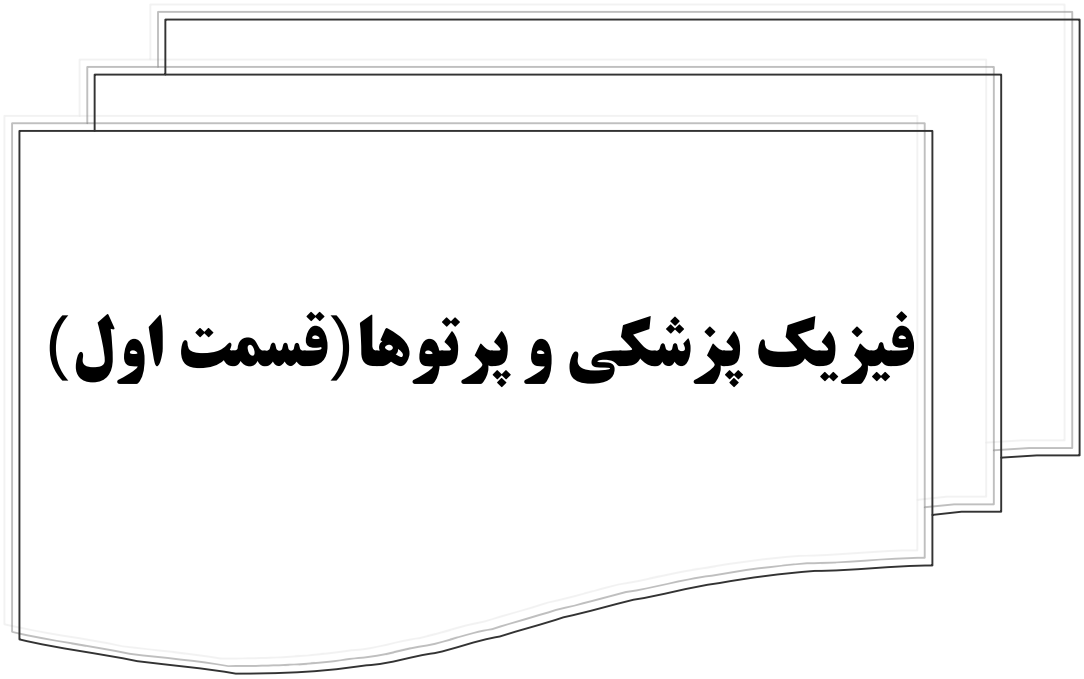
www.Endbook.net

فیزیک پزشکی و پرتوها

(قسمت اول)

www.Endbook.net



فیزیک پزشکی و پرتوها(قسمت اول)

www.Endbook.net

فهرست مطالب

فصل اول :فیزیک جدید 9
دستگاه SI یا متریک 9
مکانیک کلاسیک (نیوتونی) 9
دلایل توانایی حرکت یا کار : 14
اصل بقای انرژی مکانیکی : «بقائی» 14
هدف از مکانیک کلاسیک : 15
جسم برون بعد هندسی : 15
حرکت دورانی : 15
استاتیک (تعادل‌شناسی) 17
موج 17
امواج ایستاده : 20
تداخل : برهمنهش 20
بیان عدم قطعیت : 23
فصل دوم : مکانیک نسبیتی 27
* هم ورد‌ایی قانون دوّم نیوتن. 27
آزمایش مایکلسون مورلی در مورد اِتِر : 32
* غیرهم‌زمانی (غیرهم‌فازی) ساعتهای متحرک : 45
مسأله : 46
فصل سوّم : دینامیک نسبیتی 48
تحت تبدیلات لورنتس : 49
* در مکانیک نسبیتی و مکانیک کوانتوم، 51
انرژی جنبشی و انرژی کل نسبیتی : 52
انرژی جنبشی : 52
مسأله : 66
* تبدیلات فضا – زمان : 69
فصل چهارم 74
اثر فوتوالکتریک : 74
دید کلاسیکی 74
شرح بروز اثر فتوالکتریک : 76
* رابطه نسبیتی اثر فتوالکتریک * 77
اثر تابش ترمزی (برم اشترالانگ) : 83
اصل بقای اندازه حرکت خطی : 85
پایستگی انرژی کل : 86
فصل پنجم 100
* تابع موج همبسته به حرکت ذره 108

www.Endbook.net

چاه مربعی با دیواره‌های نامتناهی 109
فصل ششم: تابش جشم سیاه.....123
2-1- تابش جسم سیاه 123
2-2- اثر فوتو الکتریک..... 123
2-3- اثر کامپتون 124
2-4-تابش ترمزی 125
2-5-تولید و نابودی زوج..... 125
2-6- در آشامی فوتونها.....126
2-7- اتم بوهر 126
مسائل نمونه..... 128
حل مسائل نمونه..... 130
منابع: 132

www.Endbook.net

www.Endbook.net

www.Endbook.net

فصل اول :فیزیک جدید

فیزیک : علم اندازه‌گیری کمیتهای فیزیکی است.

مکانیک : علم بررسی حرکت اجسام است.

مکانیک
- 1 - سینماتیک (حرکت‌شناسی)
- 2 - دینامیک (نیروشناسی)
- 3 - استاتیک (تعادل‌شناسی)

دستگاه SI یا متریک

کمیت فراگیر، بُعد یا دیمانسیون است.

[طول] = L [جرم] = M(Kg) [زمان] = T_s

مکانیک کلاسیک (نیوتونی)

محدود به بررسی اجسام بزرگی است که با سرعتهای کم و معمولی حرکت می‌کنند و تحت این شرایط جرم دستگاه ثابت می‌ماند یعنی دارای مفهومی مطلق است.

$$\begin{cases} V << C \\ m = \text{ثابت} \end{cases}$$

با حذف توسعه و گسترش فضایی جسم، آن را تبدیل به نقطهٔ مادی یا ذرّه می‌کنیم که ذرات یا نقطه‌های مادی فقط دارای حرکت انتقالی هستند.

سینماتیک : بخشی از علم مکانیک که تنها به بررسی حرکت ماده می‌پردازد. کمیتهای سینماتیک مانند جابه‌جایی، سرعت و شتاب.

کمیت فیزیکی نرده‌ای : دارای بزرگی و یکا است.

کمیت فیزیکی برداری : علاوه بر بزرگی و یکا دارای جهت می‌باشد.

www.Endbook.net

اکثر کمیتهای فیزیکی برداری هستند مثل گشتاور.

حرکت : تغییر وضعیت در طول زمان نسبت به یک مبدأ خاص است.

مسیر حرکت : مجموع مکان هندسی نقاطی که از مبدأ به مقصد طی می‌شود.

حرکت انتقالی محض : به یک ناظر ساکن یک دستگاه دکارتی وصل می‌کنیم محورهای مختصات دستگاه متصل به ناظر.

سرعت متوسط :

(سینماتیک)

$$\bar{V} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_f - r_i}{t_f - t_i} \qquad m/s \ , LT^{-1}$$

سرعت لحظه‌ای : سرعت متوسط اندازه‌گیری شده در یک فاصله زمانی که به صفر میل می‌کند سرعت یک کمیت برداری است.

$$\bar{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{V} = \frac{dr}{dt}$$

بردار سرعت : در هر لحظه مماس بر مسیر حرکت است.

شتاب متوسط : تغییرات کل سرعت به زمان این تغییرات

* سرعت : آهنگ زمانی تغییر جابه‌جایی

$$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\bar{V}_f - \bar{V}_i}{t_f - t_i} \qquad m/s^2 \quad \text{یا} \quad LT^{-2}$$

* شتاب : آهنگ زمانی تغییر سرعت

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{a} = \frac{dV}{dt}$$ شتاب لحظه‌ای

www.Endbook.net

از دید ریاضی : شتاب مشتق اول سرعت به زمان و یا مشتق دوم جابجائی به زمان.

1) $\vec{V}$ ثابت ⇒ $\vec{a}_T$ شتاب مماسی داریم ⇒ $|\vec{V}|$ متغیر

2) $\vec{V}$ متغیر ⇒ $\vec{a}_R$ شتاب مرکزگرا داریم ⇒ $|\vec{V}|$ ثابت

3) $\vec{V}$ متغیر ⇒ Þ $\vec{a}_R$ شتاب مرکزگرا

$\vec{a}_T$ شتاب مماسی ⇒ $|\vec{V}|$ متغیر

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_R^2} \qquad q = \tan^{-1}\left(\frac{a_R}{a_T}\right)$$

دینامیک ü قوانین حرکت نیرو
ý
þ قوانین نیروی نیرو

حرکت به طور کلی نتیجه برهم‌نش است، برهم‌کنش بین جسم و محیط آن.

دینامیک : بخشی از علم مکانیک که حرکت جسم را با عوامل حرکت و ویژگیهای جسم مربوط می‌کند.

دستگاه : قسمتی از محیط که آنرا از محیط اطرافش مجزای می‌کنیم و تأثیر آنرا بر محیط نادیده می‌گیریم.

محیط :

www.Endbook.net

قانون ماند – ایزسی : **(قانون شتاب صفر)**

اگر جسم ساکن است به همان حال باقی می‌ماند و اگر دارای حرکت یکنواخت باشد به حرکت یکنواخت خود ادامه می‌دهد.

قانون اوّل نیوتن : اگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد.

اگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نباشد جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد.

قانون دوم نیوتن

$$\vec{a} \mu \vec{F} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{V}}{dt} \quad \begin{matrix} V << C \\ m = Const \end{matrix}$$

$$a \mu \frac{1}{m}$$

اگر نیرو ثابت حرکت مستقیم‌الخط است اگر نیرو متغیر باشد حرکت منحنی‌الخط است. مکانیک کلاسیک، حد قرار نمی‌دهد.

جرم : مقدار لختی خطی جسم (کمیت نرده‌ای واحد در SI کیلوگرم)

$m_1 < m_2$

$a_2 < a_1$

* جسمی با جرم بیشتر تحت تأثیر نیروی مساوی دارای شتاب کمتری نسبت به جرم کمتر تحت همان نیرو.

www.Endbook.net

*** قانون سوم نیوتن**

$$\vec{F}_1 = - \vec{F}_2$$

$$\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right|$$

نیروهای کنش و واکنش که بین دو جسم عمل می‌کنند مساوی و در خلاف جهت هستند و در راستای خط واصل مراکز جرم دو جسم.

$P_i = 0$ $\quad \vec{P} = m\vec{V}$ $\quad$ ¾ ¾ ¾ ® $\quad \frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{V}}{dt}$ $\quad$ (1)

$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{V}}{dt}$ $\quad$ (2) $\quad$ Þ از 1 و 2 $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$

وزن : نیروی کششی که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود.

1N (نیوتن) : نیروی غیرمتوازی که به جرم 1Kg وارد شده و به اندازه 1m جابجا می‌کند.

نیرو تنش یا کششی که به جسم وارد می‌شود. کمیتی برداری است و واحد آن نیوتن است و آهن زمان تغییر اندازه حرکت خطی است.

$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ اگراصل بقای اندازه خطی $\quad \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{P} = cte$ مقدار ثابت

** باید دستگاههای مختصات ما تابع قانون ماند یا اینرسی باشند. که به آنها دستگاههای لخت یا اینرسی می‌گویند.

دستگاههایی که نسبت به هم با سرعت ثابت حرکت می‌کنند ودستگاهها لخت و ضروری و آزادند.

www.Endbook.net

دلایل توانایی حرکت یا کار :

انرژی : توانایی انجام کار (کار و انرژی هم‌ارزند) 1- به دلیل سرعت که انرژی جنبشی است. 2- به دلیل وضعیت جسم در یک میدان گرانشی (انرژی پتانسیل).

ژول : واحد کار N/m، جسم با نیروی 1N به اندازه 1m جابه‌جا شود.

اصل بقای انرژی مکانیکی : «بقائی»

$$E = K + U$$

مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی جسم همواره مقداری ثابت است.

نیروی پایستار (ابقایی) : نیروی که کار انجام شده توسط آن به مسیر حرکت بستگی ندارد.

نیروی ناپایستار : نیرویی که کار انجام نشده توسط آن به مسیر حرکت بستگی دارد.

اصل بقای انرژی (قانون اول ترمودنیامیک) : $\Delta U = Q - W$

گرما از دید ترمودینامیک : صورتی از انتقال انرژی و واحد آن کالری است که از جسم گرمتر به جسم سردتر منتقل می‌شود. (دو سیستم دارای اختلاف دماست).

* اگر سیستم گرما بگیرد و کار انجام دهد سوی کار و گرما مثبت است.

* اگر سیستم گرما از دست بدهد و کار روی سیستم انجام شود سوی کار و گرما منفی است.

تبادل کار و گرما باعث می‌شود سیستم از یک تعادل به تعادل دیگر برسد.

انرژی داخلی سیستم : مختصه ترمودینامیکی که وابستهٔ دمایی است. (ΔU)

اصل بقای انرژی : در صورت عدم تعادل کار و گرما به هر صورت انرژی کل در یک دستگاه لخت و ؟؟ ثابت است.

www.Endbook.net

هدف از مکانیک کلاسیک :

بررسی کنیم که شرایط بعدی حرکت جسم به هیچگونه است و جسم تحت تأثیر نیروهای خارجی مدتی بعد شرایط حرکت جسم چطوری است.

فلسفه حاکم بر مکانیک کلاسیک جبر است ولی فلسفه نیست و کوانتوم بخشی جبر و بخشی .

جسم برون بعد هندسی :

جسم را ذره در نظر می‌گیریم : اگر اندازه جسم مورد مطالعه، در مقایسه با اندازه.

* ذره : ذره دارای جرم است و ذره بخشی از فضا را اشغال می‌کند و ذره دارای ساختار گسسته است ذره یک راه انتقال انرژی است ذرات برهم کنش می‌کنند و برخورد دارد.

برخورد : یک پدیده فیزیکی که در هنگام رخ داد 2 یا چند جسم در یک فاصله زمانی بسیار کوتاه به هم می‌چسبند.

اگر با تأخیر زمانی دو جسم مماس از هم جدا شوند را بخرورد غیرالاستیک گویند (ناکشسان).

نیروهای ضربه‌ای برخورد از نوع نیروهای داخلی هستند بنابراین پایستگی تغییر اندازه حرکت خطی در برخوردها نیز صدق می‌کند.

حرکت دورانی :

* تغییر وضعیت زاویه‌ی جسم در طول زمان نسبت به یک محور ثابت.

جسم صلب : تحت تأثیر نیروهای مختلف فاصلهٔ ذرات آن حول محور دوران ثابت بماند تخم‌مرغ پخته جسم صلب ولی تخم‌مرغ خام جسم صلب نیست.

جسم همگن : سیستمی که خواص مورد مطالعهٔ آن نسبت به یک مبدأ خاص ثابت باشد.

جسم همسانگرد : ایزوتوب سیستمی که خواص موردنظر فیزیکی ما در کلیه جهات نسبت به یک مبدأ خاص یکسان ؟؟؟ ثابت بماند.

www.Endbook.net

گشتاور : برداری عمود بر صفحات تشکیل‌دهنده دو بردار F و r

$\vec{t} = \vec{r} \times \vec{F}$ $\quad t = rF\sin q = Fr\sin q = Fr_{\perp}$

$r_{\perp}$ بازوی گشتاور

برای اینکه گشتاور داشته باشیم نیروها باید غیرهمرس باشند.

$F = ma \leftarrow$ انتقال $\rightarrow a = \frac{dV}{dt}$

$t = Ia \leftarrow$ دوران $\rightarrow a = \frac{dw}{dt}$

اگر I بزرگ باشد جسم به سختی به دوران در می آید اگر I کوچک باشد به سهولت به دوران در می آید.

میزان کمی لختی دورانی جسم.

$I = \sum m_i r_i^2 \qquad I = \int r^2 dm$

انتقال	دوران
$W = Fx$	$W = t\,q$
$P = FV$	$P = t\,w$
$P = mV$	$L = I\,w$

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$

موقعی جسم دوران می‌کند وقتی تحت تأثیر شتاب غیرمتوازن قرار بگیرد.

$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \longleftrightarrow \vec{t} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

اگر $\vec{t} = 0 \Rightarrow \vec{L} = Cte$

www.Endbook.net

* اگر گشتاور خالص وارد بر جسم صفر باشد آنگاه اندازه حرکت جسم ثابت می‌ماند.

* چرخش بهتر یعنی سرعت بیشتر در چرخش پس برای چرخش بهتر باید دستها پایین باشد تا I کمتر شود.

استاتیک (تعادل‌شناسی)

اگر نیروها هم رأس باشند ⟸ برای تعادل

1) $\sum \vec{F} = 0$

اگر نیروها هم‌رأس نباشند ولی در یک صفحه واقع باشند برای تعادل

2) $\sum \vec{t}_o = 0$

موج

موج : انتشار آشفتگی در محیط

محیط کششی، محیطی که دارای نیروی بازگرداننده باشد.

محیط‌کشان : محیط تغییرناپذیر و محیطی که دارای نیروی بازگرداننده (کششی یا تنشی باشد).

نیروی بازگرداننده $F_{res} \propto -x$

قانون هوگ $F_{res} = -Kx$

* وجه غیرموج ساختار پیوسته است.

تنها وجه اشتراک ذره و موج آن است که هر دو، دو راه مستقل انتقال انرژی‌اند.

وقتی ذره مادی یک دور دایره مرجع را با تندی ثابت (حرکت دورانی یکنواخت) طی می‌کند پای عمود آن بر روی قطرهای دایره مرجع حرکت رفت و برگشت حول نقطه q حرکت می‌کند.

$y = a\sin q = a\sin wt$

www.Endbook.net

$$y = a\sin(wt \pm j)$$

معادله موج رونده سوی مثبت x $y = y_m \sin(kt - wt - j)$

$$j = 0 \quad \Rightarrow \quad y = y_m \sin(Kx - wt)$$

موج : پیشروی وضعیتی در فاز ثابت

سرعت موج یا سرعت فاز موج :

سرعت ذره‌ای که در فاز حرکتی قرار دارد که در آن نقطه بیشترین آشفتگی را خواهد داشت.

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{w}{k}$$

حرکت موج یک حرکت یکنواخت با سرعت ثابت است.

$$x = Vt \longrightarrow l = VT$$

طول موج : فاصله دو نقطه مجاور هم فاز متوالی (l)

$2p$: جابه‌جائی زاویه‌ای

$$K = \frac{2p}{l}$$

عدد موج : تعداد قلّه‌های موجود در مسافت معین و یک کمیت برداری است (K).

$$w = 2pn = \frac{2p}{T}$$

فرکانس : تعداد نوسانات در واحد زمان (n)

ویژگی اصلی ذره ← جرم است

www.Endbook.net

موج باید دارای گسترش بی‌کران باشد تا بتوان طول موج را با قطعیت تمام بیان کنیم.

موج : ساختار پیوسته دارد یک راه انتقال انرژی است.

** امواج هیچگاه برخورد نمی‌کنند بلکه امواج تداخل می‌کنند.

ولی موج و ذره می‌توانند برخورد کنند.

ذرات برخورد می‌کنند. ذرات تابع اصل برهم‌کنش هستند.

امواج تابع اصل برهمنهش هستند و موج و ذره هر دو راه انتقال انرژی

تداخل : برهم‌افتادن اثرهای موج‌های مختلف

چشمهٔ موجها همدوس باشند. (آزمایش یانگ چشمهٔ گسیل‌کننده S)

چشمه‌های همدوس چشمه‌هایی هستند که دارای رابطه فازی ثابت و مستقل از زمان هستند.

اگر اختلاف مسیر مضرب درستی از طول موج باشد تداخل سازنده است.

$$\Delta x = n\,l$$

اگر اختلاف مسیر مضرب درستی با $\frac{1}{2}$ از طول موج باشند تداخل ویرانگر است.

$$\Delta x = \left(n+\frac{1}{2}\right)l$$

$$A = \left[a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 Cos\, j\right]^{\frac{1}{2}} \qquad j = a_1 - a_2$$

www.Endbook.net

$$q = tag^{-1}\left[\frac{a_1 \sin a_1 + a_2 \sin a_2}{a_1 \cos a_1 + a_2 \cos a_2}\right]$$

$$y_T = y_1 + y_2\, A\sin(wt \pm q)$$

نتیجه برهمنش تعدادی امواج هم فرکانس که از چشمه‌های همدوس منتشر می‌شوند موج برآیندی است که مستقل از مکان و زمان است.

امواج ایستاده :

هنگامی که دو موج با دامنه و فرکانس مساوی در خلاف جهت هم‌حرکت کنند دارای موج ایستاده هستیم.

دامنه‌ها Max ← شکم

دامنه‌ها Min ← گره

* موج ایستاده انرژی منتقل نمی‌کند چون گره‌ها محل سکون انرژی است.

تداخل : **برهمنهش**

هرگاه 2 یا چند موج همدوس و هم‌فاز و در محیط یکسان و سوی انتشار یکسان منتشر شوند دو نقطه به نام نقطه تداخلی بر روی هم می‌افتند و تداخل یا برهم‌نهش رخ می‌دهد (هم‌دامنه‌بودن شرط نمی‌باشد).

نتیجه برهم‌نهش چند موج دوره‌ای هم فاز و همدوس، موج برآیندی است با همان فرکانس وبا همان سرعت و در همان محیط و در همان راستا منتشر می‌شود.

امواج ایستاده : شرط امواج ایستاده $L = n\frac{l}{2}$

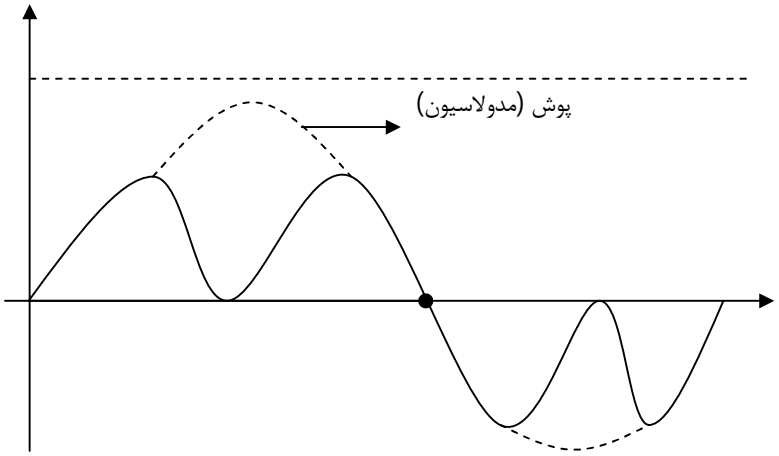
فاصله بین دو گره مساوی با نصف طول موج می‌باشد.

* نتیجه برهم‌نهش امواج هم دوره‌ای که هم‌فرکانس نباشند چگونه است؟

دو موج y_1 و y_2 دوره‌ای – هم‌فرکانس

www.Endbook.net

موج برآیند (مدادی) که دوره‌ای نمی‌باشد با رسم آبی که پوش است موج تبدیل به موج دوره‌ای می‌شود.



برآیند یک موج مختلط (بسته موج – گروه موج – تپ (پالس) است و دیگر موج دوره‌ای نیست ولی پوش آن خاصیت دوره‌ای را حفظ می‌کند.

$$y_1 = A\sin(K_1 x - w_1 t)$$

$$y_2 = A\sin(K_2 x - w_2 t)$$

$$y_T = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(\frac{K_1 - K_2}{2}x - \frac{w_1 - w_2}{2}t\right)\sin\left(\frac{K_1 + K_2}{2}x - \frac{w_1 + w_2}{2}t\right)$$

www.Endbook.net

$$y_T = \left[2A\cos\left(\frac{dK}{2}x - \frac{dw}{2}t\right)\right]\sin\left(Kx - wt\right)$$

از معادله مربوط به بوش نسبت به t مشتق می‌گیریم :

$$\begin{cases} V_{gr} = \dfrac{dw}{dt} \\ V_{ph} = \dfrac{w}{K} \end{cases} \qquad \Rightarrow w = KV_{ph} \qquad \Rightarrow V_{gr} = V_{ph} + K\frac{dV_{ph}}{dK}$$

V_{ph} سرعت فاز : سرعت نقطه یا قسمتی از موج (در فاز ثابت) است که این نقطه یا این قسمت تحت این سرعت محیط یا فضا را طی می‌کند.

تپ : نتیجه برهم‌نهش تعدادی موج با فرکانس متفاوت.

وقتی صحبت از سرعت موج می‌کنیم همان سرعت گروه است.

V_{gr} سرعت گروه :

* امواج واقعی در زمان و مکان محدودند.

موج مختلط : موج برآیند ناشی از برهمنهش تعدادی از امواج غیرهم فرکانس و ترجیحاً sin (سینوسی) است.

* وقتی موج دارای گسترش بی‌کران باشد می‌توانیم فرکانس n و طول موج l را به طور قطعیت تعیین کنیم.

شدت : کمیت تعیین‌کننده در بحث موج، شدّت (I) است که :

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A.t}$$

در مکانیک کوآنتوم بخشی جبر است.

www.Endbook.net

بیان عدم قطعیت :

پدیده زنش : وقتی دو یا چند موج دوره‌ای با اختلاف فرکانسی کم در محیط یکسان در راستای یکسان منتشر می‌شوند طبق اصل برهم‌نهش مسیرهای متفاوتی را طی می‌کنند در نقطه تداخلی بر روی هم قرار می‌گیرند و تابع موج برآیند تابع زمان است. (تداخل زمانی).

* در تداخل زمانی که دامنه موج برآیند بیشترین است گوئیم پدیده زنش رخ می‌دهد.

* تعداد زنش در واحد زمان برابر اختلاف پتانسیلی امواج که بر هم‌نهش می‌کنند.

تعداد زنش در واحد زمان $N = \Delta n$

یک ساعت نوسانگر که دارای فرکانس $n_1 = n$ می‌باشد داریم به این ساعت، موجی می‌فرستیم با فرکانس $n_2 = n$ (فرض می‌کنیم فرکانسها مساوی است) چه موقع می‌توان گفت که فرکانس ساعت با موج یکی نیست؟

اگر پدیدهٔ زنش رخ می‌داد آنگاه $n_1 \neq n_2$

نکته : بازهٔ زمانی که اولین زنش را می‌بینیم :

$$\Delta t \geq \frac{1}{\Delta n}$$

در اندازه‌گیری هم‌زمان، فرکانس و زمان حاصلضرب عدم قطعیت فرکانس و زمان حداقل برابر با یک است.

$$\Delta v \, \Delta t \geq 1 \qquad (1)$$

رابطهٔ عدم قطعیت فرکانس موج $\Delta t \to \infty$ وقتیکه $\Delta n = 0 \to$ $\Delta v \, \Delta t \geq 1$

$$\begin{cases} \Delta x = V \Delta t \\ \Delta t = \dfrac{1}{\Delta v} \end{cases} \Rightarrow \Delta x = \frac{V}{\Delta v}$$

$$v = \frac{V}{l} \quad \to \quad \Delta n = -\frac{V \Delta l}{l^2} \qquad (2)$$

1 و 2

www.Endbook.net

$$\Rightarrow \Delta x \Delta y \geq l^2$$

* **رابطهٔ عدم قطعیت در طول موج** :

$$\Rightarrow \Delta x \Delta y \geq l^2 \qquad (3)$$

** هیچ موجی تک طول موج و تک انرژی نیست.

نور

نظریه ذره‌ای نور : **نیوتون**
نظریه موجی نور : **هوی گنس**

نظریه ذره‌ای نور : نور یک جریان ذرات را به خط مستقیم سیر می‌کنند پس سرعت نور در محیط چگالتر بیشتر است.

نظریه موجی نور : امواج نور مانند امواج صورت منتقل می‌شوند و پیش‌بینی می‌کند که سرعت نور در محیط غلیظ‌تر کمتر از سرعت نور در محیط رقیق‌تر باشد (عکس نظریه نیوتن).

* بشر پذیرفته است که نور موج است (موج ماکسولی نور)

* مفهوم تک‌انرژی و تک‌رنگ یکی است.

* جسمی بر جرم m در اطراف خود میدان جرمی ایجاد می‌کند که این میدان نرده‌ای است.

* اگر بار الکتریکی داشته باشیم در اطراف خود میدان ایجاد می‌کند که میدان آن برداری است.

* میدان حاصل از بار الکتریکی از یک نوع موج است.

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad F_c = K\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

ویژگی میدانهای برداری «شار» است.

** امواج نور، امواج الکترومغناطیسی‌اند (امواج ماکسولی)**

www.Endbook.net

منشاء امواج میدانهای الکتریکی و مغناطیسی‌اند.

یک نورتک فام : از پیشروی دو بردار نوسان‌کنندهٔ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی بوجود می آید.

فرکانس نور تلفام : متناظر با فرکانس تغییرات sin این دو میدان است.

* دو میدان ($\vec{E}$, $\vec{B}$) بر هم عمودند، هم‌فازند در محیطهای هم‌سانگرد روی جبههٔ موج قرار دارند.

* ماهیت امواج نور، عرضی می‌باشد.

$$E = E_0 \sin(Kx - wt)$$

$$E = CB \qquad \rightarrow \quad C = \frac{1}{\sqrt{m_0 e_0}}$$

برداری ← بردار شار انرژی $\vec{I} = \frac{1}{m_0}\vec{E} \times \vec{B}$

غیربرداری ← $\vec{I} = \frac{1}{2m_0} E_0 B_0$

شدت با مجذور دامنه موج برآیند رابطه مستقیم دارد.

$$I \propto A^2$$

اثر فتوالکتریک : اولین بار اثر فتوالکتریک در مورد سطوح فلزات اتفاق افتاد. مشاهده شد بعضی از نورها با شدت بسیار کم اثر فتوالکتریک را نشان می‌دهند.

* وقتی یک نور (تک انرژی) به سطح فلز معینی تابانیده شود مشاهده می‌شود جریان الکتریکی آناً در مدار برقرار می‌شود.

اینشتین می‌گوید : یک نور خاص از بسترهای انرژی به نام فوتون تشکیل شده است.

www.Endbook.net

اصل تطابق (همخوانی، مکمل) : توسط بوهر مطرح شده است. هر نظریه جدید باید نظریه جامع و فراگیر باشد بطوریکه در حدود و شرایط نظیه مقیّد و قدیمی، منجر به همان نظریه قدیمی شود و در مورد خاص نور مطرح می‌کند که نور به طور همزمان هم موج است و هم‌ذره یعنی نور دارای رفتار موجی – ذره‌ای است که ماهیت تجربی بشر تعیین‌کننده است.

ذرات نور بدون جرم‌اند یعنی وزن ندارند.

وجه ممیز نور، طول موج می‌باشد.

اپتیک موجی – اپتیک ذره‌ای

اغتشاش موجی از پراش آغاز می‌شود.

رفتار نور موقعی رفتار موجی است هرگاه $l \cong a$ (طول موج ↖ ، اندازه روزنه ↗)

* هرگاه نور از عبور از دستگاهی مورد مطالعه قرار گیرد که ابعاد دستگاه قابل ملاحظه با طول موج باشد رفتارش، رفتار موجی است.

** هرگاه نور به طور مستقیم در برهمکنش با دستگاه مورد مطالعه قرار گیرد. رفتارش، رفتار ذره‌ای است.

نور سفید تک طول موج نمی‌باشد زیرا با عبور از منشور به هفت رنگ که هر کدام طول موج مخصوص خود را دارند تبدیل می‌شود.

* از نظر اصل تطابق، اپیتیک موجی نظریه جامع و فراگیر است واپتیک ذره‌ای نظریه مقید و قدیمی می‌باشد.

اپتیک موجی نظریه فراگیر است که وقتی $\lim \frac{l}{a} \to 0$ همان رفتار اپیتک ذره‌ای است.

محیط اپتیکی : محیط‌هایی که نور از آنها عبور می‌کند و ویژگی اصلی آن ضریب شکست است.

www.Endbook.net

فصل دوم : مکانیک نسبیتی

قوانین مکانیک کلاسیک :

$$\vec{F}=m\vec{a} \rightarrow \vec{F}=m\frac{d\vec{V}}{dt}\begin{cases}V<<C\\ m=cte\end{cases}$$

ذره می‌تواند از صفر تا C (سرعت نور) و از C تا بی‌نهایت سرعت شتاب بگیرد.

رویداد : چیزی است که مستقل از دستگاه مختصات یا دستگاههایی که برای توصیف آن بکار می‌رود به وقوع می‌پیوندد.

در هر دستگاهی ما رویداد را با سه مختصر و یک مختصر زمانی نشان می‌دهیم.

$$S(x,y,z,t) \quad \rightarrow \quad S'(x',y',z',t')$$

چون ممکن است اعداد فضا زمانی یک رویداد در یک دستگاه مانند S در همان رویداد در دستگاه S' برابر نباشد باید دستگاه مرجع وجود داشته باشد که تابع قانون ماند است (لخت و فنروی).

تبدیلات : معادلاتی هستند که مختصات فضا زمانی (سرعت و ...) یک رویداد را در یک دستگاه لخت به مختصات فضازمانی همان رویداد در یک دستگاه لخت دیگر ارتباط برقرار می‌کند.

* در مکانیک کلاسیک این تبدیلات، تبدیلات گالیله‌ای هستند.

مکانیک نسبیتی خاص : مکانیک نسبیتی که در آن دستگاهها نسبت به هم شتاب ندارند یعنی نسبت به هم با سرعت ثابت حرکت می‌کنند.

*** هم وردایی قانون دوّم نیوتن.**

* دو دستگاه S و S' را طوری در نظر می‌گیریم که صفحات متناظر آنها با هم موازی باشند.

فرض می‌کنیم دستگاه S' نسبت به S با سرعت V در امتداد $x-x''$ حرکت کند.

www.Endbook.net

فرض P رویدادی است که می‌خواهیم به مختصات حرکتی آن در دو دستگاه بپردازیم.

$$\begin{cases} x'=x-Vt \\ y'=y \\ z'=z \\ t'=t \end{cases} \rightarrow (I) \qquad \begin{cases} x=x'-Vt' \\ y=y' \\ z=z' \\ t=t' \end{cases}$$

در مکانیک کلاسیک یک و تحت تبدیلات گالیله‌ای طول – جرم – زمان – مطلق‌اند. (م؟؟ مطلق دارند).

اندازه‌گیری هم‌زمان ابتدا و انتهای دو رویداد شرط است.

** وقتی بازه مکانی مطلق است به این معناست وقتی ناظرهای دو دستگاه خط‌کش با طول برابر داشته باشند با حرکت دو دستگاه نسبت به هم با سرعت ثابت تغییری در اندازه طول خط‌کش ایجاد نمی‌کند.

** وقتی بازه زمانی مطلق باشد یعنی اگر ناظرهای دو دستگاه ساعتهای خود را در مبدأ زمانی یکسان کنند بعد از حرکت دو دستگاه با سرعت ثابت نسبت به هم ساعتها تغییر نخواهند کرد.

$$\begin{cases} \frac{dx'}{dt}=\frac{dx}{dt}-V \\ \frac{dy'}{dt}=\frac{dy}{dt} \\ \frac{dz'}{dt}=\frac{dz}{dt} \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{dx'}{dt'}=\frac{dx}{dt}-V \\ \frac{dy'}{dt'}=\frac{dy}{dt} \\ \frac{dz'}{dt'}=\frac{dz}{dt} \end{cases}$$

$$\vec{u'}=u'_x\,\hat{i}+u'_y\,\hat{j}+u'=\hat{K}$$

$$\vec{u}=u_x\,\hat{i}+u_y\,\hat{j}+u=\hat{K}$$

$$\begin{cases} u'_x=u_x-V \\ u'_y=u_y \\ u'_z=u_z \end{cases} \qquad (II) \Rightarrow \vec{u'}=\vec{u}-\vec{V} \rightarrow (A)$$

سرعت رویداد دستگاه S' برابر است با سرعت رویداد در دستگاه S منهای سرعت نسبی دو دستگاه.

www.Endbook.net

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{du'_x}{dt'}=\frac{du_x}{dt} & a'_x=a_x \\ \frac{du'_y}{dt'}=\frac{du_y}{dt} \quad \Rightarrow & a'_y=a_y \\ \frac{du'_z}{dt}=\frac{du_z}{dt} & a'_z=a_z \end{array}\right\} \quad \vec{a'}=\vec{a} \qquad (III)$$

$$\left.\begin{array}{lll} S \text{ د} : & \vec{F}=m\vec{a} & \\ S' \text{ د} : & \vec{F}'=m'\vec{a}' & \\ & m=m' & \end{array}\right\} \rightarrow (IV) \quad \overset{\text{از } 3 \text{ و } 4}{\Rightarrow} \vec{F}=\vec{F}' \qquad (V)$$

یعنی قوانین مکانیک کلاسیک در تبدیلات گالیله‌ای در دستگاههای لخت یکسان هستند.

معادلاتی که در فیزیک کلاسیک مختصات فضا و زمان دو دستگاه مختصات را، که با سرعت ثابت نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند، به هم مربوط می‌سازند تبدیلات گالیله یا نیوتنی نامیده می‌شوند.

اصل موضوع (نسبیت خاص) : اصل هم‌وردایی (اصل نسبیت)

کلیه قوانین فیزیکی در دستگاههای لخت یکسان هستند به عبارت دیگر اصل موضوع I بیان می‌کند شکل ریاضی قوانین فیزیکی در دستگاههای لخت تغییر نمی‌کند.

اصل هم وردایی، اصل هم‌ارزی دستگاهها نیز می‌باشد.

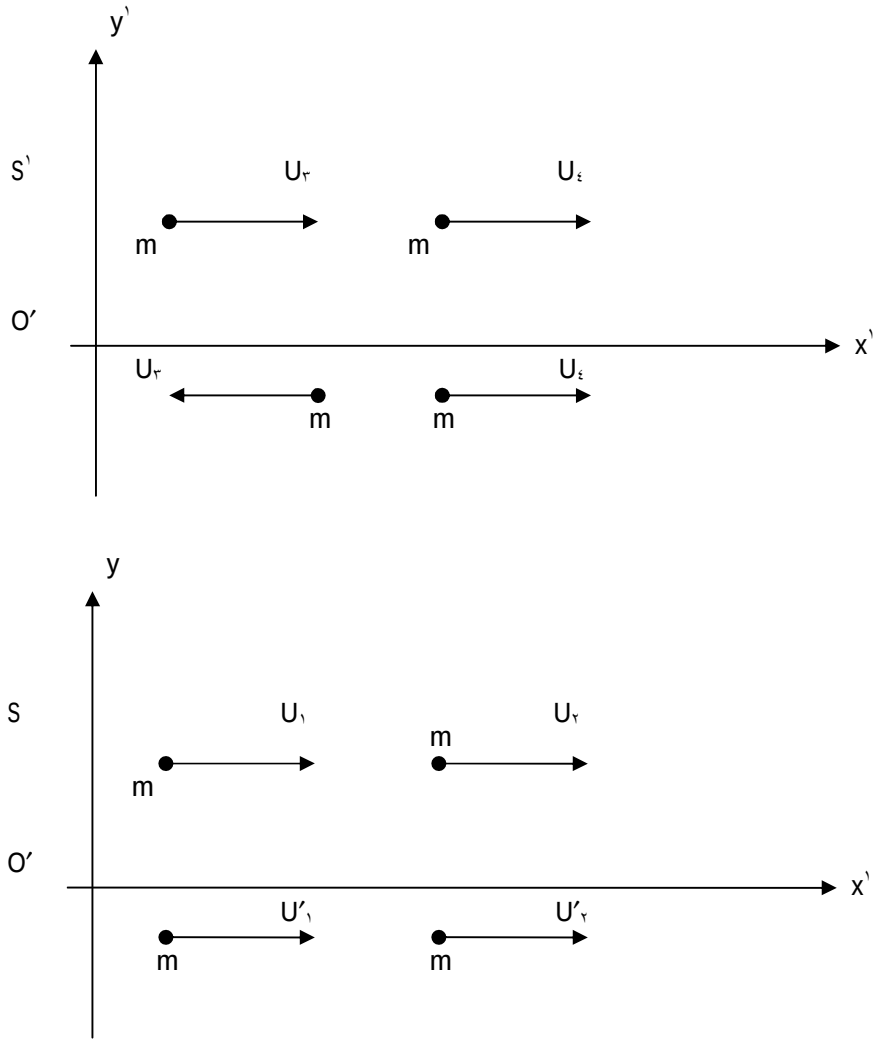
بقای پایستگی اندازه حرکت خطی و انرژی جنبشی در دستگاههای لخت :

دستگاه S' با سرعت V نبت به دستگاه S در حال حرکت است حرکت از دید و ناظر S و S'

S' در $\qquad \vec{P}'_i=\vec{P}'_f$

$$mu_3+Mu_4=mu'_3-Mu'_4 \qquad (I)$$

www.Endbook.net



تحت تبدیلات گالیله‌ای: $u' = u - V$

$$m(u_1 - V) + M(u_2 - V) =$$

$$m(u'_1 - V) + M(u'_2 - V)$$

$$mu_1 + Mu_2 = mu'_1 + Mu'_2 \qquad II$$

در S $\quad \vec{P_i} = \vec{P_f}$

در S' : $\quad K'_i = K'_f$

www.Endbook.net

$$\frac{1}{2}mu_3^2+\frac{1}{2}mu_4^2=\frac{1}{2}mu_3'^2+\frac{1}{2}Mu_4'^2 \quad \rightarrow \quad I$$

$u'=u-V$: تحت تبدیلات گالیله‌ای

در S : $K_i=K_f$

$$\frac{1}{2}m(u_1-V)^2+\frac{1}{2}M(u_2-V)^2=\frac{1}{2}m(u_1'-V)^2+\frac{1}{2}M(u_2'-V)^2$$

$$\frac{1}{2}mu_1^2+\frac{1}{2}Mu_2^2=\frac{1}{2}mu_1'^2+\frac{1}{2}Mu_2'^2 \quad \rightarrow \quad II$$

قوانین فیزیک تحت تبدیلات گالیله‌ای هم وردا هستند.

$330 m/s$: سرعت صوت در توده هوای ساکن

$u=330 m/s$ سرعت اندازه‌گیری شده توسط دستگاهی که محیط انتشار صوت (توده هوا ساکن) نسبتبه آن ساکن است.

نتایج تبدیل گالیله برای تپ صوتی

وقتی صدا دور می‌شود $\rightarrow \quad u'=u-V$

وقتی دستگاه نزدیک می‌شود $\rightarrow \quad u'=u+V$

به جای تپ صوت، تپ نور قرار دهیم.

$$u=C=3\times10^8 \quad m/s$$

$$\begin{cases}u'=C-V\\u'=C+V\end{cases}$$

ناوردایی مربوط می‌شود به یکسان‌بودن بزرگی سرعت نور.

www.Endbook.net

$u = C = 3\times10^{8} \quad m/s$

U = C * سرعت اندازه‌گیری شده توسط دستگاهی که محیط انتشار نور نسبت به آن ساکن است.

محیط فرضی انتشار نوراتر در نظر گرفته می‌شود (اثر شفاف و دارای چگالی تقریباً صفر است). در این صورت فقط دستگاه ساکن در این محیط سرعت C را نشان می‌دهد و سایر دستگاهها طبق قوانین گالیله سرعت C را نشان نمی‌دهند.

دو دستگاه S و S' که صفحات متناظر آنها موازی است را در نظر می‌گیریم.

$u = 330 \quad m/s$ سرعت صوت اندازه‌گیری شده توسط ناظر دستاهی که محیط انتشار صوت (توده هوای ساکن) نسبت به آن ساکن است.

$$ui - V < u' < u + V$$

تپ صوتی را به تپ نور تبدیل می‌کنیم.

$u = C = 3\times10^{8} \quad m/s$ ← سرعت نور اندازه‌گیری شده توسط ناظر دستگاهی که محیط انتشار نور نسبت به آن ساکن است.

** تنها دستگاهی که در آن سرعت نور، C اندازه‌گیری می‌شود در نسبیت دستگاه مُرجح نامیده می‌شود.

سرعت نور تحت تبدیلات گالیله ناوردا نیست.

محیط انتشار نور باید محیط خاصی باشد. محیطی با چگالی تقریباً صفر و دارای شفافیت بسیار بالا.

آزمایش مایکلسون مورلی در مورد اِتِر :

این آزمایش فرض اِتِر را رد می‌کند.

M_1 و M_2 : آیه‌های تخت

www.Endbook.net

S : چشمه نور

یک باریکه تخت و موازی از منبع S خارج و به یک تداخل‌سنج برخورد کرده که در برخورد به 2 باریکه 1 و 2 تقسیم شده که باریکه 1 به M_1 خورده و بازتاب پیدا می‌کند ودوباره به آینه نیمه نقره‌اندود M برخورد کرده و بازتابیده شده و وارد تلسکوپ می‌شود. باریکه 2 نیز از M بازتابیده شده و به M_2 برخورد ودوباره بازتابیده شده به M خورده و وارد تلسکوپ می‌شود.

اختلاف مسیر تعیین‌کننده نوع تداخل است.

اتر نسبت به خورشید ساکن است و زمین نسبت به خورشید دارای سرعت انتقالی $V=30^{Km}/_{S}$ می‌باشد پس زمین نسبت به اتر در حال حرکت است.

1- اختلاف طول بازدهای l_1 و l_2

2- تغییر سرعت نسبت به تداخل‌سنج به دلیل وجود باد اِتری

در وضعیت اولیه ما زمان رفت و برگشت نور در دو بازوی افقی و عمودی حساب کرده، بعد از 90° چرخیدن زمین، زمان رفت و برگشت نور را در دو بازوی عرضی و عمودی را حساب کرده.

تعداد نوارهای جابه‌جاشده $\Delta N=\frac{\Delta t'-\Delta t}{T}$

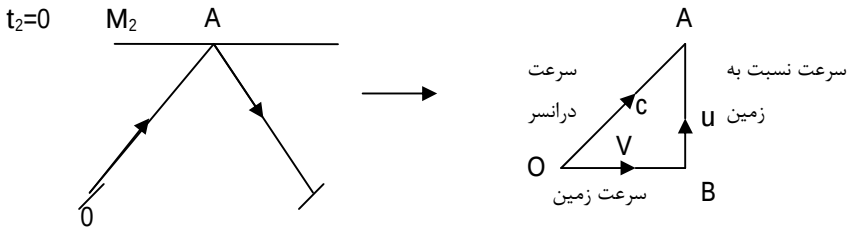
زمان رفت و برگشت نور در بازوی l_1 در حالت اولیه = $t_1=\frac{l_1}{C-V}+\frac{l_1}{C+V}=$

$$=\frac{l_1C+l_1V+l_1C-l_1V}{C^2-V^2}$$

$$t1=\frac{2l_1C}{C^2(1-{V^2}/{C^2})}=\frac{2l_1}{C}-\frac{l}{(1-{V^2}/{C^2})} \qquad \Rightarrow (1)$$

حال ناظر روی آینه M قرار گیرد (آینه M متحرک)

www.Endbook.net



$$(OA)^2=(OB)^2+(AB)^2$$

$$\left(\frac{Ct_2}{2}\right)^2=\left(\frac{Vt_2}{2}\right)^2+l_2^2$$

$$Ct_2=2\left[l_2^2+\left(Vt_2/2\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$t_2=\frac{2l_2}{\sqrt{C^2-V^2}}=\frac{2l_2}{C}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-V^2/C^2}} \qquad \Rightarrow (2)$$

$$\Delta t=t_2-t_1=\frac{2}{C}\left[\frac{l_2}{\sqrt{\left(1-V^2/C^2\right)}}-\frac{l_1}{\left(1-V^2/C^2\right)}\right]$$

با یجاد چرخش 90^0 در تداخل‌سنج جای بازوهای l_1 و l_2 عوض می‌شود.

$$\Delta t'=t_2'-t_1'=\frac{2}{C}\left[\frac{l_2}{\sqrt{1-V^2/C^2}}-\frac{l_1}{\left(\sqrt{1-V^2/C^2}\right)}\right]$$

$$\Delta t'-\Delta t=\frac{2}{C}\left[\frac{l_1+l_2}{1-V^2/C^2}-\frac{l_1+l_2}{\sqrt{1-V^2/C^2}}\right]$$

$$\Delta t'-\Delta t=\frac{2}{C}(l_1+l_2)\left[1+\frac{V^2}{C^2}-1-\frac{1}{2}.\frac{V^2}{C^2}\right]\frac{(l_1+l_2)}{C}.\frac{V^2}{C^2}$$

www.Endbook.net

$$l_1 \cong l_2 = l$$

$$\Delta t' - \Delta t = \left(\frac{2l}{C}\right).\frac{V^2}{C^2}$$

$$\Delta N = \frac{\Delta t' - \Delta t}{T}\left(\frac{2l}{CT}\right).\frac{V^2}{C^2}$$

اگر از ابتدا V = 0 در نظر گرفته می‌شد در آخر ΔN = 0 می‌شد.

$$\Delta N = \left(\frac{2l}{l}\right).\frac{V^2}{C^2}$$

اترا اصلاً وجود ندارد $\Rightarrow$ نتیجه تجربی آزمایش $\Rightarrow \Delta N = 0$

اصل موضوع II

در فضای تهی سرعت نور در دستگاههای لخت یکسان و برابر C است یعنی سرعت نور ناوردا است.

ناوردایی یعنی ناظرهای مختلف سرعت نور را مقادیر مختلفی اندازه‌گیری می‌کنند و ردایی یعنی تشکیل ریاضی قوانین فیزیکی در ستگاههای لخت ثابت است.

تبدیلات لورنتس :

فضا همگن است یعنی همه نقاط فضا مثل هم هستند.

* از دید نسبتی فضای همگن فضایی است که :

نتایج اندازه‌گیری 2 رویداد از دید بازه زمانی و مکانی بسته به زمان و مکان خاص نمی‌باشد.

استفاده از اصل همگنی

یک رویداد داریم در دستگاه S می‌خواهیم یک رویداد متناظر با آن در دستگاه S' داشته باشیم.

www.Endbook.net

$$S(x,y,z,t) \quad \rightarrow \quad S'(x',y',z',t')$$

* باید معادلات تبدیلی خطی باشند. *

ابتدا دو دستگاه مختصات S و S' که صفحات متناظر آنها با هم موازی است در نظر می‌گیریم.

حرکت نسبی دستگاه S' در امتداد xx' است و محورهای z و y بر راستا بدست می‌آوریم برای zz' نیز صادق است.

$$x' = a_1 x + a_2 y + a_3 t + a_4$$

$$y' = b_1 x + b_2 y + b_3 t + b_4 \quad \rightarrow \quad (I)$$

$$t' = d_1 x + d_2 y + d_3 t + d_4$$

در S در S'

$$\left.\begin{aligned} u_x &= \frac{dx}{dt} \\ u_y &= \frac{dy}{dt} \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} u'_x &= \frac{dx'}{dt'} \\ u'_y &= \frac{dy'}{dt'} \end{aligned}\right\}$$

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{a_1 dx + a_2 dy + a_3 dt}{d_1 dx + d_2 dy + d_3 dt} \qquad (\div dt)$$

$$= \frac{a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 \frac{dy}{dt} + a_3}{d_1 \frac{dx}{dt} + d_2 \frac{dy}{dt} + d_3} = \frac{a_1 u_x + a_2 u_y + a_3}{d_1 u_x + d_2 u_y + d_3}$$

$$u'_x = \frac{a_1 u_x + a_2 u_y + a_3}{d_1 u_x + d_2 u_y + d_3} \quad \rightarrow \quad (II)$$

$$u'_y = \frac{b_1 u_x + b_2 u_y + b_3}{d_1 u_x + d_2 u_y + d_3} \quad \rightarrow \quad (III)$$

www.Endbook.net

الف) ابتدا به ساکن

$$\left.\begin{matrix} t=t'=0 \\ O=O' \end{matrix}\right\} \quad \text{در}$$

(از دید O) S در (0 و 0 و 0 و 0)

(از دید O') S' در (0 و 0 و 0 و 0) $\rightarrow$ در (1)

(I) در 1 $\Rightarrow \quad a_4=b_4=d_4=0 \quad \rightarrow (2)$

ب) بررسی حرکتی مبداءهای دو دستگاه از دید دو ناظر :

از دید O

i/ بررسی حرکت مبدأ دستگاه S

$$O' \text{ از دید } \left.\begin{matrix} u_x=0 \quad , \quad u_y=0 \\ u'_x=-V \\ u'_y=0 \end{matrix}\right\} \rightarrow (3)$$

$$(II) \text{ در } 3 \quad \Rightarrow \quad -V=\frac{0+0+a_3}{0+0+d_3} \quad \Rightarrow \quad a_3=-Vd_3 \quad \rightarrow \quad (4)$$

$$(III) \text{ در } 3 \quad \Rightarrow \quad 0=\frac{0+0+b_3}{0+0+d_3} \quad \Rightarrow \quad b_3=0 \quad \rightarrow \quad (5)$$

ii/ بررسی حرکت مبدأ دستگاه S'

$$\left.\begin{matrix} O' \text{ از دید } & u'_x=u'_y=0 \\ \text{از دید O} & u_x=V \quad , \quad u_y=0 \end{matrix}\right\} \qquad (6)$$

$$(II) \text{ در } 6 \quad \Rightarrow \quad 0=\frac{a_1V+0+a_3}{d_1V+0+d_3} \quad \Rightarrow \quad a_3=-a_1V \quad \rightarrow \quad (7)$$

www.Endbook.net

$$(III) \text{ در } 6 \Rightarrow \quad 0=\frac{b_1V+0+b_3}{d_1V+0+d_3} \quad \Rightarrow \begin{cases} b_1=-\dfrac{b_3}{V} \\ b_3=0 \end{cases} \Rightarrow \ b_1=0 \qquad (8)$$

با جایگذاری روابط در (I) داریم :

$$y'=b_2y \quad \rightarrow \quad (9)$$

ج) اصل هم‌ارزی دستگاههای لخت :

روی محور y و y' رویدادها که 2 میله است دارای طول یکسان‌اند.

$$\text{در S} \quad \begin{cases} y=0 \\ y=L_0 \end{cases}$$

طول سکون میله واقع در S L_0 صفر است می‌خواهیم به بررسی میله در S' بپردازیم.

$L'=b_2\,L_0 \Rightarrow \dfrac{L'}{L_0}=b_2 \rightarrow (A)$ از دید ناظر دستگاه S' (O')طول میلهٔ متحرک

$L_0=b_2\,L \Rightarrow \dfrac{L}{L_0}=\dfrac{1}{b^2} \rightarrow (B)$ طول در حال سکون دستگاه S' از دید O (ناظر دستگاه S)

$\Rightarrow \dfrac{L'}{L_0}=\dfrac{L}{L_0}$ با توجه به اصل هم‌ارزی

$\Rightarrow b_2=\dfrac{1}{b_2} \Rightarrow b_2^2=1 \qquad b_2=\pm 1 \qquad (10)$ از روابط A و B

که $b_2=1$ را در نظر می‌گیریم زیرا طول مثبت است.

$\Rightarrow y'=y \rightarrow (11)$ 10 در 9

$\Rightarrow z'=z \rightarrow (12)$ با توجه به اصل همسانگردی فضا

www.Endbook.net

د) شرط اصل تقارن :

باز هم دو میله داریم.

L_0 ← طول در حال سکون میله‌ها در دو دستگاه

در دستگاه S از دید ناظر S' دو رویداد همزمان هستند و مختصهٔ x این دو رویداد همواره صفر است.

** حول حرکت نسبی تقارن وجود دارد.

در $x = 0$ و $t = 0$

$$(I) \quad \begin{cases} x' = a_2 y \\ y' = y \end{cases} \quad \rightarrow \quad (13)$$

$a_2 = 0$ ® (14) : شرط تقارن ایجاب می‌کند که

اگر میله بالای محور x باشد.

$$t' = d_2 y = d_2 L_0 \quad ® \quad (15)$$

2 رویداد ابتدا و انتهای میله همزمان نیستند بر سر انتها میله به اندازه $d_2 L_0$ دیرتر از رویداد ابتدا مشاهده می‌شود که تقارن حول حرکت نسبی را رد می‌کند.

$d_2 = 0$ ® (16) شرط طقارن ایجاب می‌کند.

تبدیلات مختصات :

$$\begin{cases} x' = a_1(x - Vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' - d_1 x + a_1 t \end{cases} \quad ® \ (17)$$

تبدیلات سرعت :

www.Endbook.net

$$\begin{cases} u'_x = \dfrac{a_1(u_x - V)}{d_1 u_x + a_1} \\ u'_y = \dfrac{u_y}{d_1 u_x + a_1} \\ u'_z = \dfrac{u_z}{d_1 u_x + a_1} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad (18)$$

i/ گسیل نور در امتداد x+ از دستگاه S

$$\text{از دید } O \quad \begin{cases} u_x = c \\ u_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad (19)$$

$$\text{از دید } O' \quad \begin{cases} u'_x = c \\ u'_y = 0 \end{cases}$$

در رابطهٔ 19 u'_x از رابطه 18 $\Rightarrow \quad c = \dfrac{a_1(c - V)}{d_1 c + a_1} \Rightarrow$

$$d_1 c^2 + a_1 c = a_1 c - a_1 V$$

$$d_1 = -\frac{V}{c^2} a_1 \quad \Rightarrow \quad (20)$$

ii گسیل نور در امتداد y+ از دستگاه S

$$\text{از دید } O \quad \begin{cases} u_y = c \\ u_x = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad (21)$$

در رابطه 21 $\Rightarrow \quad u'_x = \dfrac{a_1(-V)}{0 + a_1} = -V$ و u'_y از 18

$$u'_y = \frac{c}{0 + a_1} = \frac{c}{a_1}$$

www.Endbook.net

با توجه به اصل ناوردایی $\begin{cases} u' = \sqrt{u_x'^2 + u_y'^2} \\ u' = c \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{(-V)^2 + \left(\frac{c}{a_1}\right)^2}$

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad \text{®} \quad (22)$$

تبدیلات لورنتس مختصات :

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$u_x' = \frac{u_x - V}{1 - \left(\frac{V}{c^2}\right)u_x}$$

$$u_y' = \frac{u_y\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \left(\frac{V}{c^2}\right)u_x}$$

$$u_z' = \frac{u_z\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \left(\frac{V}{c^2}\right)u_x}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

www.Endbook.net

$$t' = \frac{t - \left(\frac{V}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$b = \frac{V}{c}$$

حدّ کلاسیک :

$V << c$ حدّ کلاسیکی در این حد روابط گالیله حکمفرماست **یا** $\frac{V}{c} << 1$

سرعت حدی سرعت مکانیک نسبیتی است.

$$x' = x - Vt$$

تبدیلات لورنتس تبدیلات فراگیرند.

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

تبدیلات گالیله‌ای تبدیلات مقیدند.

(تبدیلات گالیله‌ای) = (تبدیلات گورنتس) $\lim_{c \to \infty}$ شکل سمبلیک بیان اصل

طبق تبدیلات لورنتس زمان اندازه‌گیری شده توسط دو دستگاه یکسان نیست.

بازه زمانی :

* 2 انطباق پشت سرهم عقربه ساعت روی نشانهٔ موردنظر را با یک بازه زمانی گویند.

در

www.Endbook.net

$t' = t$ x'_2 t'_2

$t'_2 = t'_1 = t'$,

$t'_2 - t'_1 = t_2 - t_1$ x'_1 در t'_1

$L_0 = x'_2 - x'_1$ ® طول ویژه

$L = x_2 - x_1 = ?$ طول غیرویژه یا متحرک

بازه زمانی و مکانی مطلق‌اند :

$x' = x - Vt$: در تبدیلات گالیله‌ای

$$\left.\begin{array}{l} x'_2 = x_2 - Vt_2 \\ x'_1 = x_1 - Vt_1 \\ t_2 = t_1 = t \end{array}\right\} \Rightarrow x'_2 - x'_1 = (x_2 - x_1) - V\cancel{(t_2 - t_1)}^{\text{صفر}}$$

$$L_0 = L$$

فرض می‌کنیم میله‌ای در دستگاه S' ساکن است طول اندازه‌گیری شده در دستگاه S' برابر طول ویژه می‌باشد $L_0 = x'_2 - x'_1$ طول ویژه دستگاه S' نسبت به دستگاه S با سرعت V راست حرکت می‌کند و میله نسبت به دستگاه S با سرعت V حرکت می‌کند می‌خواهیم ببینیم طول میله از نظر ناظر دستگاه S چقدر است؟

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1 - b^2}} \quad , \quad b = \dfrac{V}{c} \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

www.Endbook.net

$$\left.\begin{array}{l} x_2' = \dfrac{x_2 - Vt_2}{\sqrt{1-b^2}} \\ x_1' = \dfrac{x_1 - Vt_1}{\sqrt{1-b^2}} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad x_2' - x_1' = \dfrac{(x_2 - x_1) - V(t_2 - t_1)}{\sqrt{1-b^2}} \xrightarrow{\text{صفر}}$$

$$t_2 = t_1 = t$$

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-b^2}} \qquad \begin{cases} L_0 = x_2' - x_1' \\ L = x_2 - x_1 \end{cases}$$

رابطهٔ انقباض طول

$$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1-b^2}} \quad \Rightarrow \quad L = L_0\sqrt{1-b^2}$$

وقتی که میله نسبت به ناظر ساکن است بیشترین طول را دارد و هنگامیکه میله نسبت به ناظر با سرعت ثابت V حرکت می‌کند طول آن فقط در جهت حرکت با رابطه $\sqrt{1-b^2}$ منقبض می‌شود و در ابعاد عمود بر جهت حرکت هیچ تغییری نمی‌کند. یکی از نتایج مهم تبدیلات سوزش لورنش انقباض طول است.

یک ساعت را در نظر می‌گیریم که در مکان خاصی x' نسبت به دستگاه S' قرار گرفته و ساکن است این ساعت بازهٔ زمانی یک رویداد را اندازه می‌گیرد که چون نسبت به دستگاه ساکن است بازه زمانی ویژه می‌باشد.

$$T_0 = t_2' - t_1'$$

با حرکت دستگاه S' ساعت نیز به حرکت درمی‌آید پس به یک ساعت دیگر در مان خاصی از دستگاه S احتیاج داریم .

بازه زمانی غیر ویژه $T = t_2 - t_1 = ?$

$$t = \frac{t' + \left(\frac{V}{c^2}\right)x'}{\sqrt{1-b^2}}$$

www.Endbook.net

$$t_2 = \frac{t_2' + \left(\frac{V}{c^2}\right)x'}{\sqrt{1 - b^2}}$$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - b^2}}$$

$$t_1 = \frac{t_1' + \left(\frac{V}{c^2}\right)x'}{\sqrt{1 - b^2}}$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - b^2}} \quad \Rightarrow \quad (B)$$ رابطه اتّساع زمان

رابطه اتّساع زمان : یعنی کندشدن آهنگ کار ساعت : وقتیکه ساعت نسبت به ناظر ساکن است تندتر از همیشه کار می‌کند و وقتی نسبت به آن با سرعت ثابت V حرکت می‌کند آهنگ کار با ثابت $\frac{1}{\sqrt{1 - b^2}}$ کند (ممتنع) می‌شود ¬ (ساعتها میازن نیستند).

حال اگر در دستگاه S' چند ساعت باشند که در مکانهای مختلف قرار بگیرند همه این ساعتها اتساع زمانی یکسان دارند ولی آیا همزمان نیز هستند یا نه؟

$$t = \text{معین} \Rightarrow t' + \left(\frac{V}{c^2}\right)x' = \text{معین}$$

*** غیرهم‌زمانی (غیرهم‌فازی) ساعتهای متحرک :**

اگرچه آهنگ کار ساعتهای متحرک همگی با ثابت $\frac{1}{\sqrt{1 - b^2}}$ ممتنع می‌شود امّا ساعتها نسبت به یکدیگر غیرهم‌فاز یا غیرهم‌زمان هستند یعنی بهرچه ساعت در مکان دورتری نیست.

www.Endbook.net

مسأله :

1- طول میله‌ای در دستگاه S، L و زاویهٔ آن با محور مثبت x، q است اگر دستگاه S' نسبت به دستگاه S با سرعت ثابت V در امتداد xx' به طرف راست حرکت می‌کند زاویه میله نسبت به x' و طول آن را در دستگاه S' بدست آورید.

در S		در S'	
L	طول میله	$q = ?$	زاویه میله با
$q + x$	زاویه میله نسبت به	$L' = ?$	

سرعت نسبی S' نسبت به S در امتداد $x - x'$ V

$$\tan q' = \frac{y'}{x'} = \frac{y}{x\sqrt{1 - b^2}}$$

$$q' = \tan^{-1}\left(\frac{\tan q}{\sqrt{1 - b^2}}\right)$$

$$L' = \sqrt{x'^2 + y'^2} \quad (1)$$

در S : $\begin{cases} x = L\cos q \\ y = L\sin q \end{cases}$ (3)

$$\begin{cases} x' = x\sqrt{1 - b^2} \\ y' = y \end{cases} \quad (2)$$

$$L' = \sqrt{L^2\cos^2 q\,(1 - b^2) + L^2\sin^2 q} = \sqrt{L^2(\cos^2 q + \sin^2 q) - L^2 b^2\cos^2 q}$$

$$= \sqrt{L^2(1 - b^2\cos^2 q)} \quad \text{Þ} \quad L' = L\sqrt{1 - b^2\cos^2 q}$$

www.Endbook.net

جسمی با تندی u تحت زاویه q نسبت به x+ در دستگاه S حرکت می‌کند دستگاه S' نسبت به دستگاه S با سرعت ثابت V در امتداد $x - x'$ به طرف راست حرکت می‌کند سرعت (تندی – جهت) جسم را در دستگاه S' بدست آورید.

اگر x غیرویژه باشد آنگاه t ویژه است و به عکس.

$$x = Vt_0$$

$$x_0 = Vt$$

www.Endbook.net

فصل سوّم : دینامیک نسبیتی

بطور کلی مکانیک کلاسیک با نسبیت سازگار نیست چون معادلات کلاسیکی بر طبق تبدیلات گالیله‌ای (معتبرند) ناوردا می‌مانند.

1- در مکانیک کلاسیک ذره می‌تواند تا بی‌نهایت سرعت بگیرد ولی در مکانیک نسبیت سرعت حدی c را داریم.

2- مسئلهدوم بحث مکانیک کالسیک است نیروهای کنش از راه دور مجاز هستند چون زمان مفهومی مطلق است مفهوم لحظه از دید ناظر لخت و ناظرهای لخت یکسان است در نسبیت زمان مفهوم نسبی دارد مفهوم لحظه از دید ناظرهای لخت یکی نیست و نیروهای کنش از راه دور مجاز نیستند.

پس ما نظرمان به رویدادهایی است که مفهومکنش از راه دور ندارند.

** برخورد دلاستیک(کِشانید) و متقارن بین دو جسم مشابه B و A

برخورد متقارن : برخورد با سرعتهای مساوی در خلاف جهت

برخورد دلاستیک : زمان تماس دو جسم بسیار کوتاه و کار محفوظ می‌ماند.

دو جسم مشابه : به این معناست که جرمهای مساوی دارند.

I) جرمها مشابه‌اند.

$$\begin{cases} u^{\phi}_{xB} = -u^{\phi}_{xA} = u^{\phi}_{xB} = -u^{\phi}_{xA} \\ -u^{\phi}_{yB} = -u^{\phi}_{yA} = u^{\phi}_{yB} = -u^{\phi}_{yA} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} p^{\phi}_{i} = 0 \\ \\ p^{\phi}_{f} = 0 \end{matrix} \Rightarrow p^{\phi}_{i} = p^{\phi}_{f}$$

تغییر جهت فقط در امتداد محور y داریم.

www.Endbook.net

$u'_{yA} = u'_{yB}$

می‌خواهیم ببینیم پایستگی اندازه حرکت معین رویداد در تبدیلات گالیله‌ای و لورنش برقرار است یا نه.

فرض می‌کنیم سرعت نسبی دو دستگاه بزرگی آن برابر با مؤلفه X سرعت.

$$\vec{V} = \vec{u}'_{xB} = -\vec{u}'_{xA} \quad \Rightarrow \quad (1)$$

$$\Downarrow$$

$$u_{xA} = 0$$

$$m_A = m_B$$

$$2mu_{yA} = 2mu_{yB} \quad \Rightarrow \quad (2)$$

تحت تبدیلات گالیله‌ای

$\Rightarrow \quad u_{yA} = u_{yB}$

تحت تبدیلات لورنتس :

$$\begin{cases} u'_{yB} = \dfrac{u_{yB}\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}{1-\left(\dfrac{V}{c^2}\right)u_{xB}} \\ u'_{yA} = \dfrac{u_{yA}\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}{1-\left(\dfrac{V}{c^2}\right)u_{xA}=0} = u_{yA}\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}} \end{cases}$$

داریم $u'_{yB} = u'_{yA}$

www.Endbook.net

$$u_{yA} = \frac{u_{yB}}{1 - \left(\frac{V}{c^2}\right) u_{xB}} \quad \text{®} \qquad (3)$$

اگر طول و زمان تحت تبدیلات لورنتس دارای مفاهیم نسبی بودند شک می‌کنیم شاید جرمها هم دارای مفهوم نسبی باشند.

II) با شرط اینکه جرمها یکسان نباشند :

$$2m_A u_{yA} = 2m_B u_{yB}$$

$$m_B = m_A \frac{u_{yA}}{u_{yB}} \quad \text{®} \qquad (4)$$

4 در 3

$$\text{¾ ¾¾ ®} \quad m_B = \frac{m_A}{1 - \left(\frac{V}{c^2}\right) u_{xB}} \quad \text{®} \qquad (5)$$

$$\begin{cases} V = u'_{xB} \\ u'_{xB} = \dfrac{u_{xB} - V}{1 - \left(\dfrac{V}{c^2}\right) u_{xB}} \end{cases} \quad \text{Þ} \quad V = \frac{c^2}{u_{xB}} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{u_{xB}}{c}\right)^2}\right) \qquad (6)$$

5 در 6

$$\text{¾ ¾¾ ®} \quad m_B = \frac{m_A}{\sqrt{1 - \left(\frac{u_{xB}}{c}\right)^2}} \quad \text{®} \qquad (7)$$

فرض می‌کنیم مولفه y دوجسم قبل از برخورد صفر باشد.

ناظر O' مشاهده می‌کند که دو جسم A و B با سرعتهای مساوی در جهت هم حرکت می‌کند و یک برخورد خراشیده انجام می‌دهند. (برخورد خراشان).

ناظر دستگاه S مشاهده می‌کند جسم A ساکن است و جسم B به سمت آن حرکت می‌کند و برخورد خراشان رخ می‌دهد.

در S جسم A ساکن است و جرم جسم A برابر جرم در حال سکون $m_A = m_0$ و جسم B متحرک است و جرم در حال حرکت.

www.Endbook.net

B جرم جسم $m_B = m$ (جرم مؤثر)

$$\begin{cases} m_A = m_0 \\ m_B = m \quad \text{جرم مؤثر} \quad \text{®} \quad (8) \\ u = u_{xB} \end{cases}$$

نتایج 8 را در 7 جایگزین می‌کنیم Þ $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$

این رابطه، رابطه فراگیر است طبق اصل تطابق.

رابطه حد کلاسیکی : $\dfrac{u}{c} << 1$ Þ $m = m_0$

*** در مکانیک نسبیتی و مکانیک کوانتوم،**

جرم کلاسیکی را با m_0 نشان می‌دهیم یعنی قانون اول نیوتن :

$$F = m_0 a$$

اندازه حرکت خطی از دیدگاه نسبیتی

در S : $\vec{P} = m\vec{u} = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}\vec{u}$

$$p_x = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} u_x$$

$$p_y = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} u_y$$

$$p_z = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} u_z$$

www.Endbook.net

در S' : $\vec{p}' = m'\vec{u}' = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}\vec{u}'$

$$p'_x = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}u'_x$$

$$p'_y = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}u'_y$$

$$p'_z = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}u'_z$$

انرژی جنبشی و انرژی کل نسبیتی :

برای ارتباط انرژی جنبشی و انرژی کل و اندازه حرکت از تصفیه کار و انرژی استفاده می‌کنیم.

انرژی جنبشی :

- مقدار کاری است که صورت می‌گیرد تا جسم را از یک موضع با موضع دیگر انتقال دهد و یا سرعت جسم را تغییر دهد.

از دیدگاه کلاسیکی :

$$k = \int_{x_0}^{x} F dx \qquad ; \quad F = m_0 a = m_0 \frac{du}{dt}$$

$$k = \int m_0 \left(\frac{du}{dt}\right) dx = m_0 \int du \left(\frac{dx}{dt}\right) = m_0 \int_{u_0=0}^{u} u du = \frac{1}{2} m_0 u^2$$

طرفین را در m_0 ضرب می‌کنیم :

$$\begin{cases} m_0 k = \frac{1}{2} m_0^2 u^2 \\ p = m_0 u \end{cases} \quad \Rightarrow \quad p = \sqrt{2 m_0 k}$$

www.Endbook.net

الف – با استفاده از روابط نسبیتی انرژی جنبشی و اندازه حرکت خطی نشان دهید.

$$(k + m_0c^2)^2 = (pc)^2 + (m_0c^2)^2$$

ب – با استفاده از رابطه الف + روابط مفید زیرا را بدست آورید.

1) $k = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2} - m_0c^2$

2) $p = \frac{\sqrt{k^2 \_ 2E_0k}}{c}$

3) $m_0 = \frac{\sqrt{E^2 - p^2c^2}}{c^2}$

الف) رابطه نسبیتی انرژی را نوشته و رابطه نسبیتی اندازه حرکت را نوشته از رابطه اندازه حرکت خطی از رابطه دوّم) $\frac{u^2}{c^2}$ را بدست آورده و در رابطه اوّل جاگذاری می‌کنیم.

* ب) قسمت اوّل از طرفین رابطه الف جذر می‌گیریم و از c^2 فاکتور و خارج از رادیکال می‌کنیم.

$$(k + m_0c^2)^2 = (pc)^2 + (m_0c^2)^2$$

$$(k + m_0c^2)^2 = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2}$$

$k = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2} - m_0c^2$ Þ اثبات شد.

*** اثبات قسمت دوّم) 2 :**

طرف اول رابطه الف اتحاد است بسط می‌دهیم.

$$(k + m_0c^2)^2 = (pc)^2 + (m_0c^2)^2$$

www.Endbook.net

$$k^2 + m_0^2c^4 + 2m_0c^2k = p^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$p^2 = \frac{k^2 + 2E_0k}{c^2} \Rightarrow p = \frac{\sqrt{k^2 + 2E_0k}}{c} \Rightarrow$$ اثبات شد

اثبات قسمت سوّم

در رابطه الف می‌گذاریم : $kl + m_0c = E$

مثال :

* در رابطه 2 حد کلاسیکی را بکار برده و نشان دهید که این رابطه به شل کلاسیکی خود تبدیل می‌گردد.

$$2)\ p = \frac{\sqrt{k^2 + 2E_0k}}{c} \qquad E_0 = m_0c^2$$

حدّ کلاسیکی : $\frac{u}{c} << 1 \Rightarrow k << E_0$

از جمله k^2 صرفنظر می‌کنیم :

$$p = \frac{\sqrt{k^2 + 2E_0k}}{c} \qquad k^2 \simeq 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{\sqrt{2E_0k}}{c} \Rightarrow p = \frac{\sqrt{2m_0c^2k}}{c} = \sqrt{2m_0k}$$

الف – نشان دهید که جرم سکون ذرّه‌ای که با سرعت نور حرکت می‌کند باید صفر باشد.

ب – نشان دهید که برای ذره‌ای به جرم سکون صفر داریم $u = c \ , \ E = k \ , \ p = Ec$

الف) اگر $u = c \Rightarrow m_0 = 0$

www.Endbook.net

ب) اگر $m_0=0$ Þ $\begin{cases} u=c \\ E=k \\ p=\dfrac{E}{c} \end{cases}$

الف) $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$ Þ $\begin{cases} m\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}=m_0 \\ u=c \quad Þ \quad m_0=0 \end{cases}$

ب) $\begin{cases} m\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}=m_0 \\ m_0=0 \quad Þ \quad u=c \end{cases}$

$\begin{cases} E=m_0c^2+k \\ m_0=0 \quad Þ \quad E=k \end{cases}$

$\begin{cases} E^2=(pc)^2+(m_0c^2)^2 \\ m_0=0 \quad Þ \quad p=\dfrac{E}{c} \end{cases}$

این سه ویژگی ویژگیهای ذره نور یا همان فوتون است.

توده در حال سکون فوتون وجود ندارد (چون جرم صفر است).

ماذامی وجود دارد که در حال حرکت است.

به علت حرکت دارای اندازه حرکت خطی $p=\dfrac{E}{c}$ است.

اگر ذره‌ای با سرعت نور حرکت کند در حد فَرین خود حرکت می‌کند.

www.Endbook.net

حدّ کلاسیکی $u << c$ یا $\frac{u}{c} << 1$

$m = m_0 > 0$ جرم دارای مفهومی مطلق است.

در حد کلاسیکی : $k << E_0$

در حد کلاسیکی : $k = \frac{1}{2} m_0 u^2$

در حد کلاسیکی : $p = \sqrt{2 m_0 k}$

حد نسبیتی :

$u @ c$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad , \quad m_0 > 0$$

$$k @ E_0 \quad \text{Þ} \quad k = m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right]$$

$$p = \frac{\sqrt{k^2 + 2 E_0 k}}{c}$$

$$E = k + E_0$$

حد فرین نسبیتی :

$u = c$

$m_0 = 0$

$E = k$

www.Endbook.net

$$p=\frac{E}{c}$$

مثال : حد فرین نسبیتی را در رابطه $p=\frac{\sqrt{k^2+2E_0k}}{c}$ بکار برید و نشان دهید که این رابطه به شکل فرین نسبیتی خود تبدیل می‌گردد.

$$p=\frac{\sqrt{(E-E_0)^2+2E_0(E-E_0)}}{c}=\frac{E^2+E_0^2-2\cancel{EE_0}+2\cancel{EE_0}-2E_0^2}{c}$$

$$p=\frac{\sqrt{E^2-E_0^2}}{c}=\frac{\sqrt{k^2}}{c}=\frac{k}{c}\ \xrightarrow[E=k]{\text{از فرین}}\ p=\frac{E}{c}$$

حد فرین نسبیتی

$$p=\frac{\sqrt{k^2}}{c}=\frac{k}{c}\\ E=k+E_0 \Rightarrow k=E\end{cases}\Rightarrow p=\frac{E}{c}$$

در مکانیک کوانتوم واحد انرژی، ev می‌باشد (یک الکترون ولت

$$1ev=1/6\times10^{-19}\quad (j)$$

** یک الکترون ولت انرژی لازم برای بدون یک الکترون بار از نقطه‌ای بر نقطهٔ دیگر با اختلاف پتانسیل 1 است.

$$1ev=1/6\times10^{-19}\quad (j)$$

$$E_0=m_0c^2$$

$$=\frac{(9/1\times10^{-31})(3/0\times10^{8})^2}{1/6\times10^{-19}}=0/51\ \ Mev$$

$$E=mc^2$$

www.Endbook.net

$$\begin{cases}\frac{dE}{dt}=c^2\frac{dm}{dt} \quad (1)\\ E=k+m_0c^2\end{cases} \Rightarrow \frac{d}{dt}(k+m_0c^2)=c^2\frac{dm}{dt}$$

جرم و انرژی قابل تبدیل‌شدن به هم هستند (در نسبیت).

$$\frac{dk}{dt}=c^2\frac{dm}{dt} \quad (2)$$

هم‌ارزی جرم – انرژی (در نسبیت)

کاهش جرم متناظر با افزایش انرژی و بالعکس می‌باشد.

کاهش جرم متناظر با افزایش انرژی و بالعکس می‌باشد.

در نسبیت نمی‌توانیم به طور مجزا از پایستگی جرم و پایستگی انرژی صحبت کنیم بلکه باید از پایستگی جرم – انرژی صحبت کنیم در نسبیت جرم و انرژی هم‌ارزند.

غیرالاستیک (غیرکشان)

$$E=mc^2$$

برای بررسی این مطلب یک برخورد کاملاً غیرالاستیک (غیرکشان) بین دو جسم مشابه (جرم در حال سکون آنها برابر باشد) A و B متقارن.

$$m_0A=m_0B$$

$$u'_A=u'_B=u'$$

$$k_A=k_B=k$$

حال دستگاه S' نسبت به دستگاه S با سرعت V در حال حرکت باشد.

www.Endbook.net

$V = u'$

اگر دستگاه S' نسبت به دستگاه S با سرعت V = u به سمت چپ حرکت کند آنگاه u_A =0 دیده می‌شود.

وقتی دو جسم مشابه برخورد غیرالاستیک انجام می‌دهند جرم جسم واحد از دیدگاه کلاسیک $2m_0$ است حال از دیدگاه نسبیتی این مساله بررسی می‌شود از پایستگی اندازه حرکت خطی و انرژی از همه برخوردها استفاده می‌شود (چون نیروها در برخورد نیروهای داخلی‌اند).

طبق اصل موضوعی یک نسبیت خاص پایستگی اندازه حرکت خطی داریم.

S در $\vec{p}_i = \vec{p}_f$

$$m_A u_A + m_B u_B = m_c u_c$$

$$0 + m_B u_B = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u_c^2}{c^2}}} u_c$$

$$m_B u_B = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{u_2'^2}{c^2}}} u' \quad \text{®} \quad (1)$$

$$u_B = \frac{u_B' + V}{1 + \left(\frac{V}{c^2}\right) u_B'} = \frac{u' + u'}{1 + \frac{u'^2}{c^2}} = \frac{2u'}{1 + \frac{u'^2}{c^2}} \quad \text{®} \quad (2)$$

$$m_B = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u_B^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{2u'}{1 + \frac{u'^2}{c^2}}\right)^2}} =$$

www.Endbook.net

$$= \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{4u^2}{1 + \frac{u^4}{c^4} + 2\frac{u^2}{c^2}}\right)}} = 1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{4u^2c^4}{c^4 + u^4 + 2u^2c^2}\right)$$

$$m_B = \frac{m_0}{\sqrt{\frac{c^4 + u^4 + 2u^2c^2 - 4u^2c^2}{c^4 + u^4 + 2u^2c^2}}}$$

$$= \frac{m_0}{\sqrt{\frac{(c^2 - u^2)^2}{(c^2 + u^2)^2}}} = \frac{m_0(c^2 + u^2)}{(c^2 - u^2)}$$

$$m_B = \frac{m_0c^2\left(1 + \frac{u^2}{c^2}\right)}{c^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} = \frac{m_0\left(1 + \frac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} \quad ® \quad (3)$$

u_B و m_B را در رابطه (1) قرار می‌دهیم :

2 و 3 در 1

$$\frac{m_0\left(1 + \frac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} \cdot \frac{2u}{\left(1 + \frac{u^2}{c^2}\right)} = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}u$$

www.Endbook.net

جرم سکون نسبیتی :

$$\text{Þ}\quad m_0 = \frac{2m_0}{\sqrt{1-\frac{u^{\ell 2}}{c^2}}} \quad \text{®} \quad (4)$$

$$\Delta m_0 = 2m_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^{\ell 2}}{c^2}}} - 1 \right) \quad \text{®} \quad (5)$$

می‌خواهیم ببینیم این افزایش جرم سکون به چه علّت است؟

$$S^{\ell} \text{ در} : \quad k_A + k_B = 2k = 2m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^{\ell 2}}{c^2}}} - 1 \right] \quad \text{®} \quad (6)$$

از مقایسه 5 و 6 ¾¾¾¾¾¾ ® $k_A + k_B = \Delta m_0 c^2$

$$2k = \Delta m_0 c^2$$

$$\Delta m_0 = \frac{2k}{c^2}$$

ناشی از تغییر انرژی جنبشی اجسام است یعنی انرژی جنبشی قبل از برخورد در S^{ℓ} مقداری از بین می‌رود.

بررسی پایستگی انرژی کل :

در S^{ℓ}

$$E_i^{\ell} = E_f^{\ell}$$

$$E_i^{\ell} = E_A + E_B = (m_0 c^2 + k_A) + (m_0 c^2 + k_B)$$

www.Endbook.net

$= 2m_0c^2 + 2k$

$$= 2m_0c^2 + 2m_0c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}} - 1 \right]$$

$$E'_i = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}} - c^2$$

داریم

$E'_f = E_c = m_0c^2 + k_c$ ¾ ¾ ® $k_c = 0$

$E'_f = E_c = m_0c^2 = 0$ ® $E'_f = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}} c^2$

در S'

$m'_i = m'_f$ $m'_i = m_A + m_B$

$$m'_i = m_A + m_B = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}} + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}} = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}}$$

در S' :

$$m'_f = m_c = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}} = m_0 = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}}$$

در دستگاه S :

$E_i = E_f$, $m_i = m_f$

www.Endbook.net

E_i در S جسم A ساکن

$u_A = 0$ $\quad * E_i = E_A + E_B$

$k_A = 0$

$$E_i = (m_0c^2 + 0) + (m_0c^2 + k_B)$$

$$E_i = 2m_0c^2 + k$$

$$\begin{cases} E_i = 2m_0c^2 + m_0c^2\left[\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u_B^2}{c^2}}} - 1\right] \\ u_B = \dfrac{2u_B}{1+\dfrac{u_B^2}{c^2}} \end{cases} \Rightarrow E_i = \frac{2m_0}{\left(1-\dfrac{u_B^2}{c^2}\right)}c^2$$

E_f در دستگاه S

** $E_f = E_c = m_0c^2 + k_c$

پایستگی انرژی کل

$$= m_0c^2 + m_0c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u_c^2}{c^2}}} - 1\right]$$

$$= \frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u_B^2}{c^2}}}c^2 = \frac{\dfrac{2m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u_B^2}{c^2}}}}{\sqrt{1-\dfrac{u_B^2}{c^2}}}c^2 = \frac{2m_0}{\left(1-\dfrac{u_B^2}{c^2}\right)}c^2$$

www.Endbook.net

$m_i = m_f$ در دستگاه S

$$* \quad m_i = m_A + m_B = m_0 + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u_B^2}{c^2}}}$$

$$= m_0 + \frac{m_0\left(1 + \frac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} = \frac{2m_0}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}$$

$$* \quad m_f = m_c = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u_c^2}{c^2}}} = \frac{\frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{2m_0}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}$$

مسأله : (در برخوردها اولین راه‌حل پایستگی حرکت خطی است).

* جسمی به جرم سکون m_0 با سرعت اولیه 0/6c به طور کاملاً ناکشایند با جسمی شبیه خودش که ساکن است برخورد می‌کند.

الف – سرعت جسم واحد را به دست آمده چقدر است؟ $u_c = ?$

ب – جرم سکون آن را پیدا کنید. $m_0 = ?$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$m_A u_B + m_B u_B = M_c u_c$$

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u_A^2}{c^2}}} u_A + 0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u_c^2}{c^2}}} u_c$$

www.Endbook.net

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-(0/6)^2}}(0/6c)=\frac{\frac{2m_0}{\sqrt{1-\frac{u_c^2}{c^2}}}}{\sqrt{1-\frac{u_c^2}{c^2}}}u_c=\frac{2m_0}{1-\frac{u_c^2}{c^2}}u_c$$

$$\Rightarrow\quad u_c=\frac{1}{3}c=0/33c$$

ب) $$m_0=\frac{2m_0}{\sqrt{1-\frac{u_c^2}{c^2}}}=\frac{2m_0}{\sqrt{1-(0/33)^2}}\ \circledR\ m_0=2/12\,m_0$$

الف – طبق فیزیک کلاسیک چه اختلاف پتانسیلی‌کردن الکترون را تا سرعت نور شتاب می‌دهد. مقدار کاری که انجام می‌دهد تا الکترون را جابه‌جا کند.

ب – با این اختلاف پتانسیل الکترون از نظر نسبیتی چه سرعتی را بدست می‌آورد.

ج – در این سرعت جرم و انرژی جنبشی آن چه خواهد بود؟

الف) از دیدگاه کلاسیکی

$$m_0e=9/1\times10^{-31}\ \ kg$$

$$E_0e=0/51mev \qquad \overset{\text{الف}}{=}\begin{cases}k=qV\\ k=\frac{1}{2}m_0u_e^2\\ u_e=u=c\end{cases}\Rightarrow\quad qV=\frac{1}{2}m_0c^2$$

$$e=1/6\times10^{-19}c$$

$$u=c=3\times10^8\ \ m/s$$

$$V=\frac{m_0c^2}{2q}=\frac{(9/1\times10^{-31})(3\times10^8)^2}{2(1/6\times10^{-19})}=2/56\times10^5$$

www.Endbook.net

$$k = qV = m_0c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} - 1\right]$$

$$1/6\times10^{-19}\times2/56\times10^{5} = 9/1\times10^{-31}\times(3\times10^{8})^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{(3\times10^{8})^2}}} - 1\right]$$

جواب را بر c تقسیم می‌کنیم تا جواب بر حسب c بدست آید.

u = ?

ج) $k = qV$ $\qquad m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$

از قسمت ب

مسأله :

الف) اگر $u^2 = u_x^2 + u_y^2$ و $u'^2 = u_x'^2 + u_y'^2$ می‌توان نوشت

$$c^2 - u^2 = \frac{c^2(c^2 - u'^2)(c^2 - V^2)}{(c^2 + u_x'V)^2}$$

ب) با استفاده از این نتیجه نشان دهید که اگر $u' < c$ و $V < c$ باشد آنگاه u باید کوچکتر از c باشد $u < c$ به بیان دیگر حاصل جمع نسبیتی دو سرعت که هر کدام کوچکتر از c باشد سرعتی کوچکتر از c خواهد بود.

ج) با استفاده از این نتیجه نشان دهید که اگر $u' = c$ و یا V = c باشد آنگاه u = c به بیان دیگر جمع نسبیتی هر سرعتی با سرعت نور دوباره همان سرعت نور را بدست می‌دهد.

الف)

$$u^2 = u_x^2 + u_y^2$$

www.Endbook.net

رابطه ® ,

$$u'^2 = u'^2_x + u'^2_y$$

طبق تبدیلات لورنتس

$$\begin{cases} u_x = \dfrac{u'_x + V}{1+\left(\dfrac{V}{c^2}\right)u'_x} \\ u_y = \dfrac{u'_y\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}{1+\left(\dfrac{V}{c^2}\right)u'_x} \end{cases}$$

از نتیجه رابطه الف $\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$ را بدست می‌آوریم :

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{1+\frac{V}{c^2}u'_x}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad ® \quad (A)$$

حال می‌خواهیم تبدیلات اندازه حرکت خطی و انرژی و جرم را بدست آوریم یعنی اگر اندازه حرکت و انرژی و جرم در یک دستگاه مشخص باشد و سرعت نسبی دو دستگاه هم معلوم باشد اندازه حرکت و انرژی و جرم را در هر دستگاهی محاسبه کنیم.

در S :

در S' :

www.Endbook.net

$$\begin{cases} p_x = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}u_x \\ p_y = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}u_y \\ p_z = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}u_z \\ E = mc^2 = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}c^2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} p'_x = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u'^2}{c^2}}}u'_x \\ p'_y = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u'^2}{c^2}}}u'_y \\ p'_z = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u'^2}{c^2}}}u'_z \\ E' = m'c^2 = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u'^2}{c^2}}}c^2 \end{cases} \quad (2)$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \qquad m' = \frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u'^2}{c^2}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \frac{\left(1+\dfrac{V}{c^2}u'_x\right)}{\sqrt{1-\dfrac{u'^2}{c^2}}\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}} \quad \text{®} \quad (A)$$

$$\begin{cases} u_x = \dfrac{U'x+V}{1+\left(\dfrac{V}{c^2}\right)U'x} \\ u_y = \dfrac{U'y\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}{1+\left(\dfrac{V}{c^2}\right)U'x} \\ u_z = \dfrac{U'z\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}{1+\left(\dfrac{V}{c^2}\right)u'x} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad (B)$$

روابط A و B را در (1) جاگذاری می‌کنیم تاتبدیلات اندازه حرکت و انرژی و جرم حاصل شود.

www.Endbook.net

$$p_x = \frac{p_x' + \left(\frac{V}{c^2}\right)E'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$p_y = p_y'$$

$$p_z = p_z'$$

$$E = \frac{E' + VP_x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$m = \frac{m'\left(1 + \frac{V}{c^2}u_x'\right)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$x \quad , \quad y \quad , \quad z \quad , \quad t$	$x' \quad , \quad y' \quad , \quad z' \quad , \quad t'$
b b b b	**b b b b**
$p_x \quad , \quad p_y \quad , \quad p_z \quad , \quad \frac{E}{c^2}$	$p_x' \quad , \quad p_y' \quad , \quad p_z' \quad , \quad \frac{E'}{c^2}$

*** تبدیلات فضا – زمان :**

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$p_x' = \frac{p_x - V\frac{E}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$y' = y \qquad z' = z$$

$$p_y' = p_y \quad , \quad p_z' = p_z$$

www.Endbook.net

$$t' = \frac{t - \left(\frac{V}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\frac{E'}{c^2} = \frac{\frac{E}{c^2} - \left(\frac{V}{c^2}\right)p_x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

مسأله :

الکترونی در چارچوب S با سرعت 0/8c در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند.

الف) انرژی و اندازه حرکت آن را در این چارچوب پیدا کنید.

ب) چارچوب S' با سرعت 0/6c نسبت به S به طرف راست حرکت می‌کند.

اندازه حرکت و انرژی الکترون را در این چارچوب پیدا کنید.

الف) $u = 0/8\,c$ در امتداد $+x$

$E = ?\ eV$

$P = ?\quad kg.m/\sec$

الف) $p_y = p_z = 0$

$$p = p_x = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}u_x = \frac{9/1\times 10^{-31}}{\sqrt{1-(0/8)^2}} - \left[(0/8)(3\times 10^8)\right]$$

$$p = p_x = 3/36\times 10^{-23} \qquad kg.m/Sec$$

www.Endbook.net

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} c^2 = \left[\frac{(9/1\times 10^{-31})(3\times 10^8)^2}{\sqrt{1-(0/8)^2}}\right]$$

$$= 0/850 mev$$

ب) $p'_y = p_y = 0$, $p'_z = p_z = 0$

$$p' = p'_x = \frac{p_x - \left(\frac{V}{c^2}\right)E}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{3/63\times 10^{-23} - \left(\frac{0/6}{3\times 10^8}\right)(0/85\times 10^6)(1/6\times 10^{-19})}{\sqrt{1-(0/6)^2}}$$

$$= 1/15\times 10^{-23}$$

$$E' = \frac{E - Vp_x}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{(0/85\times 10^6)(1/6\times 10^{-19}) - [(0/6)(3\times 10^8)](3/63\times 10^{-23})}{\sqrt{1-(0/6)^2}}$$

$$= 0/552 \quad mev$$

مسأله :

عمر متوسط مزون (m) n حال سکون (s) $2/3\times 10^{-6}$ (زمان ویژه : T_0 در یک اندازه‌گیری آزمایشگاهی عمر متوسط مِزُون n $6/9\times 10^{-6}$ (زمان غیرویژه T) بدست می‌آید.

الف – سرعت مزون n نسبت به آزمایشگاه چقدر است؟

ب – جرم سکون مِزون n برابر با $207\, m_0 e$ است. $\left(m_{0m} = 207\, m_0 e\right)$

جرم مؤثر چنین، مِزونی وقتی با این سرعت حرکت می‌کند چقدر است؟

ج – انرژی جنبشی و اندازه حرکت آن چقدر است؟

www.Endbook.net

$T_0 = 2/3 \times 10^{-6}\ (s)$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad \text{Þ} \quad \frac{T_0}{T} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$T = 6/9 \times 10^{-6}\ (s)$

الف) V = ?

$$\frac{V}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2} \qquad V = 0/942\ m/s$$

ب) $m_{0m} = 207 m_0 e$ $\qquad m_m = \dfrac{m_0 m}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$

$m_m = ?$

ج) $k = ? \quad ev$

$p = ?$

مسأله :

دو سفینه فضایی هر کدام با طول ویژه 100 متر که در جهتهای مخالف هم حرکت می‌کنند از کنار یکدیگر می‌گذرند اگر فضانوردی واقع در جلوی یکی از سفینه‌ها بازه زمانی عبور سفینه دیگر را از مقابل خود $2/5 \times 10^{-6}$ ثانیه اندازه بگیرد.

الف – سرعت نسبی سفینه‌ها چقدر است؟

ب – چه زمانی برای ناظر سفینه اول طول می‌کشد تا دماغهٔ سفینهٔ دوّم از جلو تا عقب سفینه دوم را بپیماید.

به ازاء چه مقداری از سرعت V عبارتهای گالیله و لورنتس برای x به اندازه 0/10% با یکدیگر تفاوت دارند.

www.Endbook.net

$\Delta x' = 0/10\%$ $\Delta x' = x'_L - x'_G$

گالیله لورنتس

$$\begin{cases} x'_L = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} = \dfrac{x'G}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \\ x'_{Ga} = x - Vt \end{cases}$$

$$\frac{x'G}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - x'G = \frac{0/1}{100} \quad ; \quad V = (0/044c)\, x'_G$$

مسأله : الف – طبق فیزیک کلاسیک چه اختلاف پتانسیلی الکترون را تا سرعت نور شتاب می‌دهد.

مسأله : یک الکترون مگاوات $0/05 mev$ عمود بر یک میدان مغناطیسی روی مسیری با شعاع انحناء 2cm حرکت می‌کند القاء مغناطیسی $\vec{B}$ چقدر است نسبت جرم مؤثر الکترون به جرم سکون آن چقدر است؟

$$p = qrB$$

$$B = \frac{p}{qr} \qquad p = \frac{E}{t} \qquad E = pt$$

انرژی دو واحد زمان = توان

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$V \neg k \neg$ را داریم p

www.Endbook.net

فصل چهارم

نور موجی : نورتک انرژی (تک طول موج یا تکفام) است که کمیت تعیین‌کننده آن شدّت است و عبارت است از :

$$I = \frac{P}{A^2}$$

* طیف تابش الکترومغناطیسی نامحدود است.

اثر فوتوالکتریک :

اولین بار اثر فتوالکتریک در سطح فلزات رخ داد.

وقتی که نوری به سطح فلزی تابانیده می‌شود مشاهده می‌شود که آناً (بدون تأخیر زمانی) جریان الکتریکی در مدار گسیل می‌یابد.

آندو الکترون آزادکرده و الکترون آزادشده به سمت کاتد $\bar{|}$ حرکت می‌کند و در آنجا واقعه بوجود می‌آید و جریان الکرتیکی آناً بوجود می‌آید.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{\frac{E}{t}}{A}$$

دید کلاسیکی

از دیدگاه کلاسیکی الکترون آنقدر ساکن می‌ماند تا انرژی کافی جذب کند به حدی که انرژی جذب شده از انرژی بستگی آن به سطح بیشتر شود و حرکت کند و جریان در مدار برقرار شود.

به این ترتیب چند صد ساعت از دیدگاه کلاسیکی (ساختار موجی) طول می‌کشد تا الکترون انرژی لازم را جذب کند و حرکت کند.

www.Endbook.net

از طرفی اگر یک الکترون انرژی آزادسازی را جذب کند پس این امکان از دیدگاه کلاسیکی وجود دارد که چند الکترون با هم آزاد شوند.

وقتی الکترون به سمت کاتد می‌رود دافعه بوجود می‌آید، که ما باید کار را انجام دهیم تا الکترونها با سرعت متری به سمت کاتد حرکت کنند، یعنی پتانسیل ترمزی اعمال کنیم.

پس الکترونها با انرژی جنبشی متفاوت سطح را ترک می‌کنند زیرا سرعتهای $\vec{e}$ متفاوت است. وقتی انرژی پتانسیل به حدی می‌رسد که پرانرژی‌ترین الکترون را در آند متوقف می‌کند و جریان در مدار قطع می‌شود.

$$V = V_0 \ \text{®} \ \ i = 0$$

$$eV_0 = k_{\max} = \frac{1}{2} m_0 v^2{}_{\max}$$

بطور کلی از دیدگاه کلاسیکی به هیچ وجه نمی‌توانیم نتیجه تجربی اثر فتوالکتریک را توجه کند. برای توجیه نتایج تجربی اثر فتوالکتریک، انشیتن نور کوانتومی را تعریف می‌کند، انیشتن می‌گوید.

هر نوری از بسته‌های انرژی یا کوانتاهایی به نام فوتون تشکیل شده است بطوریکه انرژی یک فوتون برابر با $E = hn$ و انرژی نور تابشی برابر است با $E = nhn$ که n تعداد فوتونهای موجود در آن نور خاص است.

در این دیدگاه نور تک طول موج نیست. تک طول موج‌بودن یعنی موج بیکران.

فوتون : بسته‌های انرژی می‌باشد پس نور تبدیل به گسستگی می‌شود. صفر = m_0

$$m_0 = 0$$

$$E = k \ \text{®} \qquad p = \frac{E}{c}$$

به محض اینکه یک فوتون با انرژی مناسب از نور خاص برخورد می‌کند با یک الکترون تمام انرژی را به الکترون می‌دهد و فوتون از بین می‌رود و الکترون با انرژی بدست آورده آزاد شده و به حرکت در می‌آید. پس گسیل جریان الکتریکی در مدار توضیح داده می‌شود.

www.Endbook.net

از دیدگاه کوانتومی

شدّت : نور فوتونهای عبوری در واحد زمان در واحد سطح در انرژی یک فوتون.

شار فوتون

$$I = \left(\frac{n}{t.A}\right) E = \bar{N}E$$

$$I \mu N$$

وقتی شار فوتونی افزایش پیدا کند، تعداد برخوردها زیاد می‌شود و الکترونهای بیشتری آزاد می‌شوند و جریان در مدار برقرار می‌شود.

نقاط گسستگی نمودار مربوط به میزان بستگی الکترون به مدار و انرژی لازم برای جذب آن است.

به محض اینکه پتانسیل کنند کننده به حدی می‌رسد که $V = V_0$ آنگاه جریان در مدار قطع می‌شود که این پتانسیل اعمالی برابر است با پتانسیل فوتون.

* کمیت تعیین‌کننده در مکانیک کوانتومی، انرژی فوتون است. *

$$eV_0 = k_{\max}$$

$E = k_{\max} + j$ انرژی بستگی (پیوندی) یا تابع کار $j\ (= w)$

$Q = hn_0$ بسامد آستانه

شرح بروز اثر فتوالکتریک :

شرح : انرژی فوتون برخوردکننده بزرگتر از انرژی بستگی یا مقید یا تابع کار باشد.

$$E > j$$

$hn > hn_0$ یا $n > n_0$ فرکانس آستانه (مربوط به سطح است)

$$hn = eV_0 + hv_0$$

www.Endbook.net

$h = 6/63 \times 10^{-34} \quad j.Sec$

$$eV_0 = K_{max} = \frac{1}{2} m_0 V_{max}^2$$

در هر فرآیندی تابش الکترومغناطیسی ماده

اساساً فوتون کم‌انرژی تابش الکترومغناطیسی در اثر فوتوالکتریک در برهم‌کنش با ماده جذب ماده می‌شود.

اگر فوتون پرانرژی باشد، (یونش اتمی) دیگر روابط کلاسیکی قابل قبول نیستند و باید روابط نسبیتی نوشته شوند.

$$E = K_{max} + j$$

*** رابطه نسبیتی اثر فتوالکتریک ***

$$E = (E - E_0) + E_b$$

* عامل تعیین‌کننده انرژی فوتون است و نه شدّت.

اگر تابش یا نور در برهم‌کنش مستقیم با دستگاه قرار بگیرد رفتار ذره‌ای از خود نشان می‌دهد.

اگر تابش یا نور در عبور از دستگاهی قرار بگیرد که طول موج آن با ابعاد دستگاه قابل مقایسه باشد رفتار موجی از خود نشان می‌دهد.

نور دارای الگوی ذره‌ای است. که ویژگی اصلی ذره، جرم می‌باشد.

$$E = hn \qquad p = \frac{E}{c} = \frac{h\frac{c}{l}}{c} = \frac{h}{l}$$

ویژگی ذره‌ای :

1- انرژی 2- اندازه حرکت خطی

ویژگی موجی :

www.Endbook.net

1- فرکانس v 2- طول موج l

Ü ماده بطور همزمان موج – ذره است.

موج مورد بررسی تک‌طول موج نیست.

تنها به ذره در حال حرکت موج نسبت می‌دهیم.

*** مسأله** :

الف – انرژی لازم برای جداکردن الکترون از سدیم 2/3eV است آیا برای نور دزدی با طول موج $5890A^{o}$ سدیم اثر فتوالکتریک را نشان می‌دهد.

ب – طول موج حدی گسیل فوتوالکریکی از سدیم چقدر است؟

الف) $E > j$ $j = 2/3eV$ لنرژی بستگی یا تابع کار w

الف) $l = 5890A^{o}$ $E = \frac{hc}{l} = \frac{\left[\left(6/63\times10^{-34}\right)\left(3\times10^{8}\right)\right]}{\left[5890\times10^{-10}\right]} \Big/ 1/6\times10^{-19}$

آیا اثر فتوالکتریک رخ می‌دهد؟

$E = 2/1eV$

چون $E < j$ اثر فتوالکتریک رخ نمی‌دهد

ب) $l_0 = ?\ ^{o}A$

$j = hn_0 = \frac{hc}{l_0}$ Þ $l_0 = \frac{hc}{j} = \frac{\left(6/63\times10^{-34}\right)\left(3\times10^{8}\right)}{(2/3)(1/6\times10^{-19})}$

= m = Å

www.Endbook.net

نوری با طول موج 2000Å بر سطح آلومنیوم فرود می‌آید برای جداکردن الکترون از سطح 4/2eV لازم است انرژی جنبشی برای :

الف – تندترین ب – کندترین فتوالکترونهای گسیل‌یافته چقدر است؟

ج – پتانسیل متوقف‌کننده چقدر است؟ د – طول موج حدی برای Al چقدر است؟

ه - اگر شدت نور فرودی $2\frac{w}{m^2}$ باشد تعداد میانگین فتونهایی که در واحد زمان بر واحد سطح اصابت می‌کنند چقدر است؟

$l = 2000\text{Å}$

تابع کار $w = j = 4/2eV$

$E = k_{\max} + j$

الف) $k_{\max} = ?$

$E = hn = h\frac{c}{l}$

$E = \frac{(6/63 \times 10^{-34})(3 \times 10^{8})}{2 \times 10^{-7}} = 9/95 \times 10^{-19} \ (j)$

$\frac{9/95 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-29}} = 6/22eV$

$k_{\max} = E - j \qquad k_{\max} = 6/22 - 4/2 = 2/02(eV)$

ب) کندترین فتوالکترون $k_{\min} = 0$

www.Endbook.net

چون درجه بستگی الکترونها به سطح متفاوت است فوتون با انرژی بزرگتر از بستگی می‌تواند الکترونها، با تقید کمتر آزاد کند بنابراین ممکن است الکترونهایی وجود داشته باشند که آزاد شوند. $k_{\min}=0$

ج) پتانسیل ترمزی = $V_0=?$

$$eV_0=k_{\max} \qquad (1/6\times10^{-19})(V_0)=2/02\times1/6\times10^{-19}$$

$V_0=2/02$ ولت

د) طول موج حدی $l_0=Al$

$$j=hn_0=h\frac{c}{l_0}$$

$$l_0=\frac{hc}{j}$$

$$l_0=\frac{(6/63\times10^{-34})(3\times10^{8})}{(4/2)(1/6\times10^{-19})}=2/96\times10^{-7}$$

$$l_0=2960(A^{0})$$

ه) $I=2\frac{w}{m^2}$ I = NE

$$E=9/95\times10^{-19}$$

$$N=\frac{2}{9/95\times10^{-19}}=0/2\times10^{19}$$

پتانسیل متوقف‌کننده فتوالکترونهای گسیل‌یافته از سطحی که توسط نوری با طول موج $4910^{0}A$ روشن می‌شود برابر 0/71V ولت است وقتی طول موج نور فرودی تغییر می‌کند پتانسیل متوقف‌کننده 1/43 را ولت می‌شود طول موج جدید چقدر است؟

www.Endbook.net

حق نداریم j_1 بنویسیم زیرا سطح همان سطح است.

$V_{01}=0/71$ ولت $\qquad eV_0=k_{max}$

$l_1=4910\,^{o}A \qquad E=eV_0+j$

$V_{02}=1/43$ ولت $\qquad E_1=eV_{01}+j$

$l_2=? \qquad E_2=eV_{02}+j$

$$E_1-E_2=e(V_{01}-V_{02})$$

$$\frac{hc}{l_1}-\frac{hc}{l_2}=e(V_{01}-V_{02})$$

$$\frac{hc}{l_2}=\frac{hc}{l_1}-e(V_{01}-V_{02})$$

$$l_2=\frac{hc}{\frac{hc}{l_1}-e(V_{01}-V_{02})}$$

$$l_2=3820\,^{o}A$$

در یک آزمایش فتوالکتریک که در آن از نورتک فام و فتوکاتد سدیم استفاده می‌شود برای طول موج $3000^{o}A$ پتانسیل متوقف‌کننده 1/85V و برای طول موج $4000^{o}A$ پتانسیل متوقف‌کننده 0/82V بدست می‌آید به کمک این داده‌ها تعیین کنید :

الف – ثابت پلانک

ب – تابع کار سدیم بر حسب الکترون ولت

ج – طول موج حدی سدیم.

www.Endbook.net

$l_1 = 3000\,^{\circ}A$
$V_{01} = 1/85V$

$l_2 = 4000\,^{\circ}A$
$V_{02} = 0/82V$

الف) $h = ?\ \frac{j}{s}$

ب) $j = ?eV$

ج) $l_0 = \,^{\circ}A$

$E = eV_0 + j$

$E_1 = eV_{01} + j$

$E_2 = eV_{02} + j$

$E_1 - E_2 = e(V_{01} - V_{02})$

$$\frac{hc}{l_1} - \frac{hc}{l_2} = e(V_{01} - V_{02})$$

$$hc\left(\frac{l_2 - l_1}{l_2 l_1}\right) = e(V_{01} - V_{02})$$

$$h = \frac{e(V_{01} - V_{02})\, l_2 l_1}{c(l_2 - l_1)}$$

$$h = \frac{(1/6\times 10^{-19})(1/85 - 0/8)(4000)(3000)\times 10^{-20}}{3\times 10^{8}\,(4000 - 3000)\times 10^{-10}} = 6/592\times 10^{-34}\ \frac{j}{s}$$

www.Endbook.net

ب)

$$E_1 = eV_{01} + j \qquad j = E_1 - eV_{01} = \frac{hc}{l_1} - eV_{01}$$

$$j = 2/287\,eV \;@\; 2/3\,eV$$

ج) $j = \frac{hc}{l_0}$ Þ $l_0 = \frac{hc}{j}$

$$l_0 = 5420\,°A$$

اثر تابش ترمزی (برم اشترالانگ) :

فرآیندی عکس اثر فتوالکتریک است.

ماده‌ای با انرژی مناسب به طریقی بخشی یا تمام انرژی خود را از دست می‌دهد و فوتون بوجود می‌آید.

فرض می‌کنیم الکترونی با اعمال ولتاژ انرژی مناسبی دارد (k_i) در حضور هسته اتم سنگین بخشی از انرژی خود را از دست می‌دهد.

$$k_i - k_f = E$$

اگر الکترون تمام انرژی خود را از دست دهد آنگاه :

$$k_f = 0 \qquad Þ \qquad k = E_{\max}$$ پرتو x

اثری دقیقاً عکس اثر فتوالکتریک

$$eV = hn_{\max}$$

$$k = E_{\max} = hn_{\max} = h\frac{c}{l_{\min}}$$

www.Endbook.net

* طیف پرتو X که در این اثر تولید می‌شود طیف پیوسته پرتو X است. گسترهٔ طول موجی طیف پیوسته پرتو X در طیف تابش ترمزی در گسترهٔ A^{0} است.

$0/1A^{0} \leftarrow$ پرتو X $\rightarrow 1A^{0}$

برای فوتون $E = hn = h\frac{c}{l} = \frac{(6/63 \times 10^{-34})(3 \times 10^{8})}{1 \times 10^{-10}} = (6/63 \times 10^{-16})3$

$6/63 \times 10^{-16} \times 3 \quad j \rightarrow \frac{6/63 \times 3 \times 10^{-16}}{1/6 \times 10^{-19}} @ 10 \times 10^{3} eV$

$= 10Kev$

اولین بار پرتو X توسط رونتکن شناخته شد.

امروزه برای تولید اشعه X از لامپ رونتکِن استفاده می‌شود.

*** لامپ رونتکن** :

آزادشدن الکترون توسط گرمای داده شده را گسیل گرما – یونی گویند.

* مثالی از تبدیل تابش بر جرم است، مثالی از تبدیل جرم به انرژی است.

*** اثر کامپتون** :

تأیید تجربی بیان انیشتین را اثر کامپتون توجیه می‌کند.

دید کلاسیکی :

هرگاه یک موج الکترومغناطیسی در جهت و راستای مشخص به الکترونی برخورد کند باعث می‌شود که برا (الکترون) نوسان کند زیرا میدان الکتریکی بر روی بار کار انجام می‌دهد.

E = CB

www.Endbook.net

نقش الکترون

الکترون باعث می شود تابش فرودی با h و n معین کرد و راستای معین می‌تابد بعد از برخورد به الکترون در تمام جهات در فضا پراکنده شود این پراکندگی را پراکندگی همدوس گویند.

که فرکانس تابش پراکنده برابر فرکانس تابش اولیه در جهت معین می‌باشد.

دیدگاه کوانتوم :

پرتو x را در یک راستای شخص وارد می‌کند بر یک هدف گرافیتی و از طرف دیگر آشکارساز ذره‌ای را از صفر درجه تا 180^{0} در خلاف جهت پرتو فرودی حرکت می‌دهد و مشاهده می‌کند برعکس کلاسیکی در نمودار شدت بر حسب طول موج به جای اینکه از دیدگاه ساختار گسسته تابش پراکنده دارای طول موجهای متفاوت از همان نوع است.

در اثر کامپتون الکترون می‌تواند آزاد باشد ما ترجیحاً الکترون کاملاً آزاد را انتخاب می‌کنیم:

پرتو x با طول موج l و اندازه حرکت خطی p و انرژی E به الکترون برخورد کرده و بخشی از انرژی خود را از دست داده و الکترون تحت زاویه j در جهت منفی محور x با اندازه حرکت خطی p_{e^-} و انرژی جنبشی k به حرکت درمی‌آید.

جابه‌جایی کامپتونی $\Delta l = l' - l = ?$

انرژی جنبشی الکترون

$$\frac{K}{E} = ?$$

انرژی فوتون فرودی

اصل بقای اندازه حرکت خطی :

در راستای x * $p_{ix} = p_{fx}$

$$p = p' \cos q + p_{e^-} \cos j$$

$$p - p' \cos q = p_e \cos j \quad \text{®} \quad (1)$$

www.Endbook.net

در راستای y * $p_{iy} = p_{fy}$

$0 = p' \sin q - p_e \sin j \quad \Rightarrow \quad p' \sin q = p_e \sin j \quad \text{®} \quad (2)$

روابط به توان 2 و جمع

$\Rightarrow \text{®} \quad p^2 + p'^2 (\cos^2 q + \sin^2 q) - 2pp' \cos q = p_e^2 (\cos^2 j + \sin^2 j)$

$p^2 + p'^2 - 2pp' \cos q = pe^2 \quad \text{®} \quad (3)$

پایستگی انرژی کل :

$E_i = E_f$

$E + m_0 c^2 = E' + Ee$

قبل از برخورد بعد از برخورد

$E + m_0 c^2 = E' + (k + m_0 c^2)$

انرژی جنبشی الکترون $K = E - E'$ ® (4)

جدای فوتون داشتیم : $p = \frac{E}{c} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} E = cp \\ E' = cp' \end{cases} \quad \text{®} \quad (5)$

5 را در 4 قرار می‌دهیم

$\Rightarrow \text{®} \quad k = c(p - p') \quad \text{®} \quad (6)$

دیدگاه تاریخی:
- اثر متوالکتریک ® فوتون با انرژی کم
- اثر کامپتون ® فوتون با انرژی متوسط
- تولید زوج ® فوتون با انرژی بالا

برای ذرهٔ نسبیتی داریم $m_0 > 0$

$(k + m_0 c^2)^2 = p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2$

www.Endbook.net

$$k^2 + (\cancel{m_0c^2})^2 + 2m_0c^2k = p^2c^2 + (\cancel{m_0c^2})^2 \quad \rightarrow \quad (7)$$

تقسیم بر c^2

$$\longrightarrow \quad \frac{k^2}{c^2} + 2m_0k = p_e^2 \quad \rightarrow \quad (8)$$

6 در 8

$$\longrightarrow \quad p_e^2 = (p - p')^2 + 2m_0c(p - p')$$

$$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' + 2m_0c(p - p') \quad \rightarrow \quad (9)$$

از روابط 3 و 9 داریم

$$\longrightarrow \quad p^2 + p'^2 - 2pp' + 2m_0c(p - p') = p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\theta$$

$$pp' - pp'\cos\theta = m_0c(p - p')$$

$$pp'(1 - \cos\theta) = m_0c(p - p')$$

طرفین ، m_0c

$$\Rightarrow \quad \frac{pp'}{m_0c}(1 - \cos\theta) = (p - p')$$

طرفین را بر pp' تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{m_0c}(1 - \cos\theta) \quad \rightarrow \quad (10)$$

داریم : $p = \frac{E}{c} = \frac{h\frac{c}{\lambda}}{c} = \frac{h}{\lambda} : \begin{cases} p = \frac{h}{\lambda} \\ p' = \frac{h}{\lambda'} \end{cases} \quad \rightarrow \quad (11)$

11 در 10

$$\longrightarrow \quad \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) \quad \rightarrow \quad (12)$$

$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ جابه‌جائی (شیفت) کامپتونی

طول موج کامپتونی $\lambda_c = \frac{h}{m_0c}$ $\qquad \Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$

www.Endbook.net

اگر $q = 0^\circ$ Þ $\Delta l = 0$

$q = 90^\circ \Rightarrow \Delta l = l c = \frac{l}{m_0 c}$

$q = 180^\circ \Rightarrow \Delta l = 2_{lc} = \frac{2h}{m_0 c}$

رسم نمودار Δl بر حسب q

مسئله

یک فوتون پرتو x که با انرژی اولیه $1/0 \times 10^5$ الکترون ولت (eV) در جهت مثبت x حرکت می‌کند بر الکترون آزاد ساکنی فرود می‌آید فوتون در جهت عمودی +y پراکنده می‌شود مؤلفه‌های اندازه حرکت الکترون پس‌زده و زاویه پس‌زنی آن را بدست آورید.

$E = 1 \times 10^5 eV$ در جهت +x

$p_{ex} = ?$

$p_{ey} = ?$

$j = ?$

$p_{ix} = p_{fx}$

$p = p_e \cos j = p_{ex} \rightarrow (1)$

$p_{iy} = p_{fy}$ Þ $0 = p' - p_e \sin j$ Þ $p' = p_e \sin j = p_{ey}$ ® (2)

می‌دانیم : $p = \frac{E}{c} = \frac{(1 \times 10^5)(1/6 \times 10^{-19})}{3 \times 10^8} = 5/33 \times 10^{-23} \ kg.m/s$

www.Endbook.net

$$p_{ex} = p = 5/33 \times 10^{-23} \quad kg.m/s$$

می‌دانیم : $p' = \frac{E'}{c} = \frac{h\frac{c}{l'}}{c} = \frac{h}{l'}$ ¾ ¾¾ ® (3)

می‌دانیم : $\Delta l = l' - l$ Þ $l' = l + \Delta l$

$$l = \frac{h}{p} = \frac{6/63 \times 10^{-34}}{5/53 \times 10^{-23}} = 1/24 \times 10^{-11} \quad (m) = 0/124 \ ^{o}A$$

$$\Delta l = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos q) \quad , \quad q = 90^{o}$$

Þ $$\Delta l = \frac{h}{m_0 c} = \frac{6/63 \times 10^{-34}}{(9/1 \times 10^{-31})(3 \times 10^{8})} = 2/42 \times 10^{-12} \ (m)$$

$\Delta l = 0/0242 \ ^{o}A$

Þ $l' = l + \Delta l$ ® $l' = 0/1482 \ ^{o}A$

$p' = \frac{h}{l'}$ Þ $p' = \frac{6/63 \times 10^{-34}}{0/1482 \times 10^{-10}} = 4/46 \times 10^{-23} \quad kg.m/s$

$p_{ey} = p' = 4/46 \times 10^{-23} \quad kg.m/s$

(1) راه $p = p_e \cos j$ Þ $j = \cos^{-1}\left(\frac{p}{p_e}\right)$

$p_e = \sqrt{p_{ex^2} + p_{ey^2}}$ Þ $j = ?$

www.Endbook.net

(2) راه $\tan j = \frac{p_{ey}}{p_{ex}}$ $\qquad j = \tan^{-1}\left(\frac{p_{ey}}{p_{ex}}\right) = 37/12^{o}$

با استفاده از پایستگی انرژی $\frac{K}{E}$ را محاسبه کنید.

$\frac{K}{E}$ = ؟

$E_i = E_f \quad \text{Þ} \quad K = E - E'$

$K = \frac{hc}{l} - \frac{hc}{l'} = hc\left(\frac{l' - l}{l\,l'}\right)$

$K = \left(\frac{hc}{l}\right)\left(\frac{l' - l}{l'}\right)$ $\qquad \begin{cases} \Delta l = l' - l \\ l' = \Delta l + l \end{cases}$

$\text{Þ} \quad K = E\left(\frac{\Delta l}{l + \Delta l}\right)$

$\frac{K}{E} = \frac{\frac{h}{m_0 c}(1 - \cos q)}{l + \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos q)}$

$q = 180^{o} \quad \text{Þ} \quad \Delta l = \frac{2h}{m_0 c}$

$K = K_{max}$ وقتیکه $q = 180^{o}$

$\frac{K_{max}}{E} = \frac{\frac{2h}{m_0 c}}{l + \frac{2h}{m_0 c}}$

www.Endbook.net

مسئله

یک الکترون با انرژی 62Kev

(تابش ترمزی)

$K = 62\,Kev$ اثر ترمزی

$K_{\max} = ?\,ev$ اثر کامپتون

$E = K = 62\,Kev$

$$\frac{K}{E} = \frac{\Delta l}{l + \Delta l}$$

$K = K_{\max}$ ® وقتیکه $q = 180^{o}$

$$\frac{K_{\max}}{E} = \frac{\frac{2h}{m_0 c}}{\frac{c}{n} + \frac{2h}{m_0 c}} = \frac{\frac{2h}{m_0 c}}{\frac{c}{n}\left[1 + \frac{2hn}{m_0 c^2}\right]}$$

$$\frac{K_{\max}}{E} = \frac{\frac{2hn}{m_0 c^2}}{1 + \frac{2hn}{m_0 c^2}} \quad \text{Þ} \quad K_{\max} = E\left[\frac{\frac{2E}{m_0 c^2}}{1 + \frac{2E}{m_0 c^2}}\right]$$

$E_0 = m_0 c^2 = 0/51 mev = 0/51 \times 10^3 \quad Kev$

$$K_{\max} = E\left[\frac{\frac{2E}{E_0}}{1 + \frac{2E}{E_0}}\right] = (62)\left[\frac{\frac{2(62)}{0/51 \times 10^3}}{1 + \frac{2(62)}{0/51 \times 10^3}}\right] = \ldots\ Kev$$

مسائل اثر کامبتون :

www.Endbook.net

1- الف) نشان دهید که الکترون آزاد نمی‌تواند فوتونی را جذب کند و در عین حال هر دو کمیت انرژی و اندازه حرکت را پایسته نگه دارد از این رو فرآیند فتوالکتریک یک الکترون مقید نیاز دارد؟

ب) ولی در اثر کامپتون الکترون می‌تواند آزاد باشد.

رابطه زیر را بین جهت حرکت فوتون پراکنده و الکترون پس‌زده در اثر کامپتون بدست آورید.

$$\cot\frac{q}{2}=\left(1+\frac{hn}{m_0c^2}\right)\tan j$$ پس‌زنی

رابطه زیر را در اثر کامپتون بدست آورید.

$$\frac{K}{E}=\frac{\left(\frac{2hn}{m_0c^2}\right)\sin^2\frac{q}{2}}{1+\left(\frac{2hn}{m_0c^2}\right)\sin^2\frac{q}{2}}$$

الف – نشان دهید که حد طول موج کوتاه در طیف پیوسته پرتو x توسط $l_{\min}=12/4\ {}^{o}A/V$ داده می‌شود که در آن V پتانسیل اعمال شده بر حسب کیلووات KV است؟

ب) اگر ولتاژ دوسر لامپ پرتو x برابر با 186 KV باشد. $l_{\min}$ چقدر است؟

در اثر فتوالکتریک انرژیهای بستگی از مرتبه انرژیهای کم است ¬ روابط کلاسیکی است. در اثر کامپتون انرژیها از مرتبه انرژیهای متوسط است Ü فوتون با انرژی متوسط.

م – پرتوهای x با طول موج $0/71\ {}^{o}A$ از یک برگ طلا فوتوالکترونهایی بیرون می‌اندازند. الکترونها در ناحیه‌ای که در آن میدان مغناطیسی $\vec{B}$ است مسیرهای دایره‌ای به شعاع r تشکیل می‌دهند آزمایش نشان می‌دهد که $r\vec{B}=1/88\times10^{-4}$ تسلامتر

الف) انرژی جنبشی بیشینه فتوالکترونها را پیدا کنید.

www.Endbook.net

ب) کار انجام شده برای جداکردن الکترون از برگ طلا را بیابید.

چون ذکر نکرده q چقدر است یعنی عمود است $q = 90^{\circ}$

کار میدان سبب می‌شود که الکترونها مسیر دایره‌ای داشته باشند.

$l = 0/71\ ^{\circ}A$

$rB = 1/88 \times 10^{-4}\ T.m$

الف) $K_{\max} = ?\, ev$

ب) $W = ?\, ev$

$m_{0e} = 9/1 \times 10^{-31}\ kg$

$E_{0e} = 0/51 mev$

$e = 1/6 \times 10^{-19} c$

$\vec{F}_m = q\vec{V} \times \vec{B}$

$$\left.\begin{array}{l} F_m = qVB \\ F_m = F_R \\ F_R = m\dfrac{V^2}{r} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} qVB = m\dfrac{V^2}{r} \\ p = mV \end{array}$$

$p = qrB \quad \Rightarrow \quad (1)$

$p = \sqrt{2m_0 k} \quad \Rightarrow \quad k = \dfrac{p^2}{2m_0} = \dfrac{(qrB)^2}{2m_0} =$

www.Endbook.net

$$K = \frac{\left[(1/6 \times 10^{-19})(1/88 \times 10^{-4})\right]^2}{2(9/1 \times 10^{-31})} = \ldots\ldots \quad j = 3107/16\, ev$$

ب) $E = K_{max} + j$

$$j = E - K_{max} \qquad j = \frac{hc}{l} - K_{max}$$

$$j = 14375\ ev$$

اثر فتوالکتریک : یک فوتون با یک الکترون مقید برخورد می‌کند و ناپدید می‌شود الکترون از جای خود بیرون رانده می‌شود.

اثر کامپتون : یک فوتون با یک الکترون آزاد برخورد می‌کند و باعث آفرینش یک فوتون دیگر با انرژی پایینتر و پس‌زدن الکترون می‌شود.

تولید زوج : یک فوتون در مجاورت یک ذرهٔ سنگین نابود می‌شود و یک زوج الکترون = پوزیترون آفریده می‌شود.

تابش ترمزی : یک الکترون در مجاورت یک ذره سنگین منحرف می‌شود و یک فوتون آفریده می‌شود.

نابودی زوج : یک پوزیترون با یک الکترون ترکیب می‌شوند و یک زوج فوتون تولید می‌شود. (مجاورت هسته اتم سنگین).

تولید زوج – نابودی زوج

برای پایستگی اندازه حرکت، وجود هسته سنگین الزامی است.

فوتون پرانرژی تابش الکترومغناطیسی در برهم‌کنش (مجاورت) هسته‌ی سنگین از بین می‌رود و زوج الکترون ، پوزیترون ایجاد می‌شود.

به هر الکترون در اتم، در هر حالت انرژی باید اندازه حرکت خطی به بزرگی $\frac{1}{2}$ نسبت داد.

www.Endbook.net

پوزیترون و الکترون از لحاظ همه ویژگیها مانند یکدیگرند تنها بار آنها مخالف است.

$$E = E_+ + E_-$$

$$E = (m_0c^2 + k_+) + (m_0c^2 + k_-)$$

$$E = 2m_0c^2 + k_+ + k_-$$

میدان هسته میدان مثبت است و طبق قانون کوین (بارهای ناهمنام همدیگر را جذب و بارهای همنام دفع می‌کنند) پوزیترون را باشدت بیشتری دفع می‌کند تا جذب کند.

می‌خواهیم آستانه انرژی فرآیند تولید زوج را بدست بیاوریم :

$$E = 2E_0 = 2(0/51)\ \ mev$$

$E \geq 2E_0$ انرژی سکون

اساساً در تولید زوج فوتون پرانرژی در برهم‌کنش را با ماده جذب ماده می‌شود و زوج الکترون – پوزیترون می‌سازد.

پوزیترون و الکترون با هم ترکیب می‌شوند.

تولید زوج

عکس تولید زوج : (نابودی زوج) :

تابش از بین می‌رود و زوج تولید می‌شود. (تولید زوج)

نابودی زوج

اگر زوج الکترون – پوزیترون را که ثابت و ساکن هستند در مجاورت هسته سنگین از بین می‌روند و تابش الکترومغناطیسی ایجاد می‌شود.

www.Endbook.net

پایستگی اندازه حرکت خطی ایجاب می‌کند که دو فوتون با اندازه‌های حرکت خطی مساوی و در خلاف جهت هم تولید می‌شود.

$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$$

$$\left|\vec{p}_1\right| = \left|\vec{p}_2\right| \qquad p = \frac{E}{c}$$

$$E_i = E_f$$

$$m_0c^2 + m_0c^2 = E_1 + E_2$$

$$2m_0c^2 = 2E \qquad E = m_0c^2$$

طول موج فوتو

$$p = \frac{E}{c} = m_0c \quad \Rightarrow \quad l_1 = l_2 = l_0 = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_0c}$$

الف) فرآیند نابودی زوج را در دستگاهی در نظر بگیرید که زوج الکترون – پوزیترون در آن دستگاه ساکن است. ناظر این دستگاه چه طول موج یا طول موجهایی را برای فوتونهای فرآیند نابودی اندازه‌گیری می‌کند.

ب) دستگاه دیگری را در نظر بگیرد که نسبت به دستگاه اول با سرعت ثابت V در امتداد xx' به طرفچپ حرکت می‌کند ناظر این دستگاه چه طول موج یا طول موجهایی را برای فوتونهای فرآیند نابودی اندازه‌گیری می‌کند.

$$l_0 = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_0c}$$

* زوج نسبت به ناظر این دستگاه ساکن نیست.

ب) زوج الکترون پوزیترون نسبت به دستگاه ساکن نیست و با سرعت V به سمت راست حرکت می‌کند.

پایستگی انرژی : $E_i = E_f$

www.Endbook.net

$$\left.\begin{array}{l} mc^2 + mc^2 = E_1^2 + E_2^2 \\ p = \dfrac{E}{c} \quad \Rightarrow \quad E = pc \end{array}\right\} \Rightarrow \quad 2mc^2 = p_1^2 c + p_2^2 c \quad \Rightarrow \quad (1)$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \quad \Rightarrow \quad mV + mV = p_1^2 - p_2^2 \quad \Rightarrow \quad 2mV = p_1^2 - p_2^2 \quad \Rightarrow \quad (2)$$

$$p_1^2 = m(c+V) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}(c+V) = m_0 c\sqrt{\frac{c+V}{c-V}}$$

$$l_1^2 = \frac{h}{p_1^2} = \frac{h}{m_0 c}\sqrt{\frac{c-V}{c+V}}$$

*** طول موج حرکت نسبی نزدیک‌شدن**

*** طول موج حرکت نسبی دورشدن**

$$l_2^2 = \frac{h}{p_2^2} = \frac{h}{m_0 c}\sqrt{\frac{c+V}{c-V}}$$

یک زوج به خصوص طوری تولید می‌شود که پوزیترون در حال سکون است و الکترون با انرژی جنبشی $1/0mev$ در جهت پرواز فوتون تولیدکننده زوج حرکت می‌کند.

الف) با چشم‌پوشی از انرژی انتقال‌یافته به هسته اتم مجاور انرژی فوتون ورودی را بیابید.

ب) چه درصدی از اندازه حرکت فوتون به هسته انتقال می‌یابد.

پوزیترون ساکن است $\Rightarrow \quad k_+ = 0 \quad \Rightarrow \quad p_+ = 0$

$K_- = 1/0mev$ در جهت پرواز فوتون فرودی

الف) $E = ?ev$

www.Endbook.net

ب) $p_N / fph = ?\%$

الف) $E = E_+ + E_- = (m_0c^2 + k_+) + (m_0c^2 + k_0)$

$E = 2m_0c^2 + k_- = 2E_0 + k_- = 2(0/51) + 100@2/0 \ \ mev$

ب) $P_N = \dfrac{p_{ph} - P_{\text{زوج}}}{p_{ph}} = \ldots$

$P_{ph} = \dfrac{E}{c} = 2/0 \ \ mev/c$ صفر

$P_{\text{زوج}} = P_+ + P_- = P_-$

رابطه نسبتی $P_- = \dfrac{\sqrt{k_-^2 + 2Ek_-}}{c} = \dfrac{\sqrt{(1/0)^2 + 2(0/51)(1)}}{c} @ \dfrac{\sqrt{2/0}}{c} \quad mev/c$

$P_N = \dfrac{2/0\left(mev/c\right) - \sqrt{2}\left(mev/c\right)}{2/0} \%$

م – فرض کنید که زوج الکترون – پوزیترون توسط فوتونی تشکیل می‌شود که دارای انرژی آستانه‌ای این فرآیند است اندازه حرکت انتقال‌یافته به هسته را در این فرآیند حساب کنید.

مسئله

$E = 5/01 \ \ mev$

فرض مسئله: $E_+ = E_-$ حرکت به سوی جلو

$P_N = ? \ \ mev/c$ در کدام جهت

$P_N = P_{ph} - P_{\text{زوج}}$ فوتون هسته زوج

www.Endbook.net

$$P_{ph} = \frac{E}{c} = 5/01 \ mev/c$$

$$\begin{cases} P_{زوج} = P_+ + P_- \\ E_+ = E_- \ \text{فرض} \ \Rightarrow \ P_+ = P_- \end{cases} \Rightarrow \ P_{کل} = 2P_-$$

$$P_- = \frac{\sqrt{K_-^2 + 2E_0K_-}}{c} \qquad (3) \qquad \text{®}$$

$$E = E_+ + E_- = 2E_- \qquad \Rightarrow \qquad E_- = \frac{E}{2} @ 2/5 \ mev$$

$$E_- = K_- + E_0 \qquad \Rightarrow \qquad K_- = E_- - E_0 = 2/5 - 0/5 @ 2/0 \ mev$$

$$P_- = \frac{\sqrt{(2)^2 + 2/0}}{c} @ \sqrt{6} \ mev/c$$

$$P_{کل} = 2P_- = 2\sqrt{6} \ mev/c$$

$$P_N = 5/01 - 2/6 = \ldots \ mev/c$$

جهت : به سرعت جلو

www.Endbook.net

فصل پنجم

پیرامون اطراف ما تشکیل شده از تابش و ماده

لوئی روبروی پیشنهاد می‌کند که :

ار تابش دارای رفتار دوگانه است ماده هم بایستی باید دارای رفتار دوگانه باشد (تقارن طبیعت).

اساس مکانیک کوانتوم چیزی جز اصل روبروی نیست. یعنی چیزی جز تقارن طبیعت نیست.

برای فوتون ویژگیهای زیر را داریم.

$m_0 = 0$

* فوتون در حال حرکت از خود رفتار ذره‌ای نشان می‌دهد $E = K$

فوتون همیشه در حال حرکت است.

$$p = \frac{E}{c}$$

$$E = hn \qquad l = \frac{h}{p}$$

لوئی دوبروی می‌گوید : ماده یا ذرات در حال حرکت باید رفتار موجی از خود نشان دهند.

ماده $\neg$ $m_0 > 0$

* ارتباط بین وجه ذره‌ای و وجه موجی مربوط به حرکت ماده از دیدگاه کمّی (دید تجربی) و کیفی دقیقاً مانند رابطه $l = \frac{h}{p}$ (رابطه دوبروی) در تابش الکترومغناطیسی می‌باشد.

از دیدگاه دوبروی هرچه که در اطراف ماست رفتار دوگانه دارند.

www.Endbook.net

* تابش رفتار دوگانه دارد که رفتار موجی آن بیشتر است و فوتون در حال حرکت از خود رفتار ذره‌ای نشان می‌دهد.

* پس ذرات مادی هم باید رفتار دوگانه داشته باشد که رفتار ذره‌ای آن بیشتر است و ماده در حال حرکت باید از خود رفتار موجی نشان دهد.

$$l_D = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_0 V} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 k}}$$

برای اینکه ماده با رفتار موجی دارای طول موج محسوس و معلومباشد باید جرم آن خیلی کم باش یعنی ذره، ذره میکروسکوپی باشد (کوانتوم) زیرا l_D و m_0 نسبت عکس با هم دارند.

$$l_D \mu \frac{1}{m_0}$$

* وجه ممیز امواج تداخل است.

* وجه ممیز ذرات برخورد است.

از آنجایی که کوچکترین ذره شناخته شده در زمان دوبروی برای موج مادی الکترون بود و نسبت $\frac{e}{m}$ دقیقاً اندازه‌گیری شده بود و توسط تامسون پدر ردیابی شده بود بنابراین دانشمندان تلاش می‌کنند پیشنهاد دوبروی را با تأیید تجربی (آزمایش) بیان کنند.

* تقریباً انرژی الکترون برای بود با انرژی پرتو x *

بشر رفتار موجی پرتو x را در آن زمان می‌شناخت و گستره طول موجی پرتو x در گسترهٔ $1^{\circ}A$ می‌باشد.

و بلور نمک طعام و فاصله شبکه‌ای Na و Cl در گسترهٔ $1^{\circ}A$ ماده‌ای مناسب برای پراش پرتو x است.

از آنجا که در اثر تابش ترمزی پرتو x تولید می‌شود.

www.Endbook.net

الزاید پیشنهاد کرد : اگر قرار است به بررسی آثار پراش و تداخل باریکه الکترونی بپردازیم باید به همان شیوه‌ای عمل کنیم که در بررسی آثار پراش و تداخل پرتو x بررسی شد و دیویسون – گرمر از دیدگاه تجربی پیشنهاد و الزاید را مورد بررسی قرار دادند.

دو دانشمند : یک باریکه الکترونی در جهت مشخص بر تک بلور نیکل فرود آوردند و مشاهده کردند که باریکه فرودی در اختلاف پتانسیل ولت $V54$ و تحت زاویهٔ $\P 50^{o}$ با بیشترین شدت $I \mu A^2$ (تداخل سازنده) و تحت قانون بازتاب پراگ بازتابیده می‌شود.

قانون بازتاب پراگ، شرط همدوسی را داراست.

تامسون پسر به بررسی آثار تداخل موج همبسته به حرکت الکترون می‌پردازد.

$2l = n\,l \quad \text{®} \quad (1)$

$l = d\cos a = d\cos(90 - j)$

$l = d\sin j \quad \text{®} \quad (2)$

h ® مرتبه پراش

¾ 1 در 2 ¾ ® $2d\sin j = n\,l$

وقتی از موج صحبت می‌کنیم در واقع تابع موج داریم

ارتباط بین وجه موجی و ذره‌ای بوسیله ثابت پلانک انجام می‌شود.

E و p بیانگر وجه ذره‌ای‌اند چه ماده چه تابش یعنی p وE درفضا جای گزیده‌اند.

$$l = \frac{h}{p}$$

یعنی E و p در فضا محبوس هستند.

www.Endbook.net

$$E = hn$$

n و l بیانگر وجه موجی است. (چه ماه چه تابش)

تپ ترجیحاً از امواج همدوره‌ای هم‌فرکانس هم طول موج می‌باشد.

موج همبسته به حرکت فوتون چه موجی است؟ اموا نور

تابع موج جایگزیده :

$$e_{(x,t)} = A\sin(kx - wt)$$

منشأ امواج در فیزیک میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی متغیر می‌باشند.

شدّت میدان الکتریکی دارای مفهوم فیزیکی است که شدت میدان برابر با نیروی وارد بر باره و شدت میدان الکتریکی خود مفهوم فیزیکی دیگری را تعریف می‌کند که همان نیرو است.

از دید موجی $\Rightarrow I \propto \bar{e} \Rightarrow (1)$ (شار فوتونی)

$$\Rightarrow I = NE$$

از دید ذرّه‌ای $I \propto N \Rightarrow (2)$

N = شار فوتونی $= \left(\frac{n}{t.A}\right)$

1 و 2

$$\text{Þ} \qquad N \propto \bar{e}^{2}$$

توسط نیوتن $N \propto \bar{e}^{2}$ ∝ احتمال مشاهدهٔ فوتون

* وقتی صحبت از بیشترین و کمترین احتمال مشاهده فوتون بود در واقع همان تداخل سازنده و ویرانگر است.

* برای بدست‌آوردن تابع موج همبسته به حرکت فوتون یا ذره نور یا تابش از معادلات ماکسول استفاده می‌کنیم. که این معادلات از درجه 2 هستند.

www.Endbook.net

تابع موج همبسته :

$$\Psi_{(x,t)} = A\sin(kx - wt)$$

سای

توسط مکث بُرن $\mu\ \overline{\Psi}^2$ احتمال مشاهدهٔ ذرهٔ مادی

سای بار

هرگاه تداخل سازنده بیشتر باشد احتمال مشاهده، ذره مادی بیشتر است. (معادلات شرودنیگر).

سرعت فاز :

سرعت گروه : سرعت ناحیه تداخل سازنده است.

$$V_{ph} - \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mV} = \frac{c^2}{V} \ \text{®}\ A$$

سرعت فاز

$$V_{ph} = \nu l \qquad \text{Þ}\ \ V_{ph} = \frac{E}{p}$$

$$\begin{cases} E = h\nu \rightarrow \nu = \dfrac{E}{h} \\ l = \dfrac{h}{p} \end{cases}$$

$$w = 2pn \ \text{®}\ n = \frac{w}{2p}$$

$$= \begin{cases} E = \mathbf{h}w \\ p = \mathbf{h}k \\ \mathbf{h} = \dfrac{h}{2p} \end{cases} \qquad \text{Þ} \quad V_{ph} = \frac{w}{k}$$

$$k = \frac{2p}{l} \quad \text{Þ} \quad l = \frac{2p}{k}$$

www.Endbook.net

$V_{ph}=\frac{E}{p}$ ¾ ¾ ¾ ® $V_{ph}=\frac{E}{p}=\frac{mc^2}{mV}=\frac{c^2}{V}$

$m_0=0$ و برای فوتون V = c Þ $V_{ph}=\frac{c^2}{c}=c$

برای ذره نسبیتی : $m_0>0$ Þ $V<c$ Þ $V_{ph}>c$

در نسبیت Þ $V<c$

چون سرعت فاز از سرعت نور (c) بزرگتر است گوییم ارزش فیزیکی ندارد.

یعنی اگر سرعت را بیشتر از c درآوریم $V>c$ این سرعت همان سرعت فاز است.

$V_{gr}=\frac{dw}{dk}=\frac{dE}{dp}$ ® (1)

$\begin{cases}E=\sqrt{p^2c^2+E_0^2}\\ \frac{dE}{dp}=V \rightarrow (2)\end{cases}$ $\xrightarrow{\text{از 1 و 2}} V_{gr}=V \rightarrow B \quad V_{ph}=\frac{C^2}{V_{gr}}$

سرعت گروه V_{gr} هیچگاه نباید از سرعت نور بیشتر شود حداکثر در حد فرین نسبیتی است یعنی $V_{gr}=c$ (ولی اگر سرعت بیشتراز c داشتیم سرعت فاز است).

برای موج تک‌طول موج :

نقطه‌ای را در نظر می‌گیریم در فاز ثابت در Max جابه‌جایی است سرعتی که این نقطه در فاز ثابت طی می‌کند همان سرعت موج است.

موج همبسته به حرکت مادی یک موج جای گزیده است یعنی در اندازه‌گیری آن در همه موارد عدم قطعیت وجود دارد.

هیچ کمیتی چه وجه موجی و چه ذره‌ای را نمی‌توان با قطعیت بیان کرد.

www.Endbook.net

داریم $\begin{cases}\Delta n \\ \Delta l\end{cases}$ $\quad E = hn \quad l = \frac{h}{p}$ $\quad \Rightarrow \quad \begin{cases}\Delta E \\ \Delta p\end{cases}$

اصل عدم قطعیت هایزنبرگ : $\left.\begin{matrix} \Delta n \Delta t \geq 1 \\ \Delta x \, \Delta l \geq l^2 \end{matrix}\right\}$

$\Delta n \Delta t \geq 1 \quad \Rightarrow \quad (1)$

$E = hn$

$\Delta E = h \Delta n \quad \Rightarrow \quad \Delta n = \frac{\Delta E}{h} \quad \Rightarrow \quad (2)$

1 در 2 $\quad \Rightarrow \quad \Delta E \Delta t \geq h$

اگر : $\Delta E = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta t \to \infty$

* در اندازه‌گیری همزمان E و t حاصلضرب عدم قطعیت‌های انرژی و زمان حداقل برابر ثابت پلانک h است.

$\Delta E \Delta t \geq h$

حال ذره‌ای را در نظر می‌گیریم که در امتداد محور xها حرکت می‌کند آنگاه :

$\Delta x \Delta l \geq l^2 \quad \Rightarrow \quad (1)$

$l = \frac{h}{p_x} \quad \Rightarrow \quad h = l p_x \quad \Rightarrow \quad (2)$

$\Delta l = - h \frac{\Delta p_x}{p_x^2} \quad \Rightarrow \quad (3)$

3 در 1

$\Rightarrow \Delta x (h \Delta p_x) \geq (l p_x)^2 \quad \Rightarrow \quad (4)$

4 در 2

$\Rightarrow \Delta x (h \Delta p_x) \geq h^2$

www.Endbook.net

$\Delta x \Delta p_x \geq h$ Þ

اگر $\Delta p_x = 0$ Þ $\Delta x \to \infty$ اندازه حرکت خطی با قطعیت بیات شود

اگر $\Delta y \Delta p_x = 0$ $\Delta z \Delta p_z \geq h$, $\Delta y \Delta p_y \geq h$ و

* برای اندازه‌گیری قطعی اندازه حرکت خطی و انرژی باید موج دارای کران بی‌نهایت مکان x و زمان t باشد.

مسئله از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ :

اگر برای یک فوتون مقدار $\frac{\Delta l}{l}$ برابر با 10^{-7} باشد مقدار Δx که همزمان با Δl اندازه‌گیری می‌شود برای

الف) $l = 5/00 \times 10^{-4}$ (A^0) (پرتو گاما)

ب) $l = 5/0 A^0$ (پرتو x)

ج) $l = 5000 A^0$ (نورمرئی)

$\frac{\Delta l}{l} = 10^{-7}$ A^0 $\Delta l = 10^{-7} \times l$

$\Delta x = ?\ m$

$\Delta x \Delta l \geq l^2$

الف دوم) $l = 5 \times 10^{-4}$ Þ $\Delta x \times 10^{-7} \times 5 \times 10^{-4} \geq (5 \times 10^{-4})^2$

$\Delta x \geq \frac{5 \times 10^{-4}}{10^{-7}}$ $\Delta x \geq 5 \times 10^3$ A^o $\Delta x = 5 \times 10^{-7} m$

الف) $\Delta x \Delta l \geq l^2$ Þ $\Delta x \geq \frac{l}{\Delta l} l$

www.Endbook.net

$$\frac{\Delta l}{l}=10^{-7} \quad \text{Þ} \quad \frac{l}{\Delta l}=10^{7}$$

$$\Delta x=(10^{7})(5/00\times 10^{-4})=5\times 10^{3} \qquad ^{0}A=5\times 10^{-7}\ (m)$$

ب) $\Delta x=5\times 10^{7}\ A^{0}=5\times 10^{3}\ (m)$

ج) $\Delta x=5000\times 10^{7}\ A^{0}=5\ (m)$

م 2- نشان دهید که اگر عدم قطعیت در موضع یک ذره تقریباً با طول موج دوبروی آن برابر باشد آنوقت عدم قطعیت در سرعت ذره تقریباً با سرعت آن برابر است.

فرض مسئله $\Delta x @ l_p$ Þ $\Delta V_x @ V_x$

$$l=\frac{h}{p} \qquad \Delta x\Delta p_x \ ^{3}\ h \quad \text{Þ} \quad \Delta p_x \ ^{3}\ \frac{h}{\Delta x}$$

$$\Delta p_x=\frac{h}{l_D}=p_x \qquad \text{Þ} \quad \not{m}\Delta V_x=\not{m}V_x$$

Þ $\Delta V_x @ V_x$

*** تابع موج همبسته به حرکت ذره**

I) ابتدا ذرّهٔ آزاد را در نظر می‌گیریم (مثل وقتیکه الکترون آزاد است).

ذره آزاد : ذره‌ای که از هر برهم‌کنش خارجی به دور است.

برای ذره آزاد اندازه حرکت خطی ثابت است.

$$F_{ext}=\frac{dp}{dt}$$

برای ذره آزاد $F_{ext}=0$ Þ $p=cte$

www.Endbook.net

و طبق اصل دوبروی هرگاه اندازه حرکت خطی ثابت باشد l_D هم ثابت است.

$$l_D = \frac{h}{p}$$

برای ذره آزاد :

طول موج همبسته به حرکت ذره آزاد خوش‌رفتار است یعنی تابع سینوسی است.

برای ذره

$F = -\Delta V$ ¾ ¾ ¾® اگر $F = 0$ Þ $V = cte$

پتانسیل آزاد

$E = K + V$

ذره آزاد در چاه پتانسیل با دیوارهای نامتناهی :

دیوار نامتناهی :

یعنی بعد از L و در مرز L و قبل از 0 و در مرز صفر احتمال مشاهده ذره صفر است.

$t = 0 \quad t^2 = 0$

و در ته این چاه پتانسیل را صفر در نظر می‌گیریم. (چاه پتانسیل)

$x < 0 \ , \quad x > L \quad$ Þ $\quad V = \infty$

$0 < x < L \quad$ Þ $\quad V = 0 \quad , \quad t \to$ متناهی

$x \le 0 \quad , \quad x \ge L \quad$ Þ $\quad t = 0$

چاه مربعی با دیواره‌های نامتناهی

احتمال مشاهدهٔ ذره در ورای مرزها و $x < 0$ و $x > L$ برابر صفر است.

شرط تشکیل امواج مانا $L = n\frac{l}{2}$ Þ $l = \frac{2L}{n}$ ® (1)

www.Endbook.net

$E = K + V$ ¾ ¾ ¾ ¾ ® $E = \frac{p^2}{2m} + 0 = \frac{p^2}{2m}$ ® (2)

$l = \frac{h}{p}$ Þ $p = \frac{h}{l}$ ® (3)

1 در 3

¾ ¾ ¾ ® $p = \frac{nh}{2L}$ ® (4)

انرژی کل

2 در 4

¾ ¾ ¾ ® $E = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ ® (A)

$n = 1, 2, 3, 000$

$E_{\min} = \frac{h^2}{8mL^2}$ ¹ 0 کمترین انرژی ممکن به ازای n = 1 می‌باشداز دیدگاه مکانیک کوانتوم صفر مطلق نداریم.

* با استفاده از اصل عدم قطعیت می‌پردازیم به اینکه چرا کمترین انرژی ممکن ذره مخالف صفر است.

* فرض می‌کنیم انرژی بتواند صفر شود E = 0 آنگاه باید ذره در فاصله $0 < x < L$ به حالت سکون درآمده باشد.

$\Delta x \Delta p_x$ ³ h ® (1)

ذره باید ساکن باشد

فرض $x = 0$ $x = L$ ¾ ¾ ¾ ¾ ¾¾ ®

$\Delta p_x = 0$

$\Delta_x (0) = 0$

که این نقض اصل عدم قطعیت است چون حد اول حاصلظرب برابر h است پس حداقل مقدار انرژی صفر نیست و برابر است با :

$\Delta p_x = \frac{h}{\Delta x} = \frac{h}{L}$ ® (2)

www.Endbook.net

$$\Delta p_x = 2p_x \quad \text{Þ} \quad p_x = \frac{\Delta p_x}{2} = \frac{h}{2l} \quad \text{®} \quad (3)$$

$$E = K + V = \frac{p_x^2}{2m} = \frac{h^2}{8mL^2}$$

II) ذره مقید باشد

$$F = \frac{dp}{dt}$$ اگر $F \neq 0$ Þ p: متغیر

طبق رابطه دوبروی اگر p متغیر باشد $l_D = \frac{h}{p}$

پس تابع همبسته به حرکت یک تابع موج خوش‌رفتار نیست و برای بدست‌آوردن آن از معادلات شرودینگر استفاده می‌کنیم.

* معادلهٔ شرودینگر مستقل از زمان *

پتانسیل

$$F = -\tilde{N}V$$

تابع موج همبسته به حرکت ذره جواب معادله شرودینگر برای یک تابع پتانسیل معینی است که از یک نیروی ابقائی سرچشمه می‌گیرد.

4- استدلال توجیهی :

معادله باید با روابط انشتین و دوبروی سازگار باشد.

1) $E = hn$

$$l_D = \frac{h}{p}$$

معادله باید با رابطه $E = K + V$ سازگار باشد.

www.Endbook.net

2) $E = K + V$

$$E = \frac{p^2}{2m} + V$$

معادله باید نسبت به t خطی باشد.

3) $t_{(x,t)}$

یعنی اگر دو تابع موج زیر $t_{2(x,t)}$ و $t_{1(x,t)}$

هر دو جواب معادله شرودینگر باشند آنگاه هر ترکیب خطی و دلخواه از آنها باید جواب معادله شرودنگیر باشند.

(متقارن – پادمتقارن)

$$t_{(x,t)} = c_1 t_{1\,(x,t)} + c_2 t_{2\,(x,t)}$$

شرط برای تداخل سازنده مهیاست ® متقارن

$$|t_1 + t_2|^2$$

شرط برای تداخل ویرانگر مهیاست ® پادمتقارن

$$|t_1 - t_2|^2$$

تابع انرژی پتانسیل تابعی از مکان است و گاهی از مکان و زمان و حالتی را در نظر می‌گیریم که V(x) برابر یک مقدار ثابت باشد.

4) $V_{(x,t)} = V_{(x)}$

$$V_x = V = cte$$

$$V = cte$$

ذره، ذره آزاد می‌شود $\Rightarrow$ $F = 0$ $\Rightarrow$ $F = -\nabla V$

www.Endbook.net

و ما می‌دانیم که تابع موج همیشه برای ذره آزاد، تابع موج سینوسی است.

معادلهٔ مستقل از زمان شرودینگر در امتداد محور x (یک بعد)

$$E=\frac{p^2}{2m}+V \quad \text{Þ} \quad p^2=2m(E-V) \quad \text{®} \qquad (1)$$

$$\begin{cases} l=\dfrac{h}{p} \\ k=\dfrac{2p}{l} \end{cases} \quad \text{Þ} \quad p=\hbar k \quad \text{®} \qquad (2)$$

$$\text{Þ} \quad k^2=\frac{2m}{\hbar^2}(E-V) \quad \text{®} \qquad (3)$$

$t_{(x,t)}=\sin(kx-wt)$ ¾¾¾¾¾¾¾¾® $t_{(x)}=\sin kx$ (وابسته زمانی را صفر می‌گیریم؛ زیرا معادله مستقل از زمان می‌خواهیم)

$$\frac{dt_{(x)}}{dx}=k\cos kx$$

$$\frac{d^2t_{(x)}}{dx^2}=-k^2\sin kx=-k^2t_{(x)} \quad \text{®} \qquad (4)$$

$$\frac{d^2t_{(x)}}{dx^2}=-\frac{2m}{\hbar^2}(E-V)t_{(x)}$$

$$\frac{d^2t_{(x)}}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-V_{(x)})t_{(x)}=0$$

معادل مستقل از زمان شرودنیگر در سه بعد،

$$\nabla^2t_{(r)}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-V_{(r)})t_{(r)}=0$$

برای اینکه t_1 و t_2 جوابهای این معادله باشند باید ویژگیهای زیر را دارا باشند.

www.Endbook.net

یک ویژگی این است که t_x باید متناهی باشد پس $\frac{dt_{(x)}}{dx}$ هم متناهی باشد.

ویژگی دوم t باید تک‌مقدار باشد.

ویژگی سوم t و مشتق آن باید پیوسته باشند.

اگر فرض کنیم ذره در فاصله $A \to B$ است ذره در چاه پتانسیل (دیواره‌های نامتناهی) است و ذره در آن مکان حرکت رفت و برگشت انجام می‌دهد.

$$E = K + V$$

(در فاصله $D \to E$ چاه پتانسیل با دیواره متناهی) $K < 0$ یا $V > E$

از دید مکانیک کلاسیک ذره هیچگاه در فاصله بین E، F $E < x < F$ وجود نخواهد داشت.

اثر تونل :

$$\Delta E \Delta t \geq h \qquad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{h}{\Delta E}$$

اما در مکانیک کوانتوم با توجه به اصل عدم قطعیت هانیرنبرگ برای یک بازه زمانی بسیار کوتاه $\Delta t = \frac{h}{\Delta E}$ امکان‌پذیر است که اثر تونل نامیده می‌شود و مسلماً در ورای نقاط DE و FG معادله موج سینوسی نیست.

www.Endbook.net

برای ذرهٔ آزاد در چاه پتانسیل با دیواره‌های نامتناهی :

$$\begin{cases} 0 < x < L & \Rightarrow \quad V = 0 \quad , \quad t_{(x)} \Rightarrow \\ x \le 0 \quad , \quad x \ge L & \Rightarrow \quad t = 0 \\ x < 0 \quad , \quad x > L & \Rightarrow \quad V = \infty \end{cases}$$

صفر

$$\frac{d^2 t_{(x)}}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\, t_{(x)} = 0$$

$$\frac{d^2 t_{(x)}}{dx^2} = - B^2 t_{(x)} \quad , \qquad B^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\begin{cases} t_{(x)} = A\cos kx \\ t_{(x)} = A\sin kx \end{cases} \qquad x=0 \Rightarrow t_{(x)} = 0$$

پس جواب $\cos$ (کسینوسی) غیرقابل قبول است.

در L، چه موقع $t_{(x)}$ برابر صفر می‌شود؟

در $x = L$ $\Rightarrow$ $t = 0$

باید $BL = np$ مضارب p تا $\sin$ صفر شود.

$$BL = np \quad \Rightarrow \quad B = \frac{np}{L}$$

$$t_{(x)} = A\sin\frac{np}{L}x \qquad \Rightarrow \quad A = ?$$

برای بدست‌آوردن ثابت، از چگالی t^2 احتمال استفاده می‌کنیم.

احتمال مشاهده بین 0 تا L از 0 تا 100 درصد تغییر می‌کند.

www.Endbook.net

$$\int_0^L t^2 dx = 1$$

$$\Rightarrow \int_0^L A^2 \sin^2 \left(\frac{np}{L}\right) x dx = 1$$

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

$$\Rightarrow \quad t_{(x)} = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \left(\frac{np}{L}\right) x$$

در دو بعد :

$$\sqrt{\frac{4}{AB}} \sin \left(\frac{np}{A}\right) x \sin \left(\frac{n_2 p}{B}\right) y$$

در سه بعد :

$$\sqrt{\frac{8}{ABC}} \sin\left(\frac{np}{A}\right) x \sin\left(\frac{n_2 p}{B}\right) y \sin\left(\frac{n_3 p}{C}\right) C$$

www.Endbook.net

مسئله :

اگر نقطه صفر پتانسیل در مرکز چاه باشد داریم :

در این حالت cos هم قابل‌قبول است.

$$B^2 = \frac{2mE}{\mathbf{h}^2} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} E = \dfrac{B^2\mathbf{h}^2}{2m} \\ B = \dfrac{np}{L} \\ \mathbf{h} = \dfrac{L}{2p} \end{cases}$$

$$E = \frac{\left(\frac{n^2p^2}{L^2}\right)\left(\frac{h^2}{4p^2}\right)}{2m} = \frac{n^2h^2}{8mL^2}$$

$$n = 1, 2, 3, \ldots$$

شکل بالا، شکل تابع موج ذره آزاد در چاه پتانسیل با دیواره‌های نامتناهی .

ذره آزاد در چاه پتانسیل با دیواره‌های متناهی

$$V > E$$

$$\frac{d^2t_{(x)}}{dx^2} = \frac{2m}{\mathbf{h}^2}(V - E)t_{(x)}$$

$$\frac{d^2t_{(x)}}{dx^2} = C^2 t_{(x)} \qquad \begin{cases} t_{(x)} = A + e^{+cx} \\ t_{(x)} = A - e^{-cx} \end{cases}$$

اگر $x > \dfrac{L}{2}$

www.Endbook.net

با افزایش x، t افزایش می‌یابد و هرگاه $x \to \infty$ برود t نیز به سمت بی‌نهایت میل می‌کند ولی گفته شده t تابعی متناهی است پس برای $x > \frac{L}{2}$ (صعودی) $t_{(x)} = A + e^{-cx}$ جواب نمی‌باشد.

برای $x > \frac{L}{2}$ جواب ما تابع‌نمایی و نزولی از فاصله است.

$$t_{(x)} = A - e^{-cx}$$

برای $x < -\frac{L}{2}$ جواب تابع نهائی و صعودی از فاصله می‌باشد. اگر $x < -\frac{L}{2}$

اگر از سمت چپ به راست حرکت کنیم ابتدا یک تابع سینوسی با دامنه بزرگ داریم زیرا احتمال و جواب در آنجا بیشتر است در داخل یک تابع نهائی و نزولی داریم و در سمت راست و بیرون چاه یک تابع سینوسی با دامنه کمتر داریم.

طول عمر حالت برانگیختهٔ یک هسته معمولاً در حدود $10^{-12}(s)$ است عدم قطعیت در انرژی فوتون پرتو گاما گسیل یافته چقدر است $l = 5 \times 10^{-4}\ A^{0}$ پرتو گاما.

م 2 انرژی یک نوسانگر هماهنگ خطی $E = \frac{px^2}{2m} + \frac{cx^2}{2}$ می‌باشد.

الف) با استفاده از رابطه عدم قطعیت نشان دهید که این انرژی را می‌توان به صورت $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{h}^2}{32\pi^2 \mathrm{m x}^2} + \frac{\mathrm{cx}^2}{2}$ نوشت.

ب) در این صورت نشان دهید که انرژی کمینه نوسانگر $\frac{hn}{2}$ است که در آن $n = \frac{1}{2p}\sqrt{\frac{c}{m}}$ می‌باشد.

و راهنمایی : برای حل این مسئله $\Delta x \Delta p_x \ ^3 \frac{\mathbf{h}}{2}$

در ساختار اتمی بوهر، الکترون در داخل اتم تحت تأثیر نیروی کلونی در یک مسیر دایره حرکت می‌کند.

مسئله (ساختاری اتمی بوهر)

www.Endbook.net

انرژی، اندازه حرکت و طول موج فوتون گسیل‌یافته توسط اتم هیدروژنی که گذار مستقیمی از حالت $n=10$ به حالت پایه $(n=1)$ انجام می‌دهد چقدر است؟

$n_u = 10$

$n_l = 1$

$E = ?eV$

$P = ?eV/c$

$l = ?$ فوتون

در استفاده از فرمول تجربی ریدبرگ بهتر است از فرکانس شروع کنیم.

$$n = cR\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right)$$

$$E = hn = hcR\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100}\right) = \frac{99}{100}hcR$$

$$= \frac{99}{100}(6/63 \times 10^{-34})(3 \times 10^{8})(1/097 \times 10^{7}) = \ldots\ldots\ j/1/6 \times 10^{-19} = \ldots eV$$

$$P = \frac{E}{C} = \ldots\ldots eV/c$$

$$l = \frac{h}{p}$$

الف) با بکاربردن فرمول بوهر، بلندترین سر طول موج رشته بالمر را حساب کنید.

ب) رشته بالمر بین چه طول موجهایی قرار دارد.

www.Endbook.net

برای رشته بالمر :

$n_l = 2 \qquad n_u = 3,4,5,000$

بلندترین سر طول موج رشته بالمر مربوط می‌شود بر $n_u = 3,4,5$ و $n_l = 2$

الف)

$$n = cR\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right)$$

$$n_{3\to 2} = cR\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = \frac{5}{36}cR$$

$$l_{3\to 2} = \frac{c}{n_{3\to 2}} = \frac{36}{5R} = \frac{36}{5(1/097 \times 10^{-3})} = \ldots A^{\circ}$$

$$n_{4\to 2} = cR\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right) = \frac{3}{16}cR$$

$$l_{4\to 2} = \frac{c}{n_{4\to 2}} = \frac{16}{3R}$$

$$n_{5\to 2} = cR\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25}\right) = \frac{21}{100}cR$$

$$l_{5\to 2} = \frac{c}{n_{5\to 2}} = \frac{100}{21R}$$

ب)

www.Endbook.net

$$n_{¥®2}=cR\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{¥^2}\right)=\frac{1}{4}cR$$

$$l_{¥®2}=\frac{c}{n_{¥®2}}=\frac{4}{R}$$

* رشته بالمر بین طول موج $\frac{36}{5R}$ و $\frac{4}{R}$ قرار دارد (یعنی از اولین طول موج ممکن $(2®3)$ و از بی‌نهایت به حالت پایه $(2®¥)$.

ب)
$$\left.\begin{array}{l}\frac{N_s}{N_i}=nts\\ n=\frac{rNa}{M}\\ d=p\,b^2\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{N_s}{N_i}=\left(\frac{rNa}{M}\right)(pb^2)t$$

$$=\frac{(1/93´10^{4})(6/02´10^{26})}{197/2}(3/14)(3/94´10^{-14})^2´(2/5´10^{-7})$$

$$=7/2´10^{-5}$$

م 2 : ذره a آزاد است پس $5mev$ انرژی جنبشی است اگر ذره مقید بود انرژی بستگی می‌بود.

ذره، ذره نسبیتی است زیرا انرژی جنبشی آن بسیار بالاست سرعت زیاد.

$$K=5mev$$

$$E=?\,j \quad \text{یا} \quad ev$$

$$p=?\,kg.m/s$$

www.Endbook.net

$$\left.\begin{aligned} E &= K + E_0 \\ E^2 &= p^2c^2 + E_0^2 \end{aligned}\right\} \text{نسبیتی}$$

$$(1/0087\,u)(1/67 \times 10^{-27}\,kg) = \ldots kg$$

جرم اتم در دستگاه $= SI$ جرم پروتون × جرم اتم در دستگاه

www.Endbook.net

فصل ششم: تابش جسم سیاه

2-1- تابش جسم سیاه

هنگامی که جسمی را گرم کنیم این جسم شروع به تابش می کند. جسم سیاه، سطحی است که تمام تابش فرود آمده بر خود را جذب می کند. بهترین منبع تابش جسم سیاه، تابش خروجی از یک سوراخ کوچک واقع بر یک ظرف سر بسته است که تا دمای T گرم شده است. ناکاملی های سطح داخلی این کاواک موجب می شود که هر تابش فرودی به این سوراخ هیچ شانسی برای خروج مجدد نداشته باشد. کیرشهف نشان داد که توان گسیل $E(l,T)$ (انرژی گسیل شده در طول موج l بر واحد سطح بر واحد زمان) به چگالی انرژی $u(l,T)$ به شکل زیر وابسته است.

(1-2)

$$u(l,T)=\frac{4E(l,T)}{c}$$

ماکس پلانک در سال 1900 با در نظر گرفتن تابش به صورت بسته های انرژی (کوانتوم های انرژی) رابطه زیر را برای چگالی انرژی جسم سیاه بدست آورد.

(2-2)

$$u(n,T)=\frac{8pn^2}{c^3}kT\frac{\frac{hn}{kT}}{e^{\frac{hn}{kT}}-1}$$

2-2- اثر فوتو الکتریک

اگر امواج الکترو مغناطیسی بر روی سطح صیقلی فلزی بتابد، الکترونها از این سطح رها می شوند. به این پدیده اثر فوتو الکتریک گفته میشود. برای مطاله جنبه های مختلف این اثر آزمایشی به این شکل مطرح می شود. موج الکترو مغناطیسی بر سطح فلزی (آند) می تابد. در یک طول موج مشخص گسیل فوتو الکترونها شروع می شود. تعدادی از آنها

www.Endbook.net

به سوی کاتد حرکت کرده و جریانی را در مدار برقرار می کنند. این الکترونها توسط کاتد که دارای بار منفی است دفع می شود.

نتایج حاصل از این آزمایش به صورت زیر می باشد:

1- گسیل فوتو الکترونها از یک طول موج مشخص شروع میشود. برای طول موجهای بلندتر گسیل فوتو الکترونی نخواهیم داشت.

2-فوتو الکترونها اساسا"به طور آنی $(10^{-9}s)$ گسیل می شوند.

3-بعد از رسیدن به این طول موج مشخص جریان با افزایش شدت تابش، افزایش می یابد.

4- پر انرژی ترین فوتو الکترونها توسط یک اختلاف پتانسیل به اندازه کافی بزرگ V_0 در جلوی کاتد به حالت سکون در می آیند، که در این صورت تمام فوتو الکترونهای دیگر نیز متوقف شده اند.

با در نظر گرفتن تابش به صورت بسته های انرژی تمامی نتایج بالا قابل توجیه هستند. می دانیم که الکترونها در سطح فلز مقید هستند، انرژی لازم برای از جا کندن الکترون با قید ضعیف را تابع کار می نامند(w). وقتی که فوتونی به یک الکترون مقید در فلز برخورد می کند، تمام انرژی hn خود را به الکترون می دهد. مقداری از این انرژی صرف از جا کندن الکترون(w) می شود و زیادی انرژی به صورت انرژی جنبشی فوتو الکترونها در می آید. بنابراین:

(3-2)

$$eV_0 = \frac{1}{2}mv^2 = hn - w$$

که در آن $w = hn_0$ می باشد و n_0 فرکانس لازم برای شروع پدیده فوتو الکتریک (فرکانس آستانه) می باشد.

3-2- اثر کامپتون

در اثر کامپتون یک فوتون با طول موج l با ذره آزادی که اساسا" ساکن است برهم کنش می کند و فوتونی تحت زاویه q با طول موج l' (کوتاهتر)خارج می شود. ذره آزاد با انرژی جنبشی E_x پس زده می شود.

www.Endbook.net

$$\Delta l = l' - l = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos q)$$

$$E_x = hn \frac{\Delta l}{l + \Delta l}$$

که در آن m_0 جرم سکون ذره آزاد است.

2-4-تابش ترمزی

زمانی که الکترونی تحت تأثیر نیروی ناشی از برخورد نزدیک با اتم سنگین قرار می گیرد، شتاب گرفته و تابش می کند. در این جریان یک یا چند فوتون آفریده می شود و الکترون منحرف شده، محل برخورد خود را با انرژی جنبشی کمتر از آنچه داشت ترک می کند. رابطه مربوطه به صورت زیر است:

(6-2)

$$E_{x_1} - E_{x_2} = hn$$

که در آن E_{x_1}, E_{x_2} به تر تیب انرژی جنبشی اولیه و نهایی الکترون و hn انرژی فوتون تولید شده می باشد.

2-5-تولید و نابودی زوج

در مثالهای بالا انرژی الکترومغنا طیسی فوتونها به انرژی جنبشی و پتانسیل ذرات مادی تبدیل می شد. اما امکان تبدیل انرژی یک فوتون به جرم سکون نیز وجود دارد.

الف-تولید زوج: فرایندی را که در آن فوتونهای با انرژی بالاتر از $1.02MeV$ به زوج الکترون- پوزیترون تبدیل می شود را فرایند تولید زوج می نامند. این فرایند تنها در مجاورت هسته های سنگین رخ می دهد. زیرا در غیر این صورت قانون بقای مومنتوم صادق نخواهد بود. با بکار بردن قانون بقای انرژی در تولید زوج داریم:

(7-2)

$$hn = 2m_0 c^2 + \left(E_x^+ + E_x^-\right)$$

www.Endbook.net

که در آن n بسامد فوتون فرودی و E_x^-, E_x^+ به ترتیب انرژی جنبشی الکترون و پوزیترون آفریده می باشد.

ب- نابودی زوج: زوج الکترون پوزیترون می توانند نابود شده و یک زوج فوتون ایجاد کنند. اگر الکترون و پوزیترون در آغاز ساکن باشند :

$$hn_{\min} = m_0 c^2$$

2-6- در آشامی فوتونها

وقتی که تابش الکترومغناطیسی از یک جسم عبور کند اتمهای این جسم الکترونهای مقید را برای اثر فوتو الکتریک و الکترونهای تقریبا" آزاد را برای اثر کامپتون و هسته های اتمی را برای تولید زوج فراهم می کند. در این صورت شدت باریکه فوتونی در اثر این فرایندها کاهش می یابد. بنابراین اگر شدت تابش فرودی I_0 ، شدت تابش خروجی I و ضخامت جسم x باشد داریم:

(8-2)

$$I = I_0 e^{-m x}$$

که در آن m ضریب در آشامی است که مقدار آن به طبیعت در آشام و به انرژی فوتون بستگی دارد.

2-7- اتم بوهر

مدل اتمی بوهر بر اساس دو فرض زیر فرمولبندی شده است:

الف- الکترونها به دور هسته در ترازهایی حرکت می کنند که مومنتم زاویه ای آنها مضرب صحیحی از $\mathbf{h}$ است:

(9-2)

$$mvr = n\mathbf{h}$$

ب-اگر الکترون به دلیلی از مدار n به مدار $n' \langle n$ برود، تابش کرده و در اثر این تابش انرژی آن کاهش می یابد.

با استفاده از فرضهای بالا می توان شعاع هر تراز و انرژی آن را به دست آورد:

www.Endbook.net

$$r_n = \frac{n^2\mathbf{h}^2}{ze^2m} = \frac{n^2\mathbf{h}}{zamc}$$

$$E_n = -\frac{1}{2}mc^2\frac{(za)^2}{n^2}$$

که در آن $\mathbf{h}$ ثابت پلانک بر $2p$، m جرم الکترون، c سرعت نور، z عدد اتمی، $a = \frac{e^2}{hc}$ ثابت ساختار ریز و n مرتبه تراز است.

اگر الکترون از مدار n به مدار $n'\langle n$ برود، تابش می کند. فرکانس موج تابشی به صورت زیر است:

(12-2)

$$n = \frac{1}{2p\mathbf{h}}\frac{mc^2}{2}(za)^2\left[\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right]$$

www.Endbook.net

مسائل نمونه

1- توپی به جرم 0,2 کیلوگرم در جعبه مکعبی به ضلع 0,3 متر قرار دارد. مقدار کمینه انرژی جنبشی این توپ کدام است؟

الف) $10^{-67}J$ ب) $10^{-34}J$ ج) $10^{-31}J$ د) $10^{-19}J$

2- فوتونی به یک الکترون ساکن برخورد کرده تولید زوج الکترون- پوزیترون می کند. در صورتی که سه ذره بعد از برخورد ، در امتداد اندازه حرکت فوتون اولیه و با تندی یکسان حرکت کنند، انرژی فوتون کدام است؟

الف) $2m_ec^2$ ب) $3m_ec^2$ ج) $4m_ec^2$ د) $6m_ec^2$

3- برای تشخیص ذره ای به اندازه یک میکرون در یک میکروسکوپ الکترونی در میان گزینه های زیر کمترین اندازه سرعتی که الکترونها (بر حسب متر بر ثانیه) باید داشته باشند، کدام است؟

الف) 0,1 ب) 1 ج) 100 د) 10^5

4- در کدامیک از پدیده های زیر قوانین بقای انرژی و بقای تکانه خطی نمی تواند همزمان صادق باشد ؟

الف) الکترونی در برخورد با اتمی سنگین کند شده و فوتونی تولید شود.

ب) الکترونی آزاد، فوتونی را جذب کند وتکانه خطی و انرژی آن الکترون افزایش یابد.

ج) فوتونی در برخورد با یک هسته نابود شده یک ذره و پادذره آن تولید شود وهسته کمی پس زده شود.

د) فوتونی به الکترونی آزاد برخورد کند و فوتونی با طول موجی بزرگتر در راستایی که با راستای فوتون اولیه زاویه q می سازد پراکنده شود.

5- تابع کار فلزی $10eV$ است. این فلز تحت تابش حداقل کدام پرتو قرار گیرد تا الکترونهای سطحی آن آزاد شوند؟

www.Endbook.net

الف) رادیویی ب) مادون قرمز ج) مرئی د)ماوراء بنفش

6- اتم میونی از یک پروتون و یک میون m^- که به دور آن حرکت می کند تشکیل شده است. اگر جرم میون 207 برابر جرم الکترون باشد اولین شعاع مدار بور این اتم تقریبا چقدر است؟

الف) 0,0030 آنگستروم ب)0,0055 آنگستروم

ج)0,0450 آنگستروم د) 0,0025 آنگستروم

www.Endbook.net

حل مسائل نمونه

1- (گزینه 1)،انرژی توپ ، همان انرژی ذره در جعبه به ابعاد0,3 است وکمینه مربوط به حالت n=3 است.

$$E=\frac{n^2p^2h^2}{2ma^2}\xrightarrow{n=1}E=\frac{p^2h^2}{2\times0.2\times(0.3)^2}=\frac{\left(\frac{6.6\times10^{-34}}{2}\right)}{0.4\times0.09}\approx10^{-67}$$

2- (گزینه 3)

اصل بقای انرژی نسبیتی $m_ec^2+hn=3mc^2$

$$\Rightarrow m_ec^2=3mc^2-3mvc$$

اصل بقای اندازه حرکت نسبیتی $\frac{hn}{c}=3mv$

$$\Rightarrow m_ec^2=\frac{m_ec^2\left(1-\frac{v}{c}\right)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=3m_ec^2\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}\Rightarrow\frac{v}{c}=\frac{8}{10}$$

$$\Rightarrow hn=\frac{3m_ec^2}{\sqrt{1-\frac{64}{100}}}-m_ec^2=4m_ec^2$$

3- (گزینه 3)، طول موج الکترون باید از طول موج منتسب به ذره کوچکتر باشد تا قابل تشخیص باشد.

$$l=\frac{h}{mV}\Rightarrow V=\frac{h}{m\,l}=\frac{6.6\times10^{-34}}{9.1\times20^{31}\times1\times10^{-6}}=\frac{6.6}{9.1}\times10^3\approx7\times10^2$$

4- (گزینه 2)، این اثر باید به همراه ساطع کردن یک فوتون دیگر باشد تا قوانین بقای انرژی و اندازه حرکت را حفظ کند(اثر کامپتون).

5- (گزینه 4)، فرکانس 2.7×10^{15} در محدوده ماوراء بنفش قرار دارد.

www.Endbook.net

$$E = hn \Rightarrow 10\times1.6\times10^{-19} = 6.6\times10^{-34}\times n \Rightarrow n = \frac{16}{6.6}\times10^{15} \Rightarrow n = 2.7\times10^{15}$$

6- (گزینه 4)، شعاع اتم بور با جرم نسبت معکوس دارد و اولین شعاع آن $0.5A^{o}$ است. با ضرب کردن مقدار $\frac{m_e}{207m_e}$ در شعاع اتم، شعاع اتم جدید بدست می آید.

$$r_z = a_0 \Rightarrow r' = a_0\frac{m_e}{207m_e} = \frac{0.5}{207} \approx 2.5\times10^{-13} = 0.0025A^{o}$$

www.Endbook.net

منابع:

فیزیک جدید وایدنر سلز

فیزیک مدرن بایزر

فیزیک مدرن ریموند

فیزیک جدید کنت اس. کرین