۱۴۰۱/۱۲/۱۹ P(3)

$K_c = m\sigma_F\sqrt{\pi a_f}$ جهت تنش گذرا بر نوک ترک : $K_{IC} = m\sigma_F\sqrt{\pi a_f}$

k_{IC} خاصیت ثابت

$K < K_{IC}$ ← شکست خ نداده است.

الف- $k = m' \times 350 \times \sqrt{\pi \times 0.8\times10^{-3}} = 55.48 \ MPa\sqrt{m}$

ب- $\begin{cases} r_y = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{k_{IC}}{\sigma_y}\right)^2 & P-\sigma \\ r_y = \frac{1}{6\pi}\left(\frac{k_{IC}}{\sigma_y}\right)^2 & P-\epsilon \end{cases}$

$\xrightarrow{\text{در}}$ $r_y = \frac{1}{2\pi}\times\left(\frac{55.48}{500}\right)^2 = 1.96^{mm}$

۱-۸) ترک سکه‌ای شکل به قطر 2.5^{cm} $\sigma_y = 1100\ MPa$ $m = \frac{2}{\pi}$

← نوع ترک مرکزی

الف- $\sigma = 700 MPa = \sigma_f$ $(P-\epsilon)$

$K_c = K_{IC} = m\sigma\sqrt{\pi a} = \frac{2}{\pi}\times 700 \times \sqrt{\pi \times 1.25\times10^{-2}}$

$\longrightarrow K_{IC} = 88.3 \ MPa\sqrt{m}$

ب- $t = 0.75\ cm$; $2a = 3.75\ cm$

$t, a \geq 2.5\left(\frac{k_{IC}}{\sigma_y}\right)^2 = 2.5\left(\frac{88.3}{1100}\right)^2 = 1.61\ cm$

برای t برقرار است ← سرایط $P-\epsilon$ برقرار است.

ج- $t \geq 1.61\ cm$ مقدار ضخامت برای معتبر بودن K_{IC}.

۱۴۰۱/۱۲/۲۹

۹-۱) $\sigma_y = 1000 MPa$ $(P-\varepsilon)$ $K_{IC} = 50\ MPa\sqrt{m}$

الف) $\sigma = 250 MPa$; $a_f = ?$ (ترک مرکزی)

$K_{IC} = m\sigma\sqrt{\pi a_f}$ $50 = 1\times 250\sqrt{\pi \times a}$ $\longrightarrow a_f = 1.27\ cm$

طول ترک $= 2a_f = 2.54\ cm$

ب- $r_y = \frac{1}{\pi}\left(k_{IC}/\sigma_y\right)^2 = 0.013\ cm$ اندازه ی منطقه ی پلاستیک

۸۹/۱۲/۲۹ P(4)

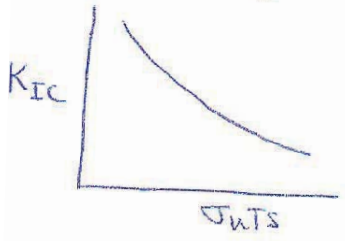
$t, a \geq 2.5\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y}\right)^2 = .62^{cm}$ $t = 2.5^{cm}$ (ج

شرایط معتبر است.

(د $t = 10^{cm}$. K_{IC} تابع ضخامت نیست ← a_f بدون تغییر می‌ماند. در شرایط بالا، ضخامت فشاری ایجاد نمی‌شد . $a_f = 1.27^{cm}$

10-1 - حداقل تشخیص ترک = 3^{mm} تنش طراحی = نصف استحکام کششی

استحکام از 1570 به 2070MPa افزایش یابد، حد تشخیص تغییر می‌کند یا نه؟



(I) 1570 MPa ⟶ (II) 2070 MPa

(I): $60\ MPa\sqrt{m}$ از جدول : K_{IC} (II): $30\ MPa\sqrt{m}$

(I): $785\ MPa$ (II): $1035\ MPa$: σ_{des}

$$\frac{K_{IC}(I)}{K_{IC}(II)} = \frac{m_I \sigma \sqrt{\pi a}}{m_{II} \sigma \sqrt{\pi a}} \quad (I) \quad (II)$$

فرض: ترک مرکزی

$a_I = 3^{mm}$

if $a_{II} > 3^{mm}$ ← قبل از رسیدن استحکام به detect شدن ترک مجاز است.

$$\rightarrow \frac{K_{IC\ I}}{K_{IC\ II}} = \frac{785\sqrt{\pi \times 1.5 \times 10^{-3}}}{1035\sqrt{\pi \times a_{II}}} \longleftarrow a_{II} = 0.21^{mm} \rightarrow \ell_{ترک} = 0.42^{mm}$$

← قبل تشخیص نیست و افزایش استحکام مجاز نیست.

11-1 $F_a = 5KN$. $F_f = 12KN$ $B = 6.4^{mm}$, $\frac{a}{w} = 0.6$ نمونه CTS:

$w = 79^{mm}$, $f(\frac{a}{w}) = ?$

$$K = \frac{P}{B w^{1/2}} f\left(\frac{a}{w}\right)$$

B: ضخامت w: عرض P: نیرو

$f(\frac{a}{w}) = 7.29$ از داشتن $\frac{a}{w}$ ، $f(\frac{a}{w})$ بدست می‌آید.

$$\rightarrow K = \frac{5 \times 10^3}{6.4 \times 10^{-3} \times (79 \times 10^{-3})^{1/2}} \times 7.29 = 20.26\ MPa\sqrt{m}$$

* سوال 15-1 تحویل داده شود. $f(\frac{a}{w})$ از سوابت کتاب.

P(5) ۱۴۰۱۲۰۴۴

۱-۱۲ - ترک بیضی شکل، قطر بزرگ $2a$ و شعاع رأس ترک ρ =

$m=1$ $\rho=\frac{b^2}{a}$ تنش در رأس ترک: σ_{max}

$\lim_{\rho\to 0} K = \frac{\sigma_{max}}{2}\sqrt{\pi\rho}$ (این درست است نه در جزوه)

$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma} = 1+2\sqrt{\frac{a}{\rho}}$ $K=m\sigma\sqrt{\pi a}$ حل.

$\leftrightarrow K = \frac{\sigma_{max}}{1+2\sqrt{\frac{a}{\rho}}}\cdot\sqrt{\pi a} \rightarrow \lim_{\rho\to 0} k = \frac{\sigma_{max}}{2}\sqrt{\rho\cdot\pi}$

۱-۱۳ نمونه CTS: $a=5^{cm}$ $t=5^{cm}$ $w=10^{cm}$

الف - $P_Q=100kN$ $P_{max}=105kN$ $k_{IC}=?$

ب - مفروض: $\sigma_y=350\,MPa$, $\sigma_y=700MPa$ $k_{IC}=?$

$\frac{P_{max}}{P_Q}\le 1.1$ ؟ $\rightarrow \frac{105}{100}=1.05\le 1.1$ ✓

$k_Q=\frac{P_Q}{B w^{1/2}} f(\frac{a}{w})$; $(B=t)$ $\rightarrow k_Q=6.3\ MPa\sqrt{m}$

$t,a \ge 2.5\left(\frac{k_{IC}}{\sigma_y}\right)^2$ $\begin{cases}700 \rightarrow 0.02^{cm}\\ 350 \rightarrow 0.08^{cm}\end{cases}$

۱-۱۴ ترک مرکزی $\sigma_a=300MPa$. $\sigma_y=1500MPa$. $k_{IC}=45MPa\sqrt{m}$.

الف - شکست نمونه؟ وجود ترک باعث میشود تنش تسلیم ایجاد شده بیش از تنش طول ترک

را داشته و K را محاسبه کرده تا با k_{IC} مقایسه شود.

P(6) ۱۴، ۱۳، ۲۴

$K_{IC} = m\sigma\sqrt{\pi a_f} \longrightarrow 45 = 1 \times 300\sqrt{\pi a_f}$

$\longrightarrow a_f = 7.16\,mm \longrightarrow \ell = 2a_f = 14.32\,mm$

ج- نوک چکش به علت تیزبودن $\rho \to 0$ $\longrightarrow$ $r_y = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y}\right)^2$

$\longrightarrow r_y = 0.14\,mm$

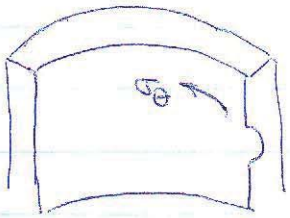
۱۶-۱ مخزن تحت فشار: $t = 20\,mm$ $d_i = 400\,mm$

ترک: نیم دایره‌ای در سطح داخلی $a = 0.25 \times t = 5\,mm$

$\sigma_y = 1500\,MPa$ $K_{IC} = 102\,MPa\sqrt{m}$ $P_i = 75\,MPa$

$\sigma_\theta = \frac{Pr}{t}$; $P_\ell = \frac{Pr}{2t}$ $\sigma_\theta = \frac{75 \times 200}{20} = 750\,MPa$

σ_θ عمود بر طول ترک است.



$K = m\sigma\sqrt{\pi a}$

$= 1.12\left(\frac{2}{\pi}\right) \times 750\sqrt{\pi \times 5 \times 10^{-3}} = 134\ MPa\sqrt{m} > K_{IC}$

شکست رخ می‌دهد.

۱۷-۱ $d = 8^{cm}$ $\xrightarrow{\text{ضدم}}$ $d_i = 7^{cm}$ $K_{IC} = 23.1\,MPa\sqrt{m}$

$P = 50\,MPa$ شکست رخ می‌دهد $\longrightarrow a = ?$

$\sigma_\theta = \frac{Pr}{t} = \frac{50 \times 3.5^{cm}}{0.5^{cm}} = 350\,MPa$ $K_{IC} = m\sigma\sqrt{\pi a}$

$\longrightarrow a_f$: $23.1 = 1.12 \times \frac{2}{\pi} \times 350\sqrt{\pi a_f}$ (ترک نیم دایره‌ای سطحی)

(19_1

$$K = m\sigma\sqrt{\pi a} = 1 \times 150\sqrt{\pi \times 6\times10^{-3}} = 20.59 < K_{IC}$$

شکست رخ نمی‌دهد.

بررسی دقیق‌تر: $t, a \geq 2.5\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y}\right)^2 = 12\ mm$: بررسی p-ε

$a = 6\ mm$ → صادق نیست p-ε

پس σ-p است: $r_y = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y}\right)^2 = 0.79\ mm$

$K = 1 \times 150\sqrt{\pi \times (a + r_y)} = 21.9 < 120$ شکست رخ نمی‌دهد.

r_y با a قابل مقایسه است.

(20_1 چون قطر ترک را داده ← دایره‌ای است: $m = \frac{2}{\pi}$

$$K = m\sigma\sqrt{\pi a} = \frac{2}{\pi} \times 650\sqrt{\pi \times 2.25\times10^{-3}} = 34.79\ MPa\sqrt{m}$$

$t, a \geq 0.3\ cm$ ... (برای حالت p-ε) K_{IC} معتبر است

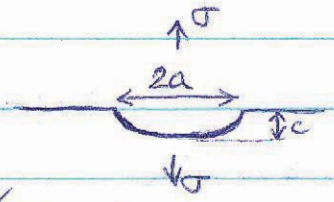
(21_1

$$t, a \geq 2.5\left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y}\right)^2$$

7178 – T651 : $t, a \geq 0.4\ cm$ ✓ معتبر است

7178 – T651 : $t, a \geq 1.13\ cm$ ✗ معتبر نیست

AV ۱۱/۲۰ – (۲)



$\frac{c}{2a} \simeq 0.2$ (22-1

کلاً در mode I کار می‌کنیم. اگر حالت بارگذاری بصورت بالا باشد، طول ترک a خواهد بود.

$K = m\sigma\sqrt{\pi a} \Rightarrow 115.4 = 1.12 \times 0.75 \times 910\sqrt{\pi \times (2a)}$

$\rightarrow 2a = 7.25\ mm \rightarrow c = 1.45\ mm$

$c = 0.8\ mm \quad 2a = 2\ mm$ (23-1

$K = m\sigma\sqrt{\pi a} = 1.12 \times 0.4(1340)\sqrt{\pi \times 2 \times 10^{-3}} = 33.64$

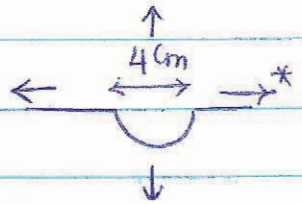
$0.5\,K_{IC} = 36.25 \rightarrow K < 0.5\,K_{IC}$ مناسب است

$t = 0.5\ cm \quad r = 2.5\ cm$ (24-1

تنش max را در نظر می‌گیریم: $\sigma = \frac{Pr}{t} = \frac{50 \times 2.5}{0.5} = 250\,MPa$

$K = 1.12 \times \frac{2}{\pi} \times 250\sqrt{\pi \times 0.2 \times 10^{-3}} = 14.13 < K_{IC}$

σ_θ عمود بر عمق ترک است و mode I برقرار است.



(25-1 جهت تنش معلوم نیست. اگر بصورت مقابل باشد، طول ترک مساوی 4 Cm می‌شود. اگر بصورت * باشد، 2 Cm

۱- کوئنچ: طراحی $\sigma = 0.5\sigma_{uts}$ $1520 \rightarrow 2070$

ترک مرکزی $\frac{K_{IC}①}{K_{IC}②} = \frac{66}{33} = \frac{760\sqrt{\pi \times 1.5\times10^{-3}}}{1035\sqrt{\pi \times a}} \mapsto a = 0.2\ mm$

ب) $\sigma = \frac{F}{A}$ F ← → F

$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{760}{1035} \sim 0.73$ ، $\rho = \frac{m}{V} \mapsto m = \rho V$

$m \propto V \overset{V=Al}{\mapsto} m \propto l$: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{A_2}{A_1} = 0.73$

K_{IC} ثابت نمی‌تواند باشد چون استحکام ماده تغییر کرده است $\mapsto$ درصد چوبی $= 27\%$

مثلاً عملیات حرارتی انجام داده‌ایم.

۲- شکست داریم $\mapsto$ $\sigma = 600\ MPa$ ترک مرکزی: $2a = 2\ mm$

$K_{IC} = 40\ MPa\sqrt{m}$ $\sigma = 700\ MPa \mapsto a = ?$

$K = m \times 600\sqrt{\pi \times 1\times10^{-3}} = 33.63 < 40$

$K_{IC} = m \times 600\sqrt{\pi a} \mapsto m = 1.33$ پس m در واقع 1 شده است:

$40 = 1.33 \times 700\sqrt{\pi a} \mapsto 2a = 1.16\ mm$ $(a = 0.58)$

حل سوالات خستگی :

2-1) ΔK تعریف می‌شود چون حالت بارگذاری در خستگی یکسان نیست. نوع ترک را مرکزی فرض می‌کنیم. علامت تنش فشاری را نیز در نظر می‌گیریم :

$$r_y = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{\Delta K}{\sigma_y}\right)^2 \qquad 2a = 68\ mm$$

$$\Delta K = m\Delta\delta\sqrt{\pi a} = 1\times(100-(-50))\sqrt{\pi\times 34\times 10^{-3}} = 49\ MPa\sqrt{m}$$

$$\mapsto r_y = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{49}{600}\right)^2 = 0.26\ mm$$

2-2) از معیار گودمن استفاده می‌کنیم برای فولاد

$$\sigma_a = \sigma_e\left(1-\frac{\sigma_m}{\sigma_{uts}}\right)$$

σ_e : حد خستگی در $(R=-1)$. $\sigma_m = 0$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max}+\sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_r = \sigma_{max}-\sigma_{min} \qquad \sigma_a = \frac{1}{2}\sigma_r = \frac{\sigma_{max}-\sigma_{min}}{2} \qquad R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

$$\sigma_e = 700\ MPa \qquad \sigma_a = 700\left(1-\frac{200}{1000}\right) = 560\ MPa$$

$\sigma_m = 10000\ Pa$ $\qquad$ $\sigma_a = 30000\ Pa$ $\qquad$ (3-2

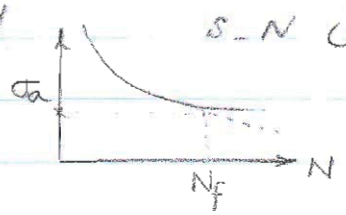
$$\mapsto \sigma_{max} = 40000\ Pa \qquad \sigma_{min} = -20000\ Pa$$

از هرکدام‌یک از تنش‌ها می‌توان بعنوان حد خستگی استفاده کرد : σ_a ، σ_{min} ، σ_{max}
در واقع هرکدام را که در نظر گرفتیم، حد آن ، حد خستگی می‌شود.

---

bakhtiari.r@gmail

2-4) حل شود . منحنی S-N



5-2) برای آلیاژهای غیرآهنی مثل Al ، حد خستگی نداریم (منحنی S-N نزولی است)

10^8 cycle $\longmapsto$ $\sigma_e = 80$ MPa

$$\sigma_a = \sigma_e \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_{uts}}\right) = 80\left(1 - \frac{20}{250}\right) = 73.6 \text{ MPa}$$

6-2) $\sigma_a = \sigma_e \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_{uts}}\right) \longmapsto$

$$\frac{75000 - (-25000)}{2A} = 75000\left(1 - \frac{\frac{75000 - 25000}{2A}}{158000}\right)$$

$\longmapsto A = 0.82\ m^2 \longmapsto d = 102\ Cm \longmapsto$ قطر نهایی $= 2.5 \times 102$

7-2) ابتدا حد خستگی را بدست می آوریم:

$$\sigma = \frac{M}{\left(\frac{\pi}{32}\right)d^3} = \frac{200}{\frac{\pi}{32} \times 0.5^3} = \pm 16297 \text{ psi}$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{max} &= 16297 + \frac{5000}{\frac{\pi}{4}(0.5)^2} = 41761 \text{ psi} \\ \sigma_{min} &= -16297 + \frac{5000}{\frac{\pi}{4}(0.5)^2} = 9167 \text{ psi} \end{aligned}\right\} \longmapsto \sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = 16297 \text{ psi}$$

$$K_b = \frac{\text{حد خستگی نمونه بدون فلق}}{\text{فلق دار}} = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \rho/r} \quad \text{(Peterson)}$$

$$= 1 + \frac{2.2 - 1}{1 + \frac{0.0004}{0.025}} = 2.19$$

$$2.19 = \frac{162197}{\sigma_{a\ \text{فلق دار}}} \longmapsto \sigma_{a\ \text{فلق دار}} = 7441 \text{ psi}$$

۸_۲) رابطه‌ی Smith را به کار می‌بریم:

$$\sigma_a = \sigma_e \left(\frac{1 - \sigma_m / \sigma_{uts}}{1 + \sigma_m / \sigma_{uts}} \right)$$

الف) $\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = 300 \text{ MPa}$

σ_a خستگی $= 700 \left(\frac{1 - 200/1200}{1 + 200/1200} \right) = 500 \text{ MPa}$

$\sigma_a = 300 <$ $\sigma_a = 500$ خستگی $\leftarrow$ بارگذاری $\leftarrow$ شکست خستگی نداریم

ب) $\sigma = 500 \text{ MPa}$ پسماند

$\sigma_{max} = 500 + 500 = 1000 \text{ MPa}$

$\sigma_{min} = -100 + 500 = 400 \text{ MPa}$

$\sigma_a = 300 \text{ MPa}$ بارگذاری

پس تنش پسماند σ_a بارگذاری اثری ندارد.

$\sigma_m = \frac{1000 + 400}{2} = 700 \text{ MPa}$

σ_a خستگی $= 700 \left(\frac{1 - 700/1200}{1 + 700/1200} \right) = 184 \text{ MPa} < 300$ شکست خستگی داریم:

ج) از رابطه‌ی Goodman استفاده می‌کنیم.

۹_۲) قطر کمتر برای $\sigma_a = 40 \text{ ksi}$ $\leftrightarrow$ حد خستگی

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{\frac{15000 - (-15000)}{A}}{2} = 40000$$

$$A = \pi r^2 = \frac{3}{8} \rightarrow r = 0.34 \text{ in} \rightarrow d = 0.68 \text{ in}$$

P(2) ۱۷/۲/۱۵

$\sigma_a = 12000 psi = \sigma_e$ ($\sigma_m = 0$) را از روی نمودار بدست می آوریم. σ_e (10-2

$$\text{Goodman}: \quad \sigma_a = \sigma_e\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_{uts}}\right) = 12000\left(1 - \frac{18000}{60000}\right) = 8400 psi$$

وقتی σ_m ایجاد شده است، σ_a (حد خستگی) کم میشود.

$\sigma_e = 220$ MPa $\sigma_{max} = ?$ $\sigma_{min} = 35$ MPa (11-2

$$\sigma_a = \sigma_e\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_{uts}}\right) : \frac{\sigma_{max} - 35}{2} = 220\left(1 - \frac{\frac{\sigma_{max} + 35}{2}}{500}\right)$$

$$\rightsquigarrow \sigma_{max} = 319 \text{ MPa}$$

حل شود. (12-2

$$d = 6\left(\frac{K}{E}\right)^2 \rightarrow 68 \mu m = \frac{68 \times 10^{-4}}{2.5} = 27.2 \times 10^{-9} in \quad (13-2$$

$$\rightarrow 27.2 \times 10^{-4} = 6\left(\frac{K}{10^7}\right)^2 \rightarrow K = 213 \text{ ksi}\sqrt{in}$$

$$\rightarrow K = m\sigma\sqrt{\pi a} : 213 = 1.12 \times \sigma\sqrt{\pi \times 0.1} : \sigma = 339 ksi$$

تنش سطحی

ترک سطحی

$339 > 40$ ← در اثر این نیرو شکست است نه خستگی.

$\sum \frac{n}{N} = 1$ مایر (14-2

$$\frac{2500}{10000} + \frac{10000}{50000} + \frac{n}{500000} = 1 \rightarrow n = 275000$$

P(3) ۸۷/۲/۱۰

$$\left(\frac{10}{6\times10^5}+\frac{42}{9\times10^5}+\frac{40}{2.5\times10^6}\right)20\times365=0.579 \qquad (15_2$$

$\longmapsto$ عربانی‌مانده : $1-0.579=\alpha\left(\frac{10}{6\times10^5}+\frac{42}{9\times10^5}+\frac{40}{2.5\times10^6}\right)$

$\longmapsto$ $\alpha = 5305$ days $\simeq 14.5$ years

۸۷/۱/۲۰ (۳)

۱-۲۶) شرایط معتبر بودن K_{IC} (P-ε) را باید چک کنیم.

نوع ترک را سطحی در نظر می‌گیریم (حالت بحرانی‌تر). ترک سطحی خطرناک‌تر است.

a: طول ترک سطحی

7178 - T651 : $t, a \geq 0.53\ cm$

2219 - T851 : $t, a \geq 2.72\ cm$

2014 - T6 : $t, a \geq 1.24\ cm$

فقط از دومی می‌توان استفاده کرد.

اگر ترک مرکزی بود باید در ۲ ضرب می‌کردیم ← سومی هم قابل استفاده می‌شد پس ترک سطحی حالت مطمئن‌تری است.

۱-۲۷) K را از رابطه‌ی ضمیمه‌ی کتاب بدست می‌آوریم که برحسب نیروی اعمالی است.

← نیرو بدست می‌آید. هرکدام نیروی بیشتری داشت، مناسب‌تر است.

۱-۲۸) $K = m\sigma\sqrt{\pi a}$, $a = 0.4\ cm$, $m = 1$

$0.83 = 1 \times \sigma \sqrt{\pi \times 0.4 \times 10^{-2}}$: $\sigma = 7.4\ MPa$

$\sigma = \frac{F}{A} \Rightarrow F = \sigma A = 7.4 \times 20 \times 5 = 740\ N = 74\ kgf$

$50 + h(0.45) = 74 \rightarrow h \simeq 53$

۸۷/۲/۱۷ (۴) خستگی

N: تعداد سیکل a: طول ترک

$\frac{da}{dN} = A(\Delta K)^B$ $\Delta K = m\Delta\sigma\sqrt{\pi a}$

$$\int_{a_0}^{a_f} da = \int_0^{N_f} A(m\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^B dN \Rightarrow N_f = \frac{a_f^{1-\frac{B}{2}} - a_0^{1-\frac{B}{2}}}{(1-\frac{B}{2})A(\Delta\sigma)^B \pi^{\frac{B}{2}} m^B}$$

(توان)

نکته‌ی 1) چون در سیکل فشاری ترک رشد نمی‌کند $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$

نکته‌ی 2) a_f از رابطه‌ی $K_{Ic} = m\Delta\sigma\sqrt{\pi a_f}$ بدست می‌آید

" 3) واحد $\Delta\sigma$ همان واحد K است.

$K_{IC} = m\Delta\sigma\sqrt{\pi a}$: $75 = 1.12 \times 400\sqrt{\pi . a_f}$ (16-2

$\rightarrow a_f = 8.92^{mm}$ $B = 4$

$$N_f = \left[(8.92\times10^{-3})^{1-4/2} - (5\times10^{-3})^{1-\frac{4}{2}}\right] / \left[(1-\frac{4}{2}) \times 4\times10^{-37} \times (400\times10^6)^4 \times \pi^{4/2} \times (1.12)^4\right]$$

$\rightarrow N_f = 552$ cycle

اگر هر دو تنش کشش بودند،
سؤال باید ΔK را می‌داد.

$\Delta K = m\Delta\sigma\sqrt{\pi a} = 1\times180\sqrt{\pi\times0.001}$ (17-2

ΔK را در رابطه قرار می‌دهیم.

$d = 6(\frac{K}{E})^2 = 6(\frac{56.14}{210\times10^3})^2 = 0.4$ mm $\sigma_{max} = 224$ MPa (18-2

$K = m\sigma_{max}\sqrt{\pi a} = 1\times224\sqrt{\pi\times0.02} = 56.14$ MPa$\sqrt{m}$

$t = \frac{9-7}{2} = 1^{Cm}$

$K_{IC} = m\sigma\sqrt{\pi a}$

$\begin{cases}\sigma_{max} = \frac{Pr}{t} = \frac{75\times3.5}{1} = 262.5^{MPa} \\ \sigma_{min} = 0\end{cases}$ (19-2

$= 1.12 \times \frac{2}{\pi} \times 262.5\sqrt{\pi a_f} \rightarrow a_f = 0.52^{Cm}$

۸۷/۲۸۷ (a)

$$N_f = \frac{(0.52\times10^{-2})^{1-\frac{4}{2}} - (0.25\times10^{-2})^{1-\frac{4}{2}}}{(1-\frac{4}{2})\times 5\times10^{-39}\times(262.5\times10^{6})^{4}\times\pi^{\frac{4}{2}}\times(1.12\times\frac{2}{\pi})^{4}}$$

$$= 3.42\times10^{6} \text{ cycle}$$

$\sigma_{min}=0$ $\sigma_{max}=180$ (22_2

$\frac{da}{dN} \propto r_y^{2}$ $\overbrace{\qquad}^{m=4}$ $r_y \propto \Delta K^{2}$ ⟸ دارد 2 راطوری توان ΔK با r_y

$\sigma_{max}-\sigma_{min}=200$ $R=\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}=0.1$ (24_2

$\sigma_{max}=222$ MPa $\sigma_{min}=22$ MPa

ΔK_{th} طول ترک از min بدست می‌آید.

$\Delta K_{th} = m\Delta\sigma\sqrt{\pi a_{th}}$ فرض: ترک مرکزی

$\rightarrow 4 = 1\times200\sqrt{\pi a_{th}} \rightarrow a=0.127 \rightarrow 2a=0.254$ mm

می‌توان تشخیص داد.

N_f در فرمول $\Delta\sigma$ را قرار می‌دهیم.

a_0 را حدس می‌کنیم. a_f را از K_{IC} بدست می‌آوریم. (27_2

$30 = 1.12\times(100-50)\sqrt{\pi a_f}$: $a_f = 9$ cm

$$N_f = \frac{(9\times10^{-2})^{1-\frac{4}{2}} - (a_0)^{1-\frac{4}{2}}}{(1-\frac{4}{2})\times5\times10^{-35}\times(50\times10^{6})^{4}\times\pi^{\frac{4}{2}}\times1.12^{4}}$$

$\rightarrow a_0 = 5.55$ mm

با حدس 1mm می‌توان تشخیص داد نه با 1cm.

۱۴۰۲/۱۲/۰۷ (۲)

$$d = 6\left(\frac{K}{E}\right)^2 \qquad K = m\sigma\sqrt{\pi a} \qquad (12-2$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{\sigma_2^2 a_2}{\sigma_1^2 a_1}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = 2 \qquad \frac{d_2}{d_1} = \frac{10^{-3}}{2\times10^{-4}} \qquad \therefore \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1.6$$

$$1 + \frac{\Delta\sigma}{\sigma_1} = 1.6 \rightarrow \Delta\sigma = 0.6\,\sigma_1 \quad : 60\,\%$$

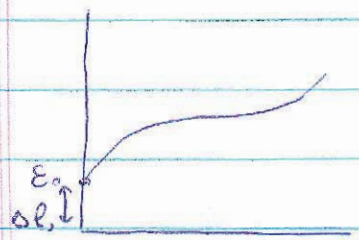
حل تمرین مکانیکی — تمرین خزش — ۸۷/۲/۳۱

۱) نمودار منطقه‌ی II خزش را آورده و تمرین مرحله همین مرحله است.

$$\sigma = 70\ MPa \longrightarrow \dot{\varepsilon} = 4\times10^{-2}\ \%/1000hr \xrightarrow{\times t} \varepsilon = 4\times10^{-2}\times10^{-2}\times10^{-3}\times10^{4}$$

$$\longrightarrow \varepsilon_{II} = 4\times10^{-3}$$

تغییر طول مرحله‌ی دوم را می‌خواهیم (Δl_{II})



$$\varepsilon_{II} = \ln\frac{l_2}{l_1} = \ln\frac{1015+1.33+\Delta l_{II}}{1015+1.33}$$

$$\longrightarrow \Delta l_{II} = 4.07\ mm$$

$$\longrightarrow \Delta l_t = \Delta l_0 + \Delta l_{II} = 1.33 + 4.07 = 5.4\ mm$$

ب) برعکس حالت اول است.

$$\varepsilon_{II} = \ln\frac{635+6.4}{635+1.8} = 7.19\times10^{-3}$$

$$\dot{\varepsilon}_s = \frac{\varepsilon_{II}}{t} = \frac{7.19\times10^{-3}}{5000} = 1.43\times10^{-6}\ 1/h = 0.143\ \%/1000h$$

$$\longrightarrow \sigma \sim 40\ MPa \qquad F = \sigma A_f$$

$$V_0 = V_f \quad : A_0 l_0 = A_f l_f \longrightarrow \frac{\pi}{4}(19.05)^2\times635 = A_f\times(635+6.4)$$

$$\longrightarrow A_f = 282\ mm^2 \longrightarrow f = 40\times282 = 11.28\ KN$$

ج) عکس شیب خط $n = \dots$

$$\dot{\varepsilon}_s = K\sigma^n \rightarrowtail \log\dot{\varepsilon} = \log K + n\log\sigma$$

$$\longrightarrow \log\sigma = -\frac{1}{n}\log K + \frac{1}{n}\dot{\varepsilon}_s$$

$$\frac{\dot{\varepsilon}_{s\,II}}{\dot{\varepsilon}_{s\,I}} = \exp\left(-Q/R\left(\frac{1}{T_{II}} - \frac{1}{T_I}\right)\right) \qquad T_I = 538+273 \qquad T_{II} = 427+273$$

از روی نمودار $\simeq 100$

$$\longrightarrow Q = \dots$$

1 ـ د) n از روی شیب نمودار بدست می‌آید.

$$\dot{\varepsilon}_s = 3\times10^{-5} \times (55)^{n} \exp\left(-\frac{Q}{8.314\times(649+273)}\right)$$

2) الف ـ از روی نمودار $\leftarrow$ $t = 10^4\ hr$

$$\sigma = 70\ MPa \rightarrow f = 70\times\frac{\pi}{4}(19.1)^2 \simeq 20\ KN$$

3)

$$\dot{\varepsilon} = K\sigma^n \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right)$$

$$2.5\times10^{-3} = K(55)^n \exp\left(-\frac{140.000}{8.314\times(200+273)}\right)$$

$$2.4\times10^{-3} = K(69)^n \exp\left(-\frac{140000}{8.314\times(200+273)}\right)$$

$$\rightarrow n = 9.97 \qquad K = 3.2\times10^{-5}$$

$$\dot{\varepsilon}_s = 3.2\times10^{-5} \times (48)^{9.97} \exp\left(-\frac{140000}{8.314\times(250+273)}\right)$$

$$\rightarrow \dot{\varepsilon}_s = 19.23\times10^{-3}\ 1/h$$

4)

$$\dot{\varepsilon} = K\sigma^n \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right)$$

$$\ln\frac{\dot{\varepsilon}_2}{\dot{\varepsilon}_1} = -\frac{Q}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right) \rightarrow \ln\frac{8.8\times10^{-2}}{6.6\times10^{-4}} = -\frac{Q}{8.314}\left(\frac{1}{1200}-\frac{1}{1090}\right)$$

$$\rightarrow Q = 4.83\ KJ/mol \qquad 6.6\times10^{-4} = K(140)^{8.5} \exp\left(-\frac{4.83\times10^3}{1090\times8.314}\right)$$

$$\rightarrow K = 6.47\times10^{-16} \rightarrow \dot{\varepsilon}_s\Big|_{T=1300} = 8.49\ 1/K$$

سوال* . صفحه ای از جنس Al ($K_{IC} = 24\ MPa\sqrt{m}$) که دارای ترک سطحی به طول 2.5^{mm} می باشد

شرایط اول راکت $\sigma_a = 60MPa$ و 4000 سیکل و 5500 سیکل

$\sigma_m = 0$

شرایط دوم راکت $\sigma_a = 40\ MPa$ طی کرده است

$\sigma_m = 0$

در دو حالت $\Delta K_{th} = 7\ MPa\sqrt{m}$ و $\Delta K_{th} = 12.5 MPa\sqrt{m}$ بررسی کنید

آیا با این تاریخچه قطعه خواهد شکست در غیر اینصورت طول نهایی ترک را تعیین کنید

$$\frac{da}{dN} = 5.88 \times 10^{-25} (\Delta K)^{2.5}$$

$\frac{da}{dN}$: $\frac{m}{cycle}$

ΔK : $Pa\sqrt{m}$

حل :

$$\Delta K_{th} = 1.12 \times 120 \sqrt{\pi \times 2.5 \times 10^{-3}} = 11.9$$

$\begin{cases} \sigma_{max} = 60\ MPa \\ \sigma_{min} = -60\ MPa \end{cases}$

در اطراف یک ترک، اگر تنش فشاری داشته باشیم، $\sigma_{min} = 0$ و $\Delta\sigma = \sigma_{max}$ لذا $\Delta K \sim \Delta K_{th}$

$\Delta K_{th} = 12.5 \longrightarrow a_f = a_0 = 2.5^{mm}$

چون : ΔK_{th} زیاد است، ترک رشد نخواهد کرد

$\Delta K_{th} = 7 \longrightarrow 11.9 > 7 \longrightarrow$ ترک رشد می کند

$$N_f = 5500 = \frac{a_f^{1-\frac{2.5}{2}} - (2.5\times10^{-3})^{1-\frac{2.5}{2}}}{(1-\frac{2.5}{2}) \times 5.88\times10^{-25} \times (60\times10^{6})^{2.5} \times \pi^{\frac{2.5}{2}} \times 1.12^{2.5}}$$

$\longrightarrow a_f = 2.79^{mm}$

$K_{IC} = m\sigma\sqrt{\pi a} \longrightarrow 24 = 1.12 \times 60 \times \sqrt{\pi a_f} \longrightarrow a_f = 4^{cm}$

$a_{f_I} < a_f = 4\ cm \longrightarrow$ در بارگذاری اول شکست نمی دهد

$\Delta K_{th} = 1.12 \times 80 \sqrt{\pi \times 2.79 \times 10^{-3}} = 8.39\ MPa\sqrt{m} > 7$

در بارگذاری دوم هم ترک رشد می کند

سوال (2)

$$N_f = 4000 = \frac{a_f^{1-\frac{B}{2}} - a_0^{1-\frac{B}{2}}}{\quad}$$

$a_0 = 2.79 \times 10^{-3}$

$$\longrightarrow a_f = 3.94 \text{ mm}$$

$$24 = 1.12 \times 40 \times \sqrt{\pi a_f} \longrightarrow a_f = 9 \text{ cm}$$

~ 9^{cm} نرسیده ایم پس طول ترک نهایی 3.94^{mm} میشود.

در محاسبه K_{IC} در این حالت $\Delta\sigma = \sigma_{max}$ است و تنش فشاری را در نظر نمی‌گیریم. در رابطه N_f هم که در مخرج $\Delta\sigma$ داریم باز مثل K_{IC} تنش فشاری را همان σ_{min} در نظر نمی‌گیریم.

پس اگر $\sigma_{min} < 0$ بود برای محاسبه N_f و ΔK ،

$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$ ، ΔK_{th} : اما برای $\Delta\sigma = \sigma_{max}$ ـ ۰