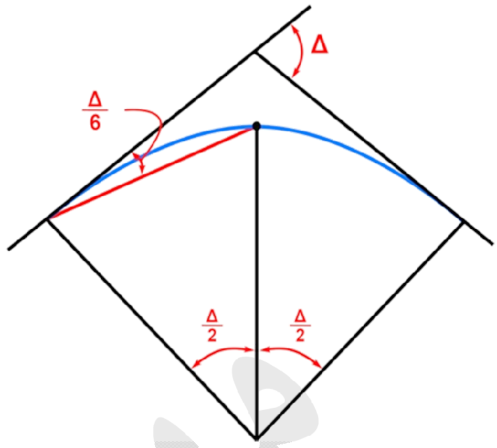
$$\Delta=\theta+2\tau,\quad L_C=R\times\theta\Rightarrow\theta=\frac{L_C}{R}\quad ,\quad \tau=\frac{L_S}{2R}$$

$$L_S=L_C\quad ,\quad \Delta=\frac{L}{R}+2\frac{L}{2R}\Rightarrow\Delta=2\frac{L}{R}\Rightarrow\frac{\Delta}{2}=\frac{L}{R}=\theta$$

$$\Rightarrow\Delta=\tau+\theta+\tau=\frac{L}{2R}+\frac{L}{R}+\frac{L}{2R}=\frac{\Delta}{4}+\frac{\Delta}{2}+\frac{\Delta}{4}$$



نکته: زمانی که تنها از دو قوس اتصال بدون قوس دایره‌ای استفاده شود. شعاع قوس در نقطـه اتصـال دو شـاخه کلوتوئید (S.S) نباید از حداقل شعاع کمتر باشد. در این حالت می‌توان نوشت.



$$\Delta = 2\tau \Rightarrow \tau = \frac{\Delta}{2} \quad , \Delta = 2\frac{L}{2R} \Rightarrow \Delta = \frac{L}{R}$$

$$\delta_{\max} = \frac{\tau}{3},\ \tau = \frac{\Delta}{2} \Rightarrow \delta_{\max} = \frac{\Delta}{6}$$

قوس یکپارچه لمنیسکات:

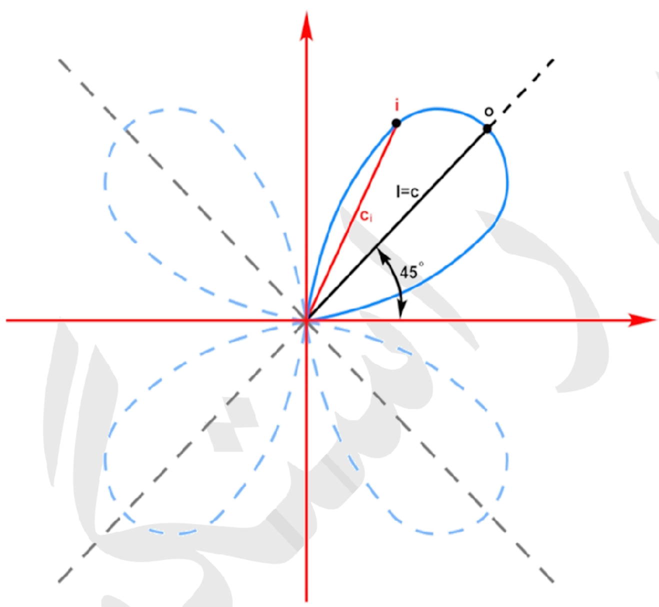
L=C: طول شعاع

C_i: طول شعاع حاصل در نقطه i

در قوس لمنیسکات مقدار انحنا قوس، بجای طول قوس با شعاع حامل متناسب است یعنی در نقطه O'چون بیشترین شعاع حامل I را داریم بیشترین انحنا در این نقطه اتفاق می‌افتد.

این نوع قوس در مناطق مارپیچ کوهستانی که مجبور

به دور زدن کامل هستیم یا در loopهای تقاطع‌های غیر هم سطح استفاده می‌شود.

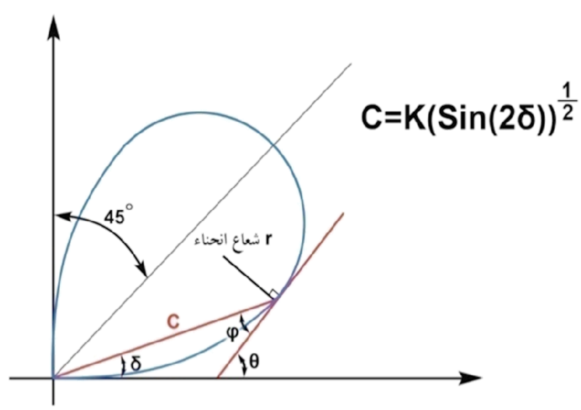


در قوس لمنیسکات طول شعاع حامل c برابر است با

$C = k(\sin(2\delta))^{\frac{1}{2}}$ که در این رابطه k مقداری ثابت است.

در منحنی لمنیسکات اگر C شعاع حامل و r شعاع انحنا باشد

حاصل ضرب این دو مقداری ثابت (A) خواهد بود.



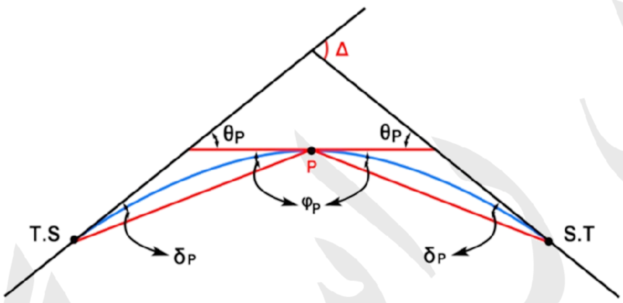
$$r_i.c_i = r.c = A \Rightarrow r = \frac{A}{c}$$
$$k = \sqrt{3A} = \sqrt{3r.c} = \sqrt{3r(3rSin(2\delta))} \Rightarrow$$
$$k = 3r(Sin(2\delta))^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{r=R} k = 3R(Sin(2\delta))^{\frac{1}{2}}$$
$$r = \frac{c}{3Sin2\delta} = \frac{A}{c}$$

زاویه رأس مماس در هر نقطه بر منحنی (θ) سه برابر زاویه انحراف شعاع حامل همان نقطه δ می‌باشد.

$$\Rightarrow \theta = 3\delta, \ \ \varphi = 2\delta \Rightarrow \theta = \delta + \varphi = 3\delta$$

$C = 3r \times Sin(2\delta)$ و طول شعاع حامل در نقطه m با طول منحنی اتصال برابر گرفته شود داریم.

$$r = R \quad , \ L = C = 3R \ \ Sin(2\delta_m) \Rightarrow \delta_m = \frac{1}{2}Sin^{-1}(\frac{L}{3R}) \ , \ \theta_m = 3\delta \Rightarrow \theta_m = \frac{3}{2}Sin^{-1}(\frac{L}{3R})$$



$$\Rightarrow \frac{\Delta}{2} \geq \theta_i \Rightarrow \quad \Delta \geq 2\theta_i \Rightarrow \quad \Delta \geq 6\delta \Rightarrow \quad \frac{\Delta}{6} \geq \delta_i$$
$$Sin(2\delta_i) = \frac{l}{3R} \ , \quad Sin(\frac{2\Delta}{6}) \geq \frac{l}{3R} \Rightarrow \sin(\frac{\Delta}{3}) \geq \frac{l}{3R}$$

نکته:همان طور که در بحث کلوتوئید نیز گفته شد چنانچه طول سه قوس ساده و لمنیسکات‌ها با هم برابر باشد زاویه انحراف قوس دایره ساده $\frac{\Delta}{2}$ و زاویه انحراف رأس شاخه‌های اتصال لمینسکات $\frac{\Delta}{4}$ خواهد بود و چنانچه قوس دایره‌ای نداشته باشیم.

$$\theta_p = \frac{\Delta}{2}, \qquad \delta_p = \frac{\theta_p}{3} = \frac{\Delta}{6}$$
$$\varphi_p = 2\delta_p = \frac{2}{3}\theta_p = \frac{\Delta}{3} \qquad , \quad \Delta = 2\theta_p = 6\delta_p = 3\varphi_p$$

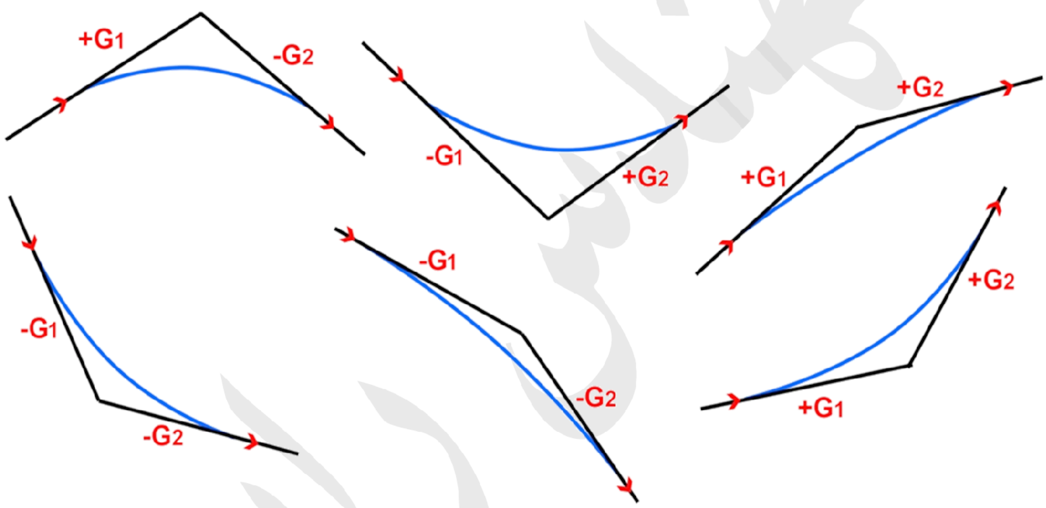
فصل ۶

قوس قائم[1]

چنانچه دو مسیر با شیب طولی متفاوت بخواهند به هم برسند جهت جلوگیری از تغییر ناگهانی شیب این دو مسیر را به کمک قوس قائم به هم مرتبط می‌سازند.

همان طور که می‌دانید قوس افقی بر روی پلان طراحی می‌شود و قوس قائم بر روی پروفیل طولی آن هم بر روی خط پروژه ترسیم می‌شود. و بر خلاف پلان مستقیماً با ارتفاع سر و کار دارد.

حالتهای مختلف قوس قائم:

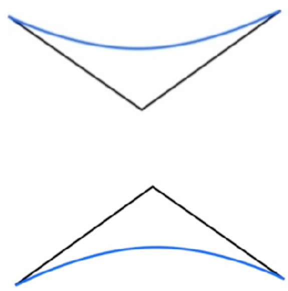


مشخص کردن حالت قوس با توجه به شیب ورودی (G_1) و شیب خروجی (G_2) :

$$G_2 - G_1 = A \quad \begin{cases} \text{if} \quad A < 0 \Rightarrow \\ \text{if} \quad A > 0 \Rightarrow \end{cases}$$

قوس با تحدب بالا

قوس معقر (با تحدب پایین)



مثال: اگر شیب ورودی 7%+ و شیب خروجی 5%- باشد مشخص کنید قوس قائم مورد نیاز تحدب به سمت پایین باید داشته باشد یا به سمت بالا.

$-5-7=-12 \quad \Rightarrow$  تحدب به سمت بالا

[1] Vertical Curve

انواع قوس‌های قائم:

۱) سهمی درجه دو
۲) قسمتی از قوس دایره‌ای
۳) قسمتی از یک بیضی (بیضی ناقص)
۴) سهمی درجه سه

اگر نسبت طول قوس به شعاع قوس آن کمتر از $\frac{1}{10}$ باشد یعنی $\frac{L}{R} < \frac{1}{10}$ باشد عملاً فرقی نمی‌کند که از قوس دایره‌ای، بیضی و یا سهمی برای قوس قائم استفاده شود. اما به جهت تأمین راحتی رانند و همچنین خاصیت تغییر شیب یکنواخت در سهمی درجه دو از این منحنی برای قوس قائم استفاده می‌شود.

انواع قوس‌های قائم سهمی درجه دو

الف) سهمی با مماس‌های مساوی:

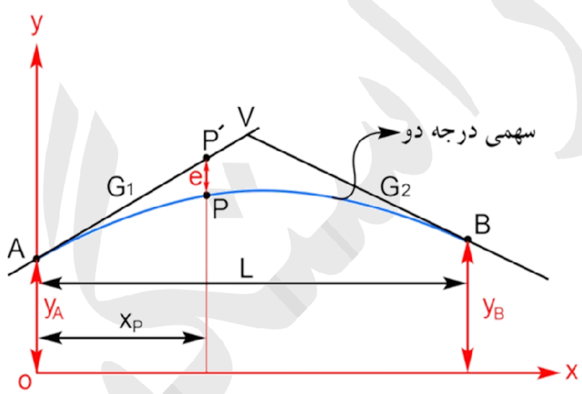
سهمی که خط قائم گذرنده از رأس قوس، قوس سهمی قائم را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

ب) سهمی با مماس‌های نابرابر:

در این نوع سهمی دیگر دو مماس با هم برابر نخواهند بود و معمولاً استفاده نمی‌شود.

الف) سهمی با مماس‌های مساوی:

معادله سهمی درجه دو $Y = aX^2 + bX + c$



برای حل این معادله مقادیر X را که داریم و برای بدست آوردن مقدار Y نقاط (ارتفاع نقاط) تنها کافی است ضرایب a,b,c را بدست آوریم.

می‌دانیم که در نقطه شروع قوس قائم (A) X=0 و زاویه شیب برابر g1 و در نقطه خروجی قوس قائم (B) X=L و شیب خروجی برابر g2 می‌باشد پس داریم.

$$y_A = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow y_A = c$$

$$y'_A = \frac{dy}{dx} = g_1 \Rightarrow 2a(0) + b = g_1 \Rightarrow b = g_1 \qquad g_2 - g_1 = A$$

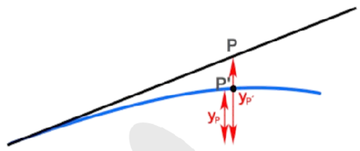
$$y'_B = \frac{dy}{dx} = g_2 \Rightarrow 2a(L) + b = g_2 \Rightarrow a = \frac{g_2 - b}{2L} = \frac{g_2 - g_1}{2L}$$

$$\Rightarrow a = \frac{A}{2L} \qquad \Rightarrow y = \frac{A}{2L}x^2 + g_1 x + H_A$$ معادله قوس سهمی درجه دو

حال با قرار دادن مقدار فاصله نقطه مورد نظر، از نقطه شروع بجای مقدار X در معادلـه سـهمی و دیگـر مقـادیر می‌توان به ارتفاع آن نقطه از سطح مبنا دست یافت.

فاصله نقطه روی سهمی تا خط مماس بر سهمی در نقطه (A) شروع: I

$$e = y_{p'} - y_p = (bx_p + c) - (ax_p^2 + bx_p + c) = -ax_p^2$$



y_p: معادله سهمی

$y_{p'}$: معادله خط

نکته: در قوس محدب مقدار e همواره منفی است ولی اگر بخواهیم مقدار e را بـرای قـوس مقعـر بدسـت آوریـم همین رابطه را در یک منفی ضرب می‌کنیم (ax_p^2) پس داریم:

$$e_g = -(\frac{g_2 - g_1}{2l})x_i^2 = \frac{g_1 - g_2}{2l}x_i^2$$ برای قوس محدب

$$e = (\frac{g_2 - g_1}{2l})x_i^2$$ برای قوس مقعر

مسئله عملی:

قوس قایمی به طول 300^m داریم با شیب ورودی $g_1=5\%$ و شیب خروجی $g_2=3\%$ در صورتی که ارتفـاع نقطـه رأس قوس برابر 125.15^m و کیلومتراژ رأس قوس $km_I=2+170$ باشد و بخـواهیم قـوس را 50^m بـه 50^m پیـاده کنیم. ارتفاع نقطه روی قوس را برای عملیات اجرایی میخ کوبی محاسبه کنید.

$$A = g_2 - g_1 = 3 - 5 = -2\% < 0 \Rightarrow$$ 

$$H_A = -0.05 \times \frac{300}{2} + 125.15 = 117.63 \quad , \quad km_A = 2 + 170 - 150 = 2 + 020$$

$$H_B = 0.03 \times \frac{300}{2} + 125.15 = 129.65 \quad , \quad km_B = 2 + 170 + 150 = 2 + 320$$

$$y_{50} = \frac{-0.02}{2 \times 300} \times 50^2 + 0.05 \times 50 + 117.65 = 120.067^m$$

$$e_{50} = \frac{0.02}{600} \times 50^2 = 0.083^m$$

$$y_{100} = \frac{-0.02}{600} \times 100^2 + 0.05 \times 100 + 117.65 = 122.317^m$$

$$e_{100} = \frac{0.02}{600} \times 100^2 = 0.33^m$$

$$y_{150} = \frac{-0.02}{600} \times 150^2 + 0.05 \times 150 + 117.65 = 124.1\ 9^m$$

$$e_{150} = \frac{0.02}{600} \times 150^2 = 0.75^m$$

$$y_{200} = \frac{-0.02}{600} \times 200^2 + 200 \times 0.5 + 117.65 = 126.317^m$$

$$e_{200} = \frac{0.02}{600} \times 200^2 = 1.33^m$$

$$\mathrm{y}_{250} = \frac{-0.02}{600} \times 250^2 + 0.05 \times 250 + 117.65 = 128.066^{\mathrm{m}}$$

$$\mathrm{e}_{250} = \frac{0.02}{600} \times 250^2 = 2.083^{\mathrm{m}}$$

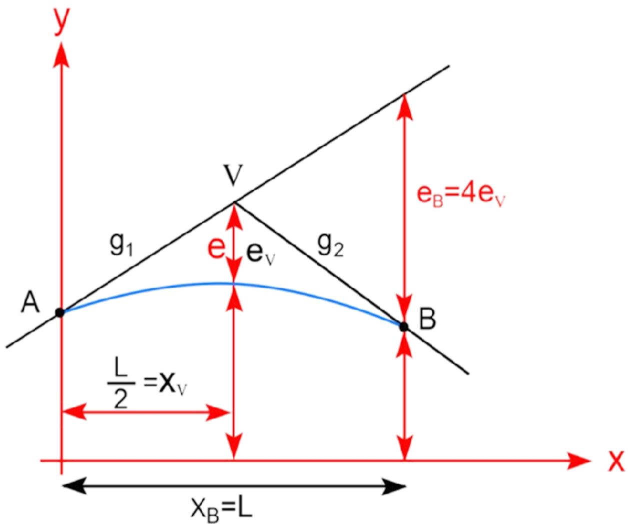
$$\mathrm{y}_{300} = \frac{-0.02}{600} \times 300^2 + 0.05 \times 300 + 117.65 = 129.65 = \mathrm{H_B}$$

$$e_{300} = \frac{0.02}{600} \times 300^2 = 3^m$$

شماره میخ کوبی	فاصله پیکتاژ	کیلومتراژ نقاط	فاصله نقاط از شروع قوس	فاصله قائم هر نقطه با خط مماس ورودی $-ax^2$	ارتفاع نقاط $y_i=h_i$
A	50	2+020	0	0	117.65
P1	50	2+070	50	0.083	120.067
P2	50	2+120	100	0.33	122.317
P3	50	2+170	150	0.75	124.111
P4	50	2+220	200	1.33	126.317
P5	50	2+270	250	2.083	128.066
B		2+320	300	3	129.65

همان طور که قبلاً گفتیم خط قائم گذرنده از رأس قوس، قوس را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند پس مقدار x برای انتهای قوس (فاصله افقی بین ابتدا و انتهای قوس) برابر است با $x_B = L$ و فاصله افقی تا مرکز قوس $x = \frac{L}{2}$ می‌باشد.

فاصله قائم وسط و انتهای قوس از مماس ورودی (e_B,e_v)

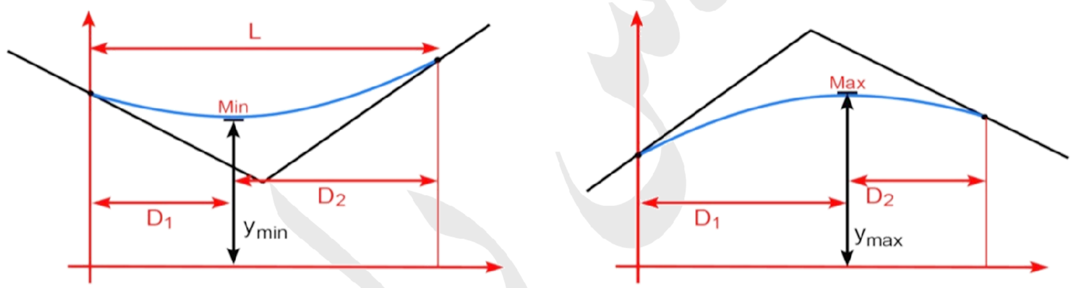


$$e_i=\frac{-A}{2L}x_i^2 \Rightarrow e_V=\frac{-A}{2L}\times\frac{L^2}{4} \Rightarrow e_V=\frac{-A}{8}\times L$$

$$e_B=\frac{-A}{2L}L^2 \Rightarrow e_B=\frac{-A}{2}L=4\times e_V$$

$$e_B=4e_V \Rightarrow e_V=\frac{1}{4}e_B$$

محاسبه ارتفاع و فاصله بالاترین یا پایین‌ترین نقطه روی قوس قائم



۱) اگر شیب ورودی و خروجی هم علامت باشند و علامت هر دو منفی باشد نقطه شروع دارای بالاترین ارتفاع می‌باشد و اگر علامت هر دو مثبت باشد نقطه پایان قوس دارای بیشترین ارتفاع خواهد بود و کمترین ارتفاع عکس این است.

۲) تنها زمانی نقطه بالاترین ارتفاع یا پایین‌ترین ارتفاع در وسط قوس رخ می‌دهد که دو شیب ورودی و خروجی مقدارشان با هم برابر باشد ولی با علامت مخالف ($-g_1=g_2$ یا $g_1=-g_2$)

۳) حال زمانی که شیب ورودی و خروجی هم مقدارشان نامساوی و هم علامتشان مخالف باشد $g_1 \neq g_2$ داریم:

D_1: فاصله بالاترین یا پایین‌ترین نقطه روی قوس تا شروع قوس

D_2: فاصله بالاترین یا پایین‌ترین نقطه روی قوس تا پایان قوس

y_{min}: ارتفاع پایین‌ترین نقطه روی قوس

y_{max}: ارتفاع بالاترین نقطه روی قوس

می‌دانیم که نقاط ماکسیمم و مینمم در جایی رخ می‌دهد که شیب خط مماس صفر باشد (مشتق در آن نقطه برابر صفر باشد) پس داریم:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow y' = 2ax + b = 0 \Rightarrow 2ax = -b \Rightarrow 2a(D_1) = -b \Rightarrow D_1 = \frac{-b}{2a}$$

$$b = g_1 \quad , \qquad a = \frac{g_2 - g_1}{2l} \Rightarrow D1 = \frac{-g_1 \times 2l}{2(g_2 - g_1)} \Rightarrow D_1 = \frac{g_1}{g_1 - g_2} \times L$$ فاصله نقطه اکسترمم از ابتدای قوس

$$D_2 = \frac{g_2}{g_2 - g_1} \times L$$ فاصله نقطه اکسترمم از انتهای قوس

حال جهت بدست آوردن ارتفاع نقطه اکسترمم کافی است مقدار D_1 را در معادله سهمی درجه دو قرارداد تا به ارتفاع نقطه اکسترمم رسید پس خواهیم داشت.

$$y_{\substack{Max \\ \min}} = \left(\frac{g_2 - g_1}{2l}\right) D_1^2 + g_1 D_1 + HA = \frac{g_2 - g_1}{2l}\left(\frac{g_1 \times L}{g_1 - g_2}\right)^2 + g_1\left(\frac{g_1 \times L}{g_1 - g_2}\right) + H_A$$

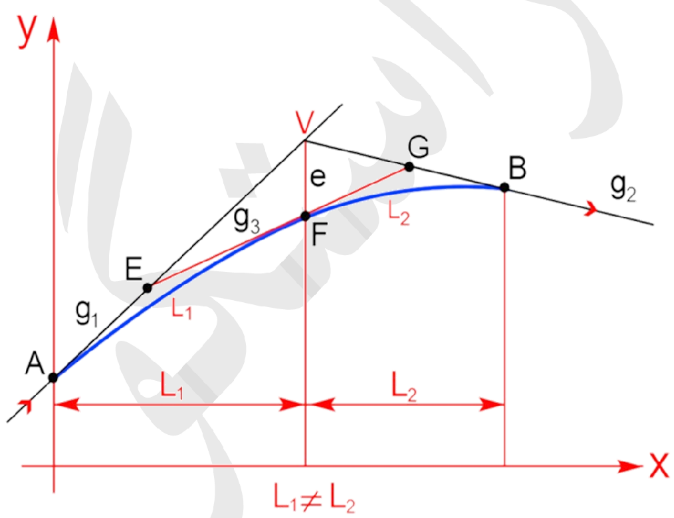
$$\Rightarrow y_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{g_1^2 \times L}{2(g_1 - g_2)} + H_A \Rightarrow y_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{D_1 \times g_1}{2} + H_A$$

مثال: چنانچه قوس قائم با مشخصات زیر داشته باشیم مطلوب است محاسبه ارتفاع نقاط جهت پیاده سازی قوس 20 به 20 متر و ارتفاع و فاصله نقطه اکسترمم قوس از ابتدای قوس.

$$g_1 = 6\% \quad g_2 = 3\% \quad L = 200 \quad km_I = 3 + 241 \qquad H_A = 1250.11^m$$

ب) سهمی با مماس‌های نابرابر:

این قوس از ترکیبی دو قوس سهمی درجه دو تشکیل شده ولی با طول قوس‌های متفاوت



$$AF = L_1 \ , \ FB = L_2 \Rightarrow \overline{AB} = L_1 + L_2$$

$$g_3 = \frac{g_1 L_1 + g_2 L_2}{L_1 + L_2}$$

$$HE = HA + \left(\frac{L_1}{2}\right) g_1 \qquad H_G = H_V + \left(\frac{L_2}{2}\right) g_2$$

$$e = \frac{g_2 - g_1}{2(l_1 + l_2)} l_1 \times l_2$$

مثال: دو امتداد مستقیم یک مسیر در صفحه قائم با شیب‌های $g_1 = -2.3\%$, $g_2 = +3.5\%$ بوسیله یک قوس سهمی درجه دو به یکدیگر متصل شده‌اند چنانچه کیلومتراژ نقطه شروع قوس برابر 2+150 و کیلومتراژ رأس قوس برابر 2+350 و ارتفاع رأس قوس 451.36 متر و میخ کوبی قوس به فواصل افقی 50^m در نظر گرفته شده باشد مطلوب است.

محاسبه طول قوس قائم و کیلومتراژ نقاط شروع و پایان قوس و تعیین تقعر یا تحدب قوس و رسم شکل آن و تنظیم جدولی با ذکر جزئیات به منظور میخ کوبی قوس روی زمین.

مثال: دو خط پروژه با شیب‌های $g_1 = 3\%$, $g_2 = -2.5\%$ که در نقطه v به کیلومتراژ 3+260 و ارتفاع 367.46 همدیگر را قطع کرده‌اند به وسیله یک قوس سهمی درجه دو به طول 360 به یکدیگر متصل شده‌اند مطلوب است. محاسبه کیلومتراژ و ارتفاع نقاط شروع و پایان قوس قائم و ارتفاع نقطه وسط قوس، محاسبه فاصله قائم رأس قوس تا وسط قوس، تعین تحدب یا تقعر قوس، محاسبه بالاترین (یا پایین‌ترین) نقطه روی قوس نسبت به شروع قوس محاسبه ارتفاع نقطه max (یا min) قوس و در نهایت تنظیم جدولی جهت پیاده سازی قوس با فواصل 50^m به 50^m

مثال: یک قوس قائم از نوع سهمی درجه دو با طول مماس‌های نامساوی باید یک شیب ‎-2.5%‎ را به یک شیب ‎-3.5%‎ برای یک بزرگراه متصل کند. ارتفاع و کیلومتراژ نقطه برخورد شیب‌های برابر 115.16 و 23+125.26 می‌باشد و برای رسیدن به شرایط ویژه مکانی، کیلومتراژ نقطه تماس ورودی باید 23+036.11 باشد در صورتی که طول کل قوس قائم 160 باشد مقادیر لازم جهت پیاده کردن این قوس روی زمین را به طور کامل محاسبه نمایید. (فاصله میخ کوبی 20 به 20 باشد)

Key Terms	
Arc	Arc definition
Centerline	Central angle
Chord	Chord definition
Circular curve	Construction
Contours	Deflection angle
Degree of curve	Direction of travel
Elevation	External distance
Grade	Horizontal curve
Length of arc	Mid-ordinate distance
Offset	Parabola
Percent of slope	Radian
Radius	Radius point
Rate of change	Right of way
Sag curve	Slope stakes
Stationing	Summit curve
Tangent	Tangent offsets
Vertical curves	

Example Problem

Problem B-5 1990 LS

You have been provided design criteria shown in the diagrams 1, 2, and 3, below and on the next page.

Answer the following questions using the information provided in the diagrams.

1. Determine the ground elevation of the back of the sidewalk at the following locations:
    1. Driveway centerline
    2. Southeasterly property corner
    3. Southwesterly property corner

2. Provide the grade percentage between Point C and the building pad. Show all calculations.

3. What is the slope ratio from Point A to the toe of slope?

4. Calculate the cut from the back of the sidewalk to the sewer lateral invert at the property line.

5. Calculate the distance from the north property line to the toe of slope at Point B.

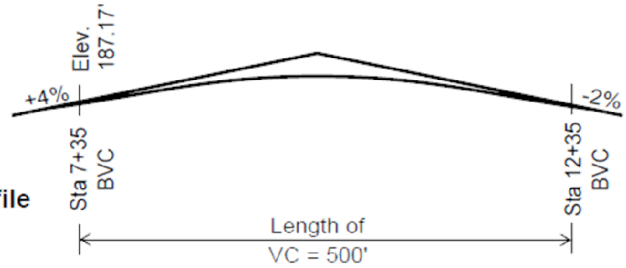


Diagram 1
Street ℄ Profile

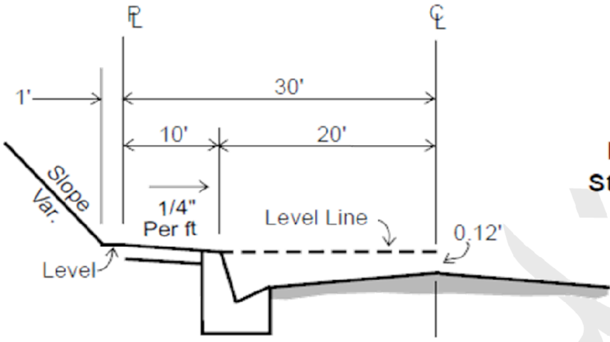


Diagram 2
Street Section

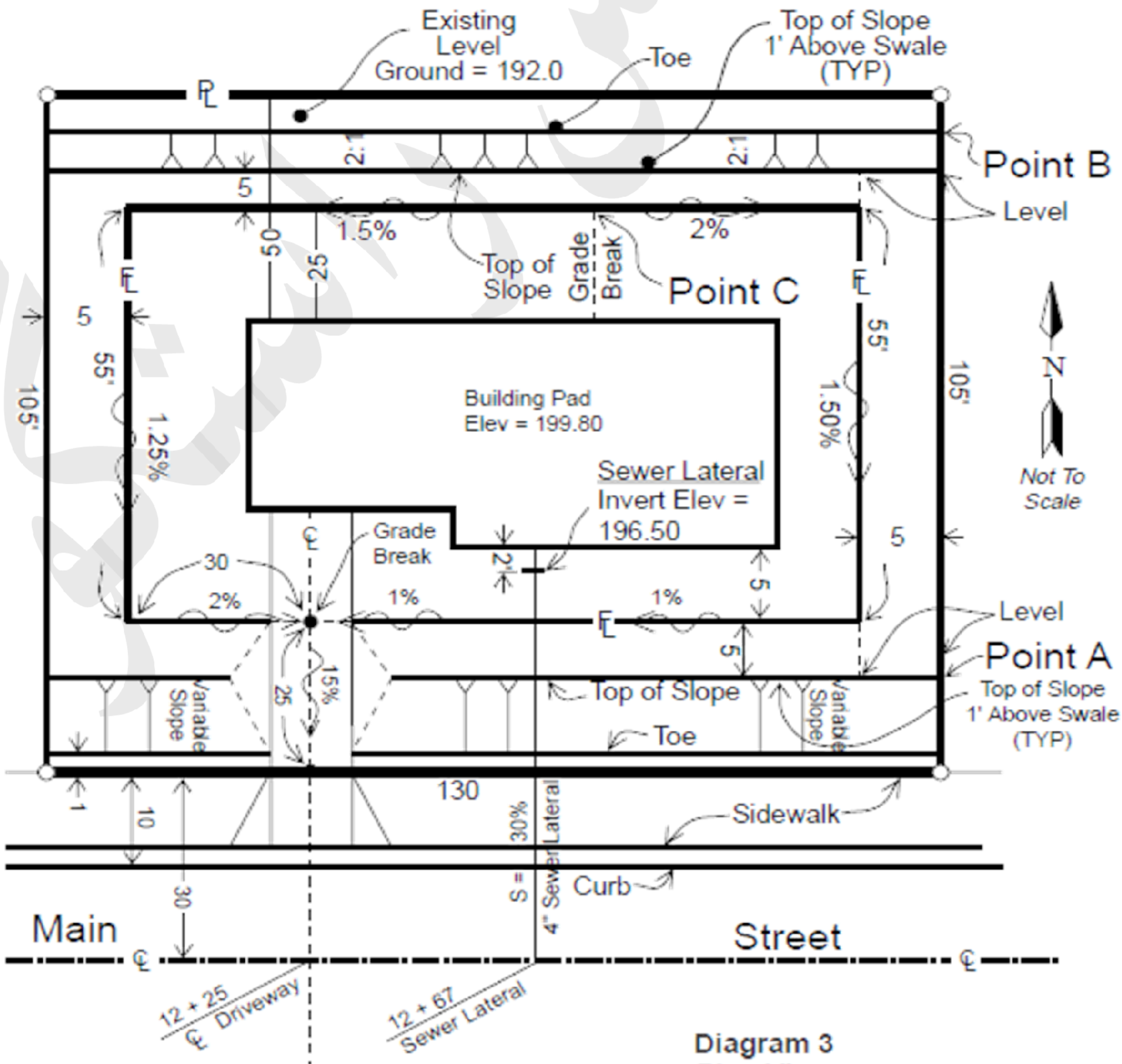


Diagram 3
Plan View
(all dimensions are in ft)

Solution of 1990 California LS Examination Problem B-5
NOTE: See video for solution methodology; ±0.02' is acceptable for all answers.

1. Calculation of the elevation of the back of sidewalk at the:
   A. Centerline of the driveway: **192.69'**
   B. Southeasterly property corner: **190.80'**
   C. Southwesterly property corner: **193.28'**

2. Grade percentage of the slope between Point C and the top of building pad: **3.40%**

3. Slope ratio from Point A to toe of slope opposite Point A: **39.68% or 2.52/1**

4. Cut from the back of sidewalk to the invert of sewer lateral at the property line: **C-3 76'**

5. Distance from the north property line to toe of slope at point B: **5.66'**

Sample Test Questions

1. What is the "station" of the ending point of a surveyed line originating at "sta. 23+45.50" that has a measured length of 412.91 ft?
   A. Sta. 19+32.59
   B. Sta. 27+58.41
   C. Sta. 19+32.41
   D. Sta. 27+58.59

2. How far apart is survey point "G" (sta. 61+56.81) and survey point "H" (sta. 24+12.93)?
   A. 8,569.26
   B. 3,743.22
   C. 3,743.88 ft
   D. 8,569.74 ft

3. A section of road rises 18.50 ft in 435 ft (horizontal run). What is the percentage of slope for this section of the road (nearest two decimal places)?
   A. +4.25%
   B. -4.25%
   C. +4.05%
   D. -4.05%

4. The percentage of slope for a proposed ramp is -2.65%. What is the change in elevation of this ramp for a horizontal length of 412 ft?
   A. +10.92
   B. +100.92
   C. -10.92 ft
   D. -100.92

5. A distance measured perpendicularly from the center or base line of a survey project is called:
   A. agonic line
   B. an offset
   C. tangent correction line
   D. secant correction line

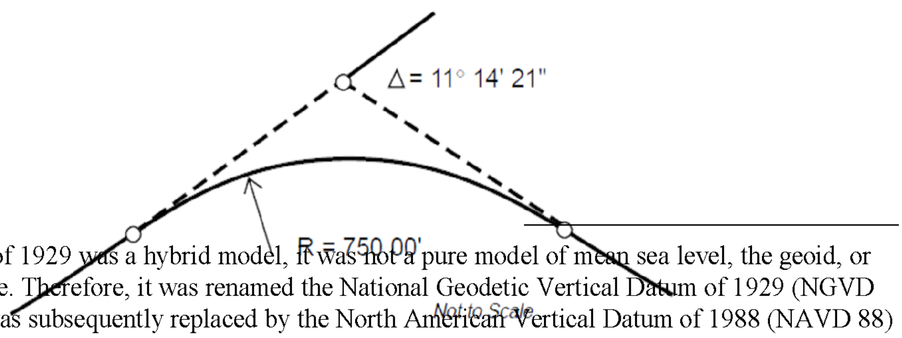
6. Stationing and offsets may define a ______________ system.
   A. solar correction
   B. plane coordinate
   C. cadastral
   D. construction

7. NGVD[1] 1929 is one of the control systems that ___________ are referenced to.
   A. elevations
   B. solar positions
   C. horizontal positions
   D. GIS data bases

8. Two cross sections, plotted at a horizontal scale: 1 in=40 ft, and vertical scale: 1 in=10 ft, along with their areas are shown in the sketch below. Compute the volume (in cubic yards) contained between the two stations.
   A. 147,840
   B. 73,920
   C. 16,427
   D. 2,738

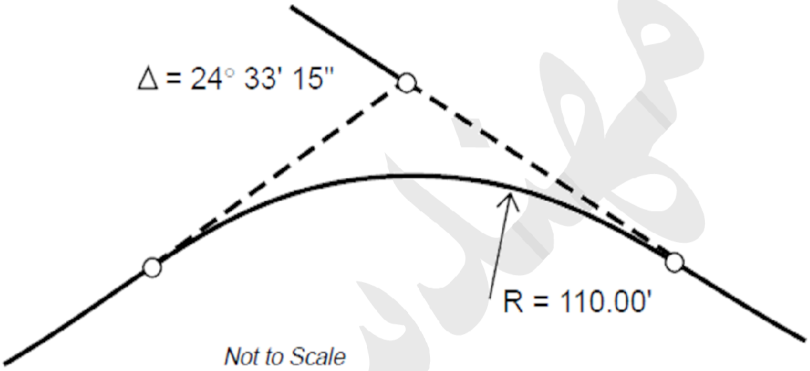
9. In laying out a highway for construction, slope stakes are needed. A fill is required at station 14+40; centerline elevation 48.75. The full width of the road from top of slope to top of slope is 36 ft and is level. The road design specifies side slopes of 2.5/1. A trial shot is taken 40.0 ft from the centerline at elevation 42.3. Assuming natural ground is fairly level, how far and in which direction from the trial shot should the "catch point" be located and staked?
   A. 19.4 ft toward centerline
   B. 5.9 ft away from centerline
   C. 5.9 ft toward centerline
   D. 19.4 ft away from centerline

10. What is the length of arc for the horizontal curve shown in the sketch below?
   A. 73.79 ft
   B. 147.12 ft
   C. 146.88 ft
   D. 145.85 ft

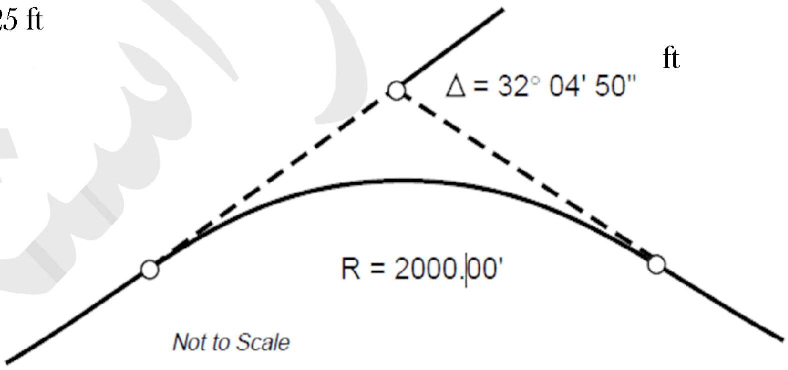


[1] Since the Sea Level Datum of 1929 was a hybrid model, it was not a pure model of mean sea level, the geoid, or any other equipotential surface. Therefore, it was renamed the National Geodetic Vertical Datum of 1929 (NGVD 29) in 1973. The NGVD 29 was subsequently replaced by the North American Vertical Datum of 1988 (NAVD 88) based upon the General Adjustment of the North American Datum of 1988

11. What is the length of tangent for the horizontal curve shown in the sketch below?
   A. 47.14 ft
   B. 46.78 ft
   C. 46.71 ft
   D. 23.94 ft



12. What is the length of long chord for the horizontal curve shown in the sketch below?
   A. 1,119.82 ft
   B. 1,118.58 ft
   C. 1,105.25 ft
   D. 575.01 ft



13. For a highway curve with a degree of curve of 06° 30', what is the length of chord between sta.16+32.09 and sta. 17+51.86?
   A. 119.65 ft
   B. 119.68 ft
   C. 119.77 ft
   D. 119.81 ft

14. From the given curve design data, calculate the stations of the BC and EC of this horizontal curve.

   R = 1270.00 ft
   Sta. @ PI = 34+21.89
   I = 26° 14' 11"

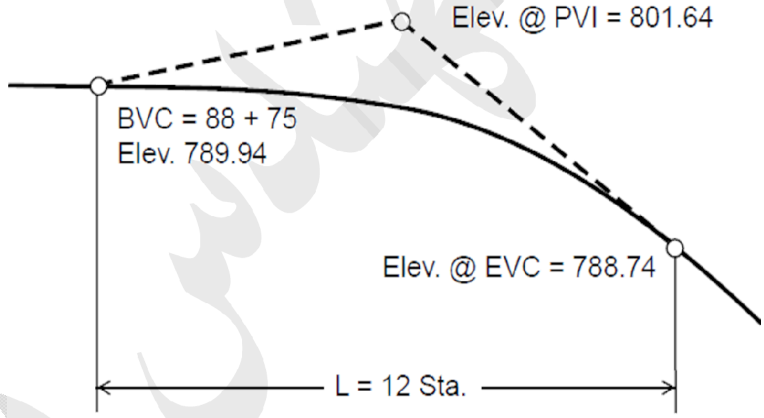
   A. BC = 31+25.93; EC = 37+17.85

B. BC = 31+31.13; EC = 37+12.67
C. BC = 31+26.42; EC = 37+10.48
D. BC = 31+25.93; EC = 37+07.48

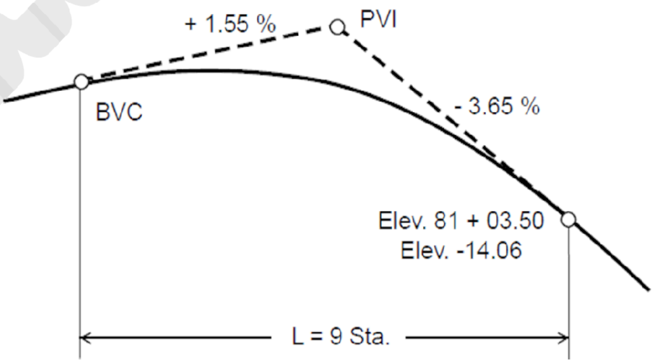
15. From the following design information for a circular curve:
R = 760.00 ft; delta = 12° 04' 15"; Sta @ BC = 9+63.04
What is the deflection angle (from the BC) to sta. 10+80?
A. Deflection angle = 04° 24' 32"
B. Deflection angle = 04° 24' 03"
C. Deflection angle = 08° 49' 06"
D. Deflection angle = 08° 48' 06"

16. From the equal-tangent vertical curve data given in the sketch below, calculate the values of g1 and g2.

A. g1 = -1.95%; g2.= +2.15%
B. g1 = +1.95%; g2.= -2.15%
C. g1 = -0.51%; g2.= +0.46%
D. g1 = +0.51%; g2.= -0.46%



17. Using the equal-tangent vertical curve data given in the sketch below, calculate the station and elevation for the PVI and the BVC of the curve.

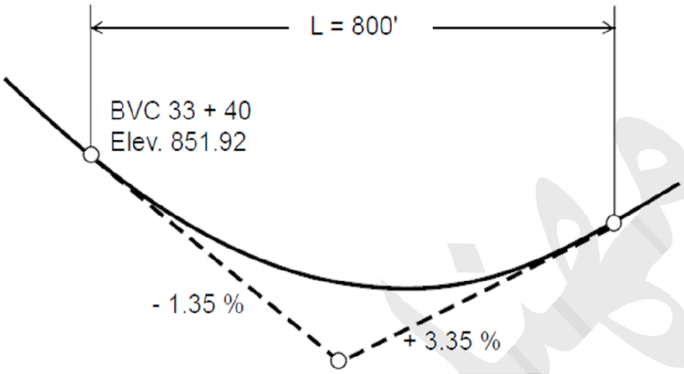


A. Sta. of BVC = 72+03.50; elev. = -9.34 Sta. of PVI = 21+45.50; elev. = -2.36
B. Sta. of BVC = 72+03.50; elev. = -4.62 Sta. of PVI = 76+53.50; elev. = 2.36
C. Sta. of BVC = 72+03.50; elev. = 4.62 Sta. of PVI = 21+45.50; elev. = 2.36
E. Sta. of BVC = 72+03.50; elev. = 9.34 Sta. of PVI = 21+45.50; elev. = 2.36

18. An equal-tangent vertical curve has the following design data:
g_1 = -3.65%; g_2 = -0.30%; L = 4 sta.
What is the rate of change for this curve?
A. +0.988% per full station

B. – 0.988% per full station
C. +0.838% per full station
D. – 0.838% per full station

19. Using the design data for the equal-tangent vertical curve shown in the sketch below, calculate the station and elevation for the low point of the curve.

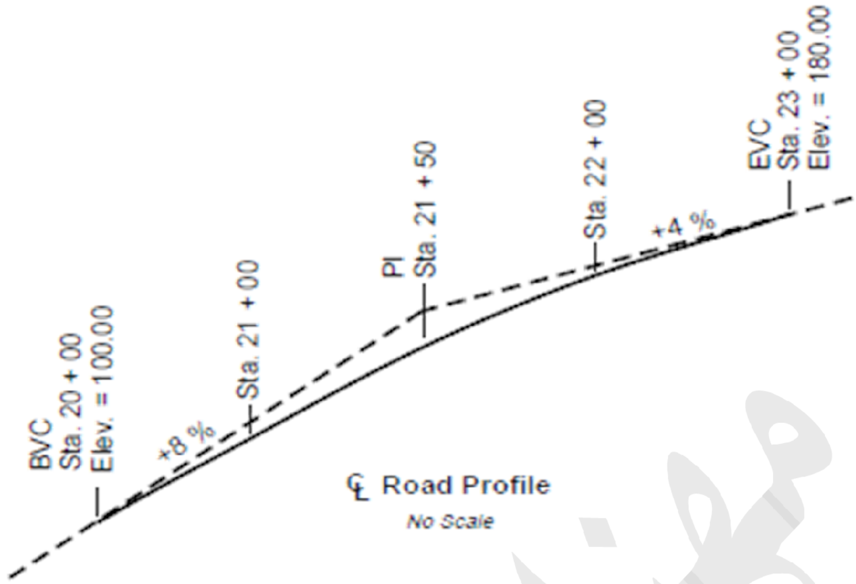


A. Low point station = 35+65; elev. = 850.31
B. Low point station = 35+70; elev. = 850.37
C. Low point station = 35+70; elev. = 850.41
D. Low point station = 35+90; elev. = 850.37

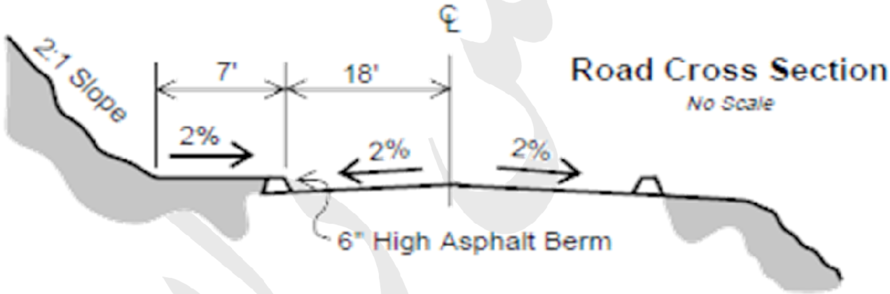
20. Problem A-6 1992 LS
A surveyor has been requested to set a slope stake at a five-ft offset as shown on the following data sheet. Place the slope stake for the daylight cut at Station 21+00. Assume the slope has a uniform grade between topo shots.
Requirements: Answer the following questions using the information provided on the data sheet.

A. Determine the following for Station 21+00:
   1. Centerline elevation
   2. Hingepoint elevation (toe of 2:1 slope)
   3. Distance left from centerline for offset stake

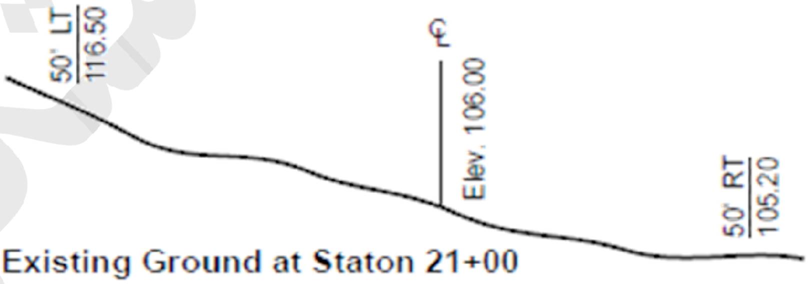
B. What specific information should be put on the stake to construct the daylight cut and toe of slope as required above?



℄ Road Profile
No Scale



Road Cross Section
No Scale



Existing Ground at Staton 21+00
No Scale

NOTE: All units are in ft unless otherwise stated

21. Problem B-5 1991 LS
During the rough grading phase of construction, you discovered a 12-inch water pipe crossing the roadway at Station 18+50. The elevation on top of the pipe is 730.92 ft. You have communicated this information to the project engineer who has asked you to calculate and lay out an equal tangent vertical curve so that the top of pavement passes 36 in above the top of the water pipe with the following design elements:
Vertical curve beginning at Station 16+50 (Vertical Curve #2)

G_1 = +8.75%

G_2 = -1.50%

A drop inlet needs to be installed at the lowest possible elevation between the beginning and end of horizontal curve #1 along the flowline.

Required:

Show all work in completing the following requirements.

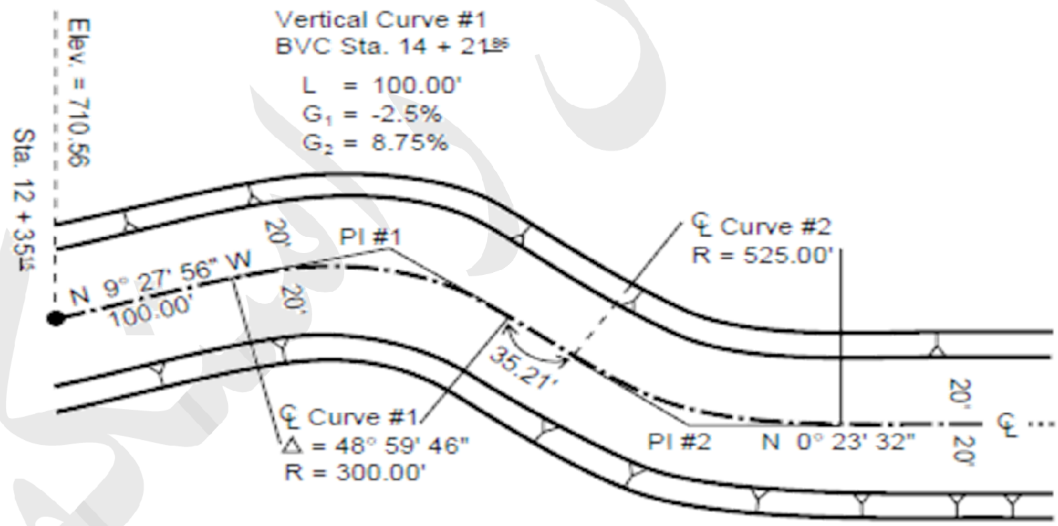
A. Calculate the following elements of horizontal curve #1:
   1. Tangent
   2. Length
   3. EC Station

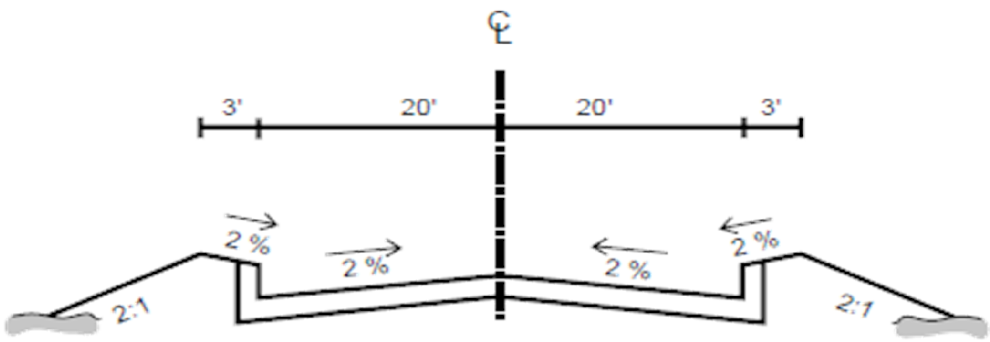
B. Calculate the delta of horizontal curve #2.

C. Calculate
   1. The station, and
   2. The elevation of the top of the drop inlet to be installedbetween the beginning and the end of horizontal curve #1.

D. Calculate the following elements of the equal tangent vertical curve #2:
   1. Total length
   2. Point of Vertical Intersection Station
   3. Pavement elevation at the intersection of the centerline and the water pipe

Plan View of Future Roadway





Typical Cross Section

Not to Scale

Answer Key

3. B. (sta. 27+58.41)

4. C. (3,743.88 ft)

5. A. (+4.25%)

6. C. (-10.92 ft)

7. B. (an offset)

8. B. (plane coordinate)

9. A. (elevations)

10. D. (2,738)

11. C. (5.9 ft towards the centerline)

10. B. (147.12 ft)

11. D. (23.94 ft)

12. C. (1,105.25 ft)

13. B. (119.68 ft)

14. D. (the sta. of BC is 31+25.93; the sta. of EC is 37+07.48)

15. A. (the deflection angle to sta. 10+80, is 04° 24' 32")

16. B. (G1 = +1.95%; G2 = -2.15%)

17. B. (Sta. @ BVC = 72+03.50; elev. = -4.62)

(Sta. @ PVI = 76+53.50; elev. = 2.36)

18. C. (+0.838% per full station)

19. B. (sta. of "low point" = 35+70; elev. = 850.37)

20. NOTE: By using graph paper, the reader may solve or check certain elements of this problem by plotting and scaling

20A. Calculation of the required elevations and offset distance:

1. Centerline grade of the road @ 21+00 by vertical curve computation: 107.33'
2. Elevation at hingepoint: 107.61'
3. Distance out from centerline for daylight stake: 42.6' ± 0.5'

20B. 1. Indicate that stake is set five ft offset from daylight at top of slope.
12. Indicate a 6^{3}" from begin daylight or 7^{3}" from offset stake.
13. Indicate that the design slope is 2:1
OR a cut of 6^{3} out 12^{5} from daylight
OR a cut of 7^{3} out 17^{5} from offset stake.

21A. Given: delta = 48° 59' 46", R = 300.00'

1. T = Rtan $\Delta/2$ = (300.00) (tan 24° 29' 53") = 136.71
2. L = $2\pi R \dfrac{\Delta}{360°} = \dfrac{2\pi\,(300)\,48°\,59'\,46"}{360°}$ = 256.54
3. Station 12+35.15 (Station given)

$$\frac{1+00.00}{13+35.15} \quad \text{(Given tangent length to BC)}$$

$$\frac{2+56.54}{15+91.69\ \text{EC}} \quad \text{(Length of arc)}$$

21B. First tangent S 09° 27' 56" E

First delta	+ 48° 59' 46"
Second tangent	S 39° 31' 50" W
Second tangent	S 39° 31' 50" W
Last tangent	-S 00° 23' 32" W
Delta curve #2	39° 08' 18"

21C

1. $l = \dfrac{g_1}{r}$

$r = \dfrac{g_2 - g_1}{L} = \dfrac{8.75-(-2.5)}{1} = 11.25$

$l = \dfrac{-2.5}{11.25} = 0.2222$ station

Given: BVC station 14+21.86

station of lowest point $\dfrac{+22.22}{14+44.08}$

14. Elev. $_P = (\dfrac{r}{2})\, l^2_P + g1\,(l_p) + \text{Elev}_{BVC} = \dfrac{11.25}{2}\,(.222^2) = (-2.5)\,(.222) + 705.89 =$ 705.61

Elev.$_{\text{top inlet}}$= 705.61 – (.02) (20)= 705.21

21D

15. Data given for Vertical Curve #2

g_1 = +8.75% g_2 = -1.50% BVC$_{sta.}$ = 16+50

Compute BVC #2$_{elev.}$:

PIVC #1$_{elev.}$ = (14+71.86 – 12+35.15)(-2.5%)+710.56 = 704.64

BVC #2$_{elev.}$ = (16+50.00 – 14+71.86)(8.75%)+784.64 = 720.23

Elev. Required @ 18+50 = 730.92+3.00+0.40 = 734.32

$r = \dfrac{g_2 - g_1}{L}$

l = 2 stations

elev.p $(\frac{r}{2})\ l^2_P + g1\ (l_p)$ + Elev$_{BVC}$ =734.32 = $(\frac{1}{2})\ (\frac{-1.50+8.75}{L})\ (2^2)+$
8.75(2) + 720.23
L = 6.01 sta. or round to 600'

2. PIVC #2sta. = 16+50 + 300' = 19+50

3. Existing pipe elev. 730.92
Plus 3.00
Plus crown (gutter to centerline) 3.00
Pavement centerline over top of pipe $\frac{0.40}{734.32}$

پیوست

انواع قوس‌های اتصال کاربردی

Bloss Spiral

این نوع قوس اتصال دارای یک معادله سهمی درجه پنج می‌باشد. در این نوع قوس نسبت تغییرات طول به شعاع کوچک بوده و در نتیجه مقدار K بزرگتر از کلوتوئید خواهد بود و در نتیجه این خواص از این نوع قوس در طراحی خطوط راه آهن استفاده می‌شود.

$$K = \frac{1}{R \times L}$$

فرمول

زاویه مرکزی قوس اتصال بلُس:

$$\theta = \frac{l^3}{RL^2} - \frac{l^4}{2RL^3}$$

مقدار فاصله نقطه روی منحنی از نقطه مماس بر روی طول مماس:

$$X = L - \frac{L^3}{43.8261R^2} + \frac{L^5}{3696.63R^4}$$

مقدار فاصله نقطه روی منحنی از طول مماس:

$$Y = \frac{3L^2}{20R} - \frac{L^4}{363.175R^3}$$

Sinusoidal Curves

این منحنی دارای انحناء یکنواختی بوده و برای زوایای انحراف بین ۰ تا ۹۰ درجه مورد استفاده می‌باشد. به هر حال منحنی سینوسی به صورت گسترده مورد استفاده قرار نمی‌گیرد زیرا خیلی تندتر از منحنی‌های اتصال می‌باشد. و بنابراین به سختی پیاده می‌شود و مورد استفاده قرار می‌گیرد.

فرمول

زاویه مرکزی قوس اتصال سینوسی:

$$\theta = \frac{l^2}{2RL} + \left(\frac{L}{4\pi^2 R}\right)\left[\cos\left(\frac{2\pi l}{L}\right) - 1\right]$$

r شعاع انحناء برای هر نقطه بر روی قوس می‌باشد

$$r = \frac{2\pi LR}{2\pi l - L * \sin\left(\frac{2\pi l}{L}\right)}$$

Sine Half-Wavelength Diminishing Tangent Curve

نصف طول موج سینوسی کاهش یافته

این شکل از معادله ، معمولاً در ژاپن برای طراحی راه آهن استفاده می‌شود. این منحنی در مواقعی که نیاز به قوس با تغییر انحنای موثر برای زوایای انحراف کم دارید مفید است (به خصوص در مسیر وسائل دینامیکی)

فرمول

Sine Half-Wavelength Diminishing Tangent curves can be expressed as:

$$y = \frac{X^2}{R}\left[\frac{a^2}{4} - \frac{1}{2\pi^2}\{1-\cos(a\pi)\}\right]$$

که در آن $a = \frac{x}{X}$ و x به ترتیب فاصله از شروع تا نقطه بر روی قوس و زاویه هر نقطه با طول مماس می‌باشد.

وX مجموع طول‌ها تا پایان قوس می‌باشد.

فاصله هر نقطه تا ابتدای قوس بر روی طول مماس می‌باشد.

$$X = L - \left(\frac{2\pi^2 - 9}{48\pi^2}\right) * \frac{L^3}{R^2} = L - 0.0226689447\frac{L^3}{R^2}$$

مقدار فاصله نقطه روی منحنی از طول مماس:

Tangent offset distance at spiral-curve point from tangent-spiral point is:

$$Y = \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2}\right] * \frac{X^2}{R} = 0.14867881635766\frac{X^2}{R}$$

Cubic Spiral (JP)

قوس اتصال مکعبی

این قوس اتصال را ژاپنی‌ها بر حسب نیازهایشان توسعه داده‌اند . و تقریبی از کلوتوئید می‌باشد که برای شرایطی که زاویه انحراف کوچک یا شعاع بزرگ باشد توسعه یافته و استفاده می‌شود.

فرمول

Cubic Spirals (JP) can be expressed as:

$$y = \frac{x^3}{6RX}$$

Where X = Tangent distance at spiral-curve point from tangent-spiral point

که در آن X

This formula can also be expressed as:

$$\tan(\theta_s) = \frac{x^2}{2RX}$$

که در آن θ زاویه مرکزی قوس اتصال می‌باشد. (که در شکل بعنوان i1 و i2 نشان داده شده)

Other key expressions:

Tangent distance at spiral-curve point from tangent-spiral point is:

$$X = L * \left[\frac{10}{10 + \tan(\theta_s)^2} \right]$$

Tangent offset distance at spiral-curve point from tangent-spiral point is:

$$TotalY = \frac{X^2}{6R}$$

Cubic Parabolas

قوس سهمی مکعبی

قوس سهمی مکعبی نسبت به قوس اتصال مکعبی با سرعت کمتری همکرا می شود و به همین دلیل از این قوس بیشتر نسبت به قوس اتصال مکعبی، در راه‌آهن و بزرگراه‌ها استفاده می شود. در حالی که این قوس از دقت کمتری نسبت به قوس اتصال مکعبی برخوردار می باشد ولی بیشتر توسط مهندسین در راه‌آهن و بزرگراه‌ها مورد استفاده قرار می گیرد زیرا به سادگی می توان در سیستم دکارتی بیان کرد و به راحتی آن را پیاده سازی نمود.

فرمول

When θ -> zero -> we can assume that cos θ = l, then *x* = *l*.

Further, if we assume that sin θ = θ , then

x = *l* and *TotalX* = *(approximately) L*

Substituting this approximation helps us obtain the following equation:

$$y = \frac{x^3}{6RL}$$

All other parameters are the same as the clothoid spiral.

Minimum Radius of Cubic Parabola

The radius at any point on a cubic parabola is:

$$r = \frac{\sqrt{RL}}{\sqrt{2\sin\theta\cos^5\theta}}$$

A cubic parabola attains minimum *r* at:

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$r_{\min} = 1.39\sqrt{RL}$$

A cubic parabola radius decreases from *infinity* to $r_{\min} = 1.39\sqrt{RL}$ at 24 degrees, 5 minutes, 41 seconds and from then onwards starts to increase again. This makes cubic parabolas useless for deflections greater than 24 degrees.

Bi-Quadratic (Schramm) Spirals

قوس اتصال بی ای درجه دوم (اسکرام[1]) دارای مقادیر کم شتاب عمودی است. آنها دارای دو سهمی درجه دوم که شعاع آن به عنوان تابعی از طول منحنی متفاوت است می باشند.

.Simple Curve Formula

Curvature of the first parabola:

$$\frac{1}{r} = \frac{2*l^2}{RL^2} \quad for \quad \Rightarrow \quad 0 \le l \le \frac{L}{2}$$

Curvature of the second parabola:

$$\frac{1}{r} = \frac{4*L*l - L^2 - 2*l^2}{RL^2} \quad for \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{2} \le l \le L$$

This curve is specified by the user-defined length (L) of the transition curve.

Compound Curve Formulas

Curvature of the first parabola:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{2*l^2}{L^2}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \quad for \quad \Rightarrow \quad 0 \le l \le \frac{L}{2}$$

Curvature of the second parabola:

---

[1] Schramm

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{r_2}-\left(\frac{L-l}{L}\right)^2 * \left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right) \quad for \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{2} \le l \le L$$