www.Endbook.net

فیزیک (2)

(مجموعه فیزیک)

www.Endbook.net

www.Endbook.net

فهرست مطالب

فصل اول: بار الکتریکی و قانون کولن ۱۰
1-1- بار الکتریکی: 10
رسانا و عایق: 11
قانون کولن: 11
میدان الکتریکی 13
میدان الکتریکی بارهای نقطه‌ای: 14
دو قطبی الکتریکی: 15
خطوط نیرو: 17
میدان الکتریکی توزیع‌های بار پیوسته: 18
بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی: 22
دوقطبی در میدان الکتریکی: 22
قانون گاوس 23
شار میدان الکتریکی: 24
قانون گاوس: 26
رسانای باردار منزوی: 26
کاربردهای قانون گاوس: 28
1) خط نامتناهی از بار: 28
2) ورقه نامتناهی از بار: 28
3) پوسته کروی باردار: 29
4- توزیع بار با تقارن کروی: 30
پتانسیل الکتریکی 31
انرژی پتانسیل الکتریکی 31
انرژی پتانسیل سیستمی از بارها: 32
پتانسیل الکتریکی: 32
محاسبه پتانسیل از میدان: 34
پتانسیل ناشی از یک بار نقطه‌ای: 34
پتانسیل ناشی از یک دوقطبی: 35
پتانسیل الکتریکی توزیع‌های پیوسته بار: 36
سطح‌های هم‌پتانسیل: 38
محاسبه میدان از پتانسیل: 38
رسانای منزوی: 40
تست های طبقه بندی شده فصل اول ۴۲
پاسخنامه تست های طبقه بندی شده فصل هشتم 59
فصل دوم: خازن – مقاومت و جریان ۷۹

www.Endbook.net

خازن ، جریان و مقاومت: 79
2-2جریان : 87
2-3مقاومت ویژه : 88
2-4قانون اهم : 89
تست های طبقه بندی شده فصل نهم 92
پاسخنامه تست های طبقه بندی شده فصل دوم 104
فصل سوم :میدان مغناطیسی ۱۲۰
نیروی مغناطیسی وارد بر یک بار متحرک: 120
نیروی لورنتس: 121
بارهای چرخنده: 121
سیکلوترون و سینکروترون: 122
اثر هال: 123
نیروی مغناطیسی وارد بر جریان: 124
گشتاور نیروی وارد بر یک حلقه جریان: 125
دوقطبی مغناطیسی: 126
قانون آمپر 127
قانون بیوساوار: 127
کاربردهای قانون بیو-ساوار: 128
حلقه جریان دایره‌ای: 129
دو رسانای موازی: 130
قانون آمپر: 131
سیملوله‌ها و چنبره‌ها: 132
سیملوله‌ها: 132
چنبره‌ها: 133
قانون القای فارادی 134
قانون القای فارادی: 134
قانون لنز: 135
نیروی محرکه الکتریکی حرکتی: 136
میدان‌های الکتریکی القایی: 137
القاییدگی 138
محاسبه القاییدگی: 139
القاییدگی سیملوله: 140
القاییدگی چنبره: 140
القای متقابل: 141
مدارهای LR: 141
ذخیره انرژی در میدان مغناطیسی: 142
چگالی انرژی و میدان مغناطیسی: 143

www.Endbook.net

نوسان‌های الکترومغناطیسی: 143
نوسان‌های میرا و واداشته: 145
مدارهای جریان متناوب 147
مدار RLC تک‌حلقه‌ای: 150
توان در مدارهای AC: 152
تست های طبقه بندی شده فصل سوم 154
پاسخنامه تست های طبقه بندی شده فصل سوم 174
منابع 202

www.Endbook.net

www.Endbook.net

www.Endbook.net

فصل اول: بار الکتریکی و قانون کولن

نیروی الکترومغناطیسی نیروی موثر در ساختار اتم‌ها و در پیوند اتم‌ها در مولکول‌ها و جامدات است. بسیاری از خواص مواد از جمله کشسانی جامدات، کشش سطحی مایعات، نیروی فنر، اصطکاک و نیروی عمود بر سطح تماس همه از نیروی الکترومغناطیسی بین اتم‌ها سرچشمه می‌گیرند.

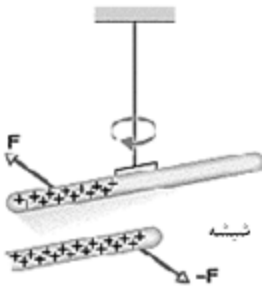
مبدا علم الکتریسیته به مشاهده فیلسوفان یونانی در حدود 600 سال قبل از میلاد برمی‌گردد که متوجه شدند قطعه‌ای از کهربای مالش داده شده، قطعات کوچک کاه را می‌رباید. مبدا علم مغناطیس به مشاهده این واقعیت بر می‌گردد که بعضی سنگ‌ها به طور طبیعی آهن را جذب می‌کنند. تلفیق دو علم الکتریسیته و مغناطیس به اورستد بر می‌گردد که مشاهده کرد جریان الکتریکی در یک سیم می‌تواند عقربه مغناطیسی قطب‌نما را منحرف کند.

در ارتباط با اهمیت الکترومغناطیس، از کاربرد عملی این علم در مهندسی می‌توان نام برد و از نظر تئوری بخشی از یک نظریه عمومی‌تر است که گرانش و کوانتوم را نیز در بر می‌گیرد.

1-1- بار الکتریکی:

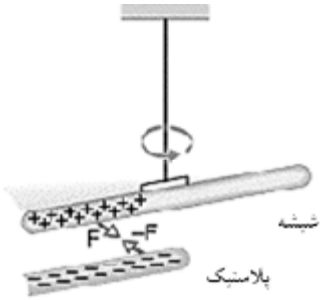
وقتی می‌گوییم جسمی باردار شده منظورمان این است که این جسم دارای نابرابری بار است. اجسام باردار بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. می‌توان نشان داد که دو نوع بار الکتریکی مثبت و منفی وجود دارد.

به عنوان مثال: دو میله شیشه ای مالش داده شده با ابریشم یکدیگر را می‌رانند. بار روی میله شیشه‌ای را بار مثبت می‌خوانیم:



اگر میله پلاستیکی مالش داده شده با پوست را به میله شیشه‌ای مالش داده شده به ابریشم نزدیک کنیم یکدیگر را جذب می‌کنند. بار روی میله پلاستیکی را بار منفی می‌نامیم.

www.Endbook.net



بنابراین می‌توان گفت:

بارهای الکتریکی همنام همدیگر را دفع می‌کنند و بارهای الکتریکی غیرهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.

هر ماده در حالت خنثی، دارای تعداد مساوی بار مثبت و منفی است. ماده دارای بار منفی، دچار افزایش الکترون و ماده دارای بار مثبت دچار کاهش الکترون است.

رسانا و عایق:

اجسام از نظر رسانایی به سه دستهٔ زیر تقسیم می‌شوند:

1) رسانا 2) نیمرسانا 3) عایق

در رساناها بارهای الکتریکی آزادانه حرکت می‌کنند. مس، فلزات و بدن انسان از نمونه‌های متداول رساناها هستند. در عایق‌ها بار الکتریکی آزاد بسیار کم است و بارها در اغلب شرایط نمی‌توانند جریان یابند. شیشه و انواع پلاستیک‌ها از نمونه‌های متداول عایق‌ها هستند. حامل‌های بار در فلزات الکترون‌های آزاد هستند. آن دسته از مواد که از نظر هدایت الکتریکی بین رساناها و عایق‌ها قرار می‌گیرند نیمرسانا نامیده می‌شوند.

قانون کولن:

شارل آگوستن کولن نشان داد که اگر دو بار الکتریکی نقطه ای q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار داشته باشند بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند که اندازه آن برابر است با:

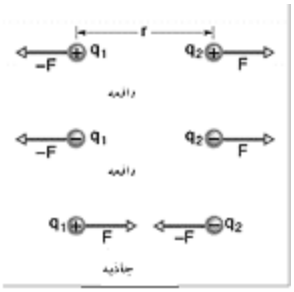
$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

نیرویی که هر بار بر بار دیگر وارد می‌کند در امتداد خطی است که دو بار را به هم متصل می‌کند.

این دو نیرو، حتی اگر بارها متفاوت باشند، در جهت‌های مخالف هم و دارای اندازه برابر هستند.

www.Endbook.net

در این رابطه مقدار k برابر است با:



$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8/99\times10^{9}\,N.m^2/C^2$$

که در آن ε_0 نفوذ پذیری الکتریکی خلا است و مقدار آن برابر است با:

$$\varepsilon_0 = 8/85\times10^{-12}\,C^2/N.m^2$$

شکل برداری قانون کولن بصورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$$

که در آن $\mathbf{F}_{12}$ نیروی وارد بر ذره 1 توسط ذره 2 و r_{12} اندازه بردار $\mathbf{r}_{12}$ و $\hat{r}_{12}$ بردار یکه در جهت $\mathbf{r}_{12}$ است. یعنی داریم:

$$\mathbf{r}_{12} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}$$

اگر بیش از دو بار داشته باشیم و بخواهیم مثلاً نیروی وارد بر بار q_1 را به دست آوریم، در اینصورت نیروی وارد از طرف هر یک از بارها را بر بار q_1 رسم کرده و آن‌ها را با یکدیگر جمع برداری می‌کنیم:

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{14} + \ldots$$

بار کوانتیده است:

وقتی یک کمیت فیزیکی مانند بار فقط بصورت بسته‌های گسسته وجود داشته باشد و نه بصورت مقادیر متغیر پیوسته، می‌گوییم که آن کمیت کوانتیده است.

آزمایش نشان می‌دهد که هر بار الکتریکی کوانتیده است، یعنی مضرب درستی از بار یک الکترون است یعنی:

$$q = ne$$
$$n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$$

www.Endbook.net

در این معادله، e، یکای بار بنیادی است که مقدار آن بطور تجربی مشخص شده است:

$e = 1/60217733 \times 10^{-19} C$

ماده ترکیبی از سه نوع ذره، پروتون، نوترون و الکترون است که خواص و جرم این ذرات در جدول زیر آمده است:

ذره	نماد	بار	جرم
پروتون	p	$+e$	$1/6726485 \times 10^{-27} kg$
نوترون	n	0	$1/6749543 \times 10^{-27} kg$
الکترون	e^-	$-e$	$9/109534 \times 10^{-31} kg$

بار پیوسته است:

بار الکتریکی موجود در جهان پایسته است. با مالش دادن دو جسم، بار الکتریکی از بین نمی‌رود بلکه تنها از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود و خنثایی الکتریکی هر یک از دو جسم را اندکی مختل می‌کند. این بیان قانون پایستگی بار می‌باشد. از قانون پایستگی بار بطور گسترده در فرایندهای هسته‌ای استفاده می‌شود.

میدان الکتریکی

به هر نقطه در فضای نزدیک به زمین می‌توان یک میدان گرانشی نسبت داد که شدت آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$g = \frac{F}{m}$$

که در آن F نیروی گرانشی وارد بر جسم m رها شده در میدان گرانشی است.

به همین ترتیب، میدان الکتریکی میدانی برداری است و مشابه میدان جاذبهٔ گرانشی و یا میدان جاذبه و دافعه مغناطیسی تعریف می‌شود؛ میدان الکتریکی، فضای اطراف یک بار الکتریکی است که اگر بار الکتریکی دیگری به آن وارد شود به آن نیرو وارد می‌شود.

در قیاس با معادله مربوط به میدان گرانشی، میدان الکتریکی E متناظر با توزیعی از بارها را بر حسب نیروی وارد بر یک بار مثبت آزمون q_0 در یک نقطه مشخص تعریف می‌کنیم، یا در واقع:

$$E = \frac{F}{q_0}$$

www.Endbook.net

در این معادله جهت بردار E همان جهت بردار F است، زیرا q_0 یک کمیت نرده‌ای مثبت است. به لحاظ ابعادی، میـدان الکتریکی عبارت است از نیرو بر واحد بار الکتریکی، و بر حسب یکاهای SI برابر است با نیوتون بر کولن (N/C).

برای این که میدان حاصل از بار آزمون در میدان اصلی مؤثر نباشد، بار آزمون را بسیار کوچک یا باری نقطه‌ای (در حد بار الکترون) فرض می کنیم، بنابراین شکل بهتر معادله بالا برابر خواهد بود با:

$$E = \lim_{q_0 \to 0} \frac{F}{q_0}$$

میدان الکتریکی بارهای نقطه‌ای:

فرض می‌کنیم که بار آزمون مثبت q_0 را در فاصله r از بار q قرار می‌دهیم، نیروی وارد بر آن برابر است با:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q.q_0}{r^2}$$

بنابراین اندازه میدان الکتریکی در محل بار آزمون برابر است با:

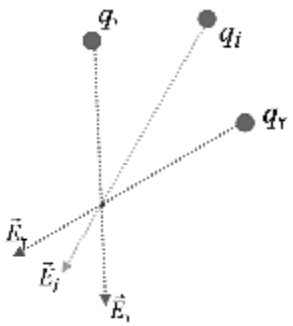
$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

نکته: جهت E همان جهت F است، در امتداد خط شعاعی از q به سوی خارج، اگر q مثبت باشد و به طرف داخل، اگـر q منفی باشد.

برای محاسبه میدان E هنگامی که گروهی از بارهای نقطه ای وجود دارد، از روش زیر استفاده می‌کنیم:

1) میدان E_i حاصل از هر بار را در یک نقطه معین بدست می آوریم.

2) میدان برآیند E ،جمع بردارهای E_i ها است **یعنی:**

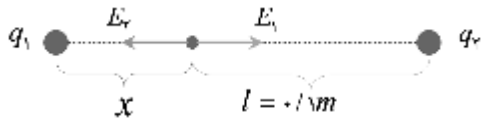


$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_i$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

www.Endbook.net

مثـال: در چـه نقطـه‌ای روی خـط واصـل دو بـار بـه فاصـلهٔ 10cm، میـدان الکتریکـی صـفر اسـت. در صـورتی کـه $q_1 = 10^{-6}C$ و $q_2 = 2\times10^{-6}C$ باشد.



این نقطه باید بین دو بار قرار بگیرد زیرا تنها در این ناحیه است که نیروهای وارد بر یک بار آزمون از طرف بارهای q_1 و q_2 مخالف هم است. میدان ناشی از این دو بار باید برابر باشد یعنی:

$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{(l-x)^2}$$

از حل این معادله برای x بدست می‌آوریم:

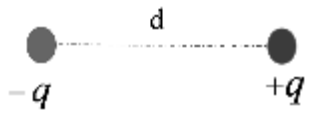
$$x = \frac{L}{1+\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}}$$

بنابراین با جاگذاری مقادیر داریم:

$$\Rightarrow x = 0/041m$$

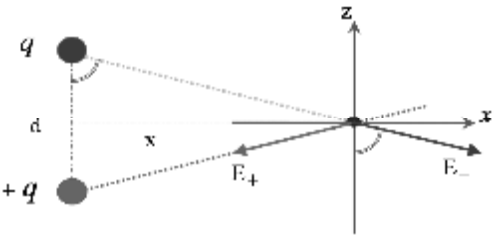
دو قطبی الکتریکی:

دو بار نقطه‌ای با بارهای مخالف q و $q-$ که در فاصلهٔ کوچک d از یکدیگر قرار دارند دوقطبی الکتریکی نامیده می‌شوند.



برای بدست آوردن میدان الکتریکی E در نقطه P روی عمود منصف خط رابط دو بار و در فاصله x از این خط داریم:

www.Endbook.net



میدان الکتریکی کل در نقطه p برابر مجموع میدان هر یک از بارها در نقطه p می‌باشد:

$$E = E_+ + E_-$$

مقدار میدان ناشی از هر کدام از بارها برابر است با:

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x^2+(\frac{d}{2})^2}$$

از روی تقارن شکل مشخص است که:

$$\sum E_x = 0$$

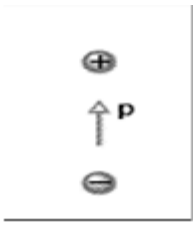
$$\sum E_z = 2E_+ \cos\theta$$

از طرفی از روی شکل داریم:

$$\cos\theta = \frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{x^2+(\frac{d}{2})^2}}$$

با قرار دادن این رابطه در رابطه بالا داریم:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qd}{[x^2+(\frac{d}{2})^2]^{3/2}}$$



حاصل ضرب qd را گشتاور دو قطبی الکتریکی نامند و با p نمایش می‌دهند. گشتاور دو قطبی الکتریکی یک بردار است که جهت آن از بار منفی به بار مثبت است.

www.Endbook.net

با استفاده از بسط زیر معادله بالا را می‌توان ساده‌تر کرد:

$$(1+y)^n = 1+ny+\frac{n(n-1)}{2!}y^2+\dots$$

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{x^3}\frac{1}{[1+(\frac{d}{2x})^2]^{3/2}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{x^3}[1+(\frac{d}{2x})^2]^{-3/2}$$

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{x^3}[1+(-\frac{3}{2})(\frac{d}{2x})^2+\dots]$$

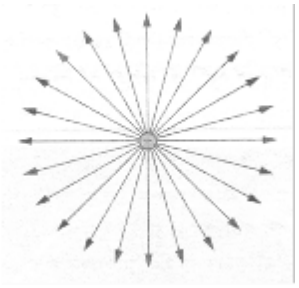
با در نظر گرفتن فقط جمله اول از بسط داریم:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{x^3}$$

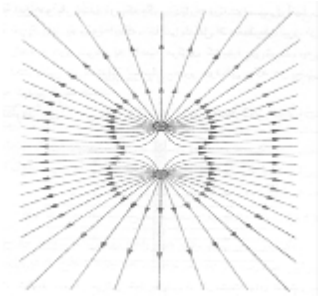
نکته: تغییرات میدان در نقطه‌های دور و در فاصله r از دوقطبی به شکل $\frac{1}{r^3}$ است.

خطوط نیرو:

بر اساس اندیشهٔ فارادی، میدان الکتریکی با خطوطی فرضی به نام خطوط میدان الکتریکی نشان داده می‌شوند. مماس بر این خطوط، امتداد بردار شدت میدان و تراکم آنها در واحد سطح با شدت میدان متناسب است. در شکل زیر خطوط نیروی مربوط به توزیع بارهای مختلف آمده است:

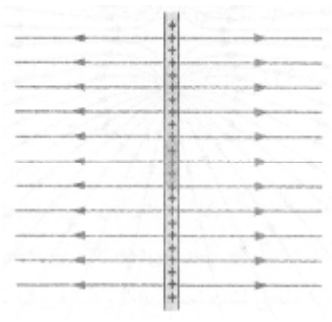


خطوط نیروی بار نقطه‌ای مثبت

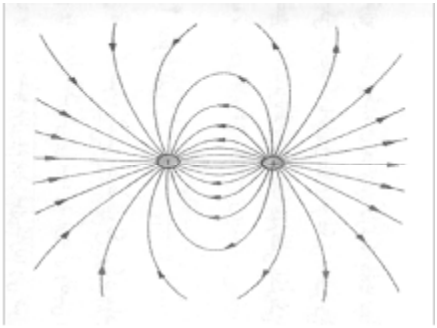


خطوط نیروی مربوط به دو بار مثبت مساوی

www.Endbook.net



خطوط نیرو در حوالی خط طویلی از بار مثبت



خطوط نیروی اطراف دو بار منفی و مثبت مساوی

میدان الکتریکی توزیع‌های بار پیوسته:

میدان حاصل از یک توزیع بار پیوسته را می‌توان با تقسیم بار به اجزای بی‌نهایت کوچک dq محاسبه کرد. هر جزء از توزیع بار در نقطه p میدان dE را ایجاد می‌کند و میدان برآیند در نقطه p را با استفاده از اصل برهم‌نهی (انتگرال‌گیری) با افزودن سهم میدان ناشی از تمام بارهای جزئی به دست می‌آوریم، یعنی:

$$E = \int dE$$

در محاسبه میدان الکتریکی یک توزیع بار پیوسته، روش کلی عبارت است از:

1) انتخاب یک جزء بار دلخواه dq

2) پیدا کردن میدان الکتریکی dE در نقطه مورد نظر

3) استفاده از معادله بالا برای یافتن میدان کل E با انتگرال‌گیری روی توزیع بار.

در بسیاری موارد جزء بار dq به صورت بار نقطه‌ای در نظر گرفته می‌شود و سهم آن در میدان بصورت زیر می‌باشد:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

توزیع پیوسته بار را با چگالی بار آن توصیف می‌کنیم.

1) در یک توزیع خطی، یک جزء کوچک دلخواه طول مانند ds حامل بار dq است که از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$dq = \lambda ds$$

www.Endbook.net

که درآن λ چگالی خطی بار یا بار در واحد طول در جسم مورد نظر است. اگر جسم بطور یکنواخت باردار شده باشد، λ مقداری ثابت و برابر است با کل بار توزیع شده روی جسم تقسیم بر طول کل آن یعنی:

$$dq = \frac{q}{L} ds$$

2) اگر بار روی سطح توزیع شده باشد در اینصورت داریم:

$$dq = \sigma dA$$

که در آن σ چگالی سطحی بار است. اگر بار بطور یکنواخت روی سطح جسم توزیع شود:

$$dq = \frac{q}{A} dA$$

3) اگر بار در سراسر یک جسم سه‌بعدی توزیع شده باشد، داریم:

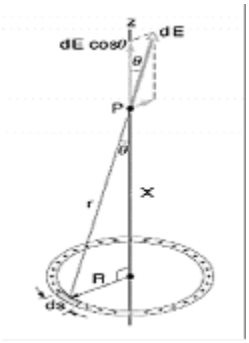
$$dq = \rho dV$$

که در آن ρ چگالی حجمی بار است. اگر جسم بطور یکنواخت باردار شده باشد داریم:

$$dq = \frac{q}{V} dV$$

مثال: میدان ناشی از حلقه‌ای از بار:

حلقه نازکی به شعاع R که در محیط آن چگالی بار خطی یکنواخت λ وجود دارد را در نظر می‌گیریم، میدان الکتریکی ناشی از این حلقه در نقطه p که در فاصله z از صفحه حلقه ورودی محور آن قرار دارد برابر است با:



میدان حاصل از جزء کوچک حلقه به طول ds و بار $dq = \lambda ds$ برابر است با:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda ds}{(z^2 + R^2)}$$

www.Endbook.net

با استفاده از تقارن می‌دانیم که میدان در راستای x و y مولفه‌ای ندارد، و با توجه به شکل میدان در راستای محور z ها برابر است با:

$$dE_z = dE\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2+R^2)^{1/2}}$$

با جاگذاری مقادیر در معادله اصلی داریم:

$$dE_z = dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda ds}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

$$E_z = \int dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda z}{(z^2+R^2)^{3/2}}\int ds = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda z(2\pi R)}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

از طرفی می‌دانیم $\lambda(2\pi R)$ بار کل حلقه است بنابراین در نهایت میدان حاصل از حلقه باردار برابر است با:

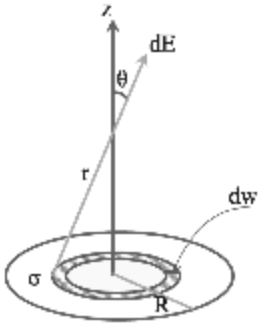
$$E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qz}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

برای نقاط به قدر کافی دور از حلقه داریم:

$$E_z \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{z^2}$$

مثال: میدان ناشی از قرصی از بار الکتریکی:

قرص نارسانایی به شعاع R و چگالی سطحی بار σ داریم شدت میدان الکتریکی در نقطه‌ای به فاصلهٔ z از قرص در امتداد محور مرکزی آن برابر است با:



www.Endbook.net

قرص را به تعدادی حلقه متحدالمرکز تقسیم می‌کنیم و سپس با جمع کردن اثر همه حلقه‌ها میدان الکتریکی را محاسبه می‌کنیم. یعنی با انتگرال‌گیری، سهم همه حلقه‌ها را منظور می‌کنیم. یک حلقه تخت به شعاع w و عرض dw در نظر می‌گیریم. بار کل موجود روی این حلقه برابر است با:

$$dq = \sigma dA = \sigma(2\pi w)dw$$

در مثال قبل میدان الکتریکی یک حلقه باردار را بدست آوردیم با قرار دادن dq در آن داریم:

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\sigma 2\pi w dw}{(z^2+w^2)^{3/2}}$$

با انتگرال‌گیری از این رابطه داریم:

$$E_z = \int dE_z = \frac{z\sigma}{4\varepsilon_0}\int_0^R (z^2+w^2)^{-3/2}2wdw$$

در نهایت میدان ناشی از قرص باردار را بصورت زیر بدست می‌آوریم:

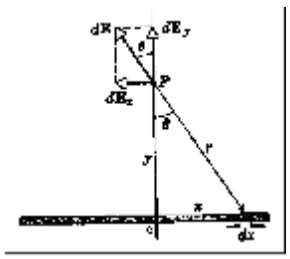
$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}})$$

به ازای $R >> z$ این معادله بصورت زیر در می‌آید:

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

مثال: میدان ناشی از خط نامتناهی از بار:

میدان ناشی از یک بار نامتناهی به چگالی بار λ و به فاصلهٔ y از آن برابر است با:



اندازه میدان dE ناشی از جزء بار dq برابر است با:

www.Endbook.net

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{y^2 + x^2}$$

با استفاده از تقارن می‌دانیم که میدان برآیند فقط در راستای y مولفه دارد با توجه به شکل داریم:

$$E = E_y = 2\int_{x=0}^{x=\infty} \cos\theta dE$$

با قرار دادن مقدار dE داریم:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{x=0}^{x=\infty} \cos\theta \frac{dx}{y^2 + x^2}$$

از روی شکل داریم:

$$x = y\tan\theta$$

با استفاده از این رابطه می‌توان x را در معادله حذف کرد و انتگرال را بصورت زیر نوشت:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta$$

در نهایت با انتگرال‌گیری میدان حاصل از یک خط بار نامتناهی برابر خواهد بود با:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}$$

بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی:

در این بخش می‌خواهیم ببینیم که بر بارهای واقع در میدان الکتریکی چه نیرویی وارد می‌شود. میدان الکتریکی بر ذره باردار نیرویی وارد می کند که مقدار این نیرو برابر است با:

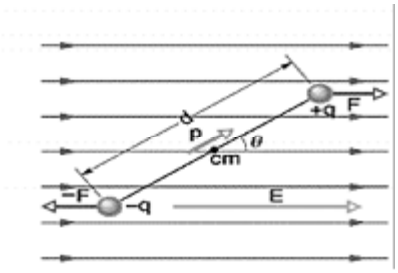
$$F = qE$$

که در این رابطه اگر $q>0$ باشد E و F هم جهت‌اند و در غیر این صورت در خلاف جهت یکدیگر هستند.

دوقطبی در میدان الکتریکی:

فرض می کنیم که یک دو قطبی با گشتاور p در میدان خارجی E قرار داشته باشد.

www.Endbook.net



دو نیروی مساوی و مخالف F و F-، که اندازه‌های آنها برابر با qE است، بر دو قطبی اثر می‌کنند. نیروی بر آیند صفر است ولی گشتاور نیرو ها صفر نیست و برابر است با:

$$\tau = F\frac{d}{2}\sin\theta + F\frac{d}{2}\sin\theta = Fd\sin\theta$$

این معادله را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\tau = (qE)d\sin\theta = (qd)E\sin\theta = pE\sin\theta$$

و در نهایت بصورت رابطه برداری زیر می‌توان نوشت:

$$\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$$

نکته: برای چرخاندن یک دوقطبی الکتریکی در یک میدان الکتریکی یکنواخت بایستی کار انجام دهیم که این کار عبارت است از :

$$W = \int \tau d\theta$$

نکته: انرژی پتانسیل یک دو قطبی در میدان خارجی برابر است با:

$$U = -p.E$$

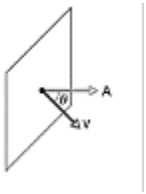
قانون گاوس

در فصل پیش دیدیم که برای بدست آوردن میدان E با دانستن توزیع بار می‌توان میدان E را در نقاط اطراف توزیع بار از روش انتگرال‌گیری محاسبه کرد. اما این روش بسیار پر زحمت است. روش دیگر محاسبه میدان استفاده از قانون گاوس است. مسائلی را می‌توان با قانون گاوس حل کرد که توزیع بار دارای تقارن باشد مانند بار نقطه‌ای، بار با توزیع یکنواخت کروی و..... قبل از بحث درباره قانون گاوس لازم است مفهوم شار الکتریکی توضیح داده شود.

www.Endbook.net

شار میدان الکتریکی:

شار الکتریکی تعداد خطوط میدان عبوری از یک سطح است. این کمیت، کمیتی اسکالر است. در حالتی که میدان الکتریکی یکنواخت باشد و زاویه بردار عمود بر سطح با امتداد میدان θ باشد:



$$\Phi = E.A$$

برای تعریف دقیق‌تر شار الکتریکی داریم:

سطح فرضی بستهٔ اختیاری در یک میدان غیر یکنواخت را به سطوح بسیار کوچک ΔS تقسیم و هر سطح را با بردار ΔA مشخص می‌کنیم

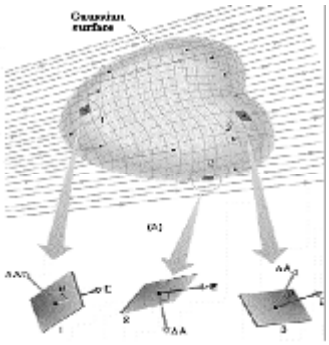
اندازهٔ ΔA برابر مساحت سطح ΔA و امتداد آن عمود بر سطح و جهتش به طرف خارج سطح است. طبق تعریف، مجموع حاصل ضرب نرده ای $\vec{E}.\Delta\vec{A}$ روی تمام صفحات کوچکی که سطح اصلی را تشکیل می دهند شار الکتریکی نامیده می‌شود.

$$\varphi_E = \sum \vec{E} \cdot \Delta\vec{A}$$

شار به‌طور دقیق در یک سطح فرضی بسته‌ای به‌دست می آید که در آن $\Delta A \to dA$ میل کند و در نتیجه علامت جمع به انتگرال تبدیل می‌شود:

$$\varphi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

به عنوان مثال در شکل زیر داریم:



$\Phi_{s_a} < 0$

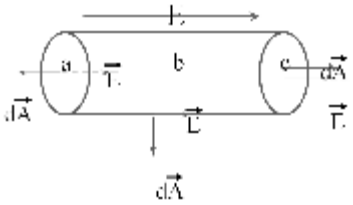
$\Phi_{s_b} = 0$

$\Phi_{s_c} > 0$

www.Endbook.net

مثال: یک استوانه فرضی با شعاع R در یک میدان یکنواخت E در نظر می‌گیریم که محورش موازی خطوط میدان است

، φ_E برای این سطح بسته برابر است با:



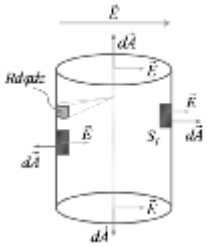
$$\varphi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

$$\varphi_E = \int_a \vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_b \vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_c \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

$$\varphi_E = -EA + 0 + EA = 0$$

یعنی وقتی درون سطح فرضی بسته باری وجود ندارد، شار ورودی با شار خروجی برابر است.

مثال2: در مثال قبل، اگر محور استوانهٔ فرضی عمود بر خطوط میدان باشد، φ_E چقدر خواهد بود؟



در این حالت داریم

:

$$\int_a \vec{E}\cdot d\vec{A} = 0 \quad \text{و} \quad \int_b \vec{E}\cdot d\vec{A} = 0$$

$$\int_{s_1} \vec{E}\cdot d\vec{A} = -\int ERd\phi dz = -ER\int_0^{\pi} d\phi \int_0^{h} dz = -ER\pi h$$

از طرفی برای نیمه دیگر استوانه داریم:

$$\int_{s_2} \vec{E}\cdot d\vec{A} = ER\pi h$$

بنابراین در نهایت داریم:

$$\Rightarrow \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = 0$$

www.Endbook.net

قانون گاوس:

فرض کنید که مجموعه‌ای از بارهای مثبت و منفی داریم که میدان الکتریکی E را در ناحیه‌ای از فضا به‌جـود مـی‌آورنـد. در آن فضا یک سطح بسته فرضی در نظر می‌گیریم و این سطح را سطح گاوسی می‌خوانیم، که ممکن اسـت حـاوی بـار باشد یا نباشد. قانون گاوس که شاره کل عبوری از این سطح یعنی Φ_E را به بار خالص محصور در آن مربوط می‌کند را می‌توان بصورت زیر بیان کرد:

$$\varepsilon_0 \Phi_E = q$$

یا:

$$\varepsilon_0 \oint E.dA = q$$

در این حالت، اندازه میدان الکتریکی با تعداد خطوط میدانی که از یک جزء مسـاحت و عمـود بـر راسـتای میـدان عبـور می‌کند متناسب است.

نکته: می توان قانون کولن را با استفاده از قانون گاوس بدست آورد.

رسانای باردار منزوی:

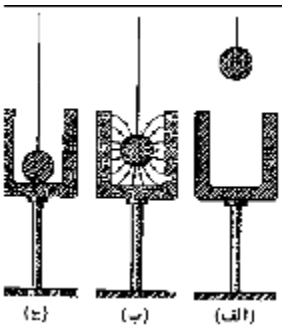
قانون گاوس این امکان را فراهم می‌آورد که قضیه مهمی را درباره رساناهای منزوی اثبات کنیم:

هر بار اضافی که روی یک رسانای منزوی قرار داده شود، به سطح خارجی رسانا می‌رود. یعنی هیچ بار اضافی را نمی‌توان در داخل جسم رسانا یافت.

اثبات این قضیه به این صورت است که میدان الکتریکی در حالت الکترواستاتیک در داخل یک جسم رسـانا صـفر اسـت. اگر سطح گاوسی را بلافاصله زیر سطح خارجی جسم رسانا انتخاب کنیم. شار الکتریکی عبوری از آن صفر است، پس بـار خالص داخل آن صفر است بنابراین نتیجه می‌گیریم که بار اضافی روی سطح خارجی رسانا قرار می‌گیرد.

فرانکلین اولین کسی بود که به عدم وجود بار در داخل یک ظرف فلزی عایق شده پی برد. یک گلوله‌ی فلزی باردار شـده را مطابق شکل به داخل یک ظرف فلزی می‌بریم، اگرگلوله به قسمت درونی ظرف تماس یابد بعد از خارج شدن کـل بـار آن به سطح خارجی ظرف انتقال می‌یابد و گلوله بدون بار می‌شود.

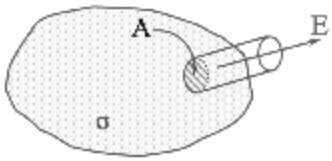
www.Endbook.net



۳-۳-۱-میدان الکتریکی خارجی:

شدت میدان الکتریکی در نزدیکی سطح یک جسم رسانا با چگالی بار سطحی σ برابر است با:

میدان الکتریکی درست در بیرون یک رسانای باردار منزوی در حالت تعادل الکتروستاتیکی باید بر سطح رسانا عمود باشد. بنابراین E بر سطح رسانا عمود است و شاری که از قاعده بیرونی سطح گاوسی می‌گذرد برابر EA است. شاری که از قاعده داخلی همین سطح گاوسی می‌گذرد صفر است، زیرا برای تمام نقاط داخلی رسانا $E=0$ است. شار عبوری از دیواره استوانه‌ای نیز صفر است.



$$\Phi_E = \oint E \cdot dA = E \cdot A + 0 + 0 = EA$$

با استفاده از قانون گاوس داریم:

$$\varepsilon_0 \Phi_E = q \Rightarrow \varepsilon_0 EA = \sigma A$$

بنابراین داریم:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

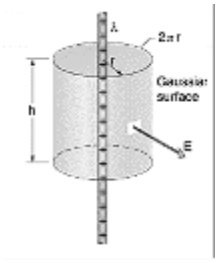
www.Endbook.net

کاربردهای قانون گاوس:

اگر تقارن توزیع بار الکتریکی بسیار زیاد باشد می‌توانیم از قانون گاوس برای محاسبه میدان الکتریکی استفاده کنیم. در ادامه چند مثال از کاربرد این قانون آمده است:

1) خط نامتناهی از بار:

شکل زیر یک خط نامتناهی بار با چگالی بار یکنواخت را نشان می‌دهد. رابطه مربوط به E در فاصله r از این خط برابر است با:

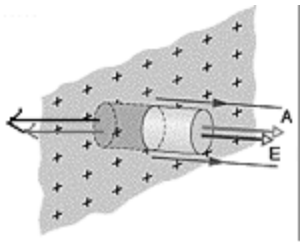


این مسئله دارای تقارن استوانه‌ای است، به همین دلیل سطحی گاوسی را یک استوانه در نظر می‌گیریم. بار q که سطح گاوسی در بر می‌گیرد برابر است با: $q = \lambda h$. در نتیجه قانون گاوس برابر است با:

$$\varepsilon_0 \oint E.dA = q$$
$$\varepsilon_0 E(2\pi rh) = \lambda h$$
$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

2) ورقه نامتناهی از بار:

شکل زیر یک ورقه نارسانای نازک بار را با چگالی سطحی بار ثابت σ نشان می‌دهد. مقدار E در فاصله r در جلوی ورقه برابر است با:



www.Endbook.net

سطح گاوسی استوانه‌ای است که سطح جانبی آ ن با c و سطوح قاعدهٔ آن با a و b مشخص شده‌اند.

با استفاده از قانون گاوس:

$$\varepsilon_0 \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int_c + \int_a \mathbf{E}\cdot dA + \int_b \mathbf{E}\cdot dA = q$$

$$\varepsilon_0(EA + EA) = \sigma A$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

3) پوسته کروی باردار:

پوسته کروی نازک یکنواخت بارداری که چگالی سطحی آن σ ثابت است را در نظر می‌گیریم. در مورد این پوسته دو قضیه وجود دارد که می‌توان براحتی با استفاده از قانون گاوس آنها را اثبات کرد:

الف) برای نقاط خارجی، یک پوسته کروی با توزیع بار یکنواخت، چنان عمل می‌کند که گویی تمام بار آن در مرکزش متمرکز شده است.

ب) یک پوسته کروی با توزیع بار یکنواخت هیچ نیروی الکتروستاتیکی به ذره بارداری که در داخل پوسته قرار گرفته است وارد نمی‌کند.

با استفاده از قانون گاوس میدان الکتریکی در داخل و خارج این پوسته برابر است با:

برای $r > R$:

$$\varepsilon_0 E(4\pi r^2) = q$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

و برای $r < R$:

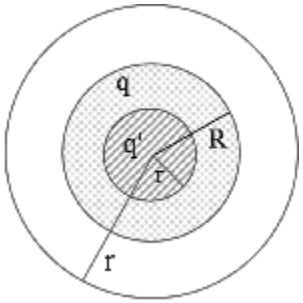
$$E = 0$$

بنابراین هر دو قضیه با استفاده از قانون گاوس اثبات شدند.

www.Endbook.net

4- توزیع بار با تقارن کروی:

کره ای با بار q و شعاع R با توزیع بار با تقارن کروی و یکنواخت در نظر می‌گیریم در اینصورت، میدان الکتریکی در فواصل $\begin{matrix} r > R \\ r < R \end{matrix}$ برابر است با:



با استفاده از شکل بالا و انتخاب سطح گاوسی مناسب داریم:

برای $r > R$:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

برای $r < R$:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q'$$

$$\Rightarrow E = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

از طرفی برای q' داریم:

$$\frac{q'}{q} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow q' = q(\frac{r}{R})^3$$

در اینصورت معادله مربوط به میدان در داخل کره برابر خواهد بود با:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qr}{R^3}$$

www.Endbook.net

پتانسیل الکتریکی

در این فصل، از روش انرژی برای مطالعه الکتروستاتیک استفاده می‌کنیم. کار را با انرژی پتانسیل الکتریکی شروع می‌کنیم، کمیتی نرده‌ای که مشخص کننده یک نیروی الکتروستاتیکی است. درست همانطور که انرژی پتانسیل گرانشی مشخص کننده یک نیروی گرانشی است.

انرژی پتانسیل الکتریکی

برای این که دو بار الکتریکی (چه مختلف العلامت و چه متحدالعلامت) را در فاصله‌ای از یکدیگر نگهداریم بایستی کار انجام دهیم که این کار به صورت انرژی پتانسیل در سیستم متشکل از دو بار ذخیره می‌شود. وقتی ذره‌ای با بار q در میدان الکتریکی E حرکت می‌کند، تغییر انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی آن برابر است با:

$$U_b - U_a = -\int_a^b F.ds = -q\int_a^b E.ds$$

در این معادله انتگرال روی مسیر ذره از نقطه اولیه a تا نقطه پایانی b گرفته می‌شود. چون نیروی الکتریکی پایستار است، این انتگرال مستقل از مسیر است و تنها به نقاط اولیه و انتهایی a و b بستگی دارد.

رابطه انرژی پتانسیل برای سیستم دو ذره‌ای شکل زیر برابر است با:

$$U_b - U_a = -q_2\int_{r_a}^{r_b} E_x dr = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_1 q_2 \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_1 q_2 \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

می‌توانیم نقطه مرجع a را چنان انتخاب کنیم که r_a متناظر با فاصله بی‌نهایت بین ذرات باردار باشد و این وضعیت انرژی پتانسیل U_a را برابر صفر می‌گیریم. فاصله نهایی b را برابر r می‌گیریم، در اینصورت رابطه انرژی پتانسیل بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

www.Endbook.net

انرژی پتانسیل سیستمی از بارها:

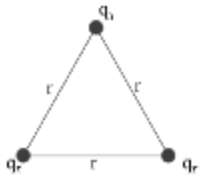
انرژی پتانسیل الکتریکی سیستمی از بارهای نقطه‌ای ثابت برابر است با کاری که عامل خارجی برای گردآوری سیستم با آوردن بارها از بی‌نهایت به مکان‌های مورد نظر انجام می‌دهد. بارها در مکان‌های اولیه و نهایی در حال سکون هستند.

نکته: هرگاه یک عامل خارجی بارها را از فاصله بی‌نهایت جابجا کند، این عامل با اعمال نیرویی مخالف نیروی الکتروستاتیک کار انجام می‌دهد. در واقع عامل خارجی در مجموعه بارها انرژی ذخیره می‌کند.

برای مثال، اگر مجموعه‌ای متشکل از سه ذره باردار مطابق شکل زیر داشته باشیم، انرژی پتانسیل الکتریکی مجموعه برابر است با:

$$U = U_{12} + U13 + U_{23}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$



نکته: انرژی پتانسیل الکتریکی برای یک توزیع بار را می‌توان از رابطه زیر نیز بدست آورد:

$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int E^2 dV$$

پتانسیل الکتریکی:

اختلاف پتانسیل میان دو نقطه a و b در میدان الکتریکی، برابر است کار لازم برای انتقال (در حال تعادل) با آزمون q_0 از نقطه a به نقطه b یعنی:

$$\Delta V = V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q_0}$$

پتانسیل نقطه b بر حسب a اختلاف انرژی پتانسیل بین دو نقطه یا، معادل آن، منفی کار انجام شده توسط میدان الکتریکی، روی یک بار آزمون مثبت که بین آن دو نقطه جابجا می‌شود، ممکن است بیشتر، کمتر یا مساوی پتانسیل نقطه a باشد.

معادله بالا را می‌توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$\Delta U = q\Delta V$$

www.Endbook.net

که نشان می‌دهد، که هرگاه بار الکتریکی q بین دو نقطه با اختلاف پتانسیل ΔV، حرکت کند، انرژی پتانسیل سیستم به اندازه ΔU تغییر می‌کند.

نکته: اختلاف پتانسیل بین هر دو نقطه در یک میدان الکتریکی مستقل از مسیری است که بار آزمون از طریق آن از یک نقطه به نقطه دیگر می‌رود.

مبداء پتانسیل الکتریکی، نقطه‌ای در بی‌نهایت است و بقیهٔ پتانسیل‌ها را نسبت به آن می‌سنجند. بنابراین اگر نقطهٔ a در بی‌نهایت باشد، داریم: $V_a = 0$

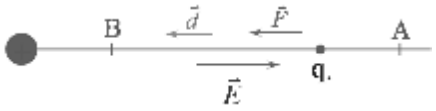
پتانسیل نقطهٔ b در یک میدان الکتریکی عبارت است از: مقدار کاری که باید انجام دهیم تا بار آزمون مثبت را در حال تعادل از بی‌نهایت به نقطهٔ b بیاوریم.

$$V_b = \frac{W_{\infty \to B}}{q_0}$$

یکای پتانسیل الکتریکی Volt یا J/C است.

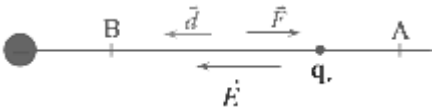
نکته۱: پتانسیل در نزدیکی بار مثبت، مقداری مثبت است:

چون میدان ناشی از بار، مثبت است، کاری که برای آوردن بار q_0 از a به b انجام می‌دهیم مثبت است. بنابراین پتانسیل اطراف بار مثبت، مثبت است .



نکته 2: پتانسیل در نزدیکی بار منفی مقداری منفی است .

چون میدان ناشی از بار منفی است کاری که برای آوردن بار q_0 از a به b انجام می‌دهیم منفی است بنابراین پتانسیل اطراف بار منفی، منفی است .

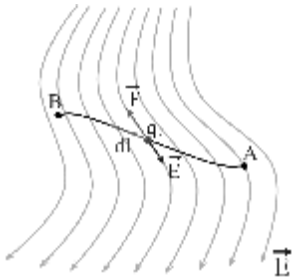


www.Endbook.net

محاسبه پتانسیل از میدان:

با دانستن میدان الکتریکی E می‌توان پتانسیل V را محاسبه کرد و اگر پتانسل V را بدانیم می‌توانیم میدان E را محاسبه کنیم.

اختلاف پتانسیل بین دو نقطه برابر منفی انتگرال خطی شدت میدان بین دو نقطه است.



کار لازم برای انتقال بار q_0 در فاصلهٔ dl برابر است با: $dW = F.dl$ که $F = -q_0E$ نیروی وارد برخلاف جهت نیروی وارد از سوی میدان است. بنابراین داریم:

$$dW = -q_0 \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

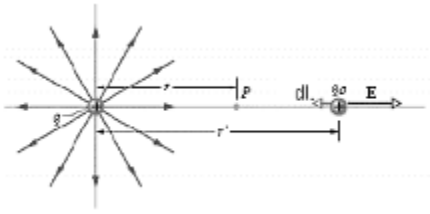
$$W_{AB} = q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl} \Rightarrow V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

و پتانسیل هر نقطه مثل P نسبت به مبداء که در بی‌نهایت فرض شود برابر است با:

$$V_P = -\int_{\infty}^{P} \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

پتانسیل ناشی از یک بار نقطه‌ای:

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه دلخواه در اطراف یک بار نقطه‌ای برابر است با:



www.Endbook.net

$$V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_a}\right]$$

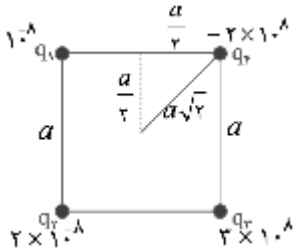
اگر نقطهٔ a در بینهایت باشد $r_a = \infty$ و $V_a = 0$ در نتیجه پتانسیل بار نقطه‌ای q در فاصلهٔ r_b عبارت است از:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

پتانسیل الکتریکی یک گروه نقاط باردار در یک نقطه برابر است با:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

مثال: مطلوب است پتانسیل الکتریکی در مرکز مربعی به ضلع که بارهای q_1, q_2, q_3, q_4 در رئوس آن قرار دارند .

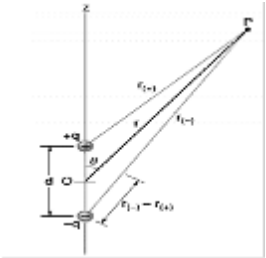


$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

$$V = 9\times10^9\left[1-2+3+2\right]\frac{10^{-8}}{5\sqrt{2}} \cong 50 \text{ v}$$

پتانسیل ناشی از یک دوقطبی:

پتانسیل حاصل از یک دو قطبی در نقطه‌ای بسیار دور از دو قطبی برابر است با:



$$V = k\sum\frac{q_i}{r_i}$$

www.Endbook.net

$$V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right]\Rightarrow V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{r_2-r_1}{r_1\cdot r_2})$$

برای اغلب دوقطبی‌ها داریم: $r >> d$ بنابراین با توجه به شکل می‌توان از تقریب‌های زیر استفاده کرد:

$$\begin{cases} r_1 r_2 \approx r^2 \\ r_2 - r_1 = d\cos\theta \end{cases}$$

بنابراین پتانسیل در نقطه p برابر خواهد بود با:

$$\Rightarrow V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}$$

نکته: یک چهار قطبی الکتریکی از دو دوقطبی الکتریکی تشکیل شده است که طوری قرار گرفته‌اند که اثرهای الکتریکی یکدیگر را تقریبا ولی نه بطور کامل، در نقاط دوردست خنثی می‌کنند.

مثال: پتانسیل الکتریکی برای یک چهار قطبی الکتریکی برای نقاط روی محور آن برابر است با:

$$V=\sum_i V_i=\frac{1_0}{4\pi\varepsilon}(\frac{q}{r-d}+\frac{-2q}{r}+\frac{q}{r+d})$$

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qd^2}{r(r^2-d^2)}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qd^2}{r^3(1-\frac{d^2}{r^2})}$$

چون $d << r$ می‌توان از جمله دوم در مخرج چشم‌پوشی کرد، در اینصورت پتانسیل بصورت زیر خواهد بود:

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}$$

پتانسیل الکتریکی توزیع‌های پیوسته بار:

برای محاسبه پتانسیل الکتریکی توزیع پیوسته‌ای از بارهای الکتریکی، همان روشی را دنبال می‌کنیم که برای محاسبه میدان الکتریکی یک توزیع پیوسته بار به کار بردیم. برای پتانسیل، محاسبات ساده‌تر هستند، زیرا پتانسیل یک کمیت نرده‌ای است و بنابراین لازم نیست جهت‌های مختلف مربوط به سهم اجزای متفاوت بار را در نظر بگیریم:

در این حالت هر جزء بار dq را می‌توان یک بار نقطه‌ای در نظر گرفت که سهم آن در پتانسیل dV است:

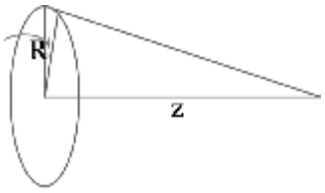
$$dV=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$$

www.Endbook.net

برای یافتن پتانسیل کل توزیع بار، باید روی سهم تمام اجزای بار انتگرال‌گیری کنیم:

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$

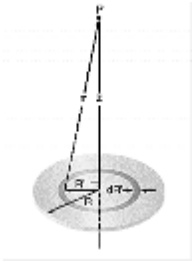
به عنوان مثال پتانسیل یک حلقه در امتداد محور آن برابر است با:



$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\int dq = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

مثال: پتانسیل الکتریکی در نقطه p واقع بر محور یک قرص باردار با چگالی سطحی بار ثابت σ برابر است با:



در ابتدا جزء بار dq را در نظر می‌گیریم که بر روی حلقه‌ای به شعاع w و عرض dw است. برای این حلقه داریم:

$$dq = \sigma(2\pi w)dw$$

سهم این حلقه در پتانسیل برابر است با:

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma(2\pi w)dw}{\sqrt{w^2+z^2}}$$

پتانسیل V را می‌توان با انتگرال‌گیری روی تمام حلقه‌هایی که قرص به آنها تقسیم شده است بدست آورد:

$$V = \int dV = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R (w^2+z^2)^{-\frac{1}{2}} w dw$$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\sqrt{R^2+z^2} - z$$

در حالت خاص $z >> R$ می‌توان با استفاده از بسط دو جمله‌ای این رابطه را بصورت زیر نوشت:

www.Endbook.net

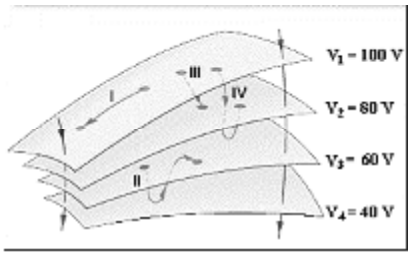
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{z}$$

سطح‌های هم‌پتانسیل:

سطوح هم‌پتانسیل مکان هندسی نقاطی است که دارای یک پتانسیل هستند. در حرکت یک بار الکتریکی روی این سطوح چون $V_b - V_a = 0$ است، در نتیجه: $W_{ab} = 0$

یعنی سطوحی که، در هر نقطه از آن‌ها امتداد شدت میدان بر سطح هم پتانسیل عمود است.

در شکل زیر سطوح هم پتانسیل اطراف یک یا دو بار نقطه‌ای و یا صفحهٔ بار دار نشان داده شده است:



1) کار لازم برای حرکت دادن بار در طول مسیر های I و II صفر است چون انتهای آن‌ها در یک سطح هم پتانسیل قرار دارد.

2) کار لازم برای حرکت دادن بار در طول مسیر های III و VI صفر نیست ولی مقدار آن برای هر دو مسیر یکسان است.

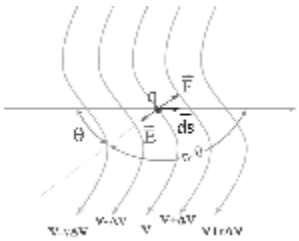
محاسبه میدان از پتانسیل:

برای بدست آوردن میدان از پتانسیل داریم:

سطوح هم پتانسیل را با اختلاف ΔV در میدانی در نظر می‌گیریم. با مساوی قرار دادن کار لازم برای انتقال بار q_0 از سطحی با پتانسیل V به سطحی با پتانسیل $V + dV$ به دو طریق داریم:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$dW = -q_0 \vec{E} \cdot \Delta ds = q_0 E ds \cos\theta$$



www.Endbook.net

از طرفی داریم:

$$W = q_0 \cdot dV$$

با مساوی هم قرار دادن این دو رابطه داریم:

$$\Rightarrow q_0 \cdot dV = q_0 E \cdot ds\cos\theta$$

$$\Rightarrow E\cos\theta = -\frac{dV}{ds}$$

$E\cos\theta$ مؤلفهٔ میدان در راستای s بوده و در جهت تغییر مکان یا حرکت بار q_0 آن را با E_s نشان می‌دهیم:

$$E_s = -\frac{dV}{ds}$$

این معادله نشان می‌دهد که منفی آهنگ تغییر پتانسیل بر حسب مکان در هر راستا مولفه میدان E در آن راستا را بدست می‌دهد.

بنابراین نتیجه می‌گیریم: میدان الکتریکی برابر منفی گرادیان یا شیب پتانسیل است.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

در حالت کلی برای یک نقطه از فضا داریم:

مؤلفه میدان در امتداد x:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

مؤلفه میدان در امتداد y:

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

مؤلفهٔ میدان در امتداد z:

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\vec{i}\frac{\partial V}{\partial x} - \vec{j}\frac{\partial V}{\partial y} - \vec{k}\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -(\vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z})\cdot V = -\vec{\nabla}V$$

www.Endbook.net

رسانای منزوی:

هر گونه بار الکتریکی اضافی که روی یک رسانای منزوی قرار داده شود، در سطح رسانا چنان توزیع می‌شود که تمام نقاط رسانا، اعم از اینکه روی سطح باشند یا در داخل آن دارای پتانسیل یکسان شوند.

اگر یک جسم رسانا در میدان الکتریکی قرار گیرد الکترون‌ها طوری توزیع می‌گردند که میدان در داخل آن صفر گردد.

چون میدان الکتریکی در شرایط الکتروستاتیک در نقاط داخل یک جسم رسانا صفر است پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط آن ثابت است.

مثال: در مرکز یک پوسته نازک کروی رسانا به شعاع a که به زمین متصل است بار نقطه‌ای q قرار دارد.

پتانسیل الکتریکی در نقاط داخل کره $r<a$ (r فاصله از مرکز کره) کدام است؟

1) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$ 2) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ 3) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r}-\frac{1}{a})$ 4) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{a}-\frac{1}{r})$

گزینه ۲ صحیح است:

چون پوسته کروی رسانا است بارهای القایی در سطح خارجی پوسته قرار می‌گیرند و پتانسیل در داخل آن برابر پتانسیل ناشی از یک بار نقطه‌ای می‌باشد، بنابراین: $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

تست آزمون سراسری ۸۹: یک کره رسانا به شعاع a که مرکز آن در مبدا مختصات قرار گرفته است دارای پتانسیلی به شکل $V=\begin{cases} V_0 & r\le a \\ V_0\frac{a}{r} & r>a \end{cases}$ می‌باشد، با فرض اینکه پتانسیل الکتریکی در بینهایت صفر است،

انرژی الکتریکی ذخیره شده در کل فضا برابر است با:

1) $\pi\varepsilon_0 V_0^2 a$ 2) $2\pi\varepsilon_0 V_0^2 a$ 3) $3\pi\varepsilon_0 V_0^2 a$ 4) $4\pi\varepsilon_0 V_0^2 a$

گزینه ۲ صحیح است:

در ابتدا لازم است که میدان مغناطیسی را در داخل و خارج این کره رسانا بدست آوریم، برای این کار داریم:

$$E=-\frac{dV}{dr}$$

بنابراین با مشتق‌گیری نسبت به r از پتانسیل میدان در نقاط مختلف بدست می‌آید:

www.Endbook.net

$$E=\begin{cases}0 \leftarrow r \le a\\ \dfrac{V_0 a}{r^2} \leftarrow r > a\end{cases}$$

بنابراین انرژی الکتریکی ذخیره شده در کل فضا برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}\varepsilon_0\int_0^a E_1^{\,2}dv+\frac{1}{2}\varepsilon_0\int_a^\infty E_2^{\,2}dv$$

که جمله اول این رابطه برابر صفر است چون میدان در داخل کره رسانا صفر می‌باشد:

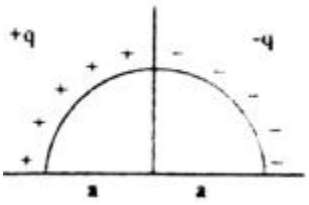
$$U=\frac{1}{2}\varepsilon_0\int_a^\infty E_2^{\,2}dv=\frac{1}{2}\varepsilon_0 V_0^{\,2}a^{\,2}\int_a^\infty\frac{(4\pi r^{\,2})dr}{r^{\,4}}$$

$$U=2\pi\varepsilon_0 V_0^{\,2}a$$

www.Endbook.net

تست های طبقه بندی شده فصل اول

1- بار **q+** روی نیمی از یک میله نیم دایره ای شکل به شعاع **a** و بار **q–** روی نیم دیگر آن بطور یکنواخت توزیع شده است. اندازه میدان الکتریکی در مرکز نیمدایره کدام است؟



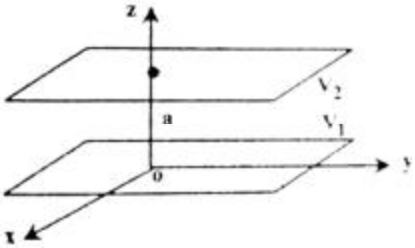
1) $q/(4pe_{o}p^{2}a^{2})$ 2) $q/(4pe_{o}pa)$

3) $q/(2pe_{o}pa^{2})$ 4) $q/(e_{o}p^{2}a^{2})$

۲- کره بارداری به شعاع **R** و چگالی بار حجمی یکنواخت $\vec{r}$ مفروض است. کل شار عبوری از یک وجه مکعب که در این کره محاط شده است کدام است؟

1) $f=0$ 2) $f=\frac{r_{o}}{e_{o}}\frac{8}{3\sqrt{3}}R^{2}$ 3) $f=\frac{4}{3}pR^{2}\frac{r_{o}}{e_{o}}$ 4) $f=\frac{r_{o}}{e_{o}}\frac{8}{18}\frac{R^{2}}{\sqrt{3}}$

۳- دو صفحه بی نهایت بزرگ عایق (مطابق شکل) با چگالی بار سطحی ثابت $s, -s$ مفروضند، میدان الکتریکی بین این دو صفحه کدام است؟



1) $-\frac{s}{e_{o}}\hat{k}$ 2) **0**

3) $\frac{s}{2e_{o}}\hat{k}$ 4) $\frac{s}{e_{o}}\hat{k}$

۴- بار نقطه ای **q** بر سطح کره ای به شعاع **R** قرار دارد. فلوی الکتریکی عبوری از سطح کره کدام است؟

1) $\frac{q}{2e_{o}}$ 2) $\frac{q}{4e_{o}}$ 3) $\frac{q}{3e_{o}}$ 4) $\frac{q}{e_{o}}$

۵- اگر از یک بار الکتریکی نقطه ای مثبت دور شویم کدام گزینه در مورد سطوح هم پتانسیل آن درست است؟

1) افزایش می یابد

2) ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد.

3) تغییر نمی کند

4) کاهش می یابد

www.Endbook.net

۶- دو کره رسانا که در فاصله دوری از یکدیگر قرار دارند دارای شعاع های **R** و **۲R** می باشند. بار کره ها به ترتیب **q۱** و **q۲** می باشد. این دو کره را توسط یک سیم رسانا به یکدیگر متصل می کنیم. پس از این عمل بار کره ها (q'_2, q'_1) کدام است؟

1) $q'_1=\frac{1}{3}(q_1+q_2)\ ,q'_2=\frac{3}{2}(q_1+q_2)$

2) $q'_1=\frac{1}{9}(q_1+q_2)\ ,q'_2=\frac{8}{9}(q_1+q_2)$

3) $q'_1=\frac{8}{9}(q_1+q_2)\ ,q'_2=\frac{1}{9}(q_1+q_2)$

4) $q'_1=\frac{1}{2}(q_1+q_2)\ ,q'_2=\frac{1}{2}(q_1+q_2)$

۷- هادی **A** بدون بار و هادی **B** با بار **Q** را به هم متصل کرده و سپس از هم دور می کنیم. در نتیجه بار **q** از هادی **B** به هادی **A** منتقل می شود. پس از دور کردن هادی **B** از **A**، بار هادی **B** را دوباره به **Q** رسانیده و سپس به هادی **A** منتقل می کنیم. چنانچه این عمل بی نهایت بار تکرار شود بار هادی **A** چقدر خواهد بود؟

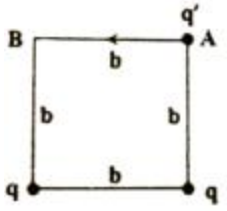
1) Q

2) $\sqrt{Qq}$

3) $\frac{q^2-Q^2}{Q}$

4) $\frac{qQ}{Q-q}$

۸- بارهای نقطه ای **q** ، **q** ، **q'** مطابق شکل قرار گرفته اند. کار لازم برای انتقال **q'** به نقطه **B** در امتداد **AB** مسیر مستقیم چقدر است؟



1) صفر

2) $\frac{1}{2pe_o}\frac{qq'}{b^2}$

3) $\frac{1}{8pe_o}\frac{qq'}{b^2}$

4) $\frac{1}{4pe_o}\frac{qq'}{b^2}$

۹- برای تشکیل کره ای با چگالی حجمی ثابت r و شعاع **b** کدام انرژی لازم است؟

1) $\frac{4p}{3e_o}r^2b^5$

2) $\frac{4p}{3e_o}r^2b^2$

3) $\frac{4p}{15e_o}r^5b^2$

4) $\frac{4p}{9e_o}r^2b^2$

۱۰- در یک کره به شعاع **R** بار الکتریکی چنان توزیع شده است که چگالی آن برابر با $r=\frac{C}{r}$ می‌باشد که در آن **C** مقداری ثابت و **r** فاصله از مرکز کره است. اندازه میدان الکتریکی در داخل کره در نقطه ای به فاصله **r** از مرکز کره چقدر است؟

1) $E=\frac{C}{2e_o}$

2) $E=\frac{Cr}{2e_oR}$

3) $E=\frac{CR^2}{2e_or^2}$

4) $E=\frac{CR}{2e_or}$

www.Endbook.net

۱۱- در الکترواستاتیک بدون آن که مقدار، نحوه توزیع و مکان بارهای الکتریکی را در فضا به ما داده باشند وفقط بردار میدان الکتریکی $\vec{E}$ را در هر نقطه از فضا بدانیم، آنگاه کدام گزاره درست است؟

1) می توانیم درستی قانون گوس را تحقیق کنیم.

2) می توانیم درستی قانون کولن را تحقیق کنیم.

3) می توانیم مقدار، نحوه توزیع و مکان بارهای الکتریکی را با استفاده از معادلات ماکسول در فضا به دست آوریم.

4) گزینه 1 و3

۱۲- کدام پاسخ مقدار انرژی لازم جهت ساختن کره ای به شعاع b با چگالی توزیع حجمی بار یکنواخت r می باشد؟

1) $\frac{4e}{15}r^2b^5$ 2) $\frac{4e}{5e_o}r^2b^2$ 3) $\frac{4e}{5}r^2b^5$ 4) $\frac{4pr^2b^2}{15e_o}$

۱۳- بار الکتریکی مثبت q و بار الکتریکی منفی q۲ را در نظر بگیرید. یک خط نیرو با زاویه a نسبت به خط واصل بین دو بار از q۱ خارج و با زاویه b نسبت به خط واصل دوبار، به q۲ وارد می شود. با توجه به این که $|q_1|>|q_2|$ است. کدام گزینه صحیح است؟

1) همواره $a<b$

2) همواره $a>b$

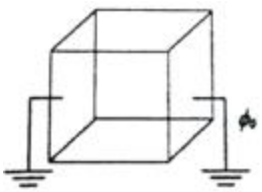
3) همواره $a=b$

4) بسته به فاصله دو بار، زاویه a می تواند بزرگتر، کوچکتر یا برابر b باشد.

۱۴- بار نقطه ای Q در مرکز پوسته کروی هادی که شعاع داخلی آن a و شعاع خارجی آن b است، قرار گرفته است. کدام پاسخ تابع پتانسیل را در داخل پوسته معین می کند؟

1) $\frac{Q}{4pea}$ 2) $\frac{Q}{4pe_ob}$ 3) $\frac{Q}{4pe_o(\frac{1}{b}-\frac{1}{a})}$ 4) $\frac{Q}{4pe_o(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})}$

۱۵- در شکل زیر ۵ وجه رسانایی مکعب شکل به زمین و وجه ششم بطور مجزا به پتانسیل f_o متصل است پتانسیل الکتریکی در مرکز مکعب کدام است؟

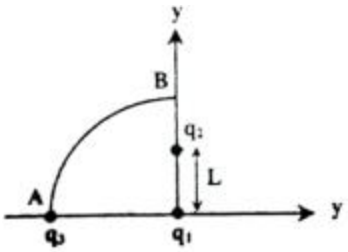


1) $\frac{1}{6}f_o$ 2) $\frac{1}{5}f_o$

www.Endbook.net

3) $\frac{5}{6}f_o$ 4) f_o

۱۶- در شکل زیر کار لازم برای انتقال بار **q۳** از نقطه **A** به نقطه **B** روی مسیر نیم دایره ای شکل چقدر است؟ (بار **q۱** و **q۲** همچنان در مکان های اولیه خود هستند و **r>L**).



1) $\frac{q_3}{4pe_o}(\frac{q_1}{r}+\frac{q_2}{r-L})$

2) $\frac{1}{4pe_o}(\frac{q_1q_2}{L}+\frac{q_1q_2}{r}+\frac{q_1q_3}{\sqrt{L^2+r^2}})$

3) $\frac{q_2q_3}{4pe_o}(\frac{1}{r-L}+\frac{1}{\sqrt{L^2+r^2}})$

4) $\frac{q_2q_3}{4pe_o}(\frac{1}{r-L}-\frac{1}{\sqrt{L^2+r^2}})$

۱۷- ذره ای به جرم **m** و بار **q** در حال سکون در یک میدان الکتریکی یکنواخت به شدت **E** قرار می گیرد. انرژی جنبشی ذره پس از طی مسافت **d** کدام است؟

1) qEd 2) $\frac{1}{2}mqd$ 3) $\frac{1}{2}m\frac{E}{d}$ 4) $\frac{1}{2}mq\frac{E}{d}$

۱۸- در ناحیه ای از فضا، پتانسیل الکتروستاتیکی $V=3x^2y-xz+y^2z^2$ (بر حسب ولت) برقرار است. کار لازم برای انتقال بار الکتریکی ۲ mC از نقطه $r_1=-2\hat{j}+\hat{k}$ به $=\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ چند میکروژول است؟

1) 74 2) 78 3) 86 4) 98

۱۹- یک بار نقطه ای در مبدا مختصات قرار گرفته است . اگر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه **A**(۱و۰و۰) و **B**(۲و۰و۰) برابر **VAB=۱۰V** باشد، فاصله نقطه **c** روی محور **x** از مبدا مختصات چقدر باشد تا آنکه **VBC=۶V** شود؟

1) 5m 2) 3m 3) 1/4m 4) 1/2m

۲۰- بار کل $\frac{20}{3}mC$ به طور یکنواخت روی میله ای به طور **۶cm** توزیع شده است. با فرض صفر بودن پتانسیل الکتریکی در بی نهایت، پتانسیل الکتریکی در نقطه **A** به مختصات (**۸cm** و **۶cm**) **A** چند ولت می باشد؟ $K=9\times10^9\frac{Nm^2}{C^2}$

1) $10^6\ln2$ 2) $10^{11}\ln2$

www.Endbook.net

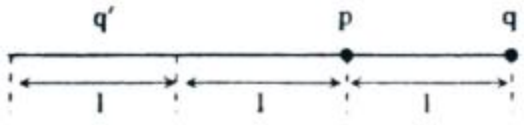
3) 6×10^{3} 4) $10^{4}\ln 2$

۲۱- دو کره رسانای باردار با شعاع های r۱=۵cm و r۲=۱۰cm دارای چگالی بار $s_1=-16\frac{mc}{m^2}$ $s_2=10\frac{mc}{m^2}$ **در فاصله d از یکدیگر قرار دارند و نیروی F برهم وارد می کنند. اگر دو کره را به هم تماس داده و سپس آنها را در فاصله ۳d قرار دهیم اندازه نیروی بین آنها (F') چند برابر حالت اول خواهد بود؟**

1) 45 2) $\frac{1}{40}$ 3) $\frac{1}{45}$ 4) 40

www.Endbook.net

۲۲- بار نقطه ای q مطابق شکل در راستای یک خط بار به طول I و بار یکنواخت 'q واقع شده است. مطلوب است نسبت 'q به q، طوری که شدت میدان الکتریکی در نقطه p صفر گردد؟



1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{1}{2}$

3) 2 4) 4

۲۳- در مورد سطوح هم پتانسیل الکتریکی، کدام گزینه نادرست است؟

1) کار انجام شده توسط میدان الکتریکی در روی یک سطح هم پتانسیل صفر است.

2) سطوح هم پتانسیل یکدیگر را قطع نمی کنند.

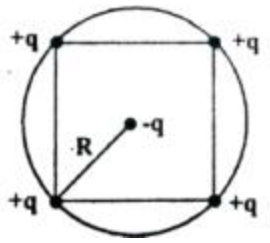
3) میدان الکتریکی در هر نقطه از سطح هم پتانسیل عمود بر سطح هم پتانسیل صفر است.

4) در تمام نقاط یک سطح هم پتانسیل، میدان الکتریکی از لحاظ اندازه یکسان است.

۲۴- ۱۰۰۰ قطره یکسان از مایعی رسانا با پتانسیل های یکسان ۳ ولت با هم جمع می شوند تا قطره بزرگتری را تشکیل دهند. پتانسیل الکتریکی این قطره بزرگ چند ولت است؟

1) 0/3 2) 3 3) $30\sqrt{10}$ 4) 300

۲۵- پتانسیل الکتریکی ناشی از یک توزیع بار در فواصل دور از آن به صورت $\frac{1}{r^2}$ کاهش می یابد. کدام گزینه درست است؟



1) بار الکتریکی کل توزیع بار غیر صفر است.

2) بار الکتریکی کل توزیع بار صفر و دو قطبی الکتریک آن غیر صفر است.

3) بار الکتریکی و دو قطبی توزیع بار صفر است.

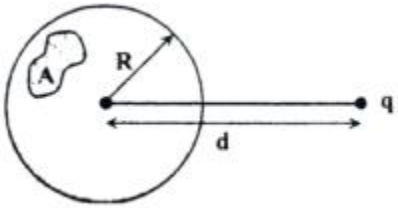
4) دو قطبی الکتریکی توزیع بار صفر و چهار قطبی آن غیرصفر است.

۲۶- روی میله نازک AB به طول L بار Q به طور یکنواخت توزیع شده است. بار نقطه ای q در نقطه C در امتداد میله قرار می گیرد به طوری که $BC = \frac{L}{2}$ اندازه نیروی وارد بر بار q کدام است؟

1) $\frac{1}{pe_{\circ}}\frac{qQ}{L^2}$ 2) $\frac{1}{3pe_{\circ}}\frac{qQ}{L^2}$ 3) $\frac{1}{4pe_{\circ}}\frac{qQ}{L^2}$ 4) $\frac{1}{6pe_{\circ}}\frac{qQ}{L^2}$

www.Endbook.net

۲۷- یک قطعه فلزی A در داخل یک کره هادی توخالی به شعاع R قرار داده شده است. بار نقطه ای q در فاصله d>R از مرکز کره قرار دارد. پتانسیل الکتریکی قطعه A کدام است؟

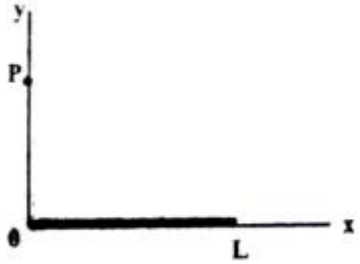


1) صفر
2) $\frac{q}{4pe_{o}R}$
3) $\frac{q}{4pe_{o}d}$
4) $\frac{q}{4pe_{o}(R+d)}$

۲۸- ضریب دی الکتریک یک محیط نامحدود در سیستم کروی به فرم $e(r)=e_{o}(1+\frac{a}{r})$ **است (که در آن a یک مقدار ثابت است) . کره کوچک رسانایی به شعاع R که دارای بار q می باشد در این محیط قرار می گیرد. پتانسیل الکتریکی حاصل از کره در ناحیه** $r>R$ **کدام است؟ (r فاصله از مرکز کره است).**

1) $F=\frac{q}{4pe_{o}}\frac{1}{r+a}$
2) $F=\frac{q}{4pe_{o}}Ln\left(\frac{1}{r+a}\right)$
3) $F=\frac{q}{4pe_{o}a}\left(1+\frac{a}{r}\right)$
4) $F=\frac{q}{4pe_{o}a}Ln\left(1+\frac{a}{r}\right)$

۲۹- روی میله باریکی به طول L که بر محور X منطبق است و یک سر آن مطابق شکل زیر در مبدا مختصات (x=۰) قرار دارد، بار الکتریکی با بار واحد طول $l=kx$ **توزیع شده است، که در آن k مقدار ثابتی است. با فرض اینکه پتانسیل الکترواستاتیکی در بی نهایت صفر است، مقدار V در نقطه ی P واقع بر محور y ، متناسب است با:**



1) $\sqrt{L^{2}+y^{2}}-y$
2) $\sqrt{L^{2}+y^{2}}-y$
3) $\sqrt{L+y}-y$
4) $\sqrt{L+y}$

www.Endbook.net

۳۰- بار **q** در داخل حجم کره ای به شعاع **R** (مثل هسته اتم) به طور یکنواخت توزیع شده است. پتانسیل الکتریکی در فاصله $\frac{R}{2}$ از مرکز کره در داخل آن کدام است؟

1) $\frac{3q}{8pe_oR}$ 2) $\frac{5q}{16pe_oR}$ 3) $\frac{11q}{32pe_oR}$ 4) $\frac{23q}{64pe_oR}$

۳۱- سه بار الکتریکی نقطه ای مثبت **q۱** و **q۲** و **q۳** به ترتیب به بزرگی ۱، ۲ و ۳ میکروکولن در گوشه‌های یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع یک متر قرار دارند. چند ژول کار برای انتقال این بارها به رأس های مثلث متساوی الاضلاع کوچکتری به ضلع ۰/۲۵ متر، مطابق شکل، باید انجام داد؟

1) $\frac{33\times10^{-12}}{pe_o}$ 2) $\frac{11\times10^{-12}}{4pe_o}$

3) $\frac{11\times10^{-12}}{2pe_o}$ 4) $\frac{33\times10^{-12}}{4pe_o}$

۳۲- یک توزیع بار بی نهایت با تقارن کروی دارای چگالی بار $r = kr^{-\frac{5}{2}}$ است، که **r** فاصله از مبداء مختصات و **k** عددی ثابت است. اگر در حد $r \to \infty$، پتانسیل صفر باشد، کدام گزینه نشان دهنده تابع پتانسیل **V(r)** است؟

1) $-\frac{4k\sqrt{r}}{e_o}$ 2) $\frac{4k}{e_o\sqrt{r}}$ 3) $-4k\sqrt{r}$ 4) $\frac{4k}{\sqrt{r}}$

۳۳- دو سیم بسیار بلند با چگالی بارهای خطی l ، به فاصله **d** از یکدیگر قرار دارند. اندازه میدان الکتریکی در نقطه ای که فاصله آن از هر دو خط **۲d** است، کدام است؟

1) $\frac{\sqrt{15}l}{8pe_od}$ 2) $\frac{\sqrt{17}l}{8pe_od}$ 3) $\frac{\sqrt{15}l}{4pe_od}$ 4) $\frac{\sqrt{17}l}{4pe_od}$

www.Endbook.net

۳۴- تفاوت میدان الکتریکی الکترواستاتیک و میدان الکتریکی وابسته به زمان چیست؟

1) میدان الکتریکی الکترواستاتیک واگرا است ولی دومی نیست.

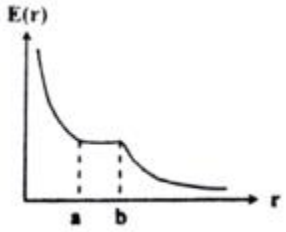
2) میدان الکتریکی الکترواستاتیک پایستار است ولی دومی نیست.

3) میدان الکتریکی الکترواستاتیک چرخشی است ولی دومی نیست.

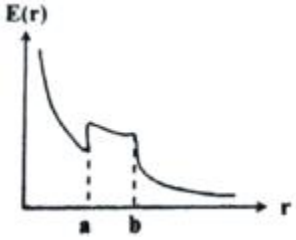
4) تفاوتی ندارند.

۳۵- بار الکتریکی نقطه ای q در مرکز پوسته کروی فلزی به شعاع داخلی a و خارجی b قرار دارد. نمودار میدان الکتریکی این توزیع بار کدام است؟

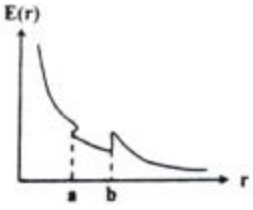
(1)



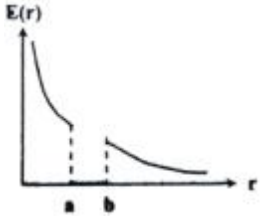
(2)



(3)



(4)



۳۶- بار q در مرکز مکعبی به ضلع a قرار دارد. شار عبوری خالص از هر سطح مکعب چقدر است؟

1) $\frac{q}{(6a^2)e_o}$ 2) $\frac{q}{6e_o}$ 3) $\frac{q}{\sqrt{3}a^2e_o}$ 4) $\frac{q}{4pe_oa^2}$

۳۷- کار کل برای حرکت دادن یک بار الکتریکی نقطه ای q از فاصله ای دور به فاصله d از یک صفحه رسانای بسیار بزرگ متصل به زمین چقدر است؟

1) $\frac{q^2}{2pe_od}$ 2) $\frac{q^2}{4pe_od}$ 3) $\frac{q^2}{2pe_od}$ 4) $\frac{q^2}{pe_od}$

www.Endbook.net

۳۸- دو کره فلزی به شعاع های a , b را به وسیله سیم نازکی به همدیگر متصل می کنیم و به این مجموعه، بار $+Q$ می دهیم. سپس سیم را قطع می کنیم. بار هر کره چقدر است؟

1) $Q_a = \frac{b}{a+b}Q \ , \ Q_b = \frac{a}{a+b}Q$

2) $Q_a = \frac{a^2}{a^2+b^2}Q \ , \ Q_b = \frac{b^2}{a^2+b^2}Q$

3) $Q_a = \frac{a}{a+b}Q \ , \ Q_b = \frac{b}{a+b}Q$

4) $Q_a = \frac{b^2}{a^2+b^2}Q \ , \ Q_b = \frac{a^2}{a^2+b^2}Q$

۶۱- کدام گزینه نادرست است؟

1) راستای میدان الکتریکی در هر نقطه عمود بر سطح هم پتانسیل عبور کرده از آن نقطه می باشد.

2) سطوح هم پتانسیل الکتریکی یکدیگر را می توانند قطع کنند.

3) کار لازم برای انتقال یک بار الکتریکی روی رویه هم پتانسیل الکتریکی صفر است.

4) در ناحیه ای که بار الکتریکی وجود نداشته باشد، پتانسیل الکترواستاتیک نمی تواند کمینه یا بیشینه‌ای داشته باشد.

۳۹- بار نقطه ای $+q$ مطابق شکل، مقابل یک میله باردار به طول I و چگالی خطی یکنواخت $+l$ واقع شده است. نسبت بار میله به بار q چقدر باشد تا شدت میدان الکتریکی در نقطه P صفر گردد؟

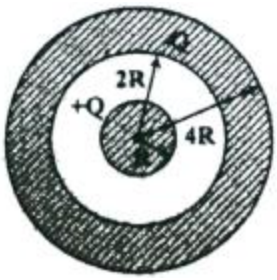
1) $\frac{1}{4}$

2) $\frac{1}{2}$

3) 2

4) 4

۴۰- کره بارداری با بار حجمی یکنواخت Q و شعاع R، درون پوسته کروی بارداری به شعاع داخلی $2R$ و شعاع خارجی $4R$، با بار حجمی یکنواخت $-Q$ به طور هم مرکز قرار دارد. پتانسیل الکتریکی در نقطه ای به فاصله r از مرکز کره ها و در ناحیه $R < r < 2R$ کدام است؟



1) $\frac{KQ}{R}$

2) $KQ(\frac{1}{r}-\frac{1}{2R})$

3) $KQ(\frac{1}{r}-\frac{9}{7R})$

4) $KQ(\frac{1}{r}-\frac{9}{28R})$

www.Endbook.net

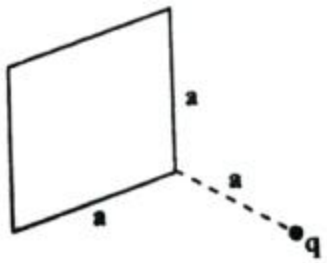
۴۱- یک دو قطبی الکتریکی با ممان دو قطبی $6\times10^{-20}m.C$ در میدان الکتریکی یکنواختی با شدت $2\times10^{6}\frac{N}{C}$قرار دارد. ابتدا ممان دو قطبی، موازی میدان الکتریکی و در حالت سکون است. اگر دو قطبی به مقدار کمی از حالت تعادل خارج شود، بسامد زاویه نوسان های کوچک حول محوری که از مرکز جرم دو قطبی می گذرد و بر صفحه دو قطبی و میدان الکتریکی عمود است چند $\frac{rad}{s}$ است، لختی دورانی دو قطبی حول محور مذکور $3\times10^{-40}kgm^2$ است.

1) $\sqrt{2}\times10^{13}$ 2) 2×10^{13} 3) 4×10^{26} 4) 2×10^{28}

۴۲- اگر $\vec{r}$ بردار مکان و r اندازه آن، $f(r)$ تابع هموراری از $0,\vec{A}(\vec{r})$بردار دلخواهی باشد، کدام یک از روابط زیر نادرست است؟

1) $\nabla^2 r=\vec{0}$ 2) $\vec{\nabla} ln\, r=\frac{\vec{r}}{r^2}$ 3) $\vec{\nabla}\times(f(r)\vec{r})=\vec{0}$ 4) $(\vec{A}.\vec{\nabla})\vec{r}=3\vec{A}$

۴۳- بار نقطه ای q به فاصله قائم a از یک گوشه یک مربع فرضی به ضلع a، قرار دارد. شار الکتریکی گذرنده از سطح مربع کدام است؟



1) $\frac{q}{4e_o}$ 2) $\frac{q}{6e_o}$ 3) $\frac{q}{16e_o}$ 4) $\frac{q}{24e_o}$

۴۴- یک میله به طول L با چگالی بار طولی $l=ax$ روی محور xها از $x_1=0$ تا $x_2=L$ قرار گرفته است. نیروی وارد از طرف این میله باردار به بار نقطه ای q_o که روی محور xها در $x=-L$قرار دارد چقدر است؟

1) $q_o k a\left[Ln2+\frac{1}{2}\right]$ 2) $q_o k a\left[Ln2-\frac{1}{2}\right]$

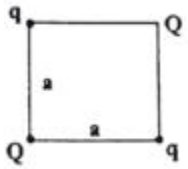
3) $q_o k a\left[2-Ln\frac{1}{2}\right]$ 4) $q_o k a\left[2+Ln\frac{1}{2}\right]$

۴۵- میدان الکتریکی در $r=ar$ ون حجم استوانه بسیار طویلی که چگالی حجمی بار مثبت در درون آن تابع فاصله از محور و به صورت می باشد بر حسب r (فاصله از محور استوانه) چقدر است؟

1) $\frac{ar}{2e_o}$ 2) $\frac{ar^2}{3e_o}$ 3) $\frac{ar}{3e_o}$ 4) $\frac{ar^2}{2e_o}$

www.Endbook.net

۴۶- رابطه بین q , Q چگونه باشد تا در شکل مقابل نیروی وارد بر Q صفر شود؟



1) $Q=+2\sqrt{2}q$ 2) $Q=-2\sqrt{2}q$

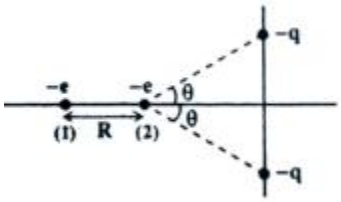
3) $Q=-\sqrt{2}q$ 4) $Q=+\sqrt{2}q$

۴۷- کدام یک از گزینه های زیر بیانگر قانون گوس برای هر سطح بسته است؟ (شار الکتریکی F_E)

1) $F_E=\frac{q}{e_o}$ 2) $F_E=\frac{r}{e_o}$

3) $q=e_o\int Eds$ 4) $q=e_o\oint Eds$

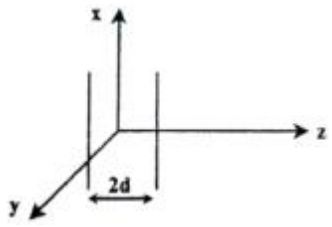
۴۸- مطابق شکل دو الکترون به فاصله R از یکدیگر قرار دارند. دو بار مشابه $-q$ با q با زوایای برابر θ نسبت به الکترون ۲ قرار گرفته اند. با فرض آنکه $q\le 5e$ است، بزرگترین زاویه θ که در آن الکترون دوم در حالت تعادل است، کدام است؟



1) $Arc\cos(\frac{1}{\sqrt{2}})$ 2) $Arc\cos(\frac{1}{\sqrt{5}})$

3) $Arc\cos(\frac{1}{\sqrt[2]{6}})$ 4) $Arc\cos(\frac{1}{\sqrt[2]{10}})$

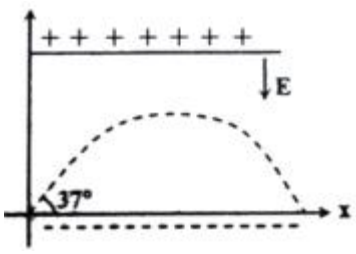
۴۹- داخل یک بره تخت به ضخامت $2d$ و طول و عرض نامتناهی ، بار حجمی با چگالی $r(z)=r_o(1-\frac{|z|}{d})$ توزیع شده است. مبدا مختصات در مرکز بره و محور z عمود بر سطح بره است. میدان الکتریکی در نقطه $z=2d$ کدام است؟



1) $\frac{r_od}{e_o}$ 2) $\frac{r_od}{2e_o}$

3) $\frac{2r_od}{e_o}$ 4) $\frac{4r_od}{e_o}$

۵۰- یک پروتون در لحظه $t=0$ تحت زاویه 37^o نسبت به محور xها و با سرعت $4\times10^5\frac{m}{s}$ بین صفحات یک خازن (میدان الکتریکی یکنواخت) پرتاب می شود. اگر شدت میدان الکتریکی بین صفحات خازن $E=-100\frac{N}{C}\hat{j}$ باشد پس از مدتی پروتون محور xها را قطع می کند؟



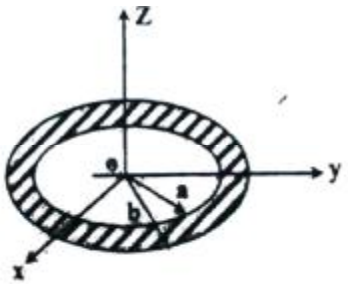
$M_p=1/6\times10^{-27}kg$, $\sin37^o=0/6$

1) $9/6ms$ 2) $18/2ms$

3) $24ms$ 4) $48ms$

www.Endbook.net

۵۱- یک حلقه مسطح توخالی به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b و چگالی سطحی s مفروض است. اگر این حلقه در صفحه $x.y$ قرار داشته باشد و محور zها از مرکز آن عبور کند پتانسیل الکتریکی حلقه روی محور zها کدام است؟



1) $\frac{s}{2e_o}(\sqrt{b^2+z^2}-\sqrt{a^2+z^2})$

2) $\frac{-s}{2e_o}(\sqrt{b^2+z^2}-\sqrt{a^2+z^2})$

3) $\frac{-s}{2e_o}(\sqrt{b^2+z^2}-z)$

4) $\frac{s}{2e_o}(\sqrt{b^2+z^2}-z)$

۵۲- انرژی پتانسیل الکتریکی یک کره نارسانای باردار با بار الکتریکی Q و شعاع R کدام است؟

(فرض کنید $k=\frac{1}{4pe_o}$)

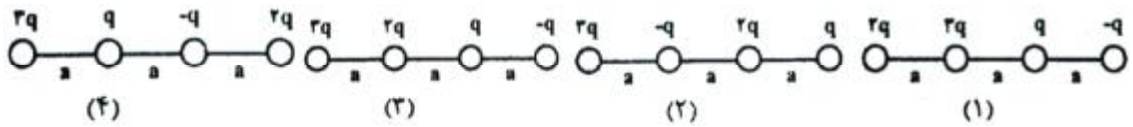
1) $\frac{kQ^2}{R}$ 2) $\frac{3}{5}\frac{kQ^2}{R}$ 3) $\frac{1}{2}\frac{kQ^2}{R}$ 4) $\frac{2}{3}\frac{kQ^2}{R}$

۵۳- پتانسیل الکتریکی کره رسانایی به شعاع a که به زمین متصل است و در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار دارد به صورت زیر داده شده است. چگالی بار سطحی کره کدام است؟

$$f(r,q)=-E_o r(1-\frac{a^2}{r^2})\cos q$$

1) $e_o E_o \sin q$ 2) $3e_o E_o \cos q$ 3) $3e_o E_o \sin q$ 4) $e_o E_o \cos q$

۵۴- در هر گزینه، چهار بار مختلف به فاصله های مساوی a در یک راستا قرار دارند. در کدام یک از آرایش ها انرژی پتانسیل بیشتر است؟



www.Endbook.net

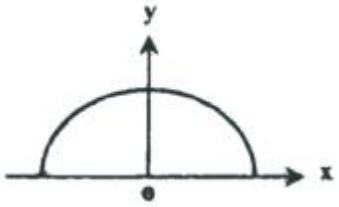
۵۵- هزار قطره ی آب هم شکل و یکسان هر یک با پتانسیل V و به فاصله ی خیلی دور از یکدیگر قرار دارند. پتانسیل قطره ی بزرگی که از به هم پیوستن این قطرات کوچک به وجود می آید چند ولت است؟ (آب را رسانای کامل و قطره ها را کروی فرض کنید).

1) 1 2) 10 3) 100 4) 1000

۵۶- بار نقطه ای Q به فاصله ی نزدیک x از یک صفحه ی رسانای نامتناهی قرار دارد. انرژی الکترواستاتیکی این سیستم (با صرفنظر از خود انرژی) کدام است؟

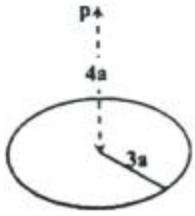
1) $\frac{Q^2}{16pe_0x}$ 2) $-\frac{Q^2}{8pe_0x}$ 3) $\frac{Q^2}{8pe_0x}$ 4) $-\frac{Q^2}{16pe_0x}$

۵۷- روی نیم دایره ای به شعاع a در صفحه ی xy باری به چگالی خطی $l(x)=6x^2$ (واحد x و l در دستگاه SI است) توزیع شده است. اندازه ی شدت میدان الکتریکی در مبدا مختصات برابر است با:



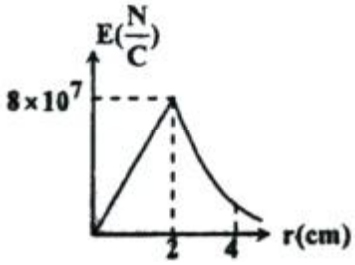
1) $\frac{2a}{pe_0}$ 2) $\frac{a}{pe_0}$ 3) $\frac{a}{2pe_0}$ 4) $\frac{\sqrt{2a}}{pe_0}$

۵۸- بار نقطه ای $q-$ به جرم m از نقطه p به فاصله $4a$ از مرکز یک حلقه باردار به شعاع $3a$ که بار $+5q$ به صورت یکنواخت در طول آن توزیع شده است، از حالت سکون رها می شود. سرعت بار نقطه‌ای هنگام عبور از مرکز حلقه چقدر است؟



1) $\frac{q}{\sqrt{5pe_0am}}$ 2) $\frac{q}{\sqrt{15pe_0am}}$ 3) $\frac{q}{\sqrt{4pe_0am}}$ 4) $\frac{q}{\sqrt{3pe_0am}}$

۵۹- نمودار تغییرات میدان الکتریکی (E) با فاصله از مرکز کره (r) در شکل نشان داده شده است. کره دارای بار حجمی است که به طور یکنواخت در حجم آن توزیع شده است. مرتبه بزرگی چگالی بار حجمی داخل کره چقدر است؟ $\frac{1}{4pe_0}=9\times10^9(\frac{Nm^2}{C^2})$



1) $0/001\frac{C}{m^2}$ 2) $0/01\frac{C}{m^2}$ 3) $0/1\frac{C}{m^2}$ 4) $1\frac{C}{m^2}$

www.Endbook.net

۶۰- در یک میدان الکتریکی غیریکنواخت وقتی در جهت میدان الکتریکی حرکت می کنی:

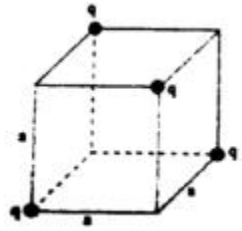
1) فاصله سطوح پتانسیل کاهش می یابد.

2) فاصله سطوح پتانسیل افزایش می یابد.

3) فاصله سطوح هم پتانسیل ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد.

4) فاصله سطوح هم پتانسیل ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.

۶۱- یک مکعب به ابعاد a حاوی چهار بار نقطه ای ثابت یکسان در مکان های نشان داده شده در شکل می باشد. کار لازم برای بالا بردن بار Q_o از مرکز مکعب به بی نهایت کدام است؟



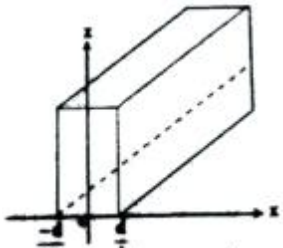
1) $-\frac{Q_oq}{pe_oa\sqrt{3}}$ 2) $-\frac{2Q_oq}{pe_oa\sqrt{3}}$

3) $\frac{2Q_oq}{pe_oa\sqrt{3}}$ 4) $-\frac{Q_oq}{pe_oa\sqrt{3}}$

۶۲- روی یک کره فلزی هادی (رسانا) بار Q_o را تزریق می کنیم. انرژی کل ذخیره شده در فضای اطراف کره چقدر است؟ شعاع کره برابر R_o است.

1) $-\frac{Q_o^2}{8pe_oR_o}$ 2) $\frac{Q_o^2}{8pe_oR_o}$ 3) $\frac{Q_o^2}{4pe_oR_o}$ 4) $-\frac{Q_o^2}{4pe_oR_o}$

۶۳- یک تیغه تخت به ضخامت d دارای چگالی حجمی بار یکنواخت r است. بزرگی میدان الکتریکی در تمام نقاط فضای داخل تیغه چقدر است؟ x فاصله یک نقطه داخل تیغه از صفحه گذرنده از وسط ضخامت تیغه می باشد.



1) $\frac{2rd}{e_o}$ 2) $\frac{rd}{2e_o}$

3) $\frac{rx}{e_o}$ 4) $\frac{2rx}{e_o}$

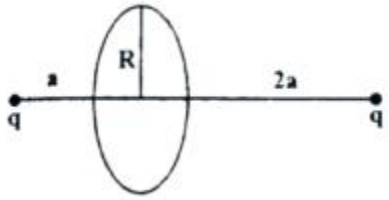
۶۴- ذره ای با بار $Q+$ در نقطه P ثابت فرض می شود. ذره دیگری به جرم m و بار $q-$ با سرعت ثابت بر روی دایره ای به شعاع $r1$ و به مرکز P حرکت می کند. یک عامل خارجی، کار W را روی ذره دوم انجام می دهد تا شعاع حرکت را به $r2$ برساند. W برابر است با:

1) $\frac{qQ}{8pe_o}[\frac{3r_1r_2}{r_2-r_1}]$ 2) $\frac{qQ}{8pe_o}[\frac{r_2-r_1}{r_1r_2}]$

3) $\frac{qQ}{4pe_o}[\frac{r_2}{r_2-r_1}]$ 4) $\frac{qQ}{4pe_o}[\frac{r_2-r_1}{r_1r_2}]$

www.Endbook.net

۶۵- دو بار یکسان به فاصله های a و $2a$ از یک قرص فرضی به شعاع R و روی محور آن قرار دارند. شار الکتریکی خالص گذرنده از این قرص کدام است؟



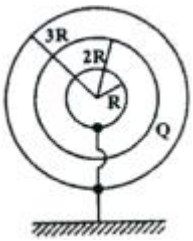
1) $\frac{q}{e_o}+\frac{qa}{2e_o}[\frac{1}{\sqrt{4a^2+R^2}}-\frac{1}{\sqrt{a^2+R^2}}]$

2) $\frac{q}{e_o}+\frac{qa}{2e_o}[\frac{1}{\sqrt{a^2+R^2}}-\frac{1}{\sqrt{4a^2+R^2}}]$

3) $\frac{q}{4e_o}+\frac{qa}{2e_o}[\frac{1}{\sqrt{a^2+R^2}}-\frac{1}{\sqrt{4a^2+R^2}}]$

4) $\frac{q}{4e_o}+\frac{qa}{2e_o}[\frac{1}{\sqrt{4a^2+R^2}}-\frac{1}{\sqrt{a^2+R^2}}]$

۶۶- مطابق شکل سه پوسته کروی رسانای هم مرکز به شعاع های R، $2R$ و $3R$ داریم که پوسته داخلی به شعاع R و پوسته خارجی به زمین وصل شده اند. بار Q روی پوسته وسطی قرار دارد. انرژی ذخیره شده در این دستگاه کدام است؟



1) $\frac{Q_o^2}{4\pi e_o R}$

2) $\frac{Q_o^2}{8\pi e_o R}$

3) $\frac{Q_o^2}{12\pi e_o R}$

4) $\frac{Q_o^2}{64\pi e_o R}$

۶۷- در رابطه با سطح گوسی بسته کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

1) وقتی میدان الکتریکی در تمام نقاط روی سطح گوسی صفر باشد، باید بار خالص موجود در داخل سطح صفر باشد.

2) وقتی بار خالص موجود در داخل سطح گوسی صفر باشد الزاماً میدان الکتریکی در تمام نقاط روی سطح صفر است.

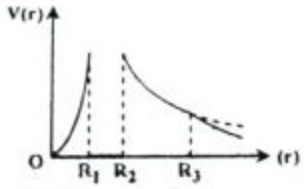
3) وقتی شار الکتریکی عبور کرده از یک سطح گوسی صفر باشد، لزوماً میدان الکتریکی در تمام نقاط روی سطح صفر است.

4) در قانون گوس به صورت $\oint \vec{E}.d\vec{A}=\frac{Q}{e_o}$ بار Q فقط بار خالص آزاد داخل سطح گوسی است.

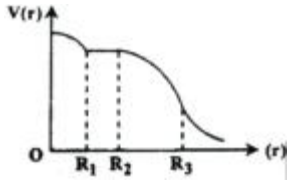
www.Endbook.net

۶۸- کره ای دی الکتریک با توزیع بار حجمی یکنواخت r به شعاع $R1$ درون پوسته ای رسانا به شعاع داخلی $R1$ و شعاع خارجی $R2$ قرار دارد. کره رسانا با لایه ای دی الکتریک به شعاع داخلی $R2$ و شعاع خارجی $R3$ پوشانده شده است. تغییرات پتانسیل الکتریکی از مرکز کره تا بی نهایت چگونه است؟

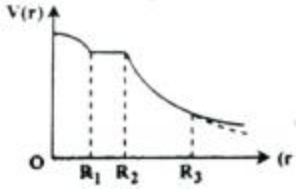
(1)



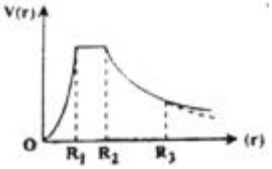
(2)



(3)



(4)



۶۹- کدام گزاره نادرست است؟

1) قانون گاوس هم در الکترواستاتیک و هم در گرانش صادق است.

2) میدان الکتریکی در هر نقطه موازی سطح هم پتانسیل شامل آن نقطه است.

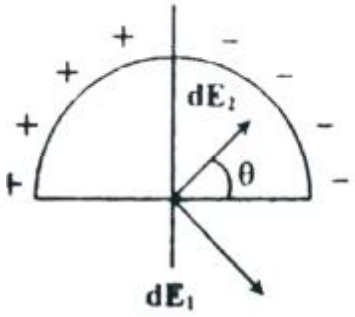
3) در الکترواستاتیک سطح یک رسانا یک سطح هم پتانسیل است.

4) میدان الکتریکی دارای انرژی و تکانه خطی است.

www.Endbook.net

پاسخنامه تست های طبقه بندی شده فصل هشتم

1- گزینه «4»



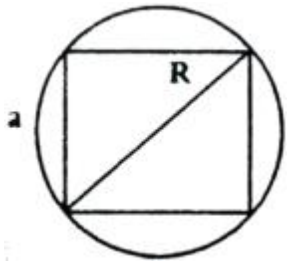
$$|dE_1| = |dE_2| = \frac{dq}{4pe_0a^2}$$

$$dE_x = 2dE_1\cos q = \frac{2dq}{4pe_0a^2}\cos q$$

$$dq = l\,dq = \frac{2dqq}{p}$$

$$|E_x| = \int dE_x = \int_0^{\frac{p}{2}} 2\frac{2dqq}{4p^2e_0a^2}\cos q = \frac{q}{p^2e_0a^2}$$

2- گزینه «4» شار خارج شونده از یک وجه مکعب برابر $\frac{1}{6}$ کل شار گذرنده از تمام سطوح مکعب می باشد. طبق قانون گاوس شار گذرنده از یک سطح بسته برابر بار درون آن سطح می باشد. پس کافی است رابطه میان قطره کره و یال مکعب را حساب کنیم. قطر مکعب و قطر کره با هم برابرند.



$$2R = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3}a$$

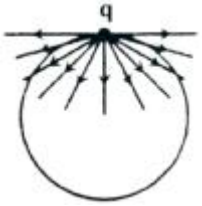
$$a = \frac{2R}{\sqrt{3}} \Rightarrow V = \frac{8R^3}{3\sqrt{3}}$$

$$\Phi = \frac{1}{6}q_{in} = \frac{1}{6}(r_0 v) = \frac{1}{6}[r_0(\frac{2R}{\sqrt{3}})^3] = \frac{r_0}{e_0}\frac{8R^3}{18\sqrt{3}}$$

3- گزینه «4»

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = (\frac{-s}{2e_0})(-\hat{k}) \\ \vec{E}_2 = (\frac{s}{2e_0})(-\hat{k}) \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{-s}{e_0}\hat{k}$$

4- گزینه «1»



با توجه به شکل می توان چنین نتیجه گرفت که نیمی از خطوط شار میدان الکتریکی ناشی از بار Q از سطح کره عبور می کنند.

5- گزینه «4»

www.Endbook.net

طبق رابطه $V=\frac{kq}{r}$ با دور شدن از بار نقطه ای مثبت، پتاسیل کاهش می یابد.

6- گزینه «1»

بار کل به نسبت شعاع ها تقسیم می شود.

مجموع بار الکتریکی کل دو کره در هر دو حالت یکسان است: $q_1+q_2=q'_1+q'_2$

پتانسیل دو کره با بارهای q'_1, q'_2 با هم برابرند $\Leftarrow$

$$\frac{q'_1}{4pe_0}=\frac{q'_2}{4pe_0(2R)}\Rightarrow q'_2=2q'_2$$

$$\Rightarrow q'_1=\frac{1}{3}(q_1+q_2)$$

$$q'_2=\frac{1}{3}(q_1+q_2)$$

7- گزینه «1»

چون این عمل بی نهایت بار تکرار می شود لذا هر بار بر مقدار بار کره A افزوده می‌گردد این عمل تا زمانی که بار کره A به مقدار Q برسد باعث تغییر بار کره B می گردد اما از این پس بار کره ها بدون تغییر باقی خواهد ماند.

8- گزینه «1»

پتانسیل نقاط A , B یکسانند. از طرفی در الکترواستاتیک کار انجام شده مستقل از مسیر بوده و به اختلاف پتانسیل نقاط ابتدائی و انتهائی مسیر وابسته است لذا گزینه 1 صحیح می باشد.

9- گزینه «3»

شدت میدان الکتریکی در داخل و خارج توزیع کروی باردار چنین می باشد:

$$E=\begin{cases}\frac{rr}{3e_0} & r\le b\\ \frac{rb^3}{3e_0r^2} & r\ge b\end{cases}$$

$$w=\frac{1}{2}\int_{\text{کل فضا}} e_0E^2dv=\frac{e_0}{2}\int_0^b(\frac{rr}{3e_0})^2 4pr^2+\frac{e_0}{2}\int_b^\infty(\frac{rb^3}{3e_0r^2})^2 4pr^2dr=\frac{4p}{15e_0}b^5r^2$$

10- گزینه «1»

با استفاده از قضیه گوس نیز مسئله قابل حل است.

www.Endbook.net

$$\int \vec{E}.d\vec{s} = \frac{Q}{40} \Rightarrow e_0 E \times 4pr^2 = \int_0^r \frac{c}{r} \times 4prdr \Rightarrow e_0 Er^2 = \frac{cr^2}{2} \Rightarrow E = \frac{c}{2e_0}$$

11- گزینه «13» با داشتن میدان الکتریکی $\vec{E}$ در هر نقطه از فضا و استفاده از معادلات ماکسول می‌توان، مقدار، نحوه توزیع و مکان بارهای الکتریکی را به دست آورد.

12- گزینه «4»

$$du = \frac{q}{4pe_0 r} \times 4pr^2 r_0 dr = \frac{4pr^2 r_0^2 r^4}{3e_0} dr$$

برای ایجاد کره ای به شعاع R، کار مورد نیاز عبارت است از:

$$U = \int_{r=0}^{R} du = \int_{r=0}^{R} \frac{r_0^2}{4pe_0} \frac{(4p)^2}{3} r^4 dr = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4pe_0 R}$$

که در رابطه بالا $Q = r_0 \times \frac{4}{3} p R^2$

$$U = \frac{3}{5} \times r_0^2 \times \frac{16}{3 \times 9} p^2 R^3 \times \frac{1}{4pe_0 R} \Bigg|_{R=b} = \frac{4pr^2 b^2}{15e_0}$$

13- گزینه «1»

طبق صورت سئوال گفته شده $|q_1| > |q_2|$ بنابراین میدان $|q_1|$ قوی تر از میدان $|q_2|$ است و این به معنی آن است که تراکم خطوط میدان بار q_1 بیشتر از تراکم خطوط میدان اطراف بار q_2است بنابراین زاویه a همواره کوچکتر از زاویه b است.

14- گزینه «2»

پتانسیل در داخل پوسته همه جا یکسان و برابر با مقدار پتانسیل روی پوسته بیرونی $(r = b)$ می باشد.

$$\frac{Q}{4pe_0 r}\Big|_{r=b} = \frac{Q}{4pe_0 b}$$

15- گزینه «1»

پتانسیل در مرکز مکعب میانگین پتانسیل روی وجوه کره مکعب می باشد.

$$V_0 = \frac{5 \times 0 + f_0}{6} = \frac{f_0}{6}$$

www.Endbook.net

16- گزینه «4»

$$\begin{cases} V_A = \dfrac{q_1}{4pe_0 r} + \dfrac{q_2}{4p'e_0\sqrt{L^2+r^2}} \\ V_B = \dfrac{q_1}{4pe_0 r} + \dfrac{q_2}{4pe_0(r-L)} \end{cases} \Rightarrow W = q_3(V_A - V_B) = \frac{1}{4pe_0} q_2 q_3 \left(\frac{1}{r-L} - \frac{1}{\sqrt{L^2+r^2}}\right)$$

17- گزینه «1»

از لحاظ دیمانسیونی گزینه «1» صحیح است.

نیروی وارد بر ذره $\boldsymbol{F = Eq}$ می باشد که، کار این نیرو طی مسافت $\boldsymbol{d}$ برابر است با $\boldsymbol{W = F.d}$ این کار باعث افزایش انرژی جنبشی آن می گردد.

بنابراین انرژی جنبشی ذره برابر است با $\boldsymbol{W = qEd}$

18- گزینه «2»

$$W = q(V_2 - V_1)78\,j$$

19- گزینه «1»

$$\begin{cases} V_{AB} = \dfrac{q}{4pe_0}\left(\dfrac{1}{x_A} - \dfrac{1}{x_B}\right) = 10 \Rightarrow q = 80pe_0 \\ V_{BC} = \dfrac{q}{4pe_0}\left(\dfrac{1}{x_B} - \dfrac{1}{x_C}\right) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{x_C} = \dfrac{4pe_0 V_{BC}}{q} = \dfrac{24}{80} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{x_C} = \frac{1}{2} - \frac{24}{80} = \frac{16}{80} = \frac{1}{5} \Rightarrow x_C = 5m$$

20- گزینه «4»

$$\int \mathbf{E}.d\mathbf{s} = \frac{Q}{e_0} = \int \frac{r d^v}{e_0} \Rightarrow E \times 4pr^2 = \int_0^r r\,\frac{a^2}{r^2} \times 4pr^2 dr \Rightarrow E = \frac{r_0 a^2}{r e_0}$$

با توجه به رابطه میان میدان و پتانسیل می توان نوشت:

$$V = -\int E.d\mathbf{l} \qquad V = -\int \frac{r_0 a^2}{r e_0} dr = \frac{r_0 a^2}{e_0} Lnr$$

21- گزینه «3»

ابتدا بار موجود روی هر کره را حساب می کنیم:

$$Q_1 = -16 \times 10^{-6} \times 4p\,(5 \times 10^{-2})^2 = -1/6p \times 10^{-7} C$$
$$Q_2 = 10 \times 10^{-6} \times 4p\,(10^{-1}) = 4p \times 10^{-7} C$$

www.Endbook.net

بعد از اتصال، دو کره هم پتانسیل خواهند شد:

$$V_1 = V_2 \rightarrow \frac{Q_1'}{5} = \frac{Q_2'}{10} \rightarrow Q_2' = 2Q_1'$$

از طرفی طبق اصل بقای بار می توان نوشت:

$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$$

$$(4 - 1/6)p \times 10^{-7} = 3Q_1' \rightarrow Q_1' = \frac{2/4}{3} \times p \times 10^{-7} = 8p \times 10^{-8} \quad , \quad Q_2' = 16p \times 10^{-8} C$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{q_2' q_1'}{q_2 q_1} \times \frac{(r)^2}{(r')^2} = \frac{0/8 \times 1/6}{1/6 \times 4} \times \frac{1}{9} = 0/022 = \frac{1}{45}$$

22- گزینه «3»

چگالی بار خطی $l = \frac{q'}{L}$

$$E_1 = \int_L^{2L} \frac{l\,dx}{4pe_0} = \int_L^{2L} \frac{\frac{q'}{L}dx}{4pe_0 x^2} = \frac{q'}{8pe_0 L^2}$$

$$E_2 = \frac{q}{4pe_0 L^2} \qquad E_1 + E_2 = 0 \Rightarrow \frac{q'}{q} = 2$$

23- گزینه «4»

گزینه 4 نادرست است زیرا اگر دو کره رسانا باردار را از طریق یک سیم رسانا به هم متصل کنیم هم پتانسیل خواهند بود اما اثبات می گردد که نسبت شدن میدان الکتریکی در اطراف دو کره متناسب با عکس شعاع کره ها می باشند.

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{R_A}{R_B}$$

24- گزینه «4»

$$V_0 = \frac{q}{4pe_0 R}$$

حجم قطر بزرگ 1000 برابر حجم قطر کوچک است 'R: شعاع کره بزرگ و

www.Endbook.net

$$1000\times\frac{4}{3}pR^3=\frac{4}{3}pR'^3\Rightarrow R'=10R$$
$$V=\frac{1}{4pe_0}\frac{1000q}{10R}\Rightarrow\frac{V}{V_0}=100\Rightarrow V=300$$

25- گزینه «2»

با توجه به اینکه برای توزیع بار غیرصفر V متناسب با $\frac{1}{r}$ و نیز برای دو قطبی الکتریکی V متناسب با $\frac{1}{r^2}$ و برای چهار قطبی V متناسب با $\frac{1}{r^2}$ می باشد بنابراین فقط گزینه 2 می تواند صحیح باشد.

26- گزینه «2»

$$d\vec{F}=\frac{Kqq'}{d^2}=\frac{Kql\,\overrightarrow{dx}}{(x+\frac{L}{2})^2}$$
$$\left|\vec{F}\right|=\left|\int_0^L d\vec{F}\right|=\frac{1}{3pe_0}\frac{qQ}{L^2}$$

27- گزینه «3»

طبق قانون گاوس، شدت میدان الکتریکی در داخل کره رسانا صفر می باشد و لذا، پتانسیل الکتریکی قطعه فلزی برابر پتانسیل الکتریکی کره هادی خواهد بود.

28- گزینه «4»

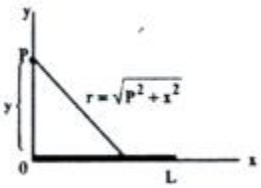
با استفاده از قضیه گوس مسئله به راحتی قابل حل می باشد.

$$E=\frac{q}{4per^2}=\frac{q}{4pe_0r(a+r)}$$
$$V=-\int E.dr=\frac{q}{4pe_0a}Ln(1+\frac{a}{r})$$

29- گزینه «1»

با توجه به شکل داریم:

$$v=\int\frac{l\,dx}{4pe_0r}=\int_{x=0}^{L}\frac{kxdx}{4pe_0\sqrt{p^2+x^2}}$$
$$v=\frac{k}{4pe_0}\int_{x=0}^{L}\frac{xdx}{\sqrt{p^2+x^2}}=\frac{k}{4pe_0}(\sqrt{p^2+x^2})\Big]_0^L=\frac{k}{4pe_0}(\sqrt{p^2+x^2}-p)$$



www.Endbook.net

اگر p همان y بنامیم جواب گزینه 1 خواهد بود.

30- گزینه «3»

از رابطه بین میدان الکتریکی و پتانسیل برای یافتن پتانسیل استفاده می کنیم. بنابراین قانون گوس میدان در فضا به صورت $E=\begin{cases}\frac{q}{4pe_0R^2} & r<R\\ \frac{q}{4pe_0R^2} & r>R\end{cases}$ خواهد بود.

$$V=-\int_{-\infty}^{\frac{R}{2}}Edr=-\int_{+\infty}^{R}\frac{q}{4pe_0r^2}-\int_{R}^{\frac{R}{2}}\frac{qr}{4pe_0R_3}dr=+\frac{q}{4pe_0}(\frac{1}{r})_{\infty}^{R}-\frac{qr}{4pe_0R_3}(\frac{1}{r}]_{R}^{\frac{R}{2}}$$

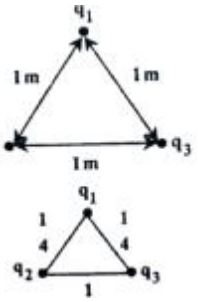
$$V=\frac{q}{4pe_0R}-\frac{q}{4pe_0R^3}(\frac{R^3}{8}-\frac{R^2}{2})=\frac{q}{4pe_0R}+\frac{3q}{32pe_0R^3}=\frac{11q}{32pe_0R}$$

31- گزینه «4»

$$w_1=\frac{1}{4pe_0}(\frac{q_1q_2}{1}+\frac{q_1q_3}{1}+\frac{q_2q_3}{1})=\frac{1}{4pe_0}\times(2\times10^{-12}+3\times10^{-12}+6\times10^{-12})=\frac{11\times10^{-12}}{4pe_0}$$

$$w_2=\frac{1}{4pe_0}(\frac{q_1q_2}{\frac{1}{4}}+\frac{q_1q_3}{\frac{1}{4}}+\frac{q_2q_3}{\frac{1}{4}})=\frac{1}{4pe_0}\times\frac{1}{\frac{1}{4}}\times(2\times10^{-12}+3\times10^{-12}+6\times10^{-12})=\frac{11\times10^{-12}}{pe_0}$$

$$\Delta w=w_2-w_1=\frac{11\times10^{-12}}{pe_0}-\frac{11\times10^{-12}}{4pe_0}=\frac{44\times10^{-12}-11\times10^{-12}}{4pe_0}=\frac{33\times10^{-12}}{4pe_0}$$



32- گزینه «2»

$$\oint E.ds=\frac{q}{e_0}\Rightarrow E=\frac{q}{e_0s}$$

بار موجود در داخل سطح کروی گوسی فرضی به شعاع $=r$

$$q=\int r.dv=\int_{q=0}^{p}\int_{j=0}^{2p}\int_{r=0}^{r}kr^{-\frac{5}{2}}r^2\sin qdrdj\,dq$$

مساحت سطح کروی گوسی

$$q=k\int_{r=0}^{r}r^{-\frac{1}{2}}dr\int_{j=0}^{2p}d\int_{q=0}^{r}kr^{-\frac{5}{2}}r^2\sin qdq=k\times2\sqrt{r}\times2p\times2=8kp\sqrt{r}\ ,\ s=4pr^2$$

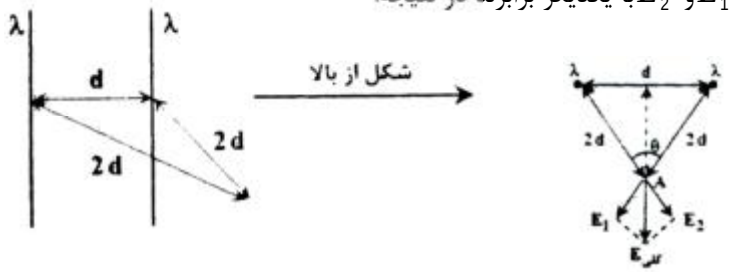
$$E=\frac{8kp\sqrt{r}}{e_0\,4pr^2}=\frac{2k}{e_0r^{\frac{3}{2}}}\Rightarrow V=-\int E.dr=-\int_{r=\infty}^{r=r}\frac{2k}{e_0r^{\frac{3}{2}}}dr=v=\frac{2k}{e_0}(\frac{-2}{\sqrt{r}}]_{\infty}^{r}=\frac{4k}{e_0\sqrt{r}}$$

www.Endbook.net

33- هیچکدام از گزینه ها صحیح نیست.

چون E_1 و E_2 با یکدیگر برابرند در نتیجه:

$$E_{کل} = E_1 + E_2 = 2|E_1|\cos\frac{q}{2}$$



برای به دست آوردن $E_{کل}$ ابتدا باید به محاسبه E_1 یعنی میدان حاصل از یک خط باردار بر روی یک نقطه به فاصله $2d$ تا آن بپردازیم:

با توجه به فرمول میدان حاصل از یک بار خطی طویل داریم:

$$E_1 = \frac{l}{2e_0(2d)}$$

پس در مورد میدان کلی داریم:

$$E_{کل} \; 2\times\frac{l}{4pe_0 d}\times\cos\frac{q}{2}\times\frac{l}{4pe_0}\times\frac{\frac{d}{2}}{2d} = \frac{l}{8pe_0 d}$$

34- گزینه «2»

برای میدان الکتریکی الکترواستاتیک $\nabla\vec{E} = o$ و لذا پایستار است . اما برای میدان الکتریکی وابسته به زمان $\nabla\times\vec{E} = \frac{\overline{\partial B}}{\partial T}$ و بنابراین پایستار نیست.

35- گزینه «4»

با استفاده از قانون گوس مسئله به راحتی قابل حل می باشد.

$$r < a \qquad \int \vec{E}.\vec{ds} = \frac{9}{40} \Rightarrow E\times 4pr^2 = \frac{9}{40} \Rightarrow \vec{E} = \frac{9}{4pe_0 r^2}$$

$a < r < b$ میدان داخل رسانا صفحه $E = o$

$$r > b \qquad \int \vec{E}.\vec{ds} = \frac{9}{40} \Rightarrow \vec{E} = \frac{9}{4pe_0 r^2}$$

$r \Rightarrow \infty$ بنابراین $E \Rightarrow o$

36- گزینه «2»

www.Endbook.net

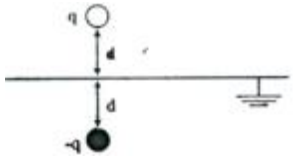
طبق قانون گاوس شار گذرنده از کل وجوه مکعب برابر با درون آن می باشد و لذا به علت تقارن شار گذرنده از هر وجه مکعب برابر $\frac{1}{6}$ کل بار درون آن می باشد.

$$\Phi = \frac{1}{6}\oiint \mathbf{E}.d\mathbf{s} = \frac{1}{6}\frac{q}{e_0}$$

37- گزینه «1»

کار لازم برابر تفاوت انرژی در دو حالت می باشد.

(انرژی در حالتی که بار در فاصله دور از صفحه قرار دارد) $W_1 = o$



$$W_2 = \frac{1}{2}\left(\sum q_i v_i\right) = \frac{1}{2}\left[q\frac{(-q)}{4pe_0(2d)} + (-q)\frac{q}{4pe_0(2d)}\right] = \frac{-q^2}{8pe_0 d}$$

بنابراین:

$$|\Delta W| = |W_2 - W_1| = \frac{-q^2}{8pe_0 d}$$

38- گزینه «1»

در حالتی که دو کره توسط سیم به هم وصل می باشند پتانسیل آنها یکسان می باشد. اگر بار کره ها را با Q_a و Q_b نشان دهیم خواهیم داشت:

$$\frac{Q_a}{4pe_0 a} = \frac{Q_b}{4pe_0 b} \Rightarrow \frac{Q_a}{Q_b} = \frac{a}{b}$$

از طرفی $Q_a + Q_b = Q$

$$Q_a = \frac{b}{a+b}Q \quad , \quad Q_b = \frac{a}{a+b}Q$$

39- گزینه «2»

اگر سطوح هم پتانسیل یکدیگر را قطع کنند با توجه به اینکه راستای میدان الکتریکی در هر نقطه بر هر کدام از سطوح هم پتانسیل عمود است در محل تقاطع میدان برآیند دارای مولفه‌ای خواهد بود که نتیجه آن حرکت بارها روی سطح می شود که با تعریف سطح هم پتانسیل در تناقض خواهد بود.

www.Endbook.net

40- گزینه «3»

$$dE_1 = \frac{l\,dx}{4pe_0(L+x)^2}$$

$$E_1 = \frac{l}{4pe_0}\int_0^L \frac{dx}{(L+x)^2} = \frac{l}{8pe_0L}$$

$$E_p = 0 \Rightarrow \frac{l}{8pe_0L} = \frac{p}{4pe_0L^2} \Rightarrow \frac{lL}{q} = 2$$

41- گزینه «4»

طبق قانون گاوس داریم:

$$r > 4R \Rightarrow E_1 = 0$$

$$2R < r < 4R \Rightarrow e_0 \oiint \vec{E}_2.d\vec{s} = Q - \frac{Q(r^3 - 8R^3)}{56R^3}$$

$$E_2 = \frac{KQ}{r^2} - \frac{KQr}{56r^3} + \frac{KQ}{7r^2} \qquad (k = \frac{1}{4pe_0})$$

$$R < r < 2R \Rightarrow e_0 \oiint \vec{E}_3.d\vec{s} = Q \Rightarrow E_3 = \frac{KQ}{r^2}$$

$$V(r) - V(\infty) = -\int_\infty^r \vec{E}.d\vec{r} = -\int_\infty^{4R} \vec{E}_1.d\vec{r} - \int_{4R}^{4R} \vec{E}_2.d\vec{r} - \int_{2R}^r \vec{E}_3.d\vec{r}$$

با محاسبه انتگرال های فوق داریم:

$$\Rightarrow V(r) - 0 = \frac{KQ}{r} - \frac{9KQ}{28R} \Rightarrow V(r) = KQ(\frac{1}{r} - \frac{9}{28R})$$

42- گزینه «2»

$$W = \frac{1}{2}PE = \frac{1}{2}Iw^2 \Rightarrow w = \sqrt{I} = 2\times10^{13}$$

43- گزینه «4»

44- گزینه «4»

اگر 23 مربع فرضی مشابه را به گونه ای در کنار مربع داده شده قرار دهیم که تشکیل یک مکعب دهند و بار q در مرکز این معکب باشد طبق قانون گاوس شار کل خارج شونده از سطح مکعب برابر $\frac{q}{e_0}$ می باشد و به دلیل تقارن شار خارج شونده از هر مربع برابر $\frac{q}{24e_0}$ خواهد بود.

www.Endbook.net

$$\oiint \vec{E}.d\vec{s} = \frac{q}{e_0} \Rightarrow 24\iint \vec{E}.ds_1 = \frac{q}{e_0} \Rightarrow \iint \vec{E}.ds_1 = \frac{q}{24e_0}$$

45- گزینه «2»

$$E = \int_{x=0}^{L} \frac{1}{4pe_0}\frac{l\,dI}{(L+x)^2} = \frac{1}{4pe_0}\int_{x=0}^{L}\frac{axdx}{(L+x)^2} \xrightarrow[\text{تغییر متغیر}]{L+x=P} \frac{a}{4pe_0}\int_{P=L}^{2L}\frac{(P-L)dp}{p^2}$$

$$\frac{a}{4pe_0}\int_{P=L}^{2L}(\frac{1}{P}-\frac{L}{P^2})dp = \frac{a}{4pe_0}(\ln P + \frac{L}{P})]_{P=L}^{2L} = \frac{a}{4pe_0}(\ln 2L + \frac{1}{2} - \ln L - 1) = (\ln P + (\ln 2 - \frac{1}{2}) = ka\,(Ln - \frac{1}{2})$$

46- گزینه «2»

بنابر قانون گوس می توانیم میدان را به راحتی محاسبه نماییم.

$$\int E.ds = \frac{q}{e_0}$$

مقدار بار محصور در استوانه گوسی مفروض به شعاع r برابر است با:

$$q = \int r\,.dv = \int_{r=0}^{r}\int_{j=0}^{2p}\int_{z=0}^{L} ar.rdj\,drdz = a\int_{r=0}^{r} r^2dr\int_{j=0}^{2p} dj\int_{z=0}^{L} dz = a\,\frac{r^3}{3}\times 2p\times L = \frac{2paL}{3}r^3$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{e_0 S} = \frac{\frac{2paLr^3}{3}}{e_0\times 2prL} = \frac{ar^3}{3e_0}$$

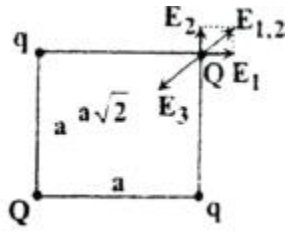
47- گزینه «2»

برای آن که نیرویی بر Q وارد نشود کافی است میدان در نقطه مورد نظر صفر باشد، پس:

$$E_1 = E_2 = \frac{kq}{a^2} \Rightarrow E_{1,2} = 2E_1\cos 45^\circ = \frac{2kq}{a^2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}kq}{a^2}$$

$$E_3 = \frac{kQ}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{kQ}{2a^2}$$

$$E_{1,2} = E_3 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}kq}{a^2} = \frac{kQ}{2a^2} \Rightarrow Q = 2\sqrt{2}q$$



البته با توجه به جهت میدان مشخص شده در شکل برای آن که میدان صفر باشد باید علامت بار Q مخالف بار q باشد.

48- گزینه «1»

مطابق قانون گوس $j_E = \oint \vec{E}.d\vec{s} = \frac{q}{e_0}$ می باشد و گزینه (1) صحیح است. توجه شود کـه عبـارت داخـل انتگـرال روی سطح بسته گوسی، ضرب داخلی $\vec{E}$ و $d\vec{s}$ می باشد و به همین علت گزینه (4) درست است.

www.Endbook.net

49- گزینه «4»

$$F_1 = \frac{e^2}{4pe_0R^2}$$

$$F_2 = F_3 = \frac{eq}{4pe_0(x^2+y^2)}$$

برای آنکه بار در محل خودش ثابت بماند باید $\boldsymbol{F_1 = F_2 + F_3}$ باشد:

$$F_1 + F_3 = 2F_2\cos q = \frac{2eq}{4pe_0(x^2+y^2)} \times \frac{x}{(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2eqx}{4pe_0(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$F_1 = F_2 + F_3 \Rightarrow \frac{e^2}{4pe_0R^2} = \frac{2eqx}{4pe_0(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \frac{e}{R^2} = \frac{2qx}{(\frac{x^2}{\cos^2 q})^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{y}{x}\tan q \Rightarrow \frac{1}{x^2+y^2} = \frac{1}{x^2(1+\tan^2 q)} = \frac{\cos^2 q}{x^2} \Rightarrow \frac{e}{R^2}\frac{2q\cos^3 q}{x^2} \Rightarrow \cos^3 q = \frac{ex^2}{2qR^2}$$

اگر فرض کنیم $\boldsymbol{x = R}$ آنگاه بیشترین زاویه به ازای بزرگترین مقدار $\boldsymbol{q}$ یعنی $\boldsymbol{5e}$ محاسبه می شود:

$$\cos^3 q = \frac{e\times R^2}{2\times 5e\times R^2} = \frac{1}{10} \Rightarrow q = Arc\cos(\frac{1}{\sqrt[3]{10}})$$

50- گزینه «1»

جزء میدان های صفحات پایین محور $\boldsymbol{\int dE}$ + جزء میدان های صفحات بالای محور $\boldsymbol{\int dE}$ − جزء میدان تک تک صفحه‌ها $\boldsymbol{E_{\text{کلی}} = \int dE}$

میدان حاصل از یک صفحه باردار $\boldsymbol{E = \frac{r_0}{2e_0}}$

$$E = \int_{z=0}^{d}\frac{r_0}{2e_0}(1-\frac{z}{d})dz + \int_{z=-d}^{0}\frac{r_0}{2e_0}(1+\frac{z}{d})dz = \frac{r_0}{2e_0}[(z-\frac{z^2}{2d})_0^d + (z+\frac{z^2}{2d})_0^d]$$

$$E = \frac{r_0}{2}(d-\frac{d}{2}+d+\frac{d}{2}) = \frac{r_0 d}{e_0}$$

51- گزینه «4»

$$F = Eq = 100\times 1/6\times 10^{-19}$$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{100\times 1/6\times 10^{-19}}{1/6\times 10^{-27}} = 10^{10}\frac{m}{s^2}$$

www.Endbook.net

در معادله حرکت داریم:

$$y=-\frac{1}{2}at^2+v_0t+y_0 \Rightarrow y=-\frac{1}{2}\times10^{10}t^2+4\times10^5\times0/6t$$

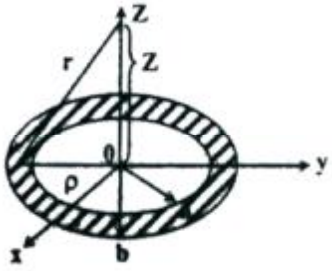
از حل معادله حرکت خواهیم داشت:

$$y=0\Rightarrow 0=t(-\frac{1}{2}\times10^{10}t+2/4\times10^5)\Rightarrow t=0 \quad , \quad \frac{2/4\times10^5}{0/5\times10^5}=48ms$$

دقت شود $t=0$ لحظه شروع حرکت را نشان می دهد که قابل قبول نیست و جواب همان $48ms$ می‌باشد.

52- گزینه «1»

با توجه به شکل داریم:



$$V=\iint\frac{dq}{4pe_0r}=\iint\frac{sds}{4pe_0r}=\frac{s}{4pe_0r}\int_{r=a}^{b}\int_{j=0}^{2p}\frac{rdrdj}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

$$V=\frac{s}{4pe_0r}\times\int_{r=a}^{b}\frac{rdr}{\sqrt{r^2+z^2}}\int_{j=0}^{2p}dj\ \frac{s}{4pe_0r}\times(\sqrt{r^2+z^2}\Big]_a^b(j\ ]_0^{2p}$$

$$V=\frac{s}{4pe_0r}(\sqrt{b^2+z^2}-\sqrt{a^2+z^2})\times2p=\frac{s}{2e_0}\left[\sqrt{b^2+z^2}-\sqrt{a^2+z^2}\right]$$

53- گزینه «2»

$$.w=\frac{1}{2}e\int|E|^2dv$$

$$E=\frac{q}{e_0s}=\frac{\text{کل بار محصور شده در سطح فرضی گوس}}{e_0\times\text{مساحت سطح فرضی گوس}}$$

$$E=\begin{cases}\dfrac{r_v\times V}{e_0\times s},\ r_v=\dfrac{3Q}{\frac{4}{3}pR^3}=\dfrac{3Q}{4pR^3}\Rightarrow E_{in}=\dfrac{\frac{3Q}{4pR^3}\times\frac{4}{3}pr^3}{e_0 4pr^2}=\dfrac{Q}{e_0 4pR^2}\\ \dfrac{r_v\times v}{e_0 s},\ r_v=\dfrac{3Q}{4pR^3}\Rightarrow E_{out}=\dfrac{\frac{3Q}{4pR^3}\times\frac{4}{3}pR^3}{e_0 4pr^2}=\dfrac{Q}{e_0 4pr^2}\end{cases}$$

حال می توانیم انرژی را محاسبه کنیم:

www.Endbook.net

$$w=\frac{1}{2}e\int|E|^2dv$$

$$w=\frac{1}{2}e\int$$

$$w=\frac{1}{2}e(\int_{r=0}^{R}\int_{j=0}^{2p}\int_{q=0}^{p}(\frac{Qr}{4pe_0R^3})^2\sin qdqdj\,dr+\int_{r=R}^{\infty}\int_{j=0}^{2p}dj\int_{z=0}^{L}(\frac{Qr}{4pe_0r^2})^2r^2\sin qdqdj\,dr)$$

$$w=\frac{1}{2}e_0(\frac{Q^2\times4p}{16p^2e_0^2R^6}\int_{r=0}^{R}r^4dr+\frac{Q^2\times4p}{16p^2e_0^2}\int_{r=R}^{\infty}\frac{1}{r^2}dr)$$

$$w=\frac{1}{2}e_0(\frac{Q^2}{4pe_0^2R^6}\times\frac{R^5}{5}+\frac{Q^2}{4pe_0^2}\times\frac{1}{R})=\frac{1}{2}e_0(\frac{Q^2}{20pe_0^2R}+\frac{Q^2}{4pe_0^2R})$$

$$w=\frac{1}{2}e_0\frac{Q^2}{e_0^2R}(\frac{1}{20p}+\frac{1}{4p})=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{e_0Rp}=\frac{1}{4pe_0}\times\frac{3Q^2}{5R}=\frac{3kQ^3}{5R}$$

54- گزینه «2»

$r_s=eE_n$(میدان در راستای عمودی) , $E=-\nabla V$

$$E=-\left[\frac{\partial v}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial q}\hat{q}+\frac{1}{r\sin q}\frac{\partial v}{\partial j}\hat{j}\right]$$

از آنجا که راستای عمود بر مسیر همان راستای $\hat{r}$ است. نیازی به محاسبه بقیه جملات گرادیان نیست.

$$E_n=-\left[\frac{\partial v}{\partial r}\hat{r}\right]=-\frac{\partial}{\partial r}(-E_0r(1-\frac{a^3}{r^3})\cos q)E_0(1+\frac{2a^3}{r^3})\cos q\Big|_{r=a}=E_0(1+2)\cos q=3E_0\cos q$$

$$\Rightarrow r_s=e_0\times3E_0\cos q=3e_0E_0\cos q$$

گزینه «1» با استفاده از رابطه ی $w=\frac{1}{2}\sum v_iq_i$ خواهیم دید که انرژی در وضعیت 1 بیشتر است. با استفاده از مفهوم آنتروپی نیز به همین نتیجه خواهیم رسید. پتانسیل کمیتی اسکالر است که از جمع جبری پیروی می کند کافی است بارهای غیر همنام در کمترین فاصله از هم قرار بگیرند.

55- گزینه «3»

بار کل قطره ها ثابت می ماند و لذا: $1000(4pe_0r)=(4pe_0R)V$

از طرفی حجم کل قطرها نیز یکسان است. بنابراین: $\frac{4}{3}pR^3=(1000)(\frac{4}{3}pr^3)\Rightarrow R=10r$

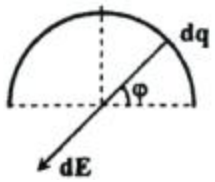
با جایگذاری مقدار فوق در رابطه قبل خواهیم داشت: $1000r=RV\Rightarrow V=100$

www.Endbook.net

56- گزینه «4»

$$w=-\frac{1}{2}\frac{Q^2}{4pe_0(2x)}=\frac{-Q}{16pe_0x}$$

57- گزینه «2»



$$d\mathbf{E}=\frac{dq}{4pe_0a^2}=\frac{l\,ad\mathbf{j}}{4pe_0a^2}\Rightarrow d\mathbf{E}=\frac{6x^2ad\mathbf{j}}{4pe_0a^2}$$

به علت تقارن، شدت میدان الکتریکی نهایی در جهت $-\hat{y}$ خواهد بود.

$$dE_y=dE\sin j=\frac{6(a\cos j)^2ad j}{4pe_0a}\sin j$$

$$E_y=\int dE_y=\int_0^p\frac{6a}{4pe_0}\cos^2 j\,\sin j\,dj=\frac{a}{pe_0}$$

58- گزینه «4»

در ابتدا نیروی وارد شده به بار در لحظه رها شدن را با توجه به رابطه $\boldsymbol{F=qE}$ حاسبه می نماییم.

میدان حاصل از یک حلقه بر روی محور آن و به فاصله $\boldsymbol{h}$ از آن از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$E=\frac{zq}{4pe_0(z^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{4a\times5q}{4p(16a^2+9a^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{q}{25pe_0a^2}$$

اگر حرکت را با شتاب ثابت فرض کنیم مقدار این شتاب، $\boldsymbol{a'}$، از رابطه زیر قابل محاسبه است (برای پرهیز از اشتباه احتمالی، شتاب با $\boldsymbol{a'}$ نشان داده شده است):

$$F=ma'\Rightarrow Eq=ma'\Rightarrow\frac{q^2}{25pe_0a^2}=ma'\Rightarrow a'\text{ شتاب }=\frac{q^2}{25pe_0ma^2}$$

حال مدت زمان سقوط را محاسبه می نماییم:

$$X=\frac{1}{2}a't^2\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2X}{a'}}=\sqrt{\frac{2\times4a}{\frac{q^2}{25pe_0ma^2}}}=\frac{10a\sqrt{2mape_0}}{q}$$

$$v=a't\Rightarrow v=\frac{q^2}{25pe_0ma^2}\times\frac{10a\sqrt{2mape_0}}{q}=\frac{10a\sqrt{2q}}{25\sqrt{pe_0ma}}=\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{pe_0ma}}\approx\frac{q}{\sqrt{3pe_0ma}}$$

59- گزینه «3»

www.Endbook.net

با توجه به قانون گوس میدان الکتریکی حاصل از یک کره با توزیع بار حجمی یکنواخت از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$E=\begin{cases}\frac{rr}{3e_0} & r<a \quad \text{داخل کره}\\ & a= \quad \text{شعاع کره}\\ \frac{ra^3}{3e_0r^2} & r>a \quad \text{خارج کره}\end{cases}$$

با توجه به نمودار در داخل کره و در r = a میدان برابر می باشد $8\times10^7\ \frac{N}{C}$ در نتیجه:

$$E=\frac{rr}{3e_0}\Rightarrow 8\times10^7=\frac{r\times2\times10^{-2}}{3e_0}\Rightarrow r=\frac{12e_0\times10^7}{10^{-2}}=12e_0\times10^9$$

$$\frac{1}{4pe_0}=9\times10^9\Rightarrow e_0=\frac{1}{36p\times10^9}\Rightarrow r=\frac{12\times10^9}{36p\times10^9}=0/1\frac{c}{m^3}$$

60- گزینه «3»

وقتی در میدان الکتریکی غیریکنواخت در جهت میدان الکتریکی حرکت می کنیم، تا زمانی که از بار مثبت دور می شویم فاصله سطوح هم پتانسیل افزایش می یابد ولی با نزدیک شدن به بارهای منفی و پس از صفر شدن پتانسیل، مجدداً فاصله سطوح کم می گردد.

61- گزینه «2»

کار لازم جهت این جابجایی با تغییر انرژی پتانسیل سیستم برابر می باشد پس تنها کافیست این تغییر انرژی را محاسبه کنیم:

$$\Delta U=W=\mathbf{0}=-(QV_1+QV_2+QV_3+QV_4)$$

دقت شود بعد از رفتن بار $\boldsymbol{Q}$ به بی نهایت انرژی آن برابر صفر می شود چرا که پتانسیل در بی نهایت صفر است. چون $\boldsymbol{Q}$ در مرکز مکعب است پس پتانسیل هر چهار بار $\boldsymbol{q}$ را یکسان حس می کند در نتیجه: $\frac{\sqrt{3}}{2}\boldsymbol{a}=$ فاصله از مرکز مکعب تا رئوس $=\boldsymbol{r}$

www.Endbook.net

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = \frac{q}{4pe_0 r}$$

$$\Delta U = W = -(V_1 + V_2 + V_3 + V_4) = -4QV = -4 \times \frac{q}{4pe_0 \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{-2Qq}{\sqrt{3}ape_0}$$

به این دلیل مقدار کار منفی درآمد که بار به صورت خودبخودی از این نقطه تا بی نهایت حرکت می‌کرد و هیچ صرف انرژی برای این جابجایی لازم نبود.

62- گزینه «2»

چون کره رساناست پس کل بار، روی سطح بیرونی آن قرار خواهد گرفت. حال میدان حاصل از این توزیع بار را می یابیم و سپس انرژی را محاسبه می کنیم.

بر طبق قانون گوس $E_{out} = \frac{Q_0}{4pr^2 e_0}$

$$U = \frac{1}{2}e_0 \iiint |E|^2 dV = \frac{1}{2}e_0 \int_{r=R_0}^{\infty} \int_{j=0}^{2p} \int_{q=0}^{p} \frac{Q_0^2}{16p^2 r^2 e_0^2} r^2 \sin q dq dj dr$$

$$\frac{1}{2}e_0 \left(\frac{Q_0^2}{16p^2 e_0^2}\right) \int_{r=R_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \int_{j=0}^{2p} dj \int_{q=0}^{p} \sin q dq = \frac{1}{2}e_0 \frac{Q_0^2}{16p^2 e_0^2} \times 4p \times \frac{1}{R_0} = \frac{Q_0^2}{8pe_0 R_0}$$

63- گزینه «3»

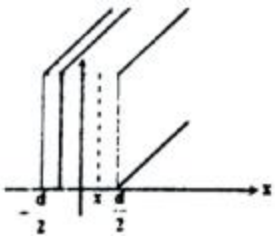
تیغه را مانند بی نهایت صفحه به هم چسبیده در نظر می گیریم و از آنجا که میدان حاصل از یک صفحه در تمام فضا یکنواخت و برابر $\frac{r_s}{2e_0}$ می باشد به راحتی میدان کلی را از طریق انتگرال‌گیری محاسبه می کنیم. توجه شود که $r_s = r\boldsymbol{dx}$ می باشد.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2$$

$\boldsymbol{E}_1$: میدان صفحاتی که در سمت چپ نقطه $\boldsymbol{x}$ هستند، $\boldsymbol{E}_2$: میدان صفحاتی که در سمت راست نقطه $\boldsymbol{x}$ هستند.

$$E = \int_{x=-\frac{d}{2}}^{x} \frac{r}{2e_0} dx - \int_{x}^{\frac{d}{2}} \frac{r}{2e_0} dx = \frac{r}{2e_0}\left([x]_{-\frac{d}{2}}^{x} - [x]_{x}^{\frac{d}{2}}\right)$$

$$E = \frac{r}{2e_0}\left(x + \frac{d}{2} - \frac{d}{2} + x\right) = \frac{r}{2e_0}$$



64- گزینه «4»

www.Endbook.net

مقدار کار عامل خارجی با انرژی پتانسیل ذخیره شده در این جابجایی برابر است، پس کافیست در هـر دو حالـت انـرژی پتانسیل را محاسبه کنیم.

$$W = u_2 - u_1$$

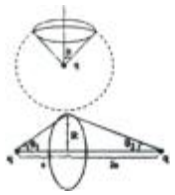
$$W = -q\frac{Q}{4pe_0 r_1} - (-q)\frac{Q}{4pe_0 r_2} = \frac{-qQ}{4pe_0}(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}) = \frac{-qQ}{4pe_0}\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

65- هیچ کدام از گزینه ها صحیح نیست.

برای حل این مسئله شار حاصل از تک تک بارها را محاسبه می کنیم و در انتها شار کلی را به دست می آوریم.

در مورد یک بار داریم:

$$j = \oint E.ds = \int \quad j = \oint E.ds = \int_{j=0}^{2p}\int_{q=0}^{q} \frac{q}{4pe_0 r^2} \times r^2 \sin q dq dj = \frac{q}{4pe_0} \times 2p(1-\cos q)$$



با توجه به فرمول شار گذرنده از حلقه توسط بار q که برابر است با $j = \frac{q}{2e_0}(1-\cos q)$ داریم:

$$j = j_1 + j_2 = \frac{q}{2e_0}(1-\cos q_1) - \frac{q}{2e_0}(1-\cos q_2)$$

با توجه به آنکه جهت عبور شار از حلقه در مورد دو بار غیریکسان است پس شارها از یکدیگر کم خواهند شد.

$$\begin{cases} \cos q_1 = \frac{a}{\sqrt{a^2+R^2}} \\ \cos q_2 = \frac{2a}{\sqrt{4a^2+R^2}} \end{cases} \Rightarrow j = \frac{q}{2e_0}(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+R^2}} - 1 + \frac{2a}{\sqrt{4a^2+R^2}})\frac{q}{2e_0} = (\frac{2}{\sqrt{4a^2+R^2}} + \frac{1}{\sqrt{a^2+R^2}})$$

66- گزینه «4»

در اینجا 2 خازن کروی موازی داریم در نتیجه ظرفیت معادل برابر است با:

www.Endbook.net

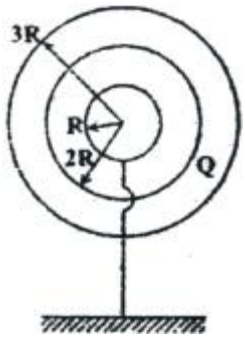
$$C = C_1 - C_2$$

$$C_{\text{خازن کروی}} = 4pe_0(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1})^{-1}$$

$$C_1 = 4pe_0(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R})^{-1} = 8pe_0R \quad , \quad C_2 = 4pe_0(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R})^{-1} = 24pe_0R$$

$$C = 8pe_0R + 24pRe_0 = 32pe_0R$$

$$w = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{32pe_0R} = \frac{Q^2}{64pe_0R}$$



67- گزینه «1»

بر طبق قانون گوس صفر بودن میدان بر روی تمامی نقاط یک سطح بسته لزوماً به این نتیجه منجر می شود که هیچ بار خالصی در داخل آن موجود نیست. دقت شود عکس این گزاره صحیح نیست چرا که تنها با دانستن بار بخشی از فضا نمی توانیم میدان را در کل فضا محاسبه کنیم یعنی ممکن است مقداری بار نیز در خارج سطح بسته وجود داشته باشد که باعث غیرصفر شدن میدان بر روی سطح بسته شود، پس گزینه 2 به همین دلیل غلط است. گزینه 3 نیز با توجه به آن اطلاعاتی از جنس سطح نداریم در حالت کلی غلط می باشد چرا که اگر سطح غیرهادی باشد چنین نتیجه ای نمی‌توان گفت. در مورد گزینه چهارم نیز اشکال در آزاد بودن بار Q است چرا که در مورد قانون گوس کل بار مورد بررسی قرار می گیرد اعم از آنکه بار آزاد باشد و یا مقید.

68- گزینه «4»

برای به دست آوردن پتانسیل، میدان را در سراسر فضا محاسبه می کنیم برای این کار می توانیم از قانون گوس استفاده کنیم.

$$E_1 = \frac{r_v \times \frac{4}{3}pr^3}{4pr^2e_0} = \frac{r_v r}{3e_0}$$

$E_2 = 0$ میدان در داخل هادی ها

$$E_3 = E_4 = \frac{r_v \times \frac{4}{3}pR_1^3}{4pr^2e_0} = \frac{r_v R_1^3}{3e_0 r^2}$$

$0 < r < R$ پتانسیل متناسب با مجذور فاصله افزایش می یابد، سپس در $R_1 < r < R_2$ ثابت می شود و در نهایت و به صورت $\frac{1}{r}$ کاهش می یابد که در گزینه 4 قابل مشاهده است.

www.Endbook.net

$$V=\int_{\infty}^{r}E.dI\Rightarrow\begin{cases}V_4=\int_{\infty}^{r}\frac{r_vR_1^3}{3e_0r^2}dr=\frac{r_vR_1^3}{3e_0r}\\V_3=\int_{R_3}^{r}\frac{r_vR_1^3}{3e_0r^2}dr=\frac{r_vR_1^3}{3e_0}(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_3})\\V_2=\frac{r_vR_1^3}{3e_0}(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_3})\\V_1=\int_{R_1}^{r}\frac{r_vr}{3e_0}dr=\frac{r_vr}{3e_0}(\frac{r^2}{2}-\frac{R_1^2}{2})\end{cases}$$

69- گزینه «2»

در مورد یک سطح هم پتانسیل می دانیم همواره میدان الکتریکی بر آن عمود است و نه موازی، پس گزینه 2 نادرست است.

www.Endbook.net

فصل دوم: خازن – مقاومت و جریان

خازن ، جریان و مقاومت:

2-1خازن وسیله ای است که انرژی را در خود ذخیره می کند و در موقع لزوم برای مصرف ارائه مـی گـردد. خـازن از دو صفحه موازی تشکیل شده است که دارای اختلاف پتانسیل V و هر صفحه دارای بار $q+$و $q-$ است کـه بـه صـورت مطلق می باشد. و ظرفیت خازن را اگر بدانیم فاصله بین صفحات d و مساحت سـطح مقطـع A و K برابـر ثابـت دی الکتریک بین صفحات باشد.

$$C=\frac{Ke_oA}{d}$$

حال اگر شکل ثابت نباشد $C=\frac{q}{V}$ که با محاسبه Vاز طریق روشهای فصل قبل می توان Cرا بدست آورد.

در بهم بستن خازن ها توجه داشته باشید اگر دو سر خازن به هم وصل باشد دو خازن موازی و اگر یک سرشـان بـه هـم وصل باشد دو خازن سری هستند.

موازی :

$$\begin{matrix} q=q_1+q_2 \\ V=V_1=v_2 \end{matrix} \quad \Rightarrow C_1V_1+C_2V_2=C_Tq_T \Rightarrow C_T=C_1+C_2$$

سری (متوالی) :

$$V=V_1+V_2+V_3+...$$
$$q=q_1=q_2=q_3$$
$$\frac{q}{C}=\frac{q_1}{C_1}+\frac{q_2}{C_2}=\frac{q}{C_1}+\frac{q}{C_2}\Rightarrow\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\Rightarrow C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$$

مثال : یک خازن $6\,mF$ به طور متوالی به یک خازن $4mF$بسته شده است. به دو سر ایـن مجموعـه اخـتلاف پتانسـیل $200V$ اعمال می کنیم. بار روی خازن $6mF$و اختلاف پتانسیل دو سر خازن $4mF$ کدام است؟

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{6\times4}{6+4}=\frac{24}{10}=2/4\times10^{-6}\ F$$

www.Endbook.net

محل $q = CV = 200 \times 2/4 \times 10^{-6} = 4/8 \times 10^{-4} = q_1 = q_2$

$$V_1 = \frac{q_1}{c_1} = \frac{4/8 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-6}} = 80V \qquad V_2 = \frac{q_2}{c_2} = 120V$$

هر گاه دو خازن C_1 و C_2 به ترتیب به ولتاژ های V_1 و V_2 شارژ شوند و سپس به صورت موازی به هم وصل شوند:

$$V = \frac{C_1V_1 \pm C_2V_2}{C_1 + C_2}$$

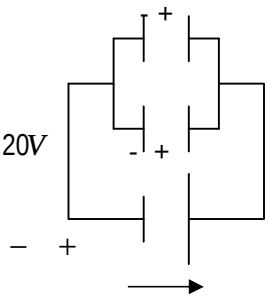
که علامت مثبت زمانی است که صفحات هم نام به هم وصل شده باشد .

مثال : یک خازن به ظرفیت $2mF$ را با ولتاژ $50V$ شارژ کرده و سپس از باتری جدا می کنیم. دو سر آن را به خازن دیگری به ظریفت $3mF$ که خالی است وصل می کنیمدر این حالت اختلاف پتانسیل دوسر خازن دوم چند ولت خواهد بود؟

$C_1 = 2mF$
$V_1 = 50V$
$C_2 = 3mF$
$V_2 = 0$
$V = ?$

$$V = \frac{C_1V_1 \pm C_2V_2}{C_1 + C_2} = \frac{2 \times 10^{-6} \times 50 \pm 3 \times 10^{-6} \times 0}{2 \times 10^{-6} + 3 \times 10^{-6}} = 20V$$

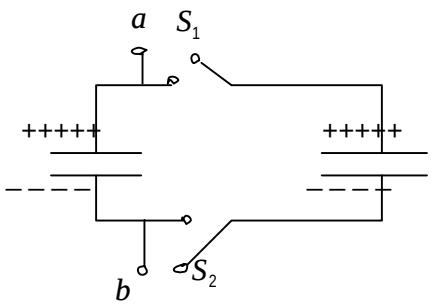
$V_1 = V_2$ پس از اتصال موازی



مثال : خازن های $C_1 = 1mF$ و $C_2 = 3mF$ با قطبیدگی مخالف تا اختلاف پتانسیل $V = 100v$ بار دار شده اند. اکنون کلید های S_1 و S_2 را می بندیم بار ر وی C_2 چقدر است؟

$C = C_1 + C_2 = 4mF$
کل

کل $V = \frac{q}{C} \Rightarrow q = 4 \times 10^{-6} \times 100 = 4 \times 10^{-4} C$
کل کل



$V_1 = V_2 = 4 \times 10^{-4}$

$q_1 = C_1V_1 = 10^{-4} C$

$q_2 = C_2V_2 = 3 \times 10^{-4} C$

⇐ به خاطر انتقال بار داریم، چون دو قطب منفاوت

www.Endbook.net

$$Q = q_2 - q_1 = 2\times10^{-4}\,C$$

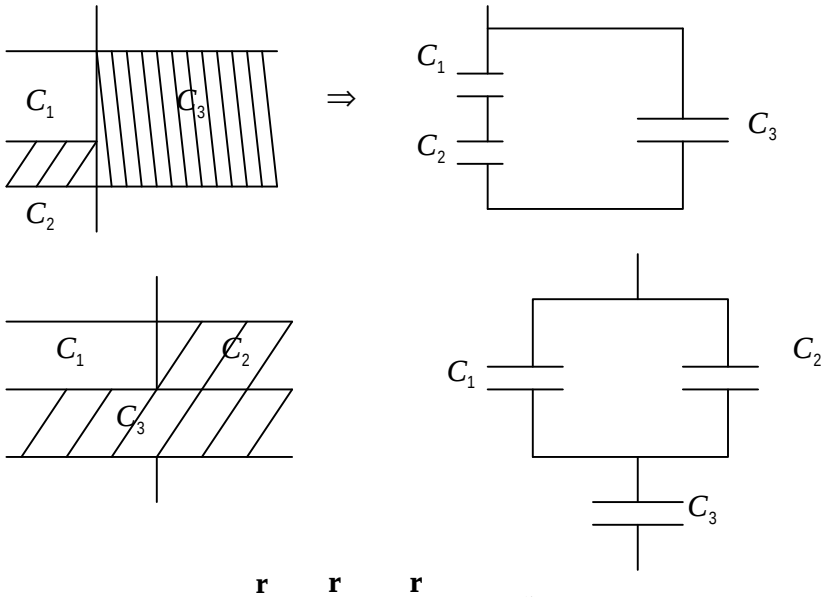
$$V_{ab} = \frac{Q}{C_{eq}} = \frac{2\times10^{-4}}{4\times10^{-6}} = 50V \Rightarrow q_2 = V_{ab}C_2 = 3\times10^{-6}\times50 = 1/5\times10^{-4}\,C$$

مثال : اگر چند خازن $2\,mF$ در اختیار داشته باشید که هر یک بتواند بدون فرو ریزیش ناگهانی ولتاژ $200V$را تحمل کند، با چند خازن می توانید ترکیبی ترتیب دهید که ظرفیت معادل آن $0/4mF$باشد و بتواند ولتاژ $1000V$را تحمل کند؟

$$C_T = \frac{c}{n} \Rightarrow n = \frac{c}{C_T} = \frac{2}{0/4} = 5$$

چون ظرفیت خازن معادل کمتر است پس سری به هم وصل شده اند $\Leftarrow$ $C_T = \frac{c}{n}$

در بهم بستن خازن ها که ثابت دی الکتریک داریم اگر از پهنا به هم وصل شود سری و اگر عرض به هم وصل شوند موازی است.



برای بدست آوردن چگالی شار الکتریکی در فضای آزاد داریم $\mathbf{D} = e_o \mathbf{E}$ که $\mathbf{E}$ را با قانون گلائوس می توان محاسبه کرد و چون دی الکتریک وجود دارد و آنها نیز بار دار می شوند در قانون گائوس داریم:

$$e_o \oint E.ds = q - \overset{\text{بارهای استفاده شده}}{\overbrace{q}} = \frac{q}{k}$$

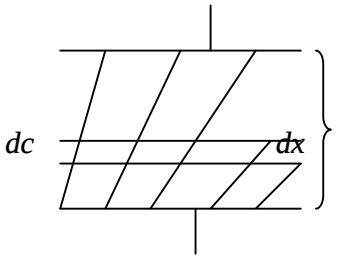
$$\mathbf{D} = e\,\mathbf{E} \quad \text{بارهای آزاد} \qquad e = ke_o$$

www.Endbook.net

مثال : در یک خازن مسطح ، ضریب نفوذپذیری عایق به صورت خطی در بین صفحات از 40 روی یک صفحه به 240 روی صفحه دوم می رسد. مطلوب است تعیین ظرفیت خازن :

$$k = x + 1 \qquad \frac{1}{c} = \frac{1}{dc_1} + \frac{1}{dc_2} + \ldots \qquad ! \qquad dc = ke_o \frac{A}{dx}$$

$$\frac{1}{c} = \int_o^1 \frac{dx}{ke_o A} = \int_o^1 \frac{dx}{(x+1)e_o A} = \frac{1}{e_o A} \ln(1+x)\Big|_o^1 = \frac{1}{e_o A}(\ln 2) \Rightarrow c = \frac{e_o A}{\ln 2}$$



نکته : اگر بین صفحات یک خازن یک هادی به ضخامت x قرار گیرد ظرفیت خازن $c = ke_o \frac{A}{d-x}$

مثال : خازن مسطحی به وسیله دو دی الکتریک با ثابت های k_1 و k_2 که ضخامت هر کدام $\frac{e}{2}$ است پر شده است

ظرفیت خازن برابر است با :

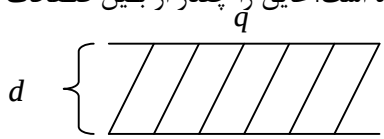
چون بین صفحات خازن تختی کرد را الکتریکی هوا است دی الکتریکی های دیگر قرار دهیم خازن معادل سری است.

$$c_1 = \frac{k_1 e_o A}{d_1} = \frac{2ke_o A}{e}$$

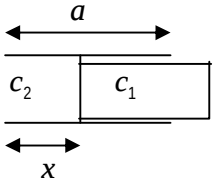
$$c_2 = \frac{k_2 e_o A}{d_2} = \frac{2k_2 e_o a}{e}$$

$$\Rightarrow c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = \frac{2e_o A}{e}\left(\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\right)$$

مثال : خازن مسطحی به ظرفیت c با عایقی به ظرفیت دی الکتریک k پرشده است. عایق را چقدر از بین صفحات آن بیرون بکشیم تا ظرفیت خازن به $\frac{c}{2}$ برسد؟



$$c = \frac{ke_o ab}{d} \Rightarrow$$



$$c_1 = \frac{ke_o (a-x)b}{d}$$

موازی $c' = c_1 + c_2 = \frac{e_o}{d} b(k(a-x)+x) = \frac{c}{2}$ $\qquad c_2 = \frac{e_o \times b}{d}$

www.Endbook.net

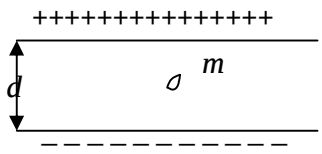
$$\frac{e_o b}{d}(k(a-x)+x)=\frac{ke_o ab}{2d}\Rightarrow ka-kx+x=\frac{ka}{2}\Rightarrow x=\frac{ka}{2(k-1)}$$

* در بین صفحات خازن مسطح میدان الکتریکی یکنواخت ایجاد می شود که جهت آن از صفحه مثبت به طرف صفحه منفی است و رابطه ولتاژ و شدت نیدان الکتریکی در خازن به صورت $E=\frac{v}{d}$ می باشد.

* اگر بار مثبت بین صفحات خازن قرار گیرد از طرف میدان الکتریکی خازن نیروئی در جهت میدان و اگر بار منفی بین صفحات خازن قرار گیرد نیروئی در خلاف جهت میدان بر بار وارد می شودکه مقدار این نیرو از رابطه $F=qE$ به دست می آید.

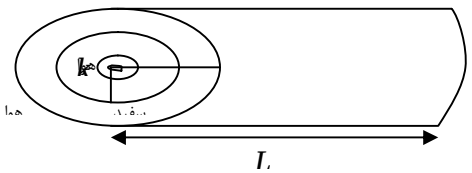
مثال : دو صفحه موازی با اختلاف پتانسیل V به فاصله $0/5\,cm$ از یکدیگر قرار دارند. اگر ذره ای با بار الکتریکی $0/1mc$ بین دو صفحه قرار گیرد نیروی $10^{-3}\ v$ بر آن وارد می شود اختلاف پتانسیل Vچند ولت است؟

$$mg=QE=Q\frac{v}{d}$$



ظرفیت خازن استوانه ای به طول Lکه از دو استوانه هم محور به شعاع های a و b $(b>a)$تشکیل شده است با شرط اینکه $L>>b$ ، $C=2pe_o\frac{L}{\ln(\frac{a}{b})}$ بدست می آید.

مثال : در خازن مقابل قطعه دی الکتریک را چقدر انتخاب کنیم تا ظرفیت نسبت به حالتی که دی الکتریک وجود ندارد نصف شود؟ ضریب دی الکتریک را kفرض کنید؟



$$\Rightarrow 2p\,e_o\frac{kL}{\ln(\frac{b}{a})}=2p\,e_o\frac{L}{\ln(\frac{c}{b})}\Rightarrow$$

$$k\ln(\frac{c}{b})=\ln(\frac{b}{a})\Rightarrow(\frac{c}{b})^k=\frac{b}{a}\Rightarrow b^{k+1}=ac^k$$

$$\frac{1}{c_T}=\frac{1}{c_1}+\frac{1}{c_2}\Rightarrow c=\frac{c_1c_2}{c_1+c_2}=\frac{c}{2}\Leftrightarrow c_1=c_2$$

$$c_1=2p\,e_o\frac{kL}{\ln(\frac{a}{b})}$$

$$c_2=2p\,e_o\frac{L}{\ln(\frac{c}{b})}$$

www.Endbook.net

ظرفیت خازن کروی که از دو پوسته کروی هم مرکز به شعاع های a و b $(b>a)$ تشکیل شده از رابطه $c=4p\,e_o\,\frac{ab}{b-a}$ به دست می آید البته برای $k=1$ که اگر k داشته باشیم در فرمول ضرب می شود.

مثال : یک خازن مسطح داریم که به یک باتری V ولتی متصل است اگر یک دی الکتریک به ضخامت d و ضریب دی الکتریک k در این خازن قرار دهیم و سپس خارج کنیم چگالی شار الکتریکی ، میدان داخلی و همچنین بردار قطبی شدگی را در هر دو حالت بیابید (فرض کنید عایق کل سطح خازن را می پوشاند).

بردار قطبی شدگی

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow D=e_oE=e_o\frac{V}{d} \qquad\qquad p=e_o(k-1)E$$

چون عایق نداریم

$$k=1 \quad \Leftarrow e_o(k-1)E=0 \qquad \Leftarrow p=0$$

در نهایت چون $k=1$ داریم

$$D=e_oE+P=\frac{e_oV}{D}+e_o(k-1)E=e_ok\frac{V}{d}=e\,E$$

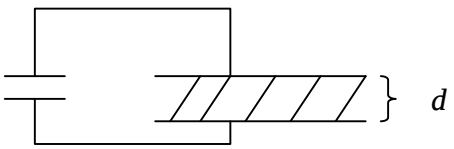
تذکر :

در حضور میدان خارجی بار در ناحیه میانی دی الکتریک به طور متوسط صفر خواهد بود. اما اگر ناحیه کوچکی از این فضا را در نظر بگیریم می توانیم مقدار بار حجمی موجود را بدست آوریم

مثال : مقدار بار سطحی موجود بر روی سطوح دی الکتریک در خازن زیر برابر چه مقدار یست؟ فرض کنید ضخامت دی الکتریک $rV=divD$ خازن با ابعاد بی نهایت باشند و ضریب دی الکتریک را نیز K فرض کنید؟

$$E=\frac{V}{D} \qquad\qquad p=e_o(k-1)E=e_o(k-1)\frac{V}{d}\Leftrightarrow d=p$$

می باشد. P بار سطحی دقیقا برابر



www.Endbook.net

مثال : یک خازن کروی شعاع کره داخلی نیم متر و شعاع کره خارجی یک متر است. اگر ثابت دی الکتریک عایق بین دو کره $k=90$ و بار الکتریکی خازن 10^{-6} کولن باشد، ولتاژ خازن چند ولت است؟

$$c=4pe_o k(\frac{ab}{b-a})=\frac{4pe_o \times 90\times(0/5\times 1)}{1-0/5}=\frac{4\times 3/14\times 8/85\times 10^{-12}\times 90\times 0/5}{0/5}\approx 10^{-8}\ F$$

$$V=\frac{q}{c}=\frac{10^{-6}}{10^{8}}=100V$$

نکته : ظرفیت یک کره رسانای منزوی به شعاع R از رابطه ی $c=4pe_o R$ بدست می آید.

$$k=9\times 10^{9} \qquad V=k\frac{q}{R}$$

مثال : ظرفیت زمین با فرض اینکه زمین یک رسانای کروی به شعاع $6400km$ چقدر است؟

$$c=4\times 3/14\times 8/85\times 10^{-12}\times 6400\times 10^{3}=710mF$$

مثال : ظرفیت یک قطره کروی جیوه به شعاع R با رابطه $c=4pe_o R$ داده شده است. اگر 8 قطره با شرایط فوق با هم ترکیب شوند و یک قطره بزرگ را تشکیل دهند ، ظرفیت آن چقدر است؟

$$V=\frac{4}{3}p\ R^3 \Rightarrow V'=\frac{4}{3}p\ R'^3=8\frac{4}{3}p\ R^3 \Rightarrow R'^3=8R^3 \Rightarrow R'=2R$$
$$c'=4pe_o R'=4pe_o 2R=2c$$

۱-۱-۲انرژی خازن :

برای محاسبه انرژی خازن که همان محاسبه انرژی پتانسیل است داریم چون هر چه بار زیاد شود c زیاد می شود پس با هم متناسب هستند و هر چه ولتاژ زیاد شود انرژی نیز زیاد می شود پس :

$$\begin{matrix} Ua\ q \\ Ua\ V \end{matrix} \Rightarrow U=\frac{1}{2}qV$$

$$U=\frac{1}{2}cV^2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{c}$$

$$c=\frac{q}{V}$$

مثال : فلاش یک دوربین عکاسی برای هر فلاش 5 ژول انرژی لازم دارد. اگر لامپ این فلاش با ولتاژ 200 ولت کار کند. چه خازنی برای ذخیره کردن انرژی فلاش زدن لازم است؟

www.Endbook.net

$$w=\frac{1}{2}cv^2 \Rightarrow 5=\frac{1}{2}c40000 \Rightarrow c=\frac{10}{4000}=\frac{1}{4000}F$$

مثال : سه خازن $c_1=1mF$ و $c_2=2mF$ و $c_3=4mF$ به صورت موازی بـه یـک منبـع ولتـاژ وصـل شـده انـد. بـار الکتریکی خازن c_1 برابر $q_1=200$ میکرو کولن می باشد. انرژی ذخیره شده در خازن c_3 چند میلی ژول است؟

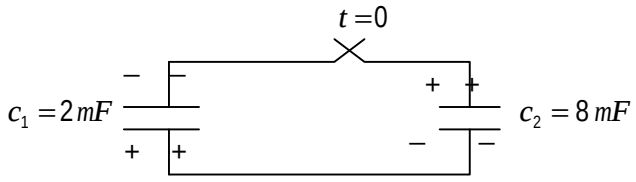
$$V=V_1=V_2=V_3=200$$

$$V_1=\frac{q_1}{c_1}=\frac{200\times10^{-6}}{1\times10^{-6}}=200V$$

$$q_3=c_3V_3=4\times10^{-6}\times200=4\times10^{-4}\ C$$

$$\Rightarrow w_3=\frac{1}{2}c_3V_3^2=\frac{1}{2}4\times10^{-6}\times4\times10^{4}=8\times10^{-2}\ J=80(mJ)$$

مثال : خازن $c_1=2mF$ با پتانسیل $1000V$ و خازن $c_2=8\,mF$ با پتاسیل $500V$ جداگانه پر شـده انـد . اگـر مطـابق شکل این دو خازن را با یک کلید به هم وصل کنیم . انرژی دستگاه قبل از بسته شدن کلید چند ژول است؟



$$w(0^-)=\frac{1}{2}C_1V_{C1}^2(0^-)+\frac{1}{2}C_2V_{C2}^2(0^-)=\frac{1}{2}\times2\times10^{-6}(1000)^2+\frac{1}{2}\times8\times10^{-6}(500)^2=1+1=2\,J$$

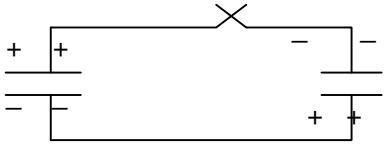
حال اگر در مثال بالا کلید بسته شده باشد انرژی برابر است با :

$$V(0)=\frac{C_2V_2-C_1V_1}{C_1+C_2}=\frac{-2\times10^{-6}\times10^3+8\times10^{-6}\times500}{10\times10^{-6}}=\frac{+2\times10^{-3}}{10^{-5}}=+200V$$

$$w(0^+)=\frac{1}{2}(c_1+c_2)V_{(0^+)}^2=\frac{1}{2}(10^{-5})(4\times10^4)=2\times10^{-1}J$$

موازی

پس در بهم بستن خازن ها با کلید داریم :



پس از بستن

$$\Rightarrow \quad Q=Q_2-Q_1$$

$$V=\frac{C_2V_2-C_1V_1}{C_1+C_2}$$

www.Endbook.net

و در حالت همنام به هم نام:

$$\Rightarrow \quad Q = Q_2 + Q_1$$

$$V = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}$$ پس از بستن

برای بدست آوردن چگالی انرژی کافی است از فرمول روبه رو $V = \frac{1}{2}e_o E^2$ استفاده بکنیم.

مثال : چگالی انرژی الکتریکی میان صفحات باردار قبل از ورود دی الکتریک U_o، و بعد از ورود دی الکتریک ، U، چگونه با هم مقایسه می شوند؟

که در واقع توجه داشته باشید چگالی انرژی خازن با حضور دی الکتریک برابر $\frac{1}{2}ke_o E^2 = U = \frac{1}{2}e\ E^2$

$$U_o = \frac{1}{2}e_o E_o^2$$

$$U = \frac{1}{2}ke_o E_o^2 \qquad \Rightarrow \frac{U}{U_o} = k$$

2-2**جریان** :

هنگامی که به دو سر یک جسم رسانا اختلاف پتانسیل Vاعمال شود در آن جسم جریان به وجود می آید که مقدار بار جابجا شده در واحد زمان را جریان می نامیم. $I = \frac{dq}{dt}$

$$\int dq = \int_{I\ \text{ثابت}} Idt \Rightarrow q = It$$

که $I = \frac{q}{t}$ و $\frac{c}{s}$ را A آمپر می نامیم.

مثال : یک کره رسانا به شعاع $100cm$ در اختیار داریم. سیمی جریان $4\,A$را وارد کره می کند وسیم دیگری جریان $2A$ را از آن خارج می سازد، حدوداً چه مدت طول می کشد تا پتانسیل کره $1000V$افزایش یابد؟

کره $V = k\frac{q}{r} = \frac{q}{4p\ e_o r} = \frac{it}{4p\ e_o r} = \frac{(4-2)t}{4p\ e_o (100\times10^{-2})}$

$$\Rightarrow 1000 = \frac{2t}{1}\times9\times10^9 \Rightarrow t = \frac{500}{9\times10^9} = 5/5\times10^{-8} = 55\times10^{-9} \Rightarrow t = 55\,ns$$

www.Endbook.net

جریان به واحد سطح را چگالی جریان می نامیم و از ان جهت $I = \int \vec{J}.d\vec{A}$ که اگر جریان در سطح یکنواخت باشد و موازی dA آنگاه : $I = JA$

مثال : چگالی جریان الکتریکی در مختصات دکارتی به صورت $\vec{j} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ است. کل جریان عبوری از سیمی با مقطع مربع به طول ش که در امتداد محور x ها قرار دارد چقدر است؟

$$dA = dyd\, z\hat{i}$$
$$I = \int \vec{j}.d\vec{A} = \int (3\hat{i} + 4\hat{j})dyd\, z\hat{i} = \int 3dyd\, z = 3A = 3a^2$$

مثال : چگالی جریان الکتریکی در یک سیم استوانه ای به شکل زیر تعریف شده است. کل جریانی که از استوانه ای با مشخصات $r=1$ و $0 \le z \le 3$ در داخل سیم عبور می کند چه مقدار است؟

$$j^{-1} = \frac{1}{r}\hat{r} + (\frac{2}{1+r^2})\hat{k}$$

$$J_1 = \frac{1}{r}\hat{r} \qquad J_2 = (\frac{2}{1+r^2})\hat{k}$$

$$I = I_1 + I_2 = \int J_1 ds_1 + \int J_2 ds_2 = \int_o^{2p}\int_o^3 \frac{1}{r} rdd + \int_o^{2p}\int_o^1 \frac{2}{1+r^2} rdrdq =$$

$$I = 6p + \frac{1}{2}\ln(1+r^2)\Big|_o^1 2p = 6p + pLn2$$

3-2مقاومت ویژه :

نسبت اندازه میدان الکتریکی به چگالی جریان یک جسم را مقاومت ویژه آن جسم می نامند و آن را با $\Re$ نمایش می دهند. یکای این کمیت اهم متر است. $\Re = \frac{E}{j}$

عکس مقاومت ویژه را رسانندگی می نامند و با d نمایش می دهیم. توجه داشته باشید مقاومت ویژه رساناهای فلزی با افزایش

دما ، افزایش و مقاومت ویژه نیمه رساناها در رساناهای غیر فلزی بر عکس هستند.

$$\Re_2 = \Re_1 = (1 + a(q_2 - q_1))$$

ضریب دمائی مقاومت ویژه

www.Endbook.net

2-4قانون اهم :

همانطور که می دانید هرچه اختلاف پتانسیل یار شارش بیشتر باشد جریان افزایش می یابد و هر چه مقاومت بیشتر شود جریان کاهش می یابد پس :

$I=\frac{V}{R}$ ولت $\qquad 1\ A=\frac{1V}{1p}$ اهم

$1=\frac{1}{1}$ آمپر

حال می دانیم که مقاومت یک جسم به جنس و خصوصیات ماده بستگی دارد.

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\Re_2}{\Re_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}$$

$R=\Re\frac{L}{A}$

مقاومت ویژه

مثال : مقاومت ویژه فلزی B سه برابر مقاومت ویژه ی فلز A، طول A نصف طول B، و قطر B سه برابر قطر A می باشد. نسبت مقاومت الکتریکی A به B در دمای یکسان مساوی کدام است؟

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{R_A}{R_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}=\frac{R_A}{3Q_A}\times\frac{L_A}{2L_B}\times\frac{p(3r_A)^2}{p(r_A)^2}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times9=\frac{3}{2}$$

توجه داشته باشید که زمانی که جسمی را می کشیم بدون اینکه جرمی از آن کنده شود حجم ثابت می ماند.

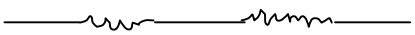
$$AL=A'L'$$

مثال : سیمی با مقاومت $6p$را با حدیده می کشیم به طوری که طول آن به سه برابر طول اولیه برسد با فرض اینکه مقاومت ویژه و چگالی ماده تغییر نکند، مقاومت سیم بلند تر کدام است؟

$$LA=L'A'\Rightarrow A'=\frac{LA}{L'}=\frac{LA}{3L}=\frac{A}{3}$$

$$R'=\frac{RL'}{A'}=\frac{\Re3L}{\frac{A}{3}}=9R=9\times6=54p$$

در بهم بستن مقاومت ها داریم : R_1 R_2



$I_t=I_1=I_2=\ldots$

$V_T=V_1+V_2+\ldots$

www.Endbook.net

اگر سری یا متوالی باشد :

$$I_T R_T = I_1 R_1 + I_2 R_2 \Rightarrow R_T = R_1 + R_2$$

اگر موازی بسته شوند :

$$V_T = V_1 = V_2 = \ldots$$
$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \ldots$$
$$\frac{V_T}{R_T} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$$

راه حل های این سئوالات مانند خازن ها است و فقط کافی است در کل حساب شود سپس تک تک به دست آیند.

انرژی الکتریکی مصرف شده در یک مقاومت را با U نمایش می دهیم و مقدارش برابر :

$$U = qV = V(It) = RI^2 t = \frac{V^2}{R} t$$

برای بدست آوردن توان الکتریکی مصرف شده در یک مقاومت هم می توان از فرمول توان $P = \frac{V}{t}$ استفاده کرد پس :

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

مثال : دو مقاومت استوانه ای شکل از یک جنس ساخته شده اند و طول یکسانی دارند. این مقاومت وقتی به دو سر باتری های مشابهی وصل می شوند یکی از آنها دو برابر دیگری توان مصرف می کند نسبت قطرهای دو مقاومت را بیابید؟

$$R = R_o \frac{L}{A} = R_o \frac{L}{p(\frac{d}{2})^2} = R_o \frac{4L}{p\, d^2} \qquad V_1 = V_2$$

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= \frac{r_1^2}{R_1} \\ P_2 &= \frac{V_2^2}{R_2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_2^2 R_1}{V_1^2 R_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 = 2R_2$$

$$\frac{R_2}{R_1} = 2 = \frac{\frac{R_o 4L_2}{p\, d_2^2}}{\frac{R_o 4L_1}{p\, d_1^2}} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \sqrt{2}$$

www.Endbook.net

روش دوم :

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_{01}}{R_{02}}\times\frac{L_1}{L_2}\times\frac{d_2^2}{d_1^2}$$

$$\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}=\frac{d_2}{d_1}\Rightarrow\frac{d_2}{d_1}=\sqrt{\frac{1}{2}}\Rightarrow\frac{d_1}{d_2}=\sqrt{2}$$

مثال : یک مقاومت استوانه ای به شعاع $0/5\,cm$ و طول $2\,cm$ دارای مقاومت ویژه $4\times10^{-5}\,p\,.\,m$ است. هنگامی که توان مصرفی $0/01w$ باشد چگالی جریان چند آمپر بر متر مربع خواهد بود؟ $(p=3)$

$$R=R\frac{L}{A}$$

$$P=RI^2=R\frac{L}{A}(IA)^2=RLI^2A=(4\times10^{-5})(0/02)(0/005)J^2=0/01$$

$$J=\sqrt{\frac{10^{-2}}{40\times10^{-10}}}=\sqrt{\frac{1000\times10^5}{40}}=\sqrt{25\times10^6}=5\times10^{\sqrt{10}}\ \ \frac{A}{m^2}$$

www.Endbook.net

تست های طبقه بندی شده فصل نهم

۱- دو ورقه نامتناهی نارسانا بطور موازی به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته اند. چنانچه چگالی بار سطحی هر کدام s باشد، شدت میدان الکتریکی در نقطه ای بین این دو صفحه برابر کدام است؟

1) s / e_o 2) $2s / e_o$ 3) $s / 2e_o$ 4) صفر

۲) خازن استوانه ای به شعاع های داخلی a و خارجی b مفروض است. شعاع خارج خازن دیگری را که دارای شعاع داخلی a است طوری بیابید که انرژی ذخیره شده در آن نصف خازن اولی باشد.

1) $\sqrt{ab}$ 2) $\sqrt{2ab}$ 3) a^2 / b 4) $a+\frac{b}{2}$

۳- انرژی الکترواستاتیکی یک پوسته کروی به شعاع a که بار کل q به طور یکنواخت روی آن توزیع شده است برابر کدام است؟

1) $\frac{-q^2}{8pe_o a}$ 2) $\frac{q^2}{8pe_o a}$ 3) $\frac{q^2}{4pe_o a}$ 4) $\frac{q^2}{2pe_o a}$

۴- یک خازن نگهدارنده انرژی در حافظه قابل دسترسی کاتوره ای رایانه ظرفیتی معادل $55\times10=15$ فاراد دارد. در صورتی که این خازن به اختلاف پتانسیل ۵/۳ ولتی متصل شود. تغییر الکترون های هر صفحه خازن کدام است؟

1) $1/8\times10^4$ 2) $1/8\times10^6$ 3) $1/8\times10^5$ 4) $1/8\times10^7$

۵- انرژی ذخیره شده در خازنی W ژول است. اگر این خازن به خازن مشابهی که خالی از بار است، بسته شود، انرژی کل ذخیره شده در مجموع خازن ها نهایتاً چقدر خواهد بود؟

1) $\frac{W}{4}$ 2) W 3) $\frac{W}{3}$ 4) $\frac{W}{2}$

۶- کره ای هادی به شعاع R در محیط نامتناهی با ضریب گذردهی $2e_o$ قرار گرفته است. کدام پاسخ ظرفیت کره است؟

1) $\frac{4pe_o}{R}$ 2) $4pe_o R$ 3) $\frac{8pe_o}{R}$ 4) $8pe_o R$

www.Endbook.net

۷- خازنی تشکیل شده از دو رسانای کروی شکل به شعاع های a , b که به فاصله d از هم درون خلاء قرار دارند. $(d >> a,b)$ ظرفیت این خازن چیست؟

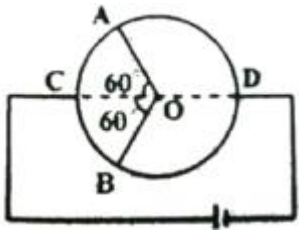
1) $C = 4\pi\varepsilon_0\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right]$

2) $C = 4\pi\varepsilon_0\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{d}\right]^{-1}$

3) $C = 4\pi\varepsilon_0 a + 4\pi\varepsilon_0 b$

4) $C = 4\pi\varepsilon_0\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}\right]^{-1}$

۸- یک سیم به طول L و مقاومت R را به صورت حلقه درمی آوریم و دو نقطه A , B از آن را با یک سیم بدون مقاومت (AOB) به هم وصل می کنیم و مجموعه را به دو نقطه C , D در مدار وصل می کنیم. مقاومت معادل بین نقاط C , D چه مقدار می باشد؟



1) $\frac{R}{4}$

2) R

3) $\frac{3R}{4}$

4) $\frac{R}{2}$

۹- روی دو لامپ A , B اعداد $(۱۰V$ و $۲۵W)$:A و $(۳۰V$ و $۴۵۰W)$:B نوشته شده است. اگر دو لامپ را به صورت سری به هم ببندیم و دو سر مجموعه را به ولتاژ ۱۲ ولت وصل کنیم، توان لامپ‌های A , B چند وات است.

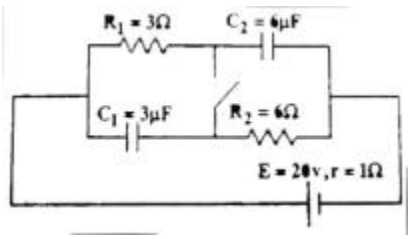
1) A:22/44 و B:1/25

2) A:2/25 و B:40/5

3) A:7/5 و B:135

4) A:16 و B:8

۱۰- در مدار روبرو اگر کلید باز باشد، انرژی نهایی ذخیره شده در مدار U و اگر کلید بسته باشد انرژی نهایی U' خواهد بود. $\frac{U'}{U}$ چقدر می باشد؟



1) 3/7

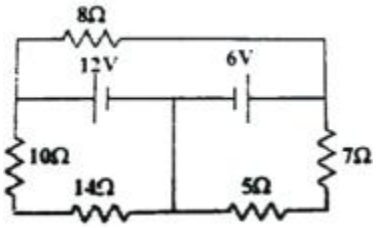
2) 0/37

3) 0/27

4) 2/7

www.Endbook.net

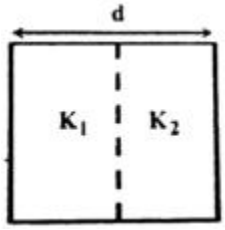
۱۱- در شکل مقابل، باتری ها بدون مقاومت درونی هستند. جریان عبوری از باتری ۶ ولتی چند آمپر می باشد؟



1) 0/5　　2) 1/25

3) 1　　4) 0/25

۱۲- یک خازن از دو صفحه دایره ای شکل با مساحت A تشکیل شده که با فاصله d از هم جدا شده‌اند. نیمی از فضای دو صفحه با ماده ای با دی الکتریک $k1$ و نیمه دیگر با ماده ای با دی الکتریک $k2$ پر شده است. ظرفیت این خازن را تعیین کنید؟



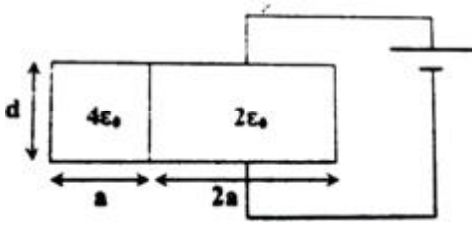
1) $\frac{e_0 A}{d}\frac{K_1 K_2}{K_1+K_2}$　　2) $\frac{2e_0 A}{d}(K_1+K)$

3) $\frac{2e_0 A}{d}\frac{K_1 K_2}{K_1+K_2}$　　4) $\frac{e_0 A}{d}\frac{K_1+K_2}{K_1 K_2}$

۱۳- یک بره (قطعه) مسی به ضخامت d را بین صفحات یک خازن مسطح و درست در وسط فاصله این صفحات قرار می دهیم. اگر فاصله دو صفحه خازن d و سطح صفحات مساحتی مانند A داشته باشد کدامیک از گزینه ها ظرفیت خازن بعد از وارد کردن بره می باشد؟

1) $\frac{e_0 A}{d}$　　2) $\frac{e_0 A}{2d-b}$　　3) $\frac{e_0 A}{d-b}$　　4) $\frac{e_0 A}{d-2b}$

۱۴- عایق بین دو جوشن مسطحی از دو قطعه با ضرایب گذردهی $2e_0$ و $3e_0$ مطابق شکل تشکیل شده است. چنانچه طول جوشن ها I و فاصله بین دو جوشن d باشد، کدامیک از گزینه ها ظرفیت خازن است؟



1) $3e_0\frac{al}{d}$　　2) $8e_0\frac{al}{d}$

3) $6e_0\frac{al}{I}$　　4) $6e_0\frac{al}{d}$

۱۵- قسمتی از خازن تخت موازی مطابق شکل زیر توسط دی الکتریک با ثابت K پر شده است و آن را به اختلاف پتانسیل V_0 وصل کرده ایم . اندازه میدان الکتریکی و چگالی بار سطحی روی رسانا در ناحیه‌ای که دی الکتریک قرار دارد، کدام است؟

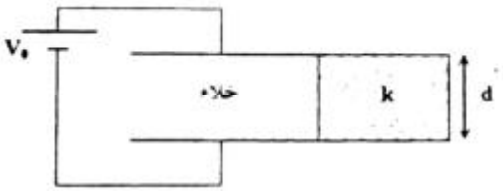
www.Endbook.net

1) $s = e_0 \frac{V_0}{d}$, $E = k \frac{V_0}{d}$

2) $s = \frac{e_0 V_0}{kd}$, $E = \frac{V_0}{d}$

3) $s = e_0 k \frac{V_0}{d}$, $E = \frac{V_0}{d}$

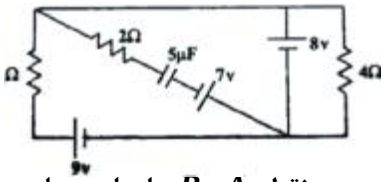
4) $s = e_0 (k-1) \frac{V_0}{d}$, $E = (k-1) \frac{V_0}{d}$



۱۶- توان واحد حجم در یک مقاومت الکتریکی برابر است با: (J چگالی جریان و r مقاومت ویژه جسم است).

1) $P = J^2 r$ 2) $P = \frac{J^2}{r}$ 3) $P = \frac{J}{r}$ 4) $P = J r$

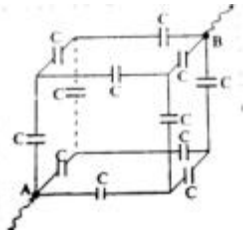
۱۷- جریان های موجود در مدار شکل مقابل پایا هستند، بار روی خازن چند میکروکولن است؟



1) 5 2) صفر

3) 45 4) 15

۱۸- در شکل زیر اگر ظرفیت هر خازن برابر C باشد ظرفیت خازن معادل بین دو نقطه A , B برابر است با:



1) 2/1 C 2) 1/2 C

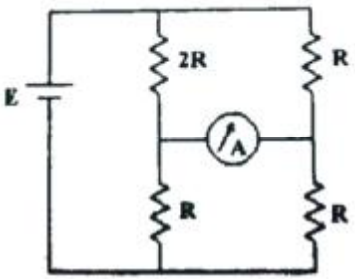
3) 2/2 C 4) 3/3 C

www.Endbook.net

۱۹- یک لامپ الکتریکی با رشته تنگستن، ۵۰ وات مصرف می کند. وقتی دمای رشته به $2500^{\circ}C$ برسد رشته ملتهب می شود. در اولین لحظه پس از روشن کردن لامپ چند وات مصرف می شود؟ ضریب دمایی مقاومت $a = 4/5\times10^{-2}deg^{-1}$ است. فرض کنید دمای محیط $20^{\circ}C$ باشد.

1) 350 2) 600 3) 250 4) 510

۲۰- آمپرسنج A در شکل زیر، چه جریانی را بر حسب E , R نشان می دهد؟ (مقاومت A را صفر فرض کنید)



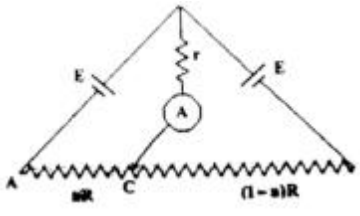
1) $\frac{E}{7R}$ 2) $\frac{E}{5R}$

3) $\frac{E}{4R}$ 4) $\frac{E}{2R}$

۲۱- اختلاف پتانسیل بین دو پوسته کروی فلزی هم مرکز که شعاع آن ها $2cm$ و $5cm$ است و فضای بین آنها با یک ماده به ضریب دی الکتریک ۲/۱۷ و مقاومت ویژه $2\,W.m$ پر شده برابر $\frac{20}{p}$ ولت می‌باشد. شدت جریان بین دو کره چند آمپر است؟

1) $\frac{4}{3}$ 2) $\frac{3}{4}$ 3) $\frac{2}{3}$ 4) $\frac{3}{2}$

۲۲- مقاومت کل میان نقاط A, B از یک سیم یکنواخت R است. نقطه اتصال C سیم را به مقاومت‌های nR و $(1-n)R$ تقسیم می کند به ازای $0<n<1$ جریان گذرنده از آمپرسنج ایده آل را به دست آورید؟ (مقاومت داخلی باطری ها ناچیز است).

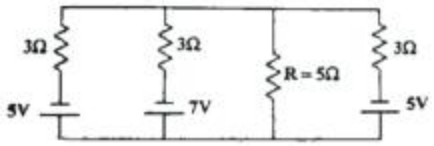


1) $E(r+nR)$ 2) $\frac{E}{r+nR-n^2R}$

3) $\frac{E}{r+nR}$ 4) $E(r+nR-n^2R)$

www.Endbook.net

۲۳- در شکل مقابل جریان عبوری از مقاومت $5\,W$ چند آمپر است؟



1) 0/62　　2) 1

3) 1/5　　4) 0/5

۲۴- تابع چگالی جریان در یک رسانای استوانه ای طویل به صورت $J = 2(1-\frac{r}{3}+\frac{r^2}{4})\frac{A}{m^2}$ می باشد که در آن r فاصله از محور استوانه است. تابع شدت میدان مغناطیسی برحسب فاصله از محور استوانه و در درون استوانه کدام است؟

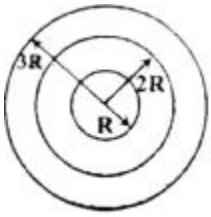
1) $B = m_0(r-\frac{r^2}{6}+\frac{r^2}{12})$

2) $B = 4pm_0(\frac{r^2}{2}-\frac{r^2}{9}+\frac{r^4}{16})$

3) $B = 2m_0(\frac{r^2}{2}-\frac{r^2}{9}+\frac{r^4}{16})$

4) $B = m_0(\frac{r^2}{2}-\frac{r^2}{9}+\frac{r^4}{16})$

۲۵- یک کره فلزی به شعاع R داخل یک پوسته کروی فلزی به شعاع داخلی $2R$ و شعاع خارجی $3R$ قرار دارد ظرفیت خازن متشکل از این دو هادی کدام است؟



1) $2pe_0R$　　2) $4pe_0R$

3) $6pe_0R$　　4) $8pe_0R$

۲۶- برای آنکه حساسیت گالوانومتری با مقاومت داخلی $r = 1W$ k، ۵۰ مرتبه کاهش یابد، چه مقاومتی را (برحسب اهم) باید با آن شنت کرد؟

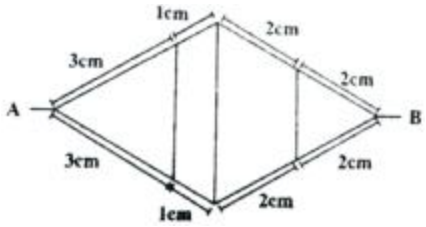
1) 286　　2) 204　　3) 421　　4) 309

۲۷- دو پیل با مقاومت داخلی $r1 = 0/8W$ و $r2 = 1/3W$ و نیروی محرکه الکتریکی یکسان به طور موازی با هم و به طور سری با یک مقاومت خارجی R بسته شده اند. نسبت مقدار روی (Zn) حل شده در هر یک از دو پیل در یک فاصله زمانی معین چقدر است؟

1) 1/7　　2) 2/4　　3) 1/6　　4) 3/2

www.Endbook.net

۲۸- از سیمی که مقاومت هر سانتی متر آن $1W$ است، شبکه ای مطابق شکل زیر ساخته شده است. مقاومت معادل بین نقاط A , B چند اهم است؟



1) 8 2) 16

3) 4 4) 2

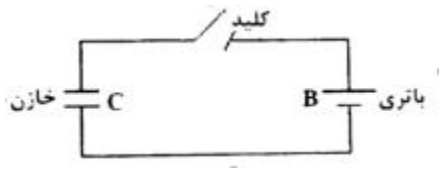
۲۹- از یک رسانا جریانی برابر ۱۰ آمپر می گذرد. سطح مقطع رسانا $5cm^2$ و تعداد الکترون های ازاد در یک سانتی مترمکعب از رسانا معادل ۱۰۲۳ است. با فرض اینکه همه الکترون ها دارای سرعت یکسان باشند، سرعت الکترون ها چند سانتی متر بر ثانیه است؟

1) 10^{-2} 2) 10^{-5} 3) 10^{-4} 4) 10^{-1}

۳۰- قرار دادن یک صفحه فلزی در داخل یک خازن مسطح هوا ظرفیت آن را:

1) تغییر نمی دهد 2) افزایش می دهد 3) کاهش می دهد 4) تغییر می دهد

۳۱- شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر کلید را ببندیم و یک دی الکتریک در داخل خازن قرار دهیم چه اتفاقی می افتد؟



1) پتانسیل افزایش می یابد.

2) بار روی خازن افزایش می یابد.

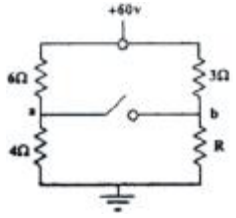
3) بار روی خازن کاهش می یابد.

4) ظرفیت خازن کاهش می یابد.

۳۲- ظرفیت در واحد طول یک کابل هم محور که شعاع هادی داخلی a و هادی خارجی b می باشد و عایق بین دو هادی با ضریب دی الکتریک e است برابر کدام گزینه می باشد؟

1) $2pe_o \ln\frac{a}{b}$ 2) $2pe_o \ln\frac{b}{a}$ 3) $\frac{2pe_o}{\ln\frac{a}{b}}$ 4) $\frac{2pe_o}{\ln\frac{b}{a}}$

۳۳- در مدار مقابل، مقاومت R چند اهم باشد، تا در صورتی که کلید S بسته شود، جریان مدار صفر باشد؟

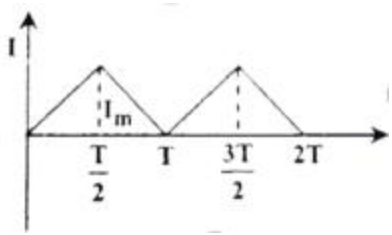


1) 4 2) 3

3) 2 4) 1

www.Endbook.net

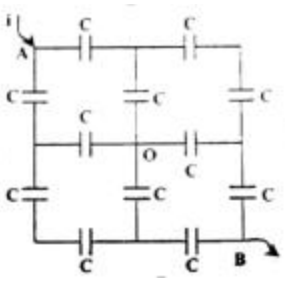
۳۴- یک پالس الکتریکی مطابق شکل منتشر می شود. مقدار جریان موثر آن کدام است؟



1) $\frac{I_m}{\sqrt{3}}$ 2) $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$

3) $\frac{I_m}{2\sqrt{2}}$ 4) $\frac{I_m}{2\sqrt{3}}$

۳۵- در شبکه زیر ظرفیت خازن معادل بین نقاط A , B کدام است؟ $(C = 3mF)$



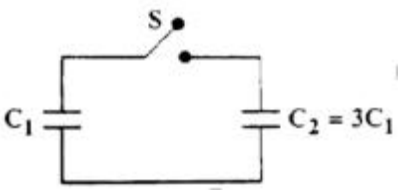
1) $\frac{1}{3}mF$

2) $\frac{3}{4}mF$

3) $1mF$

4) $2mF$

۳۶- در شکل زیر ابتدا خازن $C1$ تا q_o بار پر شده است و خازن $C2$ خالی است. پس از بسته شدن کلید s، بار نهایی روی هر یک از دو خازن کدام است؟ ($q1$ بار نهایی خازن $C1$ و $q2$ بار نهایی خازن $C2$ است)



1) $q_1 = \frac{q_o}{3}$, $q_2 = \frac{2q_o}{3}$

2) $q_1 = \frac{2q_o}{3}$, $q_2 = \frac{q_o}{3}$

3) $q_1 = q_2 = \frac{q_o}{2}$

4) $q_1 = \frac{q_o}{4}$, $q_2 = \frac{3q_o}{4}$

۳۷- در یک خازن مسطح به فاصله صفحات d و با عایق هوا، یک قطعه عایق با ثابت دی الکتریک $K = 3$ به ضخامت x بین دو صفحه قرار می دهیم. مقدار x چه کسری از d باشد تا اختلاف پتانسیل دو سر عایق نصف اختلاف پتانسیل دو سر خازن گردد؟

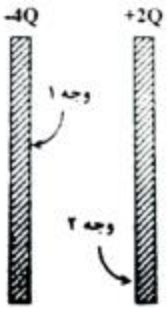
1) $\frac{d}{3}$ 2) $\frac{3d}{4}$ 3) $\frac{2d}{3}$ 4) $\frac{d}{2}$

www.Endbook.net

۳۸- دو مفتول دی الکتریک به طول $d1$ و $d2$ و گذردهی الکتریکی e_1, e_2 را که دارای مساحت مقطع مساوی هستند از یک انتها به هم وصل می کنیم. ضریب هدایت آنها s_1, s_2 است. اگر ولتاژ V به دو سر این ترکیب سری اعمال شود چگالی جریان در آنها چقدر است؟

1) $\frac{s_1 s_2 V}{s_1 d_1 + s_2 d_2}$ 2) $\frac{s_1 V}{s_2 d_2} + \frac{s_2 V}{s_1 d_2}$ 3) $\frac{s_1 V}{s_2 d_2} + \frac{s_2 V}{s_1 d_1}$ 4) $\frac{s_1 s_2 V}{s_1 d_2 + s_2 d_1}$

۳۹- دو صفحه تخت رسانای بسیار بزرگ مشابه که مساحت هر وجه هر یک از آنها A است. موازی یکدیگر قرار دارند. روی یکی از صفحه ها بار $+2Q$ و روی دیگر بار $-4Q$ قرار می دهیم. چگالی بار سطحی روی وجه های ۱ و ۲ کدام است؟



1) $s_2 = \frac{3Q}{A}$, $s_1 = -\frac{3Q}{A}$ 2) $s_2 = \frac{Q}{A}$, $s_1 = -\frac{2Q}{A}$

3) $s_2 = \frac{2Q}{A}$, $s_1 = -\frac{2Q}{A}$ 4) $s_2 = \frac{Q}{A}$, $s_1 = -\frac{3Q}{A}$

۴۰- فضای بین دو پوسته کروی فلزی هم مرکز به شعاع های $a(b>a)$, b توسط ماده دی الکتریک با گذردهی e و رسانندگی ویژه g پر شده است. در لحظه $t=0$ بار الکتریکی q روی کره داخلی قرار می گیرد. گرمای ژولی تولید شده نهائی کدام است؟

1) $W = \frac{q^2}{4pe}(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$ 2) $W = \frac{q^2}{8pe}(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$

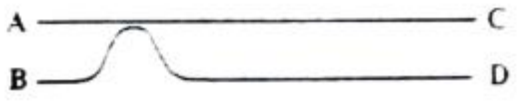
3) $W = \frac{q^2}{16pe}(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$ 4) $W = \frac{q^2}{32pe}(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$

۴۱- چگالی جریان الکتریکی در درون یک میله رسانای استوانه ای، موازی محور استوانه و مقدار آن به صورت $J = \frac{2I_o}{pa^2}[1-(\frac{r}{a})^2]$ تابع فاصله از محور استوانه (r) می باشد. اگر a شعاع استوانه باشد جریان کل عبوری از این رسانا برابر است با:

1) I_o 2) $2I_o$ 3) $3I_o$ 4) $4I_o$

www.Endbook.net

۴۲- یک سیم تلفن زیرزمینی که شامل یک جفت سیم است در جایی از مسیرش دچار اتصالی شده است. طول سیم $5Km$ است. برای پیدا کردن محل اتصال، مقاومت دو سر AB , CD را اندازه می‌گیریم و به ترتیب مقادیر $۳۰W$ و $۷۰W$ را به دست می آوریم. اتصالی در چه فاصله ای از دو سر AB است؟



1) $1500m$ 2) $2000m$ 3) $3000m$ 4) $3500m$

۴۳- یک خازن تخت که مساحت هر یک از جوشن های آن $۲cm$ و ظرفیت آن $1mF$ است را با یک باتری ۲ ولتی شارژ می کنیم. نیروی جاذبه بین دو جوشن چند نیوتن است؟

1) $4/58\times10^{4}$ 2) $2/29\times10^{4}$ 3) 4250 4) 2260

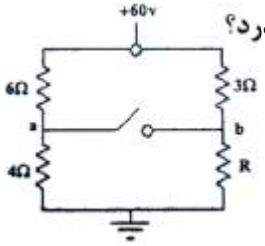
۴۴- از یک سیم استوانه ای به شعاع R، جریان با چگالی سطحی $J=J_{0}(1-\frac{r}{R})$ عمود بر سطح مقطع سیم می گذرد. R فاصله از محور استوانه است. جریان گذرنده از مقطع سیم کدام است؟

1) $\frac{1}{6}pR^{2}J_{0}$ 2) $\frac{1}{6}pR^{2}J_{0}$ 3) $\frac{2}{3}pR^{2}J_{0}$ 4) $pR^{2}J_{0}$

۴۵- در مدل اتمی بور الکترونی یک مدار خاص را 7×10^{15} بار در ثانیه طی می کند. شدت جریان الکتریکی در این مدار در حدود چند میلی آمپر است؟

1) 1 2) 25 3) 35 4) 70

۴۶- در مدار مقابل R چقدر باشد تا در صورت بسته بودن کلید K، از آن جریانی نگذرد؟



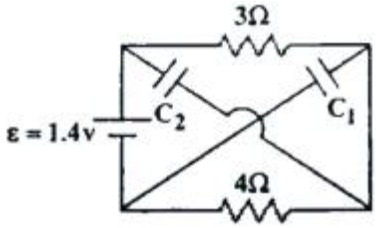
1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

۴۷- انرژی الکتریکی ذخیره شده در یک خازن استوانه ای به طول L و به شعاع های داخلی a و خارجی $۲a$ کدام است؟

1) $\frac{q^{2}}{4pe_{0}L}\ln 3$ 2) $\frac{q^{2}}{2pe_{0}L}\ln 3$ 3) $\frac{q^{2}}{2pe_{0}L}\ln 2$ 4) $\frac{q^{2}}{4pe_{0}L}\ln 2$

www.Endbook.net

۴۸- در مدار نشان داده شده در شکل، بار نهایی روی خازن های $C1=8mF$ و $C2=6mF$ چقدر است؟



1) $q_1=0/1mC$, $q_2=0/1mC$

2) $q_1=6/4mC$, $q_2=3/6mC$

3) $q_1=3/6mC$, $q_2=6/4mC$

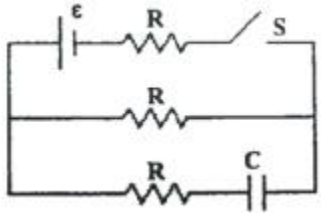
4) $q_1=11/2mC$, $q_2=8/4mC$

۴۹- شکل زیر یک کابل هم محور به شعاع داخلی b و طول L را نشان می دهد. مقاومت الکتریکی بخش عایق آن (بخش هاشورخورده) کدام است؟ ضریب هدایت الکتریکی ویژه بخش عایق کابل S است.

1) $R=\frac{1}{ps L}ln\frac{b}{a}$ 2) $R=\frac{1}{2ps L}ln\frac{b}{a}$

3) $R=\frac{1}{2ps L}ln2\frac{a}{b}$ 4) $R=\frac{1}{ps L}ln2\frac{a}{b}$

۵۰- در مدار الکتریکی شکل زیر ابتدا خازن C کاملاً خالی است. در لحظه $t=o$ کلید S بسته می شود. در همین لحظه $t=o$ چه شدت جریانی از باطری می گذرد؟



1) صفر 2) $\frac{1}{3}\frac{e}{R}$

3) $\frac{e}{2R}$ 4) $\frac{2}{3}\frac{e}{R}$

۵۱- میدان الکتریکی در داخل یک خازن که فاصله دو صفحه آن d است:

1) متناسب با d است. 2) متناسب با $\frac{1}{d}$ 3) ثابت است. 4) متناسب با $\frac{1}{d^2}$ است.

۵۲- جریانی به شدت یک آمپر از سیمی می گذرد. در هر ثانیه از هر نقطه سیم چند الکترون با بار کولن رد می شود؟

1) $9/6\times10^{19}$ 2) 6×10^{18} 3) $4/8\times10^{19}$ 4) 3×10^{18}

۵۳- مولدی با نیروی محرکه e و مقاومت داخلی r به دو سر یک مقاومت R بسته شده است. به ازای کدام گزینه زیر، توان گرمایی در مقاومت R بیشینه است؟ این توان با چه رابطه ای محاسبه می شود؟

1) $P=\frac{e^2}{r}$, $R=2r$ 2) $P=\frac{2e^2}{r}$, $R=r$

3) $P=\frac{e^2}{r}$, $R=r$ 4) $P=\frac{2e^2}{r}$, $R=\frac{r}{2}$

www.Endbook.net

۵۴- یک کتری برقی که با منبع ۱۲۰ ولت کار می کند می تواند در مدت ۴ دقیقه، نیم لیتر آب را از ۲۰ درجه به ۱۰۰ درجه سانتی گراد برساند. با چشم پوشی از اتلاف گرما مقاومت گرمکن این کتری چند اهم است؟

1) 20/6 2) 41/2 3) 82/4 4) 101/6

۵۵- یک قطعه مکعب مستطیل شکل مسی به ضخامت $\frac{d}{4}$ و مساحت قاعده A را داخل یک خازن تخت با مساحت A و فاصله صفحات d قرار می دهیم، به طوری که در وسط صفحات و موازی با آنها قرار گیرد. اگر به جای این قطعه مس یک قطعه دی الکتریکی با ثابت دی الکتریک $K = 2$ قرار داده شود، ظرفیت این خازن نسبت به خازن با قطعه مسی چند برابر می شود؟

1) $\frac{7}{6}$ 2) $\frac{6}{7}$ 3) $\frac{3}{4}$ 4) $\frac{4}{3}$

۵۶- در هنگام ایجاد یک آزمایش در اثر سهل انگاری آزمایشگر یکی از صفحات یک خازن تخت به شکل روبرو درمی آید. اگر در طی این آزمایش خازن تحت اثر اختلاف پتانسیل V قرار داشته باشد تغییر شکل صفحه خازن باعث می شود که نسبت به حالت خازن کاملاً تخت ظرفیت خازن ..... و انرژی ذخیره شده در آن ..... یابد.

1) افزایش- کاهش 2) کاهش- کاهش

3) افزایش- کاهش 4) کاهش- افزایش

۵۷- در مدار شکل زیر شدت جریان در مقاومت ۶ اهمی چند آمپر است؟

1) 0/5 2) 1/0

3) 1/5 4) 3/0

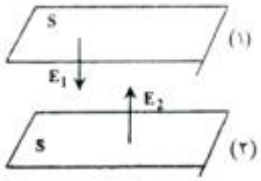
www.Endbook.net

پاسخنامه تست های طبقه بندی شده فصل دوم

1- گزینه «4»

فرض می کنیم صفحات دارای چگالی بار مثبت باشند در این صورت طبق شکل خواهیم داشت:

$$\vec{E}_1=\frac{s}{2e_0}(\hat{an}) \quad , \quad \vec{E}_2=\frac{s}{2e_0}(-\hat{an}) \Rightarrow \vec{E}_T=\vec{E}_1+\vec{E}_2=\vec{0}$$



2- گزینه «1»

$$C=\frac{2pe_0L}{Ln\frac{b}{a}}$$

$$W_1=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \quad W_2=\frac{1}{2}W_1=\frac{q^2}{2C_2} \Rightarrow \frac{Ln\frac{b}{a}}{Ln\frac{r}{a}}=2 \Rightarrow r=\sqrt{ab}$$

3- گزینه «2»

$$C=4pe_0a \qquad W=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{q^2}{8pe_0a}$$

4- گزینه «2»

$$q=CV=2/915\times10^{-13}C$$

$$n=\frac{q}{e}=1/8\times10^6$$

5- گزینه «4»

اگر بار اول خازن پر را q فرض کنیم بعد از بستن دو خازن به یکدیگر بار هر کدام $\frac{q}{2}$ می گردد و چون خازن ها با هم موازیند ظرفیت کل برابر $2C$ می گردد.

$$W_1=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \qquad W_2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{2C} \Rightarrow W_2=\frac{1}{2}W_1$$

6- گزینه «4»

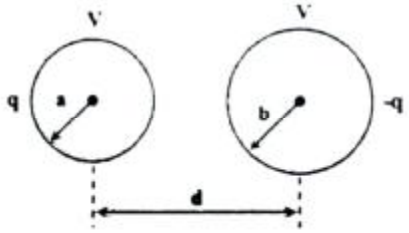
www.Endbook.net

گزینه های 1 و 3 از لحاظ دیمانسیونی صحیح نمی باشند (مقایسه کنید با: $C = \frac{e_0 A}{d}$) از طرفی ظرفیت یک کره هادی منفر به شعاع R چنین است:

$$C = 4\pi eR = 4\pi (2e_0)R = 8\pi e_0 R$$

7- گزینه «4»:

$$\begin{cases} V_1 = \frac{q}{4\pi e_0 a} + \frac{(-q)}{4\pi e_0 d} \\ V_2 = \frac{-q}{4\pi e_0 b} + \frac{q}{4\pi e_0} \end{cases} \Rightarrow \Delta V = V_1 - V_2$$



$$\Delta V = \frac{q}{4\pi e_0}[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{d}]$$

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{4\pi e_0}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{d}}$$

8- گزینه «1 »

$$\begin{cases} AC \| BC \rightarrow R = \frac{\frac{R}{6} \times \frac{R}{6}}{\frac{R}{6} + \frac{R}{6}} \\ AD \| BD \rightarrow R = \frac{\frac{R}{3} \times \frac{R}{3}}{\frac{R}{3} + \frac{R}{3}} \end{cases} \Rightarrow R_{total} = \frac{R}{12} + \frac{R}{6} = \frac{3R}{12} = \frac{R}{4}$$

9- گزینه «4»

ابتدا با توجه به رابطه توان می توان مقاومت هر یک از لامپ ها را محاسبه کرد:

$$R_A = \frac{V^2}{P} = \frac{100}{25} = 4\Omega \quad , \quad R_B = \frac{900}{450} = 2\Omega$$

وقتی لامپ ها را به صورت سری می بندیم جریان هر دو با هم برابر و برابر با جریان کل است.

$$R_{total} = 4 + 2 = 6 \quad , \quad V = IR \rightarrow R_{total} = \frac{12}{6} = 2A$$

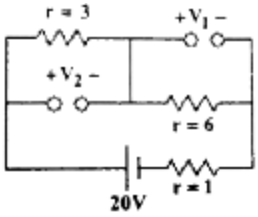
$$P_A = I^2 \times R_A = 4 \times 4 = 16W \quad , \quad P_B = 4 \times 2 = 8W$$

www.Endbook.net

10- گزینه «3»

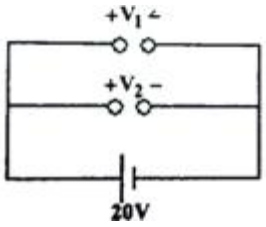
در حالت اول و در حالت پایدار مدار به صورت زیر درمی آید:

$$V_2 = 3\times\frac{20}{3+6+1} = 6V \qquad U_2' = \frac{1}{2}CV_2^2 = 54$$
$$\Rightarrow \Rightarrow U'_{total} = U_1' + U_2' = 486v$$
$$V_1 = 6\times\frac{20}{3+6+1} = 12V \qquad U_1' = \frac{1}{2}CV_1^2 = 432$$



در حالت دوم و در حالت پایدار نیز مدار به شکل زیر خواهد بود:

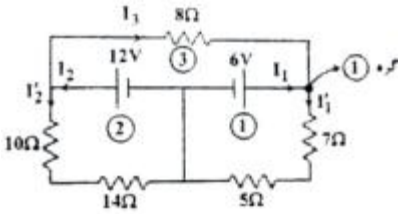
$$V_1 + V_2 = 20V$$
$$U_1 = \frac{1}{2}CV_1^2 = 1200$$
$$U_2 = \frac{1}{2}CV_2^2 = 600$$
$$\Rightarrow U'_{total} = U_1 + U_2' = 1800 = \frac{U'}{U} = \frac{486}{1800} = 0/27$$



11- گزینه «4»

قانون حلقه ها را برای حلقه های 1 و 2 و 3 می نویسیم:

$$6 = 7I_1' + 5I_1' = 12I_1' \qquad \Rightarrow I_1' = 0/5A$$
$$12 = 10I_2' + 14I_2' = 24I_2' \qquad \Rightarrow I_2' = 0/5A$$
$$12 = 8I_3 + 6 \rightarrow 6 = 8I_3' \qquad \Rightarrow I_3 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}A$$



با نوشتن قانون گره ها در گره (1) داریم:

$$I_1 + I_3 = I_1' = 0/5A - \frac{3}{4}A = -0/25A$$

12- گزینه «3»

می توان مجموع را دو خازن سری هر یک با ظرفیت $\frac{K\,e_o A}{\frac{d}{2}}$ در نظر گرفت.

www.Endbook.net

$$C=\frac{\frac{K_1e_0A}{\frac{d}{2}}\times\frac{K_2e_0A}{\frac{d}{2}}}{\frac{K_1e_0A}{\frac{d}{2}}+\frac{K_2e_0A}{\frac{d}{2}}}=\frac{2Ke_0A}{d}\frac{K_2K_1}{K_1+K_2}$$

13- گزینه «3» تیغه مسی فاصله موثر بین دو صفحه خازن را کاهش می دهد (زیرا شدت میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر است) بنابراین فاصله موثر بین صفحات برابر $d-b$ می گردد و لذا:

$$C=\frac{e_0A}{b-d}$$

14- گزینه «2» مجموعه به صورت دو خازن تخت موازی با ظرفیت های C_1 و C_2 قابل در نظر گرفتن است.

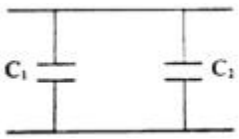
$$\begin{cases}C_1=\frac{4e_0aL}{d}\\C_2=\frac{4e_0aL}{d}\end{cases}\Rightarrow C_T=C_1+C_2=8e_0\frac{aL}{d}$$

15- گزینه «2».

$$C_2=\frac{Ke_0A}{d}\qquad Q_2=C_2V_0$$

$$s_2=\frac{Q_2}{A_1}\Rightarrow s_2=\frac{Ke_0A_0}{d}$$

$$E_{1t}=E_{2t}=E_2=\frac{V_0}{d}$$



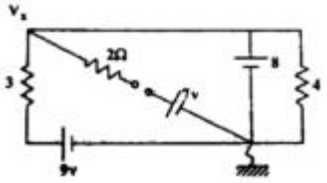
16- گزینه «1»

در یک مقاومت الکتریکی با ابعاد واحد توان از رابطه $P=RI$ قابل محاسبه است در نتیجه توان واحد حجم برابر است با:

$$P=r\frac{\mathbf{l}}{A}\times\frac{J^2}{A^2}\Big|_{A=1}^{\mathbf{l}=1}\Rightarrow P=rJ^2$$

17- گزینه «1»

با توجه به آنکه مدار در حالت پایا است خازن ها حالت مدار باز پیدا می کنند. در نتیجه مدار به شکل مقابل تبدیل می شود:



www.Endbook.net

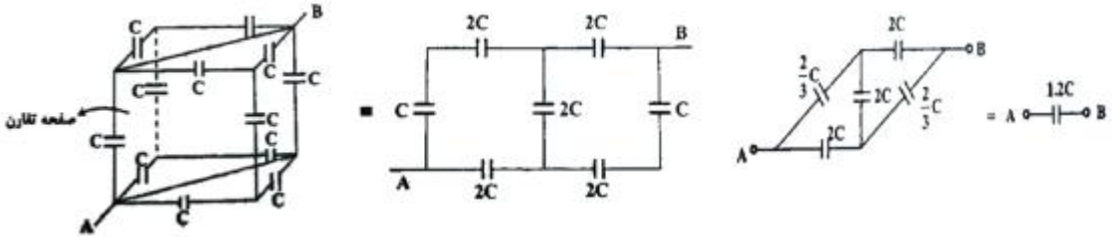
چون هیچ جریانی از شاخه حاصل خازن عبور نمی کند پس عملاً مقاومت $2W$ بی تاثیر است.

برای محاسبه بار خازن کافیست ولتاژ نقطه V_x را بیابیم:

$$V_x = 8v \quad , \quad q = Cv \Rightarrow q = C \times \Delta v = C(V_x - 7) = 5mC$$

18- گزینه «2»

اگر جسم را از خط تقارنش تا بزنیم مدار به شکل زیر ساده می شود (خازن های روی هم افتاده موازی هستند)



19- گزینه «2»

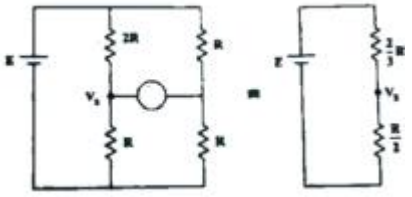
معادله تغییر مقاومت با دما به صورت $R = R_0(1 + aDT)$ فرض می کنیم آنگاه خواهیم داشت:

$$\frac{w_2(T=2500)}{w_1(T=20^\circ)} = \frac{\frac{v^2}{R_2}}{\frac{v^2}{R_1}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0\left(1+a\,(20^\circ-20^\circ)\right)}{R_0\left(1+a\,(2500^\circ-20^\circ)\right)} \equiv \frac{1}{2} \Rightarrow w(T=20^\circ) = 12 \times w(T=2500^\circ) = 12 \times 50 = 600w$$

20- گزینه «1»

چون مقاومت آمپرسنج صفر است می توانیم آن را شبیه یک تکه سیم فرض کنیم. به این ترتیب دو مقاومت $2R$ و R با یکدیگر و دو مقاومت R , R پایین با یکدیگر خواهند بود. پس در ابتدا پتانسیل یک سر آمپرسنج را محاسبه می کنیم و قانون KCL جریان عبوری را می یابیم.

$$v_x = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{R}{2}+\frac{2}{3}R}E = \frac{3E}{7}$$



در مدار شماره 1 داریم (KCL در گره V_x)

www.Endbook.net

$$\frac{V_x - E}{2R} + \frac{V_x - 0}{R} + I_{am} = 0$$

$$I_{am} = \frac{E - V_x}{2R} - \frac{V_x}{R} = \frac{E - 3V_x}{2R} = \frac{E - \frac{9E}{7}}{2R} = \frac{-E}{7R}$$

علامت منفی این مسئله را مشخص می ند که جهت جریان به سمت گره خواهد بود.

21- هیچ کدام از گزینه ها صحیح نیست.

برای محاسبه شدت جریان، مقاومت بین دو پوسته را حساب می کنیم و از آنجا جریان را محاسبه می نماییم. از آنجا که مقاومت کروی از فرمول زیر قابل محاسبه است داریم:

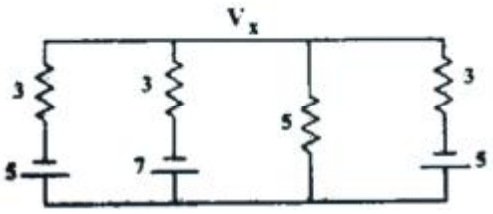
$$R = \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{4\pi r} = \frac{\frac{100}{2} - \frac{100}{5}}{4\pi \times 2} = \frac{30}{8\pi} = \frac{15}{4\pi}$$

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\frac{20}{\pi}}{\frac{15}{\pi}} = \frac{80}{15} = \frac{16}{3} A$$

22- گزینه «2»

حل این سئوال از روش حل معادلات KCL و KVL کمی طولانی است. برای حل سریع تر می توانیم از گزینه ها کمک بگیریم. دقت شود اگر $n = 0$ باشد تنها جریان $\frac{E}{r}$ از آمپرمتر می‌گذرد (تصور کنید نقطه اتصال به منتهای سمت چپ چسبیده است) به طور مشابه در مورد $n = 1$ نیز $I = \frac{E}{r}$ می باشد، چرا که می توان فرض نمود نقطه اتصال به انتهای سمت راست چسبیده است. پس تنها گزینه 2 صحیح است که به ازای 1 و $n = 0$ برابر $\frac{E}{r}$ می شود.

23- گزینه «2»



$$\frac{V_x - (-5)}{3} + \frac{V_x - (-7)}{3} + \frac{V_x}{5} + \frac{V_x - (-5)}{3} = 0$$

$$\frac{5V_x + 25 + 5V_x + 35 + 3V_x + 5V_x + 25}{15} = 0$$

$$\frac{18V_x + 85}{15} = 0 \Rightarrow V_x = \frac{-85}{18} = \frac{V_x}{R} = \frac{\frac{-85}{18}}{5} = \frac{-17}{18} = -0/94 \approx -1$$

www.Endbook.net

24- گزینه «3»

در ابتدا I را به دست می آوریم:

$$B=\frac{m_0 I}{2pr}=\frac{m_0\int J.ds}{2pr}\Rightarrow I=\int_{r=0}^{r}\int_{j=0}^{2p}2(1-\frac{r}{3}+\frac{r^2}{4})rdrdj=4p(\frac{r^2}{2}-\frac{r^3}{9}+\frac{r^4}{16})$$

$$\Rightarrow B=\frac{m_0\times 4p(\frac{r^2}{2}-\frac{r^3}{9}+\frac{r^4}{16})}{2pr}=2m_0(\frac{r}{2}-\frac{r^3}{9}+\frac{r^4}{16})$$

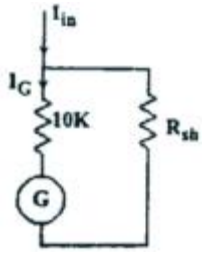
25- گزینه «4»

می توان مجموعه را به صورت در خازن کروی مشترکی یکی به شعاع R و $2R$ و دیگری به شعاع R و $2R$ دیگری به شعاع $2R$ و $3R$ در نظر گرفت.

$$C=\frac{4pe_0}{\frac{1}{R}-\frac{1}{2R}}=8pe_0$$

26- گزینه «2»

برای آنکه بخواهیم حساسیت گالوانومتر را 50 برابر کم کنیم باید کاری کنیم که فقط $\frac{1}{50}$ جریان مورد محاسبه وارد گالوانومتر شود در نتیجه داریم:



$$I_G=I_{in}\frac{R_{sh}}{R_{sh}+10k}$$

$$\Rightarrow\frac{I_G}{I_{in}}\frac{R_{sh}}{R_{sh}+10k}=\frac{1}{50}\Rightarrow R_{sh}\cong 204\Omega$$

27- گزینه «3»

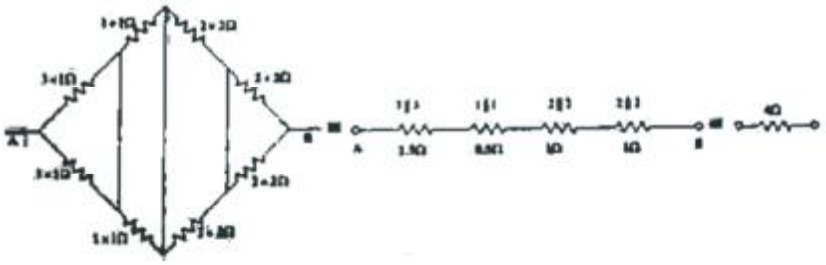
اگر نسبت روی مصرف شده را با مقدار جریان عبوری از پیل معادل بگیریم آنگاه با توجه به آنکه هر دو پیل با هم موازی هستند نسبت جریان هایشان برابر نسبت مقاومت هایشان خواهد بود پس داریم:

$$\frac{1/3}{0/8}=1/6$$

28- گزینه «3»

با توجه به شکل داریم:

www.Endbook.net



29- گزینه «3»

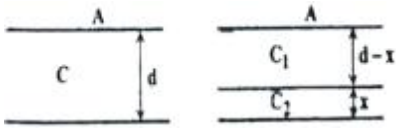
با توجه به فرمول سرعت سوق در هادی ها می توانیم این مسئله را حل کنیم:

$$V_d = \frac{i}{nAe} = \frac{10A}{10^{23}\times 10^{6}[m^{-3}]\times 5\times 10^{-4}[m^{+2}]106\times 10^{-19}} = 1025\times 10^{-6}\,\frac{m}{s}\,1025\times 10^{-4}\,\frac{cm}{s} \approx 10\frac{cm}{s}$$

30- گزینه «1»

اگر صفحه فلزی در میان صفحات رسانا قرار گیرد در این حالت دو خازن سری تشکیل می شود که ظرفیت آن برابر است با:

$$C_0 = e_0\frac{A}{d}, \begin{cases} C_1 = e_0\dfrac{A}{d-x} \\ C_2 = e_0\dfrac{A}{x} \end{cases} \Rightarrow C_{\text{جدید}} = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{e_0\dfrac{A}{d-x}\times e_0\dfrac{A}{x}}{e_0\dfrac{A}{d-x}+e_0\dfrac{A}{x}}$$



$$C_{\text{جدید}} = \frac{e_0\dfrac{A}{(d-x)x}}{\dfrac{e_0Ax+e_0A(d-x)}{(d-x)x}} = \frac{e_0^2A^2}{e_0^2A(x+d-x)x} = \frac{e_0A}{d}$$

همانطور که مشخص است ظرفیت خازن هیچ تغییری نمی کند.

31- گزینه «2»

با بستن کلید اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می شود. همچنین قرار دادن یک دی‌الکتریک در داخل خازن با توجه بـه رابطه $\boldsymbol{C = e_0K\frac{A}{d}}$ باعث افزایش ظرفیت خازن می گردد در نتیجه بار خازن افزایش می یابد.

$$Q = CV \quad C,v: \text{ثابت} \quad \Rightarrow Q$$

32- گزینه «4»

$$C = \frac{2pe_0}{Ln\frac{a}{b}}$$

www.Endbook.net

طبق قانون گوس در دی الکتریک ها میدان در فاصله a_0 تا b قابل محاسبه است (l چگالی بر واحد طـول در رسـانای درونی است)

$$E=\frac{l}{2peS}\hat{S}$$

بنابراین با استفاده از رابطه میان پتانسیل و میدان الکتریکی می توان نوشت:

$$V(a)-V(b)=\int_{s=a}^{s=b}E.ds=\frac{l}{2pe_0}\int_a^b\frac{dS}{S}=\frac{l}{2pe_0}\ln\frac{a}{b}$$

از طرفی با استفاده از رابطه $\boldsymbol{V=\frac{Q}{C}}$ نیز می توان نوشت:

$$C=\frac{2pe}{Ln\frac{a}{b}}$$

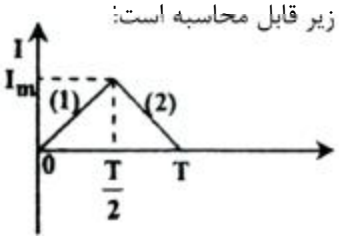
33- گزینه «3»

این مدار یک پل وتستون است و تنها هنگامی جریان عبوری از ab برابر صفر است که رابطه ی $\boldsymbol{R_1R_3=R_2R_4}$ صـادق باشد، پس:

$$6\times R=4\times 3\Rightarrow R=2\Omega$$

34- گزینه «1»

با توجه به شکل معادله خط ها به صورت زیر قابل محاسبه است:



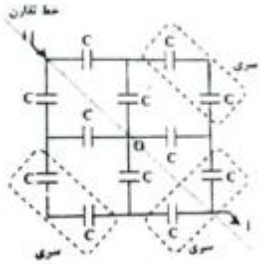
$$\begin{cases}(1)\ \text{خط}=\frac{2I_m}{T}t\\(2)\ \text{خط}=-2\frac{I_m}{T}t+2I_m\end{cases}$$

حال از رابطه مقدار موثر داریم:

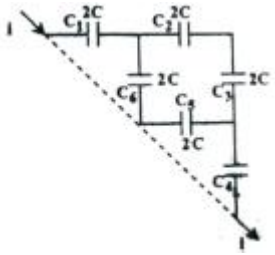
$$I_{rms}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^t f^2(t)dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}(2\frac{I_m}{T}t)dt+2\int_{\frac{T}{2}}^{T}(-\frac{2I_m}{T}t+2I_m)^2dt)}=\frac{I_m}{\sqrt{3}}$$

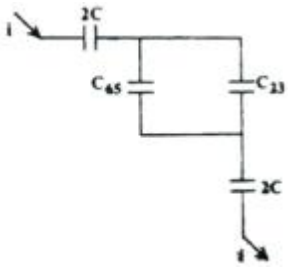
35- گزینه «4»

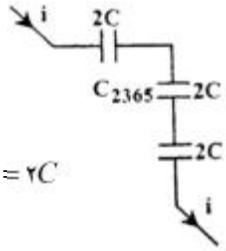
www.Endbook.net



با توجه به تقارن مدار می توان مدار را از خط تقارنش تا کرد. در نتیجه خازن های مشابه بر روی یکدیگر می افتند و با یکدیگر موازی می شوند.







$$\begin{cases} C_2, C_1 \text{ سری} \\ C_6, C_5 \text{ سری} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} C_{23} = \dfrac{2C \times 2C}{2C + 2C} = C \\ C_{65} = \dfrac{2C \times 2C}{2C + 2C} = C \end{matrix} \quad ; \quad C_{23}, C_{65} \text{ موازی} \Rightarrow C_{2365} = C + C = 2C$$

هر سه خازن با هم سری می شوند و چون با یکدیگر برابرند در نتیجه : $C_{eq} = \dfrac{2C}{3} = \dfrac{2 \times 3mF}{3} = 2mF$

36- گزینه «4»:

$$V_1(\text{کلید بسته شدن قبل از}) = \frac{q_0}{C_1}$$

$$V_2(\text{کلید بسته شدن قبل از}) = \frac{0}{C_1} = 0$$

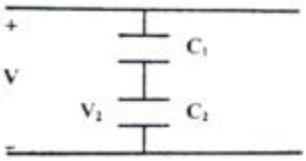
$$\begin{matrix} q_{\text{کلی}} & q_0 \\ C_{\text{کلی}} & C_1 + C_2 \end{matrix} \Rightarrow V(\text{کلید شدن بسته از بعد}) = \frac{q_0}{C_1 + C_2}$$

$$\Rightarrow q_1 = C_1 V = C_1 \times \frac{q_0}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 q_0}{C_1 + 3C_2} = \frac{q_0}{4} \ , \ q_2 = C_2 V = C_1 \times \frac{q_0}{C_1 + C_2} = \frac{3C_2 q_0}{C_1 + 3C_1} = \frac{3q_0}{4}$$

37- گزینه «3»

www.Endbook.net

$$C_1 = \frac{e_0 A}{d-x}$$
$$C_2 = \frac{3e_0 A}{d-x}$$



با توجه به رابطه تقسیم ولتاژ در خازن های سری خواهیم داشت:

$$V_2 = \frac{C_1}{C_1+C_2}V \Rightarrow \frac{C_1}{C_1+C_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3(d-x) = x \Rightarrow X = \frac{3d}{4}$$

38- گزینه «4»

با استفاده از رابطه $\boldsymbol{I = \frac{V}{R}}$ و رابطه $\boldsymbol{R = \frac{bL}{A}}$ مسئله به طریق زیر قابل حل است.

$$I = \frac{V}{R_1+R_2} = \frac{V}{\frac{d_1}{s_1 A}+\frac{d_2}{s_2 A}} = \frac{s_1 s_2 AV}{d_2 s_1 + d_1 s_2}$$

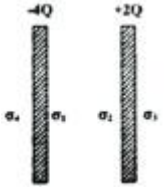
با توجه به رابطه چگالی جریان داریم:

$$J = \frac{I}{A} = \frac{s_1 s_2 V}{s_1 d_2 + s_2 d_1}$$

39- گزینه «1»

اگر چگالی بار سطحی روی هر یک از وجوه صفحات تخت را s_1, s_2, s_3, s_4 بنامیم در این صورت:

$$\begin{cases}(s_1+s_4)A = -4Q \\ (s_2+s_3)A = 2Q\end{cases}$$



همچنین با توجه به اینکه شدت میدان الکتریکی در داخل یک رسانا صفر بوده و نیز شدت میدان الکتریکی اطراف یک رسانای پهناور با چگالی بار سطحی s به صورت $\frac{s}{e_0}$ می باشد می توان چنین نوشت:

شدت میدان الکتریکی در داخل رسانای سمت چپ = $\frac{s_4}{e_0} - \frac{s_1}{e_0} + \frac{s_2}{e_0} + \frac{s_2}{e_0} = 0 \Rightarrow s_1 - s_4 = \frac{2Q}{A}$

شدت میدان الکتریکی در داخل رسانای سمت راست = $\frac{s_2}{e_0} - \frac{s_2}{e_0} + \frac{s_1}{e_0} + \frac{s_4}{e_0} = 0 \Rightarrow s_2 - s_2 = \frac{4Q}{A}$

از حل معادلات فوق خواهیم داشت:

www.Endbook.net

$$s_2=\frac{3Q}{A}\ ,\ \ s_1=\frac{-3Q}{A}$$

40- گزینه «2»

$$W=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

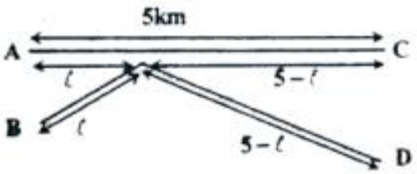
$$W=W=\frac{1}{2}\frac{q^2}{\frac{4pe_0}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}}=\frac{q^2}{8pe_0}(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})$$

41- گزینه «1».

$$I=\iint \mathbf{J}.d\mathbf{s}=\int_{r=0}^{a}\int_{j=0}^{2p}\frac{2I_0}{pa^2}(1-(\frac{r}{a})^2)\frac{2I_0}{pa^2}\int_{r=0}^{a}(r-\frac{r^3}{a^2})dr\int_{j=0}^{2p}dj$$

$$I=\frac{2I_0}{pa^2}(\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4a^2}]_0^a\times(j\ ]_0^{2p}=\frac{2I_0}{pa^2}(\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{4})\times 2p=I_0$$

42- گزینه «1»



مقاومت بین AB: $R_{AB}=r\frac{(\mathbf{l}+\mathbf{l})}{A}=\frac{2r\mathbf{l}}{A}=30\Omega$

مقاومت بین CD: $R_{CD}=\frac{r(5-\mathbf{l}+5-\mathbf{l})}{A}=\frac{2r}{A}(5-\mathbf{l})=70\Omega$

از تقسیم دو رابطه به یکدیگر داریم:

$$\frac{\mathbf{l}}{5-\mathbf{l}}=\frac{30}{70}\Rightarrow\frac{\mathbf{l}}{5-\mathbf{l}}=\frac{3}{7}$$

$$10\mathbf{l}=15\Rightarrow\mathbf{l}=1/5km=1500m$$

43- گزینه «4»

نیروی وارد شده بین دو صفحه موازی رسانا از فرمول زیر قابل محاسبه است که در آن V اختلاف پتانسیل بین صفحات، A سطح مقطع آنها و d فاصله دو صفحه می باشد.

$$\begin{cases}F=\frac{e_0AV^2}{2d^2}\\ C=e_0\frac{A}{d}=1mF\Rightarrow d=\frac{e_0\times1\times10^{-4}}{1\times10^6}=100e_0\end{cases}$$

$$F=\frac{e_0\times1\times10^{-4}\times4}{1\times10^4\times e_0}=\frac{2\times10^{-8}}{e_0}=8p\times10^{-8}\times9\times10^9=720p=2260(N)$$

www.Endbook.net

44- هیچکدام از گزینه ها صحیح نیست.

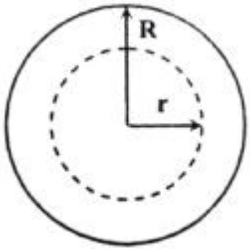
برای یافتن کل جریان عبوری از سطح مقطع r کافیست بر روی این سطح انتگرال گیری نماییم:

$$I = \int \vec{J}.d\vec{s}$$

با توجه به شکل استوانه ای سیم ds برابر است با :

$$ds = rdrdj$$

که در آن r از 0 تا R و j از 0 تا $2p$ تغییر می کند.



$$I = \int_{j=0}^{2p}\int_{r=0}^{r} J_0(1-\frac{r}{R})rdrdj = J_0\int_{r=0}^{R}(1-\frac{r}{R})^2 dr\int_{j=0}^{2p} dj$$

$$I = J_0\times[\frac{r^2}{2}-\frac{r^3}{3R})_0^R\times[j)_0^{2p} = J_0\times(\frac{R^2}{2}-\frac{R^2}{3})\times 2p$$

$$I = J_0\frac{R^2}{6}\times 2p = \frac{J_0R^2 2p}{3}$$

45- گزینه «1»

با توجه به رابطه بار وجریان داریم:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{ne}{t} = \frac{7\times10^{15}\times1/6\times10^{-19}}{1} = 1/12\times10^{-3}\,A = 1/12mA \approx 1mA$$

46- گزینه «2»

این مدار یک پل وتستون است و اگر بخواهیم جریان عبوری از ab برابر صفر باشد، باید رابطه ی $R_1R_3 = R_2R_4$ برقرار شود در نتیجه داریم:

$$6\times R = 4\times 3 \Rightarrow R = 2\Omega$$

47- گزینه «4»

از رابطه $u = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ می توانیم انرژی ذخیره شده در خازن استوانه ای را محاسبه کنیم. ظرفیت یک خازن استوانه ای به طول x و با شعاع داخلی $a < r < b$:

$$C = \frac{2pe_0x}{Ln\frac{b}{a}}$$

www.Endbook.net

$$u=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{q^2}{\frac{2pe_0x}{\ln\frac{b}{a}}}=\frac{1}{2}\frac{q^2\ln\frac{b}{a}}{2pe_0x}=\frac{q^2\ln\frac{b}{a}}{4pe_0x}=\frac{q^2\ln\frac{2a}{a}}{4pe_0L}=\frac{q^2\ln2}{4pe_0L}$$

48- گزینه «2»:

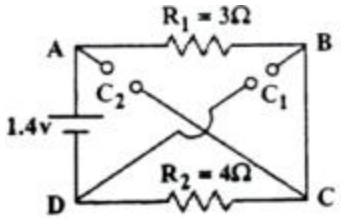
$$V_A=1/4\quad V_D=0v$$

$$V_C=V_D+R_2I=0+4\times\frac{1/4v}{4+3}=0/8v$$

$$V_B=V_C=0/8v$$

$$q_1=C_1V_1=8m\times(V_B-V_D)=8m\times(0/8-0)=6/4mC$$

$$q_2=C_2V_2=6m\times(V_A-V_C)=6m\times(1/4-0/8)=3/6mC$$



49- گزینه «1»

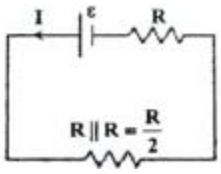
مقدار مقاومت یک پوسته استوانه ای با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b و ضریب هدایت s از رابطه $R=\frac{\ln\frac{b}{a}}{s\times2p\times L}$ قابل حصول است که L طول مقاومت می باشد.

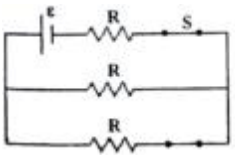
$$R=\int\frac{dr}{\int s\,ds}=\int_a^b\frac{dr}{2prs_L}=\frac{1}{2ps_L}\ln\frac{b}{a}$$

50- گزینه «4»

در $t=0$ چون خازن دشارژ کامل است همانند سیم اتصال کوتاه عمل می کند. پس مدار در $t=0$ شکل مقابل می باشد.

$$I=\frac{e}{R+\frac{R}{2}}=\frac{e}{3R}$$





51- گزینه «2»

در یک خازن مسطح که فاصله صفحات آن d می باشد و ولتاژ دو سر آن V ولت است میدان از رابطه $E=\frac{V}{d}$ قابل محاسبه می باشد پس میدان با $\frac{1}{d}$ رابطه دارد.

www.Endbook.net

52- گزینه «2»

جریان با مقدار بار عبوری از سطح مقطع سیم در واحد زمان برابر است یعنی $I = \frac{Q}{t}$ پس داریم:

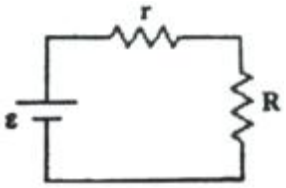
$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = It \Rightarrow Q = 1(A) \times 1(s) = 1C$$

حال که بار را محاسبه کردیم تعداد الکترون های عبوری قابل محاسبه است:

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{1c}{1/6 \times 10^{-19} c} = 0/63 \times 10^{19} \cong 6 \times 10^{18}$$

53- هیچکدام از گزینه ها صحیح نیست.

در ابتدا توان تلف شده بر روی مقاومت R را می یابیم و سپس حداکثر آن را محاسبه می کنیم.



$$\text{جریان عبوری از مدار } i = \frac{e}{r+R}$$

$$P = Ri^2 = R \times (\frac{e}{r+R})^2 = R\frac{e^2}{(r+R)^2}$$

حال از رابطه توان بر حسب R مشتق گیر می کنیم و برابر صفر قرار می دهیم و در نتیجه:

$$\frac{dp}{dR} = \frac{d}{dR}\frac{Re^2}{(r+R)^2} = \frac{e^2(r+R)^2 - 2(r+R)Re^2}{(r+R)^4} = \frac{e^2r^2 + e^2R^2 + 2e^2r.R - 2rRe^2 - 2R^2e^2}{(r+R)^4} = 0$$

$$e^2r^2 = e^2R^2 = 0 \Rightarrow R = r$$

حال این مقدار را در رابطه توان جایگذاری می کنیم:

$$P = r\frac{e^2}{(r+r)^2} = \frac{re^2}{4r^2} = \frac{re^2}{4r}$$

54- گزینه «1»

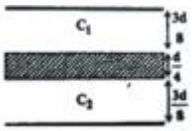
$$W_{\text{الکتریکی}} = W_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{V^2}{R}t = mC\Delta q \Rightarrow R = \frac{V^2t}{mC\Delta q} = \frac{(120)^2 \times (4 \times 60)}{0/5 \times 4200 \times (100-20)} \approx 20/6$$

55- گزینه «1»

در این حالت دو خازن سری داریم که ظرفیت هر یک برابر است با:

www.Endbook.net

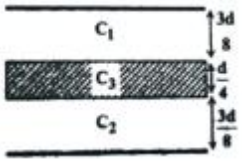
$$C_1 = C_2 = e_0 \times \frac{A}{3\frac{d}{8}} = \frac{8e_0A}{3d} \Rightarrow C_{\text{معادل}} = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{C_1}{2} = \frac{4e_0A}{3d}$$



در وضعیت دوم 3 خازن سری داریم که در آن C_1 و C_2 مشابه قبل به دست می آیند ولی خازن C_3 برابر است با:

$$C_3 = 2 \times e_0 \times \frac{A}{\frac{d}{4}} = \frac{8e_0A}{d}$$

$$\frac{1}{C_{\text{معادل}}} = \frac{3d}{8e_0A} + \frac{3d}{8e_0A} + \frac{d}{8e_0A} = \frac{7d}{8e_0A} \Rightarrow C_{\text{معادل}} = \frac{8e_0A}{7d}$$



$$\frac{C_{\text{معادل}}}{C_{\text{معادل}}} = \frac{\frac{4e_0A}{3d}}{\frac{8e_0A}{7d}} = \frac{7}{6}$$

56- گزینه «2»

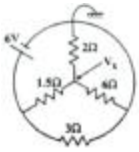
همانطور که مشهود است خازن نسبت به حالت اولیه اش دارای ظرفیت کمتری است، چرا که فاصله صفحات آن بیشتر شده است. از طرفی از آنجا که ولتاژ دو سر خازن ثابت است طبق فرمول $U = \frac{1}{2}CV^2$ انرژی ذخیره شده نیز به همین میزان کاهش می یابد.

57- گزینه «1»

از معادله KCL در گره V_x داریم:

$$\frac{V_x - 0}{2} + \frac{V_x - 0}{6} + \frac{V_x - 6}{1/5} = 0 \Rightarrow 8V_x = 24 \text{ یا } V_x = 3V$$

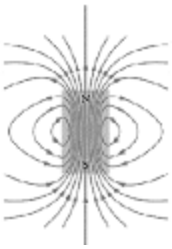
$$I = \frac{V_x - 0}{6} = \frac{3-0}{6} = 0/5A$$



www.Endbook.net

فصل سوم :میدان مغناطیسی

یک بار الکتریکی متحرک یا یک جریان الکتریکی، یک میدان مغناطیسی به‌وجود می‌آورد، که می‌تواند بر بارهای متحرک یا جریان‌های دیگر، یک نیروی مغناطیسی وارد کند. برخلاف الکتریسیته در مغناطیس تک قطبی مغناطیسی نداریم و خطوط میدان از قطب شمال به جنوب است و مسیر بسته را تشکیل میدهد



نیروی مغناطیسی وارد بر یک بار متحرک:

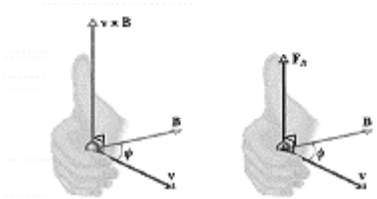
آزمایش نشان می‌دهد که اگر بار q را با سرعت v به داخل میدان مغناطیسی پرتاب کنیم، بر آن نیروی عرضی زیر وارد می‌شود:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{V} \times \mathbf{B}$$

F همواره بر v و B عمود است بنابراین نیروی مغناطیسی همواره یک نیروی جانبی منحرف کننده است و اندازه آن برابر است با:

$$F = qVB\sin\varphi$$

جهت این نیرو با قاعده دست راست تعیین می‌گردد. که جهت نیرو اگر بار q منفی باشد عکس می‌گردد:



www.Endbook.net

بیشینه نیروی وارد بر بار هنگامی است که بردار سرعت عمود بر بردار میدان باشد، اگر بردار میدان و سرعت در یک امتداد باشند نیرو صفر خواهد بود. واحد SI شدت میدان تسلا است.

چون نیروی مغناطیسی همواره بر سرعت v عمود است، نمی‌تواند اندازه سرعت را تغییر دهد، تنها جهت آن را تغییر می‌دهد. همین‌طور نیرو همواره بر جابجایی ذره عمود است و نمی‌تواند روی آن کار انجام دهد. به این ترتیب یک میدان مغناطیسی ثابت نمی‌تواند انرژی جنبشی یک ذره باردار متحرک را تغییر دهد.

نیروی لورنتس:

اگر هم میدان الکتریکی E و هم میدان مغناطیسی B بر یک ذره باردار اثر کنند، نیروی کل وارد بر آن را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{V} \times \vec{B}$$

این نیرو را نیروی لورنتس می‌گوییم. نیروی لورنتس نیروی جدیدی نیست بلکه صرفا مجموع نیروهای الکتریکی و مغناطیسی است که می‌توانند بطور همزمان بر یک ذره باردار اثر کنند.

نکته: میدان‌های عمود بر هم E و B به‌صورت سرعت‌گزین عمل می‌کنند، یعنی فقط ذراتی که سرعت آن‌ها $v = \frac{E}{B}$ باشد بدون تاثیرپذیری از این دو میدان، ناحیه را ترک می‌کنند.

وقتی این دو میدان عمود برهم باشند نیروهای وارد بر یک ذره از طرف دو میدان در خلاف جهت یکدیگر می‌باشد بنابراین با تنظیم میدان‌ها می‌توان آن‌ها را برابر هم قرار داد در این حالت:

$$qE = qvB$$
$$\Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

بارهای چرخنده:

بارهای الکتریکی در میدان مغناطیسی دوران می‌کنند. شکل زیر پرتو الکترون‌ها در میدان عمود بر صفحه را نشان می‌دهد.

www.Endbook.net

می‌خواهیم شعاع مسیر و بسامد حرکت دایره‌ای را محاسبه کنیم: چون حرکت دورانی است نیروی مغناطیسی وارد بر بار همان نیروی جانب به مرکز است:

$$qVB = m\frac{V^2}{r}$$

$$\Rightarrow r = \frac{mv}{|q|B} = \frac{p}{|q|B}$$

به این ترتیب شعاع مسیر را، تکانه ذرات، بار آن‌ها و شدت میدان مغناطیسی تعیین می‌کند.

سرعت زاویه‌ای حرکت دایره‌ای چنین است:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{|q|B}{m} \Rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

ملاحظه می‌شود که فرکانس دوران به سرعت پرتاب ذره به داخل میدان بستگی ندارد در واقع ذرات سریع‌تر دایره بزرگ‌تر و ذرات کوچک‌تر دایره کوچک‌تر را می‌پیمایند.

سیکلوترون و سینکروترون:

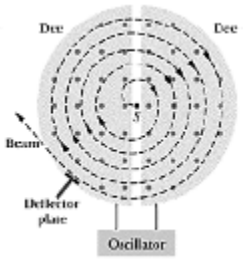
سیکلوترون، شتاب‌دهنده‌ای است که باریکه‌هایی از ذرات باردار پرانرژی تولید می‌کند که می‌توان از آن‌ها در آزمایش‌های واکنش هسته‌ای استفاده کرد.

طرح کلی یک سیکلوترون در شکل زیر نشان داده شده است، این دستگاه از دو قوطی فلزی توخالی به نام دی تشکیل شده‌است. دی‌ها به یک نوسانگر الکتریکی متصل شده‌اند که اختلاف پتانسیل نوسانی بین آن‌ها برقرار می‌کند. یک میدان مغناطیسی بر صفحه دی‌ها عمود است. در مرکز این دستگاه چشمه‌ای است که یون‌هایی را که می‌خواهیم شتاب دهیم، گسیل می‌کند.

ذرات باردار در رفتن از یک دی به دی دیگر انرژی از میدان الکتریکی می‌گیرند وسرعت آن‌ها افزایش می‌یابد. در داخل دی‌ها تحت تاثیر میدان مغناطیسی مسیر ذرات خم می‌شود و به صورت نیم دایره در می‌آید. بسامد نوسانگر الکتریکی

www.Endbook.net

طوری تنظیم می‌شود که برابر بسامد سیکلوترون باشد در این حالت تشدید اتفاق می‌افتد. سرعت نهایی ذرات را شعاع R مشخص می‌کند که در آن ذرات شتاب‌دهنده را ترک می‌کنند.



$$\nu = \frac{|q|BR}{m}$$

انرژی جنبشی متناظر با این سرعت برای ذرات برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m}$$

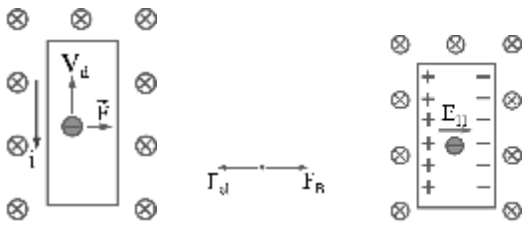
سیکلوترون‌ها معمولا باریکه‌های پروتونی با انرژی بیشینه در محدوده 10MeV تولید می‌کنند.

اثر هال:

در سال 1879، ادوین هال آزمایشی انجام داد که اندازه‌گیری مستقیم علامت و چگالی عددی حامل‌های بار در یک رسانا را امکان‌پذیر می‌کرد. اثر هال نقشی اساسی در شناخت ما از رسانش الکتریکی در فلزات و نیمرساناها دارد.

یک نوار مسی پهن با جریان یکنواخت i عمود بر میدان مغناطیسی $\boldsymbol{B}$ در نظر می‌گیریم.

در این حالت علاوه بر جریان طولی، نیروی عرضی هم وارد و یک اختلاف پتانسیل عرضی پیدا می‌شود که به آن اخـتلاف پتانسیل هال می‌گویند، به عبارت دیگر به علت حرکت بارها، پتانسیل یک طرف مثبت تر از طرف دیگر می‌شود .



www.Endbook.net

همین که بارها در طرف راست متراکم شدند، یک میدان الکتریکی تولید می‌کنند که با حرکت جانبی حامل‌های بار اضافی مخالفت می‌کند. سرانجام حالت تعادلی بوجود می‌آید و ولتاژ هال به بیشینه مقدار خود می‌رسد، در این حالت نیروی مغناطیسی جانبی با نیروی الکتریکی جانبی متوازن می‌شود:

$$qE + qV_d \times B = 0$$
$$\Rightarrow E = -V_d \times B \Rightarrow E = v_d B$$

با جایگزین کردن میدان الکتریکی $\boldsymbol{E}$ با $\frac{V}{w}$ که $\boldsymbol{w}$ عرض نوار و t ضخامت آن است داریم:

$$\begin{cases} \frac{V}{w} = v_d B \\ v_d = \frac{j}{ne} \end{cases} \Rightarrow \frac{V}{w} = \frac{j}{ne} B = \frac{i}{wtne} B$$

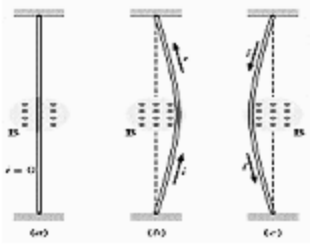
از حل این معادله برای چگالی حامل‌های بار داریم:

$$n = \frac{iB}{etV}$$

از اندازه‌گیری اندازه اختلاف پتانسیل هال، می‌توان چگالی عددی حامل‌های بار را مشخص کرد.

نیروی مغناطیسی وارد بر جریان:

جریان، مجموعه‌ای از بارهای متحرک است. چون میدان مغناطیسی یک نیروی جانبی به بار متحرک وارد می‌کند، پس باید به یک سیم حامل جریان هم یک نیروی جانبی وارد کند. آزمایش نشان می‌دهد که بر سیم حامل جریان نیرو وارد می‌شود. اگر جهت جریان عوض شود جهت نیرو نیز عوض می‌شود.



نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان برابر است با:

$$\mathbf{F} = i\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

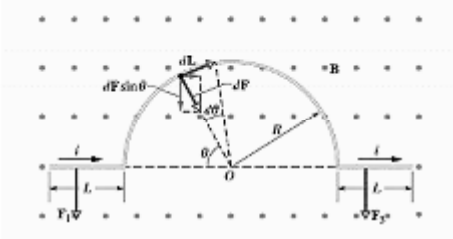
$\mathbf{L}$ برداری است که جهت آن جهت جریان قراردادی و اندازهٔ آن برابر با طول سیم می‌باشد.

www.Endbook.net

وقتی سیم مستقیم نباشد، داریم:

$$\vec{dF} = i\vec{ds} \times \vec{B}$$

مثال: نیروی وارد بر سیم حامل جریان i در میدان B در شکل زیر چقدر است؟



اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر هر یک از قسمت‌های مستقیم سیم برابر است با:

$$F_1 = F_3 = iLB$$

برای نیروی مربوط به سیم کمانی شکل داریم:

$$F_2 = \int_0^{\pi} dF\sin\theta = \int_0^{\pi} (iBRd\theta)\sin\theta$$

$$F_2 = 2iBR$$

$$F = F_1 + F_2 + F_3 = iB(2L + 2R)$$

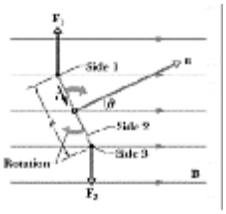
نیروی کل با نیروی وارد بر سیمی به طول $2L+2R$ یکسان است.

گشتاور نیروی وارد بر یک حلقه جریان:

وقتی یک حلقه سیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسی قرار گیرد، بر ان گشتاور نیرویی وارد می‌شود که می‌خواهد حلقه را حول محور مشخصی بچرخاند برای بدست آوردن این گشتاور نیرو داریم:

شکل زیر یک حلقه سیم مستطیل شکل به طول و عرض a و b راکه حامل جریان i است و در میدان یکنواخت B قرار گرفته است را نشان می دهد. برآیند نیروهای های وارد بر حلقه صفر است.

www.Endbook.net



گشتاور نیرو صفر نیست. می‌خواهیم این گشتاور را محاسبه کنیم.

بردار $\boldsymbol{n}$ بر صفحه حلقه عمود است و با راستای $\boldsymbol{B}$ زاویه θ می سازد. جهت چرخش حلقه چنان است که می‌خواهد $\boldsymbol{n}$ را با $\boldsymbol{B}$ همسو کند:

گشتاور نیروهای 2و 4 صفر است چون مرکز اثر آن‌ها یکی است ولی گشتاور نیروهای 1 و 3 با هم جمع می شود:

$$F_1 = F_3 = iaB$$

$$\tau = 2\tau' = 2iaB\left(\frac{b}{2}Sin\theta\right) = iaBSin\theta$$

برای $\boldsymbol{N}$ حلقه داریم:

$$\tau_{\text{کل}} = NiABSin\theta$$

دوقطبی مغناطیسی:

حلقه جریان در میدان مغناطیسی خارجی تحت تأثیر قرار می‌گیرد و بر آن گشتاور وارد می‌شود بنابراین هر حلقهٔ جریان یک دو قطبی مغناطیسی نامیده می‌شود.

گشتاور کل وارد بر $\boldsymbol{N}$ حلقه جریان در میدان $\boldsymbol{B}$ برابر بود با :

$$\tau = NiABSin\theta$$

اگر بردار گشتاور دوقطبی مغناطیسی را بصورت زیر تعریف کنیم :

$$\mu = NiA$$

در اینصورت داریم:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

www.Endbook.net

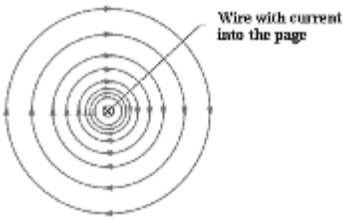
میدان مغناطیسی خارجی بر روی حلقهٔ جریان کار انجام می‌دهد و باعث چرخش آن می‌شود، انرژی پتانسیل را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$U = -\mu B\cos\theta = -\mu.B$$

قانون آمپر

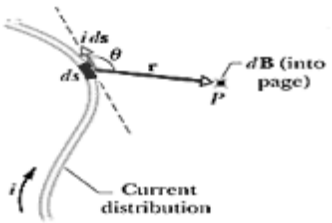
در این فصل در مورد تولید میدان‌های مغناطیسی و محاسبه میدان‌های حاصل از توزیع های جریان می‌پردازیم. کشف اثر مغناطیسی جریان توسط اورستد انجام گرفت. جریان‌های الکتریکی میدان مغناطیسی ایجاد می‌کنند و از طریق این میدان بر جریان‌های دیگر نیرو وارد می‌کنند.

خطوط میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم حامل جریان، دوایری متحدالمرکز حول سیم می‌باشند. با دور شدن از سیم، خطوط میدان از یکدیگر فاصله می‌گیرند. جهت خطوط میدان مغناطیسی اطراف سیم با قانون شست و چهار انگشت خمیدهٔ دست راست مشخص می‌شود.



قانون بیوساوار:

میدان مغناطیسی در اطراف هر سیم حامل جریان مستقیم مثبت یا منفی را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\times\mathbf{r}}{r^3}$$

که می‌توان اندازه آن را بصورت زیر بیان کرد:

www.Endbook.net

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{ids\sin\theta}{r^2}$$

این نتیجه به نام قانون بیو-ساوار معروف است

برای یافتن میدان کل $\boldsymbol{B}$ ناشی از تمام توزیع جریان، باید روی همه اجزای جریان ids انتگرال بگیریم:

$$B = \int d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{ids\times \mathbf{r}}{r^3}$$

کاربردهای قانون بیو-ساوار:

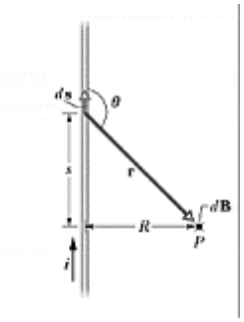
سیم دراز مستقیم:

با استفاده از شکل زیر داریم:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{ids\sin\theta}{r^2}$$

متغیر x را متغیر انتگرال‌گیری در نظر می‌گیریم که در امتداد سیم قرار دارد:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin\theta dx}{r^2}$$



r, θ, x از هم مستقل نیستند:

$$r = \sqrt{x^2+R^2}$$

$$\sin\theta = \sin(\pi-\theta) = \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

با جاگذاری در معادله میدان داریم:

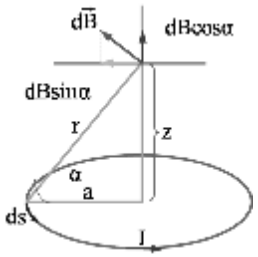
$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{Rdx}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\frac{x}{(x^2+R^2)^{1/2}}\Bigg|_{x=-\infty}^{x=+\infty}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}$$

www.Endbook.net

حلقه جریان دایره‌ای:

میدان مغناطیسی حلقه شکل زیر در نقطه p روی محور حلقه و در فاصله z از مرکز آن برابر است با:



بر اساس تقارن فقط مولفه عمودی میدان مغناطیسی غیر صفر است:

$$B = \int dB_{II}$$

$$\begin{cases} dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{ids\sin 90}{r^2} \\ dB_{II} = dB\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow dB_{II} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\cos\alpha ds}{r^2}$$

رابطه بین r,α برابر است با:

$$r = \sqrt{R^2 + z^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

با جاگذاری این مقادیر و انتگرال‌گیری داریم:

$$B = \int dB_{II} = \frac{\mu_0 iR}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} \int ds$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 iR^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

نکته۱: در مرکز حلقه $(z=0)$ این معادله بصورت زیر در می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

نکته۲: در فاصله‌های دور از حلقه $(z>>R)$ این معادله بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$B = \frac{\mu_0 iR^2}{2z^3}$$

www.Endbook.net

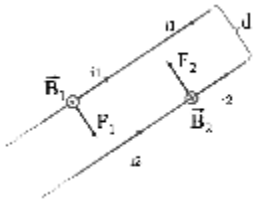
نکته۳: برای پیچه‌ای متشکل از N حلقه یکسان میدان کل N برابر مقدار بالاست:

$$B=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{NiA}{z^3}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{z^3}$$

که در آن μ گشتاور دوقطبی مغناطیسی حلقه جریان است. بنابراین حلقه جریان را می‌توان یک دو قطبی مغناطیسی دانست و رابطه بالا مربوط به میدان ناشی از یک دوقطبی مغناطیسی می‌باشد.

دو رسانای موازی:

شکل زیر دو سیم موازی و دراز را نشان می‌دهد که به فاصله d از هم قرار دارند وحامل جر یان‌های i_1 و i_2 هستند.

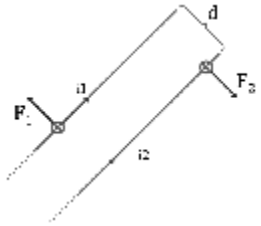


در اینصورت اگر جریان‌ها هم‌جهت باشند:

$$\begin{cases} B_1=\frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}\Rightarrow F_2=i_2LB_1 \\ B_2=\frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}\Rightarrow F_1=i_1LB_2 \end{cases}\Rightarrow F_1=F_2=\frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi d}$$

در این حالت، سیم‌ها یکدیگر را جذب می‌کنند.

اگر جریان‌ها در خلاف جهت یکدیگر باشد:



$$F_1=F_2=\frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi d}$$

در این حالت سیم‌ها همدیگر را دفع می‌کنند.

نکته: جریان‌های موازی یکدیگر را جذب و جریان‌های پادموازی یکدیگر را دفع می‌کنند.

www.Endbook.net

قانون آمپر:

قانون آمپر در مغناطیس شبیه به قانون گاوس درالکتریسیته است. از قانون آمپر برای محاسبه میدان‌های مغناطیسی حاصل از توزیع جریان‌هایی که تقارن کافی دارند، استفاده می‌شود.

قانون آمپر را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i$$

که در آن مسیر C هر مسیر بسته است. علامت روی دایره روی انتگرال بیانگر این است که مسیر C باید بسته باشد. i جریان خالصی است که سطح محصور شده توسط مسیر بسته را قطع می‌کند.

انتگرال خطی را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \oint B ds\cos\theta$$

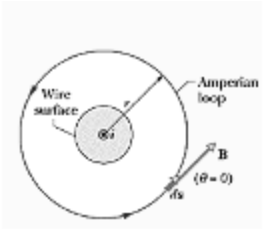
θ زاویه بین B و ds است که ds طول کوچکی از مسیر بسته است.

با استفاده از قانون آمپر میدان مغناطیسی اطراف یک سیم راست حامل جریان i بی‌نهایت دراز را بدست می‌آوریم:

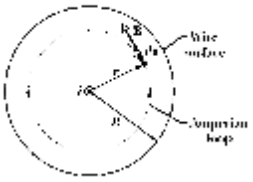
$$\oint B ds\cos\theta = \mu_0 i$$

$$\xrightarrow{\theta=0} B\oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 i$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$



مثال: در شکل زیر مقطع سیم حامل جریان i به چگالی یکنواخت و شعاع R نشان داده شده است، شدت میدان مغناطیسی در فواصل $r<R$ / $r>R$ با استفاده از قانون آمپر برابر است با:



برای $r<R$ داریم:

www.Endbook.net

$$\begin{cases} \oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i' \\ i' = (\frac{r}{R})^2 i \end{cases} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i'}{2\pi r} = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$$

برای $r > R$:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

سیملوله‌ها و چنبره‌ها:

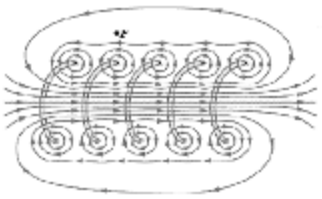
دو نوع از ابزارهای کاربردی مبتنی بر نحوه پیچیدن حلقه‌های جریان عبارتند از سیملوله‌ها و چنبره‌ها. از سیملوله اغلب برای تولید یک میدان مغناطیسی یکنواخت استفاده می‌شود.

سیملوله‌ها:

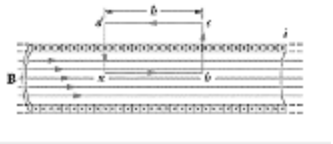
سیم لوله سیم درازی است که به صورت مارپیچی تنگ هم روی یک استوانه پیچیده شده و حامل جریان i است.

خطوط میدان اطراف یک سیم لوله در شکل زیر نشان داده شده است:

اگر تعداد دورها بسیار زیاد و نزدیک به هم باشد، میدان تقریبا در داخل، موازی محورسیم لوله و در خارج صفر است.



با استفاده از قانون آمپر، میدان مغناطیسی در نقاط داخل یک سیم لوله ایده آل که حامل جریان i است و تعداد دورهای در واحد طول آن n می‌باشد برابر است با:



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i$$

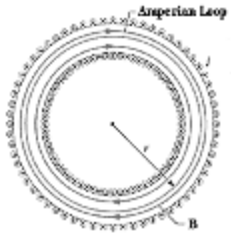
$$\xrightarrow{i=i_0 nh} Bh = \mu_0 i_0 nh$$

$$\Rightarrow B = \mu_0 i_0 n$$

www.Endbook.net

چنبره‌ها:

چنبره یک سیم لوله خمیده می‌باشد. میدان مغناطیسی در نقاط داخل چنبره‌ای که حامل جریان i_0 است و تعداد دورهای آن N می‌باشد، برابر است با:



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = B(2\pi r) = \mu_0 i_0 N$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 i_0 N}{2\pi r}$$

تست: حلقه‌ای دایره‌ای به شعاع a که در صفحه y-z قرار دارد، حامل جریان ثابت I است و مبدا مختصات بر مرکز حلقه منطبق است، اندازه نیروی وارد بر بار نقطه‌ای q در لحظه‌ای که با سرعت $v = v_0(j+k)$ از نقطه $(a,0,0)$ می‌گذرد کدام است؟

1) $\frac{\mu_0 iqv_0}{2a}$ 2) $\frac{\mu_0 iqv_0}{2\sqrt{2}a}$ 3) $\frac{\mu_0 iqv_0}{4a}$ 4) $\frac{\mu_0 iqv_0}{4\sqrt{2}a}$

گزینه ۴ صحیح می‌باشد:

با استفاده از قانون بیو-ساوار میدان ناشی از یک حلقه حامل جریان در فاصله z از آن و بر روی محور حلقه برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}}$$

در این مسئله میدان در نقطه $(a,0,0)$ مورد نیاز است، بنابراین:

$$B = \frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2+a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i}{4\sqrt{2}a}$$

حال نیروی وارد بر بار نقطه‌ای q برابر است با:

$$F = qv \times B$$

www.Endbook.net

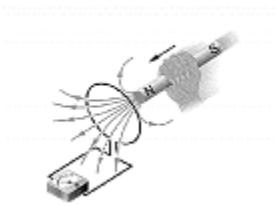
چون جهت میدان عمود بر سرعت بار است بنابراین داریم:

$$F = qv_0B = \frac{\mu_0 iqv_0}{4\sqrt{2}a}$$

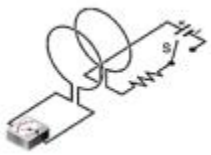
قانون القای فارادی

قانون القای فارادی که یکی از چهار معادله ماکسول است، از تعدادی آزمایش‌های ساده و سرراست استنتاج شده است. این قانون به‌واسطه آزمایش‌هایی کشف شد که مایکل فارادی در سال 1831 انجام داد. آزمایش‌های او از این قرار بودند:

1- اگر یک آهنربا را به طرف یک پیچه یا پیچه را به طرف آهنربا حرکت دهیم در پیچه نیروی محرکه القائی بوجود می‌آید. در این فرایند آنچه که اهمیت دارد حرکت نسبی آهنربا و پیچه است. جریان حاصل در این آزمایش را جریان القایی می‌نامیم و می‌گوییم که این جریان را یک نیروی محرکه الکتریکی القایی تولید کرده است. هرچه سرعت نسبی حرکت آهنربا و پیچه بیشتر باشد نیروی محرکه القائی و درنتیجه جریان القائی بیشتر است.



2- پیچه ها در دستگاه شکل زیر ساکن‌اند ولی با زدن کلید s جریان لحظه‌ای القایی در پیچه سمت چپ بوجود می‌آید، در این فرایند آنچه که اهمیت دارد آهنگ تغییر جریان است و نه اندازه آن.



جنبه مشترک این دو آزمایش حرکت یا تغییر است. این آهنربای متحرک یا جریان متغیر است که مسئول نیروی محرکه الکتریکی القایی است.

قانون القای فارادی:

از آنجایی که آزمایش‌های فارادی نشان داد که تغییر خطوط میدان گذرنده از یک حلقه مدار است که نیروی محرکه الکتریکی را در حلقه القا می‌کند، بنابراین برای بدست آوردن یک رابطه ریاضی برای قانون القای فارادی، داریم:

www.Endbook.net

شار مغناطیسی گذرنده از هر سطح برابر است با:

$$\varphi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

که می‌توان آن را بصورت زیر نوشت:

$$\varphi_B = B \cdot A \cdot \cos\theta$$

بنابراین با تغییر B یا A یا θ می‌توانیم شار مغناطیسی را تغییر داده و جریان القایی ایجاد کنیم .

نیروی محرکه الکتریکی القا شده در یک مدار برابر است با منفی آهنگ تغییر شار مغناطیسی گذرنده از مدار بر حسب زمان.

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi_B}{dt}$$

اگر پیچه N دور داشته باشد:

$$\varepsilon = -N\frac{d\varphi_B}{dt}$$

روش‌هایی که برای تغییر شار عبوری از یک حلقه وجود دارد، عبارتند از:

1- حرکت دادن آهنربا نسبت به حلقه

2- تغییر جریان در مداری که در نزدیکی آن حلقه قرار گرفته است.

3- حرکت دادن حلقه در یک میدان غیریکنواخت.

4- چرخاندن حلقه در یک میدان مغناطیسی ثابت بطوری که زاویه θ در معادله تغییر کند.

5- تغییر اندازه و شکل حلقه.

قانون لنز:

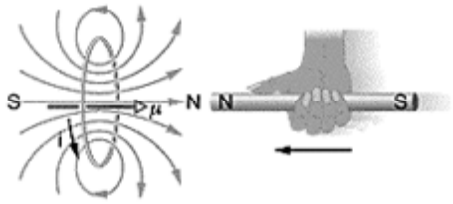
از قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی استفاده می‌شود و به صورت زیر بیان می‌شود:

جهت جریان القایی در یک حلقه رسانای بسته چنان است که با عاملی که آن را بوجود آورده است مخالفت می‌کند.

علامت منفی در قانون فارادی مر بوط به قانون لنز است. قانون لنز از قانون بقای انرژی بدست می‌آید.

به عنوان مثالی از کاربرد قانون لنز در شکل زیر قطب شمال یک آهنربا را به حلقه رسانا نزدیک می‌کنیم. می‌خواهیم جهت جریان القایی در حلقه را بیابیم:

www.Endbook.net

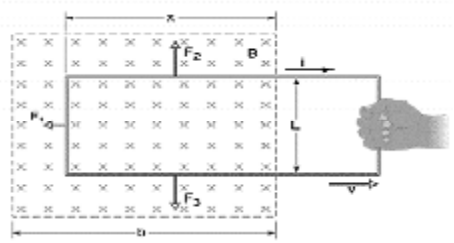


حلقه جریان مانند یک دو قطبی مغناطیسی اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. وجهی که مقابل آهنربا است باید N باشد که با حرکت آهنربا مخالفت کند. پس جهت جریان بنا به قاعده دست راست مشخص می‌گردد.

اگر این آهنربا در حال دور شدن از حلقه بود میدان ناشی از حلقه باید مخالف میدان آهنربا باشد تا مانع از دور شدن آن شود، در این حالت جهت جریان القایی در خلاف جهت حالت قبل خواهد بود.

نیروی محرکه الکتریکی حرکتی:

برای بدست آوردن یک رابطه کمی برای نیروی محرکه حلقه رسانایی به پهنای D را در میدان مغناطیسی یکنواخت B مطابق شکل با سرعت ثابت v می‌کشیم در اینصورت داریم:



شار محصور شده در حلقه برابر است با:

$$\varphi_B = B \cdot A = BLx$$

$$\varepsilon = -d\frac{\varphi_B}{dt} = -BL\frac{dx}{dt} = BLv$$

که در آن $V = -\frac{dx}{dt}$ که سیم با سرعت V خارج می‌شود.

نیروی محرکه الکتریکی در حلقه جریانی را برقرار می‌کند که از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$i = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow I = \frac{BLV}{R}$$

برای بدست آوردن توان لازم برای کشیدن حلقه داریم:

www.Endbook.net

چون F_2 و F_3 مساوی و مختلف‌الجهت هستند، یکدیگر را خنثی می‌کنند و F_1 تنها نیرویی است که با تلاش ما برای حرکت دادن حلقه مخالفت می‌کند:

$$F_1 = iL \times B$$

$$F_1 = iLB\sin 90 = \frac{B^2L^2v}{R}$$

عامل خارجی با آهنگ ثابت زیر کار انجام می‌دهد:

$$P = F_1 v = \frac{B^2L^2v^2}{R}$$

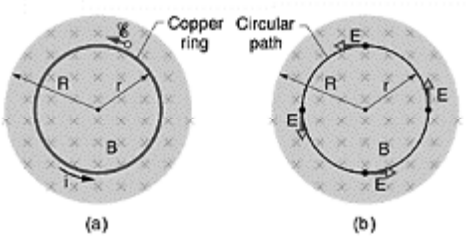
اما توان گرمایی که در سیم ظاهر می‌شود برابر است با:

$$P = i^2R = R(B\frac{LV}{R})^2 = \frac{B^2L^2V^2}{R}$$

که همانطور که انتظار داشتیم این دو مقدار برابرند. یعنی کاری که توسط عامل خارجی انجام می‌شود سرانجام به صورت گرمای ژول هدر می‌رود.

میدان‌های الکتریکی القایی:

چون با تغییر میدان مغناطیسی در حلقه، جریان القایی بوجود می‌آید بنابراین باید میدان الکتریکی در حلقه رسانا ایجاد شده باشد. این میدان الکتریکی القایی را یک میدان مغناطیسی متغیر تولید می‌کند.



این میدان الکتریکی القایی یک میدان مماسی است و خطوط میدان الکتریکی دایره‌های متحدالمرکز هستند. حتی هنگامی‌که حلقه برداشته شود، با تغییر میدان مغناطیسی، میدان الکتریکی در نقاط مختلف ظاهر می‌شود که بصورت همان دایره‌های متحدالمرکز هستند.

در این حالت می‌توانیم بنویسیم:

www.Endbook.net

کار W که میدان الکتریکی القایی در یک دور روی بار انجام می‌دهد:

$$W = \varepsilon q_0$$

همچنین می‌توان کار را بصورت زیر نیز نوشت:

$$W = q_0 E(2\pi r)$$

از مساوی هم قرار دادن این دو رابطه داریم:

$$\varepsilon = E(2\pi r)$$

که می‌توان آن را کلی‌تر بصورت زیر نوشت:

$$\varepsilon = \oint E.ds$$

بنابراین قانون القای فارادی بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\oint E.ds = -\frac{d\varphi_B}{dt}$$

این شکل قانون فارادی به عنوان یکی از چهار معادله ماکسول در الکترومغناطیس است. واضح است که قانون فارادی ایجاب می‌کند که میدان مغناطیسی متغیر یک میدان الکتریکی به وجود می‌آورد. ولی این میدان الکتریکی ناپایستار است، بنابراین نمی‌توان برای میدان‌های الکتریکی حاصل از القا یک پتانسیل الکتریکی تعریف کرد.

زیرا در مورد میدان الکتریکی مربوط به بارهای ساکن داشتیم در هر مسیر بسته:

$$\oint E.ds = 0$$

اما در مورد میدان‌های الکتریکی وابسته به میدان‌های متغیر داریم:

$$\oint E.ds = -\frac{d\varphi_B}{dt}$$

القاییدگی

القاگر جزئی از مدار است که انرژی را در میدان مغناطیسی اطراف سیم‌های حامل جریان ذخیره می‌کند، درست همانطور که خازن انرژی را در میدان الکتریکی بین صفحات باردار ذخیره می‌کند. القاگر که با القاییدگی‌اش مشخص می‌شود، بستگی به ساختار هندسی آن دارد و رفتارش را در یک مدار توصیف می‌کند. اگر مداری هم دارای القاگر باشد

www.Endbook.net

هم خازن، انرژی ذخیره شده در آن می‌تواند بین اجـزای آن رفـت و آمـد کنـد. درسـت همـانطور کـه در یـک نوسـانگر مکانیکی، انرژی میتواند بین انرژی جنبشی و پتانسیل نوسان کند.

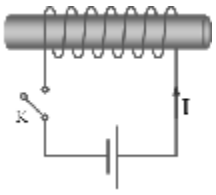
محاسبه القاییدگی:

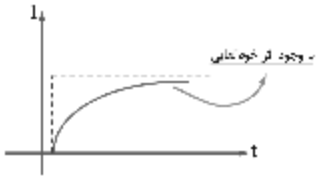
اگر دو پیچه نزدیک به هم باشند جریان i یک پیچه شاری در دیگری ایجاد می‌کند. اگر این شار با تغییر جریان i تغییـر کند در پیچه دیگر نیروی محرکه الکتریکی القایی ظاهر می‌شود. اگر جریان در یک پیچه تغییر کند در خود آن پیچه نیز نیروی محرکه القایی ظاهر می‌شود این پدیده را خود القایی و نیروی محرکه تولید شده را نیروی محرکه خود القایی می‌نامند.

القاییدگی L یک جزء مدار بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon_L = L\frac{di}{dt}$$

در شکل زیر انتظار داریم که با وصل کلید K، جریان مدار مطابق قسمت خط چین نمودار ناگهان حداکثر شود ولی بنابر قانون لنز با وصل کلید جریان خودالقایی در جهتی ایجاد می‌شود که با افزایش سریع جریان مخالفت می‌کند.





برای محاسبه القاییدگی از قانون فارادی استفاده می‌کنیم به این ترتیب که: ابتدا میدان مغناطیسی B را بـرای القـاگر بـا شکل هندسی موردنظر تعیین می‌کنیم. تعیین B امکان محاسبه شار مغناطیسی φ_B که از هر دور سیم‌پیچ می‌گـذرد را فراهم می‌سازد. فرض می‌کنیم که شار برای تمام N دور سیم‌پیچ پیچه یکسان باشد. حاصل‌ضرب $N\varphi_B$ را عـدد پیونـد شار القاگر می‌نامند. نیروی محرکه الکتریکی را می‌توان از قانون فارادی بدست آورد:

$$\varepsilon_L = -\frac{d(N\varphi_B)}{dt}$$

که با استفاده از رابطه قبلی برای نیرو محرکه می‌توان نوشت:

$$L\frac{di}{dt} = \frac{d(N\varphi_B)}{dt} \Rightarrow Li = N\varphi_B$$

$$L = \frac{N\varphi_B}{i}$$

www.Endbook.net

که L، یعنی ثابت تناسب، القا پیچه نامیده می‌شود و واحد آن، هانری است.

القاییدگی سیملوله:

القاییدگی یا ضریب خود القایی واحد طول یک سیم لوله دراز به سطح مقطع A در نزدیکی مرکز آن برابر است با:

میدان مغناطیسی B داخل سیملوله حامل جریان i برابر است با:

$$B = \mu_0 ni$$

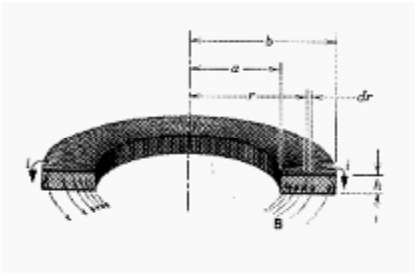
$$N\varphi = Li \Rightarrow (nl)(BA) = Li \Rightarrow \mu_0 n^2 liA = Li$$
$$\Rightarrow L = \mu_0 n^2 lA$$

از اینجا می‌توان القاییدگی به ازای واحد طول را نوشت:

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A$$

القاییدگی چنبره:

شکل زیر سطح مقطع یک چنبره N دوری با مقطع مستطیل را نشان می دهد. القاییدگی این چنبره برابر است با:



$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N i_0}{2\pi r}$$

شاری که از سطح مقطع چنبره می‌گذرد برابر است با:

$$\varphi = \int \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \int_a^b Bh\cdot dr = \int_a^b \frac{\mu_0 Nih}{2\pi r}\cdot dr = \frac{Ni_0\mu_0 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

بنابراین در نهایت القاییدگی برابر است با:

$$L = \frac{N\varphi_B}{i} = \frac{N^2\mu_0 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

www.Endbook.net

القای متقابل:

ضریب القای متقابل دو سیم‌پیچ به صورت نسبت شار گذرنده از سیم‌پیچ دومی و ناشی از جریان i_1 به جریان سیم‌پیچ اول تعریف می‌شود، یعنی:

$$M = \frac{\varphi_2}{i_1}$$

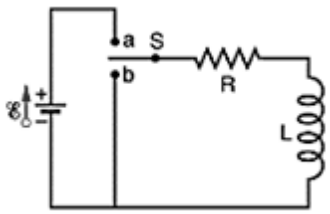
ضریب M را می‌توان با نسبت φ_1 به i_2 نیز بدست اورد که در آن φ_1 شار گذرنده از داخل سیم‌پیچ اول و ناشی از جریان i_2 می‌باشد.

بنابر قانون القای فارادی نیروی محرکه الکتریکی القایی در سیم‌پیچ دوم به واسطه تغییر جریان در سیم‌پیچ اول برابر است با:

$$\varepsilon_2 = -M\frac{di_1}{dt}$$

مدارهای LR:

در مدار شکل زیر که شامل مقاومت R و القاگر L است، اگر کلیه s به طرف a زده شود القاگر با افزایش آنی جریان مخالفت می‌کند:



مشابه همین حالت در مدار شامل خازن، می‌توان تغییرات زمانی جریان را از قانون حلقه بدست آورد:

$$\varepsilon - Ri - \varepsilon_L = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} = \varepsilon - Ri$$

با حل این رابطه برای جریان بدست می‌آوریم:

$$i = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-t/\tau_L})$$

که در آن τ_L را ثابت زمانی القا می‌نامیم و برابر است با:

www.Endbook.net

$$\tau_L = \frac{L}{R}$$

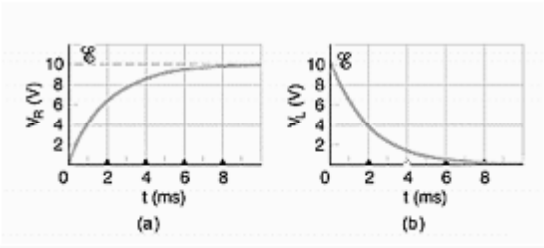
که برابر زمانی است که در یک مدار LR در حالت a، جریان به 0/65مقدار حداکثرش $\frac{\varepsilon}{R}$ برسد.

تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت در مدارRL برابر است با:

$$V_R = Ri$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}) \Rightarrow V_R = \varepsilon(1 - e^{-\frac{t}{L/R}})$$

تغییرات پتانسیل دو سر مقاومت و القاگر به صورت تابعی از زمان در شکل زیر آمده است:



در مدار قبلی اگر کلید s بعد از آنکه جریان به مقدار تعادلی $\frac{\varepsilon}{R}$ رسید به b وصل شود تغییرات جریان برابر است با:

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0$$

بنابراین جریان برابر است با:

$$i(t) = i_0 e^{-t/\tau_L}$$

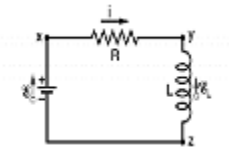
ذخیره انرژی در میدان مغناطیسی:

وقتی دو سیم حامل جریان را از یکدیگر دور می‌کنیم کار انجام می‌دهیم که به‌صورت انرژی مغناطیسی ذخیره می‌گردد.

برای بدست آوردن یک رابطه کمی برای انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی داریم:

با اعمال قضیه حلقه برای مدار زیر داریم:

$$\varepsilon = Ri + \varepsilon_L \Rightarrow \varepsilon i = Ri^2 + \varepsilon_L i$$



www.Endbook.net

که در این رابطه $P=\varepsilon i$ انرژی است که باتری مصرف می‌کند، $P=Ri$ انرژی است که به گرما تبدیل می‌شود و $P=\varepsilon_L i$ آهنگ انباشت انرژی در میدان مغناطیسی است.

فرض می‌کنیم که U_B نشان دهنده مقدار انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی باشد:

$$\begin{cases}\dfrac{dU_B}{dt}=\varepsilon_L i\\ \varepsilon_L=L\dfrac{di}{dt}\end{cases}\Rightarrow U_B=\frac{1}{2}Li^2$$

چگالی انرژی و میدان مغناطیسی:

می‌خواهیم رابطه‌ای برای چگالی انرژی مغناطیسی بدست آوریم برای این کار سیملوله درازی به طول l و سطح مقطع A در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases}u_B=\dfrac{U_B}{V}=\dfrac{Li^2}{2Al}\Rightarrow u_B=\dfrac{1}{2\mu_0}B^2\\ L=\mu_0 n^2 lA\end{cases}$$

این رابطه اگرچه برای سیملوله اثبات شد ولی رابطه‌ای کلی است.

نوسان‌های الکترومغناطیسی:

مدارهایی که هم دارای خازن C هستند و هم القاگر L، نوسانگر الکترومغناطیسی را تشکیل می‌دهند که در آن‌ها جریان بر حسب زمان به‌صورت سینوسی تغییر می‌کند. درست همان‌طور که جابجایی یک نوسانگر مکانیکی بر حسب زمان تغییر می‌کند.

در یک مدار نوسانگر الکترومغناطیسی، انرژی ذخیره شده در خازن و القاگر بصورت متناوب به‌یکدیگر تبدیل می‌شود، یعنی بصورت متناوب میدان الکتریکی به میدان مغناطیسی و میدان مغناطیسی به میدان الکتریکی تبدیل می‌شود.

در مقایسه با نوسانگرهای مکانیکی می‌توان تناظر زیر را بین اجزای این دو سیستم برقرار کرد:

q متناظر با x است.

i متناظر با v است.

$\dfrac{1}{C}$ متناظر با k است.

L متناظر با m است.

www.Endbook.net

با استفاده از اصل پایستگی انرژی در مورد یک مدار LC می‌توان رابطه‌ای را برای بسامد نوسان بدست آورد:

$$U = U_B + U_E = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

چون در مدار مقاومت وجود ندارد، U بر حسب زمان ثابت می‌ماند، بنابراین داریم:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right) = Li\frac{di}{dt} + \frac{q}{c}\frac{dq}{dt}$$

با در نظر گرفتن:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$$

داریم:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

با حل این معادله داریم:

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$$

در این رابطه ω برابر است با:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

انرژی الکتریکی ذخیره شده در یک مدار LC برابر است با:

$$U_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_m^2}{2C}\cos^2(\omega t + \varphi)$$

انرژی مغناطیسی ذخیره شده برابر است با:

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\omega^2 q_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$U_B = \frac{q_m^2}{2C}\sin^2(\omega t + \varphi)$$

www.Endbook.net

نوسان‌های میرا و واداشته:

در هر مدار LC واقعی همواره یک مقاومت R وجود دارد. با در نظر گرفتن مقاومت، در می‌یابیم که انرژی الکترومغناطیسی کل U ثابت نیست بلکه با گذشت زمان بواسطه اتلاف انرژی بصورت انرژی داخلی مقاومت کم می‌شود.

در اینصورت داریم:

$$U = U_B + U_E = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

اما در این حالت داریم:

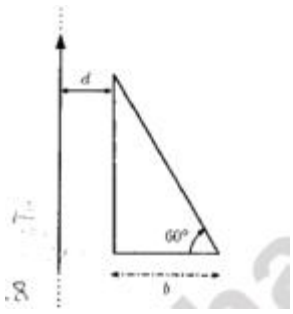
$$\frac{dU}{dt} = -i^2R$$
$$Li\frac{di}{dt} + \frac{q}{c}\frac{dq}{dt} = -i^2R$$

جواب عمومی این معادله برابر است با:

$$q = q_m e^{-Rt/2L}\cos(\omega' t + \varphi)$$
$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

با مقایسه با نوسانگر مکانیکی نتیجه می‌گیریم که مقاومت R با ثابت میرایی b نوسانگر مکانیکی میرا متناظر است.

مثال: ضریب القای متقابل بین یک حلقه رسانای مثلثی شکل و یک سیم مستقیم بسیار طویل در شکل مقابل چقدر است؟ حلقه رسانا و سیم در یک صفحه واقع‌اند.



1) $\sqrt{3}\frac{\mu_0}{2\pi}\left[(d+b)\ln(\frac{b}{d}-1)\right]$

2) $\sqrt{3}\frac{\mu_0}{2\pi}\left[(d+b)\ln(1+\frac{b}{d})-b\right]$

3) $\sqrt{3}\frac{\mu_0}{2\pi}\left[b\ln(\frac{b}{d}-1)\right]$

4) $\sqrt{3}\frac{\mu_0}{2\pi}\left[(d+b)\ln(1+\frac{b}{d})-d\right]$

www.Endbook.net

پاسخ: گزینه ۲ صحیح می‌باشد:

با توجه به مطالب گفته شده در متن کتاب در مورد القای متقابل داریم:

$$M = \frac{\varphi_{12}}{i_2}$$

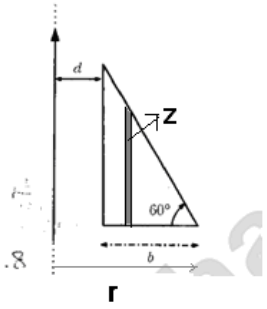
در ابتدا میدان ناشی از سیم طویل حامل جریان را بدست آورده و شار گذرنده از حلقه مثلثی شکل ناشی از این میدان را بدست می‌آوریم:

$$\varphi_{12} = \int B_1 ds_2$$

از طرفی می‌دانیم میدان ناشی از سیم دراز حامل جریان برابر است با:

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}$$

با توجه به شکل داریم:



$$\varphi_{12} = \int B_1 ds_2 = \int_d^{d+b} \frac{\mu_0 i}{2\pi r} z(dr)$$

$$\tan 60 = \frac{z}{(d+b)-r} \Rightarrow z = \sqrt{3}(d+b) - r$$

$$\Rightarrow \varphi_{12} = \int_d^{d+b} \frac{\mu_0 i}{2\pi r}[\sqrt{3}(d+b) - r](dr)$$

$$\Rightarrow \varphi_{12} = \sqrt{3}\frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_d^{d+b} \frac{[\sqrt{3}(d+b) - r]}{r} dr$$

با انتگرال‌گیری از این رابطه داریم:

$$\varphi_{12} = \sqrt{3}\frac{\mu_0 i}{2\pi}\left[(d+b)\ln(\frac{d+b}{b}) - b\right] = \sqrt{3}\frac{\mu_0 i}{2\pi}\left[(d+b)\ln(1+\frac{b}{d}) - b\right]$$

در نهایت ضریب القای متقابل برابر است با:

$$M = \frac{\varphi_{12}}{i_1} = \sqrt{3}\frac{\mu_0}{2\pi}\left[(d+b)\ln(1+\frac{b}{d}) - b\right]$$

www.Endbook.net

مدارهای جریان متناوب

مدارهای جریان متناوب که معمولاً به اختصار با AC نشان داده می‌شوند، بطور گسترده در موتورهای الکتریکی استفاده می‌شوند. عنوان متناوب به این معنی است که جریان بطور دوره‌ای از یک جهت به جهت دیگر تغییر می‌کند. بطور کلی با جریان‌هایی کار می‌کنیم که بر حسب زمان به صورت سینوسی تغییر می‌کنند.

جریان متناوب را در یک مدار RLC تک‌حلقه‌ای در نظر می‌گیریم که وقتی بوجود می‌آید که چشمه نیروی محرکه الکتریکی که بر حسب زمان تغییر می‌کند آن را به‌کار اندازد:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$$

که در آن ε_m دامنه نیروی محرکه الکتریکی متغیر است.

جریان در این مدار به صورت سینوسی و با همان بسامد زاویه‌ای چشمه نیروی محرکه الکتریکی تغییر می‌کند:

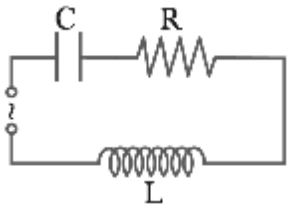
$$i = i_m \sin(\omega t - \varphi)$$

که در آن i_m دامنه جریان است و φ ثابت فاز است که ارتباط فاز بین ε و i را مشخص می‌کند.

فرض می‌کنیم که کمیت‌های $L, R, \omega, \varepsilon_m$ و C معلوم باشند، هدف ما یافتن i_m و φ است.

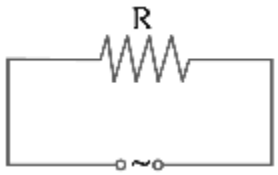
سه جزء جداگانه:

قبل از اینکه به تحلیل مدار شکل زیر بپردازیم، هریک از سه جزء مدار را بصورت جداگانه بررسی می‌کنیم:



یک جزء مقاومتی:

مداری را که تنها شامل مقاومت می‌باشد را در نظر می‌گیریم:

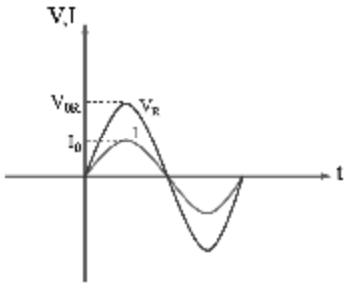


www.Endbook.net

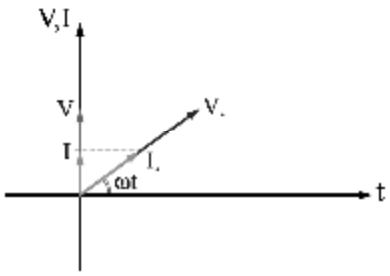
اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر است با:

$$V_R = RiV_R = i_m R\sin(\omega t - \varphi)$$

با مقایسه با معادلهٔ جریان نتیجه می‌شود که جریان با اختلاف پتانسیل همفاز است.



نمودار فازور این حالت برابر است با:



یک جزء القایی:

مداری را که تنها شامل یک القاگر می‌باشد را در نظر می‌گیریم:

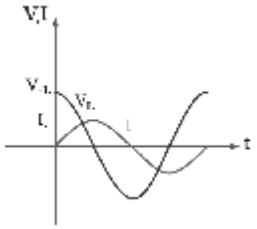
اختلاف پتانسیل دو سر القاگر برابر است با:

$$\begin{cases} V_L = L\dfrac{di}{dt} \\ I = I_0\sin(\omega t - \phi) \end{cases} \Rightarrow V_L = Li_m\omega\cos(\omega t - \phi)$$

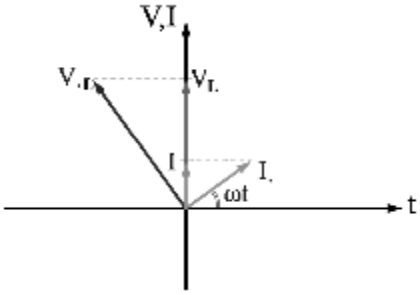
$$\cos\theta = \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow V_L = Li_m\omega\sin(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2})$$

www.Endbook.net

با مقایسه با معادلهٔ جریان نتیجه می‌شود که اختلاف پتانسیل القاگر به اندازهٔ $\frac{\pi}{2}$ نسبت به جریان تقدم فاز دارد .



نمودار فازور این حالت برابر است با:



واکنایی القایی X_L را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

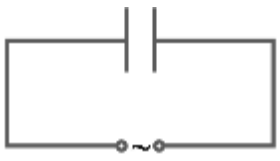
$$X_L = \omega L$$

بنابراین با این رابطه می‌توان، رابطه مربوط به اختلاف پتانسیل را بازنویسی کرد:

$$V_L = i_m X_L \sin(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2})$$

یک جزء خازنی:

مداری را که تنها شامل یک خازن می‌باشد را در نظر می‌گیریم:



اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر است با:

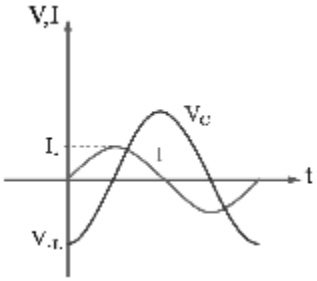
$$V_C = \frac{q}{C}$$

www.Endbook.net

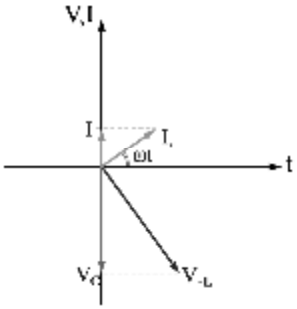
$$V_C = -\frac{i_m}{\omega C}\cos(\omega t - \varphi)$$

$$\Rightarrow V_C = \frac{i_m}{\omega C}\sin(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2})$$

با مقایسه با معادلهٔ جریان نتیجه می‌شود که اختلاف پتانسیل خازن به اندازه $\frac{\pi}{2}$ نسبت به جریان تأخیر فاز دارد .



نمودار فازور این حالت برابر است با:



واکنایی خازنی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

بنابراین با این رابطه می‌توان، رابطه مربوط به اختلاف پتانسیل را بازنویسی کرد:

$$V_C = i_m X_C \sin(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2})$$

مدار RLC تک‌حلقه‌ای:

با تحلیل هر یک از اجزای مدار بصورت جداگانه در این قسمت به بررسی مداری می‌پردازیم که شامل هر سه جزء باشد،

نیروی محرکه در این حالت برابر است با:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$$

www.Endbook.net

و جریان در این مدار برابر است با:

$$i = i_m \sin(\omega t - \varphi)$$

که هدف ما یافتن i_m و φ است.

با کمی تحلیل مثلثاتی داریم:

$$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

و دامنه جریان برابر است با:

$$i_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

کمیتی که در مخرج معادله بالا ظاهر شد، پاگیری Z مدار سری RLC نامیده می‌شود:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

بنابراین معادله بالا را می‌توان بشکل زیر نوشت:

$$i_m = \frac{\varepsilon_m}{Z}$$

نکته: جریان i_m وقتی بیشینه می‌شود که پاگیری Z دارای کمینه مقدار R باشد، این مقدار وقتی حاصل می‌شود که:

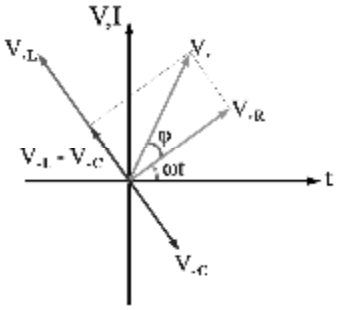
$X_L = X_C$ یا:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$
$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

که همان شرط تشدید است.

نمودار فازور این حالت برابر است با:

www.Endbook.net



نکته: در رابطه مربوط به فاز:

$$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

اگر $\tan\phi < 0$ در اینصورت ولتاژ نسبت به جریان تقدم فاز دارد

اگر $\tan\phi > 0$ در اینصورت ولتاژ نسبت به جریان تأخیر فاز دارد.

توان در مدارهای AC:

در یک مدار الکتریکی، انرژی را یک چشمه نیروی محرکه الکتریکی فراهم، اجزای خازنی و القایی ذخیره، و اجزای مقاومتی مصرف می‌کنند.

مقاومتی را بصورت یک جزء منزوی در یک مدار AC در نظر می‌گیریم، آهنگ اتلاف انرژی در این مقاومت برابر است با:

$$P = i^2R = i_m^2 R \sin^2(\omega t - \varphi)$$

توان میانگین با میانگین‌گیری از این رابطه بدست می‌آید:

$$\overline{P} = \frac{1}{2} i_m^2 R$$

$$\overline{P} = \left(\frac{i_m}{\sqrt{2}}\right)^2 R$$

کمیت $\frac{i_m}{\sqrt{2}}$ برابر است با ریشه میانگین مربعی (rms) مقدار جریان:

$$i_{rms} = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$$

حال می‌خواهیم یک مدار کامل AC را از دیدگاه انرژی اتلافی بررسی کنیم:

$$P = \varepsilon i = \varepsilon_m i_m \mathrm{Sin}\omega t \mathrm{Sin}(\omega t - \varphi)$$

www.Endbook.net

با استفاده از اتحاد مثلثاتی و میانگین‌گیری داریم:

$$\overline{P} = \frac{1}{2}\varepsilon_m i_m \cos\varphi$$

با جایگزین کردن ε_m, i_m با مقادیر rms آنها داریم:

$$\overline{P} = \varepsilon_{rms} i_{rms} \cos\varphi$$

کمیت $\cos\varphi$ را ضریب توان مدار AC می‌خوانیم که برابر است با:

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{R}{Z}$$

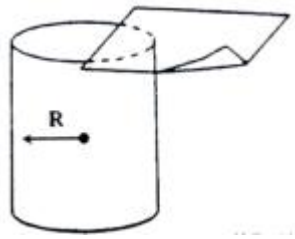
نکته: توانی که چشمه نیروی محرکه الکتریکی به مدار می‌دهد وقتی بیشینه است که $\cos\varphi = 1$، این وضعیت وقتی پیش می‌آید که مدار صرفاً مقاومتی باشد و حاوی هیچ خازن یا القاگر نباشد، یا اینکه در حالت تشدید باشد که $X_L = X_C$ به طوری که $Z = R$ می‌شود. در این حالت توان میانگین برابر است با:

$$\overline{P} = \varepsilon_{rms} i_{rms}$$

www.Endbook.net

تست های طبقه بندی شده فصل سوم

۱- در شکل زیر، جریان I از سیمی استوانه ای شکل به شعاع R به صورت یکنواخت بطرف بیرون از کاغذ عبور می کند. انتگرال بر روی مسیر مربع به ضلع ۲R کدام است؟



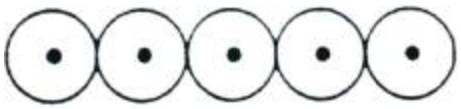
1) o

2) $\frac{1}{2}m_0 I$

3) $\sqrt{2/2}m_0 I$

4) $m_0 I$

۲- تعداد زیادی سیم که از هر کدام جریان I می گذرد به شکل موازی پهلوی هم قرار گرفته و تشکیل یک صفحه می دهند. تعداد سیم ها در واحد طول n است. میدان القاء مغناطیسی حاصل کدام است؟



1) $B = m_0 nI$

2) $B = m_0 n^2 I$

3) $B = \frac{m_0 nI}{2}$

4) $B = 2m_0 nI$

۳- جریانی به شدت I از سیم هادی بی نهایت طویلی به شعاع ۲a می گذرد، شدت میدان مغناطیسی در فاصله a از محور سیم برابر است با:

1) $\frac{I}{2\pi a}$

2) $\frac{I}{4\pi a}$

3) $\frac{I}{8\pi a}$

4) $\frac{I}{4\pi a^2}$

۴- از یک مدار دایره ای به شعاع a که در صفحه xy قرار دارد، جریان I می گذرد. شدت میدان مغناطیسی H در مرکز دایره کدام است؟

1) $\frac{I}{2a}\hat{k}$

2) $\frac{I}{a}\hat{k}$

3) $\frac{2I}{a}\hat{k}$

4) $\frac{I}{2a}\hat{k}(\hat{i}+\hat{j})$

۵- سیمی به طول بی نهایت در امتداد محور xها در نظر می گیریم. جریانی به شدت I و در جهت مثبت محور xها از این سیم می گذرد. چنانچه k بردار واحد در امتداد محور zها باشد، میدان مغناطیسی B حاصل از این جریان در نقطه ای روی محور yها و به فاصله a از سیم برابر است با:

1) $B = \frac{m_0 I}{2\pi a}\hat{k}$

2) $B = -\frac{m_0 I}{2\pi a}\hat{k}$

3) $B = \frac{m_0 I}{4\pi a}\hat{k}$

4) $B = -\frac{m_0 I}{4\pi a}\hat{k}$

www.Endbook.net

۶- جریانی به شدت **I**، از مداری به شکل یک شش ضلع منتظم که هر پهلوی آن برابر **a** است می‌گذرد. اندازه میدان مغناطیسی در مرکز این مدار برابر است با:

1) $B=\frac{1}{2}m_0\frac{I}{pa}$ 2) $B=\frac{m_0 6I}{2pa}$ 3) $B=\sqrt{3}m_0\frac{I}{2pa}$ 4) $B=\sqrt{3}m_0\frac{I}{pa}$

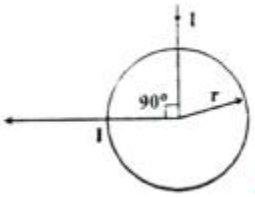
۷- پیچک چنبره ای به شعاع متوسط **R** حامل **N** دور سیم پیچ که جریانی به شدت **I** از آن می‌گذرد، می باشد. چنانچه هسته پیچک دارای ضریب گذردهی مغناطیسی m_0 باشد، کدام پاسخ برای اندازه چگالی شار مغناطیسی در مرکز سطح مقطع پیچک صحیح است؟

1) $_0$ 2) m_0NI 3) $\frac{m_0I}{2pR}$ 4) $\frac{m_0NI}{2pR}$

۸- مراکز دو حلقه جریان به شعاع های مساوی **a** بر روی محوری که عمود بر صفحه های دو حلقه می‌باشد، قرار گرفته اند و جریان هایی با شدت مساوی **I** در دو جهت مخالف از آن ها می گذرد. چنانچه فاصله دو مرکز **d** باشد، کدام پاسخ اندازه میدان مغناطیسی بر روی محور و در وسط فاصله بین دو مرکز است؟

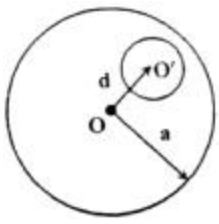
1) **0** 2) $\frac{m_0I}{pd}$ 3) $\frac{m_0I}{2pa}$ 4) $\frac{m_0Ia}{pd}$

۹- حلقه ای از یک سیم اهمی یکنواخت ساخته شده است. (مطابق شکل) جریان به کمک دو سیم شعاعی عمود بر هم وارد حلقه و از آن خارج می شود. مقدار میدان مغناطیسی در مرکز حلقه چقدر است؟



1) $B=\frac{1}{2}\frac{m_0I}{r}$ 2) $B=0$ 3) $B=\frac{3}{4}\frac{m_0I}{r}$ 4) $B=\frac{1}{4}\frac{m_0I}{r}$

۱۰- در یک سیم استوانه ای به شعاع **a** حفره استوانه ای به شعاع **b** موازی با سیم وجود دارد (شکل زیر). فاصله محور حفره از محور سیم **d** است **(b>d<a-b)** . اگر چگالی جریان در مقطع سیم یکنواخت و برابر **J** باشد. مقدار میدان مغناطیسی **B** در درون حفره چقدر است؟



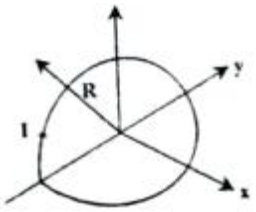
1) $B=\frac{mJb}{2}$ 2) $B=m_0Jb$ 3) $B=m_0Jd$ 4) $B=\frac{mJd}{2}$

www.Endbook.net

۱۱- جریانی به شدت I از هادی داخلی کابل هم محوری به شعاع $3a$ می گذرد. جریان دیگری به همان شدت و در جهت مخالف از پوسته خارجی کابل که شعاع داخلی آن $3a$ و شعاع خارجی آن $5a$ است، عبور می کند. کدام پاسخ شدت میدان مغناطیسی در فاصله $4a$ از محور کابل می باشد؟

1) $\frac{I}{4\pi a}$ 2) $\frac{I}{6\pi a}$ 3) $\frac{I}{8\pi a}$ 4) $\frac{9I}{128\pi a}$

۱۲- سیمی دایره ای شکل به شعاع R و حامل جریان I_0 را مطابق شکل در امتداد قطر به اندازه 90° خم می کنیم. اندازه میدان مغناطیسی در مرکز O کدام است؟



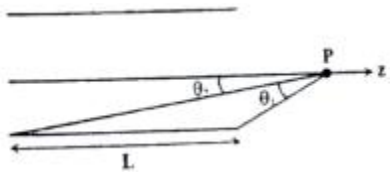
1) صفر 2) $\frac{\sqrt{2}m_0 I_0}{3R}$

3) $\frac{\sqrt{2}m_0 I_0}{4R}$ 4) $\frac{m_0 I_0}{2R}$

۱۳- جریانی به شدت I از رشته سیمی به شعاع R می گذرد. کدام پاسخ اندازه چگالی شار مغناطیسی در فاصله $\frac{R}{2}$ از محور سیم است (ضریب گذردهی m_0 را فرض کنید)

1) $m_0\frac{I}{4\pi R}$ 2) $m_0\frac{I}{8\pi R}$ 3) $m_0\frac{I}{2\pi R}$ 4) $m_0\frac{I}{\pi R}$

۱۴- میدان مغناطیسی یک سیملوله بطول L و شعاع a با N دور سیم که حامل جریان I آمپر می باشد، در نقطه P واقع بر محور سیملوله و در خارج از آن عبارت است از:



1) $\frac{m_0 NI}{2L}[\cos\theta_1 - \cos\theta_2]$

2) $\frac{m_0 NI}{2L}[\cos\theta_1 + \cos\theta_2]$

3) $\frac{m_0 NI}{2L}$

4) صفر

www.Endbook.net

۱۵- انرژی ذخیره شده در فضای بین دو استوانه متعلق به یک کابل هم محور به شعاع های ۱۵ و ۴۵ سانتی متر با طول ۲۰m و شدت جریان های رفت و برگشت ۲ آمپر، چند ژول است؟ $(m_0 = 4p \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

1) $\frac{20}{p} \times 10^{-6} \ln 3$ 2) $20 \times 10^{-6} \ln 3$ 3) $8 \times 10^{-6} \ln 3$ 4) $\frac{8}{p} \times 10^{-6} \ln 3$

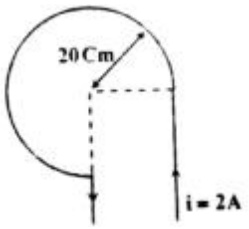
۱۶- بار $5\,mc$ به طور یکنواخت دور حلقه نازکی به شعاع r=۲۰cm توزیع شده است. حلقه حول محوری که از مرکز آن می گذرد و عمود بر صفحه حلقه است با سرعت زاویه ای $5 \frac{rad}{S}$ می چرخد. گشتاور مغناطیسی این چرخنده چند $\frac{J}{T}$ است؟

1) 5×10^{-7} 2) $2/5 \times 10^{-7}$ 3) $2/5 \times 10^{-6}$ 4) 5×10^{-6}

۱۷- مقدار شدت کل جریان (I) که از یک استوانه فلزی با شعاع داخلی و خارجی ۳ و ۵ سانتی متر عبور می کند برابر ۱۶ آمپر است. اندازه شدت میدان مغناطیسی B در فاصله ۴ سانتی متری از محور مرکزی استوانه چند تسلا است؟ $(m_0 = 4p \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

1) $3/5 \times 10^{-5}$ 2) 7×10^{-9} 3) $3/5 \times 10^{-9}$ 4) 7×10^{-9}

۱۸- در شکل مقابل اگر هر کدام از سیم ها تا بی نهایت ادامه داشته باشد، شدت میدان مغناطیسی در مرکز دایره چند تسلا است؟



1) $\frac{3p}{2} \times 10^{-6}$ 2) $(2 + \frac{3p}{2}) \times 10^{-6}$ 3) $(2 + \frac{3p}{2}) \times 10^{-6}$ 4) $(\frac{3p}{2} - 1) \times 10^{-6}$

۱۹- در یک سیم لوله با ۵۰۰ دور، طول $6\,pcm$ و مساحت ۱۰۰cm^2 شدت جریان به صورت $i = 5t\,2 + 5$ می‌باشد. نیروی محرکه خودالقائی ایجادشده در سیم لوله در $t = 3S$ چقدر است؟ $(m_0 = 4p \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

1) $\frac{25}{3} \times 10^{-2}$ 2) $\frac{25}{3} \times 10^{2}$ 3) 5×10^{-2} 4) 5×10^{2}

www.Endbook.net

۲۰- از یک حلقه دایره ای به قطر a، جریان ثابت I می گذرد. طول ضلع یک حلقه مربع شکل چند برابر a باید باشد تا با همان جریان I، میدان مغناطیسی در مرکز دو حلقه یکسان شود؟

1) $\frac{\sqrt{2}}{p}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{2p}$ 3) $\frac{4\sqrt{2}}{p}$ 4) $\frac{2\sqrt{2}}{p}$

۲۱- جریانی به شدت I از هادی داخلی کابل هم محور به شعاع a می گذرد. جریان دیگری به همان شدت و در جهت مخالف از پوسته خارجی کابل که شعاع آن ۳b و شعاع خارجی آن C می باشد، عبور می کند. کدام یک از پاسخ ها شدت میدان مغناطیسی در قسمت وسط پوسته خارجی است؟

1) $\frac{I(C-b)}{4p(C+b)}$ 2) $\frac{I(3C+b)}{4p(C+b)^2}$ 3) $\frac{I}{2p(b+C)}$ 4) $\frac{I}{2pb}$

۲۲- دو سیم پیچ مطابق شکل زیر به دور یک حلقه باریک آهنی به شعاع R=۱۰cm پیچیده شده است. سیم پیچ اول ۲۰۰۰ دور و سیم پیچ دوم ۱۰۰۰ دور دارند. اگر جریان I=۱۰A از سیم پیچ ها عبور کند، شدت میدان مغناطیسی درون حلقه چند اورستد (Oe) است؟ (میدان حاصل از دو سیم پیچ در جهت مخالف هم خواهند بود)

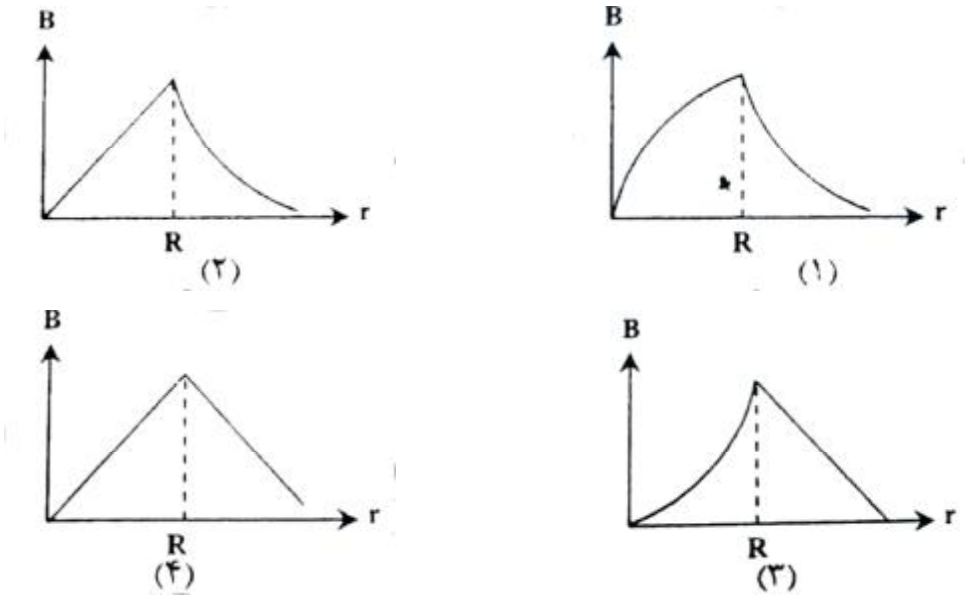
1) 100 2) 200 3) 300 4) 400

۲۳- روی نیمه مثبت محور xها جریان رشته ای و مستقیم I (از $x=+\infty$) تا نقطه O (مبداء) برقرار بوده و سپس در نقطه O تغییر مسیر داده و روی نیمه مثبت محور yها تا بی نهایت امتداد دارد. بردار چگالی شار مغناطیسی، B در نقطه $P(0,0,2)$ از محور zها برابر است با:

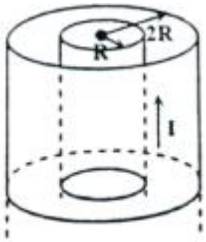
1) 0 2) $\frac{m_0}{4p}(\hat{x}+\hat{y})$ 3) $\frac{-m_0 I}{4p}(\hat{x}+\hat{y})$ 4) $\frac{-m_0}{8p}(\hat{x}+\hat{y})$

www.Endbook.net

۲۴- جریان ثابت **I** از سیم طویل استوانه ای شکل به شعاع **R** و در امتداد محور آن می گذرد. تغییرات اندازه میدان مغناطیسی **B** برحسب **r** (فاصله از محور سیم) کدام است؟

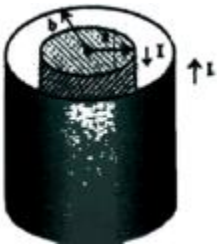


۲۵- پوسته استوانه ای رسانای غیرمغناطیسی دازای دارای شعاع داخلی **R** و شعاع بیرونی **۲R** است. جریان **I** از این پوسته می گذرد و چگالی جریان یکنواخت است. اندازه میدان مغناطیسی در فاصله $\frac{3}{2}R$ از محور استوانه کدام است؟



1) $\frac{\mu_0 I}{3\pi R}$
2) $\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$
3) $\frac{5\mu_0 I}{18\pi R}$
4) $\frac{5\mu_0 I}{36\pi R}$

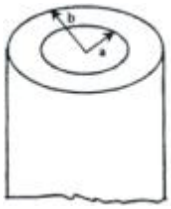
۲۶- یک کابل هم محور طویل مطابق شکل مفروض است. انرژی مغناطیسی ذخیره شده در واحد طول در فضای خالی بین دو لوله چقدر است؟



1) $\frac{\mu_0 I}{4\pi} Ln\frac{b}{a}$
2) $4\pi\mu_0 I^2 Ln\frac{b}{a}$
3) $\frac{\mu_0 I}{4\pi} Ln\frac{a}{b}$
4) $\frac{4\pi}{\mu_0 I^2} Ln\frac{a}{b}$

www.Endbook.net

۲۷- در یک خازن استوانه ای به شعاع داخلی a و خارجی b انرژی ذخیره شده در آن برای طول l از این خازن چقدر است؟



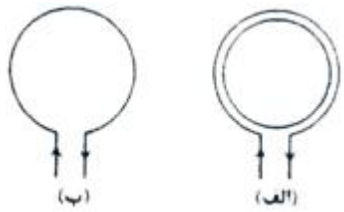
1) $4\pi\mu_0 I^2 L n\frac{b}{a}$ 2) $\frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} L n\frac{b}{a}$

3) $\frac{4\pi}{\mu_0 I^2 l} L n\frac{a}{b}$ 4) $2\pi\mu_0 I^2 L n\frac{b}{a}$

۲۸- از یک قاب سیمی به شکل مربع به ضلع a، جریان I می گذرد. میدان B در مرکز مربع کدام است؟

1) $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a}$ 2) $\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}$ 3) $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a}$ 4) $2\frac{\mu_0}{\pi}\frac{I}{a}$

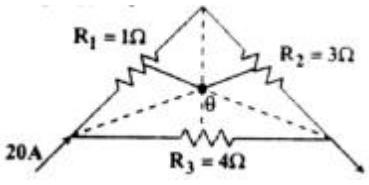
۲۹- سیمی به طول l را یک بار به صورت یک حلقه و بار دیگر به صورت دو حلقه درمی آوریم و دو سر آن را مطابق شکل به منبع جریان I می بندیم . اگر میدان B۱ و B۲ به ترتیب اندازه میدان در مرکز حلقه (الف) و حلقه (ب) باشند نسبت $\frac{B_1}{B_2}$ کدام است؟



1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{1}{2}$

3) 1 4) 2

۳۰- سه سیم با مقاومت های ۱، ۳ و ۴ اهم که طول هر یک ۱۰cm می باشد مطابق شکل زیر در یک مدار الکتریکی قرار می دهیم. شدت میدان مغناطیسی ناشی از این سه قطعه سیم در محل برخورد میانه‌های مثلث (نقطه q) چقدر است؟



1) $\frac{3\mu_0}{2\pi}$ 2) صفر

3) $\frac{3\mu_0}{\pi}$ 4) $\frac{3\mu_0}{4\pi}$

www.Endbook.net

۳۱- بزرگی یک میدان الکتریکی یکنواخت چقدر باید باشد تا چگالی انرژی آن برابر با چگالی انرژی مربوط به میدان مغناطیسی معلوم B_0 باشد؟

1) $\frac{B_0}{e_0 m_0}$ 2) $\frac{B_0}{\sqrt{e_0 m_0}}$ 3) $\frac{B_0^2}{\sqrt{e_0 m_0}}$ 4) $\frac{B_0^2}{2\sqrt{e_0 m_0}}$

۳۲- یک کابل هم محور دراز شامل دو سر رسانا به ابعاد نشان داده شده در شکل داریم. از این رساناها جریان مساوی و مخالف i می گذرد. میدان مغناطیسی در داخل رسانای داخلی و خارجی رسانای خارجی چقدر است؟

1) داخل $\frac{m_0 i}{2p R}$، خارج صفر 2) داخل $\frac{m_0 i}{2p a^2}$، خارج $\frac{m_0 i}{p a}$

3) داخل صفر، خارج $\frac{m_0 i}{2p a}$ 4) داخل $\frac{m_0 i}{2p a^2}$ ، خارج صفر

۳۳- رابطه $\vec{t} = \vec{m} \times \vec{B}$ را در نظر بگیرید. اگر حلقه جریانی را در میدان مغناطیسی قرار دهیم و زاویه بین محور حلقه و میدان صفر باشد، نوع تعادل این حلقه در میدان چگونه است؟

1) ناپایدار 2) پایدار

3) بی تفاوت 4) بستگی به مقدار جریان حلقه دارد.

۳۴- با استفاده از اثر هال در الکتریسیته چه اطلاعاتی از یک رسانا می توان به دست آورد؟

1) عمق نفوذ میدان مغناطیسی در آن 2) ضریب انبساط طولی آن

3) گرمای ویژه آن 4) نوع حاملین جریان و چگالی آن ها

۳۵- کدام گزینه تعریف و کاربرد سیم پیچ هلمهلتز را در ژئوفیزیک بیان می کند؟

1) منظور از سیم پیچ هلمهلتز همان سیم لوله است که با آن میدان مغناطیسی یکنواخت ایجاد می‌کنند.

2) در الکتریسیته فضیه هلمهلتز داریم، اما سیم پیچ هلمهلتز نداریم.

3) دو حلقه سیم دایره ای شکل که تعداد سیم پیچ های آنها مساوی و فاصله بین مرکز آنها مساوی مساوی با شعاع آنها باشد. در ژئوفیزیک برای کالیبره کردن مگنتومترها از این دستگاه استفاده می‌شود.

4) دو حلقه سیم پیچ مشابه که میدان مغناطیسی یکدیگر را خنثی می کنند و میدانی در مرکز ایجاد نمی‌شود.

www.Endbook.net

۳۶- خاصیت مغناطیسی کدام مواد از همه بیشتر است؟

1) فری مغناطیس ها 2) دیامغناطیس ها 3) پارامغناطیس ها 4) فرومغناطیس ها

۳۷- یک یون یک بار مثبت لیتیم دارای جرم $۱/۱۶\times۱۰^{-۲۶}kg$ است. اگر این ذره در اختلاف پتانسیل $۲۷۶۰V$ شتاب گرفته و سپس در یک میدان مغناطیسی به شدت $۰/۶T$ که عمود بر جهت حرکتش است وارد شود، شعاع حرکت این یون در میدان مغناطیسی چند سانتی متر است؟ ($e=۱/۶\times۱۰^{-۱۶}C$)

1) 33 2) 3/3 3) 0/33 4) 0/033

۳۸- میدان مغناطیسی حاصل از مدار مقابل در مرکز کمان (o) کدام است؟

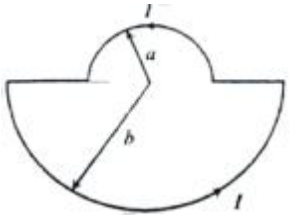
1) $\frac{m_0 I q}{4\pi r}$ 2) $\frac{m_0 I}{2r}$

3) $\frac{m_0 I q}{4r}$ 4) $\frac{m_0 I q}{2\pi r}$

۳۹- یک سیم رسانا که جرم واحد طول آن $۰/۰۴Kg/m$ است، حامل جریان $۴A$ می باشد که جهت جریان به سمت شرق است. حداقل میدان مغناطیسی لازم برای غلبه بر وزن سیم چند تسلا است؟ ($g=۱۰m/s^۲$)

1) 0/01 2) 0/1 3) 1 4) 10

۴۰- از یک مدار بسته مانند شکل جریان ثابت I عبور کند. شدت میدان B در مرکز مشترک دو نیم دایره چقدر است؟



1) $\frac{m_0 I}{4}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$ 2) $\frac{m_0 I}{8}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$

3) $\frac{m_0 I}{\pi}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$ 4) $\frac{m_0 I}{8\pi}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$

۴۱- سیمی به طول l حامل جریان I را بار اول به صورت دایره ای درآورده و بار دوم به صورت نیمدایره ای در می آوریم. B۱ و B۲ میدان مغناطیسی تولید شده در مرکز کمان در هر حالت باشد، $\frac{B_1}{B_2}$ چقدر است؟

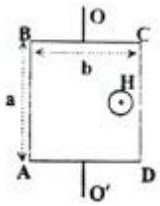
1) 4 2) $\frac{1}{4}$ 3) 2 4) $\frac{1}{2}$

www.Endbook.net

۴۲- میدان مغناطیسی زمین حدود ۵-۱۰×۰/۵ تسلا است. در چه حجمی از فضای اطراف زمین (برحسب مترمکعب) یک ژول انرژی مغناطیسی وجود دارد؟ ($m_0 = 4p \times 10^{-7}$)

1) 102 2) 105 3) 108 4) 1012

۴۳- مدار مستطیل شکل **ABCD** به اضلاع **a** , **b** در میدان مغناطیسی همگن به شدت **H** قرار گرفته است و مطابق شکل زیر می تواند به دور محور **OO'** بچرخد. جریان مستقیم **I** به طور ثابت از مدار عبور می کند. اگر در ابتدا صفحه مدار عمود بر میدان مغناطیسی به صورتی که در شکل نشان داده شده است باشد، کار انجام شده به وسیله میدان مغناطیسی را وقتی که مدار به اندازه 180° بچرخد حساب کنید.



1) $\frac{kH}{ab}$ 2) $2KHIab$

3) $\frac{2kHI}{ab}$ 4) $KHIab$

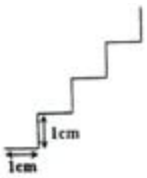
۴۴- سیمی به طول ۲ متر در میدان مغناطیسی یکنواخت **B=۰/۰۰۴T** قرار دارد. اگر جریان **۵A** از سیم بگذرد بیشترین نیروی وارد از طرف میدان مغناطیسی بر سیم چند نیوتن می تواند باشد؟

1) 0/04 2) 0/02 3) 4 4) 2

۴۵- میدان مغناطیسی در مرکز یک قاب سیم مستطیل شکل به ابعاد **a** , **b** و حامل جریان **I** چقدر است؟

1) $\frac{m_0 I}{pab}\sqrt{a^2+b^2}$ 2) $\frac{2m_0 I}{pab}\sqrt{a^2+b^2}$ 3) $\frac{4m_0 I}{pab}\sqrt{a^2+b^2}$ 4) $\frac{\sqrt{2}m_0 I\sqrt{a^2+b^2}}{pab}$

۴۶- تکه ای از یک سیم حامل جریان **۱A** را مطابق شکل به صورت پله پله خم کرده ایم. این پله ها در یک صفحه و عمود بر میدان مغناطیسی **۰/۰۱t** قرار دارد نیروی وارد بر این تکه سیم چند نیوتن است؟



1) $2/8\times10^{-4}$ 2) $4/0\times10^{-4}$

3) $5/7\times10^{-4}$ 4) $8/0\times10^{-4}$

www.Endbook.net

۴۷- الکترونی با انرژی جنبشی ۱/۶eV با میدان مغناطیسی یکنواخت B=۱T می شود. راستای سرعت ورود به میدان مغناطیسی با راستای B زاویه 45^{o} می سازد. گام مسیر مارپیچی الکترون تقریباً کدام است؟

1) $1/8\times10^{-2}mm$ 2) $3/8\times10^{-2}mm$ 3) $2\times10^{-2}mm$ 4) $3\times10^{-2}mm$

۴۸- یک چنبره با مقطع مربع به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b در نظر بگیرید. اگر N دور سیم به دور چنبره پیچیده باشد و جریان I از آن بگذرد میدان مغناطیسی در مرکز سطح مقطع چنبره چقدر است؟

1) $\frac{m_0NI}{p(b+a)}$ 2) $\frac{m_0NI}{2pa}$ 3) $\frac{m_0NI}{2pb}$ 4) $\frac{m_0NI}{p(b-a)}$

۴۹- یک ذره با بار e و سرعت اولیه v وارد صفحه ای می شود که یک میدان مغناطیسی یکنواخت B متعامد بر آن صفحه وجود دارد. برای اینکه این ذره دایره ای به شعاع R را بپیماید، باید:

1) میدان مغناطیسی برابر باشد $\frac{mv}{eR}$ باشد.
2) میدان مغناطیسی برابر باشد $\frac{eR}{mv}$ باشد.
3) میدان مغناطیسی برابر باشد $\frac{mv}{2eR}$ باشد.
4) در هر صورت دایره ای به شعاع R طی خواهد کرد.

۵۰- یک سیم افقی مسی جریان ۲۵ آمپر را حمل می کند. چه میدان مغناطیسی لازم است تا با داشتن جهت مناسب وزن سیم را خنثی کرده، آن را افقی نگه دارد؟ هر متر این سیم ۵۰ گرم جرم دارد (شتاب ثقل $10\frac{m}{s^2}$ را بگیرید)

1) 0/1 تسلا 2) 0/02تسلا 3) 20 تسلا 4) 40 تسلا

۵۱- اگر هسته ای با گشتاور مغناطیسی m در یک میدان مغناطیسی B با شدت ثابت قرار گیرد، کدام یک از حالات زیر رخ می دهد؟ (h ثابت پلانک و I عدد کوانتومی اسپین است)

1) در جهت عمود بر میدان با فرکانس mB دوران می کند.
2) در جهت میدان با فرکانس mB حرکت قدیمی خواهد داشت.
3) حول محور B با فرکانس $\frac{mB}{Ih}$ حرکت قدیمی خواهد داشت.
4) حول محور B با فرکانس $\frac{mB}{I}$ حرکت قدیمی خواهد داشت.

www.Endbook.net

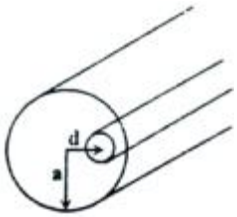
۵۲- نیرو و گشتاور وارد بر یک حلقه حامل جریان که در یک حالت دلخواه، داخل یک سیم لوله نامتناهی (که از آن نیز جریان الکتریکی می گذرد) قرار دارد به ترتیب ..... است.

1) صفر و صفر 2) صفر و غیرصفر 3) غیرصفر و صفر 4) غیرصفر و غیرصفر

۵۳- یک مدار جریان به شکل شش ضلعی منتظم به ضلع a است اگر مدار حامل جریان I باشد، میدان مغناطیسی در مرکز شش ضلعی چقدر است؟

1) $B = \frac{m_0 I}{4p a}$ 2) $B = \frac{m_0 I \sqrt{3}}{2p a}$ 3) $B = \frac{m_0 I \sqrt{3}}{p a}$ 4) $B = \frac{3 m_0 I}{2p a}$

۵۴- میله رسانایی بسیار طویل به شعاع a دارای یک حفره به شعاع b است. محور حفره موازی محور میله و به فاصله d از آن قرار دارد. چگالی جریان یکنواخت j_0 موازی محور میله از آن عبور می کند. کدام عبارت در مورد میدان مغناطیسی در داخل حفره درست است؟ d برداری است عمود بر محور میله و محور حفره.



1) میدان مغناطیسی در این ناحیه یکنواخت، مقدار آن $\frac{m_0 j_0 d}{2}$ و راستای آن موازی بردار $\vec{d}$ است.

2) میدان مغناطیسی در این ناحیه یکنواخت، مقدار آن $\frac{m_0 j_0 d (b^2 - a^2)}{2}$ و راستای آن موازی بردار $\vec{d}$ است.

3) میدان مغناطیسی در این ناحیه یکنواخت، مقدار آن $\frac{m_0 j_0 d}{2}$ و راستای آن عمود بر بردار $\vec{d}$ است.

4) میدان مغناطیسی در این ناحیه یکنواخت، مقدار آن $\frac{m_0 j_0 d (b^2 - a^2)}{2}$ و راستای آن عمود بر بردار $\vec{d}$ است.

۵۵- از سیمی به طول L جریان i عبور می کند. اگر این سیم به شکل یک پیچه دایره ای درآید، گشتاور نیروی وارد بر آن در یک میدان مغناطیسی معین B از چه رابطه ای بدست می آید؟ (حلقه ها موازی بردار میدان هستند)

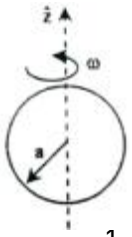
1) $\frac{2L^2 iB}{4p N^2}$ 2) $\frac{L^2 iB}{4p N}$ 3) $\frac{2L^2 iB}{4p N}$ 4) $\frac{4p L^2 i^2 B}{N}$

www.Endbook.net

۵۶- یک قرص پلاستیکی به شعاع R دارای بار q می باشد که به طور یکنواخت بر آن توزیع شده است. اگر این قرص با فرکانس f حول محورش بچرخد، میدان مغناطیسی حول مرکز قرص کدام گزینه است؟

1) $\frac{m_0 qf}{R^2}$ 2) $\frac{2m_0 qf}{R^2}$ 3) $\frac{m_0 qf}{2R}$ 4) $\frac{m_0 q}{2Rf}$

۵۷- کره ای باردار به شعاع a حاوی چگالی بار سطحی s است که محکم به سطح آن چسبیده است. این کره با سرعت زاویه ای ثابت حول محوری گذرنده از مرکزش (محور $\hat{z}$) می چرخد. میدان مغناطیسی در مرکز کره کدام است؟



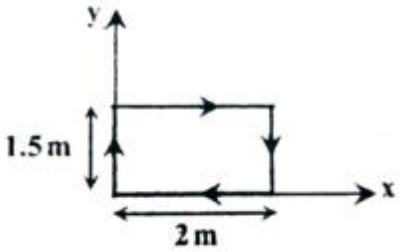
1) $2m_0 s\,\vec{a}\vec{w}$ 2) $m_0 s\,\vec{a}\vec{w}$

3) $\frac{2}{3}m_0 s\,\vec{a}\vec{w}$ 4) $\frac{4}{3}m_0 s\,\vec{a}\vec{w}$

۵۸- یک مدار RLC متوالی با مشخصات $L=\frac{1}{p}H, C=\frac{5}{p}\times 10^{(-4)}F, R=60W$ در بسامد ۵۰ HZ با E_m = ۱۵۰ V در حال کار است. توان میانگین آن چند وات می باشد؟

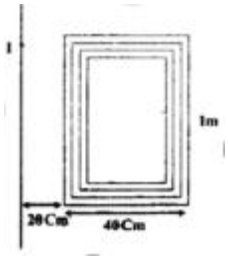
1) 135 2) 325 3) 67/5 4) 112/5

۵۹- در شکل مقابل یک حلقه مستطیلی شکل با مقاومت $R = 50\Omega$ در یک میدان مغناطیسی غیر یکنواخت و متغیر عمود بر صفحه کاغذ قرار دارد. اگر $B=\frac{5}{3}t^3X^3$ باشد، شدت جریان در حلقه در $t = 3S$ چند آمپر است؟



1) 540
2) 36
3) 360
4) 54

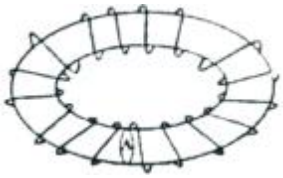
۶۰- در شکل مقابل، از یک سیم طویل جریان $I=10Cos100pt$ عبور می کند. یک قاب مستطیل شکل به فاصله ۲۰ سانتی متر از آن قرار دارد. تعداد دور سیم پیچ در قاب ۱۰۰۰۰ دور است. معادله ولتاژ در دو سر قاب برابر است با:



1) $4/4\ sin100\pi t$
2) $440\ sin100\pi t$
3) $4/4\ cos100\pi t$
4) $440\ cos100\pi t$

www.Endbook.net

۶۱- پیچه چنبره ای مطابق شکل زیر با مقطع A دارای N_1 دور سیم است. اگر روی یـن پیچـه N_2 دور سـیم دیگر پیچیده شود، القای متقابل بین این دو سیم متناسب است با:



1) $N_1^2 N_2^2 A$

2) $N_1 N_2 A$

3) $N_1^2 A$

4) $N_2^2 A$

۶۲- سطح مقطع یک سیملوله چنبره ای مستطیل شکل با ۲۰۰۰ دور به ابعـاد $2cm \times 5cm$ مـی باشـد. اگـر شعاع داخلی آن ۱۰ cm و شعاع خارجی آن ۱۵ cm و معادله جریان گذرنده از آن $I = 5t^2 + 10t$ باشد، نیروی محرکه خود القایی ایجاد شده در سیملوله را در $t = 3Sec$ حساب کنید؟

1) $\frac{4\mu_0}{\pi} Ln(\frac{3}{2}) \times 10^4$

2) $\frac{4\mu_0}{\pi} Ln(\frac{3}{2}) \times 10^5$

3) $\frac{16\mu_0}{\pi} Ln(\frac{3}{2}) \times 10^5$

4) $\frac{16\mu_0}{\pi} Ln(\frac{3}{2}) \times 10^4$

۶۳- خود القایی با ضریب ۳ هانری و مقاومت ۶ اهم به دو سر یک باطری با مقاومـت داخلـی نـاچیز متصـل است. بعد از نیم ثانیه شدت جریان خود القا چند آمپر می شود؟ $(e^{-1} \approx 0/35)$

1) 1/3 2) 0/7 3) 1/7 4) 0/3

۶۴- یک آمپرسنج ac و یک آمپرسنج گرمایی dc به طور سری به مداری متصل شده اند. وقتی کـه جریـان مستقیم از مدار عبور می کند، آمپرسنج dc مقدار $I_1=6A$ را نشان می دهد و وقتـی کـه جریـان سینوسـی متناوب از مدار عبور کند، آمپرسنج ac مقدار $I_2=8A$ را نشان می دهد. اگـر یـک جریـان مسـتقیم و یـک جریان متناوب همزمان از مدار عبور کند ، جریان عبوری از آمپرسنج ها چند آمپر است؟

1) 10 2) 12/3 3) 13/9 4) 16/1

www.Endbook.net

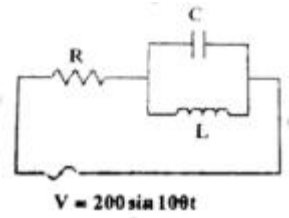
۶۵- یک حلقه سیمی به شعاع $r=10cm$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B=0/80T$ که بر صفحه حلقه عمود است، قرار دارد. شعاع این حلقه با آهنگ $\frac{dr}{dt}=80\frac{cm}{sec}$ کاهش می یابد. نیروی محرکه القایی ε در حلقه چقدر است؟

1) 0/004 Volt 2) 0/20 Volt 3) 0/40 Volt 4) 0/80 Volt

۶۶- خود القایی دو استوانه توخالی هم محور به شعاع های a و b و به طول l بزرگتر از b کدام است؟ این استوانه ها در انتها توسط یک صفحه رسانای تخت طوری بهم متصل اند که جریان به استوانه داخلی وارد و از استوانه خارجی برمی گردد.

1) $\frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$ 2) $\frac{\mu_0 l}{\pi}\ln\frac{b}{a}$ 3) 4) $\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$

۶۷- در مدار شکل مقابل ماکزیمم شدت جریان در مدار چند آمپر است؟



$(R=12/5\Omega, 0/1H, C=200\mu F)$

1) $8\sqrt{2}$ 2) $6\sqrt{2}$

3) 8 4) 6

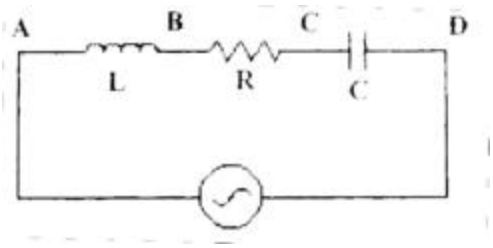
۶۸- خود القایی به ضریب سلف ۳ هانری و مقاومت ۶ اهم به دو سر یک باطری با مقاومت داخلی ناچیز وصل است. بعد از نیم ثانیه، مقدار جریان چند آمپر است؟ $(e^{-1}=0/35)$

1) 1/3 2) 0/7 3) 1/7 4) 0/3

۶۹- ضریب خود القایی به ازاء واحد طول یک کابل کواکسیال مستقیم و بلند به شعاع داخلی ۱mm و شعاع خارجی ۲/۷۸mm را بر حسب هانری به دست آورید؟ $(\mu=1/25\times10^{-6}\frac{H}{m}, \pi=3)$

1) 2×10^{-7} 2) 4×10^{-7} 3) 2×10^{-6} 4) 7×10^{-7}

۷۰- در مدار شکل زیر، در حالت تشدید، کدام یک از رابطه های زیر درست است؟ (مقاومت درونی القاگر صفر است)



1) $V_A-V_C=V_B-V_D$

2) $V_A-V_D=V_A-V_B$

3) $V_B-V_C=V_C-V_D$

4) $V_A-V_B=V_B-V_C$

www.Endbook.net

۷۱- یک آهنربای حلقه ای کوچک مطابق شکل در اطراف یک میله عمودی مستقیم طولانی قرار داده شده است و این آهنربا از حالت سکون رها می شود. مشاهده می شود که این آهنربا با سرعت کمی به سمت زمین سقوط می نماید. کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

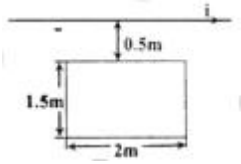
1) میله از یک ماده هادی درست شده است.

2) نیروی مقاومت اعمال شده توسط میله روی آهنربا ناشی از جریان القایی ایجاد شده در میله می باشد.

3) اگر آهن ربای حلقه ای وارون (سطح بالای آن رو به پایین قرار گیرد) و سپس رها شود، آنگاه حلقه با سرعت متقاوتی سقوط خواهد کرد.

4) نیروی مقاومت اعمال شده توسط میله با افزایش سرعت حلقه زیاد می شود.

۷۲- در شکل زیر شدت جریان i در سیم راست (L) در مدت ۲ ثانیه از ۸ آمپر به صفر کاهش می یابد. اگر مقاومت حلقه مستطیل شکل برابر $\frac{1}{n}$ اهم باشد، شدت جریان القایی در این حلقه چه مقدار خواهد بود؟



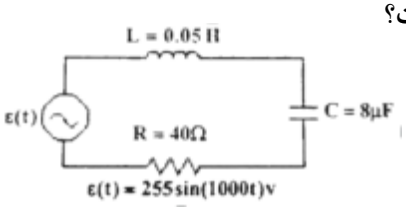
1) $2\mu_0 Ln4$ 2) $3\mu_0 Ln4$

3) $4\mu_0 Ln4$ 4) $\mu_0 Ln4$

۷۳- خازنی خالی با ظرفیت C را به صورت متوالی به یک مقاومت ۲ اهمی متصل می کنیم، دو سر مجموعه را به یک باتری با نیروی محرکه ۴ ولت و مقاومت درونی ۱ اهم وصل می کنیم. در چه لحظه ای شدت جریان عبوری از مدار $\frac{1}{10}$ شدت جریان اولیه (لحظه وصل کلیه) می باشد؟

1) $2CLn10$ 2) $3CLn10$ 3) $4CLn10$ 4) $5CLn10$

۷۴- در مدار زیر، جریان گذرنده از مدار و ضریب توان تقریباً کدام است؟



1) $3/0A$ و $-0/9$

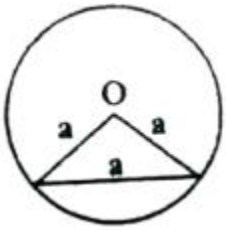
2) $6/4A$ و $-0/9$

3) $3/0A$ و $0/5$

4) $6/4A$ و $0/5$

www.Endbook.net

۷۵- یک سیم نازک را به شکل یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a درآورده و آن را داخل یک سیم لوله طویل به شعاع a قرار می دهیم به طوری که صفحه آن عمود بر محور سیم لوله است. مقاومت سیم R است و سیم لوله دارای n دور سیم در واحد طول و سیم حامل جریان $i(t) = i_0 sin\omega t$ است. دامنه جریان القایی در حلقه کدام است؟



1) $\frac{\sqrt{3}}{2R}\mu_0 n i_0 \omega a^2$

2) $\frac{\sqrt{3}}{2R}\mu_0 n^2 i_0 \omega a^2$

3) $\frac{\sqrt{3}}{4R}\mu_0 n i_0 \omega a^2$

4) $\frac{\sqrt{3}}{42R}\mu_0 n^2 i_0 \omega a^2$

۷۶- بیشینه میدان مغناطیسی یک موج الکترو مغناطیسی در خلاء برابر $10^{-4}T$ است. شدت این موج چند $\frac{W}{m^2}$ است؟

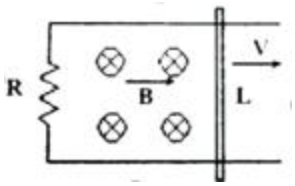
1) 10

2) 10^3

3) 10^4

4) 10^6

۷۷- میله رسانایی به طول L بر روی مدایر مطابق شکل با سرعت $4\frac{m}{s}$ در حال حرکت است اگر $l = 1/5m$ و $R = 1/2\Omega$ و $B = 5T$ باشد اندازه توان القا شده و جهت جریان القایی کدام است؟



1) 25 وات و در جهت عقربه های ساعت

2) 25 وات و در خلاف جهت عقربه های ساعت

3) 75 وات و در خلاف جهت عقربه های ساعت

4) 75 وات و در جهت عقربه های ساعت

۷۸- یک کابل طویل شامل دو استوانه هم محور به شعاع های a و b می باشد. هادی مرکزی حاوی جریان ثابت I و هادی خارجی مسیر برگشت جریان است. ضریب خود القاء (اندوکتانس) طول L از این کابل چقدر است؟

1) $\frac{\mu_0 L}{2\pi} ln\frac{b}{a}$

2) $\frac{\mu_0 L}{2\pi}(\frac{b}{a})$

3) $\frac{\mu_0 L}{2\pi}(a+b)$

4) $\frac{\mu_0 L}{2p}\sqrt{ab}$

۷۹- پیچه ای با القائیدگی $2H$ و مقاومت 10Ω ناگهان به ولتاژ ۱۰۰ ولت نصب می شود. انرژی ذخیره شده در مدار چند ژول (J) است؟

1) 10

2) 100

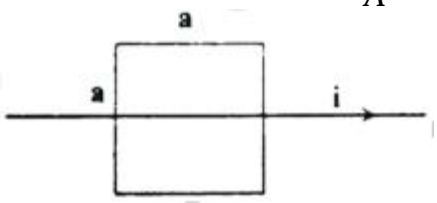
3) 150

4) 200

www.Endbook.net

۸۰- یک حلقه مربع شکل به ضلع $a = 0/2m$ و مقاومت الکتریکی $R = 4W$ مطابق شکل بر روی یک سیم مستقیم طویل حامل جریان $i = 5 - 2t^2$ (که بر حسب ثانیه و i بر حسب آمپر است) قرار دارد. حلقه و سیم در یک صفحه قرار دارند. سیم مستقیم یک پوشش عایق دارد و در نتیجه با حلقه تماس الکتریکی ندارد.

مقدار جریان گذرنده از حلقه در لحظه t=۲s چقدر است؟ $\mu_0 = 4\pi \times \frac{10^{-7}T}{A}$



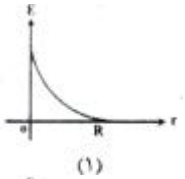
1) صفر

2) $2\times10^{-7} ln2$ آمپر

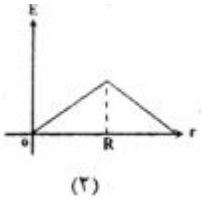
3) $-2\times10^{-7} ln2$ آمپر

4) $20\times10^{-7} ln2$ آمپر

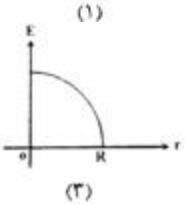
۸۱- شکل مقابل میدان مغناطیسی یکنواختی را نشان می دهد که محدود به یم حجم استوانه ای شکل به شعاع R و راستای آن در امتداد محور استوانه و به سمت خارج کاغذ است. اندازه B با آهنگ ثابت افزایش می یابد. تغییرات شدت میدان الکتریکی القایی با کدام یک از منحنی های زیر نشان داده می شود؟ (r فاصله از محور استوانه است)

1)


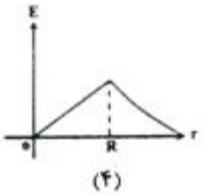
(۱)

2)


(۲)

3)


(۳)

4)


(۴)

۸۲- معادلات ماکسول:

1) تحت تبدیلات گالیله شکل خود را حفظ می کنند.

2) تحت تبدیلات لورنتس شکل خود را حفظ می کنند.

3) هم تحت تبدیلات گالیله و هم تحت تبدیلات لورنتس شکل خود را حفظ می کنند.

4) تحت هر گونه تبدیل دشتگاه مختصات شکل خود را حفظ می کنند.

www.Endbook.net

۸۳- در یک مدار جریان متناوب، معادلات جریان و اختلاف پتانسیل دو سر مدار عبارتند از:

آهنگی تغییر کند تا جریان القایی i درون حلقه ایجاد گردد؟ (r مقاومت ویژه و s چگالی سطح مس است)

1) سلف بدون مقاومت 2) سیم پیچ همراه با مقاومت

3) یک خازن بدون مقاومت 4)خازن همراه با یک مقاومت

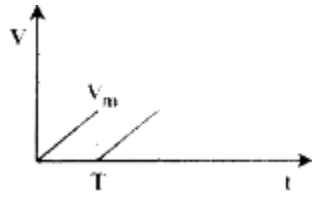
۸۴- از یک قطعه مس به جرم M و شعاع r حلقه ای به شعاع R ساخته می شود. یک میدان مغناطیسی B به صورت عمود بر سطح حلقه با چه آهنگی تغییر کند تا جریان القایی i درون حلقه ایجاد گردد؟ (r مقاومت ویژه و σ چگالی سطحی مس است)

1) $\frac{4\pi\rho\sigma i}{m}$ 2) $\frac{\rho\sigma i}{4\pi m}$ 3) $\frac{\rho i}{4\pi m\sigma}$ 4) $\frac{4\pi\rho\sigma}{mi}$

۸۵- خازن مسطحی با صفحات دایره ای باردار می شود. رابطه مربوطه به میدان مغناطیسی القایی به ازای شعاع های مختلف r کدام گزینه است؟

1) $B=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\frac{dE}{dt}$ 2) $B=\frac{r}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\frac{dE}{dt}$ 3) $B=\frac{1}{2}\mu_0\varepsilon_0 r\frac{dE}{dt}$ 4) $B=\frac{1}{2}\mu_0\varepsilon_0 r\frac{dE}{dt}$

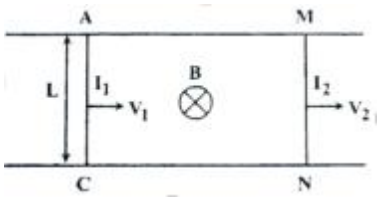
۸۶- جریان جابجایی در یک خازن با صفحات موازی را که به دو سر آن ولتاژی (مطابق شکل زیر) اعمال می شود حساب کنید.



1) $\frac{CV_m}{2T}$ 2) $\frac{CV_m}{T}$

3) $\frac{2CV_m}{T}$ 4) $\frac{4CV_m}{T}$

۸۷- مطابق شکل، دو سیم رسانای موازی به طول L بر روی ریلی، با سرعت های v_1 و v_2 حرکت می کنند. مقاومت الکتریکی سیم ها ناچیز است. اگر $v_1 > v_2$ باشد و میدان مغناطیسی ثابت B عمود بر صفحه ریل وجود داشته باشد، کدام گزینه در مورد مقدار جریان الکتریکی القایی در هر یک از دو سیم و جهت آن درست است؟ (R مقاومت الکتریکی ریل شامل قطعه AM و CN است)



1) $I_1 = I_2 = \frac{BL}{R}(v_1 - v_2)$؛ از A به C و از N به M

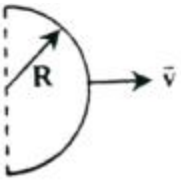
2) $I_1 = I_2 = \frac{BL}{R}(v_1 - v_2)$؛ از C به A و از M به N

3) $I_2 = \frac{BL}{R}V_2$ و $I_1 = \frac{BL}{R}V_1$؛از C به A و از M به N

4) $I_2 = \frac{BL}{R}V_2$ و $I_1 = \frac{BL}{R}V_1$؛از C به A و از M به N

www.Endbook.net

۸۸- قطعه ای سیم به شکل نیم دایره که در شکل نشان داده شده با سرعت ثابت $\vec{V}=v_0\hat{i}$ در یک میدان مغناطیسی ثابت $\vec{B}=B_0\hat{k}$ حرکت می کند. نیروی محرکه القایی دو سر سیم چقدر است؟



1)صفر

2) RV_0B_0

3) $2RV_0B_0$

4) $2\pi RV_0B_0$

۸۹- کدام گزاره نادرست است؟

1) اگر در آزمایشی قانون لنز نقض شود حتماً در آن جا پایستگی انرژی نیز نقض خواهد شد

2) انرژی یک ذره باردار متحرک در یک میدان مغناطیسی غیر یکنواخت ثابت نیست

3) در حد سرعت های نسبیتی مقدار میدان الکتریکی اندازه گیری شده بستگی به سرعت ناظر دارد

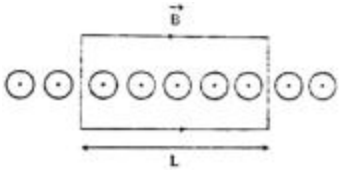
هم در مورد بارهای ساکن و هم در مورد بارهای متحرک نیروی الکتریک همواره نیرویی پاستار است

www.Endbook.net

پاسخنامه تست های طبقه بندی شده فصل سوم

1- گزینه «2»

با توجه به قانون مداری آمپر داریم:



$$\oint \vec{B}.d\vec{L} = m_0 I \frac{I}{2} = \frac{m_0 I}{2}$$

(توضیح اینکه از سطح کاغذ، جریانی به اندازه نصف جریان کل گذرنده از استوانه عبور می کند)

2- گزینه «3»

با توجه به قانون آمپر خواهیم داشت:

$$\oint \vec{B}.d\vec{L} = m_0 I_{in}$$

$$2B.L = m_0 IL \Rightarrow |\vec{B}| = \frac{m_0 nI}{2}$$

3- گزینه «4»

با توجه به قانون مداری آمپر داریم:

$$\oint \vec{H}.d\vec{l} = I' = \iint \vec{J}.d\vec{s} \Rightarrow H.2pa = \frac{I}{4a^2 p} \Rightarrow H = \frac{I}{8ap} \quad J = \frac{I}{p(2a)^2} = \frac{I}{4ap^2}$$

4- گزینه «1»

شدت میدان مغناطیسی در مرکز دایره $\frac{I}{2a}$ و جهت آن عمود بر صفحه دایره است.

5- گزینه «1»

حل مسئله با استفاده از قانون مداری آمپر به سادگی امکان پذیر است.

$$\int \vec{B}.d\vec{s} = m_0 I$$

$$B = \frac{m_0 I}{2pa}\hat{a}_z = \frac{m_0 I}{2pa}\hat{k}$$

6- گزینه «4»

با توجه به رابطه میدان ورودی N ضلعی منتظم که در درس به طور کامل بررسی شد داریم:

www.Endbook.net

$$|\vec{B}| = \frac{m_0 NI}{2pb} ta\frac{p}{N} \Rightarrow |\vec{B}| = \frac{m_0 6I}{2pa} tg\frac{p}{6} = \frac{m_0 I\sqrt{3}}{pa}$$

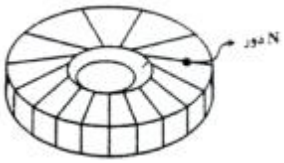
$$b = \frac{L}{2\sin b} = \frac{L}{2\sin\frac{p}{N}} = \frac{a}{2\sin\frac{p}{6}} = \frac{a}{2\frac{1}{2}} = a$$

7- گزینه «4»

برای محاسبه تعداد دور پیچک در واحد طول کافیست تعداد کل دورها را بر طول کل (محیط چنبره) تقسیم کنیم.

$$n = \frac{N}{2pR}$$

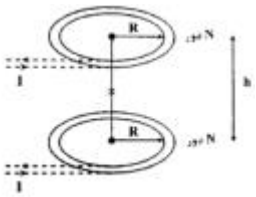
$$B = m_0 nI = \frac{m_0 NI}{2pR}$$



(البته طول متوسط را در نظر می گیریم $R = \frac{R_i + R_c}{2}$)

8- گزینه «1»

چگالی ناشی از حلقه (1) به طرف بیرون حلقه (2) و چگالی شار ناشی از حلقه (2) در حلقه (1) به طرف داخل $(\otimes)$ می باشد و اندازه آنها برابر هم است. لذا چگالی شار کل برابر صفر است.

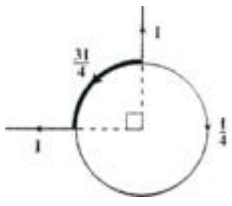


9- گزینه «2»

به دلیل اینکه مقاومت قطاع به اندازه کمتر است لذا جریان بیشتری از آن می گذرد. از طرفی میدان مغناطیسی ناشی از قطاعی به زاویه مرکزی و شعاع r چنین است:

$$|\vec{B}| = \frac{m_0 nI}{4r}\frac{q}{2}$$

$$|\vec{B}_T| = |\vec{B}|_{\frac{p}{2}} - |\vec{B}|_{\frac{3p}{2}} = \frac{m_0\frac{3I}{4}}{4r}.\frac{\frac{p}{2}}{p} - \frac{m_0\frac{I}{4}}{4r}.\frac{\frac{3p}{2}}{p} = \frac{3m_0 I}{32r} - \frac{3m_0 I}{32r} = 0$$



www.Endbook.net

10- گزینه «4»

کافی است از اصل بر هم نهی و قانون مداری آمپر استفاده کنیم. استوانه را با چگالی جریان و حفره را با چگـالی جریـان در نظر بگیریم.

$$\vec{B}=\frac{m_0 J\times\overline{OO'}}{2}$$
$$|\vec{B}|=\frac{m_0 Jd}{2}$$

11- گزینه «4»

چگالی جریان در پوسته خارجی از رابطه زیر به دست می آید:

$$J=\frac{I}{p[(5a)^2-(3a)^2]}=\frac{I}{16pa^2}$$

جریان کل گذرنده از مسیر دایره ای به شعاع 4a نیز از رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$I'=I-jp[(4a)^2-(3a)^2]=I-\frac{I}{16pa^2}(7pa^2)=\frac{9I}{16}$$
$$\Rightarrow \oint H.dl=I'=\frac{9I}{16}\Rightarrow H2pr\Big|_{r=4a}^{=\frac{9I}{16}}\Rightarrow H=\frac{9I}{128pa}$$

12- گزینه «3»

اندازه میدان مغناطیسی ناشی از هر نیم دایره برابر $|\vec{B}|=\frac{m_0 I}{4R}$ می باشد.

چون صفحات حامل سیم ها بر هم عمودند میدان های مغناطیسی ناشی از آنها نیز بر هم عمودند و لذا:

$$|\vec{B}_T|=\sqrt{B_1^2+B_2^2}=\frac{\sqrt{2}}{4}\frac{m_0 I}{4R}$$

13- گزینه «1»

با توجه به تعریف چگالی جریان و رابطه مداری آمپر داریم:

www.Endbook.net

$$J=\frac{\text{جریان کل}}{\text{مساحت کل}}=\frac{I}{pR^2}$$

$$\oint \mathbf{H}.d\mathbf{l}=I=\iint \mathbf{J}.ds \Rightarrow \iint \mathbf{J}.ds\frac{I}{pR^2}.ds=\frac{I}{pR^2}\int_0^{\frac{R}{2}}\int_0^{\frac{R}{2}} rdj\,dr=\frac{I}{4}$$

$$\Rightarrow \oint \mathbf{H}.d\mathbf{l}=\frac{I}{4}\Rightarrow 2p(\frac{R}{2})H=\frac{I}{4}\Rightarrow \frac{I}{4pR}$$

$$\mathbf{B}=m_0\mathbf{H}=m_0\frac{I}{4pR}\hat{a}_j$$

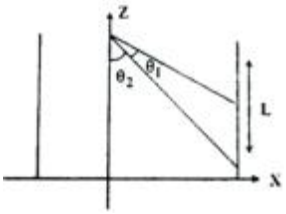
14- گزینه «1»

هرگاه نقطه P خیلی خیلی دور باشد $(a\to 0, b\to 0)$ انتظار داریم که میدان مغناطیسی در نقطه P صفر گردد همچنین وقتی P در یک انتهای سیملوله واقع باشد $\left(q_1\to 0, q\to\frac{p}{2}\right)$ میدان مغناطیسی مخالف صفر می باشد لذا فقط گزینه 1 می تواند صحیح باشد. سیم لوله را به صورت مجموعه ای از حلقه های به عرض dz در نظر می گیریم. از هر حلقه جریان dI=NI.dz می گذرد میدان ناشی از هر حلقه برابر است با:

$$dB=\frac{mdR^2}{2(R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

چون $R=h\tan q$ همچنین داریم: $dz=dh=\frac{R}{\sin^2 q}$

$$\sin q=\frac{R}{(R^2+h^2)^{\frac{1}{2}}}$$



پس می توان نوشت:

$$dB=\frac{m_0 NIdL}{2R}\sin q^3=\frac{m_0 NI_0}{2L}\sin q dq$$

با توجه به شکل داریم:

$$B=\frac{m_0 NI_0}{2}\int_{q_2}^{q_1}\sin q dq=\frac{m_0 NI}{2L}(\cos q_2-\cos q_1)$$

15- گزینه «3»

ابتدا لازم است میدان مغناطیسی را محاسبه کنیم:

www.Endbook.net

$$\int B.d\mathbf{l} = m_0.I \Rightarrow B\times 2pr = m_0.I \Rightarrow B = \frac{m_0.I}{2pr}$$

چگالی انرژی مغناطیسی در هر نقطه برابر است با:

$$u = \frac{1}{2m_0}B^2 = \frac{1}{2m_0}(\frac{m_0.I}{2pr})^2 = \frac{m_0.I^2}{8p^2r^2}$$

انرژی ذخیره شده در فضای بین دو استوانه به آسانی قابل محاسبه است:

$$U = \int udv = \int_a^b \frac{m_0.I^2}{8p^2r^2}(2pr\mathbf{l})dr = \frac{m_0.I^2\mathbf{l}}{4p}\int_a^b \frac{dr}{r} \Rightarrow U = \frac{m_0.I^2\mathbf{l}}{4p}\ln\frac{b}{a}$$

$$U = \frac{4p\times 10^{-7}\times 2^2\times 20}{4p}\ln\frac{45}{15} = 8\times 10^{-6} in 3$$

16- گزینه «1»

گشتاور مغناطیسی با حاصل ضرب جریان در مساحت برابر است با:

$$I = lv = (\frac{q}{2pr})(rw)$$

$$t = IA = (\frac{qw}{2p})(pr^2) = \frac{1}{2}\times 5\times 10^{-6}\times(2\times 10^{-1})^2 = 5\times 10^{-7}\frac{J}{T}$$

17- گزینه «1»

با استفاده از قانون مداری آمپر مسئله به سادگی قابل حل است.

$$\oint B.d\mathbf{l} = m_0\int J.ds$$

از آنجایی که با توجه به قانون آمپر میدان مغناطیسی گذرنده از هر مدار بسته برابر است با مجموع جریان های درون آن حلقه، لازم است ابتدا سهم جریان موجود در استوانه ای به شعاع داخلی 3cm و شعاع خارجی 4cm را حساب کنیم.

$$I = J\times A = \frac{16p(16-9)}{p(25-9)} = 7A$$

کافی است حاصل را در سهم مورد نظر ضرب کنیم.

پس می توان نوشت: $$B\times 2pr = m_0 I \rightarrow B = \frac{4p\times 10^{-7}\times 16\times 7}{2p\times 4\times 10^{-2}} = 3/5\times 10^{-5}(T)$$

18- گزینه «3»

کافی است مسئله را به دو مسئله یکی میدان در مرکز $\frac{3}{4}$ دایره (B_1) و نیز میدان نیم خط در فاصله 20cm از ابتدای آن

www.Endbook.net

(B_2) تقسیم کنیم.

میدان در $\frac{3}{4}$ دایره برابر است با: $B_1 = \frac{m_0 I}{2r} \times \frac{3}{4} = \frac{4p \times 10^{-7} \times 2}{2 \times 2 \times 10^{-1}} \times \frac{3}{4} = \times \frac{3p}{4} \times 10^{-6}(T)$

و میدان نیم خط برابر است با: $B_2 = \frac{m_0 I}{4pr} = \frac{4p \times 10^{-7} \times 2}{4p \times 2 \times 10^{-1}} = 10^{-6}(T)$

میدان کل با مجموع دو میدان فوق برابر است. $B_{total} = B_1 + B_2 = (\frac{3p}{2} + 1) \times 10^{-6}(T)$

دقت شود با توجه به آنکه سیم سوم در راستای مرکز دایره است هیچ میدان مغناطیسی را در این نقطه ایجاد نمی کند پس $\boldsymbol{B}_2 = \boldsymbol{o}$ می باشد.

19- گزینه «3»

با توجه به قانون القای فارادی و نظر به یک یکنواخت بودن میدان داریم:

$$e = -N\frac{dj}{dt} = -N\frac{d(BA)}{dt} = -NA\frac{dB}{at}$$

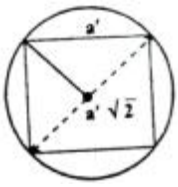
از طرفی چون میدان در داخل سیملوله از رابطه $\boldsymbol{B} = m_0 \frac{\boldsymbol{NI}}{\boldsymbol{l}}$ قابل محاسبه است پس در کل داریم:

$$e = -NA\frac{d}{dt}(m_0 \frac{NI(t)}{\mathbf{l}}) = \frac{-N^2 m_0}{\mathbf{l}} \frac{d}{dt}(I(t))\Big|_{t=3} = \frac{-500^2 \times 4p \times 10^{-7} \times 1000 \times 10^{-4}}{60p \times 10^{-2}} \times (10 \times 3)$$
$$= -0/05 = -5 \times 10^{-3}$$

20- گزینه «3»

میدان ناشی از یک N ضلعی منتظم از رابطه مقابل محاسبه می شود:

$$H_1 = \frac{NI}{2pb} tg\frac{p}{N}$$
$$b = \frac{a'\sqrt{2}}{2} \Rightarrow H = \frac{4I}{2p\frac{a'\sqrt{2}}{2}} tag\frac{p}{4} = \frac{4I}{pa'\sqrt{2}}$$



با برابری میدان دایره و مربع داریم:

$$H_2 = \frac{I}{2a} \quad H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{4I}{pa'\sqrt{2}} = \frac{I}{2a}$$
$$a' = \frac{8a}{p\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{p}a$$

www.Endbook.net

b: شعاع دایره محیطی

21- گزینه «2»

با توجه به قانون مداری آمپر می توان نوشت:

$$\oint B.dL = m_0 I_{in}$$

$$B.2p\left(\frac{b+c}{2}\right)m_0\left(I - \frac{I.n\left[\left(\frac{c+b}{2}\right)^2 - b^2\right]}{p\left(c^2-b^2\right)}\right) \Rightarrow \frac{m_0 I(3c+b)}{4p\,(c+b)^2}$$

22- گزینه «2»

در یک چنبره مقدار میدان از رابطه $\boldsymbol{B = \frac{mNi}{2p\,R}}$ قابل محاسبه است در نتیجه در این سئوال داریم:

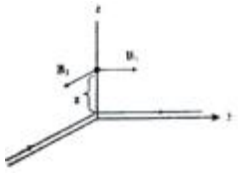
$$B_{total} = B_1 - B_2 = \frac{m_0}{2pR}(N_1 I_1 - N_2 I_2) = 2\times10^{-6}(2\times10^4 - 10^4) = 2\times10^{-2}(T)$$

$$H = \frac{B}{m_0} = \frac{2\times10^{-2}(T)}{4p\times10^{-7}\left(\frac{T.m}{A}\right)} \times 4p\times10^{-3} = 200 O_e$$

که در آن از این امر استفاده شد که یکای H در دستگاه گوسی اورستد می باشد : $1\frac{A}{m} = 4p\times10^{-3} O_e$.

23- گزینه «4»

$\boldsymbol{B_1 = x}$ چگالی شار مغناطیسی ناشی از جریان در امتداد محور $= \frac{m_0 I}{4p\,z}(\cos a_1 + \cos a_2)$



به همین ترتیب

$$B_2 = \frac{m_0 I}{4pz}\hat{a}_x$$

$$\Rightarrow \mathbf{B}_T =_2 |B_2 + B_1|_{z=2} = \frac{m_0 I}{8p}(\hat{a}_x + \hat{a}_y)$$

24- گزینه «2»

با توجه به قانون آمپر داریم:

www.Endbook.net

$$\vec{B}(r)=\begin{cases}(\frac{m_0 I}{2\pi R^2})r & 0<r\le R\\ \frac{m_0 I}{2\pi r} & R\le r\end{cases}$$

25- گزینه «4»

با توجه به قانون مداری آمپر داریم:

$$\oint \vec{B}d\vec{L}=m_0 I_{in}\Rightarrow B.2\pi(\frac{3}{2}R)=\frac{m_0 I[\pi(\frac{3}{2}R)^2-\pi R^2]}{\pi[(2R)^2-R^2]}\quad ;\quad |\vec{B}|=\frac{5m_0 I}{36\pi R}$$

26- گزینه «1»

ابتدا شار عبوری را حساب می کنیم:

$$j=\int Bds=\int_a^b\frac{m_0 I}{2\pi r}\mathbf{l}dr=\frac{m_0\mathbf{l}I}{2\pi}\int_a^b\frac{d}{r}=\frac{m_0\mathbf{l}I}{2\pi}\ln(\frac{b}{a})$$

حال خودالقایی استوانه را بدست آورده و در رابطه انرژی جایگذاری می کنیم:

$$L=\frac{j}{I}=\frac{m_0\mathbf{l}I}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$
$$\frac{U}{\mathbf{l}}=\frac{1}{2}LI^2=\frac{m_0\mathbf{l}I}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$$

27- گزینه «2»

اگر فرض کنیم جریان I از داخل استوانه داخلی عبور می کند میدان مغناطیسی موجود در بین دو سطح استوانه ای بر طبق قانون آمپر برابر است با:

$$B=\frac{I}{2\pi r}$$

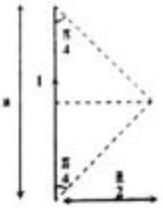
در نتیجه انرژی مغناطیسی ذخیره شده در این محیط به راحتی قابل محاسبه است:

$$u=\int_v\frac{1}{2m_0}m_0^2.B^2dv=\int_{r=a}^b\int_{j=0}^{2\pi}\int_{z=0}^L\frac{1}{2}m_0\frac{I^2}{2\pi^2r^2}rdrdjdz=\frac{m_0I^2L}{4\pi}\ln\frac{a}{b}$$

28- گزینه «4»

کافی است قاب را به صورت 4 میله مجزا در نظر گرفته میدان یکی را همانند شکل مقابل حساب کرده و حاصل را چهار برابر کنیم.

www.Endbook.net



$$\left|\mathbf{B}_1\right| = \frac{m_0 I}{4p\,\frac{a}{2}}(\cos\frac{p}{4} - \cos\frac{3p}{4}) = \frac{2\sqrt{2}m_0 I}{4pa}$$

بنابراین میدان کل برابر است با:

$$\left|\mathbf{B}_T\right| = 4\left|\mathbf{B}_1\right| = \frac{2\sqrt{2}m_0 I}{pa}$$

29- گزینه «1»

از برابری طول حلقه و دو حلقه نتیجه می شود:

$$2pa = 4pb \Rightarrow 2b = a$$

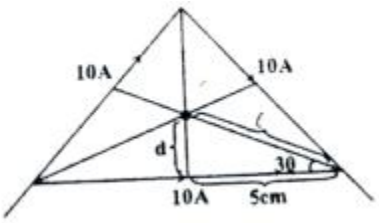
$$\left|\mathbf{B}_1\right| = \frac{m_0 I}{2a} \qquad \left|\mathbf{B}_2\right| = \frac{2m_0 I}{b} \Rightarrow \frac{\left|\mathbf{B}_1\right|}{\left|\mathbf{B}_2\right|} = \frac{1}{4}$$

30- گزینه «1»

در ابتدا جریان عبوری از تک تک سیم ها را به دست می آوریم. با توجه به آنکه دو مقاومت 1 و 2 اهم سری هستند پس جریان عبوری از آنها نیز با هم برابر است، در نتیجه داریم:

$$I_1 = I_2 = 20A \times \frac{4}{4+4} = 10A \Rightarrow I_3 = 20 - 10 = 10A$$

حال می توانیم میدان را محاسبه کنیم:



$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \mathbf{l} = 5cm \Rightarrow \mathbf{l} = \frac{10}{\sqrt{3}}cm \Rightarrow d = \frac{\mathbf{l}}{2} = \frac{5}{\sqrt{3}}cm$$

$$B_1 = \frac{Im_0}{4pd}(\cos a + \cos b) = \frac{10m_0}{4p\,\frac{5}{\sqrt{3}}}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{3m_0}{2p}$$

$$B_2 = B_1 = B_3 \Rightarrow B_{total} = B_1 + B_2 - B_3 = \frac{3m_0}{2p}$$

31- گزینه «2»

چگالی میدان الکتریکی E برابر است با:

$$u = \frac{1}{2}e_0 E^2$$

و همچنین چگالی انرژی میدان مغناطیس به صورت مقابل قابل تعریف است:

www.Endbook.net

$$u_m = \frac{1}{2}B.H \ , \ B = m_0 E^2 = \frac{1}{2}B \times \frac{B}{m_0} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{m_0}$$

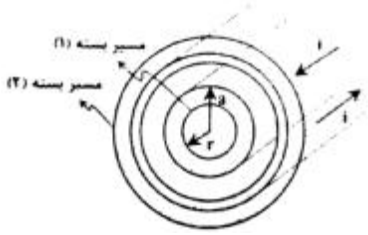
پس برای آنکه چگالی انرژی ها یکسان شوند خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}e_0 E^2 = \frac{1}{2}\frac{B^2}{m_0} \Rightarrow E = \frac{B}{\sqrt{e_0 m_0}}$$

32- گزینه «4»

بر طبق قانون آمپر داریم:

در مورد مسیر بسته (1) (داخل رسانای داخلی)



$$B = \frac{m_0 I_{\text{داخل}}}{\text{محیط مسیر بسته(1)}}$$

$$j = \text{چگالی جریان در داخل رسانای داخلی} = \frac{I}{\text{سطح مقطع}} = \frac{i}{pa^2}$$

$$I_{1\ \text{داخل مسیر بسته}} = J_{\text{چگالی}} \times S_{\text{مساحت مسیر بسته}}$$

$$\frac{i}{pa^2} \times pr^2 = \frac{ir^2}{a^2}$$

پس میدان داخل رسانای داخلی برابر است با :

$$B = \frac{m_0 i \frac{r^2}{a^2}}{2pr} = \frac{m_0 ir}{2pra^2}$$

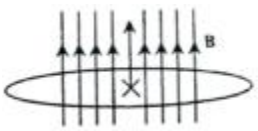
در خارج رسانای خارجی (مسیر بسته 2) نیز داریم: $\boldsymbol{B = \frac{m_0 I}{l} = \frac{m_0 (i - i)}{l} =}$ می باشد.

ولی چون مجموع جریان های داخل مسیر 2 برابر صفر است پس میدان در خارج برابر صفر خواهد بود.

33- گزینه «2»

با توجه به آنکه زاویه بین m و B برابر صفر است پس گشتاور ایجاد شده در این حالت نیز برابر صفر خواهد بود. در نتیجه تعادل حاصل از نوع پایدار است:

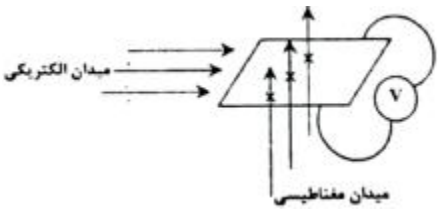
$$\vec{t} = \vec{m} \times \vec{B} = mB\sin q = 0$$



www.Endbook.net

34- گزینه «4»

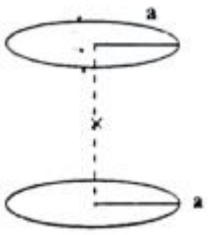
آزمایش هال به تعیین نوع حامل های بار (الکترون ها) و چگالی آنها می پردازد، در نتیجه گزینه 4 صحیح می باشد. در حقیقت در آزمایش هال با ترکیب 2 اثر مغناطیسی و الکتریکی می‌توانیم تعیین کنیم کدام حامل ها در ایجاد جریان نقش دارند.



در آزمایش هال اختلاف پتانسیل دو لبه رسانا و علامت آن تعیین کننده نوع و چگالی بارهای حامل جریان می باشد.

35- گزینه «3»

حلقه های هلمهولتز یک روش برای ایجاد میدان مغناطیسی یکنواخت می باشد که در آن دو حلقه دایره ای مشابه روبروی یکدیگر و با فاصله یکسان تا مبدا قرار دارند. بنابر توضیحات داده شده فقط گزینه 3 می تواند صحیح باشد.



36- گزینه «4»

مواد فرومغناطیس نظیر آهن و فولاد به دلیل وجود حوزه های مغناطیسی دارای قویترین خاصیت مغناطیسی می باشند.

37- گزینه «2»

برای آنکه بتوانیم به کمک رابطه $\boldsymbol{r = \frac{mv}{qB}}$ شعاع حرکت ذره را محاسبه نماییم، در آغاز باید سرعت ذره را بر حسب کمیت های داده شده بدست آوریم. با توجه به آنکه در حین حرکت، انرژی پتانسیل اخذ شده توسط ذره در اختلاف پتانسیل 2760v به انرژی جنبشی تبدیل می شود، طبق اصل بقای انرژی خواهیم داشت:

$$qV = \frac{1}{2}m^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}} = \frac{1}{0/6}\sqrt{\frac{2\times 1/6\times 10^{-26}\times 2760}{1/6\times 10^{-19}}} \approx 0/03m = 3/3cm$$

www.Endbook.net

38- گزینه «1»

میدان حاصل از یک کمان دایره ای در مرکز آن از رابطه $\boldsymbol{B}=\frac{m_0 \boldsymbol{i}\, a}{4p\boldsymbol{R}}$ بدست می آید.

39- گزینه «2»

برای معلق ماندن جسم باید مقدار دو نیروی مغناطیسی و گرانشی برابر باشند پس:

$$F_w = F_{\text{مغناطیسی}} \quad \Rightarrow mg = BIL \Rightarrow B = \frac{mg}{LI} = \frac{l\,Lg}{LI} = \frac{lg}{I} = \frac{0/04\times 10}{4} = 0/1T$$

40- گزینه «1»

شدت میدان $\boldsymbol{\vec{B}}$ ناشی از یک نیم دایره به شعاع r، حامل جریان I در مرکز آن برابر است با $\frac{m_0 \boldsymbol{I}}{4\boldsymbol{r}}$ و لذا:

$$\left|\vec{B}_2\right| = \frac{m_0 I}{4b} \ (\text{برون سو}) \qquad \left|\vec{B}_2\right| = \frac{m_0 I}{4a} \ (\text{برون سو}) \qquad \left|\vec{B}_T\right| = \frac{m_0 I}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

41- گزینه «1»

با توجه به رابطه $\boldsymbol{B}=\frac{m_0 \boldsymbol{I}}{2\boldsymbol{R}}$ که میدان مرکز حلقه را می دهد را می توان نوشت:

$$L = 2pr_1 \Rightarrow r_1 = \frac{L}{2p} \Rightarrow \left|\vec{B}_1\right| = \frac{m_0 I}{2\frac{L}{2p}} = \frac{m_0 Ip}{L}$$

$$L = 2pr_2 \Rightarrow r_2 = \frac{L}{p} \Rightarrow \left|\vec{B}_2\right| = \frac{m_0 I}{4\frac{L}{2p}} = \frac{m_0 Ip}{4L}$$

توجه داشته باشید رابطه میان شعاع حلقه و طول سیم از رابطه (محیط حلقه= L) محاسبه می شود.

42- گزینه «2»

مقدار انرژی مغناطیسی در یک حجم محدود از فضا را می توانیم از رابطه زیر محاسبه کنیم:

$$u = \int_v \frac{1}{2m_0} B^2 dv \quad = \quad \frac{1}{2m_0} B^2 = 1J \Rightarrow v = \frac{2m_0}{B^2} = \frac{2\times 4\times 10^{-7}}{(0/05\times 10^{-5})^2} \cong 10^{+5}$$

43- گزینه «2»

در اینجا ابتدا گشتاور حلقه را محاسبه می کنیم و سپس کار لازم برای گردش 180° حلقه را بر آن اساس می یابیم.

سینوس زاویه مابین حلقه و میدان ×میدان مغناطیسی×جریان عبوری×مساحت حلقه = t

www.Endbook.net

$$t = abIkH\sin q \Rightarrow w = \int_{q=0}^{p} abIkH\sin q = 2abIkH$$

44- گزینه «1»

همانطور که می دانیم $F = ILB\sin q$ نیروی وارد بر سیم است که با راستای میدان مغناطیسی یکنواخت زاویه q می سازد. واضح است که به ازای $\sin q = \pm 1$ ، قدر مطلق این نیروی بیشینه است.

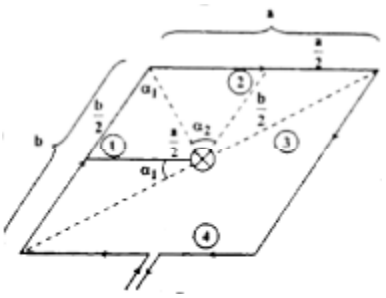
$$F_{max} = ILB = 5\times 2\times 0/004 = 0/04N$$

45- گزینه «2»

با توجه به قانون دست راست میدان در مرکز صفحه در مورد هر 4 سیم 1، 2، 3 و 4 به سمت داخل صفحه است. برای دو سیم 1 و 3 برابر و برای 2 سیم 2 و 4 مساوی می باشد:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 = 2\vec{B}_1 + 2\vec{B}_2$$

$$\begin{cases} \vec{B}_1 = B_3 = \dfrac{2m_0 I}{4p\dfrac{a}{2}}\sin a_1 \quad \sin a_1 = \dfrac{\dfrac{b}{2}}{\sqrt{\dfrac{b^2}{4}+\dfrac{a^2}{4}}} = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ \vec{B}_2 = B_4 = \dfrac{2m_0 I}{4p\dfrac{a}{2}}\sin a_2 \quad \sin a_2 = \dfrac{\dfrac{a}{2}}{\sqrt{\dfrac{b^2}{4}+\dfrac{a^2}{4}}} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{cases}$$



$$B_1 = B_3 = \frac{m_0 I}{pa}\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad , \quad B_2 = B_4 = \frac{m_0 I}{pa}\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

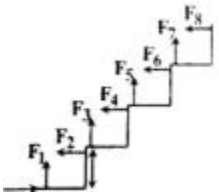
$$B_{\text{کلی}} = \frac{2m_0 I}{p}\left(\frac{b}{a\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{a}{b\sqrt{a^2+b^2}}\right) = \frac{2m_0 I}{p}\left(\frac{b^2+a^2}{ab\sqrt{a^2+b^2}}\right)$$

$$B_{\text{کلی}} = \frac{2m_0 I}{pab}\sqrt{b^2+a^2}$$

46- گزینه «3»

با توجه به قانون دست راست نیروها به شکل زیر خواهند بود.

$$F_1 = F_3 = F_5 = F_7 = BIL\sin q = 0/01\times 1\times 10^{-2}\times 1 = 10^{-4}N$$
$$F_2 = F_4 = F_6 = F_8 = BIL\sin gq = 0/01\times 1\times 10^{-2}\times 1 = 10^{-4}N$$
$$F_T = 2F\cos\frac{q}{2} = 2\times 4\times 10^{-4}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 5/7\times 10^{-4}T$$



www.Endbook.net

47- هیچکدام از گزینه ها صحیح نیست.

می توانیم از رابطه زیر برای محاسبه گام الکترون استفاده کنیم:

$$\begin{cases} r=\dfrac{mv\sin q}{qB}=\dfrac{9/1\times10^{-31}\times v\times\sqrt{\frac{2}{2}}}{1/6\times10^{-19}\times1} \\ k=\dfrac{1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{\dfrac{2k}{m}}=\sqrt{\dfrac{2\times1/6\times10^{-19}}{9/1\times10^{-31}}}\approx750091 \end{cases} \Rightarrow r=\frac{9/1\times10^{-31}\times750091\times\sqrt{\frac{2}{2}}}{1/6\times10^{-19}\times1}$$

$$\approx3\times10^{-16}m=3\times10^{-4}cm$$

توجه شود که $1ev=1/6\times10^{-19}J$ می باشد.

48- گزینه «1»

با توجه به فرمول میدان مغناطیسی در چنبره داریم:

$$B=\frac{m_0NI}{2pr},r=\text{چنبره}\quad\text{متوسط}\quad\text{شعاع}\quad=\frac{b+a}{2}\Rightarrow B=\frac{m_0\times N\times I}{2p\times\frac{(b+a)}{2}}=\frac{m_0NI}{p(b+a)}$$

49- گزینه «1»

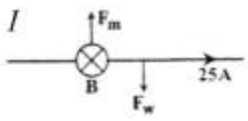
در یک ناحیه از فضا که میدان مغناطیسی عمود بر بردار سرعت ذره می باشد رابطه بین سرعت و شعاع چرخش ذره از معادله $\boldsymbol{v=\frac{qBR}{m}}$ به دست می آید که q بار ذره، m جرم آن و R شعاع چرخش ذره می باشد. پس:

$$v=\frac{qBR}{m}\Rightarrow B=\frac{vm}{qR}=\frac{vm}{eR}$$

50- گزینه «2»

برای آنکه بتوان سیمی را افقی نگه داشت کافیست یک میدان مغناطیسی درون سو به آن اعمال کنیم و برابر آنکه سیم معلق بماند باید دو نیرو یکدیگر را خنثی کنند.

$$F_{w(\text{وزن})}=mg,F_m=BIL\xrightarrow[\text{نیروی وزن}]{\text{برای خنثی شدن}}F_w=F_m\Rightarrow mg=BIL\Rightarrow\frac{mg}{LI}=\frac{lg}{l}$$



$$B=\frac{5\times10^{-3}(kg)\times10(\frac{m}{s^2})}{25(A)}=2\times10^{-2}=0/02T$$

که در آن l چگالی جرمی سیم می باشد.

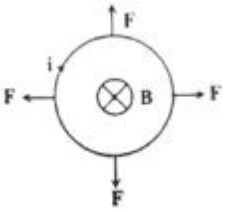
www.Endbook.net

51- گزینه «3»

نیروی وارد بر هسته ای که در میدان مغناطیسی mB قرار بگیرد برابر است که این نیرو همان Iwh است. پس می توان نوشت:

$$mB = Iwh \rightarrow w = \frac{mB}{Ih}$$

52- گزینه «3»:



با توجه به راستای نیروها حتماً نیروی وارد شده به حلقه غیرصفر ولی گشتاور وارد شده به آن صفر می‌باشد در نتیجه گزینه 3 صحیح است.

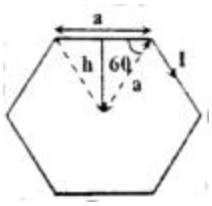
53- گزینه «3»

میدان در مرکز شش ضلعی 6 برابر میدان حاصل از تک تک اضلاع می باشد پس کافیست میدان حاصل از یک ضلع را محاسبه کنیم:

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$H_{ضلع} = \frac{Im_0}{4pR}[\cos 60^\circ + \cos 60^\circ] = \frac{Im_0}{4pR} = \frac{Im_0}{4p \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{Im_0}{2\sqrt{3}ap} \quad \text{و} \quad H_{کل} = 6 \times H_{ضلع}$$

$$H_{کل} = 6 \times \frac{Im_0}{2\sqrt{3}ap} = \frac{\sqrt{3}Im_0}{ap}$$

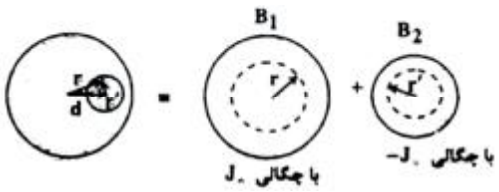


54- گزینه «3»

با توجه به قانون آمپر داریم:

$$B_1 = \frac{m_0 I}{2pr} = \frac{m_0 J_0 \times pr^2}{2pr} = \frac{m_0 J_0 r}{2}$$

$$B_2 = \frac{m_0 I}{2pr'} = \frac{-m_0 J_0 pr'^2}{2pr'} = -\frac{m_0 J_0 r'}{2}$$



از طرفی داریم:

$$r = r' + d \quad \text{یا} \quad r' = r - d$$

$$B_{کل} = B_1 + B_2 = \frac{m_0 J_0 r}{2} - \frac{m_0 J_0 (r-d)}{2} = \frac{m_0 j_0 d}{2}$$

www.Endbook.net

از آنجا که همواره میدان برآیند دو میدان مختلف است با توجه به قانون دست راست جهت آن عمود بر d به دست می آید.

55- گزینه «2»

مقدار گشتاور یک دوقطبی مغناطیسی برابر حاصلضرب خارجی ممان آن دوقطبی در میدان مغناطیسی خارجی است. از طرفی ممان مغنایسی نیز با حاصلضرب جریان در مساحت حلقه برابر است. در نتیجه:

$$\vec{t} = \vec{m} \times \vec{B} = N \times I \times pR^2 \times B$$

از طرفی داریم $2p\,RN = L \Leftarrow R = \frac{L}{2p\,N}$. با جایگذاری در رابطه قبلی خواهیم داشت:

$$t = NIp\,(\frac{L}{2pN})^2 \times B = \frac{NIpBL^2}{4p^2N^2} = \frac{IBL^2}{4pN}$$

56- هیچکدام از گزینه ها صحیح نیست.

در این گونه مسائل ابتدا چگالی جریان عبوری از سطح قرص را بدست می آوریم که از رابطه $J = sV$ قابل محاسبه است. پس داریم:

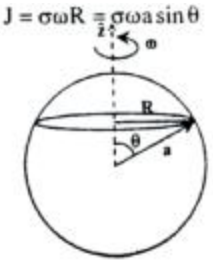
$$J = \frac{q}{pR^2} \times w \times r = \frac{q}{pR^2} \times 2pfr = \frac{2qf}{R^2} r$$

حال از قانون بیوساوار برای محاسبه میدان مغناطیسی در مرکز قرص استفاده می کنیم.

$$B = \int \frac{m_0 I}{4p} \frac{J \times R}{R^3} ds = \int_{r=0}^{R} \int_{j=0}^{2p} \frac{m_0}{4p} \times \frac{(\frac{2qf}{R^2} r) \times r}{r^3} r dr dj \; \frac{m_0 qf}{2pR^2} \int_{r=0}^{R} dr \int_{j=0}^{2p} dj = \frac{m_0 qf}{2pR^2} \times R \times 2p = \frac{m_0 qf}{R}$$

57- گزینه «3»

از طرفی می توانیم کره را مانند بی نهایت حلقه فرض کنیم که بر روی هم قرار گرفته اند پس با توجه به آنکه میدان



www.Endbook.net

حاصل از یک حلقه با رابطه $B = \frac{m_0 IR^2}{2a^3}$ قابل بیان است کافیست برای محاسبه میدان در مرکز کره از $q = 0$ تا $q = p$ انتگرال گیری نماییم:

$$I = Jadq = swa^2 \sin q dq$$

$$B = \int_{q=0}^{p} \frac{m_0 swa^2}{2a^3} dq = \frac{m_0 swa^4}{2a^3} \int_{q=0}^{p} \sin q^3 = \frac{2}{3} m_0 swa$$

58- گزینه «4»

کافی است X_c و X_L را حساب کرده، سپس مقاومت ظاهری را محاسبه و با استفاده از رابطه توان متوسط پاسخ مسئله را حساب کنیم.

$$\begin{cases} x_c = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{\frac{5}{\pi} \times 10^{-4} \times 2\pi \times 50} = \frac{100}{5} = 20 \\ x = L\omega = \frac{1}{\pi} \times 2\pi \times 50 = 100 \\ Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \end{cases} \Rightarrow P_{av} = \frac{E^2}{2Z} = \frac{150 \times 150}{2 \times 100} = 112/5$$

59- گزینه «4»

در ابتدا شار عبوری از حلقه را محاسبه می کنیم.

$$\varphi = \int B.ds$$

$$= \int_{x=0}^{2m} \int_{y=0}^{\frac{1}{5m}} \frac{5}{3} t^3 x^3 dx dy = \frac{5}{3} t^3 \times \left(\frac{x^4}{4} \right]_0^2 (y]_0^{\frac{1}{5}} = \frac{5}{3} t^3 \times 4 \times \frac{1}{5} = 10t^3$$

حال بر اساس قانون القای فارادی داریم:

$$\varepsilon = -N \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d}{dt}(10t^3)|_{t=3} = -30t^2|_{t=3} = -270V$$

پس جریان عبوری از حلقه برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-270V}{5\Omega} = 54A$$

www.Endbook.net

60- هیچکدام از گزینه ها صحیح نیست.

با توجه به قانون القای فارادی می توانیم مسئله را به صورت زیر حل کنیم:

$$\varepsilon = -N\frac{d\varphi}{dt} \quad , \quad \varphi = \int \vec{B}.d\vec{s} = \int_{\rho=20cm}^{60cm}\int_{z=0}^{1}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}drdz = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \times ln3\times 1$$

$$\varepsilon = -10000\times\frac{d}{dt}(\frac{\mu_0 ln3}{2\pi} \times 10cos100\pi t) = 10^{7} \times \frac{\mu_0 ln3}{2}sin100\pi t = 6/9sin100\pi t$$

که به گزینه1 نزدیکتر است.

61- گزینه«2»

برای محاسبه القای متقابل باید شار گذرنده از یک سیم پیچ دیگر ایجادمی شود را محاسبه نمائیم:

$$\varphi_{12} = \int B_1 ds_2 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{2\pi R} \times N_2 A$$

$$L_{12} = \frac{\varphi_{12}}{I_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_1 A}{2\pi R} = kN_1 N_2 A$$

62- گزینه «3»

با توجه به قانون القای فارادی داریم:

$$\varepsilon = N\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\varphi = \int \vec{B}.d\vec{s} = \int_{z=0}^{2}\int_{\rho=10}^{15}\frac{\mu_0 N_1 I(t)}{2\pi\rho}d\rho dz$$

$$= \frac{\mu_0 N_1 I(t)}{2\pi} \times ln\frac{15}{10} \times 2 = \frac{\mu_0 N_1 I(t)}{100\pi}ln\frac{3}{2}$$

$$\varepsilon = N_1\frac{d}{dt}(\frac{\mu_0 N_1 I(t)}{100\pi}ln\frac{3}{2}) = \mu_0\frac{N_1^{2}}{100\pi}ln\frac{3}{2}\frac{d}{dt}(5t^2 + 10t)$$

www.Endbook.net

$$\varepsilon = \mu_0 \frac{N}{100\pi} ln\frac{3}{2}(10t+10)|_{t=3}^{2} = \mu_0 \frac{40\times4\times10^{6}}{100\pi} ln\frac{3}{2} = \frac{16\mu_0}{\pi}\times 10^{5} ln\frac{3}{2}$$

63- گزینه «1»

$$I = I_0(1\text{-}e^{-\frac{t}{\tau}}), \qquad I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}, \quad \tau = \frac{L}{R} = \frac{3}{6} = 0/5$$

$$\rightarrow I = \frac{\varepsilon_0}{6}(1\text{-}e^{-2t})|_{t=\frac{1}{2}} = \frac{\varepsilon_0}{6}(1\text{-}e^{-1}) = \frac{\varepsilon_0}{6}(1\text{-}0{,}35) = \varepsilon_0 \times 0/108$$

با توجه به آنکه مقدار ولتاژ باتری مشخص نیست این مسئله جواب ندارد اما اگر ε_0 را برابر $12\ V$ فرض کنیم! جواب گزینه 1 خواهد بود.

64- گزینه «1»

با توجه به آنکه دو جریان ac و DC کاملا از هم مستقلند در نتیجه برای محاسبه جریان عبوری نهایی از رابطه مقابل استفاده می کنیم:

$$I_{tot} = \sqrt{I_{DC}^{2} + I_{ac}^{2}} \rightarrow I_{tot} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

65- گزینه «3»

بر طبق القای فاردی $\varepsilon = -N\frac{d\varphi}{dt}$ می باشد.

در این مسئله $N = 1$ چون یک حلقه داریم و از طرفی $Æ = BA$ ثابت است می تواند از مشتق خارج شود:

$$\varepsilon = -\frac{d(BA)}{dt}$$

$$\varepsilon = -B\frac{dA}{dt} = -B\frac{d(\pi r^2)}{dt} = -B\pi\frac{dr^2}{dt} = -B\pi \times \frac{dr^2}{dr}\times\frac{dr}{dt} = -B\pi \times 2r\frac{dr}{dt}$$

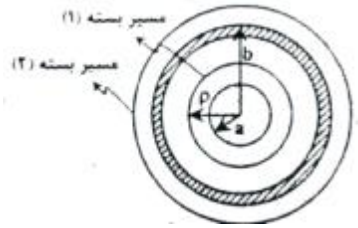
$$\varepsilon = -0/8 \times 3/14 \times 2\times10\times10^{-2} \times 80\times10^{-2} = -0/40$$

66- گزینه «1»

:

www.Endbook.net

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi\rho}$$



میدان در خارج فضای دو استوانه هم محور برابر صفر است چرا که به همان اندازه که جریان به مسیر 2 وارد می شود هان مقدار هم جریان خارج می گردد.

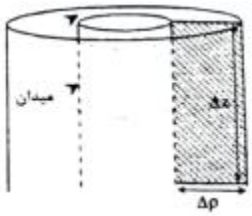
حال به محاسبه φ در بین دو رسانا می پردازیم:

$$\varphi = \int Bds = \int_{\rho=a}^{b}\int_{z=0}^{£}\frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_{\rho=a}^{b}\int_{z=0}^{£}dz$$

$$\varphi = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\times l \times ln\frac{b}{a} \rightarrow L = \frac{\varphi}{i} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} ln\frac{b}{a}$$

به این دلیل $ds = d\rho dz$ گردید که متظور از ds سطحی است که میدان از آن عبور می کند. در نتیجه در اینجا با توجه به جهت میدان مغناطیسی سطح مشاهده شده در شکل مقابل را باید مد نظر قرار دهیم:

در این سطح مستطیلی شکل r بین a تا b و z از 0 تا l تغییر می کند.

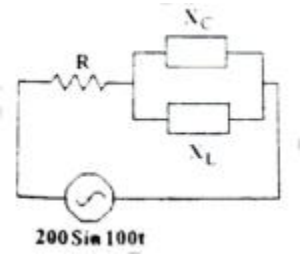


67- گزینه «1»

$$X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{100\times200\times10^{-6}} = -50j\Omega$$

$$X_L = L\omega = 0/1 \times 100 = 10j\Omega$$

$$X_{eq} = X_c || X_L = 50||10 = \frac{-50j\times10j}{-50j+10j} = \frac{50}{4}j$$



$$z = \sqrt{R^2 + X_{eq}^2} = \sqrt{(12/5)^2 + (\frac{50}{4})^2} = \frac{50}{4}\sqrt{2}$$

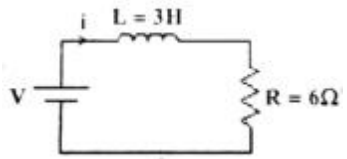
www.Endbook.net

$$I_{Max} = \frac{V_{Max}}{z} = \frac{200}{\frac{50}{4}\sqrt{2}} = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$$

68- هیچکدام از گزینه ها صحیح نیست.

می توانیم جریان مدار را از رابطه زیر به دست آوریم:

در این رابطه، 2 عکس ثابت زمانی مدار یا همان $\frac{R}{L}$ می باشد: $i(t) = (\frac{7}{6})(1-e^{-2t})$



$$i(\frac{1}{2}) = \frac{7}{6}(1-e^{-2x\frac{1}{2}}) = \frac{7}{6}(1-e^{-1}) = \frac{7}{6}(1-0/35) = \frac{7}{6} \times 0/65 = v \times 0/108$$

چون مقدار منبع ولتاژ مشخص نیست نمی توانیم جریان را محاسبه کنیم.

69- گزینه «1»

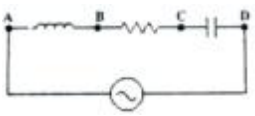
در مورد یک کابل کواکسیال مقدار ضریب خودالقایی از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$L = \frac{\mu_0 I}{2\pi} ln\frac{b}{a} = \frac{1/25\times10^{-6} \times 1}{2\times3} ln\frac{2/78}{1} = 0/208 \times 10^{-6} \cong 2\times10^{-7} H$$

70- گزینه «1»

در حالت تشدید مدار RLC سری، خازن و سلف به حالت اتصال کوتاه در خواهند آمد. در نتیجه:

$$V_C - V_D = V_A - V_B = 0$$
$$\rightarrow V_A - B_B = V_C - V_D \rightarrow V_A - V_C = V_B - V_D$$



71- گزینه«3»

در حالت معکوس نیز به دلیل آن که باز هم تغییر شار مغناطیسی با عامل به وجود آورنده اش مخالفت می کند باعث کاهش سرعت سقوط آهنربا می گردد که این ربطی به قطبیت آهنربا ندارد.

www.Endbook.net

72- گزینه «3»

با توجه به قانون القای فارادی مقدار ولتاژ القایی در حلقه از رابطه $e=-\frac{dj}{dt}$ قابل محاسبه است. پس ابتدا j را محاسبه می کنیم در اینجا B از قانون آمپر قابل محاسبه است و برابر است با $B=\frac{\mu_0 i(t)}{2\pi(5/0+z)}$.

$$\varphi=\int Bds=\int_{z=0}^{1/5}\int_{y=0}^{2}\frac{\mu_0 i(t)}{2\pi(0/5+z)}dzdy$$

$$=\frac{\mu_0 i(t)}{2\pi}\int_{y=0}^{1/5}\frac{dz}{(0/5+z)}\int_{y=0}^{2}dy=\frac{\mu_0 i(t)}{2\pi}(ln(0/5+z)]_{z=0}^{1/5}(dy]_{y=0}^{2}$$

$$\varphi=\frac{\mu_0 i(t)}{2\pi}(ln2\text{-}ln0/5)\times 2=\frac{\mu_0 i(t)}{\pi}ln4$$

حال می توانیم جریان را محاسبه کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{d\varphi}{dt}\times\frac{1}{R}=\frac{\mu_0 ln4}{\pi}\frac{di(t)}{dt}\times\frac{1}{1}=\mu_0 ln4(\frac{8\text{-}0}{2})=4\mu_0 ln4$$

73- گزینه «2»

مقدار جریان در یک مدار Rc سری از رابطه مقابل قابل محاسبه است:

$$I=I_0(e^{-\frac{t}{\tau}})$$

که در این رابطه $t=R_{eq}c$ خواهد بود پس:

$$-ln(10)=\text{-}\frac{t}{3c}\rightarrow t=3Cln1\text{یا}I=\frac{I_0}{10}\rightarrow\frac{I_0}{10}=I_0(e^{-\frac{t}{\tau}})\rightarrow\frac{1}{10}=e^{-\frac{t}{3C}}\rightarrow ln(\frac{1}{10})=-\frac{t}{3C}\text{یا}$$

$$-ln(10)=\text{-}\frac{t}{3C}0$$

$$\rightarrow t=3Cln10$$

74- گزینه «3»

در ابتدا به حاسبه X_L و X_C در این فرکانس می پردازیم:

امپدانس معادل سلف:

www.Endbook.net

$X_L = L\omega = 0/05\times1000=50\Omega$

امپدانس معادل خازن:

$$X_C=\frac{1}{C\omega}=\frac{1}{1000\times8\times10^{-6}}=\frac{1000}{8}=125\Omega$$

امپدانس کل مدار:

$$Z_{\text{مدار}}=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{40^2+(50-125)^2}=\sqrt{1600+5625}=\sqrt{7225}=85\Omega$$

جریان مدار:

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{255}{85}=3Amp$$

برای محاسبه ضریب توان از فرمول $COS\varphi=\frac{R}{Z}$ استفاده می کنیم:

$$\text{ضریب توان}=COS\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{40}{85}=0/47\cong0/5$$

75- گزینه «3»

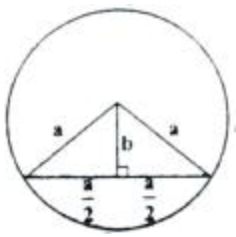
در ابتدا محاسبه شار مغناطیسی گذرنده از داخل حلقه می پدازیم. چون میدان مغناطیسی یک سیم لوله در داخل آن یکنواخت است محاسبه شار عبوری از داخل حلقه مستطیل شکل به سادگی میسر است:

$\varphi = BAcos\varphi = BA$

$B = \mu_0 nI$ میدان حاصل از سیم لوله طویل

$$A=\text{مساحت مثلث}=\frac{1}{2}b\times a, b=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{\sqrt{3a^2}}{2}\rightarrow A=\frac{\sqrt{3a^2}}{4}$$

$$\varphi=\mu_0 nI\frac{\sqrt{3a^2}}{4}=\mu_0 n\frac{\sqrt{3a^2}}{4}i_0 sin\omega t$$



www.Endbook.net

ولتاژ القا شده در حلقه مثلثی:

$$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt} = \mu_0 nI \frac{\sqrt{3a^2}}{4} i_0 \omega cos\omega t$$

جریان عبوری از داخل حلقه مثلثی:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\mu_0 n\sqrt{3}}{4R} a^2 \omega i_0 cos\omega t$$

76- گزینه «4»

$$E = CB \rightarrow E = 3\times10^{8} \times 10^{-4} = 3\times10^{4}$$

$$S = \frac{1}{2}E_m H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{{E_m}^2}{2} = \frac{{E_m}^2}{2\mu_0 c} = \frac{9\times10^{8}}{2\times4\pi\times10^{-7}\times3\times10^{8}} = 1/2\times10^{6}\frac{w}{m^2}$$

77- هیچکدام از گزینه ها صحیح نیست.

با توجه به القای قانون فارادی می توانیم ولتاژ القا شده در دو وسیله را محاسبه نماییم و سپس توان تلفاتی را پیدا کنیم.

در این رابطه N تعداد حلقه های موجود است که در اینجا برابر 1 می باشد.

$$\varepsilon = N\frac{d\varphi}{dt} = N\frac{d(BAcos\theta)}{dt}$$

از طرفی داریم:

$$A = \text{مساحت} = L \times X, cos\theta = 1$$

$$\rightarrow \varepsilon = 1 \times \frac{d(BLx \times 1)}{dt} = BL\frac{dx}{dt} = BLV = 5 \times \frac{1}{5} \times 4 = 30V$$

پس در نتیجه توان تلفاتی برابر خواهد بود با:

$$P = \frac{v^2}{R} = \frac{30^2}{\frac{1}{2}} = 750w$$

که احتمالاً جواب همان 75 وات می باشد.

برای حل قسمت دوم از قانون لنز استفاده می کنیم و چون در اینجا در اثر افزایش مساحت شار عبوری از حلقه افـزایش

www.Endbook.net

می یابد جراین یابد در جهت خلاف عقربه های ساعت القا شود که با تولید میدان برون سو، این اثر را جبران کند.

78- گزینه «1»

در ابتدا j را بدیت می آوریم و سپس L را از رابطه $L=\frac{\varphi}{I}$ محاسبه می کنیم. مقدار میدان مغناطیسی در فضای بین دو رسانا بر طبق قانون آمپر و از رابطه $B=\frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ قابل محاسبه است پس داریم:

$$\varphi=\int\int Bds=\int_{z=0}^{L}\int_{r=a}^{b}\frac{\mu_0 i}{2\pi r}drdz=\frac{\mu_0 i}{\pi r}\int_{r=a}^{b}\frac{dr}{r}\int_{z=0}^{L}dz$$

$$=\frac{\mu_0 i}{2\pi}(lnr]_a^b(z]_0^L=\frac{\mu_0 i}{2\pi}ln\frac{b}{a}L$$

$$\rightarrow L=\frac{\varphi}{I}=\frac{\frac{\mu_0 i}{2\pi}ln\frac{b}{a}L}{i}=\frac{\mu_0 i}{2\pi}ln\frac{b}{a}$$

79- گزینه «2»

در اینجا انرژی ذخیره شده در سلف می تواند به صورت مقابل محاسبه شود:

$$u=\int_{t=0}^{\infty}ivdt$$

جریان عبوری از مدار از رابطه $i=\frac{v}{R}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ محاسبه می شود که در آن $\frac{V}{R}=10$ و $\tau=\frac{1}{5}$ می باشد. همچنین ولتاژ دو سر سلف نیز برابر است با:

$V_{\text{L}}=\text{V}_{\text{منبع}}-V_{\text{مقاومت}}$ که در آن $v_{\text{مقاومت}}$ برابر است با Ri، پس:

$$u=\int_0^{\infty}10(1-e^{-5t})\big(100-10\times 10(1-e^{-5t})\big)$$

$$=1000\int_{t=0}^{\infty}e^{-5t}-e^{-5t}=1000(-\frac{1}{5}e^{-5t}+\frac{1}{10}e^{-5t}]_0^{\infty}=100j$$

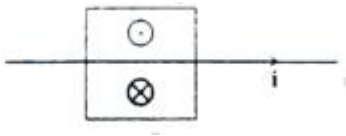
80- گزینه «1»

در ابتدا شار عبوری از حلقه مربعی را پیدا می کنیم. در اینجا چون به همان اندازه که شار داخل حلقه مربعی می شود به همان اندازه هم از طرف دیگر خارج می گردد، پس هیچ ولتاژی در حلقه القاء نمی گردد و جریان عبوری از حلقه برابر صفر خواهد بود:

www.Endbook.net

$\varphi = 0$

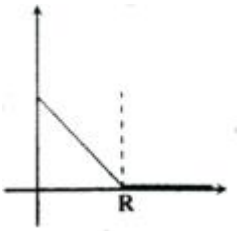
$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt} = 0 \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R} = 0$



81- گزینه«1»

با استفاده از قوانین ماکسول در یک بعد می توانیم بگوییم تغییرات میدان مغناطیسی با زمان برابر تغییرات میدان الکتریکی با مکان می باشد و این برابری با علامت منفی صادق است.

$\frac{E}{\delta r} = -\frac{\delta B}{\delta t} \rightarrow \frac{\delta E}{\delta r} = -$نرخ ثابت



در اینجا گزینه 1 صحیح تر به نظر می رسد ولی باید شکل تغییرات خطی نمایش داده شود، یعنی:

در خارج استوانه چون $B = 0$ پس میدان الکتریکی القایی نیز نخواهیم داشت.

82- گزینه «2»

معادلات ماکسول تحت تبدیلات لورنتس شکل خود را حفظ می کنند.

83- گزینه «4»

با توجه به اختلاف فاز ایجاد شده بین جریان و ولتاژ که مقداریست ما بین 0 تا $\frac{-\pi}{2}$ پس قطعاً مدار یک مدار RC می‌باشد.

84- گزینه «1»

با توجه به قانون القای فارادی می توانیم جریان i را محاسبه کنیم: (برای جلوگیری از اشتباه احتمالی، مقاومت حلقه را با R' نمایش می دهیم تا با شعاع حلقه که در صورت سوال با R نشان داده شده است، یکسان در نظر گرفته نشود.)

$i = \frac{\varepsilon}{R'} = \frac{-d\varphi}{dt} \times \frac{1}{R'} = \frac{-d(BA)}{dt} \times \frac{1}{R'} = -\frac{A}{R'}\frac{dB}{dt}$

در اینجا A مساحت حلقه می باشد که برابر است با πR^2و هم چنین R' نیز با توجه به جرم میله می تواند به صورت زیر محاسبه شود:

با توجه به جرم میله داریم:

www.Endbook.net

$$\frac{dB}{dt}=\frac{Ri}{A}=\frac{\rho\frac{L}{A_1}}{A}=\frac{\rho\frac{2\pi R}{\pi r^2}}{\pi R^2}=\frac{2\rho i}{\pi R r^2}\quad,\quad\begin{cases}\pi r^2 L\sigma=M\\ L=2\pi R\end{cases}\rightarrow R=\frac{M}{2\pi^2 r^2 R}$$

پس در نهایت خواهیم داشت:

$$\rightarrow\frac{dB}{dt}=\frac{2\rho i}{\pi\frac{M}{2\pi^2 r^2\sigma}r^2}=\frac{4\pi\rho i\sigma}{M}$$

85- گزینه«4»

این سوال را بر طبق دیمانسیون دو طرف حل می کنیم. با توجه به آن در رابطه تقارن داریم $B^2=\mu_0\varepsilon_0E^2$ در نتیجه گزینه ای صحیح است که در آن دیمانسیون B ,$[E]$باشد که تنها در گزینه 4 دیده می شود. دقت شود دیمانسیون $\mu_0\varepsilon_0$ از جنس $\frac{s^2}{m^2}$ است.

86- گزینه «2»

با توجه به رابطه جریان و همچنین قانون گوس داریم:

$$i_d=\varepsilon_0\frac{d_{\varphi E}}{dt}\overset{\text{قانون گوس}}{=}\varepsilon_0\frac{d}{dt}\left(\frac{Q}{\varepsilon_0}\right)=\frac{d}{dt}Q\overset{\text{در خازن}}{=}\frac{d}{dt}(CV)=C\frac{dv}{dt}=C\frac{V_m}{T}$$

87- گزینه«2»

می توان فرض کرد، سیم دوم ثابت است و سیم اول با سرعت v_1-v_2 در حال نزدیک شدن به سیم دوم می باشد در نتیجه مساحت حلقه با نسبت v_1-v_2 کاهش می یابد و ولتاژی با همین نسبت در این حلقه القا می شود که منجر به تولید جریانی با همین ضریب می گردد.

X: فاصله اولیه دو میله

$$\varphi=BA\cos\theta=B\times L\times(v_1t-v_2t+x)$$

$$\varepsilon=\frac{\delta\varphi}{\delta t}=BL(v_1-v_2)\rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{BL}{R}(v_1-v_2)$$

چون شار گذرنده از داخل حلقه رو به کاهش است پس جریان القایی هم جهت با میدان B و به سمت داخل صفحه خواهد بود. یعنی جهت جریان از C به A و سپس از M به N می باشد.

www.Endbook.net

88- گزینه «3»

اگر یک هادی خطوط میدان را با سرعت V قطع کند د ردو سر آن به مقدار $d\varepsilon = VBdl$ پتانسیل الکتریکی ایجاد می گردد. پس کل پتانسیل ایجاد شده در دو سر میله مورد سوال برابر است با:

$$\varepsilon = \int (\vec{V} \times \vec{B}).d\vec{l} = \int_{\varphi=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} V_0 B_0 R\varphi cos\varphi = 2RV_0B_0$$

دقت شود $cos\varphi$ در اثر ضرب داخلی بین دو بردار $\vec{V} \times \vec{B}$ و $d\vec{l}$ به دست امد.

89- گزینه «1»

درستی گزینه های 2 و 4 روشن است. گزینه 3 هم درست می باشد و مقدار میدان الکتریکی از دید ناظرهای گوناگون، متفاوت می باشد. اگر فرض کنیم چارچوب لخت $\bar{S}$ نسبت به S با سرعت v و در راستای مثبت محور x ها حرکت کند، روابط تبدیل مربوط به میدان الکتریکی مشاهده شده توسط ناظرهای ساکن در این دو دستگاه به صورت زیر می باشد:

$$\bar{E}_x = E_x \ , \ \bar{E}_y = \gamma(E_y - vB_z) \quad , \quad \bar{E}_z = \gamma(E_z - vB_y)$$

که در آن $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ است. اما در مورد گزینه 1، باید گفت تنها چیزی که قانون لنز بر آن دلالت دارد، تمایل حلقه رسانا به حفظ شار ثابت عبوری از خود و در نتیجه جهت emf القایی است و این قانون هیچ ارتباطی به پایستگی انرژی ندارد.

www.Endbook.net

منابع

فیزیک هالیدی جلد سوم

فیزیک فردریک بیوکی

فیزیک زیمانسکی