www.Endbook.net

فیزیک (۳)
(مجموعه فیزیک)

www.Endbook.net

www.Endbook.net

فهرست مطالب

فصل اول: سیالات و معادلات حاکم بر آن ۱۰
منگنه‌ی آبی و اصل پاسگال 11
اصل ارشمیدس و نیروی شناوری 13
سیال متحرک و ویژگی های مربوط به آن 14
معادله پیوستگی مربوط به تحول سیال 15
معادله برنولی 15
لوله ی ونتوری 16
قضیه توریچلی و محاسبه ی سرعت سیال 16
نمونه سوالات تستی 18
پاسخنامه سوالات تستی 21
فصل دوم: امواج و صوت ۲۶
معادله موج 26
سرعت موج در حال انتشار 27
سرعت موج روی ریسمان کشیده 27
انرژی امواج رونده 28
بر هم نهی امواج 29
1-تداخل سازنده 30
2-تداخل ویرانگر 30
.امواج ایستا 30
لولههای صوتی باز و بسته 31
دو انتهای لوله باز 31
زنش(ضربان) 31
بازتاب امواج با توجه به مانع سخت و نرم 33
صوت و ویژگی های آن 34
شدت صوت 34
تراز شدت صوت 35
اثر دوپلر و تغییر تغییر فرکانس 35
امواج ضربهای و ارتباط آن دوپلر 35
پرسش‌های چهار گزینه‌ای امواج وانتشار آنها 37
پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای امواج وانتشار آنها 40
نمونه سوالات تستی (تألیفی) 44
پاسخنامه سوالات تستی 47
فصل سوم: دما-گرما ۵۲
1-سیستم و محیط 52
2- دما 52
3-تعادل دمایی 52

www.Endbook.net

کمیت دماسنجی واندازه‌گیری دما 52
1-انبساط طولی 53
2-انبساط سطحی 54
3-انبساط حجمی 54
مفهوم فرایند در ترمودینامیک 55
گاز کامل(ایده آل) و ویژگی های وابسته به آن 56
گازهای حقیقی 56
معادله گاز حقیقی واندر والس 56
مفهوم گرما و واحد های آن 57
ظرفیت گرمایی 57
ظرفیت گرمایی ویژه 57
بررسی دمای تعادل در تعادل گرمایی اجسام 58
گرمای نهان ذوب 59
گرمای نهان تبخیر 59
روش‌های انتقال گرما 59
1- رسانش گرمایی 59
2-تابش گرمایی 61
مفهوم کار در فرایند های ترمودینامیکی 61
قانون اول ترمودینامیک(اصل بقای انرژی) 62
بررسی فرآیند ایستاوار بی‌دررو و قانون اول ترمودینامیک 63
بررسی فرآیند هم حجم(ایزوکور)و قانون اول ترمودینامیک 64
پرسش‌های چهار گزینه‌ای دما و گرما 70
پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای دما و گرما 75
نمونه سوالات تستی (تألیفی) 79
پاسخنامه سوالات تستی 80
فصل چهارم: قانون دوم ترمودینامیک،آنتروپی و نظریه ی جنبشی گازها ۸۲
اصل دوم ترمودینامیک 82
ماشین بخار 83
بیان کلوین- پلانک 84
چرخه کارنو 85
یخچال کارنو 86
قانون دوم ترمودینامیک و بیان کلاسیوس 87
آنتروپی سیستم و تحولات بی نظمی 87
تغییر آنتروپی در تحول بی‌درو برگشت‌پذیر 88
گاز کامل-آنتروپی 88
نظریه ی جنبشی گازها- توزیع سرعت‌های مولکولی 90
مسافت آزاد میانگین 90
تابع توزیع سرعت ماکسول ـ بولتزمن در نظریه ی جنبشی گاز ها 93

www.Endbook.net

نکات مربوط به توزیع بولتزمن 93
پرسش‌های چهار گزینه‌ای نظریه جنبشی گازها، آنتروپی و قانون دوم ترمودینامیک 100
پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای فصل چهارم 105
نمونه سوالات تستی (تألیفی) 110
پاسخنامه سوالات تستی 112
نمونه سوالات تستی آنتروپی و قانون دوم ترمودینامیک (تألیفی) 115
پاسخنامه سوالات تستی 118
فصل پنجم: مبانی نور هندسی ۱۲۲
بازتابش و شکست: 122
اصل هویگنس و اصل فرما: 123
بازتابش داخلی کلی: 123
امواج کروی- آینه تخت: 124
امواج کروی- آینه کروی: 124
سطوح شکاننده کروی: 125
عدسی‌های نازک: 126
نمونه سوالات تستی (تألیفی و GRE) 128
پاسخنامه سوالات تستی 131
فصل ششم:تداخل ۱۳۶
شدت در آزمایش یانگ: 137
تداخل از فیلم‌های نازک: 138
حلقه‌های نیوتون: 139
نمونه سوالات تستی (تألیفی) 141
پاسخنامه سوالات تستی 143
منابع 146

www.Endbook.net

www.Endbook.net

www.Endbook.net

فصل اول: سیالات و معادلات حاکم بر آن

قبل از شروع بحث، پیرامون ویژگی های اولیه ی سیال صحبت می کنیم. سیال ماده‌ای است که جاری می‌شود، زیرا نمی تواند در برابر تنش برشی مقاومت کند.

تذکر

جرم واحد حجم یک جسم یا سیال را چگالی جرمی می‌نامند و از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\rho = \frac{m}{V}\left(\frac{kg}{m^3}\right)$$

تذکر

نیروی عمودی وارد بر سطح را فشار می نامند که در حالتی ساده به صورت زیر بیان می شود:

$$P = \frac{F}{A}(\frac{N}{m^2})$$

تذکر

فشار یک کمیت اسکالر است و مطابق رابطه ی فوق از آنجا که از اندازه نیرو که یک کمیت اسکالر استفاده می شود، اسفشار کمیتی اسکالر می باشد.

تذکر

در SI واحد فشار، نیوتن بر متر مربع است که آن را پاسکال می‌نامند و ارتباط آنها به صورت زیر بیان می شود:

$$1atm = 1/01\times10^5\ pa = 760torr = 760mmHg = 14/7\frac{Ib}{in^2}$$

نکته

هرگا سیال ساکن فرض شود می توان می‌توان اختلاف فشار بین دو نقطه غیر هم تراز را به صورت زیر بدست آورد که در آن فواصل Yاز کف ظرف می باشد :

$$p_2 - p_1 = rg(y_2 - y_1)$$

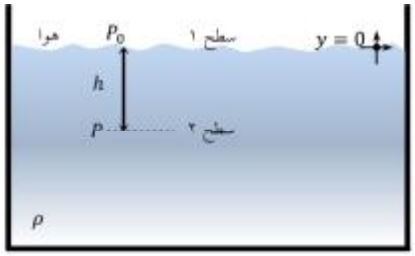
www.Endbook.net

نکته

می توان در شکل دیگری با توجه به نفوذhدر سیال ،در صورتی که فشار محیط باشد در هر عمقی از سیال رابطه ی فشار را به صورت زیر داشت:

$p_2 = p \quad , y_2 = h \quad , y_1 = 0 \quad , p_1 = p_0$

$p = p_0 + \rho gh$

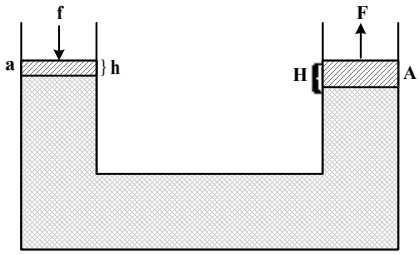


منگنه‌ی آبی و اصل پاسگال

اصل پاسکال:

تغییر فشار اعمال شده به یک سیال محصور و تراکم ناپذیر به صورت تضعیف نشده به تمام نقاط سیال و به دیواره‌های ظرف آن منتقل می‌شود.

ترمزهای هیدرولیکی و منگنه‌های آبی (همان طور که ذکر شد) بر اساس اصل پاسگال عمل می‌کنند. طبق شکل ، می‌توان ارتباط بین کمیت‌های موجود را به صورت زیر نوشت:



شکل1-7: منگنه‌ی آبی و $h, H \to 0$

$$\frac{F}{f} = (\frac{D}{d})^2 = \frac{A}{a} = \frac{\Delta x}{\Delta X}$$

توجه شود که نسبت $(\frac{D}{d})^2$ در صورتی در تساوی فوق ظاهر می‌شود که سطح مقطع‌های بزرگ (A) و کوچک a، دایره‌ای باشند.

www.Endbook.net

نکته

1- رابطه فوق نشان می‌دهد که به ازای $A_o \rangle A_i$ نیروی F_o باید بزرگتر از F_i باشد.

2-اگر پیستون سمت چپ را به اندازه d_i پایین ببریم، پیستون سمت راست به اندازه d_o بالا می‌رود

$$V = A_i d_i = A_o d_o$$

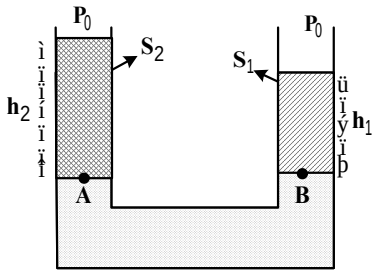
3- کار انجام شده بر روی پیستون ورودی (چپ)توسط نیروی اعمالی با کار w دو پیستون خارجی برابر است.

$$w = F_o d_o = F_i d_i$$

لوله‌های u شکل

هرگاه درون لوله‌هایی به فرم u، مایع‌هائی با ارتفاع ها و چگالی‌های مختلف ریخته شود طبق اصل هم فشاری در حالت تعادل داریم:

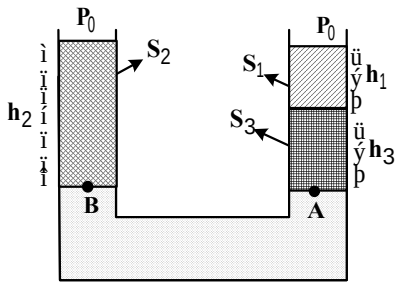
1- برای دو مایع با چگالی ρ_1 و ρ_2 با ارتفاع h_1 و h_2 مطابق شکل می توان رابطه ی را نوشت:



$$P_A = P_B \rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$
$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

2- برای سه مایع با چگالی های معیین مطابق شکل رابطه ی را در حالت تعادل خواهیم داشت:

$$\rho_1 h_1 + \rho_3 h_3 = h_2 \rho_2$$

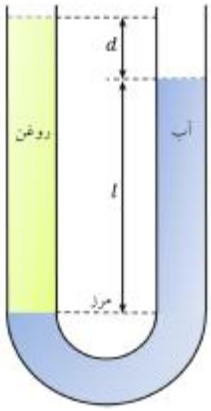


www.Endbook.net

نکته

در صورتی که جسم شناور را اندکی به بالا و پائین تغییر وضعیت دهیم جسم نوسان خواهد داشت به طوری که می‌توان برای وضعیت نوسان معادله‌ی حرکت را به صورت مستقیم و یا از طریق انرژی نوشت و فرکانس حرکت را بدست آورد.

مثال: لوله‌ی u شکل با دو سیال پر شده است که در حال سکون هستند، در سمت راست آب با $r_w = 998\frac{kg}{m^3}$ **و در سمت چپ روغنی با چگالی نامعلوم** r_x **. مقادیر** $d = 12.3mm, l = 135mm$ **اندازه‌گیری شده‌اند. چگالی روغن کدام است؟**



حل- با توجه به اصل هم فشاری در سیالات ساکن داریم:

$$p_R = p_0 + r_w g l$$
$$p_L = p_0 + r_x g(l+d)$$

$$r_x = r_w \frac{l}{l+d} = 915\frac{kg}{m^3}$$

اصل ارشمیدس و نیروی شناوری

وقتی بخشی از یک جسم یا تمام آن درون یک سیال قرار می‌گیرد، یک نیروی شناوری $\vec{F}$ از طرف سیال به آن جسم وارد می‌شود، این نیرو، به سمت بالا بوده و اندازه‌ای برابر با وزن $m'g$ سیال جابجا شده توسط جسم دارد.

$$F = m'g = r'Vg$$

که در آن m' جرم سیالی با چگالی ρ' و حجم V است که توسط جسم جابجا شده است.

وقتی جسمی روی یک سیال شناور باشد، اندازه F_b نیروی شناوری وارد بر آن با اندازه‌ی F_g نیروی گرانشی وارد بر آن برابر است:

www.Endbook.net

$F_B = F_g$ یا $r'v'g = rvg$

می توان گفت اندازه نیروی شناوری وارد بر یک جسم شناور با وزن آن جسم برابر است.

نکته

به طور کلی وزن ظاهری برای یک جسم به صورت زیر در یک سیال به صورت زیر بیان می شود:

(وزن ظاهری)=(وزن واقعی)×(اندازه نیروی شناوری)= $F'_g = F_g - F_B$ یا $F'_g = F_g(1-\frac{r'}{r})$

نکته

اگر بخواهید سنگی را بلند کنید، می‌توانید این کار را در زیر آب راحت‌تر انجام دهید. در این حالت باید نیروی برابر وزن ظاهری سنگ به آن وارد کنید که از وزن واقعی آن کمتر است، زیرا نیروی شناوری در بلند کردن سنگ به شما کمک می‌کند.

سیال متحرک و ویژگی های مربوط به آن

به علت پیچیدگی های رفتار سیال واقعی در مورد سیال ایده‌آل صحبت خواهیم کرد .

نکته

چهار فرض برای سیال ایده‌آل که در صورت وجود ان سیل ایده آل است به صورت زیر بیان می شود::

1- در شارش پایا (یا لایه‌ای) سرعت سیال متحرک از لحاظ جهت و اندازه در هر نقطه ثابتی با گذشت زمان تغییر نمی‌کند.

2- چنانچه چگالی سیال ثابت و یکنواخت باشد سیال تراکم ناپذیر می‌باشد.

3- چسبندگی یک سیال معیاری از مقاومت آن سیال در برابر جریان است در صورتی که موجود نباشد سیال ایدآل است.

4- در جریان بی‌گردش سیال حول محوری که از مرکز جرمش بگذرد نمی‌چرخد.

نکته

1- خط جریان مسیر یک عنصر کوچک سیال در هنگام جریان یافتن سیال است. سرعت عنصر سیال همیشه بر خط جریان مماس است.

2- دو خط جریان هرگز نمی‌توانند هم را قطع کنند

www.Endbook.net

معادله پیوستگی مربوط به تحول سیال

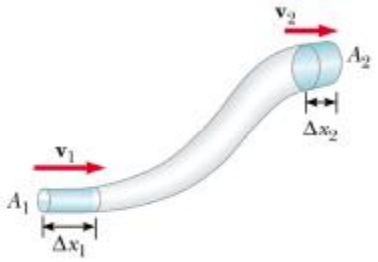
بقای جرم ایجاب می‌کند که جرمی که هر ثانیه وارد لوله می‌شود با جرمی که در هر ثانیه از آن لوله خارج می‌شود برابر باشد یعنی خواهیم داشت:

ثابت $= rAv$ (آهنگ جرمی جریان)

اگر چگالی سیال یکنواخت باشد در حالت کلی می توان نوشت:

$$R_v = A_1 v_1 = A_2 v_2 = cte$$

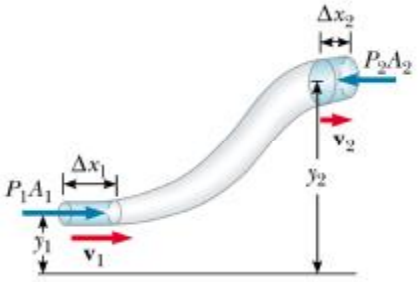
این رابطه بین تندی و مساحت مقطع معادله پیوستگی جریان سیال ایده‌آل نام دارد.



معادله برنولی

هرگاه سیال تراکم‌ناپذیر باشد برای دو نقطه دلخواه مثلا 1 و2 با توجه به این که معادله برنولی با اعمال اصل پایستگی انرژی مکانیکی به جریان یک سیال، بدست می‌آید می توان نوشت:

$$p_1 + \frac{1}{2} r v_1^2 + r g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} r v_2^2 + r g y_2$$



و در حالت کلی برای این معادله داریم:

$$p + \frac{1}{2} r v^2 + r g y = cte$$

توجه

برای یک سیال ساکن $v_1 = v_2 = 0$ ، نتیجه بصورت زیر است

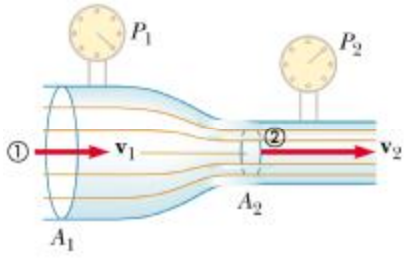
$$p_2 = p_1 + r g (y_1 - y_2)$$

www.Endbook.net

لوله ی ونتوری

این دستگاه برای اندازه‌گیری تندی سیال داخل کانال بکار می‌رودکه بین دو بخش لوله متصل می‌شود. مساحت مقطع ورودی و خروجی A_1 با مساحت مقطع لوله یکی است.

تندی سیال در ورودی برابر v_1 است، ولی با تندی v_2 از گلوگاه با سطح مقطع A_2 می‌گذرد. یک فشارسنج بین بخش پهن و باریک دستگاه قرار دارد. تغییر تندی سیال با تغییر فشار Δp همراه است، Δp که تغییر فشار در گلوگاه منهای فشار در لوله است. با اعمال معادله برنولی و معادله پیوستگی می‌توان روابط زیر را نوشت:



$$p_1+\frac{1}{2}rv_1^2=p_2+\frac{1}{2}rv_2^2 \qquad \text{و} \qquad v_1=\frac{A_2}{A_1}v_2$$

$$p_1+\frac{1}{2}r\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2v_2^2=p_2+\frac{1}{2}rv_2^2$$

$$v_2=\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{r(A_1^2-A_2^2)}}$$

قضیه توریچلی و محاسبه ی سرعت سیال

شکل زیر باریکه‌ی آبی را نشان می دهد که از سوراخی به فاصله h از سطح آب مخزنی که ارتفاع آب درون آن y_2 است خارج می‌شود.

از آنجاکه $A_2 \rangle\rangle A_1$ ، مایع در سطح فوقانی مخزن که فشار p است تقریبا ساکن است. با بکار بردن قانون برنولی برای نقاط 1و2 و توجه داشتن به این نکته که فشار p_1 همان فشار اتمسفر است داریم

$$p_0+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g y_1=p+\rho g y_2$$

$$y_2-y_1=h$$

$$v_1=\sqrt{\frac{2(p-p_0)}{\rho}+2gh}$$

چنانچه سر ظرف باز و فشار p_1 برابر فشار جو p_0 باشد در آن صورت داریم:

$$v_1=\sqrt{2gh}$$

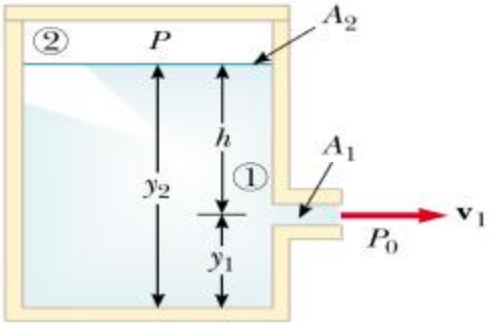
\اینک برای یافتن فاصله می‌توان با استفاده از معادله حرکت، حرکت پرتابی نوشت:

www.Endbook.net

$$y = \frac{-gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta} + x\tan\theta + y_0$$

$$y = 0 \quad y_0 = y_1 \quad ,\theta = 0^\circ \quad ,v_0 = v_1$$

$$y_1 = \frac{gx^2}{2v_1^2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2v_1^2 y_1}{g}}$$



www.Endbook.net

نمونه سوالات تستی

۱- اگر رگهای خونی در بدن انسان به عنوان لوله‌های ساده در نظر گرفته شوند اختلاف در فشار خون بین خون پاها و سر یک مرد به بلندی ۱/۸ متر وقتی که در حال ایستاده است، چقدر است؟ فرض کنید که گرانش ویژه خون ۱/۰۶ است.

1) $18/7\text{kPa}$ 2) 187kPa 3) $17/8\text{kPa}$ 4) $1/06\text{kPa}$

۲- اگر فرض کنیم که چگالی میانگین آب دریا $1025\text{kg}/\text{m}^3$ است، اگر تراکم‌پذیری آن (مدول حجمی= 2000MPa) باشد، چند درصد از چگالی در ضمن رفتن از سطح تا عمق ۱ مایل ($=16/9\text{m}$) تغییر می‌یابد؟

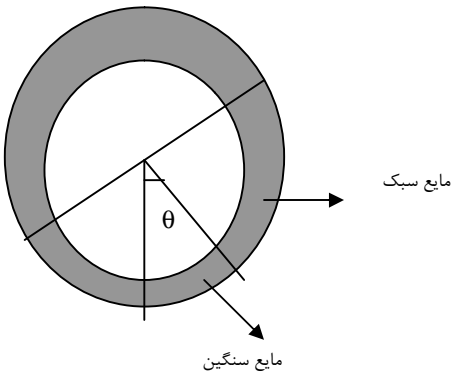
1) 8% 2) 18% 3) $0/81\%$ 4) 81%

۳- یک جوسنج جیوه‌ای در ۷۶۲ میلیمتر قرار دارد. حجم یک حباب گاز وقتی در ته یک دریاچه ۴۵/۷ متر قرار دارد برابر 33cm^3 است، این حباب به سطح آب می‌آید. حجم آن در سطح دریاچه چقدر است؟

1) 178cm^3 2) $56/1\text{cm}^3$ 3) $45/7\text{cm}^3$ 4) $17/8\text{cm}^3$

۴- لوله یکنواخت کوچکی به شکل دایره‌ای به شعاع r که سطح آن قائم است، در آورده شده است. حجم‌های مساوی از دو مایع که چگالی‌های آن‌ها ρ و σ هستند $\rho > \sigma$ نصف دایره را پر می‌کنند. زاویه‌ای را که فصل مشترک دو مایع با امتداد قائم می‌سازد پیدا کنید.

1) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)$ 2) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\rho-\sigma}{\rho+\sigma}\right)$ 3) $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{\rho-\sigma}{\rho+\sigma}\right)$ 4) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\rho+\sigma}{\rho-\sigma}\right)$



www.Endbook.net

۵- یک بالابر هیدرولیکی در ایستگاه خدماتی دارای یک پیستون بزرگ به قطر 30cm و یک پیستون کوچک به قطر 2cm است. چه نیرویی براب بالا بردن یک بار به جرم 1500kg بر پیستون کوچک باید وارد شود؟

1) 65N 2) 650N 3) 210N 4) 450N

۶- یک بلوک چوبی به وزن 71/2N و گرانش ویژه 0/75 برای شناوری کامل با نخی به ته مخزن آبی بسته شده است. کشش نخ چقدر است؟

1) 65N 2) 23/7N 3) 71/2N 4) 450N

۷- سه چهارم یک بلوک به چگالی ρ_1 را در مایعی با چگالی نامعلوم شناور می‌کنند. در اینصورت ρ_2 چگالی مایع نامعلوم برابر کدام گزینه خواهد بود؟

1) $\rho_2=\frac{4}{3}\rho_1$ 2) $\rho_2=\frac{1}{3}\rho_1$ 3) $\rho_2=2\rho_1$ 4) $\rho_2=\frac{3}{4}\rho_1$

۸- شاره‌ای را با سرعت v_0 که از یک لوله استوانه‌ای به شعاع **r** جاری می‌شود در نظر بگیرید. سرعت شاره در نقطه‌ای که بعلت انقباض شعاع استوانه، $\frac{r}{4}$ است چقدر خواهد شد؟

1) $4v_0$ 2) $2v_0$ 3) $8v_0$ 4) $16v_0$

۹- آب در یک دستگاه لوله مسدود بطور آرام جریان دارد. در یک نقطه سرعت آب 3m/s و در یک نقطه دیگر ۱ متر بالاتر از آن سرعت ان 4m/s است. اگر فشار در نقطه پایین 20kPa باشد، فشار در نقطه بالا چقدر است؟

1) 8/2kPa 2) 82kPa 3) 6/7kPa 4) 12kPa

۱۰- یک قوطی پر از آب بر روی میز قرار دارد. آب از سوراخ کوچکی واقع در فاصله **y** زیر سطح آب به بیرون می‌جهد. ارتفاع آب در داخل قوطی **h** است. در چه فاصله‌ای **R** از قاعده قوطی درست زیر سوراخ، آب بر روی میز اصابت می‌کند؟

1) $2\sqrt{y(h-y)}$ 2) $2\sqrt{3y(h+y)}$ 3) $2y(h-y)$ 4) $(h-y)$

www.Endbook.net

۱۱- ارتفاع بلندترین سد جهان برابر ۳۰۰ متر است. آب چه فشاری را به پایه این سد وارد می‌کند؟ چگالی آب $10^3 kg/m^3$ است.

1) $10^6 Pa$ 2) $1/47\times10^6 Pa$ 3) $1/64\times10^6 Pa$ 4) $1/47Pa$

www.Endbook.net

پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۱ صحیح می‌باشد:

از رابطه مربوط به اختلاف فشار در شاره‌ها داریم:

$$\Delta p = \rho gh$$

با جاگذاری مقادیر داده شده در این سوال داریم:

$$\Delta p = \rho gh = 1060(9/8)(1/8) = 18/7kPa$$

۲- گزینه ۳ صحیح است:

بنابر تعریف مدول حجمی یا کپه‌ای داریم:

$$B = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}$$

از طرفی فشار در عمق 16/9 متر زیر سطح اقیانوس برابر است با:

$$\Delta p = \rho gh = 1025(9/8)(16/9) = 16/2MPa$$

برای یک جرم ثابت داریم:

$$\Delta m = \rho \Delta V + V\Delta\rho \xrightarrow{\Delta m=0} \frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta\rho}{\rho}$$

بنابراین رابطه مربوط به مدول کپه‌ای یا حجمی برابر است با:

$$B = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}} = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta\rho}{\rho}} \Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta p}{B} = \frac{16/2}{2000} = 0/0081 = 0/81\%$$

۳- گزینه ۱ صحیح است:

بر حسب ρg چگالی وزنی آب داریم:

$$\begin{cases} p_h = \rho gy + p_{atm} \Rightarrow p_h = \rho gy + \rho gh \\ \rho h = \rho_{Hg} h_{Hg} \Rightarrow h = \frac{\rho_{Hg}}{\rho} h_{Hg} \end{cases} \Rightarrow p_h = \rho gy + \rho g \frac{\rho_{Hg}}{\rho} h_{Hg} \Rightarrow p_h = \rho g\left[45/7 + (13/6)(0/762)\right] = 56/1\rho g$$

برای حباب بر اساس قانون بویل با فرض اینکه دما ثابت باشد داریم:

$$pV = const$$

www.Endbook.net

بنابراین داریم:

$$V=\frac{p_h}{p_{atm}}V_h \Rightarrow V=\frac{56/1\rho g}{10/4\rho g}\times 33=178cm^3$$

۴- گزینه ۲ صحیح می‌باشد:

از نیروهای خارجی که بر دو قسمت مایع وارد می‌شوند، فقط نیروهای وزن ρgV و σgV دارای گشتاورهایی نسبت به مرکز o هستند. نیروهایی که بوسیله محفظه وارد می‌شوند بطور خالص شعاعی هستند. پس در حالت تعادل داریم:

$$0=\rho gVr\sin\left(45^\circ-\theta\right)-\sigma gVr\sin\left(45^\circ+\theta\right)$$

$$0=\rho\left(\sin 45^\circ\cos\theta-\cos 45^\circ\sin\theta\right)-\sigma\left(\sin 45^\circ\cos\theta+\cos 45^\circ\sin\theta\right)$$

$$\Rightarrow 0=\rho(1-\tan\theta)-\sigma(1+\tan\theta)$$

$$\Rightarrow \tan\theta=\frac{\rho-\sigma}{\rho+\sigma}$$

۵- گزینه ۱ صحیح می‌باشد:

اصل پاسکال بیان می‌کند که تغییر فشار در سراسر روغن بطور یکنواخت انتقال می‌یابد، بنابراین داریم:

$$\Delta p=\frac{F_1}{A_1}=\frac{F_2}{A_2}$$

که F_1,F_2 بترتیب نیروهای وارد بر پیستون‌های کوچک و بزرگ و A_1,A_2 مساحت‌های مربوطه هستند. بنابراین:

$$\frac{F_1}{\pi\left(\frac{2^2}{4}\right)}=\frac{1500(9/8)}{\pi\left(\frac{30^2}{4}\right)}$$

با حل این معادله بر حسب F_1 داریم:

$$F_1=\frac{(1500)(9/8)(2^2)}{30^2}=65N$$

۶- گزینه ۲ صحیح می‌باشد:

این بلوک تحت اثر سه نیرو در حالت تعادل است:

1) نیروی وزن: $W=71/2N$ 2) نیروی کشش T 3) نیروی شناوری B. در این حالت داریم:

$$B=W+T$$

برای بدست آوردن نیروی شناوری داریم:

www.Endbook.net

$$B = \rho_L g V_B$$

که در این رابطه ρ_L چگالی آب جابجا شده و V_B حجم بلوک کاملاً شناور است.

از طرفی نیروی وزن برابر است با:

$$W = \rho_B g V_B$$

که در این رابطه ρ_B چگالی بلوک است. بنابراین داریم:

$$\frac{W}{B} = \frac{\rho_B}{\rho_L} = 0/75 \Rightarrow B = \frac{W}{0/75} = 94/9N$$

بنابراین نیروی کشش نخ برابر خواهد بود با:

$$T = B - W \Rightarrow T = 94/9 - 71/2 = 23/7N$$

۷- گزینه ۱ صحیح می‌باشد:

بنابر اصل ارشمیدس داریم:

$$\rho_1 V_1 g = \rho_2 V_2 g$$
$$\Rightarrow \rho_1 V g = \rho_2 \left(\frac{3V}{4}\right) g$$
$$\Rightarrow \rho_2 = \frac{4}{3}\rho_1$$

۸- گزینه ۴ صحیح می‌باشد:

اگر شعاع از r به $\frac{r}{4}$ کاهش یابد، سطح مقطع از πr^2 به $\pi\frac{r^2}{16}$ کاهش می‌یابد. در اینصورت از معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$\pi r^2 v_0 = \pi \frac{r^2}{16} v \Rightarrow v = 16 v_0$$

۹- گزینه ۳ صحیح می‌باشد:

با استفاده از معادله برنولی داریم:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = const$$
$$\Rightarrow p_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g y_2$$

www.Endbook.net

با جاگذاری مقادیر داده شده در این مسئله داریم:

$$y_2 - y_1 = 1m \Rightarrow p_2 = 6/7kPa$$

۱۰- گزینه ۱ صحیح است:

با استفاده از روابط مربوط به قوانین نیوتون سرعت اب در هنگام ترک قوطی برابر است با:

$$v = \sqrt{2gy}$$

هر جزء جریان آب از مسیر ذره‌ای که بطور افقی با همان سرعت و ارتفاع پرتاب می‌شود، پیروی می‌کند. زمان سقوط t در معادله زیر صدق می‌کند:

$$h - y = \frac{1}{2}gt^2$$

بنابراین داریم:

$$t = \sqrt{\frac{2(h-y)}{g}}$$

مسافت افقی پیموده شده در ضمن سقوط برابر است با:

$$x = vt = \sqrt{2gy}\sqrt{\frac{2(h-y)}{g}} = 2\sqrt{y(h-y)}$$

۱۱- گزینه ۲ صحیح است:

فشار در عمق h از سطح آب برابر است با:

$$p = \rho gh$$

المان سطحی به طول a و عرض dh در نظر می‌گیریم:

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = pA \Rightarrow dF = padh$$

$$dF = \rho ghadh \Rightarrow \int dF = \int \rho ghadh \Rightarrow F_s = \frac{1}{2}\rho gah^2 \Rightarrow F_s = \frac{1}{2}\rho gA_s h$$

فشار وارد بر دیواره سد برابر است با:

$$p_s = \frac{F_s}{A_s} \Rightarrow p_s = \frac{1}{2}\rho gh$$

بنابراین فشار وارد بر دیواره سد در پای سد برابر است با:

$$p_s = \frac{1}{2}(1000)(9/8)(300) = 1/47 \times 10^6 Pa$$

www.Endbook.net

www.Endbook.net

فصل دوم: امواج و صوت

برای شروع لازم است به بررسی امواج بپردازیم.موج به سه نوع اصلی تقسیم می‌شود:

1- موج مکانیکی: این امواج برای آنها قوانین نیوتن حاکم است و تنها می‌توانند در محیط مادی منتشر شوند.

2- امواج الکترومغناطیسی: این امواج برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند.

3- امواج مادی: امواج متناظر با الکترون‌ها، پروتون‌ها و دیگر ذرات بنیادی و حتی خود اتم‌ها و مولکول‌ها هستند.

نکته

هیچگاه منبع موج با موج منتشر نمی شود.

نکته

تمام اواج الکترومغناطیس در خلا با سرعت نور حرکت کنند.

معادله موج

با اعمال قانون دوم نیوتن به حرکت یک عنصر می‌توانیم معادله‌ای کلی، موسوم به معادله‌ی موج را بدست آوریم که بر حرکت امواج مختلف حاکم است.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

نکته

در حالتی دیگر بر اساس انتشار و ارتعاش می توان امواج را به دو دسته ی طوری و عرضی تقسیم نمود به طوری که در امواج عرضی راستای ارتعاش بر جهت انتشار موج عمود است، طناب. در امواج طولی راستای ارتعاش با راستای انتشار موج موازی است.

امواج سینوسی

شکل ریاضی یک موج سینوسی که در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است

$$y(x,t) = y_m \sin(kx - wt)$$

که در آن:

1- y_m اندازه جابجایی ماکزیمم را نشان می‌دهد و آن را دامنه موج می‌نامند.

2-طول موج l یک موج فاصله بین دو تکرار متوالی موج (مانند دو قله متوالی) به موازات جهت حرکت موج است.

www.Endbook.net

3-دوره تناوب T،زمان لازم برای آنکه فاصله‌ای برابر یک طول موج، توسط موج طی شود را یک دوره یا پریود می‌نامند.

4- $k=\frac{2p}{l}$ را عدد موج زاویه‌ای موج می‌نامیم، یکای SI این کمیت رادیان بر متر یا عکس متر است.

تذکر

$w=2pf=\frac{2p}{T}$ فرکانس زاویه‌ای موج است. یکای SI این کمیت رادیان بر ثانیه یا عکس ثانیه است.

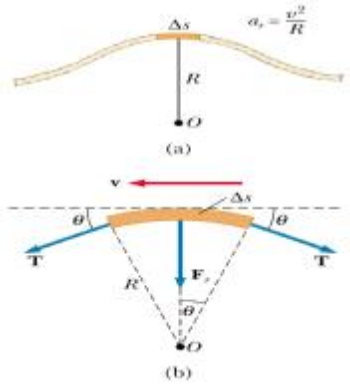
سرعت موج در حال انتشار

برای یافتن سرعت موج از فاز معادله موج نسبت به زمان مشتق می‌گیریم

$$\frac{d}{dt}(kx-wt+j)=0\Rightarrow k\frac{dx}{dt}-w=0$$
$$\frac{dx}{dt}=v=\frac{w}{k}=\frac{l}{T}=lf$$

سرعت موج روی ریسمان کشیده

سرعت موج به طول موج و فرکانس آن بستگی دارد، ولی این سرعت خاصیتی از محیط است. اگر موجی بخواهد در محیطی چون آب ، هوا یا ریسمان کشیده حرکت کند، باید با عبور خود ذرات محیط را به نوسان وا دارد. برای اینکه چنین شود، محیط هم باید جرم داشته باشد و هم باید کشسان باشد. بنابراین جرم و خواص کشسانی محیط سرعت موج در محیط را تعیین می‌کند.



مطابق شکل زیر یک عنصر کوچک ریسمان به طول Δs در نظر بگیرید، عنصر انتخاب شده، کمانی از دایره‌ای به شعاع R است و از مرکز این دایره با زاویه 2θ دیده می‌شود. نیروی $\mathbf{T}$ با اندازه‌ای برابر کشش ریسمان به صورت مماسی به دو طرف این عنصر وارد می‌شود. مولفه‌های افقی این دو نیرو همدیگر را خنثی می‌کنند، ولی مولفه‌های قائمشان با هم

www.Endbook.net

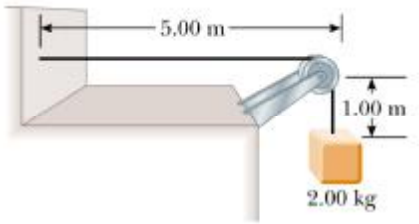
جمع شده، نیروی شعاعی برگرداننده $\vec{F}$ را ایجاد می‌کنند.

$$Dm = mDs$$

که در آن μ چگالی خطی ریسمان است.

$$F = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow T\frac{Ds}{R} = Dm\frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{T}{m}}$$

مثال: ریسمان یکنواختی به طول $6m$ و جرم $0.3kg$ مطابق شکل از طریق قرقره بـه جـرم $2kg$ متصـل اسـت سرعت موج را روی ریسمان پیدا کنید؟



$$T = mg = 2\times 9.8 = 19.6N$$
$$m = \frac{m}{L} = \frac{0.3}{6} = 0.05\frac{kg}{m}$$
$$v = \sqrt{\frac{T}{m}} = \sqrt{\frac{19.6}{0.05}} = 19.8\frac{m}{s}$$

سرعت، شتاب و ارتعاش ذره در اثر عبور موج

$$y = y_m \sin(kx - wt + j)$$
$$v_y = \left.\frac{dy}{dt}\right|_{x=cte} = -wy_m \cos(kx - wt + j)$$
$$a_y = \left.\frac{d^2y}{dt^2}\right|_{x=cte} = \left.\frac{dv_y}{dt}\right|_{x=cte} = -w^2 y_m \sin(kx - wt + j)$$

ماکزیمم مقادیر سرعت و شتاب عبارتند از

$$v_{y\max} = -wy_m, \quad a_{y\max} = -w^2 y_m$$

انرژی امواج رونده

انرژی جنبشی dK متناظر با عنصری از ریسمان به جرم dm عبارتست از

www.Endbook.net

$$dK = \frac{1}{2} dm v_y^2, \quad v_y = -w y_m \cos(kx - wt)$$

$$dm = mdx$$

$$dK = \frac{1}{2} mdx (w y_m)^2 \cos^2(kx - wt)$$

$$K = \int_0^l dk = \int_0^l \frac{1}{2} m (w y_m)^2 \cos^2(kx - wt) dx = \frac{1}{2} m (w y_m)^2 \left[\frac{1}{2} x - \frac{1}{4k} \cos 2(kx - wt) \right]_0^l$$

$$K = \frac{1}{2} m w^2 y_m^2 (\frac{1}{2} l) = \frac{1}{4} m w^2 y_m^2 l$$

برای انرژی پتانسیل داریم :

$$dU = \frac{1}{2} w^2 y^2 dm = \frac{1}{2} w^2 y_m^2 m \sin^2(kx - wt) dx$$

$$U = \int_0^l dU = \int_0^l \frac{1}{2} m (w y_m)^2 \sin^2(kx - wt) dx = \frac{1}{2} m (w y_m)^2 \left[\frac{1}{2} x - \frac{1}{4k} \cos 2(kx - wt) \right]_0^l$$

$$U = K = \frac{1}{4} m w^2 y_m^2 l$$

$$E = U + K == \frac{1}{2} m w^2 y_m^2 l$$

نکته

انرژی جنبشی و پتانسیل برابر هستند، بنابراین توان متوسط عبارتست از

$$P_{avg} = 2(\frac{dK}{dt})_{avg} = \frac{1}{2} m w^2 y_m^2$$

بر هم نهی امواج

همانند دو موج زیر اگر دو یا تعدادی بیشتری موج همزمان از یک ناحیه بگذرند با هم تداخل می‌کنند و می توان نوشت:

$$y_1 = y_m \sin(kx - wt + j_1), \quad y_2 = y_m \sin(kx - wt + j_2)$$

$$y' = y_1 + y_2 = [2 y_m \cos \frac{j_1 - j_2}{2}] \sin(kx - wt + \frac{j_1 + j_2}{2})$$

نکته

اگر دو موج سینوسی هم دامنه و با طول موج یکسان در یک جهت روی یک ریسمان حرکت کنند، تداخل آنها موج برآیند سینوسی ایجاد می‌کند که در همان جهت حرکت می‌کند.

www.Endbook.net

نکته

موج برآیند دارای فاز اولیه $\frac{j_1+j_2}{2}$ و دامنه زیر است:

$$y' = 2y_m \cos\frac{j_1-j_2}{2}$$

در حالت کلی می توان تداخل امواج را به صورت زیر تقسیم بندی نمود:

1-تداخل سازنده

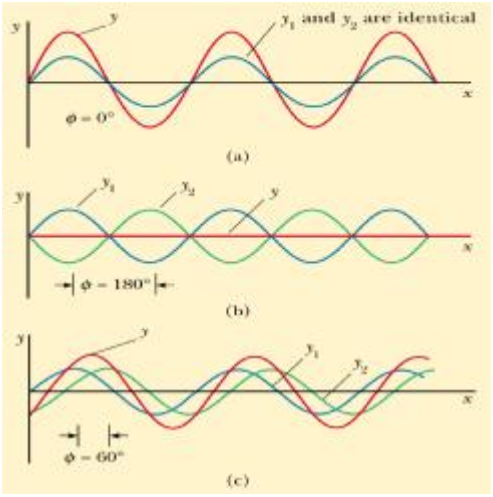
تداخلی که بزرگ‌ترین دامنه را ایجاد می‌کند، تداخل سازنده نامیده می‌شود.

$$Dj = j_1 - j_2 = 2np \Rightarrow y' = 2y_m$$

2-تداخل ویرانگر

امواج تداخل کننده کاملا ناهمفازند و دامنه موج برآیند صفر می‌شود.

$$Dj = j_1 - j_2 = (2n+1)p \Rightarrow y' = 0$$



.امواج ایستا

اگر دو موج سینوسی با دامنه و طول موج یکسان در خلاف جهت هم بر روی یک ریسمان حرکت کنند، آنگاه دارای یک موج ایستا خواهیم بود یعنی:

$$\begin{cases} y_1 = y_m \sin(kx - wt) \\ y_2 = y_m \sin(kx + wt) \end{cases} \Rightarrow y = y_1 + y_2 = [2y_m \sin kx]\cos wt$$

www.Endbook.net

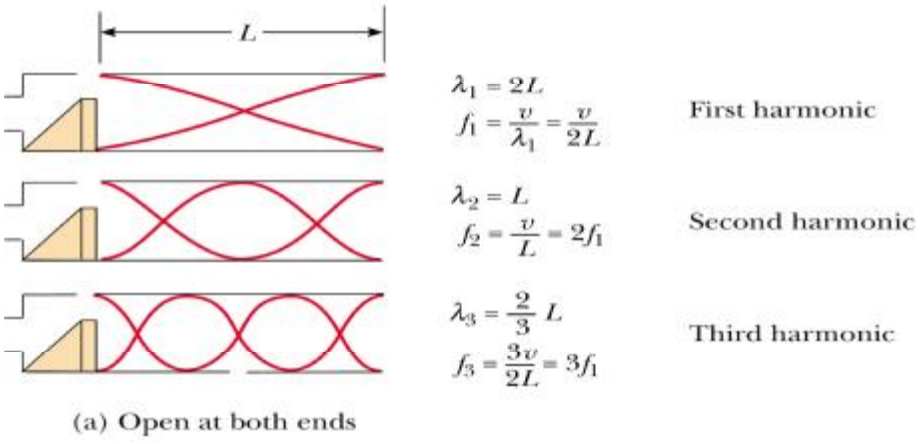
لوله‌های صوتی باز و بسته

وقتی یک موج عرضی در طنابی که انتهای آن ثابت است، این موج از انتهای ثابت بازتابیده می‌شود و از برهم‌نهی موج-های فرودی و بازتابی موج ایستاده تشکیل می‌شود، در این بخش چگونگی ایجاد موج‌های ایستاده را در لوله‌ها مورد بررسی قرار می‌دهیم، چنین لوله‌ای را لوله صوتی می‌نامیم.

دو انتهای لوله باز

در این مورد می توان نوشت که به دلیل باز بودن دو انتهای لوله ،فرکانس‌های تشدید با طول موج‌متناسب خواهد بود و در دو انتها ی لوله دارای شکم یا تداخل سازنده خواهیم بود:

$$l=\frac{2L}{n} \quad n=1,2,3,\ldots \quad , f=\frac{v}{l}=\frac{nv}{4L} \quad n=1,2,3,\ldots$$



(a) Open at both ends

یک انتهای لوله باز و یک انتهای لوله بسته باشد

در این صورت می توان ارتباط میان هارمونیک هارا با طول لوله و نیز با طول موج به صورت زیر نوشت:

$$l=\frac{2L}{n} \quad n=1,3,5,\ldots \quad , f=\frac{v}{l}=\frac{nv}{4L} \quad n=1,3,5,\ldots$$

همانگونه که می دانیم در نقطه ی بسته ی لوله دارای تداخل ویرانگر خواهیم بود.

زنش(ضربان)

هرگاه دو موج با فرکانس‌هایی که اختلاف بسیار کمی دارند، با هم تداخل کنند، دامنه موج برآیند با زمان تغییر می‌کند.

در این صورت افزایش و کاهش شدت با فرکانس $|w_2-w_1|$ تکرار می‌شود و زنش نام دارد پس خواهیم داشت:

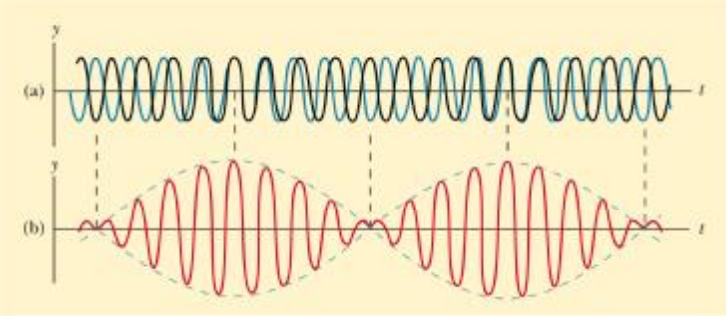
www.Endbook.net

$y_1 = A_1 \cos w_1 t \ , \ \ y_2 = A_1 \cos w_2 t$

$y = y_1 + y_2 = 2A \cos[\frac{w_1 - w_2}{2} t] \cos \frac{w_1 + w_2}{2} t$

$w' = \frac{w_1 - w_2}{2} \ , \ \ w = \frac{w_1 + w_2}{2}$

$y(t) = 2A \cos w't \cos wt$



نکته

فرکانس زنش عبارتست از

$f = f_1 - f_2$

نکته

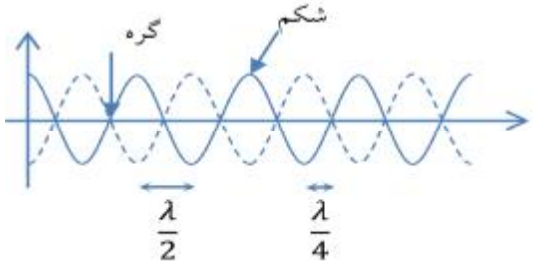
ویژگی امواج ایستا محل‌های ثابتی با جابجایی صفر، موسوم به گره و محل‌های ثابتی با جابجایی ماکزیمم موسوم به شکم است.

$2y_m \sin kx = 0 \Rightarrow kx = np \Rightarrow x = \frac{nl}{2}, \quad n = 0,1,2,...$

$2y_m \sin kx = 2y_m \Rightarrow kx = \frac{(2n+1)p}{2} \Rightarrow x = \frac{(2n+1)l}{2}. \quad n = 0,1,2,...$

نکته

فاصله بین دو گره یا دو شکم متوالی $\frac{l}{2}$ است و فاصله بین گره و شکم متوالی $\frac{l}{4}$ است.



www.Endbook.net

نکته

در حالت کلی ریسمانی به طول L یک موج ایستا ایجاد می‌کند، اگر طول موج آن در شرط زیر صدق کند

$$l=\frac{2L}{n} \qquad n=1,2,3,...$$

نکته

فرکانس‌های تشدید در تولید این امواج متناظر با طول موج‌فوق است:

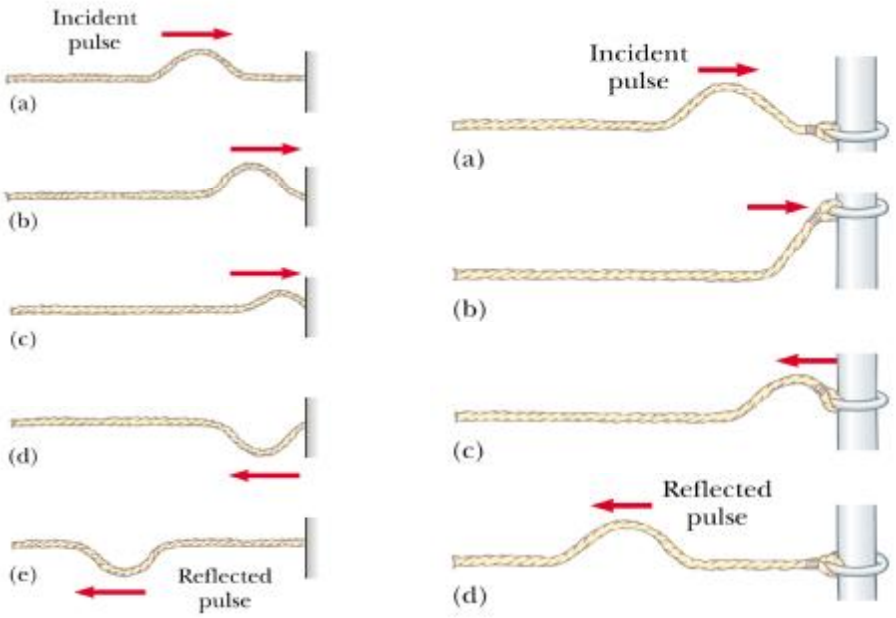
$$f=\frac{v}{l}=\frac{nv}{2L} \qquad \text{یا} \qquad f=\frac{v}{l}=\frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{m}} \qquad n=1,2,3,...$$

نکته

پایین‌ترین مرتبه ی فرکانس ($f_1=\frac{v}{2L}$) را همساز اول نامیده می گویند.

بازتاب امواج با توجه به مانع سخت و نرم

با توجه به اشکال زیراگر یک موج از محیطی سخت بازتاب پیدا کند به اندازه p اختلاف فاز پیدا می‌کند، اگر موج به محیط نرم برخورد کند، موج انعکاسی نسبت به موج تابیده شده اختلافی فازی نخواهد داشت یعنی می توان نوشت:



www.Endbook.net

صوت و ویژگی های آن

این امواج به صورت طولی و عرضی هستند و در محیط مادی منتشر می شوند. یکی از ویژی های مربوط به صوت سرعت آن است که به ویژگی‌های فیزیکی محیطی که در آن منتشر می‌شود وابسته است.

نکته

صوت در گازها ، مایعات، جامدات منتشر می‌شود. هر چه ماده متراکم‌تر باشد سرعت انتشار صوت در آن بیشتر است.

نکته

ویژگی که تعیین کننده‌ی میزان تغییر حجم عنصر یک محیط هنگام تغییر فشار وارد بر آن است تحت نام مدول کپه‌ای B می باشد، که یکای B پاسکال است. :

$$B=\frac{-DP}{\frac{DV}{V}}$$

نکته

علامت DP و DV همیشه خلاف یکدیگرند بنابراین B همیشه کمیتی مثبت است.

نکته

سرعت صوت با مدول کپه‌ای B و r (چگالی محیط)بصورت زیر می باشد:

$$v=\sqrt{\frac{B}{r}}$$

شدت صوت

شدت صوت I یک موج صوتی ، آهنگ متوسط انتقال انرژی بر واحد سطحی است که از آن صفحه می‌گذرد یعنی:

$$I=\frac{P}{A}$$

که در آن P آهنگ زمانی انتقال انرژی (یا توان) موج صوتی و A مساحت صفحه‌ای است که صوت به آن می‌خورد. بسادگی می‌توان نشان داد که I با دامنه جابجایی ماکزیمم رابطه زیر را دارد

$$I=\frac{1}{2}rvw^2S_m^2$$

www.Endbook.net

نکته

شدت یا آهنگ انتقال انرژی بر واحد سطح هرگاه منبع تولید صوت نقطه ای باشد (با توجه به این که دارای سطوح کروی هستیم) خواهیم داشت:

$$I = \frac{P}{4pr^2}$$

تراز شدت صوت

تراز شدت صوت عبارتست از لگاریتم نسبت شدت آن صوت به شدت صوت مبنا، تراز شدت صوت را با b نشان می-دهند و یکای آن بل (B) و دسی بل می باشد(هر بل برابر ده دسی بل است).

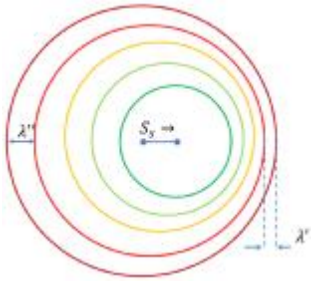
I_0 شدت صوت مبناست که برابر با آستانه شنوایی گوش سالم در بسامد $1000Hz$،می باشد و دارای مقدار $10^{-12}\frac{w}{m^2}$است.

اثر دوپلر و تغییر تغییر فرکانس

اثر دوپلر عبارتست از تغییر فرکانس ، در اثر حرکت ناظر و چشمه،در این صورت فرکانس آشکار شده f_o و فرکانس منبع f_s بصورت زیر با هم رابطه دارند:

$$f_o = f_s \frac{v - v_o}{v - v_s}$$

در این رابطه v، سرعت صوت به طرف ناظر را مثبت فرض کرده‌ایم. علامت v_o و v_sدر مقایسه با v مشخص می‌شود. اگر v_o یا v_s با v هم جهت باشند، مثبت و در غیر این‌صورت منفی خواهند بود.



امواج ضربه‌ای و ارتباط آن دوپلر

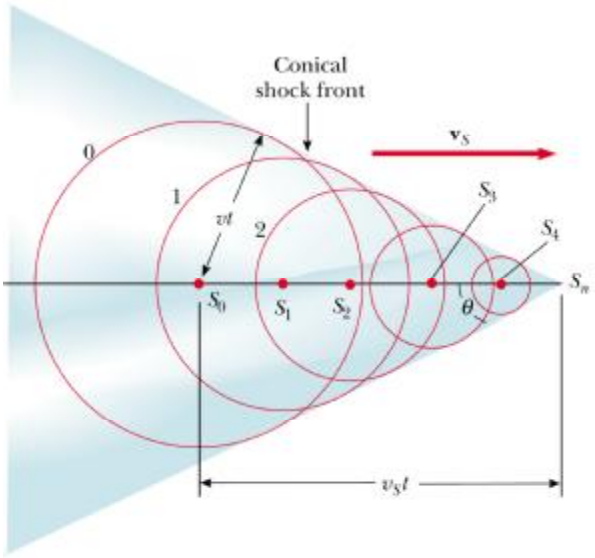
اگر سرعت یک منبع نسبت به محیط از سرعت صوت در آن محیط بیشتر باشد، آنگاه معادله دوپلر برقرار نیست چرا که در این حالت جبهه‌های موج در واقع سه بعدی هستند و شکل واقعی پوش مخروط ماخ نام دارد. زاویه راس مخروط q،

www.Endbook.net

زاویه ماخ نامیده می‌شود و خواهیم داشت:

$$\sin q = \frac{v}{v_s}$$

نسبت $\frac{v}{v_s}$ را عدد ماخ می‌نامند.



www.Endbook.net

پرسش‌های چهار گزینه‌ای امواج وانتشار آنها

۱- ذره‌ای در راستای محور x بر طبق رابطه $X = aCos(w\ t + a)$ حول مبدأ مختصات در نوسان است. وقتی ذره از مبدأ دور می‌شود، تدریجاً :

1) سرعت و شتاب آن هر دو افزایش یافته و نیروی وارد بر آن کاهش می‌یابد.

2) سرعت و نیروی وارد بر آن افزایش یافته و شتاب آن کاهش می‌یابد.

3) سرعت آن کاهش یافته و شتاب و نیروی وارد بر آن افزایش می‌یابد.

4) شتاب و نیروی وارد بر آن کاهش یافته و سرعت آن افزایش می‌یابد.

۲- دو سیم با ضخامت یکسان هر یک بین دو نقطه ثابت بسته شده‌اند. چگالی سیم اول سه برابر چگالی سیم دوم و کشش در سیم دوم سه برابر کشش در سیم اول است. نسبت سرعت انتشار امواج عرضی در سیم دوم به سیم اول مساوی است با :

1) 9 2) 3 3) $\sqrt{3}$ 4) 1

۳- در یک ریسمان افقی درازی توسط میله‌ای که سر ریسمان را در یک محدوده ۰/۵ سانتی‌متری بالا و پایین می‌برد، یک موج سینوسی عرضی ایجاد می‌کنیم. حرکت پیوسته است و به طور منظم در هر ثانیه ۱۲۰ بار تکرار می‌شود، اگر چگالی خطی ریسمان ۰,۲۵ کیلوگرم بر متر و کشش سطحی آن ۹۰ نیوتن باشد، سرعت حرکت این موج چقدر است؟

1) $38ms^{-1}$ 2) $10ms^{-1}$ 3) $28ms^{-1}$ 4) $19ms^{-1}$

۴- یک تار کشیده تحت تأثیر نیروی کششی ۱۶۰نیوتنی قرار دارد. طول تار ۵۰ سانتی‌متر و جرم آن ۰/۵ گرم است. اگر این تار به ارتعاش درآید، فرکانس موج اصلی (هارمونیک اصلی) آن چند هرتز است؟

1) 350 2) 400 3) 650 4) 700

۵- معادله ارتعاشی منبع M به صورت $Y = aSinwt$ است. اگر طول موجی که از این منبع منتشر می‌شود برابر ۲ متر باشد معادله ارتعاشی نقطه A به فاصله ۵۰ سانتی‌متر از منبع برابر است با:

1) $Y = aSin\left(wt + \frac{p}{4}\right)$ 2) $Y = aSinwt$

3) $Y = aSin\left(wt + \frac{p}{2}\right)$ 4) $Y = aSin\left(wt - \frac{p}{4}\right)$

www.Endbook.net

۶- دو لوله صوتی یکی باز و دیگری بسته به طول یکسان را در نظر می‌گیریم. اگر لوله صوتی باز در هارمونیک اول و لوله صوتی بسته در هارمونیک سوم به صدا در آید نسبت فرکانس لوله صوتی بسته به فرکانس لوله صوتی باز برابر است با:

1) $\frac{3}{2}$ 2) 3 3) $\frac{1}{3}$ 4) 1

۷- دو منبع صوتی A و B اصواتی را با معادله $y_A = ACosw_1t$ و $y_B = BCosw_2t$ ایجاد می‌نمایند اگر فرکانس‌های w_1 و w_2 به هم نزدیک باشند، دامنه صوت حاصل از بر هم‌نهی دو صوت بین مقادیر زیر تغییر می‌کند :

1) $\frac{\sqrt{A^2-B^2}}{2}$, $\frac{\sqrt{A^2+B^2}}{2}$ 2) $\frac{A-B}{2}$, $\frac{A+B}{2}$

3) $\sqrt{A^2-B^2}$, $\sqrt{A^2+B^2}$ 4) $A-B$, $A+B$

۸- فرکانس اصلی دو سیم مشابه پیانو که تحت کشش یکسان قرار دارد ۶۰۰هرتز است. نیروی کشش یکی از سیم ها را به چه نسبتی باید افزایش داد تا هنگامی که هر دو سیم به طور هم زمان ارتعاش می‌کند ۶ زنش در ثانیه به وجود آید؟

1) 0.01 2) 0.02 3) 0.03 4) 0.04

۹- فرکانس یک موج صوتی ۳۰۰ هرتز و شدت آن ۱۶ $\frac{w}{m^2}$ است. دامنه ارتعاشات هوا در موقع عبور این موج چقدر است؟ $V = 330\frac{m}{s}$! $r_0 = 1.22\frac{kg}{m^3}$

1) $3/74\times10^{-8}m$ 2) $1/4\times10^{-4}m$

3) $7/07\times10^{-4}m$ 4) $2/25\times10^{-8}m$

www.Endbook.net

۱۰- یک دسته موج استوانه‌ای از یک چشمه خطی ساطع شده است. دامنه ایـن مـوج بـا فاصـله آن (R) از چشمه چه نسبتی دارد؟

1) $R^{-\frac{1}{2}}$ 2) $R^{\frac{1}{2}}$ 3) R 4) R^2

۱۱- طول موج یک منبع صوتی در حال سکون برابر l می‌باشد. اگر شنونده‌ای با سرعت معادل نصـف سـرعت صوت در محیط از منبع دور شود، طول موج صوتی که دریافت می‌کند برابر است با:

1) $2l$ 2) $\frac{l}{2}$ 3) $3\frac{l}{2}$ 4) $\frac{3}{l}$

۱۲- یک هواپیمای جت در ارتفاع ۵۰۰۰ متری با سرعت ۱/۵ برابر صوت (سرعت صوت برابر ۳۳۱ متر بر ثانیه) از بالای سر شخصی پرواز می‌کند. چند ثانیه پس از عبور هواپیما از بالای سر این شخص موج ضربه به زمـین می‌رسد؟

1) 33 2) 22 3) 11 4) 10

۱۳- شنونده‌ای با نصف سرعت صوت به یک چشمه صوتی ساکن نزدیک می‌شود. نسبت بسـامد صـوتی کـه شنونده دریافت می‌کند به بسامد چشمه کدام است؟

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{3}{2}$ 4) 2

۱۴- توان یک چشمه صوتی برابر یک میکرو وات است. اگر این چشمه نقطه‌ای باشد تـراز شـدت صـوت در فاصله ۳ متری بر حسب دسی‌بل چقدر است؟ $(I = 10^{-12}\ \frac{W}{m^2})$

1) 39/5 2) 51 3) 33/5 4) 53

www.Endbook.net

پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای امواج وانتشار آنها

1- گزینه 3 صحیح است.

2- گزینه 2 صحیح است.

$$\begin{cases} m_1 = 3m_2 \\ T_1 = \frac{1}{3}T_2 \end{cases} \qquad \frac{V_2}{V_1} = \frac{\sqrt{\frac{T_2}{m_2}}}{\sqrt{\frac{T_1}{m1}}} = \frac{\sqrt{\frac{3T_1}{\frac{1}{3}m_1}}}{\sqrt{\frac{T_1}{m_1}}} = 3$$

3- گزینه 4 صحیح است.

$$2y_m = 0.5cm \Rightarrow y_m = 0.25cm$$

$$f = 120s^{-1}$$

$$m = 0.25\frac{kg}{m} \qquad V = \sqrt{\frac{T}{m}} = \sqrt{\frac{90}{0.25}} = 19\frac{m}{s}$$

$$T = 90N$$

4- گزینه 2 صحیح است.

$$T = 160N \;,\; L = 50cm \;,\; m = 0.5gr \;,\; f_1 = ?$$

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{m}} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2\times 50\times 10^{-2}}\sqrt{\frac{160}{\frac{0.5\times 10^{-3}}{50\times 10^{-2}}}} \Rightarrow f_1 = \sqrt{16\times 10^4} = 400Hz$$

5- گزینه 3 صحیح است.

$$l = 2m \qquad kx = \frac{2p}{l}x = \frac{2p}{2}\left(50\times 10^{-2}\right) = \frac{p}{2}$$

$$y = aSin(kx + wt) = aSin\left(wt + \frac{p}{2}\right)$$

6- گزینه 1 صحیح است.

برای فرکانس‌های تشدید در لوله صوتی باز و بسته طبق متن درس خواهیم داشت:

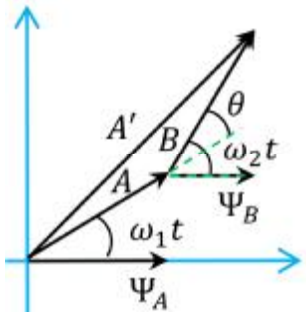
$$f_n = \frac{nV}{2l} \qquad n = 1,2,3,... \qquad \text{(درلوله با دو سر باز)}$$

www.Endbook.net

$f'_n = \frac{nV}{4l}$ $\quad n = 1,3,5,\ldots$ (لوله با یک سر باز)

$f_1 = \frac{V}{2L}$, $f'_3 = \frac{3V}{4L} \Rightarrow \frac{f'_3}{f} = \frac{\frac{3V}{4L}}{\frac{V}{2L}} = \frac{3}{2}$

7- گزینه 4 صحیح است.



$$\begin{cases} \psi_A = A\cos\omega_1 t \\ \psi_B = B\cos\omega_2 t \end{cases}$$

$$\psi_A + \psi_B = A'\cos\omega' t$$

$$A' = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(\omega_2 - \omega_1)t}$$

با توجه به رابطه ی بدست آمده در فوق می توان نوشت:

1-ماکزیمم مقدار Aزمانی است که $Cos(w_2 - w_1)t$، یک باشد یعنی:

$$(w_2 - w_1)t = 2np \Rightarrow A' = A + B$$

2-مینیمم مقدار A زمانی است که $Cos(w_2 - w_1)t$، منفی باشد یعنی:

$$(w_2 - w_1)t = (2n+1)p \Rightarrow A' = A - B$$

8- گزینه 2 صحیح است.

$n = f_2 - f_1 \Rightarrow 6 = f_2 - f_1 \Rightarrow f_2 = 606Hz$, $\frac{\Delta T}{T} = ?$

$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$, $f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T_2}{\mu}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2$

$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{606}{600}\right)^2 = 1.02 \Rightarrow T_2 = 1.02T_1$, $\frac{\Delta T}{T} \times 100 = \frac{(1.02-1)T}{T} \times 100 = 2\%$

www.Endbook.net

9- گزینه 2 صحیح است.

$$F=300Hz \quad , \quad I=16\frac{w}{m^2} \quad , \quad S_m=? \quad , \quad \rho=1.22\frac{kg}{m^3} \quad , \quad V=330\frac{m}{s}$$

$$I=\frac{1}{2}rVw^2s_m^2=\frac{1}{2}rV(2pf)^2s_m^2 \Rightarrow s_m=\sqrt{\frac{I}{2p^2f^2rV}}$$

$$s_m=\sqrt{\frac{16}{2\times(3.14)^2\times(300)^2\times1.22\times330}}=1.4\times10^{-4}m$$

10- گزینه 1 صحیح است.

$$\begin{cases} I=\frac{p}{A}=\frac{p}{2pRL} \\ I=\frac{1}{2}rVw^2s_m^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{p}{2pRL}=\frac{1}{2}rVw^2s_m^2 \Rightarrow s_m=R^{\frac{-1}{2}}$$

11- گزینه 1 صحیح است.

$$\lambda_s=\lambda \ , \ V_s=0 \quad , \quad V_0=\frac{V}{2}$$

با توجه به پدیده دوپلر می توان داشت:

$$f_0=f_s\frac{V-V_0}{V-V_s}$$

$$f_0=f_s\frac{V-\frac{V}{2}}{V} \Rightarrow f_0=\frac{f_s}{2}$$

$$l_0=\frac{V}{f_0} \quad , \quad l_s=\frac{V}{f_s}$$

$$l_0f_0=l_sf_s \Rightarrow l_0=2l$$

12- گزینه 3 صحیح است.

$$Sinq=\frac{Vt}{V_st}=\frac{V}{V_s}=\frac{V}{1.5V}=\frac{1}{1.5} \Rightarrow q=42^0$$

$$\tan q=\frac{AB}{OA} \Rightarrow OA=\frac{AB}{\tan q}=5555m$$

$$t=\frac{OA}{V_s}=\frac{5555}{1.5\times331}=11.18s$$

13- گزینه 3 صحیح است.

ناظر با سرعت $\frac{V}{2}$ در خلاف جهت سرعت صوت حرکت می‌کند

www.Endbook.net

$$V_0 = \frac{V}{2} \quad , \quad v_S = 0$$

$$f_0 = f_s \frac{V - V_0}{V - V_s} = f_s \frac{V + \frac{V}{2}}{V} \Rightarrow f_0 = \frac{3}{2} f_s$$

14- گزینه 1 صحیح است.

$$P = 1mw \quad , \quad r = 3m$$

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi(9)} = \frac{1}{36\pi} \frac{mw}{m^2}$$

$$b = 10\log \frac{I}{I_0} = 10\log \frac{\frac{10^{-6}}{36\pi}}{10^{-12}} = 10\log \frac{10^6}{36\pi} = 39.5\ dB$$

www.Endbook.net

نمونه سوالات تستی (تألیفی)

۱- شخصی بر فراز صخره‌ای ایستاده است و موج‌های اقیانوس را نگاه می‌کند. متوجه می‌شود که در هر $3s$ قله یک موج به صخره برخورد می‌کند. او از مقایسه فاصله بین دو قله مجاور با طول قایق ۸ متری تخمین می‌زند طول موج ۱۰ متر است. سرعت امواج سطح آب چقدر است؟

1) $30m/s$ 2) $33m/s$ 3) $3/33m/s$ 4) $3m/s$

۲- ریسمانی دو مولفه x,y دارد و جابجایی آن از معادلات روبرو پیروی می‌کند:

$$x = 2/4\sin\left[2\pi\left(\frac{z}{8}+\frac{t}{2}\right)\right]$$
$$y = 3/6\sin\left[2\pi\left(\frac{z}{8}+\frac{t}{2}\right)\right]$$

دامنه و سرعت انتشار این موج برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) $v = 0/04m/s$, $A = 0/0432m$ 2) $v = 4m/s$, $A = 432m$ 3) $v = 2m/s$, $A = 4/32m$ 4) $v = 14m/s$, $A = 16m$

۳- ریسمانی با بسامد $600Hz$ ارتعاش می‌کند. در امتداد آن چهار گره از جمله دو گره در دو طرف ثابتش تشکیل می‌شود. اگر طول ریسمان برابر ۱۲۰ سانتیمتر باشد، سرعت انتشار موج در ریسمان چقدر است؟

1) $48m/s$ 2) $12m/s$ 3) $320m/s$ 4) $480m/s$

۴- وسط ریسمانی را می‌کشیم که بین دو نقطه به فاصله $60cm$ محکم شده است. قبل از رها شدن، ریسمان به شکل دو ساق یک مثلث متساوی‌الساقین در می‌آید. اگر سرعت انتشار موج در این ریسمان برابر $15m/s$ باشد، بسامد پایه برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) $12/5Hz$ 2) $1/25Hz$ 3) $125Hz$ 4) $12Hz$

۵- ریسمانی بین دو تکیه گاه با فاصله $0/8m$ ازهم، قرار دارد. اگر کشش ریسمان $60N$ باشد، چگالی خطی آن چقدر باشد تا کمترین بسامد تشدید برابر $400Hz$ باشد؟

1) $1/46\times10^{-4}kg/m$ 2) $1/46kg/m$ 3) $46\times10^{-4}kg/m$ 4) $60\times10^{-4}kg/m$

www.Endbook.net

۶- دو سیم فولادی یکسان بین دو نقطه به فاصله ۱/۵ متر کشیده شده‌اند. اگر کششی یکسان به دو سیم اعمال شود بسامد پایه ارتعاش دو سیم $400Hz$ است. اگر کشش یکی از سیم‌ها را ۲٪ زیاد کنیم بسامد ضربانی که از ارتعاش هم‌زمان دو سیم بوجود می‌آید برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) $1Hz$ 2) $10Hz$ 3) $4Hz$ 4) $15Hz$

۷- سیمی با چگالی خطی $0/01kg/m$ را تحت چنان کششی قرار می‌دهیم که سرعت انتشار موج $40m/s$ باشد. دو طرف سیم به طول ۲/۵ متر ثابت است. اگر یک موج ایستاده با دامنه $6cm$ روی سیم ایجاد کنیم بطوری که فقط دو گره در دو طرف ثابت آن وجود داشته باشد. چقدر انرژی در این سیستم ذخیره می‌شود؟

1) $5/68\times10^{-2}J$ 2) $3/48\times10^{-2}J$ 3) $2/59\times10^{-2}J$ 4) $568\times10^{-2}J$

۸- شدت‌های دو صوت برابر $\frac{10^{-3}W/m^2}{10^{-7}W/m^2}$ است. اختلاف ترازهای دو صوت بر حسب دسی‌بل برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) $4dB$ 2) $40dB$ 3) $400dB$ 4) $0/4dB$

۹- بسامد دو صوت باهم برابر است ولی تراز شدت آنها $30dB$ باهم اختلاف دارند. نسبت دامنه فشار این دو صوت برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) 3/6 2) 31/6 3) 2/33 4) 6/32

۱۰- طول لوله ارگ دو طرف باز، $0/6m$ است. در دمای متعارف، بسامد اولین تون فرعی این لوله چقدر است؟ سرعت صوت $340m/s$ فرض شود.

1) $283/3Hz$ 2) $141/7Hz$ 3) $566/7Hz$ 4) $741/2Hz$

۱۱- سوت قطاری، صوتی با بسامد $600Hz$ گسیل می‌کند. شخصی در نزدیکی محل تقاطع ایستاده است و بسامد سوت را در $645Hz$ می‌شنود. سرعت قطار چقدر است؟ سرعت صوت $340m/s$ فرض شود.

1) $23/8m/s$ 2) $33/5m/s$ 3) $13/2m/s$ 4) $8m/s$

www.Endbook.net

۱۲- شخصی تقریبا در وسط فاصله بین اتومبیل و دیوار بازتابان ایستاده است. اتومبیل در حالتی بوق می‌زند که به شخص و دیوار نزدیک می‌شود. شخص، صوتی با بسامد 840Hz می‌شنود که شدت آن با بسامد 10Hz نوسان می‌کند. بسامد بوق ماشین و سرعت آن برابر است با:

1) $\nu = 830Hz$, $v_s = 4/1m/s$

2) $\nu = 50Hz$, $v_s = 2m/s$

3) $\nu = 12Hz$, $v_s = 5m/s$

4) $\nu = 540Hz$, $v_s = 41m/s$

www.Endbook.net

پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۳ صحیح است:

فاصله زمانی بین دو قله موج برابر یک طول موج است یعنی: $T = 3s$

با استفاده از تعریف سرعت انتشار موج می‌توان نوشت:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{10}{3} = 3/33 m/s$$

۲- گزینه ۱ صحیح است:

معادله موج برابر است با:

$$y = A\sin(kx + \omega t)$$

با مقایسه معادلات داده شده با این معادله داریم:

$$\begin{cases} x = 2/4\sin\left[2\pi\left(\frac{z}{8} + \frac{t}{2}\right)\right] \\ y = 3/6\sin\left[2\pi\left(\frac{z}{8} + \frac{t}{2}\right)\right] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2/4\sin\left(\frac{\pi}{4}z + \pi t\right) \\ y = 3/6\sin\left(\frac{\pi}{4}z + \pi t\right) \end{cases}$$

دامنه این موج برابر است با:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \Rightarrow A = \sqrt{(2/4\times10^{-2})^2 + (3/6\times10^{-2})^2} \Rightarrow A = 0/0432m$$

برای بدست آوردن سرعت انتشار موج داریم:

$$v = \lambda\nu$$

بنابراین برای بدست آوردن سرعت باید λ, ν را بدست آوریم:

$$k = \frac{\pi}{4}\frac{1}{cm} \Rightarrow k = \frac{\pi}{4}\times\frac{1}{10^{-2}} = 25\pi\frac{1}{m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow 25\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0/08m$$

برای سرعت زاویه‌ای داریم:

www.Endbook.net

$$\omega = \pi \frac{rad}{s} \Rightarrow 2\pi\nu = \pi \Rightarrow \nu = 0/5Hz$$

بنابراین در نهایت سرعت برابر است با:

$$v = \lambda\nu = 0/08 \times 0/5 = 0/04m/s$$

۳- گزینه ۴ صحیح است:

دو سر ریسمان ثابت است و در طول آن 4 گره وجود دارد بنابراین $n = 3$ است.

$$\nu_n = n\frac{v}{2L} \Rightarrow \nu_3 = \frac{3v}{2L} \Rightarrow 600 = \frac{3v}{2/4} \Rightarrow v = 480m/s$$

۴- گزینه ۱ صحیح می‌باشد:

برای حالت پایه می‌دانیم که:

$$\lambda_0 = 2L \Rightarrow \lambda_0 = 1/2m$$

بنابراین بسامد پایه برابر است با:

$$\nu_0 = \frac{v}{2L} \Rightarrow \nu_0 = 12/5Hz$$

۵- گزینه ۱ صحیح است:

برای امواج ایستاده تولید شده در ریسمان داریم:

$$\nu_n = n\frac{v}{2L} \Rightarrow v = \frac{2L}{n}\nu_n$$

از طرفی سرعت امواج برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{2L}{n}\nu_n = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \nu_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

برای کمترین بسامد تشدید $n=1$ است:

$$\nu_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 400 = \frac{1}{2\times 0/8}\sqrt{\frac{60}{\mu}} \Rightarrow \mu = 1/46\times 10^{-4}\frac{kg}{m}$$

www.Endbook.net

۶- گزینه ۳ صحیح می‌باشد:

دو سیم یکسان هستند بنابراین: $\mu' = \mu$ ، نیروی کشش به اندازه 2% تغییر می‌کند، بنابراین:

$$F_1' = F_1 + \frac{2}{100}F_1$$

برای فرکانس داریم:

$$\nu_n = n\frac{v}{2L} \Rightarrow v = \frac{2L}{n}\nu_n$$

بنابراین:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{2L}{n}\nu_n = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \nu_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

برای بسامد پایه $n = n' = 1$ داریم:

$$\frac{\nu_1}{\nu_1'} = \frac{\frac{n}{2L_1}\sqrt{\frac{F_1}{\mu}}}{\frac{n'}{2L_1'}\sqrt{\frac{F_1'}{\mu'}}} = \frac{nL_1'}{n'L_1}\sqrt{\frac{F_1\mu'}{F_1'\mu}} \Rightarrow \frac{400}{\nu'} = \frac{1(1/5)}{1(1/5)}\sqrt{\frac{1}{1/02}} \Rightarrow \nu_1' = 404Hz$$

در نهایت داریم:

$$\Delta\nu = \nu_1' - \nu_1 = 404 - 400 \Rightarrow \Delta\nu = 4Hz$$

۷- گزینه ۱ صحیح می‌باشد:

دو گره در دو سر ثابت وجود دارد بنابراین:

$$\frac{\lambda}{2} = 2/5 \Rightarrow \lambda = 5m$$

با استفاده از تعریف انتشار موج می‌توان نوشت:

$$v = \lambda\nu \Rightarrow \nu = 8Hz$$

طول کل قطعه برابر نصف طول موج است، انرژی ذخیره شده در این سیستم برابر است با:

$$E_p = \frac{1}{2}y_m^2\mu v\omega^2 \Rightarrow E_p = 5/68\times10^{-2}J$$

www.Endbook.net

۸- گزینه ۲ صحیح است:

با استفاده از تعریف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$SL=\beta=10\log\frac{I}{I_0}\Rightarrow\begin{cases}\beta_1=10\log\frac{I_1}{I_0}\\ \beta_2=10\log\frac{I_2}{I_0}\end{cases}$$

بنابراین اختلاف ترازهای دو صوت برابر است با:

$$\Delta\beta=\beta_1-\beta_2\Rightarrow\Delta\beta=10\log\frac{10^{-3}}{I_0}-10\log\frac{10^{-7}}{I_0}\Rightarrow\Delta\beta=10\log\frac{\frac{10^{-3}}{I_0}}{\frac{10^{-7}}{I_0}}\Rightarrow\Delta\beta=10\log\frac{10^{-3}}{10^{-7}}=40dB$$

۹- گزینه ۲ صحیح است:

با استفاده از تعریف تراز شدت صوت و اختلاف تراز شدت دو صوت می‌توان نوشت:

$$\Delta\beta=\beta_1-\beta_2\Rightarrow 30=10\log\frac{I_1}{I_0}-10\log\frac{I_2}{I_0}\Rightarrow\frac{I_1}{I_2}=10^3$$

رابطه شدت موج بر حسب دامنه فشار برابر است با:

$$I=\frac{\bar{P}}{A}=\frac{(\Delta p_m)^2}{2\rho v}$$

بنابراین در این حالت داریم:

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{\frac{(p_1)^2}{2\rho v}}{\frac{(p_2)^2}{2\rho v}}\Rightarrow 10^3=\frac{(p_1)^2}{(p_2)^2}\Rightarrow\frac{p_1}{p_2}=31/6$$

۱۰- گزینه ۳ صحیح است:

برای اولین تون فرعی $n=2$ است، بنابراین:

$$\nu_n=n\frac{v}{2L}\Rightarrow\nu_2=\frac{2(340)}{2(0/6)}=566/7Hz$$

www.Endbook.net

۱۱- گزینه ۱ صحیح است:

چون $\nu' > \nu$ پس قطار در حال نزدیک شدن به ناظر است:

$$\nu' = \nu \frac{v + v_o}{v - v_s} \Rightarrow 645 = 600 \frac{340+0}{340 - v_s} \Rightarrow v_s = 23/8 m/s$$

۱۲- گزینه ۱ صحیح است:

$$\Delta\nu = \nu' - \nu \Rightarrow 10 = 840 - \nu \Rightarrow \nu = 830 Hz$$

ناظر و منبع به هم نزدیک می‌شوند:

$$\nu' = \nu \frac{v + v_o}{v - v_s} \Rightarrow 840 = 830 \frac{340+0}{340 - v_s} \Rightarrow v_s = 4/1 m/s$$

www.Endbook.net

فصل سوم: دما - گرما

در ابتدا باید به مقدمات کار برای بررسی دما و گرما در طی تحولات هر سیستم در ترمو دینامیک می پردازیم برای این منظور به موارد زیر توجه کنید:

1-سیستم و محیط

منظور از سیستم ترمودینامیکی قسمتی از فضا یا جسم است که آن را از سایر قسمت ها جدا می‌کنیم. اجسام خارج از سیستم را محیط می‌نامیم.

2- دما

درجه ی گرمی و یا سردی جسم را دما می نامند.

3-تعادل دمایی

اگر جسم‌های A و B با جسم سوم C در حال تعادل دمایی باشند، خود A و B نیز با هم در حال تعادل دمایی هستند. مفهوم فوق را تحت نام اصل صفرم ترمودینامیک می نامند و یا به عبارت دیگر کمیتی نرده‌ای به نام دما وجود دارد که خصوصیتی متعلق به سیستم های ترمودینامیکی بوده و برابری آن در دو سیستم شرط لازم و کافی برای تعادل گرمایی دو سیستم است.

کمیت دماسنجی واندازه‌گیری دما

برای اندازه‌گیری دما باید یک کمیت فیزیکی در نظر گرفت که در اثر تغییر دما تغییر کند، مثلامقاومت الکتریکی سیم در فشار و کشش ثابت، حجم جرم معینی از گاز در فشار ثابت؛ که به این کمیت کمیت دماسنجی کفته می شود.یعنی می توان با توجه به تغییر کمییت های دما سنجی و دما رابطه ی زیر را داشت:

$$T = \alpha x$$

از آنجا که با توجه به رابطه ی فوق باید میزان کمیت α مشخص شود از نقطه ای تحت نام نقطه ی سه گانه استفاده می شود.به کمک نقطه سه گانه آب یعنی حالتی که در آن مخلوطی از یخ، مایع و بخار آب خالص در تعادل قراردارندمیتوان نوشت:.

www.Endbook.net

$$T = \frac{T_1}{x_1} x$$

و با توجه به اینکه دمای این نقطه 273/16 درجه است، می توان رابطه ی فوق را به صورت زیر نوشت:

$$T(x) = 273/16 \frac{x}{x_t}$$

تذکر

برای اندازه گیری دما می توان از مقیاس کلوین، مقایس سلسیوس و فارنهایت استفاده نمود که روابط بین این مقیاس‌ها به صورت زیر بیان می شود:

$$T_C = T_K - 273/15$$
$$T_F = 32 + 1/8 T_C = 32 + 1/8(T_K - 273/15)$$
$$\Delta T_C = \Delta T_K$$

نکته

در مورد تغییرات دما با توجه به کمیت دما سنجی می توان به موارد زیر اشاره کرد:

1- برای گاز با فشار ثابت و حجم متغیر (x=V) می توان تغییرات دما را به صورت زیر نوشت:

$$T(v) = 273/16 \frac{V}{V_t}$$

2- برای دماسنج مقاومتی، مقاومت در نقطه سه گانه R_t است پس می توان تغییرات دما را به صورت زیر نوشت:

$$R = 273/16 \frac{R}{R_t}$$

بعد از تعریف دما می توان اثرات تغییرات آن را روی مواد را به صورت زیر تعریف نمود:

1-انبساط طولی

هرگاه جسم جامد به شکل میله باشد انبساط آن بصورت تغییر طول مشاهده می‌گردد. در این حالت اگر طول میله در دما θ_0 برابر L_0 و دمای θ برابر L باشدو ضریب انبساط طولی α باشد، به این ترتیب می توان نوشت:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \lambda \Delta\theta \Rightarrow \Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

$$L = L_0(1 + \alpha\Delta\theta)$$

www.Endbook.net

2-انبساط سطحی

هرگاه جسم جامد به شکل یک سطحی باشد ،انبساط آن بصورت تغییر سطح آشکار می‌شود. ضریب انبساط سطحی را با β نمایش می‌دهیم. به این ترتیب اگر مساحت ورقه‌ای در دمای θ_0 برابر A_0 و در دمای θ برابر A باشد، آنگاه:

$$\frac{\Delta A}{A_0} = \beta \Delta\theta \Rightarrow \Delta A = A_0 \beta \Delta\theta$$

پس:

$$A = A_0(1+\beta\Delta\theta)$$

3-انبساط حجمی

با توجه به موارد فوق می توان گفت که در حالت کلی انبساط یک جامد به صورت تغییر حجم رخ می‌دهد. به طوری که با تعریف ضریب انبساط حجمی که با g نشان داده می شود و نیز اینکه اگر حجم جسم جامدی در دمای θ_0 برابر V_0 و در دمای θ برابر V باشدآنگاه داریم:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \gamma \Delta\theta \Rightarrow \Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$$

$$V = V_0(1+\gamma\Delta\theta)$$

نکته ضروری

با توجه به انبساط حجمی که در مورد جامدات به آن پرداخته شد می توان گفت در مورد مایعات انبساط به صورت تغییر حجم است. توجه شود که از آنجایی که مایعات در ظروف جامد نگهداری می‌شوند انبساط دیده شده در آنها نتیجه انبساط همزمان مایع و ظرف در برگیرنده‌ی آن است.

اکنون می توان ذکر کرد که برای مایعات دو نوع ضریب انبساط حجمی تعریف می‌کنند. هرگاه حجم مایعی در دمای θ_0 برابر V_0 باشد و هنگامی که دمای مایع به θ می‌رسد، حجمش به اندازه ΔV تغییر کند آنگاه ضریب انبساط حجمی مطلق مایع عبارت خواهد بود از:

$$\Omega = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta q}$$

بنابر این اگر تغییر حجم ظاهری مایع $\Delta V'$ باشد، ضریب انبساط ظاهری مایع معادل است با:

www.Endbook.net

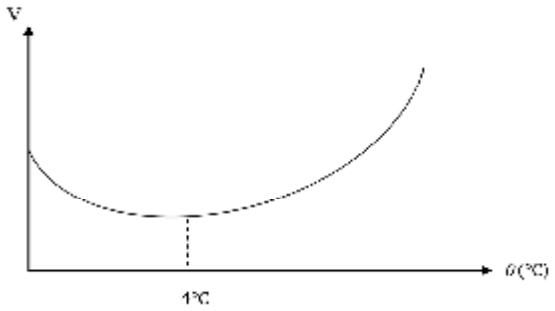
$$\Omega' = \frac{\Delta V'}{V_0 \Delta q}$$

پس اگر ضریب انبساطی ظرف را a بنامیم، آنگاه داریم:

$$\Omega' = \Omega - a$$

نکته

در مورد سیالاتی مانند آب دارای انبساط غیر عادی خواهیم بود. به طوری کـه اگـر مقـداری آب $0^\circ C$ را حـرارت دهـیم، مطلبق شکل ابتدا آب تا دمای $4^\circ C$ منقبض شده و در $4^\circ C$ کمترین حجم را دارد،سپس بعد از دمـای $4^\circ C$ انبسـاط آب تقریبا عادی می‌شود.



نکته

برای یک جسم جامد با توجه به تعریف چگالی می توان تغییرات دمایی آن را به صورت زیر داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0(1+\gamma\Delta\theta)}$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1+\gamma\Delta\theta}$$

مفهوم فرایند در ترمودینامیک

هرگاه یک سیستم در طی مسیری دچار تحول شده و دستخوش تغییر می شود به مسیر تحول فرایند گفته می شود بـه ظوری که در ترمودینامیک می توان گروهی از فرایند ها را به صورت زیر بیان نمود:

1- فرآیند همدما (ایزوترم) که در طی آن دمای سیستم ثابت است.

2-فرایند بی‌دررو (آدیاباتیک) که در طی آن سیستم با محیط خارج تبادل گرما ندارد.

www.Endbook.net

3- فرآیند هم فشار (ایزوبار) که در زی آن فشار ثابت است.

4- فرآیند هم حجم (ایزوکور) که در طی آن حجم ثابت است.

معادله حالت در سیستم های ترمو دینامیکی

برای تحلیل یک سیستم ترمودینامیکی نیاز به پارامتر های ماکروسکوپیک مانند فشار، حجم، دما و جرم داریم که به ارتباط میان آنها معادله حالت دستگاه گفته می شود.

گاز کامل(ایده آل) و ویژگی های وابسته به آن

در حالت ساده هرگاه از برهمکنش های ذرات گا و جرم آنها صرفه نظر شود دارای گاز ایده آل هستیم که دارای معادله ی حالت زیر است:

$$PV = nRT$$

که در آن $R = 8/3J/mol$ ثابت عمومی گازها و n تعداد مول گاز می باشد.

گازهای حقیقی

اگر فرض شود (1) که وقتی حجم گازی را تغییر کند، فضای بین مولکولی تغییر کندکه طی آن در معادله حالت گازها تصحیحی در پارامتر V صورت می‌گیرد، یعنی اینکه بجای V باید V-b نوشت.

(2) از طرف دیگر فشاری که در داخل گازها وجود دارد، منحصراً فشار خارجی نیست بلکه به مقدار فشار که در معادله گازهای کامل نوشته شده باید فشار اضافی β را که فشار داخلی می‌نامند افزود شود.

با توجه به نکات بالا می توان معادله ی گاز را به صورت زیر باز نویسی نمود:

$$(P+\beta)(V-b) = nRT$$

نکته

فشار اضافی β ناشی از جاذبه متقابل مولکول‌ها است و از طرف دیگر تابع فاصله بین مولکولی است که برای گازهای رقیق از b , β می‌توان صرف نظر کرد..

معادله گاز حقیقی واندر والس

گاز حقیقی را می توان با توجه به نظریه جنبشی گازها به صورت زیر نوشت که به آن معادله ی واندروالس گفته می شود یعنی:

www.Endbook.net

$$(P+\frac{a}{V^2})(V-b)=nRT$$

نکته

این معادله در ناحیه‌های مایع، بخار، نزدیک و بالای نقطه‌ی بحرانی صادق است.

نکته

کلیه گازها در دماهای بالا و فشارهای پایین رفتار گاز ایده‌آل را از خود نشان می‌دهند.

مفهوم گرما و واحد های آن

گرما صورتی از انرژی است که در طی اختلاف دما منتقل می شود و می‌تواند سبب تغییر انرژی درونی اجسام گردد.

واحد گرما در دستگاه SI ، ژول و در دستگاه CGS ،واحد کالری می باشد.

ظرفیت گرمایی

هرگاه دارای تغیر فاز نباشیم وقتی جریان گرما به داخل سیستم وجود داشته باشد منجر به تغییر دمای سیستم می شود به طوری که ظرفیت پذیرش گرما به صورت زیر تعریف می شود:

$$\bar{C}=\frac{Q}{\Delta\theta}(\frac{j}{^{0}c})$$

نکته

ظرفیت گرمایی واقعی هر سیستم در هر دمایی عبارتست از حد مقدار $\bar{C}$ وقتی ΔT به سمت صفر میل کند.

$$C=\lim_{\Delta T\to 0}\frac{Q}{\Delta T}=\frac{dQ}{dT}(j/k)$$

ظرفیت گرمایی ویژه

ظرفیت گرمایی به ازای واحد جرم یا مول را ظرفیت گرمایی ویژه می‌نامند

$$c=\frac{C}{m}=\frac{1}{m}\frac{dQ}{d\theta}(\frac{j}{kg\,^{0}c})$$

ظرفیت گرمایی در فشار ثابت و حجم ثابت

در حالت کلی می توان گفت:

1-ظرفیت در فرآیندی که در طی آن سیستم تحت فشار خارجی ثابتی قرار دارد، ظرفیت گرمایی در فشار ثابت می‌نامند و با c_p نشان می‌دهند. مقدار c_p برای یک سیستم مفروض، هم به دما و هم به فشار بستگی دارد.

www.Endbook.net

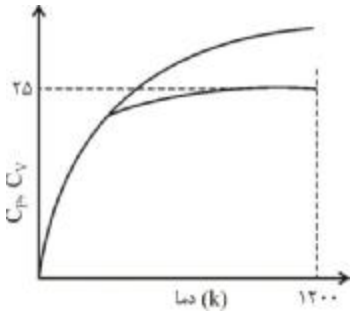
2- اگر در حین گرما دادن به سیستمی حجم ثابت بماند، ظرفیت گرمایی متناظر را ظرفیت گرمایی در حجم ثابت می‌نامند و آن را با C_v نمایش می‌دهند0

نکته

در دماهای پایین این دو تقریباً برابرند، و در نزدیکی صفر مطلق هر دو سریعاً به صفر میل می‌کنند. این رفتار مشخصه اکثر جامدات است C_v و C_p از یک ماده به ماده دیگر به طور وسیعی تغییر می‌کند.

نکته

با توجه به شکل در دماهای بالا C_p به افزایش ادامه می‌دهد، در حالی که C_v تقریباً ثابت و برابر $25\ ^{j}/_{k}$ می‌ماند. و در حالتی جامع می توان گفت که در دماهای بالا مقدار C_v برای بسیاری از جامدات به سمت همین حد میل می‌کند و به آن مقدار دولون و پتی گفته می شود..



بررسی دمای تعادل در تعادل گرمایی اجسام

با توجه به اصل صفرم ترمودینامیک اگر اجسام گرم و سرد در مجاورت یکدیگر قرار گیرند، پس از مدتی به تعادل گرمایی رسیده و همدما می‌شوند به طوری که می توان با توجه به تغییر فاز و عدم تغییر فاز اجسام داشت:

۱- اگر چند جسم در مجاورت هم بدون آنکه تغییر حالت بدهند به حال تعادل گرمایی برسند، برای دمای تعادل داریم:

$$\sum Q = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 + ... = 0$$
$$m_1c_1(\theta - \theta_1) + m_2c_2(\theta - \theta_2) + ... + m_nc_n(\theta - \theta_n) = 0$$
$$\theta = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2 + ...m_nc_n\theta_n}{m_1c_1 + m_2c_2 + ... + m_nc_n}$$

2- اگر در حین تبادل حرارت یک یا چند جسم تغییر فاز دهند، در این صورت انرژی گرمایی که صرف این کار می‌شود باید در نظر گرفته شود این گرما ها تحت نام گرمای نهان به صورت زیر بیان می شوند.

www.Endbook.net

گرمای نهان ذوب

مقدار گرمایی که واحد جرم جسم جامد در نقطه ذوب می‌گیرد تا بدون تغییر دما کاملا ذوب شود یعنی:

$$Q = mL_f$$

نکته

هرگاه فرایند تغییر فاز به صورت معکوس باشد آنگاه عبارت فوق با علامت منفی تحت نام گرمای نهان انجماد خوانده می شود.

گرمای نهان تبخیر

مقدار گرمایی که واحد جرم یک مایع در نقطه جوش می‌گیرد تا بدون تغییر دما کاملا تبخیر شود یعنی:

$$Q = mL_v$$

نکته

تبخیر می تواند به صورت تبخیر سطحی ،تبخیر در خلا و تبخیر در مجاورت مایعات دیگر تقسیم شود.

نکته

هرگاه فرایند تغییر فاز به صورت معکوس باشد آنگاه عبارت فوق با علامت منفی تحت نام گرمای نهان میعان خوانده می شود.

روش‌های انتقال گرما

بعد از بررسی ویژگی های مربوط به گرما لازم است راههای شارش گرما را بیان نمود که در زیر به اختصار آمده است:

1- رسانش گرمایی

این روش شارش گرما در جامدات رخ می دهد که در آن مولکول‌هایی از جسم جامد که که در مجاورت منبع گرم قرار دارند، گرم شده و در اثر برخورد به مولکول‌های مجاور انرژی گرمایی را به آنها منتقل می‌کنند.

نکته ضروری

با توجه به رسانش گرمایی می توان گفت که اگر یک بره به مساحت مقطع A و طول Δx و اختلاف دمای ΔT موجـود باشد برای شارش گرما داریم:

$$\frac{Q}{t} \alpha A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

و در حالت کلی اگر K ثابت رسانش باشد، قانون بنیادی رسانش به صورت زیر خواهد بود:

www.Endbook.net

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} = H = -kA\frac{dT}{dx}$$

چون با افزایش x، دما کاهش می‌یابد $T' < T$، بنابراین $\frac{\Delta T}{\Delta x} < 0$ و چون $H > 0$ می‌باشد، ضریب منفی قرار می‌دهیم. k ضریب رسانش است و واحد آن $J/S.m.k$ است.

اکنون می توان نکته ی فوق را برای حالات خاص زیر در نظر گرفت:

1 – هر گاه سطح مقطع ثابت باشد آنگاه می توان برای رسانش نوشت :

اگر جسمی به سطح مقطع ثابت A و طول L بین دو دمای ثابت T_1 و T_2 زیر قرار گیرد.

$$H = -kA(x)\frac{\Delta T}{\Delta x} = -kA\,\frac{T_2 - T_1}{L}, T_2 > T_1$$

2- هرگاه دارای سطح مقطع متغیر باشیم برای رسانش گرمایی داریم :

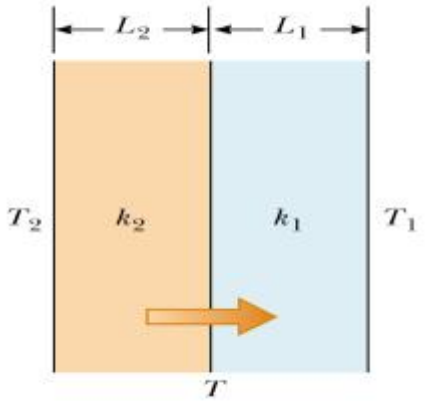
$$H = -k\,A(x)\frac{dT}{dx} \Rightarrow \int H\frac{dx}{A(x)} = -\int kdT$$

نکته

یکی از مفاهیم ضروری در رسانش گرمایی این است که بنا بر اصل بقای انرژی، H هنگام عبور از محیط‌های متوالی تغییر نمی‌کند،یعنی با توجه به شکل زیر می توان دمای مربوط به مرز را به صورت زیر داشت:

$$T_2 > T_1 \quad H_1 = H_2 \Rightarrow -k_1A\frac{T - T_1}{l_1} = -k_2A\frac{T_2 - T}{L_2}$$

$$T = \frac{k_1T_1L_2 + k_2T_2L_1}{k_1L_2 + k_2L_1}$$



www.Endbook.net

2- تابش گرمایی

هرگاه جسم با دمای معیین از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل کند با تابش گرمایی مواجه خواهیم بود به طوری کـه این امواج در اثر برخورد با اجسام می‌توانند آنها را گرم کنند.

نکته

با توجه به دیدگاه تابش گرمایی استفان بولتزمن نشان داد که تابش خروجی یک جسم سیاه در دمای T برابر است با:

$$R_B(\theta) = \sigma T^4$$

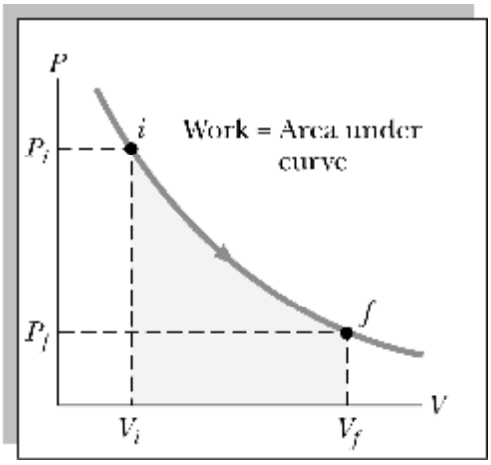
$\sigma = 5/6696 \times 10^{-8} \frac{w}{m^2 k^4}$ را ثابت استفان بولتزمن می‌نامند.

مفهوم کار در فرایند های ترمودینامیکی

در مکانیک کلاسیک کارdW عبارت بود از این که ، اگر یک نیرو F نقطه اثر آن به اندازه dy تغییر مکان دهد منجر بـه صرف انرژی می شد در ترمودینامیک با توجه به این تعریف می توان نوشت:

$$dW = Fdy = PAdy = PdV$$

$$W = \int \vec{F}.d\vec{s}$$



با توجه به نمودار فوق کار یعنی حجم سیستم(مثلا گاز) از مقدار V_i به مقدار V_f برسد یعنی:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} Fdx = \int_{V_i}^{V_f} PdV$$

نکته

مقدار کار انجام شده برابر است با مساحت زیر نمودار PV می باشد.

www.Endbook.net

نکته

بر طبق قرارداد همواره در فرآیند انبساط کار مثبت و در فرآیند تراکم کار منفی است.

نکته

برای n مولکول از گاز کامل در دمای ثابت T که تحت انبساط قرار دارد کار انجام شده عبارت است از:

$$PV = nRT \rightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

$$W = \int pdv = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dv$$

$$W = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ Ln \frac{V_2}{V_1}$$

قانون اول ترمودینامیک(اصل بقای انرژی)

بعد از بررسی اصل تعادل گرمایی (اصل صفرم ترمودینامیک)برای انرژی درونی U_b-U_a ،کار و گرما می توان نوشت:

$$U_b - U_a = Q - W$$

نکته

اگر جریان و گرما هر دو خیلی کوچک باشند، تغییر انرژی داخلی نیز خیلی کوچک است و رابطه بالا بـه صـورت زیـر در می‌آید:

$$du = dQ - dW$$

نکته

در مورد گاز کامل که U فقط تابعی از دماست.

نکته

Q و W به مسیر بستگی دارند و تابع نقطه ای هستند اما Δu تنها به حالت اولیه و نهایی بستگی داشـتع و دیفرانسـیل کامل است.

رابطه بین ظرفیت های گرمایی، C_p و C_v در گاز کامل

همانطور که بیان شد یک گاز حقیقی، تنها هنگامی که فشار آن به سمت صفر میل می‌کند، می تواند رفتـاری شـبیه بـه

www.Endbook.net

گاز ایدآل داشته باشد و معادله حالت به صورت ساده PV=nRT در می‌آید.

با بکارگیری قانون اول ترمودینامیک و تعریف ظرفیت گرمایی در حجم ثابت داریم:

$$dQ = dU + PdV \quad , C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_V$$

می‌توان مشتق جزئی و مشتق کامل از معادله ی گاز کامل و رابطه ی فوق داشت:

$$dQ = C_V dT + PdV$$

$$PdV + VdP = nRdT$$

و در اثر جاگذاری در فرایند فشار ثابت داریم:

$$dQ = C_V dT + nRdT - VdP = (C_v + nR)dTVdP$$

$$\left(\frac{dQ}{dT}\right)_P = C_V + nR \rightarrow \boxed{C_P = C_V + nR}$$

نکته

با توجه به رابطه ی بدست آمده در بالا می توان گفت که ظرفیت گرمایی در فشار ثابت یک گاز کامل بزرگتر از ظرفیت گرما در حجم ثابت است.

بررسی فرآیند ایستاوار بی‌دررو و قانون اول ترمودینامیک

فرایند ایستاوار در هر لحظه به حالت تعادل نزدیک است اکنون برای فرایند ایستاوار بی دررو ($dQ = 0$) می توان با توجه به قانون اول ترمو دینامیک به صورت دیفرانسیلی نوشت:

$$\begin{cases} dQ = C_V dT + PdV \\ dQ = C_P dT - VdP \end{cases}$$

$$VdP = CPdT, \qquad PdV = -C_V dT$$

اینک با تقسیم این دو رابطه و جایگذاری اتمیسیته یعنی $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$ خواهیم داشت:

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

از آنجایی که ضریب اتمیسیته برای گازهای تک اتمی ثابت است، در صورتی که برای گازهای دو اتمی و چند اتمی ممکن است با دما تغییر کند، چنانچه تغییرات بزرگی در دما نباشد، می‌توان از تغییرات صرفه نظر نمود و ارتباط بین

www.Endbook.net

فشار و حجم را به صورت زیر داشت:

$$TP^{(1-\gamma)/\gamma} = cte$$
$$TV^{\gamma-1} = cte$$

$$Lnp = -\gamma LnV + Ln\,const \Rightarrow \boxed{PV^{\gamma} = cte}$$

نکته

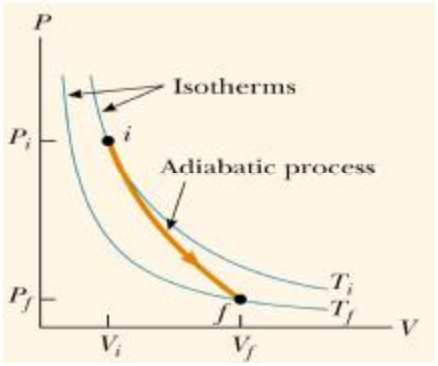
شیب هر نمودار بی دررو را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_Q = -\frac{\gamma P}{V}$$

و در فرآیند هم دما نیز شیب نمودار عبارت است از:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{P}{V}$$

و با توجه به شکل زیر و مطلب فوق شیب نمودار بی دررو از هم دما بیشتر خواهد بود.



بررسی فرآیند هم حجم(ایزوکور)و قانون اول ترمودینامیک

همانطور که بیان شد در این فرآیند حجم همواره ثابت می‌باشد و در نتیجه فشار گاز کامل متناسب با دمای آن تغییر می‌کند. کار انجام شده روی دستگاه برابر صفر و تغییر انرژی درونی طبق قانون اول ترمودینامیک فقط برابر گرمای مبادله شده می‌باشد یعنی:

$$V = const \Rightarrow W = \mathbf{0} \Rightarrow \Delta U = Q \text{ و } Q = nC_V(T_2 - T_1)$$

نکته

C_V برای گاز تک اتمی، دو اتمی، چند اتمی عبارتست از $\frac{3}{2}R$، $\frac{5}{2}R$ و $\frac{7}{2}R$ است.

www.Endbook.net

بررسی فرایند هم‌فشار(ایزوبار)

از آنجا که فشار وارد بر گاز از طرف محیط همواره ثابت می‌باشد ، در نتیجه حجم گاز متناسب با دمای آن تغییر می‌کند پس خواهیم داشت:

$W_P = -P(V_2 - V_1)$ و $Q_P = nC_P(T_2 - T_1)$

نکته

C_P برای گاز تک اتمی، دو اتمی، چند اتمی عبارتست از $\frac{5}{2}R$، $\frac{7}{2}R$ و $\frac{9}{2}R$ است.

بررسی فرآیند هم دما(ایزو ترمال)

از آنجا که در این فرآیند دما همواره ثابت است ، در نتیجه فشار گاز متناسب با عکس حجم گاز تغییر می‌کند

پس می توان در مورد کار،گرما و انرژی درونی داشت:

$$T = \text{ثابت} \begin{cases} PV = \text{ثابت} \Rightarrow P \propto \frac{1}{V} \\ \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q = W \end{cases}$$

نکات ضروری

1-انرژی درونی مقدار معینی گاز فقط تابع تغییرات دمای آن می‌باشد و برای گازهای تک اتمی، دو اتمی و چند اتمی عبارت است از:

گاز تک اتمی $U = \frac{3}{2}nRT$

گاز دو اتمی $U = \frac{5}{2}nRT$

گاز چند اتمی $U = \frac{7}{2}nRT$

۲-بااستفاده از مساحت چرخه ی تحول می توان کار انجام شده روی دستگاه را دریک چرخه محاسبه نمود:

(چرخه‌ی ساعتگرد) W = -S (کار محیط روی دستگاه)

(چرخه‌ی پاد ساعتگرد) W=+S (کار محیط روی دستگاه)

3-برای یک سیستم بسته(منزوی) که یک چرخه را طی می‌کند حالت اولیه و نهایی یکسان هستند. بنابراین در مورد انرژی درونی می توان گفت که تغییرات انرژی درونی صفر است.

www.Endbook.net

به مثال های زیر توجه کنید:

مثال۱:دما سنج الکتریکی دما را بر حسب کلوین بر حسب مقاومت $R=90\Omega$ نمایش می‌دهد، دمـای محیطـی که مقاومت آن $R'=180\Omega$ است چقدر خواهد بود؟

1) 546 2) 564/32

3) 546/32 4) 546/35

حل-گزینه «3» صحیح است.

با توجه به رابطه‌ی مربوط به دما، سنجی می‌توان نوشت:

$$T=273/16\frac{x}{x_r}=273/16(\frac{R}{R_r})$$

$$T=273/16(\frac{180\Omega}{90\Omega})=546/32$$

مثال۲:دماسنجی نقطه ذوب یخ در فشار یک اتمسفر را با عدد 10− و نقطه جـوش آب را بـا عـدد 30نشـان می‌دهد. اگر دمای محیطی $1^{\circ}C$ تغییر کند، این دماسنج چه تغییر دمایی را اندازه‌گیری خواهد کرد؟

1) 0/2 2) 0/4 3) 0/6 4) 0/8

حل-گزینه (2) صحیح است.

اگر x را تغییر دما در مقیاس مورد نظر باشد،

$$\frac{100-0}{1}=\frac{30-(-10)}{x}\Rightarrow x=0/4$$

مثال۳: در چه دمایی بر حسب درجه سانتی‌گراد عددی که دماسنج فارنهایت نشان مـی‌دهـد، پـنج برابـر عددی است که دماسنج سانتی گراد نشان می دهد؟

1) 20 2) 10 3) 40 4) 10−

حل-گزینه (2) صحیح است.

$$\theta_F=5\theta_C\Rightarrow 1/8\theta_C+32=5\theta_C\Rightarrow\theta_C=10^{\circ}C$$

www.Endbook.net

مثال ۴: یک حباب هوا به حجم $20cm^3$ در ته یک دریاچه به عمق $40m$ قرار دارد و دما در آنجا 4^0C است. حباب به سطح آب می‌رسد که در آنجا دما 20^0C است. دمای هوای حباب با دمای آبی که آن را احاطه کرده است یکسان است. درست وقتی که حباب به سطح می‌رسد حجم آن چقدر است؟

حل- از قانون گازهای کامل داریم:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$$

که در آن شاخص پایین 1 مربوط به ته دریاچه و شاخص پایین 2 مربوط به سطح آب دریاچه است. با فرض اینکه فشار هوا در حباب به اندازه‌ی فشار آبی باشد که آن را در بر گرفته است:

$$P_1=P_0+\rho gh$$

که در آن r چگالی آب و h عمق دریاچه است. بدیهی است که $P_2=P_0$:

$$V_2=\frac{T_2}{T_1}\frac{P_0+\rho gh}{P_0}V_1$$

$$=\left(\frac{293K}{277K}\right)\times\left(\frac{1/013\times10^5Pa+(0/998\times10^3kg/m3)(9/8m/s^2)(40m)}{3\times10^5Pa}\right)\times(20cm^3)$$

$$=103cm^3$$

مثال۵:از درون یک عایق استوانه ای به شعاع R که یک لوله ی بخار استوانه ای به شعاع $3R$ را در بر می گیرد گرما به صورت شعاعی به بیرون با آهنگ $3SI$ شارش می یابد.هرگاه دمای سطح داخلی معادل $4T_0$ وسطح خارجی معادل T_0 باشد در چه فاصله ای از مرکز استوانه دما بین این دو دما خواهد بود؟(طول استوانه و ثابت رسانش را واحد$(1SI)$در نظر بگیرید)

1) $r=Re^{-(\pi)}$

2) $r=\frac{R}{2}e^{(\pi)}$

3) $r=Re^{(\pi)}$

4) $r=\frac{R}{2}e^{-(\pi)}$

حل- گزینه ی (3)صحیح است.

با توجه به رسانش گرمایی در در متن درس آمده است می توان نوشت:

www.Endbook.net

$$\frac{\dot{Q}}{} = H = -AK\frac{dT}{dr}$$

$$\int_{4T0}^{\frac{3}{2}T0} dT = -\frac{\dot{Q}}{2\pi kL}\int_{R}^{r}\frac{dr}{r} \longrightarrow r = Re^{(\pi)}$$

مثال۶: ظرفی به ضریب انبساط خطی $9\times10^{-6}\ ^{1}/_{^{\circ}C}$ را دمای $20^{\circ}C$ از یک لیتر مایعی به ضریب انبساط مطلق $187\times10^{-6}\ ^{1}/_{^{\circ}C}$ در همان دما پر می‌کنیم. اگر دمای ظرف و مایع را به $80^{\circ}C$ برسانیم چند سی‌سی مایع از ظرف بیرون می‌ریزد؟

1) 12 2) 9/4 3) 9/6 4) 8

حل- هنگامی که دمای مایع از $20^{\circ}C$ به $80^{\circ}C$ افزایش می‌یابد، هم مایع و هم ظرف منبسط می شوند. برای محاسبه حجم مایعی که بیرون می‌ریزد باید تغییر حجم ظاهری مایع را محاسبه کنیم. برای این منظور داریم:

$$\lambda' = \lambda - K = 187\times10^{-6} = 160\times10^{-6}\ ^{1}/_{^{\circ}C}$$

$$\Delta V' = V_0\alpha'\Delta\theta = 1000^{cc}\times160\times10^{-6}\times60 = 9/6\,cc$$

مثال۷: ۱۰ گرم یخ 0^0c را داخل گرم۱۰۰ آب 4^0c می‌اندازیم. پس از حصول تعادل چند گرم یخ در آب است؟ گرما نهان ذوب یخ را $80\frac{cal}{gr}$ و مبادله گرما را فقط بین آب و یخ فرض کنید؟

1) صفر 2) 2 3) 5 4) 8

حل-جرم یخ ذوب شده را m می‌نامیم، گرمای لازم برای ذوب m گرم یخ 0^0c برابر است با:

$$Q_1 = mL_f = 80m$$

چون فرض شده است که پس از برقراری تعادل هنوز مقداری یخ وجود دارد، دمای تعادل باید 0^0c باشد. در اینصورت گرمایی که آب از دست می‌دهد تا به دمای 0^0c برسد برابراست با

$$Q_2 = mc\Delta\theta = 100\times1\times(4-0) = 400j$$

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow 80m = 400 \Rightarrow m = 5gr$$

جرم یخ باقیمانده برابر می‌شود با

$$m' = 10-5 = 5gr$$

www.Endbook.net

مثال ۸: برای اندازه‌گیری دمای نقطه‌ی جوش آب از دماسنج‌های گازی با حجم ثابت و گازهای مختلف استفاده می‌شود کدام مورد صحیح است؟

1) در تمامی شرایط دماسنج‌ها دمای یکسان را نمایش می‌دهند.

2) در تمامی شرایط دماسنج‌ها، دمای مختلف را نمایش می‌دهند.

3) در شرایطی که گاز کاملاً رقیق باشد دماسنج‌ها دمای یکسان را نمایش می‌دهند.

4) در شرایطی که فشار گاز در نقطه‌ی 3 گانه آب برای دماسنج‌های مختلف یکسان داشته دمای یکسان نشان می‌دهد.

حل- گزینه «3» صحیح است.

در حالت کلی در فشارهای بالا، چگالی گاز کمتر می‌شود، که شرایط گاز ایده‌آل می‌باشد و اگر از این گاز در محیط دماسنج مورد استفاده قرار گیرد، در تمامی شرایط دما سنج‌ها اعداد یکسانی را نمایش خواهند داد.

مثال ۹: در یک دماسنج نقطه‌ی ذوب یخ را ۳۰ و جوش آب را در فشار ۱ atm، ۵۰ نمایش می‌دهد این دما سنج دمای جسمی را که 25^{0c} است را چه مقدار نمایش می‌دهد؟

حل- به عهده ی دانشجو

مثال ۱۰: علت استفاده از ترموکوپل در اندازه‌گیری دما کدام است؟

1) میزان دقت آن
2) سرعت اندازه‌گیری آن
3) سادگی آن
4) حساسیت آن

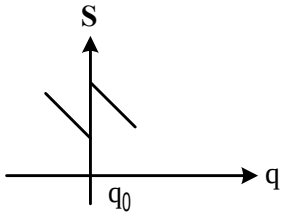
حل-گزینه «2» صحیح است.

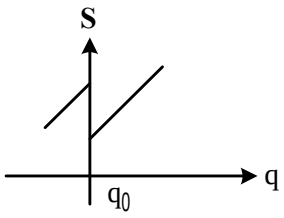
به علت انتقال حرارتی سریع که در ان به سرعت موجب تغییر دما می شود از آن استفاده می کنند

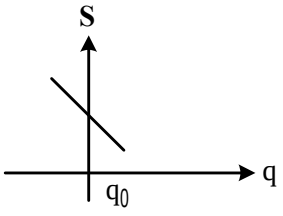
www.Endbook.net

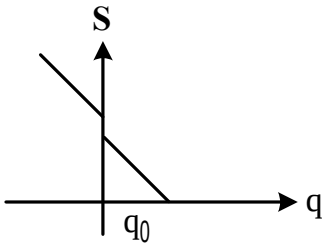
پرسش‌های چهار گزینه‌ای دما و گرما

1- یک جسم جامد دارای نقطه‌ی ذوب θ_0 است که با افزایش فشار کاهش می‌یابد. کدام نمودار تغییرات چگالی جسم جامد با دما در نزدیکی نقطه‌ی ذوب θ_0 را نمایش می‌دهد؟

1)


2)


3)


4)


۲- ۳۰ گرم از مایع A با ظرفیت گرمائی ویژه $1/5\frac{j}{gr^{0c}}$ و دمای 25^{0c}، ۴۰ گرم از مایع B با ظرفیت گرمائی ویژه $1\frac{j}{gr^{0c}}$ و دمای اولیه 40^{0c} و ۵۰ گرم از مایع C با ظرفیت گرمائی ویژه $0/4\frac{j}{gr^{0c}}$ و دمای اولیه 70^{0c} را با یکدیگر مخلوط می‌کنیم دمای تعادل چقدر است؟

1) $45/07^{0c}$ 2) $52/54^{0c}$ 3) $46/72^{0c}$ 4) $37/14^{0c}$

۳- ظرف عایقی محتوی ۱۶ گرم آب صفر درجه است. بر اثر تبخیر سطحی مقداری از آب بخار و بقیه تبدیل به یخ صفر درجه می‌شود. اگر دمای تبخیر آب ۲۰۰ ژول بر گرم و گرمای ذوب یخ ۳۰۰۰ ژول بر گرم باشد، جرم یخ تولید شده بر حسب گرم چقدر است؟

1) 14 2) 2 3) 10 4) 8

www.Endbook.net

۴- هرگاه ظرفیت گرمائی جسمی از جسم دیگر بیشتر باشد مفهوم آن چیست؟

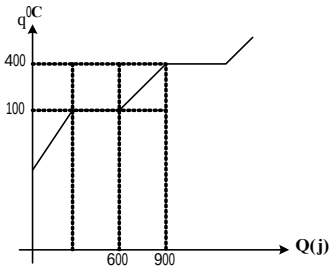
1) در این جسم انرژی گرمائی بیشتری می‌توان ذخیره کرد.

2) این جسم حساسیت بیشتری نسبت به انرژی گرمائی دارد.

3) نقطه ذوب این جسم بالا است.

4) دمای این جسم معمولاً پائین‌تر از دمای اجسام مجاور خود است.

۵-با توجه به نمودار زیر که برای یک جسم به جرم ۱۰ gr رسم شده است، این نمودار مربوط بـه گرمـای داده شده به جسم است، ظرفیت گرمائی آن جسم چقدر است؟



1) $100\frac{j}{kgk}$ 2) $200\frac{j}{kgk}$ 3) $300\frac{j}{kgk}$ 4) $600\frac{j}{kgk}$

۶- در داخل ظرف استوانه‌ای شکلی را تا ارتفاع h از مایعی به ضریب انبساط مطلق λ ریختـه‌ایـم و انبسـاط ظرف ناچیز است. اگر دمای مایع را از $0^{\circ}c$ به θ برسانیم تغییر نسبی ارتفاع مایع کدام است؟

1) $\frac{1}{3}\lambda\theta$ 2) $\lambda\theta$ 3) $\frac{2}{3}\lambda\theta$ 4) $\frac{3}{2}\lambda\theta$

۷- یک میله فلزی به طول و ضریب انبساط خطی را به میله دیگری در همان دما به طـول و ضـریب انبسـاط خطی در یک امتداد می‌چسبانیم. ضریب انبساط طولی میله حاصل کدام است؟

1) $\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}$ 2) $\frac{\alpha_1L_1+\alpha_2L_2}{L_1+L_2}$ 3) $\frac{\alpha_1L_1-\alpha_2L_2}{L_1+L_2}$ 4) $\frac{\alpha_1L_1}{L_2}$

www.Endbook.net

۸- معادله واندروالس برای یک گاز از رابطه $P=\frac{RT}{V-b}-\frac{a}{V^2}$ بدست می‌آید. در این معادله:

1) b یک ضریب تصحیح برای فشار ناشی از نیروهای جاذبه بین ملکولی است.

2) b معرف حجم یک ملکول و $\frac{a}{V^2}$ نشانگر فشار ناشی از یک مولکول است.

3) b یک ضریب تصحیح برای حجم اشغال شده توسط مولکول‌هاست.

4) $\frac{a}{V^2}$ معرف حجم یک مولکول و b فشار ناشی از یک مولکول را بیان می‌دارد.

۹- برطبق مدل دبی برای تعیین ظرفیت گرمایی جامدات در کجاها قانون دولانگ پتی معتبر است؟

1) برای دماهای پایین
2) برای دماهای بالا
3) برای دمای بحرانی $T=T_c$
4) فقط برای فلزات

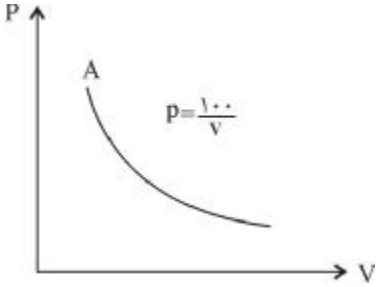
۱۰- در یک فرآیند بی‌دررو گاز کامل تک اتمی از حالت (۱) به حالت (۲) می‌رود. کاری که گاز در این فرآینـد می‌گیرد برابر است با :

1) $p_2v_2-p_1v_1$
2) $\frac{3}{2}(p_2v_2-p_1v_1)$
3) $\frac{5}{2}(p_2v_2-p_1v_1)$
4) $4(p_2v_2-p_1v_1)$

۱۱- در یک فرایند، فشار گاز کاملی را ۴ برابر و حجم آن را نصف می‌کنیم انرژی درونی گاز چه تغییر می‌کند؟

1) تغییر نمی‌کند
2) نصف می‌شود
3) دو برابر می‌شود
4) 8 برابر می‌شود

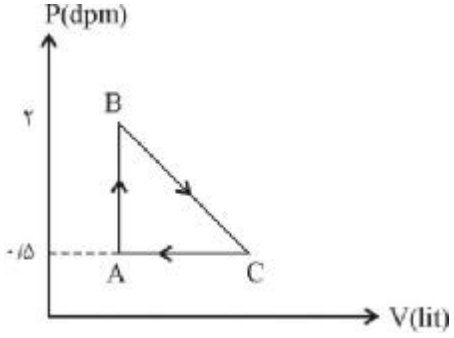
۱۲- کدام گزینه برای فرآیند شکل روبرو یک گاز کامل انجام شده، صحیح نیست؟



1) $\Delta U=0$
2) $W<0$
3) $Q>0$
4) $\Delta T>0$

www.Endbook.net

۱۳- مطابق شکل زیر مقدار گاز کامل چرخه ی ABCA داخلی می‌کند کار خاصی که گاز روی محیط انجام می‌دهد چند ژول است.



1) -75

2) -150

3) 150

4) 75

14-کاواک میانی دو پوسته‌ی کروی نازک هم مرکز که شعاع آنها به ترتیب ۰/۰۵ متر و ۰/۱۵ متر است، با ذغال چوب پر شده است. وقتی که به یک گرم کننده واضح در مرکز، با آهنگ ثابت ۳۱/۴۵ انرژی داده می‌شود، یک اختلاف دمای 50^{0c} بین کره‌ها ایجاد می‌شود. ضریب رسانش گرمائی ذغال چوب بر حسب $\frac{w}{m^0c}$ کدام است؟

1) $\frac{1}{10}Ln3$

2) $\frac{2}{10}Ln3$

3) $\frac{1}{3}$

4) $\frac{2}{3}$

۱۵- به جرم ثابتی از یک گاز کامل حرارت داده می‌شود تا دمای 50^{0c} به دمای 80^{0c} در فشارهای ثابت الف) ۱۰۰ KPa ب) ۳۰۰ KPa متحول گردد، تغییر انرژی داخلی گاز در این دو حالت چه رابطه‌ای با هم دارند؟

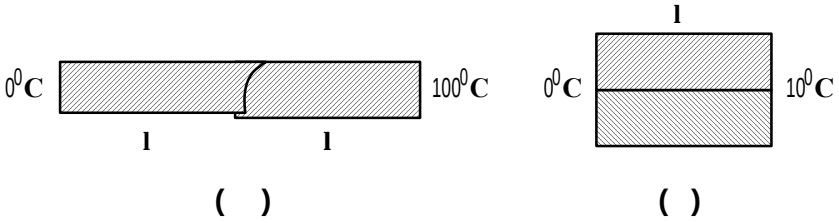
1) در حالت (ب) بیشتر است.

2) در حالت (الف) بیشتر است.

3) در هر دو حالت یکسان هستند.

4) در حالت (ب) دقیقاً 3 برابر حالت (الف) است.

۱۶- دو میله‌ی فلزی چهارگوش مشابه مطابق شکل (الف) سر به سر به هم جوش خورده‌اند. فرض کنید که در مدت ۲ دقیقه ۱۰ کالری گرما از میله‌ها عبور می‌کند. اگر این دو میله مطابق شکل (ب) جوش بخورند، در چه مدت ۱۰ کالری گرما از آنها عبور می‌کند؟



1) 10 دقیقه

2) 0/5 دقیقه

3) 1 دقیقه

4) 2 دقیقه

www.Endbook.net

۱۷- چرا لیوان‌های شیشه‌ای در هنگام ریختن آب جوش می‌شکند؟

1) آب جوش منبسط شده و شیشه را بیرون می‌ماند.

2) آب جوش بر اثر تماس با لیوان می‌شود و آن را به طرف داخل می‌کشد.

3) قسمت داخل لیوان سریعتر از قسمت خارجی آن منبسط و باعث شکستن آن می‌شود.

4) شیشه داغ منبسط می‌شود و مولکول‌ها می‌شکند.

www.Endbook.net

پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای دما و گرما

1- گزینه «1» صحیح است.

از آنجا که نقطه‌ی ذوب با افزایش فشار کاهش می‌یابد بنابراین این جسم هنگام ذوب کاهش حجم دارد و در نتیجه چگالی آن در نقطه‌ی ذوب به طور جهشی زیاد می‌شود.

2- گزینه «4» صحیح است.

چون تغییر حالتی در میا نیست داریم:

$$\theta = \frac{m_1c_1\theta + m_2c_2\theta_2 + m_3c_3\theta_3}{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2 + m_3c_3\theta_3} = 37/14^{0c}$$

3- گزینه «1» صحیح است.

گرمای لازم برای تبخیر آب، از اب باقی مانده (که به یخ تبدیل می‌شود) تأمین می‌گردد بنابراین اگر جرم یخ m باشد، جرم بخار تولید شده (m ـ 16) بر حسب گرم به صورت زیر است:

$$\theta_1 = m\mathbf{l}_f\theta_2 = (16-m)\mathbf{l}V\theta_1 = \theta_2 \rightarrow 300\,m = (16-m)2000$$
$$\rightarrow m = 13/91 \sim 14gr$$

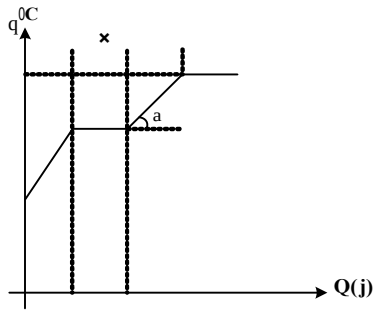
4- گزینه «2» صحیح است.

اگر m گرم بخار آب کافی باشد باید گرمائی که این مقدار بخار آب می‌تواند بعد از تبدیل شدن به آب 100^{0c} و سپس به آب 0^{0c} به یخ (با دمای 0^{0c}) بدهد برای ذوب 1 kg یخ کافی باشد، بنابراین:

$$m\mathbf{l}V + mc(100-0) = m\mathbf{l}f \rightarrow m = 119/04 \sim 119gr$$

5- گزینه «1» صحیح است.

مطابق شکل شیب نمودار عکس ظرفیت گرمائی می‌باشد. پس:



www.Endbook.net

$$\tan\alpha=\frac{400-100}{900-600}=1=\frac{1}{mc}=\frac{1}{nC}$$

$$C=100\frac{j}{gr^{0c}}$$

6- گزینه (2) صحیح است.

اگر مساحت قاعده ظرف را A بنامیم، با توجه به اینکه حجم استوانه از ضرب مساحت قاعده‌اش در ارتفاع بدست می‌آید داریم:

$$\Delta V=\lambda V_{\circ}\Delta\theta\Rightarrow(A\Delta h)=(Ah)\lambda\Delta\theta$$

$$\frac{\Delta h}{h}=\lambda\Delta\theta$$

7- گزینه (2) صحیح است.

اگر دمای میله حاصل به اندازه $\Delta\theta$ افزایش یابد، تغییر طول میله آن برابر مجموع تغییر طول‌های هر کدام از میله‌هاست :

$$\Delta L=\Delta L_1+\Delta L_2=L_1\alpha_1\Delta\theta+L_2\alpha_2\Delta\theta$$

$$\alpha=\frac{\Delta L}{L}=\frac{L_1\alpha_1\Delta\theta+L_2\alpha_2\Delta\theta}{(L_1+L_2)\Delta\theta}=\frac{L_1\alpha_1+L_2\alpha_2}{L_1+L_2}$$

8- گزینه (3) صحیح است.

$$P=\frac{RT}{V-b}-\frac{a}{V^2}\Rightarrow(P+\frac{a}{V^2})(V-b)=RT$$

در معادله فوق b یک ضریب تصحیح برای حجم اشغال شده توسط یک مول و $\frac{a}{V^2}$ یک تصحیح برای فشار ناشی از نیروهای مولکول‌های برهم است.

9- گزینه (2) صحیح است.

بنابر قانون دولن – پتی، $C_v=3nR$ است. مقدار V_c در تئوری پتی و در دمای $T=0\,K$ به صفر و در دماهای بالا مقدار C_v به $3nR$ نزدیک می‌شود، در نتیجه قانون دولانگ – پتی تنها برای جایی که $C_V=3nR$ است معتبر می‌باشد.

10- گزینه (2) صحیح است.

می‌دانیم در فرآیند بی‌دررو: $\Delta U=W$، از طرف دیگر می‌دانیم تغییرات انرژی داخلی در هر فرآیند روی گاز کامل تک

www.Endbook.net

اتمی عبارتست از

$$\Delta U = \frac{3}{2}(P_2V_2 - P_1V_1)$$

11- گزینه (3) صحیح است.

12- گزینه (4) صحیح است.

مقدار ثابت $KT = PV = 100 =$ بنابراین دما مقداری است ثابت.

در فرآیند هم دما $\Delta U = 0$ است چون حجم زیاد می‌شود کار منفی است $(W < 0)$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q + W \Rightarrow Q = -W > 0$$

13- گزینه (3) صحیح است.

یعنی سیستم کار از دست می‌دهد و محیط کار می‌گیرد.

$$W = \frac{1}{2} \times (2 \times 10^{-3}) \times (1/5 \times 10^{5}) = 150j$$

14 -گزینه «4» صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l} H = \dfrac{R_2 - R_1}{6k\pi R_1 R_2} \\ \Theta = \dfrac{\Delta T}{H} \end{array}\right\} \rightarrow K = \frac{2}{3}\frac{w}{m^0 c}$$

15- گزینه «3» صحیح است.

انرژی درونی گاز به فشار مربوط نیست و تنها تابع دما به همین دلیل چون تغییر دماها یکسان است انرژی داخلی دو حالت یکی است.

16- گزینه «2» صحیح است.

برای سیستم (الف) می‌توان با مشابه سازی مقاومت‌ها داشت:

( ) 0^0C — R — R — 100^0C

( ) 0^0C — R / R — 100^0C

www.Endbook.net

$$R_{T(1)} = \frac{R}{2} = R = \frac{l}{KA}$$

$$R_{T(2)} = 2R$$

(الف) $Q_2 \Delta t = \frac{\Delta T}{R_{T(1)}} \Rightarrow \frac{\Delta T}{R} = 10$ ؛ (ب) $Q_2 \Delta t = \frac{\Delta t}{R_{T(2)}} \Rightarrow \Delta t_2 = 0/5\,min$

17- گزینه «3» صحیح است.

با توجه به رسانش حرارتی H و ضخامت مربوط به لیوان، در اثر آب جوش، جداره‌ی داخلی انبساط می یابد و چون قسمت خارج لیوان با بیرون در تعادل گرمائی است، لیوان می‌شکند.

www.Endbook.net

نمونه سوالات تستی (تألیفی)

۱- مقاومت سیم معینی از جنس پلاتین بین نقطه سه‌گانه و نقطه جوش عادی آب با ضریب ۱/۲ افزایش پیدا می‌کند. دمای نقطه جوش آب بر اساس مقاومت سیم پلاتینی کدام است؟

1) $327/8K$ 2) $380/2K$ 3) $128/8K$ 4) $12K$

۲- در چه دمایی، سلسیوس و فارنهایت دارای مقدار عددی یکسانی هستند؟

1) 40 2) 20 3) -20 4) -40

۳- یک میله بطول ۲ متر با افزایش دما به $60^{\circ}C$ ، $0/091cm$ افزایش طول پیدا می‌کند. α برای جنس میله چقدر است؟

1) $5/1\times10^{-6}K^{-1}$ 2) $6/3\times10^{6}K^{-1}$ 3) $5/1\times10^{6}K^{-1}$ 4) $324K^{-1}$

۴- یک استوانه به قطر $1cm$ در دمای ۳۰ درجه سانتیگراد باید در سوراخی واقع در صفحه فولادی قرار بگیرد. قطر سوراخ در این دما برابر $0/99970cm$ است. این صفحه تا چه دمایی باید گرم شود تا استوانه درون آن قرار گیرد؟

1) $30°C$ 2) $55°C$ 3) $25°C$ 4) $50°C$

۵- ضریب انبساط خطی شیشه برابر $8/3\times10^{-6}{}^{\circ}C^{-1}$ می‌باشد. اگر ظرفیت یک بطری در دمای $15°C$ برابر $50cm^3$ باشد، ظرفیت آن در $25°C$ چقدر است؟

1) $50/012cm^3$ 2) $51/2cm^3$ 3) $49/8cm^3$ 4) $12cm^3$

۶- یک دماسنج جیوه در شیشه را در نظر بگیرید. فرض کنید سطح مقطع لوله مویینه آن مقدار ثابت A است و حجم مخزن جیوه آن در دمای صفر درجه سانتیگراد برابر V است. در این دما جیوه دقیقاً مخزن را پر کرده است. در دمای T بر حسب درجه سانتیگراد طول ستون جیوه در قسمت مویینه L برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) $L=\frac{V}{A}(\beta+3\alpha)T$ 2) $L=\frac{V}{A}(2\beta-3\alpha)T$ 3) $L=\frac{V}{A}(\beta-3\alpha)T$ 4) $L=V(\beta-3\alpha)T$

www.Endbook.net

پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۱ صحیح است:

با در نظر گرفتن R به عنوان خاصیت دماسنجی X با استفاده از معادلات مربوط به دماسنجی داریم:

$$T(R) = T_{tr}\frac{R}{R_{tr}}$$

از طرفی در صورت سوال گفته شده:

$$R = 1/2R_{tr}$$

بنابراین با جاگذاری این رابطه در معادله بالا داریم:

$$T(R) = T_{tr}\frac{R}{R_{tr}} = (273/16K)(1/2) = 327.8K$$

۲- گزینه ۴ صحیح می‌باشد:

رابطه بین دمای سلیسوس و فارنهایت برابر بود با:

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$$

حال می‌خواهیم دمایی را بدست آوریم که در آن:

$$T_F = T_C = X$$

بنابراین داریم:

$$X = \frac{9}{5}X + 32 \Rightarrow \frac{4}{3}X = -32 \Rightarrow X = -40$$

۳- گزینه ۱ صحیح می‌باشد:

با استفاده از روابط مربوط به انبساط طولی داریم:

$$\Delta L = \alpha L \Delta T \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{\Delta L}{L}}{\Delta T}$$

بنابراین در این حالت داریم:

$$\alpha = \frac{\frac{\Delta L}{L}}{\Delta T} = \frac{0/091\times10^{-2}}{(3)(60)} = 5/1\times10^{-6}K^{-1}$$

www.Endbook.net

۴- گزینه ۲ صحیح است:

صفحه، چه سوراخ باشد، یا نباشد انبساط پیدا خواهد کرد. از این رو سوراخ مانند یک دایره فولادی که منبسط می‌شود، انبساط پیدا می‌کند، می‌خواهیم که قطر حفره به اندازه ΔL تغییر کند:

$$\Delta L = (1-0/99970)\,cm = 0/00030cm$$

با استفاده از رابطه انبساط طولی داریم:

$$\Delta L = \alpha L \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta L}{\alpha L} = \frac{0/00030cm}{(1/2\times10^{-5})(0/99971cm)} = 25^{\circ}C$$

بنابراین دمای صفحه باید برابر باشد با:

$$30+25 = 55^{\circ}C$$

۵- گزینه ۱ صحیح می‌باشد:

شیشه در تمام ابعاد بطور یکنواخت منبسط می‌شود، پس ظرفیت متناسب با شیشه منبسط خواهد شد. ضریب حجمی انبساط با رابطه $\beta = 3\alpha$ با ضریب خطی آن ارتباط دارد. بنابراین:

$$V = V_0(1+3\alpha\Delta T) = (50)[1+3(8/3\times10^{-6})(10)] = 50/012cm^3$$

۶- گزینه ۳ صحیح می‌باشد:

از روابط موجود در متن درس برای انبساط حجمی یک جسم جامد در اینجا شیشه داریم:

$$\Delta V = 3\alpha V \Delta T$$

اما رابطه مربوط به انبساط مایعات برابر بود با:

$$\Delta V = \beta V \Delta T$$

در این حالت برای بدست آوردن طول ستون جیوه L داریم:

$$LA = V\beta T \Rightarrow L = \frac{V}{A}\beta T$$

اما طول جیوه در لوله با اندازه مقدار انبساط شیشه کمتر از این مقدار می‌باشد یعنی:

$$L = \frac{V}{A}(\beta - 3\alpha)T$$

www.Endbook.net

فصل چهارم: قانون دوم ترمودینامیک، آنتروپی و نظریه ی جنبشی گازها

اصل دوم ترمودینامیک

به شکل ساده این اصل پیرامون تبادل کار و گرما در طی چرخه های ماشین گرمایی و یخچال بحث می کند یعنی تبدیل کار به گرما ممکن است در صورتی که تبدیل گرما به کار تحت شرایط معن انجام می شود. برای یک چرخه کامل Q_H و Q_C بترتیب اندازه گرمای جذب شده توسط سیستم و پس داده شده توسط سیستم است و W کل کار انجام شده توسط سیستم است. اینک به بررسی ماشین و یخچال و چرخه های آن ها می پردازیم.

نکته

تبدیل گرما به کار معمولاً در عمل توسط دو نوع ماشین گرمایی که در زیر آمده است انجام می‌شود:

1لف) استرلینگ و ماشین بخار.

ب) ماشین بنزینی و دیزلی.

که دسته ی اول را برون سوز و دسته ی دوم را درون سوز می گویند.

1-ماشین گرمایی

می توان گفت که در واقع یک ماشین گرمایی :

1- فرآیند یا فرآیندهایی وجود دارند که دستگاه در خلال آن از یک منبع خارجی در دمای زیاد گرما جذب می‌کند.

2- فرآیند یا فرآیندهایی وجود دارند که در خلال آنها گرما، به یک منبع خارجی با دمای پایین‌تر پس داده می‌شود.

3- فرآیند یا فرآیندهایی وجود دارند که در طی آن به محیط کار تحویل داده می‌شود.

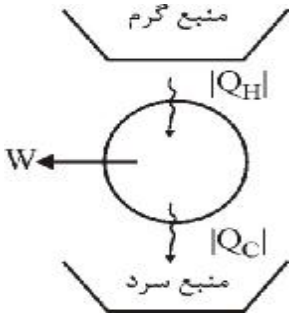
در این سیستم با توجه به گرما های معرفی شده و طرح واره ی زیر می توان گفت اگر $|Q_H|$ بزرگتر از Q_c باشد و کار انجام شده توسط سیستم W باشد، بازده گرمایی ماشین η بصورت زیر تعریف می‌شود :

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_H|}$$

$$|Q_H| - |Q_c| = |W|$$

$$\eta = \frac{|Q_H| - |Q_c|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|}$$

www.Endbook.net



ماشین بخار

با توجه به طرح واره ی ماشین بخار می توان فرایند هایی را به صورت زیر بیان نمود.در ماشین‌های بخار، سیستم ترمودینامیکی شامل آب است:

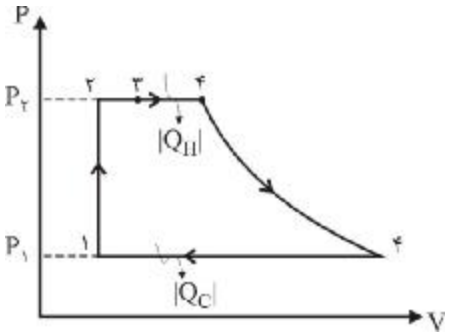
1- آب مایع در داخل چگالنده در فشار p_2 قرار دارد و بوسیله تلمبه بطور بی دررو تحت فشار قرار گرفته و به فشار $p_1 > p_2$ (فشار دیگ) می‌رسد و سپس وارد دیگ دیگر می‌گردد(مسیر $1 \rightarrow 2$)

2-آب در داخل دیگ در فشار ثابت p_1 مقداری گرما می‌گیرد تا به نقطه جوش برسد (مسیر $2 \rightarrow 3$)، سپس تبخیر صورت می‌گیرد.

3- در فشار ثابت حجم آن زیاد می‌شود تا به حجم اشباع برسد(مسیر $3 \rightarrow 4$)

4- بخار اشباع تولید شده وارد استوانه می‌شود این بخار در داخل استوانه بی دررو انبساط می‌یابد تا فشار آن به فشار چگالنده برسد(مسیر $4 \rightarrow 5$)

5- در پایان در فشار چگالنده یعنی در فشار ثابت p_2 بخار به مایع تبدیل می‌گردد.



نکته

این چرخه معروف به رانکین است.

www.Endbook.net

نکته

می توان برای چرخه ی فوق بازده ی گرمایی را به صورت زیر بررسی نمود در طی فرآیندهای $3\to2$ و $4\to3$ گرمـای $|Q_H|$ از یک منبع داغ وارد دستگاه می‌شود، در صورتی که در طی فرآیند تقطیر $1\to5$ گرمای $|Q_C|$ توسط سیستم به یک منبع که در دمای T_C قرار داده می‌شود.با استفاده از روابطی که در فرآیندهای بی دررو ذکر شد می توان نوشت:

$$T_4v_1^{\gamma-1}=T_3v_2^{\gamma-1} \quad و \quad T_1v_1^{\gamma-1}=T_2v_2^{\gamma-1}$$

$$(T_4-T_1)v_1^{\gamma-1}=(T_3-T_2)v_2^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_4-T_1}{T_3-T_2}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1} \text{و} \; r=\frac{v_1}{v_2}$$

$$\eta=1-\frac{1}{\left(v_1/v_2\right)^{\gamma-1}}=1-\frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

نکته

با توجه به رابطه ی بدست آمده برای ماشین بخار می توان بازده یک ماشین دیزلی را از رابطه زیر بدست آورد:

$$\eta=1-\frac{1}{\gamma}\frac{\left(1/r_E\right)^{\gamma}-\left(1/r_C\right)^{\gamma}}{\left(1/r_E\right)-\left(1/r_C\right)}$$

$$r_E=\frac{v_1}{v_3} \quad و \quad r_C=\frac{v_1}{v_2}$$

بیان کلوین - پلانک

غیر ممکن است تحول مسدودی انجام گیرد که نتیجه آن منحصراً عبارت ازاین باشد که از یک چشمه گرما گرفته شود و کاری معادل آن انجام گیرد.

یخچال

وقتی یک دستگاه با دو چشمه با دماهای T_H و T_C گرما مبادله می‌کند، پس از سیکل بسته مقداری کار روی سیسـتم انجام می‌دهد. یعنی چرخه‌ای را می پیماید که مقداری گرما در منبع گرم دریافت می‌کند و مقدار کمتری در منبع سـرد دفع می‌کند. حال اگر چرخه‌ای که در جهت مخالف ماشین گرمایی می پیماید را تصور کنیم، نتیجـه آن جـذب مقـداری

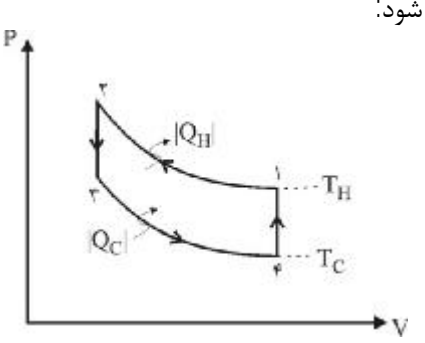
www.Endbook.net

گرما در دمای پایین و دفع مقدار بیشتری گرما در دمای بالاتر و انجام کار خالص بر روی سیستم خواهد بود.

وسیله‌ای که چنین چرخه‌ای را می پیماید یخچال و چرخه فوق را چرخه سرماساز می گویند.

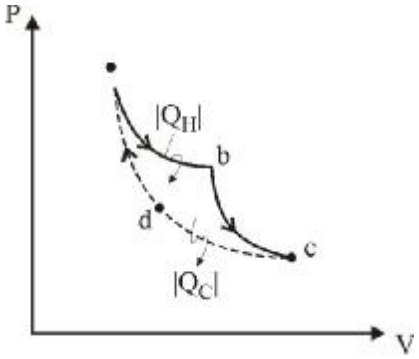
نکته

یکی از مفیدترین انواع یخچال ها با معکوس شدن چرخه استرلینگ تولید می شود:



چرخه کارنو

با توجه به طرح واره زیر که تحت نام چرخه ی کارنو مشهور است می توان داشت:



1-با شروع از حالت a سیستم در یک دمای T_H با یک منبع گرما دراین دما در تماس قرار می‌گیرد و فرآیند برگشت پذیر همدمایی انجام می‌دهد که آن را به حالت b می برد. دراین فرآیند جریان گرمایی Q_2 به داخل سیستم وجود دارد و کار W_2 توسط سیستم انجام می‌گیرد.

2-در b، سیستم یک فرآیند بی درروی برگشت پذیر را تا حالت c می پیماید. دراین فرآیند دما به مقدار پایین تر از T_C کاهش می‌یابد.

3-در c سیستم در تماس با یک منبع گرم با دمای T_C قرار می‌گیرد و یک فرآیند همدمای برگشت پذیر تا حالت d می پیماید. دراین حالت یک جریان گرمای Q_C به خاج سیستم وجود دارد.

www.Endbook.net

نکته

در سیستم کارنو،اگر ماه ی موجود را گاز کامل فرض کنیم، می توان پیرامون گرماهای مبادله شده و نیز ارتباط آن با دمای چشمه ها ی موجود با توجه به طرح واره ی داده شده داشت:

$$Q_H = W_2 = nRT_H Ln\frac{V_b}{V_a}$$

$$Q_C = W_1 = nRT_C Ln\frac{V_c}{V_a}$$

$$T_H v_b^{\gamma-1} = T_C v_C^{\gamma-1}$$

$$T_H v_a^{\gamma-1} = T v_d^{\gamma-1}$$

$$\frac{v_b}{v_a} = \frac{v_c}{v_d} \rightarrow \frac{Q_H}{Q_C} = \frac{T_H}{T_C}$$

بنابراین می توان گفت برای یک گاز کامل در این چرخه، نسبت $\frac{Q_H}{Q_C}$ فقط به دماهای T_H و T_C وابسته است.

نکته

بازده گرمایی‌این چرخه عبارتست از:

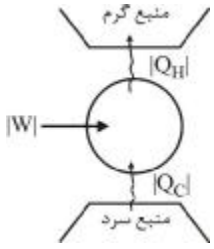
$$\eta = \frac{W}{|Q_H|} = \frac{|Q_H| - |Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

یخچال کارنو

اگر چرخه کارنو جهت معکوس پیدا کند آنگاه یک یخچال کارنو داریم به طوری که ضریب عملکرد یخچال کارنو عبارتست از:

$$\omega = \frac{|Q_C|}{W} = \frac{|Q_C|}{|Q_H| - |Q_C|} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

کار یک یخچال را می‌توان بصورت طرح وار در شکل زیر مشاهده کرد. همیشه برای انتقال گرما از یک منبع سرد به یک منبع گرم، احتیاج به انجام کار است.



www.Endbook.net

می‌توان قانون دوم ترمودینامیک را از دیدگاه یخچال ها بصورت زیر بیان کرد.

قانون دوم ترمودینامیک و بیان کلاسیوس

از دید کلاسیوس غیر ممکن است تحولی انجام گیرد که در نتیجه آن چشمه مقداری گرما بدهد و چشمه دیگری که دمایش بالاتر از چشمه اول است گرمای را جذب کند، بدون اینکه در طی این تحول کاری انجام شود.

نکته

دو بیان کلوین – پلانک و بیان کلاؤسیوس کاملاً مکمل هم هستند، درستی اولی دلالت بر درستی دومی و درستی دومی دلالت بر درستی اولی دارد.

آنتروپی سیستم و تحولات بی نظمی

در حالت کلی برای تمامی تحولات برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیر مربوط به سیستم در طول یک چرخه می توان برای تغییرات گرمای مبادله شده داشت: در یک دور مسدود روابط زیر برقرار است:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 \quad \text{or} \quad \oint \frac{dQ}{T} < 0$$

در طی تحول سیستم تابعی به نام آنتروپی که معرف تغییرات بی نظمی در سیستم می باشد به صورت زیر بیان می شود:

$$S_B - S_A = \int_{AB} \frac{dQ}{T}$$

که تغییر آنتروپی یک دستگاه بین دو حالت A و B مساوی $\int \frac{dQ}{T}$ در مسیر برگشت‌پذیر AB است.

نکته

اگر دستگاهی از حالتی به حالت دیگر به طور برگشتی تحول یابد، $\int \frac{dQ}{T}$ به مسیر طی شده بستگی ندارد و فقط تابع دو حالت ابتدایی و انتهایی است.

نکته

در یک تحول برگشت‌پذیر $\int \frac{dQ}{T}$ کوچکتر از تغییر آنتروپی بین دو حالت آغاز و انجام دستگاه است.

www.Endbook.net

تغییر آنتروپی در تحول بی‌درو برگشت‌پذیر

در تحول بی دررو برگشت‌پذیر، می توان نوشت:

$$dQ = 0 \rightarrow dS = \frac{dQ}{T} = 0$$

$$S_2 - S_1 = \int \frac{dQ}{T} = 0 \rightarrow S_1 = S_2$$

یعنی در یک تحول برگشت‌پذیر بی دررو، آنتروپی دستگاه ثابت می‌ماند.

نکته

در تحول همدما $\int \frac{dQ}{T}$ به صورت $\frac{1}{T}\int dQ = \frac{Q}{T}$ تبدیل می‌شود زیرا T ثابت است.

نکته

برای یک سیستم که با محیط بیرون تبادل گرما و کار ندارد، $Q = 0$ است و خواهیم داشت:

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

واگر تحول این دستگاه برگشت‌پذیر باشد داریم:

$$S_2 - S_1 = 0 \ , \ S_2 = S_1$$

$$\int \frac{dQ}{T} < S_2 - S_1 \rightarrow 0 < S_2 - S_1 \ , \ S_2 > S_1$$

با توجه به رابطه ی بدست آمده می توان گفت که آنتروپی یک دستگاه منفرد در جریان تحول برگشت‌ناپذیر همواره افزایش می‌یابد.

گاز کامل - آنتروپی

با توجه به تعریف آنتروپی سیستم در طی یک تحول یعنی $ds = \frac{dQ}{T}$ و نیز قانون تبادل گرما که به صورت زیر بدست آمده بود می توان به تحلیل آنروپی برای گاز کامل پرداخت یعنی:

$$dQ = c_p dT - Vdp$$

از تقسیم آن بر T می توان نوشت:

www.Endbook.net

$$\frac{dQ}{T}=c_p\frac{dT}{T}-\frac{V}{T}dp \quad , \quad pV=nRT$$

$$\frac{dQ}{T}=c_p\frac{dT}{T}-\frac{nR}{p}dp$$

نکته

با توجه به انتگرال‌گیری بین این دو حالت برای آنتروپی یک گاز کامل داریم:

$$\boxed{\Delta S=c_pLn\frac{T}{T_0}-nRTLn\frac{p}{p_0}}_0 \Rightarrow \boxed{S=c_pLnT-nRTp+S_0}$$

$$\boxed{\Delta S=c_vLn\frac{T}{T_0}+nRLn\frac{V}{V_0}} \rightarrow \boxed{S=c_vLnT+nRLnV+S_0}$$

نکته

مساحت زیر منحنی T-Sمعرف گرماست.

نکته

در تحول سیستم هرگاه دو حالت تعادل بی‌نهایت به هم نزدیک باشند، در مورد تغییرات آنتروپی می توان نوشت:

$$dQ=Tds \quad , \quad \frac{dQ}{dT}=T\frac{dS}{dT}$$

1-در فرایند فشار ثابت:

$$\left(\frac{dQ}{dT}\right)_P=C_P=T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P$$

2-در فرایند حجم ثابت :

$$\left(\frac{dQ}{dT}\right)_V=C_V=T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V$$

$$S_f-S_i=\int_i^f\frac{C_V}{T}dT \quad , \quad S_f-S_i=\int_i^f\frac{C_p}{T}dT$$

نکته

طبق قضیه گیس پیرامون آنتروپی مخلوط می توان گفت که اگر آنتروپی مخلوط گازهای کامل خواسته شود مساوی مجموع آنتروپی هر یک از اجزای آن خواهد بود.

www.Endbook.net

نکته

هر فرآیند طبیعی که از یک حالت تعادل شروع می‌شود و در حالت دیگر خاتمه می‌یابد در جهتی پیش می‌رود که آنتروپی موجود در سیستم و محیط زیاد می‌شود.

نکته

در حد دما های خیلی پایین آنتروپی سیستم به صفر میل کرده و بی نظمی کمترین مقدار را دارد.

نکته

به ازاء هر درجه آزادی به انرژی سیستم مبلغ انرژی $\frac{1}{2}KT$ اضافه می شود ،به این اصل اصل همپاری انرژی گفته می شود.درجات آزاتی می تواند درجات حرکت،ترم انتقال،دوران و... باشد.

نظریه ی جنبشی گازها - توزیع سرعت‌های مولکولی

برای سرعت متوسط و مربعی متوسط ملکول های گاز، اگر N تعداد مولکول های گاز باشد و dn بخش کوچکی از مولکول های گاز باشد در حالت پیوسته و گسسته داریم:

1-در حالت گسسته می توان نوشت:

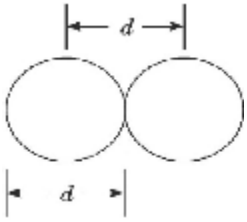
$$\overline{V}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}N_iV_i \quad , \quad \overline{V}^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}N_iV^2{}_i$$

2-در حالت پیوسته می توان داشت:

$$\overline{V}=\frac{1}{N}\int_0^N vdn \quad , \quad \overline{V}^2=\frac{1}{N}\int_0^N V^2dn$$

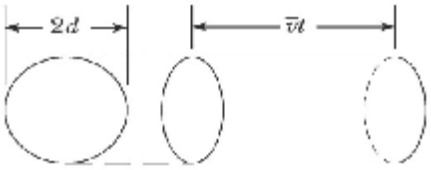
مسافت آزاد میانگین

در حالتی ساده مسافت آزاد میانگین، فاصله متوسطی است که یک مولکول بین دو برخورد متوالی و شاخ به شاخ طی می‌کند.با فرض کروی بودن مولکول ها با توجه به شکل زیر ،اگر قطرمولکول هارا d بنامیم برخورد دو مولکول زمانی تعریف می شود که فاصله بین مراکز آنها کوچکتر یا مساوی قطر یک مولکول یعنی d باشد.



www.Endbook.net

اگریک مولکول دارای سرعت متوسط $\bar{v}$ باشد طبق فرض بر خوردفوق، در زمانt مولکول مسافت $\bar{V}t$ را طی می‌کند، کـه در این زمان مولکول استوانه‌ای به مساحت مقطع πd^2 و ارتفاع $\bar{V}t$ را جاروب می نماید.



نکته

اگر n چگالی مولکول ها فرض شود در اینصورت :

1-زمان متوسط بین دو برخورد متوالی که عکس فرکانس برخورد است.

2-اگر مولکولها دارای حرکت فرض شوند آنگاه برای فرکاس برخورد و مسافت آزاد میانگین داریم:

$$L=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \quad , \quad \nu=\sqrt{2}\pi d^2\bar{v}n=\frac{\bar{v}}{L}$$

3-برای گاز های کامل اگر قطر مولکول 2d باشد می توان مسافت آزاد میانگین را به صورت زیر بررسی نمود:

$$\left.\begin{aligned} P=\frac{N}{V}K_BT=nK_BT\Rightarrow n=\frac{P}{KT} \\ L=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}\end{aligned}\right\}\Rightarrow L=\frac{K_BT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$$

نکته

1-هرگاه مولکول ها کروی نباشند آنگاه d در رابطه ی مسافت آزاد میانگین معرف اندازه ی مکان مرکز جرم کل سیستم خواهد بود،می توان از دید فیزیک هسته ای بیان کرد که گاز ها با لایه ی والانس کامل تر کروی تر خواهند بود وd نقش شعاع را بازی می کند از این دسته از گاز ها می توان به گاز های نادر اشاره کرد .

2-هرچه مسیر حرکت منظم تر و طولانی تر باشد میزان برخورد ها کمتر شده و رفتار محیط خلا گونه است.

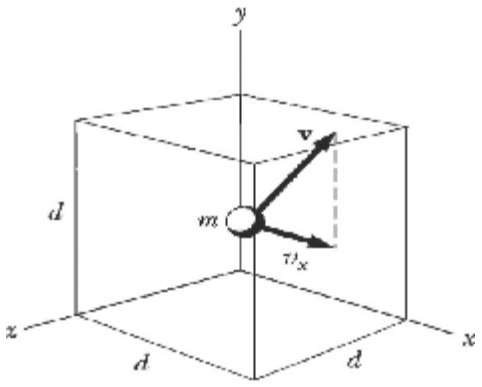
فشار گاز کامل در نظریه جنبشی گازها

برای گاز کاملی که درون یک ظرف مکعبی به طول L قرار دارد با فرض کشتسان بودن تمامی برخورد ها با دیـواره هـای ظرف می توان مفهوم فشار را با توجه به برخورد های کشتسان تحلیل نمود.

با این فرض برای یک مولکول مطابق شکل می توان نوشت اگر ،حجم گاز = d^3 ، جرم یک مولکول = m ، جرم کل گـاز

www.Endbook.net

$M=$ و چگالی گاز $\rho=\frac{M}{d^3}$ باشد آنگاه:



نیروی وارد از یک مولکول به دیواره f_x:

$$f_x=\frac{\Delta P_x}{\Delta t}=\frac{mV_x+(-mV_x)}{2(\frac{d}{V_x})}=\frac{mV_x{}^2}{d}$$

نیروی کل واردر بر دیواره F_x:

$$F_x=\sum_i f_{ix}=\frac{m}{d}(V_{1x}^2+V_{2x}^2+V_{3x}^2+...V_{Nx}^2)$$

در نهایت برای فشار سیستم می توان داشت :

$$\left.\begin{aligned}&P=\frac{F_x}{A}=\frac{F_x}{d^2}\\&F_x=\frac{m}{d^3}(V_{1x}^2+V_{2x}^2+...+V_{Nx}^2)\end{aligned}\right\}\Rightarrow P=\frac{mN}{d^3}\frac{(V_{1x}^2+V_{2x}^2+...V_{Nx}^2)}{N}=\frac{M}{d^3}\overline{V_x^2}$$

نکته

از آنجا که جهت مندی در سرعت اهمیت ندارد می توان رابطه ی فشار را به صورت زیر باز نویسی کرد:

$$\left.\begin{aligned}&\overline{V_x^2}=\overline{V_y{}^2}=\overline{V_z{}^2}\\&\overline{V_x{}^2}+\overline{V_y{}^2}+\overline{V_z{}^2}=\overline{V^2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\overline{V_x{}^2}=\frac{1}{3}\overline{V^2}$$

$$\left.\begin{aligned}&P=\frac{M}{d^3}\overline{V_x^2}\\&\overline{V_x{}^2}=\frac{1}{3}\overline{V^2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow P=\frac{1}{3}\rho\overline{V^2}$$

www.Endbook.net

تابع توزیع سرعت ماکسول ـ بولتزمن در نظریه ی جنبشی گاز ها

طبق این توزیع تعداد ذراتی که دارای انرژی ε و $\varepsilon+d\varepsilon$ هستند ویا سرعت V و $V+dV$ می باشند دارای تابعی به صورت زیر می باشند:

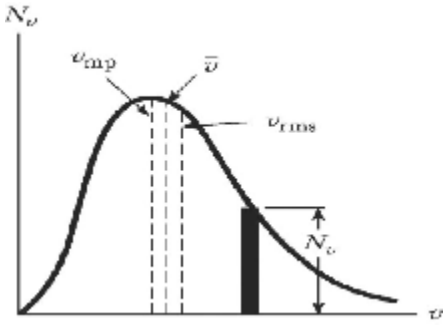
$$1-n(\varepsilon)d\varepsilon = C\frac{4m\pi v}{h^3}(2m\varepsilon)^{\frac{1}{2}}e^{-\frac{\varepsilon}{k_BT}}d\varepsilon = \frac{2\pi N}{(\pi k_BT)^{\frac{3}{2}}}(\varepsilon)^{\frac{1}{2}}e^{-\varepsilon/k_BT}d\varepsilon$$

$$2-n(V)dV = N\left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{m}{k_BT}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{mV^2}{2K_BT}}V^2dV$$

ارتباط بین دو رابطه ی فوق توسط رابطه ی $(\varepsilon=\frac{1}{2}mV^2)$ و دیفرانسیل گیری از آن برقرار می شود.

نکات مربوط به توزیع بولتزمن

1ـ شکل این تابع توزیع، گوسی است .

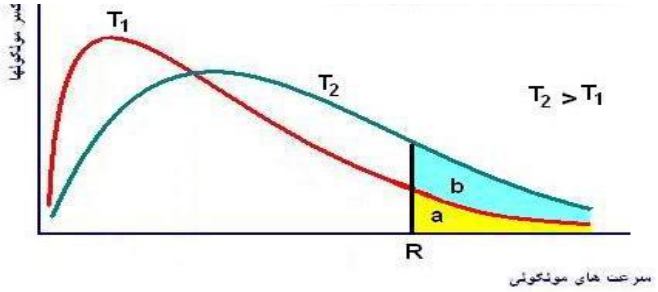


2ـ اگر فضای این توزیع سرعت را قسمت‌بندی کنیم، فضائی وجود دارد که در آن ذرات دارای سرعت بیشینه ای هستند و تعداد ذراتی که حاوی این سرعت می باشند زیاد است به عبارت بهتر این سرعت محتملترین سرعت ذرات می باشد:

$$\frac{dn(v)}{dv} = 0 \longrightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2k_BT}{m}}$$

سرعت بیشینه (V_m) با دما رابطه‌ی مستقیم دارد به طوری که با کاهش دما، کاهش می‌یابد می‌توان در شکل این پدیده را که در دماهای $T_2 > T_1$ را دید:

www.Endbook.net



نکته

در توزیع ماکسول – بولتزمن می توان سرعت های زیر را داشت:

1- $\bar{v} = \frac{\int_0^\infty vn(v)dv}{N} = \sqrt{\frac{8k_BT}{\pi m}}$

2- $\bar{V} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} V_{max}$

3 - $\overline{V^2} = \frac{\int_0^\infty v^2 n(v)dv}{N}$

4- $V_{rms} = \sqrt{\bar{V}^2} = \frac{3}{2} V_m = \sqrt{\frac{3K_BT}{m}}$

اینک می توان برای فهم بهتر مطالب به مثال های زیر دقت نمود:

مثال۱:کدام گزینه بیان کلوین پلانک در مورد قانون دوم ترمودینامیک نقض نمی‌کند؟

«چرخه‌ای می‌توان ساخت که .....»

1) فقط با یک منبع حرارتی تبادل گرمائی داشته باشد و کار خالص آن صفر یا منفی است.

2) فقط با یک منبع حرارتی تبادل گرمائی داشته باشد و تمام گرمای دریافتی به کار تبدیل شود.

3) برای آن همواره $\oint \frac{\delta Q}{T}$ بزرگتر از صفر باشد.

4) بدون دریافت کار تنها فرآیندهای انتقال گرما بین دو منبع با دماهای مختلف صورت پذیرد.

حل- گزینه «1» صحیح است.

گزینه‌ی 2، 3 و 4 برخلاف تعریف قانون دوم ترمودینامیک می‌باشد.

www.Endbook.net

مثال۲: یک اتاق به صورت عایق موجود و در آن یخچالی در حال کار کردن است. اگر درب یخچال بـاز شـود، در مورد تغییر دمای اتاق کدام صحیح است؟

1) ابتدا پائین می‌آید و سپس بالا می‌رود.
2) ابتدا بالا می‌رود و سپس ثابت می‌شود.
3) بالا می‌رود.
4) ابتدا پائین می‌آید و سپس ثابت می‌ماند

حل- گزینه «2» صحیح است.

در ابتدا به علت سرمای خروجی از یخچال، دمای اتاق کاهش می‌یابد، اما پس از مدتی افزایش Q_H برای یخچال، دمـای محیط به علت این که بعد از گذشت زمان، کل کار ورودی به یخچال وارد می‌شود این امر باعث ازدیـاد گرمـا در محـیط خواهد شد

مثال۳: (الف) انرژی جذب شده به صورت گرما و (ب) تغییر در آنتروپی یک قطعه kg ۲مسی را که دمـای آن به طور برگشت پذیر از $25°c$ تا $100°c$ افزایش می‌یابد، پیدا کنید. گرمای ویژه مس $386\ J/kg\cdot k$ است.

حل-

(الف)

$$Q = mc\Delta T = (2/00kg)\left(386\ J/kg\cdot k\right)(2kg)(75k) = 5/79\times10^4\ J$$

(ب) تغییر آنتروپی :

$$\Delta S = \int\frac{dQ}{T} = \int\frac{mcdT}{T} = mc\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = (2kg)(386\ J/kg\cdot k)\ln\left(\frac{373/15}{298/15}\right) = 173/22\ J/k$$

مثال۴:حجم یک گاز آرمانی در انبساط تکدمای بر گشت پذیر در $77°c$ از ۱/۳۰L به ۳/۴۰ L افزایش مـی یابـد. تغییر آنتروپی گاز $22\ J/k$ است. چند مول از گاز وجود داشته است؟

حل-

در حالت کلی، داریم:

$$\Delta S = S_f - S_i = nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) + nC_v\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

در فرایند تکدما $T_i = T_f$ بنابر این داریم:

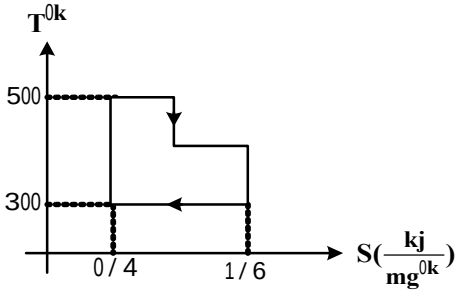
www.Endbook.net

$$\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$n = \frac{22\,^{J}/_{k}}{\left(8/31\,^{J}/_{mol\cdot k}\right)\ln(3/4/1/3)} = 2/75mol$$

مثال 5: میزان راندمان حرارتی سیکل برگشت‌پذیر زیر کدام است؟

1) 0/293 2) 0/34 3) 0/333 4) اطلاعات کافی نست



حل- گزینه «3» صحیح است.

مساحت داخل نمودار T-Sمعرف کار مبادله شده و مساحت زیر نمودار معرف گرمای دریافتی از چشمه ی گرم در چرخه ی ماشین گرمایی می باشد،پس برای بازده ی حرارتی ماشین داریم:

$$\eta = \frac{w}{Q_H} = \frac{\text{مساحت داخل}}{\text{مساحت زیر نمودار}} = /333$$

مثال۶: برای هر گاز شیب خط فشار ثابت در نمودار معرفT-S کدام است؟

1) $\frac{T}{C_P}$ 2) $\frac{T}{C_V}$ 3) $\frac{S}{T}$ 4) $\frac{T}{S}$

حل- گزینه «1» صحیح است.

با توجه به فشار ثابت بودن مسیر در این نمودار داریم:

$$dh = TdS + VdP; P = \text{ثابت}\ ; dh = C_P dT$$

$$\frac{dT}{dS} = \frac{T}{C_P}$$

www.Endbook.net

مثال۷: شیب خطوط فشار ثابت در یک گاز کامل در نمودار T-S کدام است؟

1) $\frac{T}{\gamma C_V}$ 2) $\frac{\gamma T}{C_P}$ 3) $\frac{T}{S}$ 4) $\frac{T}{\gamma S}$

حل- گزینه «1» صحیح است.

با توجه به فشار ثابت بودن مسیر در این نمودار داریم:

$$dh = TdS + VdP \; ; \; P = constant \; ; \; \gamma = \frac{C_p}{C_V} \Rightarrow \frac{dT}{dS} = \frac{T}{C_P} = \frac{T}{\gamma C_V}$$

مثال۸: در شتابدهنده، پروتونها مسیری دایره ای به قطر $23.0m$ را در یک اتاقک خلا طی می‌کنند که دمای گاز باقیمانده در آن $295K$ و فشار آن $1.00\times10^{-6}\,torr$ است. (الف) تعداد مولکولهای گاز در هر سانتی متر مکعب را در این فشار محاسبه کنید. (ب) اگر قطر مولکولی $2.00\times10^{-8}\,cm$ باشد،مسافت آزاد میانگین مولکولهای گاز چقدر است؟

حل-

(الف) طبق قانون گازهای کامل $PV = nRT$ است. از تقسیم طرفین این معادله بر N_A ، با توجه به این که $k = R/N_A$,$n = N/N_A$ است، به معادله ی $pV = NkT$ و از آنجا به $N/V = p/kT$ می رسیم که در اینجا p فشار محفظه و برابر است با:

$$P = 1torr = (10^{-6}\,mmHg)\left(\frac{1/01\times10^5\,pa}{760mmHg}\right) = 1/333\times10^{-4}\,pa$$

$$\frac{N}{V} = \frac{p}{kT} = \frac{1/333\times10^{-4}\,pa}{(1/38\times10^{-23}\,J/k)(295k)}$$

$$= 3/27\times10^6\,molecle/m^3 = 3/27\times10^{10}\,molecule/cm^3$$

(ب) مسافت آزاد میانگین :

$$l = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N/V}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}\pi(2.00\times10^{-10}m)2(3.27\times10^{16}m^{-3})} = 172m$$

www.Endbook.net

مثال۹: در دمای $20^{\circ}C$ و فشار $750torr$ ، پویش آزاد میانگین گاز آرگون *(Ar)* و گاز نیتروژن (N_2) عبـارت اند از $l_{Ar}=9/9\times10^{-6}cm$ و $l_{N_2}=2/75\times10^{-6}cm$ (الف) نسبت قطر اتم *Ar* به قطر مولکول N_2 را پیدا کنید.

حل-

(الف) نسبت پویش های آزاد میانگین مولکول های آرگون و نیتروژن:

$$\frac{l_{Ar}}{l_{N_2}}=\frac{1/(\pi\sqrt{2}d_{Ar}^2(N/V))}{1/(\pi\sqrt{2}d_{N_2}^2(N/V))}$$

$$\frac{d_{Ar}}{d_{N_2}}=\sqrt{\frac{l_{N_2}}{l_{Ar}}}=\sqrt{\frac{27/5\times10^{-6}cm}{9/9\times10^{-6}cm}}=1/67$$

مثال ۱۰:یک توپ Kg ۲ از برنج در 75^{0c} داخل ظرفی با kg ۱۵ آب که درجه حرارت اولیه‌ی ظرف 5^{0c} می‌باشـد قرار گرفته است. در صورت ایزوله بودن ظرف تغییرات کل آنتروپی آب و توپ چگونه است؟

$$C_P(H_2o)=4/2\ \frac{j}{g^{0k}}\ ;\ C_P(ball)=0/5\frac{j}{g^{0k}}$$

1) $+0.046\frac{kj}{k}$ 2) $-0/22\frac{kj}{k}$

3) $+0/22\frac{kj}{k}$ 4) $-0.046\frac{kj}{k}$

حل- گزینه «4» صحیح است

$$m_1c_1(T_1-T')=m_2c_2(T'-T_2)\ ,\ T_1=75^{0c}\ ,\ c_1=0/5, m_1=2kg$$
$$m_2=15, T_2=5, c_2=4/2$$
$$\rightarrow T'=6/09^{0c}\rightarrow T'=279^{0k}$$
$$\Delta S_1=m_1c_1Ln\frac{T'}{T_1}=-0/22\frac{kj}{k}$$
$$\Delta S_2=m_2c_2\ln\frac{T'}{T_2}=0/266\frac{kj}{k}$$
$$\Delta S_1+\Delta S_2=+0.046\frac{kj}{k}$$

www.Endbook.net

مثال۱۱: تغییر آنتروپی گازی که از معادله‌ی حالت $V(P+b)=RT$ تبعیت می‌کند در فرآیند ایزوترمال در صورتی که از فشار P_1 تا P_2 برود چقدر است ؟

1) $RLn\frac{P_2-b}{P_1+b}$

2) $RLn\frac{P_2+b}{P_1+b}$

3) $RLn\frac{P_1+b}{P_2+b}$

4) $RLn\frac{P_2+b}{P_1-b}$

حل-گزینه «2» صحیح است

$$dh=TdS+\bar{V}dP\ ;\ T=\text{ثابت}\ ;dh=C_PdT=0$$

$$dS=\frac{V}{T}dP\rightarrow dS=\frac{R}{P+b}dP\rightarrow \Delta S=RLn\frac{P_2+b}{P_1+b}$$

www.Endbook.net

پرسش‌های چهار گزینه‌ای نظریه جنبشی گازها، آنتروپی و قانون دوم ترمودینامیک

1 -شش مولکول در یک جعبه و ۲ مولکول در جعبه‌ی دیگر قرار دارند، دو جعبه را به هم نزدیک می‌کنیم تا ۴ مولکول در هر جعبه قرار بگیرد. تغییر آنتروپی در این فرآیند چند $\frac{j}{k}$ است؟(حجم هر ظرف برابر است و $(R = 8(sI) \quad k_B = 1/38\times10^{-23}(SI)$

1) $2/22\times10^{-23}$

2) $1/38\,Ln\frac{7}{3}\times10^{-23}$

3) $0/73\times10^{-23}$

4) $1/38\,Ln2\times10^{-23}$

۲- $n = 0/55$ مول از یک گاز کامل در یک جعبه قرار دارد، این جعبه در کنار جعبه‌ی خالی قرار می‌گیرد تا دو جعبه پر شوند و به تعادل گرمائی برسند، تغییر آنتروپی در این فرآیند چقدر است؟ (دو جعبه همسانند)

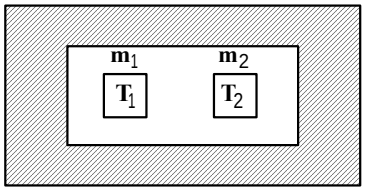
1) $3/17\frac{j}{k}$

2) $3/7\frac{j}{k}$

3) $0/317\frac{j}{k}$

4) $0/03/7\frac{j}{k}$

۳- دو قطعه مشابه به دماهای مطلق T_1 و T_2 در یک سیستم ایزوله را کنار هم قرار می دهیم. پس از تعادل، تغییر آنتروپی این سیستم کدام است؟



1) $2mcLn\frac{|T_2 - T_1|}{2\sqrt{T_1T_2}}$

2) $2mcLn\frac{T_1 + T_2}{|T_1 - T_2|}$

3) $2mcLn\frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1T_2}}$

4) $2mcLn\frac{T_1}{T_2}$

www.Endbook.net

۴- سه موتور کارنو را در نظر بگیرید که اولی بین درجه حرارت T_n ، T_i و دومی بین T_1 ، T_c و سومی بین T_c ، T_n کار نماید رابطه راندمان حرارتی بین این سه موتور به صورت زیر خواهد بود.

1) $\eta_3 = \eta_1\eta_2$

2) $\eta_3 = \eta_1 + \eta_2$

3) $\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 + \eta_1\eta_2$

4) $\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2$

۵- یک یخچال با سیکل کارنو کار می‌کند و گرما را از منبع سرد ۲۰F می‌گیرد و به منبع گرم ۸۰F پس می‌دهد. ضریب عملکرد آن کدام است؟

1) 2

2) 8

3) 20

4) 80

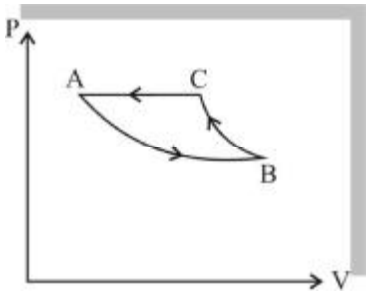
۶- یک مول گاز ایده‌آل تک اتمی تحت فرآیند زیر واقع می‌شود.

مرحله $A \to B$ ایزوترم و برگشت‌پذیر

مرحله $B \to C$ آدیاباتیک و برگشت‌پذیر

مرحله $C \to A$ فشار ثابت

کدام یک از معادلات زیر برای تغییر در آنتروپی مرحله ایزوترم صحیح می‌باشند؟



1) $\Delta s = \text{Ln}\frac{V_B}{V_A} + C\text{Ln}\frac{T_C}{T_A}$

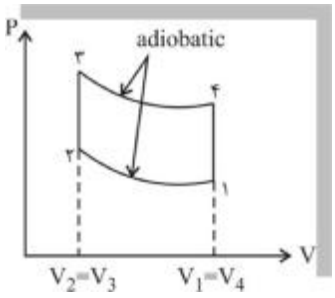
2) $\Delta s = \frac{\gamma}{1-\gamma}R\text{Ln}\frac{T_C}{T_A}$

3) $4\ \Delta s = \frac{\gamma}{1-\gamma} + R\text{Ln}\frac{T_C}{T_A}$

۱۳) $\Delta s = \frac{\gamma}{1-\gamma}R\text{Ln}\frac{T_A}{T_C}$

www.Endbook.net

۷- بازده حرارتی برای یک موتور حرارتی برگشت‌پذیر که در یک سیکل اتو کار می‌کند چقدر است ؟(در این سیستم یک گاز ایده‌آل به ظرفیت حرارتی ثابت به عنوان سیال کار مورد استفاده قرار می‌گیرد. فرض شود $(r=\frac{V_1}{V_2}$



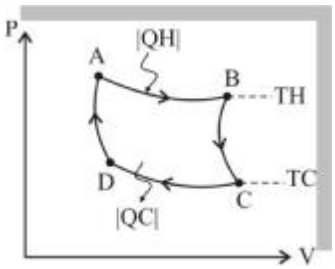
1) $\eta=1-(\frac{1}{r})^{\lambda}$

2) $\eta=1-(\frac{1}{r})^{\lambda-1}\frac{1}{r-1}$

3) $\eta=1-(\frac{1}{r})^{\lambda-1}$

4) $\eta=1-(\frac{1}{r})\times\frac{1}{\lambda}$

۸- سیکل کارنو یک یخچال نمایش داده شده است. بازده آن کدام است؟



1) $e=1-T_C/T_H$

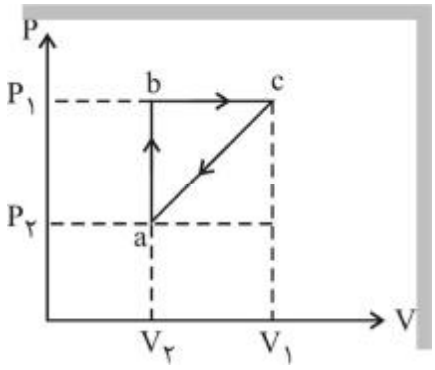
2) $e=1-T_H/T_C$

3) $e=1+T_C/T_H$

4) $e=T_C/T_H-1$

5) $e=T_H/T_C-1$

۹- شکل زیر یک شکل خیالی برای ماشین گازی است. بازده این ماشین را با فرض ثابت بودن گرمای ویژه C_V **و** C_P **کدام است؟(برحسب** $C_v, C_p, P_2, P_1, V_2, V_1$**)**



1) $\eta=\frac{1}{2}(1-\frac{C_v}{C_p})(\frac{V_1}{V_2}-1)$

2) $\eta=\frac{R}{C_v(\frac{V_2}{V_1-V_2})+C_p\frac{V_1}{P_1-P_2}}$

3) $\frac{P_1V_2-P_2V_1}{P_1(V_1-V_2)}$

4) هیچ‌کدام

www.Endbook.net

۱۰-در یک نیروگاه دمای بخار گرم 1300^{0f} و دمای آب سرد چگالنده 48^{0f} می‌باشد. بیشترین بازده‌ی گرمائی این سیستم چقدر است؟

1) %15 2) %39 3) %71 4) %85

۱۱- بیان قانون دوم ترمودینامیک کدام گزینه است؟

1) انتگرال سیکلی $\oint \frac{\delta Q}{T}$ نمی‌تواند بزرگ‌تر از صفر شود.

2) قابلیت کاردهی انرژی در جهان ثابت است.

3) نمی‌توان همه کار را در یک فرآیند یا سیکل به گرما تبدیل کرد.

4) نمی‌توان همه گرما را در یک فرآیند به کار تبدیل کرد.

۱۲- آنتروپی سیستم ایزوله شده:

1) یا ثابت می‌ماند یا افزایش می‌یابد. 2) ثابت می‌ماند.

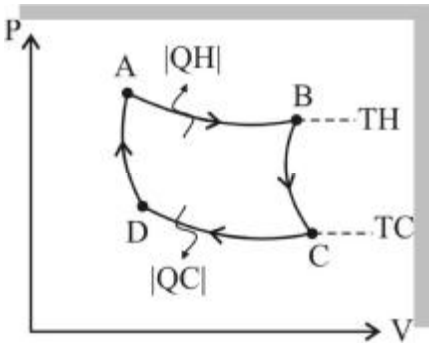
3) همیشه افزایش می‌یابد. 4) همیشه کاهش می‌یابد.

۱۳- تغییرات آنتروپی یک گاز ایده‌آل در یک فرآیند از حالت (T_1V_1) به حالت (T_2,V_2) عبارت است از:

1) $\Delta s = nRLn\frac{V_2}{V_1} + C_V Ln\frac{T_2}{T_1}$ 2) $\Delta s = nRLn\frac{P_1}{P_2} + C_p Ln\frac{T_2}{T_1}$

3) $\Delta s = nRLn\frac{T_2}{T_1}$ 4) هر دو جواب 1 و 2 صحیح می‌باشد.

۱۴- برای یک مول از گاز ایده‌آل چرخه کارنو مطابق شکل زیر به تصویر درآمده است. $Q_H - Q_C$ را بیابید.



1) $RT_H In(V_A/V_B) - RT_C In(V_C/V_D)$

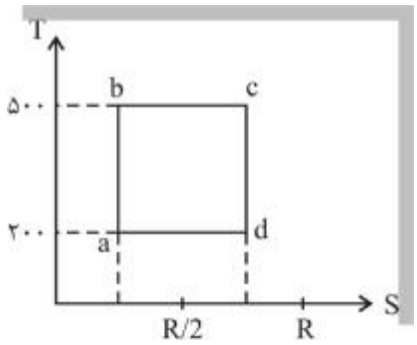
2) $RT_H In(V_A/V_B) - RT_C In(V_D/V_C)$

3) $RT_H In(V_A/V_B) - RT_C In(V_D/V_C)$

4) $RT_H In(V_B/V_A) - RT_C In(V_C/V_D)$

www.Endbook.net

۱۵- سیستم شکل مقابل حول سیکل a-b-c-d و دیاگرام T-S که برگشت‌پذیر است نشان داده شده است سیکل مورد نظر:



1) ماشین حرارتی (سیکل کارنو است)

2) پمپ حرارتی است (سیکل تبرید)

3) هم ماشین حرارتی و هم سیکل تبرید است

4) هیچ‌کدام

۱۶-تغییر آنتروپی جهان برای خازنی که دارای ظرفیت $1\mu f$ در 0^{oc} به یک باطری برگشت پذیر ۱۰۰ولت وصل است کدام است؟

1) $-1/83\times10^{5}\frac{j}{k}$

2) $1/83\times10^{-5}\frac{j}{k}$

3) $-18/3\times10^{-5}\frac{j}{k}$

4) $1/83\times10^{5}\frac{j}{k}$

۱۷- هرگاه یک بلوک مسی با جرم $0/4kg$ و ظرفیت گرمایی کل در فشار ثابت معادل $150\frac{j}{k}$ با دمای 100^{oc} در دریاچه ای با دمای 10^{oc} قرار می گیرد تغییر آنتروپی جهان کدام است؟

1) $-41/4\frac{j}{k}$

2) $47/7\frac{j}{k}$

3) $89/1\frac{j}{k}$

4) $6/3\frac{j}{k}$

۱۸- هرگاه بلوک سوال فوق در ۱۰درجه ی سانتی گراد از ارتفاع ۱۰۰متر به درون دریاچه سقوط کند تغییر آنتروپی کل جهان کدام مورد است؟

1) $139\frac{j}{k}$

2) صفر

3) $-139\frac{j}{k}$

4) هیچکدام

www.Endbook.net

پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای فصل چهارم

1 -گزینه «4» صحیح است.

با توجه به این که فرایند ایزوترمال است می توان در حالت ثانویه با توجه به $V_2 = 2V_1$ می توان نوشت:

$$\Delta S = \frac{Nk_B}{R} Ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{8k_B}{8} Ln2$$

2- گزینه «1» صحیح است.

در طی این فرآیند دمای تحول می تواند ثابت باشد پس با توجه به اینکه داریم $V_2 = 2V_1$:

$$\Delta S = RnLn \frac{V_2}{V_1} = 8/3 \times 0/55 Ln^2 \sim 3/17 \frac{j}{k}$$

3- گزینه «3» صحیح است.

برای آنتروپی، که معرف بی‌نظمی محیط است می‌توان نوشت: $S = \frac{\delta Q}{T}$ که در آن δQ تغییرات جزئی گرمائی مبادله شده و T دمای محیط می‌باشد.

تذکر: از دیدگاه آماری می‌توان آنتروپی را با توجه به حالات قابل حصول در سیستم به صورت زیر نوشت یعنی:

$$S = K_B Ln\Omega$$

که در آن K_B ثابت بولتزمن و Ω حصول در سیستم می‌باشد. با توجه به این رابطه می‌توان مفهوم بی‌نظمی جهان را نیز یافت.

توجه: اگر ظرفیت گرمائی یک جسم C و جرم آن m باشد می‌توان تغییر آنتروپی آن را به صورت زیر نوشت:

$$\Delta S = mcLn \frac{T_2}{T_1}$$

حال می‌توان گفت دو سیستم ذکر شده در سوال بعد از رسیدن به حالت تعادل دارای ویژگی زیر هستند یعنی:

$$mc\Delta T + mc\Delta T = mc\left((T_1 - T_f) + (T_2 - T_f)\right) = 0$$

$$T_F = \left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right)$$

و برای آنتروپی داریم:

www.Endbook.net

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = mcLnT\frac{f}{T_1} + mcLnT\frac{Tf}{T_2}$$

$$\Delta S = mcLn\left(\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2}\right) = 2mcLn\frac{T_1+T_2}{2\sqrt{T_1+T_2}}$$

4- گزینه (4) صحیح است.

$$\begin{cases}\eta_1 = 1-\frac{T_n}{T_i}\\ \eta_2 = 1-\frac{T_i}{T_C} \Rightarrow \eta_3 = \eta_1+\eta_2-\eta_1\eta_2\\ \eta_3 = 1-\frac{T_n}{T_C}\end{cases}$$

$$(\eta_3 = (1-\frac{T_n}{T_i})+(1-\frac{T_i}{T_C})-(1-\frac{T_n}{T_i})(1-\frac{T_i}{T_c}))$$

$$= 2-\frac{T_n}{T_i}-\frac{T_i}{T_c}-(1-\frac{T_i}{T_C}-\frac{T_n}{T_i}+\frac{T_n}{T_i}\times\frac{T_i}{T_c}) = 1-\frac{T_n}{T_c}$$

5- گزینه (2) صحیح است.

$$\begin{cases}T_C = 20^\circ F = -6/66^\circ C\\ T_H = 80^\circ F = 26/66^\circ C\end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{273-6/66}{26/66+6/66} = 7/99 \approx 8$$

6- گزینه (4) صحیح است.

$$\Delta s = nRLn\frac{V_B}{V_A},\ \begin{cases}P_BV_B^\gamma = P_CV_C^\gamma\\ P_A = P_C \Rightarrow P_CV_A\end{cases} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma \Rightarrow \Delta S = \gamma nRLn\frac{V_B}{V_C}$$

$$T_CV_C^{\gamma-1} = T_BV_B^{\gamma-1} \Rightarrow \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_C}{T_B}$$

$$\Rightarrow \Delta S = \gamma nRLn\left(\frac{T_C}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}Ln\frac{T_C}{T_B} = \frac{\gamma nR}{1-\gamma}Ln\frac{T_B}{T_C}$$

$$T_B = T_A$$

$$\Delta S = \frac{\gamma nR}{1-\gamma}Ln\frac{T_A}{T_C}$$

7- گزینه (3) صحیح است.

سیستم در فرآیند $3 \to 2$ گرمای Q_1 را گرفته و در فرآیند $1 \to 4$ گرمای Q_2 را از دست می‌دهد.

www.Endbook.net

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|nC_p(T_1 - T_2)|}{nC_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1(\frac{T_2}{T_1} - 1)}{T_2(\frac{T_3}{T_2} - 1)}$$

$$\begin{cases} T_1 V_1^{\lambda-1} = T_3 V_2^{\lambda-1} \\ T_4 V_4^{\lambda-1} = T_3 V_3^{\lambda-1} \end{cases}, \; V_3 = V_2, \; V_1 = V_4 \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1}$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\lambda-1} = 1 - (\frac{1}{r})^{\lambda-1}, \; r = \frac{V_1}{V_2}$$

8- گزینه (5) صحیح است.

$$\Delta U = \mathbf{0} = \Delta Q - \Delta W \;\; \text{چون} \;\; \Delta Q = Q_C - Q_H = \Delta W$$

$$e = \frac{|\Delta W|}{Q_C} = \frac{Q_H}{Q_C} - 1 \;\; \text{چون} \;\; Q_H > Q_C$$

$$\frac{Q_H}{Q_C} = \frac{T_H}{T_C}, \; \boxed{e = \frac{T_H}{T_C} - 1}, \; T_H > T_C$$

9- گزینه (4) صحیح است.

$$Q_{a\to b} = C_v(T_b - T_a) \quad , \quad Q_{b\to c} = C_p(T_c - T_b)$$

کل گرمای داده شده به سیستم عبارتست از

$$Q_H = Q_{a\to b} + Q_{b\to c} = C_v(T_b - T_a) + C_p(T_c - T_b)$$

کل کار انجام شده برابر با مساحت مثلث abc است

$$W = \frac{1}{2}(P_1 - P_2)(V_1 - V_2)$$

$$\begin{cases} \eta = \dfrac{W}{Q_H} = \dfrac{\frac{1}{2}(P_1 - P_2)(V_1 - V_2)}{C_v(T_b - T_a) + C_p(T_c - T_b)} \\ T_a = \dfrac{P_2 V_2}{R}, \; T_b = \dfrac{P_1 V_2}{R}, \; T_c = \dfrac{P_1 V_1}{R} \end{cases} \Rightarrow \eta = \frac{\frac{1}{2}R}{\frac{C_2 V_2}{V_1 - V_2} + \frac{C_p P_1}{P_1 - P_2}}$$

10- گزینه «3» صحیح است.

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 0/711$$

www.Endbook.net

11- گزینه (4) صحیح است.

12- گزینه (1) صحیح است.

13- گزینه (4) صحیح است.

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{dU + dW}{T} = \int \frac{nC_v dT + PdV}{T} = nC_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \int \frac{PdV}{T}$$

$$= nC_v Ln\frac{T_2}{T_1} + \int_{v_1}^{v_2} \frac{\frac{nRT}{V}dV}{T} = nC_v Ln\frac{T_2}{T_1} + nRLn\frac{V_2}{V_1}$$

14- گزینه (4) صحیح است.

چون انرژی یک گاز کامل فقط تابعی از دمای آن است، تغییرات انرژی داخلی در فرآیند همدمای $a-b$ صفر است

$$Q_H = W_2 = nRT_H Ln\frac{V_b}{V_a}$$

به گونه‌ای مشابه، اندازه جریان گرمای Q_C برابر کار W_1 است. پس داریم

$$Q_C = W_1 = nRT_C Ln\frac{V_c}{V_a}$$

$$\boxed{Q_H - Q_C = RT_H Ln\frac{V_b}{V_a} - RT_C Ln\frac{V_c}{V_d}}$$

15- گزینه (1) صحیح است.

فرآیند $b-c$ و $d-c$، دو فرآیند تک دما در دماهای $T_H = 500K$ و $T_C = 200K$ بوده و دو فرآیند ab و cd بی‌دررو هستند.

16-گزینه ی(2)صحیح است.

با توجه به انرژی ذخیره شده در خازن می توان نوشت:

$$Q = \frac{1}{2}CV^2 = 5\times10^{-3}\,j, T = 273$$

$$\Delta S = +\frac{Q}{T} = 1/83\times10^{-5}\,\frac{j}{k}$$

17- گزینه ی(4)صحیح است.

برای این سیستم می توان از رابطه ی آنتروپی نوشت:

www.Endbook.net

$$\Delta S_{cu} = C \ln \frac{T_2}{T_1} = -41/4 \frac{j}{k}$$

$$\Delta S_{la} = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{C\Delta T}{T} = \frac{150 \times 90}{283} = 47/7 \frac{j}{k}$$

$$\Delta S_T = -41/4 + 47/7 = 6/3 \frac{j}{k}$$

18- گزینه ی(1)صحیح است.

از انجا که دمای مربوط به بلوک ثابت فرض شده است تغییر آنتروپی آن صفر می باشد و برای دریاچه داریم:

$$\Delta S_{cu} = 0$$

$$\Delta S_{la} = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{mgh}{T} = \frac{0/41 \times 9/8 \times 100}{283} = 139 \frac{j}{k}$$

$$\Delta S_T = 139 \frac{j}{k}$$

www.Endbook.net

نمونه سوالات تستی (تألیفی)

۱- یک ماشین فشار ۷۰ L هوا را به داخل یک مخزن با ظرفیت ۶ L که دمای آن بدون تغییر می‌ماند پمپ می‌کند. اگر تمام هوا در ابتدا در فشار ۱ اتمسفر باشد، فشار مطلق نهایی هوا در داخل مخزن چقدر است؟

1) 17atm 2) 17/2atm 3) 1atm 4) 15/6atm

۲- یک حباب هوا به حجم V_0 بوسیله یک ماهی در عمق h دریاچه‌ای رها می‌شود. حباب به سطح آب می‌رسد. فرض کنید که دما و فشار اتمسفر استاندارد سطح دریاچه ثابت است، حجم حباب درست قبل از رسیدن به سطح چقدر است؟ چگالی آب ρ است.

1) $V=\left(1+\frac{\rho gh}{p}\right)V_0$ 2) $V=\left(\frac{\rho gh}{p}\right)V_0$

3) $V=pV_0$ 4) $V=\left(p+\frac{\rho gh}{p}\right)V_0$

۳- یک استوانه قائم به ارتفاع $h=30cm$ و مساحت قاعده $A=12cm^2$ بحالت سرباز در دما و فشار استاندارد قرار دارد. حال پیستونی به جرم $5kg$ را که بطور کیپ با استوانه جفت می‌شود، داخل آن قرارمی‌دهیم که تا ارتفاع تعادل در داخل آن فرو رود. ارتفاع تا پیستون چقدر خواهد بود؟

1) 21/4cm 2) 30cm 3) 15/2cm 4) 50cm

۴- دو گاز دو ظرف A و B را اشغال کرده‌اند. حجم گاز داخل A برابر $0/11m^3$ و فشار $1/38MPa$ وارد می‌کند. حجم داخل B $0/16m^3$ و فشار $0/69MPa$ را اعمال می‌کند. این دو ظرف را بوسیله لوله‌ای با حجم ناچیز به هم مرتبط می‌کنیم تا اینکه این دو باهم آمیخته شوند، اگر دما ثابت باقی بماند، فشار نهایی ظرف چقدر می‌شود؟

1) 97MPa 2) 0/097MPa

3) 9/7MPa 4) 0/97MPa

www.Endbook.net

۵- یک حباب شیشه‌ای به حجم $400cm^3$ بوسیله لوله‌ای با حجم ناچیز به حباب شیشه‌ای دیگری به حجم $200cm^3$ متصل شده است. حباب‌ها محتوی هوای خشک بوده و در دما و فشار مشترک $20°C,\ 1atm$ هستند. حباب بزرگتر در بخار $100°C$ و حباب کوچکتر در یخ مذاب $0°C$ فرو برده می‌شود. فشار مشترک نهایی برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) $1/13atm$ 2) $17/2atm$ 3) $1atm$ 4) $15/6atm$

۶- محفظه‌ای به حجم $2mL$ محتوی $50mg$ گاز در فشار $100kPa$ است. جرم هر ذره گاز $8\times10^{-26}kg$ است. میانگین انرژی جنبشی انتقالی هر ذره برابر است با:

1) $4/8\times10^{23}J$ 2) $4/8\times10^{22}J$ 3) $48\times10^{23}J$ 4) $0/48\times10^{23}J$

۷- اگر ۱۵۰ لیتر گاز نیتروژن $\gamma=1/4$ بطور بی‌دررو در فشار ۱ اتمسفر شروع به انبساط کند، فشار نهایی چقدر است؟ حجم نهایی ۲۵۰ لیتر است

1) $49atm$ 2) $15atm$ 3) $0/49atm$ 4) $64/2atm$

www.Endbook.net

پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۲ صحیح می‌باشد:

چون دما ثابت است، بنابراین از قانون بویل داریم:

$$p = \frac{C'}{V} \qquad N, T = const$$

یعنی:

$$p_i V_i = p_f V_f$$

حجم اولیه برابر است با:

$$V_i = 70 + 6 = 76L$$
$$V_f = 6L$$

بنابراین در نهایت داریم:

$$p_i V_i = p_f V_f \Rightarrow 1(76) = p(6) \Rightarrow p_f = 17/2 atm$$

۲- گزینه ۱ صحیح است:

با مساوی قرار دادن p_0V_0 در عمق h با pV در سطح آب داریم:

$$(p + \rho gh)V_0 = pV \Rightarrow V = \left(1 + \frac{\rho gh}{p}\right)V_0$$

۳- گزینه ۱ صحیح خواهد بود.

فشار داخل استوانه به اندازه مقدار زیر افزایش می‌یابد:

$$\Delta p = \frac{mg}{A} = \frac{5(9/8)}{12\times10^{-4}} = 42kPa$$

بنابراین فشار جدید برابر خواهد بود با:

$$p_{atm} + \Delta p = 141kPa$$

برای T ثابت داریم:

$$p_i V_i = p_f V_f \Rightarrow p_{atm}(30)A = 142(h)(A)$$

www.Endbook.net

از حل این رابطه بدست می‌آوریم:

$$h = \frac{101(30)}{142} = 21/4cm$$

۴- گزینه ۴ صحیح است:

با استفاده از معادله حالت گاز کامل داریم:

$$pV = nRT$$

برای هر یک از گازها می‌توانیم بنویسیم:

$$p_A V_A = n_A RT$$
$$p_B V_B = n_B RT$$

پس از باز کردن شیر و آمیخته کردن گازها و رسیدن به حالت تعادل، با استفاده از قانون بویل برای فشار نهایی می‌توان نوشت:

$$p_f (V_A + V_B) = (n_A + n_B)RT = p_A V_A + p_B V_B$$

بنابراین داریم:

$$p_f = \frac{p_A V_A + p_B V_B}{V_A + V_B}$$
$$\Rightarrow p_f = \frac{(1/38)(0/11) + !0/69)(0/16)}{(0/11) + (0/16)} = 0/97MPa$$

۵- گزینه ۱ صحیح است:

n_A, n_B تعداد مولهای گاز در حبابهای بزرگ و کوچک در حالت نهایی می‌باشد.

با نمایش دماهای نهایی به صورت T_{Af}, T_{Bf} و فشار نهایی بصورت p_f از قانون گاز ایده آل خواهیم داشت:

$$p_f V_{Af} = n_A RT_{Af}$$
$$p_f V_{Bf} = n_B RT_{Bf}$$

همچنین در حالت اولیه داریم:

$$p_i V_i = nRT_i$$

که در آن داریم:

$$V_i = V_{Af} + V_{Bf}$$

www.Endbook.net

از معادله $n = n_A + n_B$ داریم:

$$\frac{p_f V_{Af}}{RT_{Af}} + \frac{p_f V_{Bf}}{RT_{Bf}} = \frac{p_i V_i}{Rt_i}$$

بنابراین با جاگذاری مقادیر داده شده در صورت سوال خواهیم داشت:

$$p_f = 1/13 atm$$

۶- گزینه ۲ صحیح می‌باشد:

برای بدست آودن انرژی جنبشی انتقالی هر ذره، ابتدا چگالی عددی ذره را پیدا می‌کنیم:

تعداد ذرات برابر است با:

$$N = \frac{M}{m} = \frac{50\times10^{-6}}{8/3\times10^{-26}} = 6/3\times10^{20}$$

حال چگالی عددی ذرات برابر است با:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{6/3\times10^{20}}{2\times10^{-6}} = 3/2\times10^{26}$$

بنابراین انرژی جنبشی انتقالی برابر است با:

$$p = \frac{2}{3}(n_u K_{avg}) \Rightarrow K_{avg} = 4/8\times10^{22} J$$

۷- گزینه ۳ صحیح است:

از معادله گاز بی‌دررو داریم:

$$p_i V_i^{\gamma} = p_f V_f^{\gamma} \Rightarrow 1(150^{1/4}) = p_f(250^{1/4}) \Rightarrow p_f = 0/49 atm$$

www.Endbook.net

نمونه سوالات تستی آنتروپی و قانون دوم ترمودینامیک (تألیفی)

۱- یک ماشین بنزینی، به قدرت ۲۰hp ، ۳۵ Kw گرما از سوخت می‌گیرد. بازده گرمایی و مقدار گرمایی که این ماشین به محیط دفع می‌کند کدام است؟

1) $e=0/43, Q_L=20/1KW$
2) $e=1/43, Q_L=21/1KW$
3) $e=0/33, Q_L=20/1KW$
4) $e=1/43, Q_L=21/1KW$

۲- یخچالی 1kJ کار از بیرون می‌گیرد و 1/5kJگرما از فضای سرد دفع می‌کند. چقدر انرژی وارد آشپزخانه می‌شود و ضریب عملکرد کدام است؟

1) 25kJ,2/5
2) 2/5kJ,1/5
3) 35kJ,3/5
4) 1/5kJ,2/5

۳- نیروگاهی ۱۵۰ MW برق تولید می‌کند. این نیروگاه ۱۰۰۰ MW از منبع گرم زیرزمینی دریافت و به اتمسفر گرما دفع می‌کند. آهنگ هوای ورودی به برج خنک‌کن چقدر خواهد بود، در صورتی که بخواهیم دمای هوا بیش از 10°C افزایش نیابد؟

1) 86461
2) 84661
3) 68441
4) 48611

۴- اتومبیلی 5kg سوخت را در 1500K می‌سوزاند و انرژی را در دمای متوسط 750K از طریق رادیاتور و گاز خروجی دفع می‌کند. اگر ارزش گرمایی سوخت 40kJ/kh باشد، ماکزیمم قدرت موتور برابر کدام گزینه خواهد بود؟

1) 1000
2) 100
3) 2000
4) 10

۵- تغییرات آنتروپی ناشی از گرم کردن یک مول از اتم‌های نقره در حجم ثابت از 0°C تا 30°C برابر کدام گزینه می‌باشد؟ C_V دارای مقداری ثابت برابر با 5/85cal/deg.mol می‌باشد.

1) 0/61
2) 1/61
3) 0/23
4) 1/23

www.Endbook.net

۶- یک موتور حرارتی را در نظر بگیرید که میان دو منبع گرمایی کار می‌کند. هر دو منبع دارای ظرفیت گرمایی مستقل از حرارت **c** می‌باشند. منبع های حرارتی دارای دمای اولیه T_1, T_2 می‌باشند بطوری که $T_2 > T_1$. موتور حرارتی تا زمانی کار می‌کند که این دو منبع هر دو به دمای یکسان T_3 برسند. در این صورت رابطه بین T_1, T_2, T_3 برابر کدام گزینه خواهد بود؟

1) $T_3 \geq \sqrt{T_1 T_2}$ 2) $T_3 \leq \sqrt{T_1 T_2}$ 3) $T_3 \geq T_1 T_2$ 4) $T_3^2 \geq \sqrt{T_1 T_2}$

۷-دو منبع حرارتی بزرگ در دماهای $900K(H)$ و $300K(L)$ وجود می‌باشند. $100cal$ گرما از منبع (H) برداشته شده و به منبع (L)افزوده می‌شود. در اینصورت تغییرات آنتروپی جهان چگونه خواهد بود؟

1) $\frac{2}{3} cal/K$ 2) $\frac{2}{5} cal/K$ 3) $\frac{3}{9} cal/K$ 4) $\frac{2}{9} cal/K$

۸- دو منبع حرارتی بزرگ در دماهای $900K(H)$ و $300K(L)$ موجود می‌باشند. یک موتور حرارتی بین (L) و (H) کار می‌کند. به ازای هر $100cal$ گرما که از منبع (H) برداشته می‌شود چه مقدار کار انجام می‌شود و چه مقدار گرما به منبع (L) افزوده می‌شود؟

1) $W = \frac{100}{3}, Q = \frac{200}{3}$ 2) $W = \frac{200}{3}, Q = \frac{100}{3}$ 3) $W = \frac{20}{3}, Q = \frac{100}{3}$ 4) $W = \frac{3}{100}, Q = \frac{100}{3}$

۹- دو جسم جامد با ظرفیت گرمایی مشخص و برابر **C** به عنوان منبع گرمایی برای یک موتورحرارتی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. دمای اولیه آن‌ها به ترتیب برابر T_1, T_2 می‌باشد.ماکزیمم کاری که می‌توان از این سیستم بدست آورد برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) $C\left(T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2}\right)$ 2) $C\left(T_1 + T_2 + 2\sqrt{T_1 T_2}\right)$

3) $C\left(T_1 - T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2}\right)$ 4) $C\left(T_1 + T_2 - \sqrt{T_1 T_2}\right)$

۱۰- یک مول از یک گاز ایده‌آل تحت انبساط تکدما قرار می‌گیرد. و حجم آن از V_1 به $2V_1$ افزایش می‌یابد.تغییرات آنتروپی گاز کدام است؟

1) $R \ln 4$ 2) $\ln 2$ 3) $2 \ln 2$ 4) $R \ln 2$

www.Endbook.net

۱۱- N اتم از یک گاز کامل در یک سیلندر با دیواره‌های عایق قرار دارند.که از یک طرف به یک پیستون وصل هستند. دمای اولیه برابر T_1 و حجم اولیه برابر V_1 می‌باشد. اگر با کشیدن پیستون حجم بصورت ناگهانی به مقدار V_2 افزایش یابد. تغییرات آنتروپی چگونه خواهد بود؟

1) $Nk\ln\frac{V_1}{V_2}$ 2) $Nk\ln\frac{V_2}{V_1}$ 3) $2Nk\ln\frac{V_2}{V_1}$ 4) $3Nk\ln\frac{V_1}{V_2}$

www.Endbook.net

پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۱ صحیح است:

کار انجام شده برابر است با:

$$W = 20hp = 20(0/7457) = 14/91kW$$

از رابطه مربوط به بازده گرمایی داریم:

$$e = \frac{|W|}{|Q_H|} = \frac{14/91}{35} = 0/43$$

از طرف دیگر برای بدست آوردن گرمای دفع شده به محیط داریم:

$$|Q_H| - |Q_L| = |W|$$
$$\Rightarrow |Q_L| = |Q_H| - |W|$$

در نتیجه داریم:

$$|Q_H| = 35 - 14/91 = 20/1kW$$

۲-گزینه صحیح گزینه ۲ می‌باشد:

معادله انرژی را بصورت زیر داشتیم:

$$|Q_H| - |Q_L| = |W| \Rightarrow |Q_H| = |W| + |Q_L|$$

بنابراین با جاگذاری داریم:

$$|Q_H| = 1 + 1/5 = 2/5kJ$$

برای ضریب عملکرد یخچال رابطه زیر را داشتیم:

$$K = \frac{|Q_L|}{|W|} = \frac{1/5}{1} = 1/5$$

۳- گزینه ۲ صحیح می‌باشد:

در ابتدا معادله انرژی را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$|Q_H| - |Q_L| = |W| \Rightarrow |Q_L| = |Q_H| - |W| \Rightarrow |Q_L| = 1000 - 150 = 850MW$$

این مقدار برابر قدرت داده شده به هوا می‌باشد، اما مسئله از ما آهنگ هوای ورودی را خواسته است:

www.Endbook.net

$$Q_L = mC_p\Delta T$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$m = \frac{Q_L}{C_p\Delta T}$$

و در نهایت با جاگذاری مقادیر داریم:

$$m = \frac{850000}{1/004(10)} = 84661$$

۴- گزینه صحیح گزینه ۲ می‌باشد:

$$|Q_H| = mq = 5(40) = 200kJ$$

بازده یک ماشین گرمایی که روی چرخه کارنو عمل می‌کند برابر است با:

$$e = 1 - \frac{|T_L|}{|T_H|} = 1 - \frac{750}{1500} = 0/5$$

بنابراین بیشینه قدرت موتور برابر خواهد بود با:

$$e = \frac{|W|}{|Q_H|} \Rightarrow |W| = e|Q_H| = 100kJ$$

۵- گزینه صحیح گزینه ۱ می‌باشد

طبق روابطی که برای آنتروپی داشتیم در فرایندهای با حجم ثابت داریم:

$$S_f - S_i = \int_i^f \frac{dQ}{T} = n\int_i^f \frac{C_V}{T}dT$$
$$\Rightarrow \Delta S = nC_V \ln\frac{T_2}{T_1}$$

با جاگذاری مقادیر داده شده خواهیم داشت:

$$\Delta S = 5/85\ln\frac{30+273}{273} = 0/61cal/K$$

۶- گزینه صحیح گزینه ۱ می‌باشد.

افزایش آنتروپی کل سیستم برابر است با:

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_3}\frac{C}{T}dT + \int_{T_2}^{T3}\frac{C}{T}dT = C\ln\frac{T_3^2}{T_1T_2}$$

www.Endbook.net

طبق قانون دوم ترمودینامیک می‌دانیم که در تمامی فرایندها داریم:

$$\Delta S \geq 0$$

بنابراین داریم:

$$C \ln \frac{T_3^2}{T_1 T_2} \geq 0$$

بنابراین:

$$T_3^2 \geq T_1 T_2 \Rightarrow T_3 \geq \sqrt{T_1 T_2}$$

۷- گزینه ۳ صحیح است

از فرمول آنتروپی داریم:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

بنابراین:

$$\Delta S = Q\left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H}\right) = 100\left(\frac{1}{300} - \frac{1}{900}\right) = \frac{2}{9} \text{cal/K}$$

۸- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

کار خارجی انجام شده توسط گرما به ازای هر 100 کالری گرما برابر است با:

$$|W| = eQ_H$$
$$|W| = \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right) Q_H$$

بنابراین با جاگذاری مقادیر عددی داریم:

$$|W| = \left(1 - \frac{300}{900}\right) 100 = \frac{200}{3} \text{cal}$$

گرمای جذب شده توسط (L) برابر است با:

$$Q_L = Q_H - W = \frac{100}{3} \text{cal}$$

۹- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

کار بدست آمده برابر است با:

$$W = C(T_1 + T_2 - 2T_f)$$

www.Endbook.net

که در آن T_f دمای نهایی سیستم می‌باشد. از قانون دوم ترمودینامیک داریم:

$$\Delta S = C\ln\frac{T_f}{T_1} + C\ln\frac{T_f}{T_2} > 0$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$T_f > \sqrt{T_1 T_2}$$

بنابراین در نهایت برای ماکزیمم کار بدست می‌آوریم:

$$W_{max} = C\left(T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2}\right)$$

۱۰- گزینه ۴ صحیح است:

در فرایند انبساط تکدما کار انجام گرفته برابر است با:

$$W = \int_{V_1}^{2V_1} pdV = RT\int_{V_1}^{2V_1}\frac{dV}{V} = RT\ln 2$$

بدلیل اینکه انرژی درونی گاز در این فرایند تغییری نکرده است، کار توسط گرمای جذب شده از محیط انجام می‌گیرد، بنابراین افزایش آنتروپی گاز برابر است با:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{W}{T} = R\ln 2$$

۱۱- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

آنتروپی برابر است با:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$S_2 - S_1 = \int_{V_1}^{V_2}\frac{p}{T}dV = Nk\ln\frac{V_2}{V_1}$$

که برای قسمت دوم از معادله گاز کامل استفاده کرده‌ایم:

$$pV = NkT$$

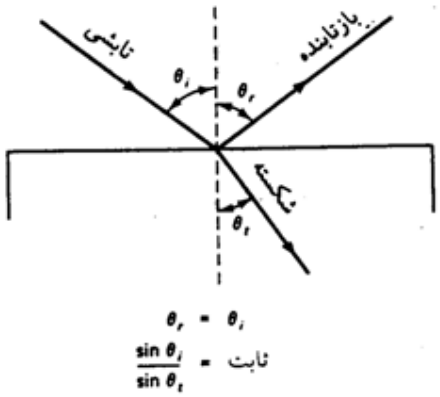
www.Endbook.net

فصل پنجم: مبانی نور هندسی

اگر ابعاد سیستم هندسی مورد مطالعه به مقدار قابل توجهی بزرگتر از طول موج باشد، برای مطالعه سیستم از پرتوها و اپتیک هندسی استفاده می‌شود. اما اگر شرایط لازم برای اپتیک هندسی برقرار نباشد، نمی‌توانیم برای توصیف رفتار نور از پرتوها استفاده کنیم بلکه باید خصلت موجی نور را در نظر بگیریم. به این نوع مطالعه نور، اپتیک موجی می‌گویند. اپتیک هندسی حالت حدی مهمی از اپتیک موجی است.

بازتابش و شکست:

همانطور که می‌بینید در شکل زیر θ_i زاویه تابش، θ'_1 زاویه بازتابش و θ_2 زاویه شکست می‌باشد. در این حالت داریم:



پرتوهای بازتابیده و شکسته در صفحه متشکل از پرتو فرودی و خط عمود بر سطح مشترک در نقطه فرود، یعنی در همان صفحه شکل قرار دارند.

برای بازتابش داریم:

$$\theta'_1 = \theta_1$$

برای شکست، قانون اسنل برابر است با:

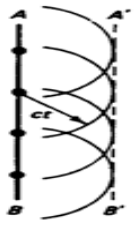
$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = n_{21}$$

n_{21} ضریب شکست محیط 2 نسبت به محیط 1 است.

www.Endbook.net

اصل هویگنس و اصل فرما:

هر نقطه‌ای از یک جبهه موج را می توان به عنوان چشمهٔ ثانویه موج‌های کروی جدیدی در نظر گرفت که با سرعت نور در محیط منتشر می شوند، و سطحی که برموج‌های ثانویه مماس می‌شود جبهه موج بعدی است.



با استفاده از اصل هویگنس می‌توان قوانین بازتابش و شکست پرتوها را بدست آورد. در این حالت برای قانون شکست بدست می‌آوریم:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

که در این حالت می‌توانیم بدست آوریم:

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

یعنی، طول موج نور در هر محیط مادی از طول موج همان نور در خلا کمتر است.

اصل فرما:

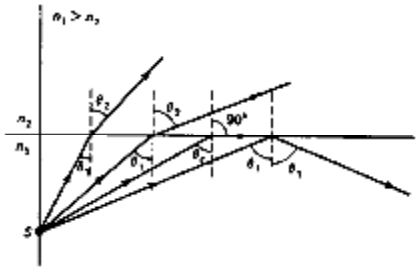
پرتو نور در عبور از یک نقطه به نقطه دیگر چنان مسیری را دنبال می‌کند که زمان لازم برای طی آن، در مقایسه با مسیرهای مجاور، یا مینیموم باشد یا ماکزیموم و یا تغییر نکند، یعنی مانا باشد.

با استفاده از اصل فرما نیز می‌توان قوانین بازتابش و شکست را بدست آورد.

بازتابش داخلی کلی:

فرض می‌کنیم پرتوهای نور از یک محیط چگال نوری به سطحی می‌تابند که در طرف دیگر آن محیطی با چگالی نوری کمتر وجود دارد. با زیاد شدن زاویه فرود θ وضعیتی پیش می‌آید که در آن پرتو شکسته در امتداد سطح قرار می‌گیرد، یعنی وضعیتی که زاویه شکست در آن $90°$ است. برای زوایای فرودی بزرگتر از این زاویه بحرانی θ_c، پرتو شکسته وجود ندارد و این منجر به پدیده‌ای می‌شود که به آن بازتابش داخلی کلی می‌گویند.

www.Endbook.net



مقدار این زاویه بحرانی برابر است با:

$$n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

امواج کروی - آینه تخت:

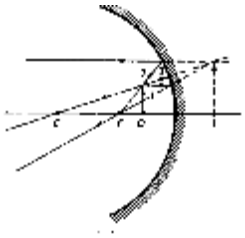
تصاویر یا حقیقی هستند یا مجازی. در تصویر حقیقی نور واقعاً از نقطه تصویر می‌گذرد، در تصویر مجازی رفتار نور طوری است که گویی از نقطه تصویر واگرا می‌شود، اگرچه در واقع نوری از این نقطه عبور نمی‌کند.

تصاویری که در آینه‌های تخت تشکیل می‌شوند معمولاً مجازی‌اند. اگر o فاصله جسم تا آینه و i فاصله تصویر تا آینه باشد، در آینه تخت داریم:

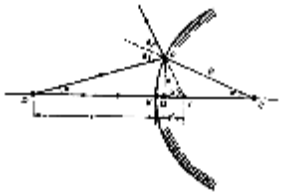
$$o = -i$$

امواج کروی - آینه کروی:

آینه‌های کروی شامل دو نوع می‌باشند: آینه‌های مقعر و محدب. در آینه‌های مقعر مرکز انحنای آینه در سمت حقیقی یا در سمتی است که جسم قرار می‌گیرد اما در آینه‌های محدب مرکز انحنا در سمت مجازی می‌باشد. نمایی از دو آینه محدب و مقعر در شکل زیر آمده است:



آینه مقعر



آینه محدب

www.Endbook.net

در مورد این آینه‌ها رابطه بین محل تشکیل تصویر و محل جسم برابر است با:

$$\frac{1}{o}+\frac{1}{i}=\frac{2}{r}$$

که در آن r شعاع انحنای آینه می‌باشد. که $r=2f$ بنابراین بر حسب فاصله کانونی آینه این رابطه بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{1}{o}+\frac{1}{i}=\frac{1}{f}$$

قرارداد علامت در این مورد عبارت است از:

1) فاصله تصویر i مثبت است اگر تصویر در طرف حقیقی آینه باشد و منفی است اگر تصویر در طرف مجازی باشد.

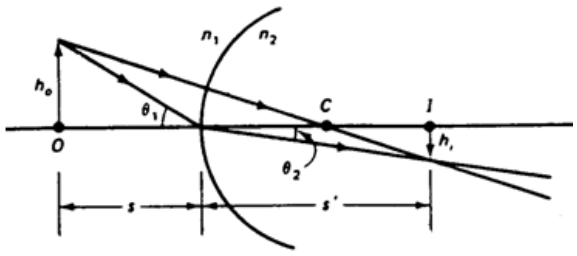
2) شعاع انحنای آینه r مثبت است اگر مرکز انحنا در طرف حقیقی باشد و منفی است اگر مرکز انحنا در طرف مجازی باشد.

بزرگنمایی عرضی این آینه‌ها برابر است با:

$$m=-\frac{i}{o}$$

سطوح شکاننده کروی:

در شکل زیر چشمه نقطه‌ای o را که نزدیک سطح شکاننده کروی به شعاع انحنای r قرار گرفته است، در نظر می‌گیریم. این سطح دو محیط را که ضریب شکست‌های آن‌ها متفاوت است از هم جدا می‌کند. ضریب شکست محیطی که نور از آن به سطح می‌تابد n_1 است و ضریب شکست محیطی که در طرف دیگر این سطح قرار گرفته n_2 است.



برای نوری که از شیء نقطه‌ای به سطوح کروی می‌تابد و می‌شکند، رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{n_1}{o}+\frac{n_2}{i}=\frac{n_2-n_1}{r}$$

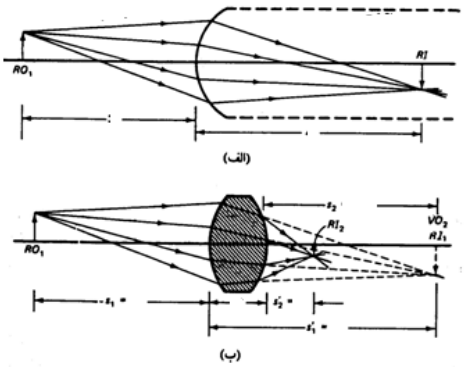
www.Endbook.net

در این حالت بر خلاف حالت آینه‌ها به طرفی که نور از آن می‌تابد طرف مجازی می‌گوییم.

قرارداد علامت برای سطوح شکاننده کروی مثل همان قرارداد علامت برای آینه‌ها است، چون تفاوت اساسی این دو مورد، که همان تعریف طرف حقیقی و طرف مجازی است در قرارداد ظاهر نمی‌شود.

عدسی‌های نازک:

در اغلب موارد بیشتر از یک سطح شکاننده در کار است. در اینگونه موارد اگر فاصله شیء اصلی را با o و تصویر نهایی را با i و شعاع انحنای هر یک از سطوح را با r' و r'' نشان دهیم داریم:



$$\frac{1}{o}+\frac{1}{i}=(n-1)\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right)$$

در این حالت قراردادهای علامت عبارتند از:

1) فاصله تصویر i مثبت است اگر تصویر حقیقی در طرف حقیقی عدسی باشد و منفی است اگر تصویر (مجازی) در طرف مجازی عدسی باشد.

2) فاصله شیء o مثبت است اگر پرتوهایی که به عدسی می‌تابند واگرا باشند، شیء در چنین مواردی حقیقی است. فاصله شیء o منفی است اگر پرتوهایی که به عدسی می‌تابند، همگرا باشند، شیء در چنین مواردی مجازی است.

3) شعاع‌های انحنای r' و r'' به ترتیب به اولین و دومین سطوحی که نور با آن‌ها می‌خورد مربوط می‌شوند. این شعاع‌ها وقتی مثبتند که مرکزهای انحنای متناظر با آنها در طرف حقیقی عدسی باشند، در غیر اینصورت منفی‌اند.

در عدسی‌های نازک فاصله کانونی برابر است با:

www.Endbook.net

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r''}\right)$$

به این رابطه معادله عدسی‌سازها می‌گویند زیرا از روی آن می‌شود فاصله کانونی را بر حسب شعاع انحنا و ضریب شکست ماده عدسی بدست آورد.

با ترکیب این دو معادله باهم، معادله عدسی نازک بصورت زیر در می‌آید:

$$\frac{1}{o}+\frac{1}{i}=\frac{1}{f}$$

فاصله کانونی در عدسی همگرا مثبت و در عدسی واگرا منفی در نظر گرفته می شود.

بزرگنمایی در عدسی های نازک برابر است با:

$$m=-\frac{i}{o}$$

www.Endbook.net

نمونه سوالات تستی (تألیفی و GRE)

۱- شعاع انحنای یک آینه مقعر برابر ۴۰ سانتیمتر است. مکان شیءای که دارای تصویر حقیقی و بزگنمایی ۲ باشد، برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) 10 سانتیمتر 2) 30 سانتیمتر 3) 40 سانتیمتر 4) 80 سانتیمتر

۲- برای اندازه‌گیری فاصله کانونی یک آینه، شمع روشنی در فاصله ۱۰ سانتیمتری آن قرار داده می‌شود. تصویر واضحی از شمع روی پرده‌ای در ۳۰ سانتیمتری آینه تشکیل می‌شود. فاصله کانونی آینه، f برابر است با:

1) 3/5cm 2) 5/5cm 3) 7/5cm 4) 9/5cm

۳- دو عدسی نازک را که فاصله‌های کانونی آنها f_1, f_2 است به هم چسبانده‌ایم. در این صورت این مجموعه معادل است با یک تک عدسی نازک. فاصله کانونی این تک عدسی برابر کدام گزینه خواهد بود؟

1) $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$ 2) $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 - f_2}$ 3) $f = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2}$ 4) $f = f_1 + f_2$

۴- در تابش یک پرتو بر سطح جدایی دو محیط، قسمتی از آن بازتابیده و قسمت دیگر شکسته می‌شود. اگر پرتو بازتابیده بر پرتو شکسته عمود باشد، زاویه تابش θ چقدر است؟

1) $\tan n$ 2) $\sin n$ 3) $\tan^{-1}\theta'$ 4) $\tan^{-1} n$

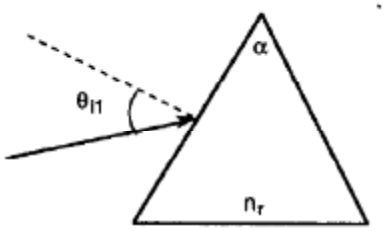
۵- یک سیتم هم محور شامل دو عدسی نازک با فواصل کانونی f_1, f_2 و به فاصله l از یکدیگر است. در صورتی که فضای بین عدسی‌های سیستم از آب پرشده باشد فاصله کانونی آن f برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$ 2) $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - \frac{1}{n}}$ 3) $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l}$ 4) $f = f_1 + f_2$

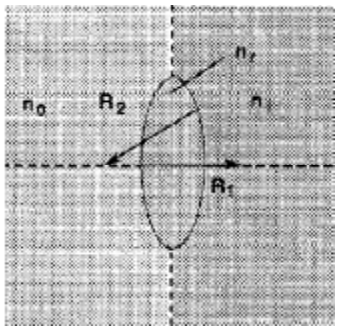
www.Endbook.net

۶- نوری با زاویه تابش $\theta_{i1}=30°$ به منشوری با زاویه راس $\alpha=60°$ برخورد می‌کند. منشور از ماده‌ای با ضریب شکست $n_r=1/5$ ساخته شده و بوسیله خلا احاطه شده است. زاویه انحراف نور در اثر عبور از منشور برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) $30°$ 2) $60°$ 3) $23°$ 4) $47°$



۷- عدسی نازکی را در نظر بگیرید. جسمی نقطه‌ای در مقابل عدسی در محیط با ضریب شکست n_0 قرار گرفته است. عدسی محدب از ماده‌ای به ضریب شکست n_r ساخته شده است و تصویر در محیط n_i تشکیل می‌شود. اگر شعاع‌های انحنا برابر R_1,R_2 باشند، فاصله کانونی دوم عدسی برابر کدام گزینه می‌باشد؟



۱) $f'=\dfrac{-n_0}{\dfrac{(n_r-n_0)}{R_1}+\dfrac{(n_i-n_r)}{R_2}}$

2) $f'=\dfrac{n_i}{\dfrac{(n_r-n_0)}{R_1}+\dfrac{(n_i-n_r)}{R_2}}$

3) $f'=\dfrac{n_i}{\dfrac{(n_i-n_r)}{R_1}+\dfrac{(n_r-n_0)}{R_2}}$

4) $f'=\dfrac{-n_0}{\dfrac{(n_i-n_{r0})}{R_1}+\dfrac{(n_r-n_0)}{R_2}}$

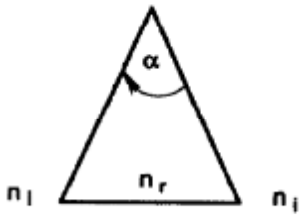
www.Endbook.net

۸- نزدیکترین نقطه دید شخص ۵۰ ساله‌ای برابر ۱۰۰ سانتیمتر می‌باشد، چه لنزی باید استفاده شود تا این شخص بتواند اشیا در فاصله ۲۵ سانتیمتری را بخوبی ببیند (فاصله کانونی عدسی مورد نیاز را بدست آورید).

1) $20cm$ 2) $-33/3cm$ 3) $33/3cm$ 4) $-25cm$

۹- نور به منشوری با زاویه راس α می‌تابد. منشور از ماده‌ای به ضریب شکست n_r ساخته شده است و نور از محیطی به ضریب شکست n_i می‌آید، زاویه انحراف پرتو برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) $\left(\frac{n_r}{n_i+1}\right)\alpha$ 2) $\left(\frac{n_r}{n_i-1}\right)\alpha$ 3) $\left(\frac{n_i}{n_r-1}\right)\alpha$ 4) $\left(\frac{n_i}{n_r+1}\right)\alpha$



www.Endbook.net

پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۲ صحیح می‌باشد:

در مورد آینه مقعر بزرگنمایی برابر بود با:

$$m = -\frac{i}{o} \Rightarrow 2 = -\frac{i}{o} \Rightarrow i = -2o$$

رابطه مربوط به فاصله شیء و تصویر در این حالت برابر بود با:

$$\frac{1}{o}+\frac{1}{i}=\frac{2}{r}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{o}+\frac{1}{2o}=\frac{2}{40} \Rightarrow \frac{3}{2o}=\frac{1}{20} \Rightarrow o = 30cm$$

علامت مثبت برای i به دلیل حقیقی بودن تصویر می‌باشد.

۲- گزینه ۳ صحیح می‌باشد:

رابطه مربوط به فاصله شیء و تصویر در این حالت برابر است با:

$$\frac{1}{o}+\frac{1}{i}=\frac{1}{r}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{10}+\frac{1}{30}=\frac{1}{r} \Rightarrow \frac{4}{30}=\frac{1}{r} \Rightarrow r = 7/5cm$$

۳- گزینه ۱ صحیح می‌باشد:

برای تعیین فاصله کانونی ترکیب دو عدسی نازک به فواصل کانونی f_1, f_2 داریم:

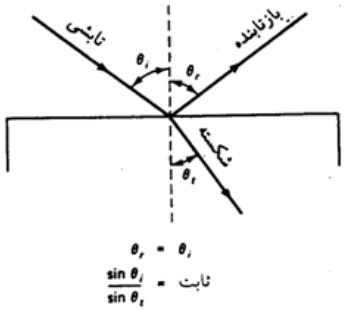
$$\frac{1}{o_1}+\frac{1}{i_1}=\frac{1}{f_1}$$
$$\frac{1}{o_2}+\frac{1}{i_2}=\frac{1}{f_2}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{o_1}+\frac{1}{i_2}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{f}$$

بنابراین در نهایت داریم:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2} \Rightarrow f=\frac{f_1 f_2}{f_1+f_2}$$

www.Endbook.net

۴- گزینه ۴ صحیح می‌باشد:



در اینصورت با توجه به شکل خواهیم داشت:

$$\theta_2 + \theta' = 90°$$

از طرفی در تابش یک پرتو بر سطح جدایی دو محیط برای بازتابش داریم:

$$\theta'_1 = \theta_1 \Rightarrow \theta_2 + \theta_1 = 90°$$

برای شکست، قانون اسنل برابر است با:

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = n \Rightarrow \frac{\sin\theta_1}{\sin(90-\theta_1)} = n$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1} = n \Rightarrow \tan\theta_1 = n \Rightarrow \theta_1 = \tan^{-1} n$$

۵- گزینه ۲ صحیح است:

همانند تست شماره 3 در این حالت داریم:

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - \frac{1}{n}}$$

۶- گزینه ۴ صحیح می‌باشد:

در این مسئله داریم: $\alpha = 60°$ و $\theta_{i1} = 30°$ با استفاده از قانون اسنل داریم:

$$n_i \sin\theta_i = n_r \sin\theta_r$$

بنابراین داریم:

$$(1)\ \sin 30° = 1/5 \sin\theta_{r1} \Rightarrow \theta_{r1} = 19/47°$$

www.Endbook.net

با استفاده از هندسه شکل داریم:

$$\alpha = \theta_{r1} + \theta_{i2} \Rightarrow \theta_{i2} = 60 - 19/47 = 40/53^\circ$$

دوباره با اعمال قانون اسنل داریم:

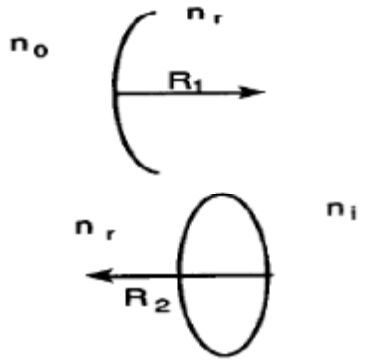
$$1/5 \sin 45/53^\circ = 1 \sin \theta_{r2} \Rightarrow \theta_{r2} = 77/10^\circ$$

زاویه انحراف کل برابر است با:

$$\delta = (\theta_{i1} - \theta r1) + (\theta_{r2} - \theta_{i2}) = \theta_{i1} + \theta r1 - \alpha = 30 + 77/1 - 60 = 47/1^\circ$$

۷- گزینه ۲ صحیح می‌باشد:

این مسئله یک مسئله عمومی عدسی‌های نازک است. با استفاده از رابطه اپتیکی برای عبور از یک محیط به محیط دیگر داریم:



$$\frac{-n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{R}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{-n_o}{s_o} + \frac{n_r}{s'} = \frac{n_r - n_o}{R_1}$$

و

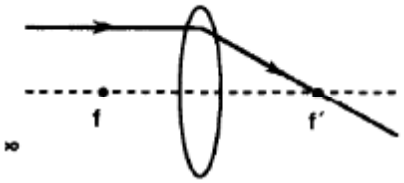
$$\frac{-n_r}{s'} + \frac{n_i}{s'_i} = \frac{n_i - n_r}{R_2}$$

با جمع این دو رابطه داریم:

$$\frac{-n_o}{s_o} + \frac{n_i}{s'_i} = \frac{n_r - n_o}{R_1} + \frac{n_i - n_r}{R_2}$$

www.Endbook.net

برای بدست آوردن فاصله کانونی دوم قرار می‌دهیم: $s_o = -\infty$



بنابراین داریم:

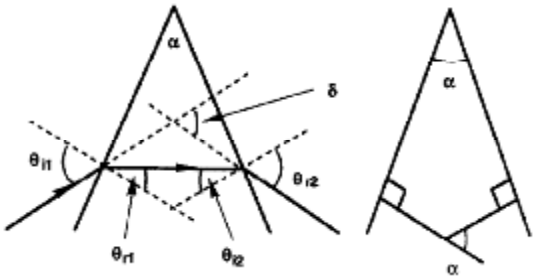
$$\frac{n_i}{f'} = \frac{n_r - n_o}{R_1} + \frac{n_i - n_r}{R_2} \Rightarrow f' = = \frac{n_i}{\frac{(n_r - n_0)}{R_1} + \frac{(n_i - n_r)}{R_2}}$$

۸- گزینه ۳ صحیح است:

ما باید عدسی داشته باشیم که اشیا در فاصله 25 سانتیمتری را به فاصله 100 سانتیمتری بیاورد. توجه کنید که i منفی است زیرا فرض شده است که تصویر در همان طرف شیء واقع شده است:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{25} - \frac{1}{100} \Rightarrow f = 33/3cm$$

۹- گزینه ۲ صحیح می‌باشد:



برای بدست آوردن زاویه انحراف از قانون اسنل و هندسه شکل داریم: $n_i \sin\theta_{i1} = n_r \sin\theta_{r1}$

با استفاده از تقریب زاویه کوچک داریم:

$$n_i\theta_{i1} = n_r\theta_{r1}$$

و:

$$n_r\theta_{i2} = n_i\theta_{r2}$$

www.Endbook.net

زاویه انحراف کل شامل دو قسمت می‌باشد:

$$\delta = (\theta_{i1} - \theta_{r1}) + (\theta_{r2} - \theta_{i2})$$

$$\delta = \frac{n_r}{n_i}\theta_{r1} - \theta_{r1} + \frac{n_r}{n_i}\theta_{i2} - \theta_{i2}$$

$$\delta = \left(\frac{n_r}{n_i} - 1\right)(\theta_{r1} + \theta_{i2})$$

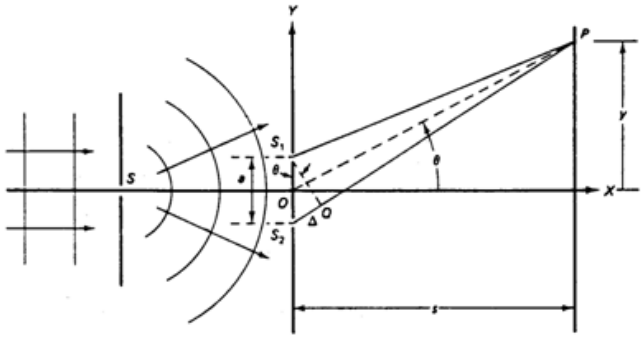
از طرفی داریم: $\alpha = (\theta_{r1} + \theta_{i2})$

بنابراین: $\delta = \left(\frac{n_r}{n_i} - 1\right)\alpha$

www.Endbook.net

فصل ششم:تداخل

در این بخش به بررسی اپتیک موجی می‌پردازیم. یکی از آثار بررسی نور توسط اپتیک موجی تداخل است. در شکل زیر نمایی از آزمایش یانگ آمده است:



طرح ساده‌ای از آزمایش دو شکاف یانگ. روزنه‌های ۱S و ۲S معمولاً به صورت شکافهایی هستند، که در اینجا بر صفحهٔ کاغذ عمودند.

دو پرتوی که از S_1,S_2 به P می‌رسند در محل شکاف‌های چشمه همفاز هستند، چون هر دو از یک جبهه موج فرودی ناشی می‌شوند، این پرتوها وقتی به P می‌رسند اختلاف فاز دارند چون طول راههای نوری آن‌ها باهم فرق می‌کند. تعداد طول موج‌هایی که در Δ جا می‌گیرد، نوع تداخل را در نقطه P تعیین می‌کند. برای آنکه در P ماکزیموم داشته باشیم، باید در $\Delta = d\sin\theta$ تعداد درستی طول موج بگنجد:

$$d\sin\theta = m\lambda \qquad m = 0,1,2,...$$

شرط وجود مینیمم در نقطه P آن است که $\Delta = d\sin\theta$ شامل تعداد نیم-درستی طول موج باشد، یعنی:

$$d\sin\theta = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \qquad m = 0,1,2,...$$

در این حالت برای بدست آوردن دو ماکزیموم متوالی داریم:

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda D}{d}$$

www.Endbook.net

شدت در آزمایش یانگ:

فرض می‌کنیم مولفه‌های مربوط به میدان الکتریکی دو موج در نقطه P با زمان بصورت زیر تغییر کنند:

$$E_1 = E_0 \sin \omega t$$
$$E_2 = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

اختلال موجی برایند در نقطه P برابر است با:

$$E = E_1 + E_2$$
$$E = E_\theta \sin(\omega t + \beta)$$
$$\beta = \frac{1}{2}\varphi$$

در نتیجه:

$$E_\theta = 2E_0 \cos\beta = E_m \cos\beta$$

شدت I موج متناسب با مربع دامنه موج است بنابراین برای شدت موج داریم:

$$I_\theta = 4I_0 \cos^2\beta = I_m \cos^2\beta$$

بین اختلاف فاز و اختلاف راه رابطه زیر را داریم:

$$\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\Phi}{2\pi}$$

یعنی:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d \sin\theta)$$

یا می‌توان نوشت:

$$\beta = \frac{1}{2}\varphi = \frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta$$

بنابراین بطور خلاصه در تداخل ناشی از شکاف‌های باریک یعنی $a << \lambda$ داریم:

$$E_\theta = E_m \cos\beta$$
$$I_\theta = I_m \cos^2\beta$$
$$\beta\left(=\frac{1}{2}\varphi\right) = \frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta$$

www.Endbook.net

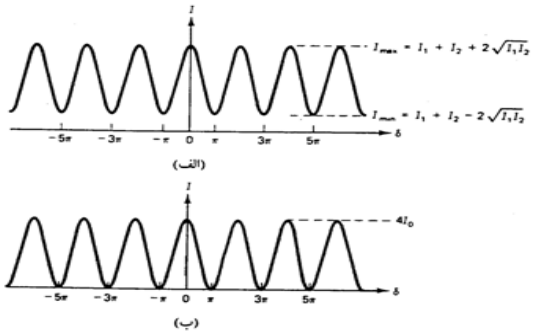
برای پیدا کردن جای ماکزیموم‌های شدت داریم:

$$\beta = m\pi \qquad m = 0,1,2,..$$

و برای مینیموم‌های شدت داریم:

$$\beta = \frac{m}{2}\pi \qquad m = 0,1,2,..$$

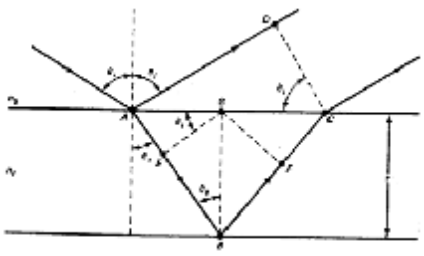
در شکل زیر نقش شدت برای تداخل با دو شکاف نشان داده شده است:



تداخل از فیلم‌های نازک:

فیلمی به ضخانت یکنواخت d و ضریب شکست n را در نظر می‌گیریم. فیلم با یک چشمه گسترده نور تکفام روشن شده است. روی این چشمه، نقطه‌ای وجود دارد که دو پرتوی که از آن گسیل می‌شوند راه‌های نوری متفاوتی را برای رسیدن به چشم طی می‌کنند. در اینجا توجه به دو نکته مهم است: اول اینکه باید طول موج نور در فیلم یعنی λ_n را در نظر بگیریم نه طول موج نور در هوا را به عبارت دیگر باید طول راه نوری را در نظر گرفت نه طول راه هندسی را. رابطه طول موج‌ها در فیلم و در هوا عبارت است از:

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$



www.Endbook.net

نکته دوم اینکه برای پرتوی که از سطح بالا بازتابیده می‌شود تغییر فاز 180 درجه‌ای اتفاق می‌افتد اما در مورد پرتو دیگر که شکسته می‌شود، چه موقع عبور از سطح بالایی و چه موقع بازتابش از سطح پایینی، چنین تغییر فاز ناگهانی وجود ندارد. بنابراین در این حالت دو عامل ماهیت تداخل را تعیین می‌کند: اختلاف راه نوری واختلاف فاز. برای آنکه ترکیب دو پرتو به یک شدت ماکزیموم منجر شود، با فرض فرود عمودی باید داشته باشیم:

$$2d = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_n \qquad m = 0,1,2,..$$

عبارت $\frac{\lambda_n}{2}$ به خاطر همان تغییر فازی که ناشی از بازتابش است وارد می‌شود و می‌دانیم که تغییر فاز 180 درجه‌ای معادل نصف طول موج است. اگر $\frac{\lambda}{n}$ را به جای λ_n بگذاریم نتیجه می‌شود:

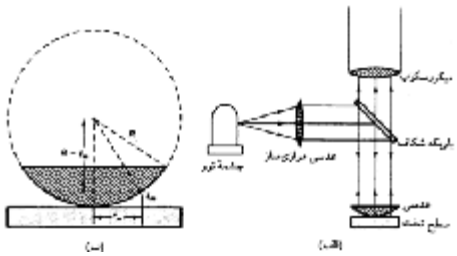
$$2dn = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \qquad m = 0,1,2,...$$

شرط شدت مینیموم عبارت است از:

$$2dn = m\lambda \qquad m = 0,1,2,...$$

حلقه‌های نیوتون:

شکل زیر یک عدسی به شعاع انحنای R را نشان می‌دهد که روی یک تیغه شیشه‌ای کاملاً تخت قرار گرفته و از بالا با نوری به طول موج λ روشن شده است. در این حالت فریزهای تداخلی دایره‌ای یا حلقه‌های نیوتون ظاهر می‌شوند. این حلقه‌ها وابسته به ضخامت لایه هوایی هستند که میان عدسی و شیشه وجود دارد. برای بدست آوردن شعاع ماکزیموم‌های تداخلی دایره‌ای داریم:



در این مورد پرتوهایی که از سطح زیری لایه هوا بازتابیده می‌شوند دچار تغییر فاز 180 درجه‌ای هستند نه پرتوهایی که از سطح بالایی لایه می‌آیند، چون در پایین لایه است که پرتوها از محیط غلیظتر بازتابیده می‌شوند. به هر حال شرط تشکیل ماکزیمم‌ها برابر است با:

www.Endbook.net

$$2d=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \qquad m=0,1,2,...$$

از روی شکل می‌توانیم بنویسیم:

$$d=R-\sqrt{R^2-r^2}=R-R\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]^{1/2}\cong\frac{r^2}{2R}$$

که در این حالت از بسط دوجمله‌ای استفاده کرده‌ایم.

در نهایت با جاگذاری این مقدار شعاع حلقه‌های روشن برابر است با: $r=\sqrt{\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda R} \qquad m=0,1,2,...$

مثال: برای کاهش بازتاب از یک شیشه با ضریب شکست ۱/۶ یک ماده شفاف با ضریب شکست ۱/۴ روی آن نشانده می‌شود، حداقل ضخامت لازم برای این لایه چند نانومتر باشد تا برای تابش تقریباً عمودی، انعکاس در طول موج $5600A^\circ$ حذف شود؟

1) 87/5 2) 100 3) 160 4) 122/5

گزینه ۲ صحیح می‌باشد:

فرض می‌کنیم نور بطور عمودی به عدسی می‌خورد. می‌خواهیم ببینیم تحت چه شرایطی تداخل میان پرتوهای بازتابی و شکستی ناشی از این سیستم ویرانگر است. چون در این حالت بازتابش هم در سطح بالایی و هم در سطح پایینی از محیطی صورت می‌گیرد که ضریب شکست آن از ضریب شکست محیط نور فرودی بزرگتر است، برای هر یک از پرتوها اختلاف فاز 180 درجه‌ای وجود دارد بنابراین در این حالت شرط تداخل ویرانگر برابر است با:

$$2dn=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \qquad m=0,1,2,...$$

اگر این معادله را به ازای $m=0$ برای d حل کنیم نتیجه می‌شود:

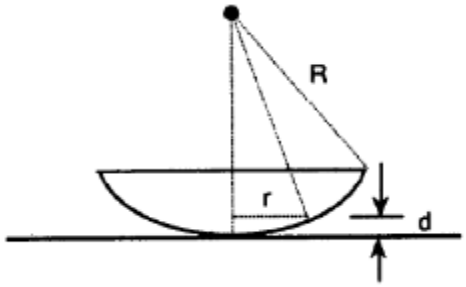
$$d=\frac{\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda}{2n}=\frac{\lambda}{4n}=\frac{5600}{4(1/4)}=100nm$$

www.Endbook.net

نمونه سوالات تستی (تألیفی)

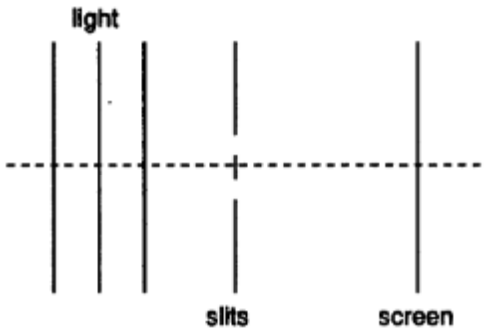
۱- حلقه‌های نیوتون بوسیله عدسی تخت-محدب که بر روی یک سطح شیشه‌ای مسطح قرار گرفته‌اند، مشاهده می‌شود. اگر R شعاع انحنای عدسی و λ طول موج نور فرودی باشد، شعاع حلقه‌های تداخلی تاریک برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) $\sqrt{(m+1)\lambda R}$ 2) $\sqrt{\frac{m\lambda}{R}}$ 3) $\sqrt{m\lambda R}$ 4) $\sqrt{\frac{(m+1)}{2}\lambda R}$



۲- نور همدوسی با طول موج ۶۰۰۰ آنگستروم به دو شکاف به فاصله ۰/۱۵ میلیمتر ازهم می‌تابد و الگوی شدت مورد نظر بر روی پرده‌ای در فاصله ۱/۵ متر مشاهده می‌شود، موقعیت اولین ماکزیموم در این حالت برابر است با:

1) 6mm 2) 12mm 3) 24mm 4) 3mm



۳- در آزمایش یانگ اگر فاصله دو شکاف ۱ میلیمتر باشد و آزمایش با لیزری با طول موج ۴۰۰۰ آنگستروم انجام شود، اولین نوار روشن تحت چه زاویه‌ای بر حسب درجه تشکیل می‌شود؟

1) 0/0299° 2) 28/2° 3) 0/0399° 4) 21/8°

www.Endbook.net

۴- در آزمایش حلقه‌های نیوتون اگر طول موج ۶۰۰۰ آنگستروم و شعاع عدسی برابر ۲ متر باشد، شعاع حلقه روشن دوازدهم بر حسب میلیمتر برابر است با:

1) 2/654mm 2) 8/4mm 3) 1/262mm 4) 3/873mm

۵- در آزمایش دوشکافی یانگ، فریزهای تداخلی حاصل از منبع نور سدیم $\lambda = 589nm$ برابر $0/1°$است. فاصله جدایی دو شکاف برابر است با:

1) 0/034mm 2) 0/34mm 3) 0/0034mm 4) 3/4mm

۶- ضخامت یک فیلم آب($n = 1/33$) در هوا ۳۲۰ نانومتر است. اگر این فیلم را در معرض تابش عمودی نور سفید قرار بدهیم، نور بازتابیده از آن در مینیموم اول دارای چه طول موجی خواهد بود؟

1) 1700 2) 850 3) 570 4) 425

۷- در آزمایش یانگ نوری با طول موج $\lambda = 546nm$ را به شکافها می‌تابانیم. شکافها $0/1mm$از هم فاصله دارند و پرده‌ای که نقش تداخل روی آن می‌افتد در ۲۰ سانتیمتری شکاف‌ها قرار گرفته است. زاویه مکان اولین مینیموم برابر کدام گزینه می‌باشد؟

1) 0/0027° 2) 0/16° 3) 3/8° 4) 0/27°

www.Endbook.net

پاسخنامه سوالات تستی

۱- گزینه ۳ صحیح می‌باشد:

موقعیت حلقه‌های تداخلی ویرانگر در فیلم نازک برابر است با:

$$2nd = m\lambda$$

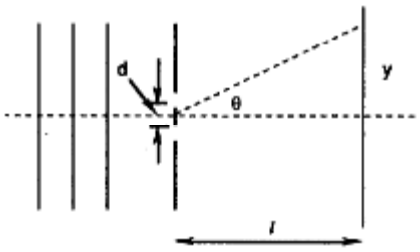
برای هوا داریم $n=1$ بنابراین:

$$d = \frac{m\lambda}{2}$$

با استفاده از هندسه شکل داریم:

$$R^2 = (R-d)^2 + r^2$$
$$\Rightarrow r^2 = 2Rd - d^2 \approx 2Rd$$
$$\Rightarrow r = \sqrt{2Rd} = \sqrt{m\lambda R}$$

۲- گزینه ۱ صحیح است:



موقعیت تداخل سازنده برابر است با:

$$d\sin\theta = n\lambda$$

از طرفی داریم:

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{y}{\sqrt{l^2+y^2}} \approx \frac{y}{l}$$

بنابراین داریم:

$$y = \lambda\frac{l}{d} = \frac{(6000\times10^{-10})(15)}{(0/15\times10^{-3})} = 0/006m = 6mm$$

www.Endbook.net

که برابر موقعیت اولین ماکزیموم است.

۳- گزینه ۱ صحیح می‌باشد:

شرط داشتن ماکزیموم در آزمایش دوشکافی یانگ برابر است با:

$$d\sin\theta = m\lambda$$

چون اولین نوار روشن مورد نظر است بنابراین: $m=1$

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \sin\theta = \frac{4000\times10^{-10}}{1\times10^{-3}} = 4\times10^{-4} \Rightarrow \theta = 0/0299^\circ$$

۴- گزینه ۴ صحیح است:

در آزمایش حلقه‌های نیوتون شعاع حلقه‌های روشن برابر است با:

شرط تشکیل ماکزیمم‌ها برابر است با:

$$2d = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \qquad m = 0,1,2,\ldots$$

از روی شکل می‌توانیم بنویسیم:

$$d = R - \sqrt{R^2 - r^2} = R - R\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]^{1/2} \cong \frac{r^2}{2R}$$

در نهایت با جاگذاری این مقدار شعاع حلقه‌های روشن برابر است با:

$$r = \sqrt{\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda R} \qquad m = 0,1,2,\ldots$$

بنابراین در این حالت داریم:

$$r = \sqrt{\left(12+\frac{1}{2}\right)\left(6000\times10^{-10}\right)(2)} = 3/873mm$$

۵- گزینه ۳ صحیح است:

در آزمایش دو شکافی یانگ برای بدست آوردن فاصله بین دو فریز متوالی داریم:

اگر θ به اندازه کافی کوچک باشد، در اینصورت داریم:

$$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$$

www.Endbook.net

اما از روی شکل آزمایش داشتیم:

$$\tan\theta = \frac{y}{D}$$

بنابراین برای جای ماکزیموم‌ها داریم:

$$d\sin\theta = m\lambda \Rightarrow \tan\theta = \frac{m\lambda}{d}$$

برای دو فریز متوالی داریم:

$$\tan\theta = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{\tan\theta} = 0/0034mm$$

۶- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

در این حالت برای مینیموم‌ها داریم:

$$2dn = m\lambda \qquad m = 0,1,2,...$$

بنابراین برای بدست آوردن طول موج داریم:

$$\lambda = \frac{2dn}{m} = \frac{2(320nm)(1/33)}{m} = \frac{850nm}{m} \xrightarrow{m=1} 850nm$$

۷- گزینه ۲ صحیح می‌باشد:

برای مینیموم‌ها داریم:

$$d\sin\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad m = 0,1,2,...$$

برای اولین مینیموم در این معادله داریم:m=0

$$\sin\theta = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda.}{d} \Rightarrow \frac{(1/2)(546\times10^{-9}m)}{0/1\times10^{-3}m} = 0/0027$$

این مقدار برای $\sin\theta$ آنقدر کوچک است که می‌توانیم آن را مقدار خود θ بر حسب رادیان بگیریم:

$$\theta \cong 0/0027rad = 0/16°$$

www.Endbook.net

منابع

فیزیک هالیدی جلد دوم و چهارم

فیزیک فردریک بیوکی