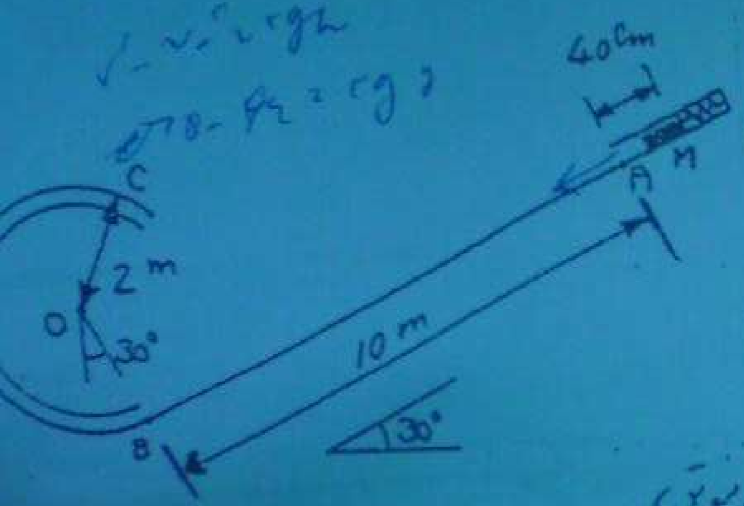
1) جسم M به جرم 10 kg در داخل شیاری مطابق شکل زیر به گونه‌ای قرار گرفته که فنر موجود در شیار را 40cm از وضعیت آزاد خود فشرده نموده است ($k = 1\ kN/m$). این جسم ناگهان از حالت سکون ره[ا ...]
پس از طی مسافت 10m روی مسیر شیبدار AB وارد شیار دایره‌ای شکل BC می‌گردد. $K = 1\ kN/m$



با استفاده از روش‌های زیر محاسبه نمائید که جسم تا چه ارتفاعی در داخل شیار BC بالا خواهد رفت؟

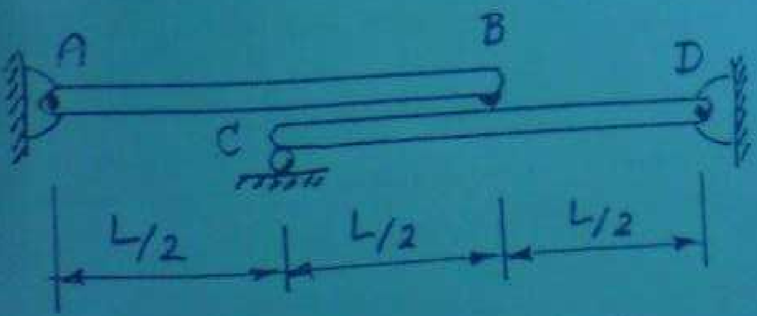
الف - با استفاده از روابط اصلی سینماتیک ذرات و قوانین نیوتن

ب - با استفاده از روش کار و انرژی

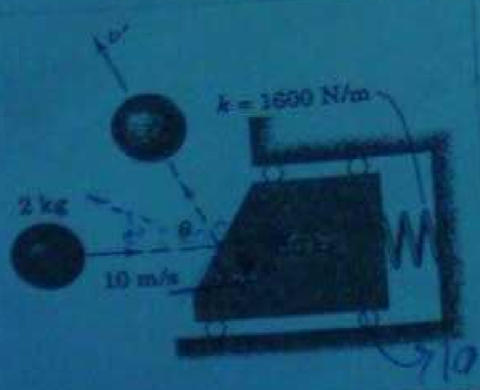
توجه: سطح AB دارای اصطکاک با ضرایب $\mu_k = 0.3$ و $\mu_s = 0.4$ بوده و سایر سطوح بدون اصطکاک ...

دو میله کاملاً یکسان AB و CD به طول L و جرم m مطابق شکل زیر در حال تعادل قرار گرفته‌اند. ناگهان تکیه‌گاه متصل به انتهای C برداشته می‌شود. مطلوبست تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاه‌های A و D درست پس از برداشته شدن تکیه‌گاه C.

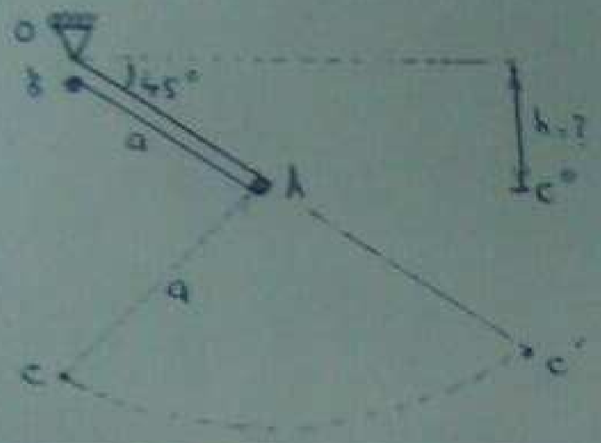
- زائده متصل به B بدون جرم و بدون اصطکاک فرض شود.



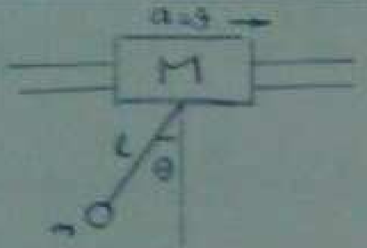
یک کره به جرم 2 kg دارای سرعت $10\ m/sec$ در راستای افق با یک بلوک (ساکن) به جرم 10 kg که به یک فنر با سختی $K = 1600\ N/m$ متصل است، برخورد می‌نماید. اگر ضریب استرداد برابر 0.6 باشد، سرعت v_2'، زاویه θ و جابجایی افقی (δ) بلوک را بدست آورید.



گلوله C در چه فاصله‌ای از خط افق می‌ایستد؟



(پایان ترم چهار 88)



۹. بوش M با شتاب ثابت a=g شروع به حرکت می‌کند.

$\theta(0)=0$
$v(0)=0$

θ_{max}، کشش را در نخ به عنوان تابعی از θ $(T(\theta))$ به دست آورید.

(کتاب مریام)

(پایان ترم اول پاییز 87)

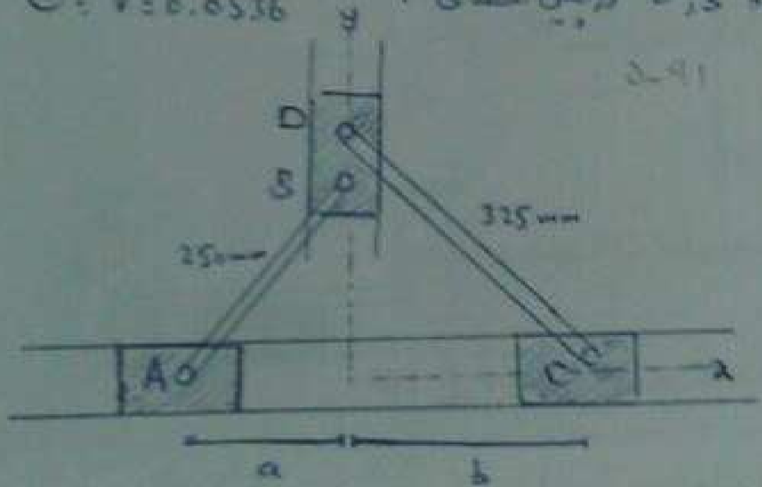
ج: $\theta_{max} = \frac{\pi}{2}$

$T = mg(3\sin\theta + 3\cos\theta - 2)$

• در لحظه‌ای مطابق شکل، a=150mm، b=125mm، فاصله‌ی a+b بین A,C با آهنگ 0.2 m/s کاهش می‌یابد.

در این لحظه مطلوب است تعیین سرعت مشترک v نقاط B و D در چنین لحظه‌ای.

ج: v=0.0536



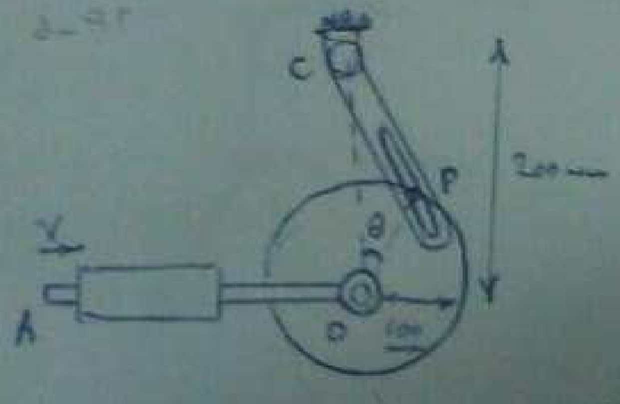
(کتاب مریام)

(پایان ترم دوم پاییز 87)

• چرخ مطابق شکل غلتش بدون لغزش انجام می‌دهد. در لحظه‌ی نشان داده شده، وقتی O مستقیماً زیر نقطه‌ی C باشد،

بلوک A با سرعت v=1.5 m/s به سمت راست حرکت کند و θ=30°.

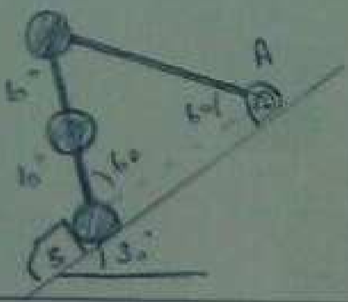
مطلوب است تعیین سرعت زاویه‌ای به میله‌ی شیاردار.



ج: $\omega = 18.22\ rad/s$ CCW

سه گوی کوچک هرکدام به جرم m در صفحه‌ی عمودی به شیب 30° تکیه دارند. گوی‌ها به دو میله‌ی عمودی با جرم قابل چشم پوشی جوش داده شده‌اند. میله‌ی بالایی به جرم آن هم قابل چشم پوشی است، و آزادانه به گوی بالایی در تکیه‌گاه A لولا شده است. مانع S ناگهان برداشته می‌شود. مطلوب است تعیین v، سرعت برخورد گوی بالایی به سطح شیب‌دار. اتلاف انرژی را پس از پایان حرکت محاسبه کنید.

۴-۱۰۰

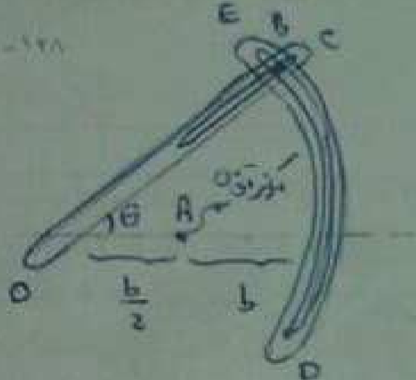


ch4 (کتاب مریام) (میان‌ترم دوم بهار 38)

---

۶. پین B به جرم m در راهنمای انتقالی DE با شتاب b حرکت می‌کند. اگر از اصطکاک صرف نظر کنیم و لحظه‌ای که θ برابر 30° و سرعت و شتاب زاویه‌ای به ترتیب 15 rad/s و 25 rad/s² باشند. الف) مؤلفه‌های شعاعی و عرضی نیروی وارده بر پین B
ب) نیروی P، که به ترتیب بر میله‌های OC و DE اعمال می‌شود.

۱۲-۱۲۸



(کتاب جانسون)

(میان‌ترم اول بهار 88)

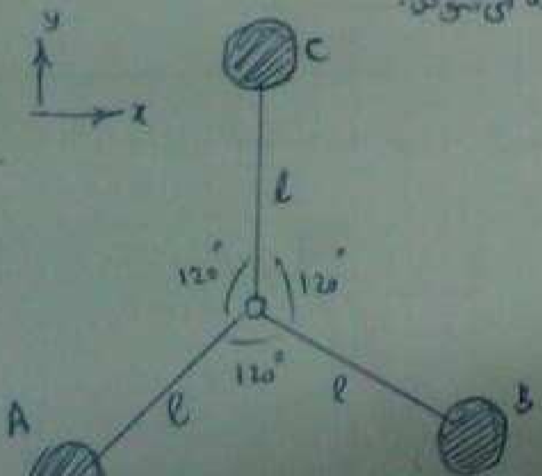
---

۷. سه گوی کوچک A، B و C روی سطح افقی با سرعت v_0 حول نقطه‌ی D در حال چرخش‌اند. ناگهان طناب CD پاره می‌شود. پس از آن که دو طناب دیگر مجدداً کشیده شدند، پارامترهای زیر را بیابید.

~~۴/۶-۱۷~~

الف) سرعت حلقه‌ی D   ب) سرعت نسبی چرخش B و A حول D

ج) انرژی تلف شده‌ی سیستم وقتی طناب‌های AB و BD مجدداً کشیده می‌شوند.



(کتاب جانسون)

(میان‌ترم اول بهار 88)

ج: $\vec{v}_D = \frac{1}{2}v_0\,\hat{i}$

$v' = \frac{3}{4}v_0$

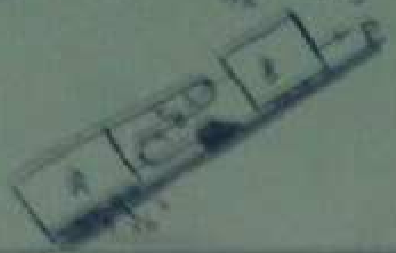
درصد انرژی اتلافی $= 12.5\%$

نمونه سؤالات امتحانی دینامیک (ترم‌های گذشته) صادق قوامی جهان

۱- تحت اثر نیروی P، شتاب ثابت غلطک B برابر $6\ ft/s^2$ به طرف بالای سطح شیب‌دار است. مطلوب است تعیین سرعت B نسبت به A، شتاب B نسبت به A و مقدار مطلق سرعت غلطک C در لحظه‌ای که سرعت B برابر $3\ ft/s$ به طرف بالای سطح شیب‌دار است.

ج: $V_{B/A} = 1\ ft/s$ $a_{B/A} = 2\ ft/s^2$ $V_C = 4\ ft/s$

ch2 کتاب مریام ، میان‌ترم اول پاییز ۸۷
میان‌ترم اول بهار ۸۸



۲- مطلوب است تعیین گستره‌ی نیروی P که به ازای آن قطعه‌ی جرم m_1 روی قطعه‌ی گوه‌شکل به جرم m_2 نلغزد. (راهنمایی: از اصطکاک مربوط به چرخ‌های قطعه‌ی گوه‌شکل صرف‌نظر کنید.)

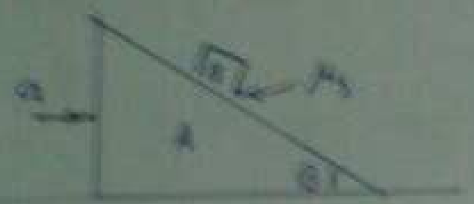
ج: $0.0577(m_1+m_2)g \le P \le 0.754(m_1+m_2)g$

ch3 ، کتاب مریام ، پایان‌ترم پاییز ۸۷

۳- به قطعه‌ی شیب‌دار A شتاب ثابت a به سمت راست داده می‌شود. حدود θ را طوری به دست آورید که قطعه‌ی B نسبت به قطعه‌ی A حرکت نکند، با توجه به اینکه a بزرگ است. ضریب اصطکاک استاتیکی بین قطعه‌ها μ_s می‌باشد.

ج: $\tan^{-1}\frac{1}{\mu_s} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$

کتاب مریام ،
میان‌ترم اول پاییز ۸۷

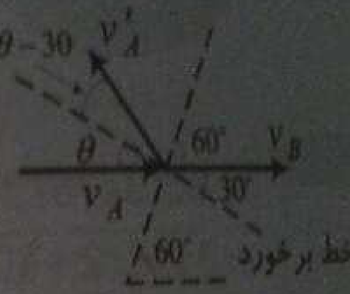


۴- واگن لغزی به وزن 5000 lb حامل وسیله‌ی نقلیه‌ای به وزن 3000 lb است که روی سطح شیب‌دار با شیب 15° متوقف است. وسیله‌ی نقلیه از حالت سکون رها می‌شود و واگن در این حالت ساکن است. مطلوب است تعیین سرعت v واگن لغزی هنگامی که وسیله‌ی نقلیه به اندازه‌ی s = 40 ft در طول شیب پایین آمده است و درست قبل از آنکه در نقطه‌ی B متوقف شود. از اصطکاک، جرم چرخ‌ها و ... صرف‌نظر گردد.

ج: $v = 3.92\ ft/s$

☑ حل:

ابتدا قانون بقای مومنتم را در جهت حرکت می‌نویسیم



$$m_A v_A = -m_A v'_A \cos\theta + m_B v_B \rightarrow 2(10) = -2v'_A \cos\theta + 10v_B \qquad (1)$$

در راستای سطح شیبدار داریم

$$v_A \cos 60 = v'_A \sin(\theta - 30) \rightarrow 10\cos 60 = v'_A \sin(\theta - 30) \qquad (2)$$

$$e = \frac{v'_A \cos(\theta - 30) + v_B \cos 30}{v_A \sin 60} \rightarrow \frac{v'_A \cos(\theta - 30) + v_B \cos 30}{10 \sin 60} = 0.6 \qquad (3)$$

$$(1),(2),(3) \rightarrow v_B = 2.87\ m/s\ ,\ v'_A = 6.04\ m/s\ ,\ \theta = 85.9^\circ$$

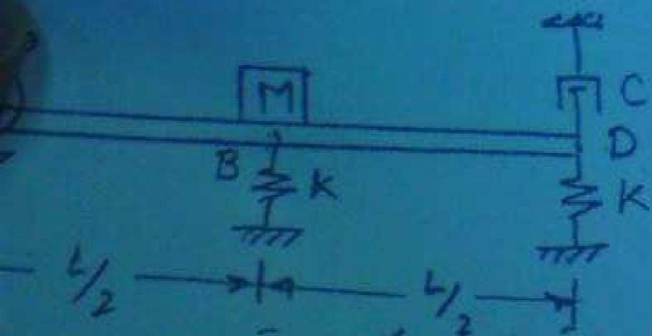
رابطه کار- انرژی: $T_1 + V_{e_1} = T_2 + V_{e_2}$

$$T_1 = \frac{1}{2} m_B (v_B)^2 = \frac{1}{2}(10)(2.087)^2 = 21.778\ ,\ T_2 = 0$$

$$V_{e_1} = 0\ ,\ V_{e_2} = \frac{1}{2} k \delta^2 = \frac{1}{2}(1600)\delta^2 = 800\delta^2$$

۴) با اعمال نیروی P (مطابق شکل)، متحرک m شتاب a می‌گیرد.
اگر از جرم میله های رابط چشم پوشی شود، مقدار شتاب a را برحسب
P محاسبه نمایید ($a = f(P)$).

۵) تیر صلب AD به جرم 50 کیلوگرم و طول 4.5 متر در نقاط B و D با دو فنر
سختی $K = 1500\ N/m$ و در تکیه گاه A با یک فنر پیچشی با سختی $K_\theta = 1000$ N-m مست
این تیر برای نصب موتور دوار M به جرم 200 کیلوگرم و سرعت زاویه ای rpm
که در نقطه B واقع است، طراحی شده است. ضمناً طراح برای کنترل حرکت تیر از یک م
ضریب میرایی $C = 150\ N.s/m$ در نقطه
D بهره می‌گیرد. مطلوب است:



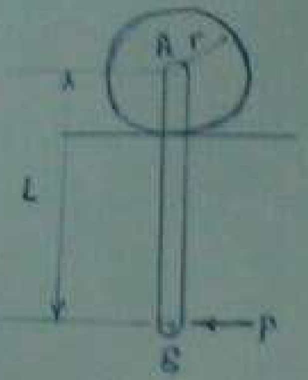
الف - معادله دیفرانسیل حاکم بر تیر
ب - پریود ارتعاش تیر
ج - دامنه جابجایی دائم نقطه D ناشی از ارتعاش نامتوازن موتور M

روابط (یادآوری):

$$e = \frac{(v'_B)_n - (v'_A)_n}{(v_A)_n - (v_B)_n}$$

$$\begin{cases} v_t = \rho\dot{\theta} \\ a_n = \rho\dot{\theta}^2 \end{cases}$$

میله ی نازک یکنواخت AB به جرم m از دیسک یکنواختی به جرم m آویزان شده است. شتاب نقطه A و B را بلافاصله پس از اعمال نیروی P در انتهای B بیابید.



ج: $a_A = \frac{2}{7}\frac{P}{m}$ (...)

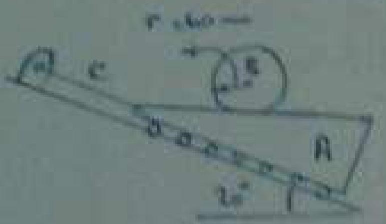
$a_B = \frac{22}{7}\frac{P}{m}$ (...)

(کتاب حامدی)

(میان ترم دوم پاییز 87)

---

۱۳. استوانه ی B به جرم 3kg و گوه ی A به جرم 2kg توسط ریسمان C در وضعیت نشان داده شده به حالت سکون قرار دارند. طناب پاره می شود. اگر غلت بدون لغزش استوانه روی گوه و بدون در نظر گرفتن اصطکاک بین گوه و زمین، بلافاصله پس از پاره شدن ریسمان: الف) شتاب گوه، ب) شتاب زاویه ای استوانه را محاسبه کنید.



ج: $a_A = 5.13\ m/s^2$

$\alpha = 54.2\ rad/s^2$

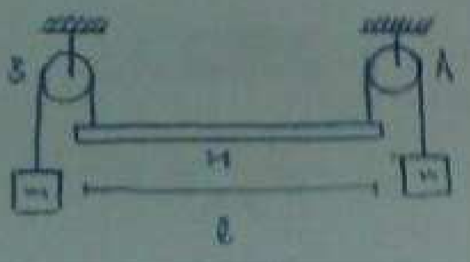
(کتاب حامدی)

(میان ترم دوم بهار 88)

---

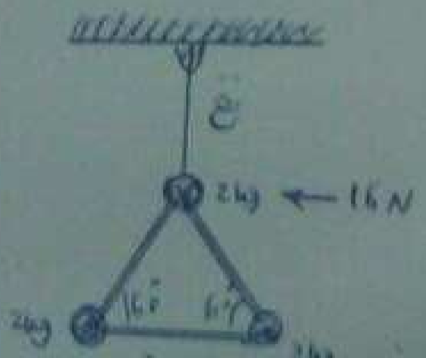
۱۴. اگر ناگهان نخ A را قطع کنیم، سرعت زاویه ای و شتاب زاویه ای m را بیابید.

(پایان ترم بهار 88)



---

۱۵. سه گوی هر یک به جرم 2kg و سه میله ی با جرم قابل چشم پوشی متصل شده اند. زنجیر را با اتصال از نقطه ی A آویزان کرده ایم. گروه ابتدا در حال سکون اند و نیروی F برابر 16N بر گوی بالایی وارد می شود. مطلوب است محاسبه ی $\bar{a}$ شتاب اولیه مرکز جرم گوی ها، $\ddot{\theta}$ آهنگ افزایش سرعت زاویه ای، و a شتاب اولیه ی گوی بالایی.



ج: $\bar{a} = 2.67$ ...

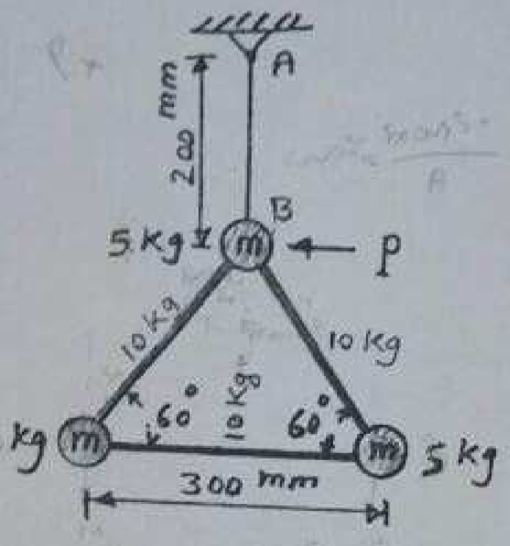
(کتاب حامدی)

مدت امتحان: ۲ ساعت | 92149988

۱) سه گوی کروی یکسان به جرم 5 kg مطابق شکل روبرو
توسط سه میله صلب (به جرم 10 kg) متصل شده و توسط عضو
AB از تکیه گاه مفصلی A آویزان است. اگر نیروی P = 160 N
به گوی فوقانی اعمال گردد، مقادیر زیر را برای دو حالت

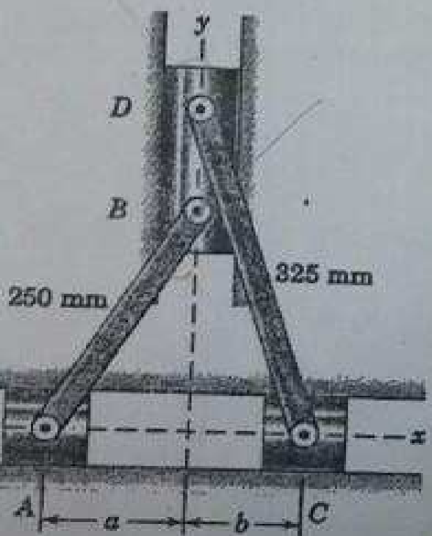
(۱) عضو AB نخ بدون جرم و نخی
(۲) " " میله صلب بدون جرم
محاسبه نمائید:

الف - شتاب خطی اولیه مرکز جرم سیستم ($\vec{a}$)
ب - نرخ تغییرات سرعت زاویه‌ای سیستم (α)



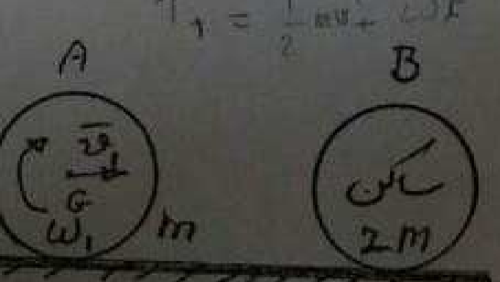
۲) در شکل مقابل برای لحظه نمایش داده شده، فواصل a = 150 mm
و b = 125 mm است و دو نقطه A و C با سرعت 2.5 m/sec به
یکدیگر نزدیک میشوند.

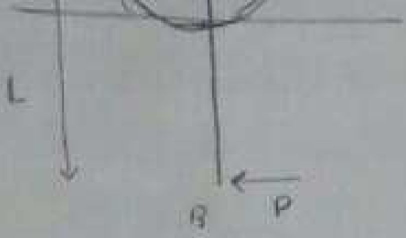
الف - مقدار و جهت سرعت حلقه BD را محاسبه نمائید.
ب - اگر شتاب زاویه‌ای میله AB برابر α باشد،
مقدار و جهت شتاب‌های لازم انتهای میله DC را
بدست آورید و آنرا تفسیر نمائید.

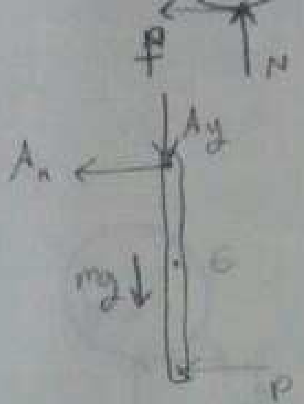


۳) گوی کروی A به جرم m و شعاع r با حرکت غلتشی (بدون لغزش) با سرعت $\bar{v}_1$ در راستای
با گوی کروی B به جرم 2m و شعاع r که ساکن است، برخورد می‌کند. اگر ضریب اصطکاک
بین هر گوی با سطح افق μ_k باشد و از اصطکاک
بین خود گوی‌ها چشم پوشی شود، با فرض برخورد غیر
الاستیک ($e = 3/4$)، بدست آورید:

الف - سرعت‌های خطی و زاویه‌ای هر گوی را بلافاصله
پس از برخورد.
ب - سرعت هر گوی پس از آنکه غلتش یکنواخت داشته باشند.







برای دیسک $\quad \sum M_A = \sum M_A \qquad f \times r = \frac{1}{2} m r^2 \alpha$

$$\Rightarrow \boxed{f = \frac{1}{2} m r \alpha_1} \qquad a_x = r\alpha_1$$

$$PL = \frac{1}{12} m L^2 \alpha + m\left(r\alpha_1 - \frac{L}{2}\alpha\right)\frac{L}{2}$$

$$f \times r + PL = \frac{1}{2} m r^2 \alpha_1 + m\left(r\alpha_1 - \frac{L}{2}\alpha\right)\frac{L}{2} + \frac{1}{12} m L^2 \alpha$$

برای حالت کلی

$$\cancel{\frac{1}{2} m r^2 \alpha_1 + PL =}$$

$$Ax + P = m\frac{L}{2}\alpha - m a_x$$

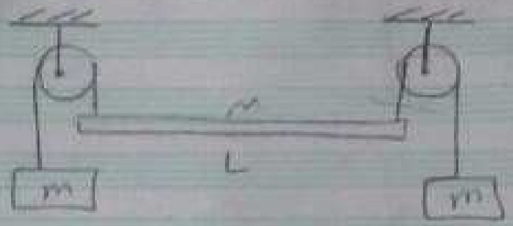
$$P\cancel{L} = \frac{1}{12} m L^2 \alpha + m\left(-a_x + \frac{L}{2}\alpha\right)\frac{1}{2}$$

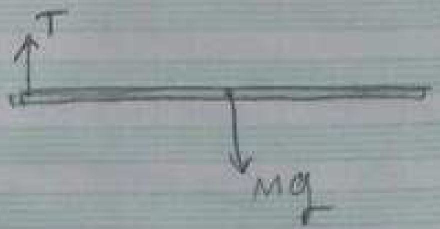
$$\cancel{a_x} = \frac{\left(\frac{1}{12} \cancel{m} L + \cancel{m}\frac{L}{4}\right)\alpha - \frac{P}{m}}{\cancel{m}}$$

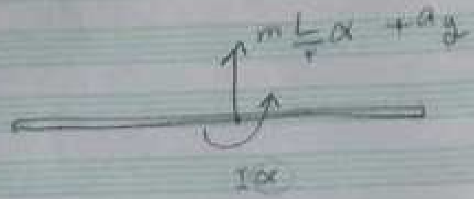
$$\frac{4}{12} L \alpha$$

$$\boxed{a_x = \frac{1}{3} L\alpha - \frac{P}{m}} = r\alpha_1$$

$$\frac{1}{}\ L\alpha \ \frac{P}{}$$







$$mg - T = m a_y$$

$$T - Mg = m\left(\frac{L}{r}\alpha + a_y\right)$$

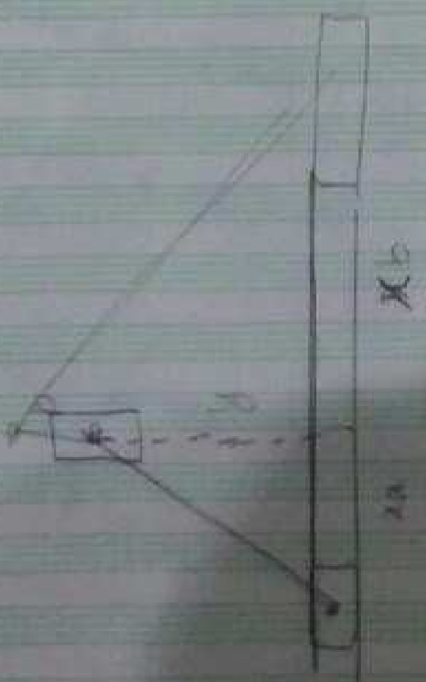
$$-T\frac{\cancel{L}}{\cancel{4}} = \frac{1}{\cancel{4}} M L^{\cancel{2}} \alpha$$

$$\boxed{T = -\frac{1}{4} L M \alpha}$$

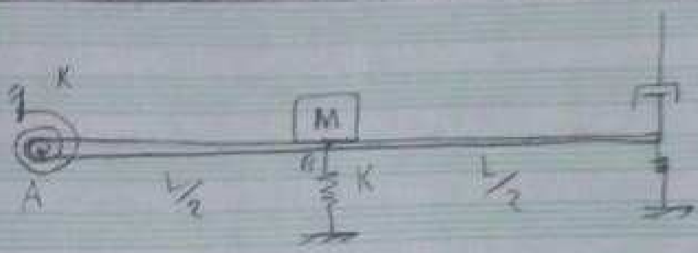
$$m(-g + a_y) = -\frac{1}{4} L \frac{M}{m} \alpha$$

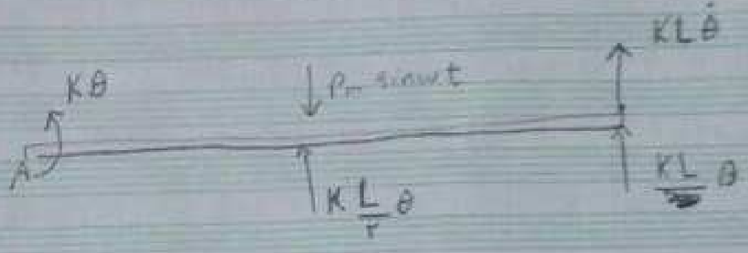
$$\boxed{a_y = \frac{LM}{4m}\alpha + g}$$

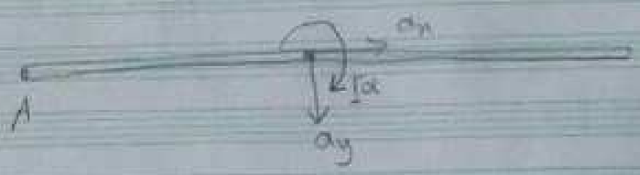
$$-\frac{1}{4} M L \alpha - Mg = m\frac{L}{r}\alpha + \frac{LM}{4m}\alpha + g$$



$a_y = \dfrac{\quad}{\Delta m} \Rightarrow$ ... $\dfrac{\quad}{\Delta m}$







$$\circlearrowleft + \quad \sum M_A = \sum M_A \Rightarrow K\theta + \frac{KL^2}{4}\theta + KL^2\theta + KL^2\dot{\theta}$$

$$- \frac{L P_m}{2} \sin\omega t = -\frac{1}{12} mL^2 \ddot{\theta} - m\frac{L^2}{4}\ddot{\theta}$$

$$= -\frac{1}{3} mL^2 \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} mL^2 \ddot{\theta} + KL^2 \dot{\theta} + \left(\frac{5}{4}KL^2 + K\right)\theta = \frac{P_m L \sin\omega t}{2}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{3K}{m}\dot{\theta} + 3\left(\frac{5K}{4m} + \frac{K}{mL^2}\right)\theta = \frac{3 P_m \sin\omega t}{2mL}$$

معادله دینامیکی

$$\omega = 120 \times 2\pi \times \frac{1}{60} = 4\pi$$

$$\frac{2\pi}{T} = \omega \Rightarrow \boxed{T = \frac{1}{2}}$$ طبق از موتور

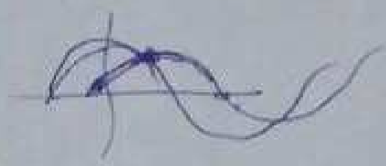
$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} =$ با استفاده از معادلات دینامیکی حل می‌کنیم

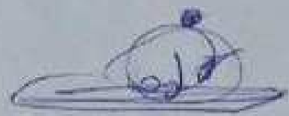
و مقدار ω_d را بدست آوریم

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d}$$

$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \qquad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$





۳ [illegible] میرا

$m\ddot{x} + kx + c\dot{x} = 0$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x + \frac{c}{m}\dot{x} = 0$

$2\zeta\omega_n = \frac{c}{m} \qquad \boxed{2\zeta m\omega_n = c}$

ω_n^2

$\zeta = 1$ بحرانی

$x = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$

$\lambda_{1,2} = \omega_n\left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)$

$x = Ce^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t + \varphi) \qquad \zeta < 1$

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \qquad \tau_d = \frac{2\pi}{\omega_d}$

واداشته

$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F_0 \sin\omega t}{m}$

$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{kb \sin\omega t}{m}$

$\ddot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F_0 \sin\omega t}{m}$

$x_p = X\sin\omega t \qquad X = \frac{\frac{F_0}{k}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \qquad M = \frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$

ضریب تشدید

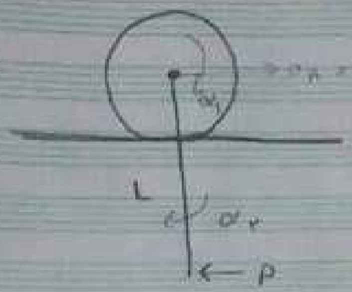
$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F_0}{m}\sin\omega t$

kb

$\varphi = tg^{-1}\left(\frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right)$

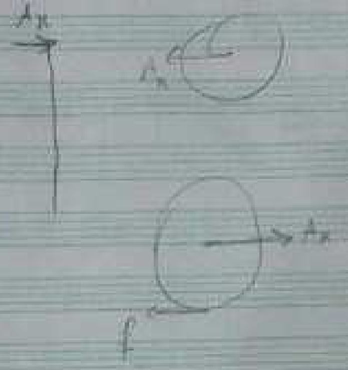
$X = \frac{\frac{F_0}{k}}{\left[\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$

$-\zeta\omega_n t$ ...



$$PL = \frac{1}{12} m L^2 \alpha_2 + \left(\frac{mL^2}{4}\alpha_2 - m r \alpha_1 \frac{L}{2}\right)$$

$$\boxed{P - A_x = m\left(\frac{L}{2}\alpha_2 - r\alpha_1\right)}$$



$$fr = \frac{1}{2} m r^2 \alpha_1 \quad f = \frac{1}{2} m r \alpha_1$$

$$\boxed{A_x - \frac{1}{2} m r \alpha_1 = m r \alpha_1}$$

$$P - \frac{1}{2} m r \alpha_1 = \frac{mL}{2}\alpha_2 - \cancel{mr\alpha_1} + \cancel{mr\alpha_1}$$

$$LP = \frac{1}{2} m r L \alpha_1 + \frac{mL^2}{2}\alpha_2 = \frac{1}{12} m L^2 \alpha_2 + \frac{1}{4} m L^2 \alpha_2 - m r \alpha_1 \frac{L}{2}$$

$$\cancel{m} r \cancel{L} \alpha_1 = \left(\frac{1}{3} m L^2 - \frac{1}{2} m L^2\right)\alpha_2$$

$$= -\frac{1}{6} \cancel{m} \cancel{L^2} \alpha_2$$

$$L$$

$$\boxed{r\alpha_1 = -\frac{1}{6} L \alpha_2}$$

$$pL = \frac{1}{2} m L a_x + \frac{mL^2}{2}\left(\frac{-6 a_x}{L}\right)$$

$$= \frac{1}{2} m L a_x + \frac{-6}{2}\frac{mL^2}{6} a_x$$

$$-\frac{5}{2} mL \qquad \frac{2}{5}\frac{P}{m} = a_x$$

$$-\frac{2}{5}\frac{P}{m}$$

$$x = \frac{\frac{3}{2}\frac{P_m \ell}{KL}}{\left[\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^{1/2}}$$

همه ی مقادیر رابطه ی بالا از معادله ی دینامیکی بدست می آید به غیر از P_m

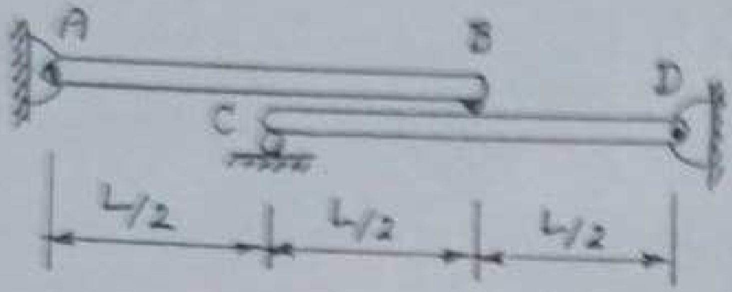
برای بدست آوردن P_m می دانیم که جسم نامتعادل به موتور وصل شده و باعث نامتوازنی موتور شده

و داریم:

$$P_m = \underbrace{m}_{\text{جرم جسم نامتعادل پایین}} r\omega^2 =$$

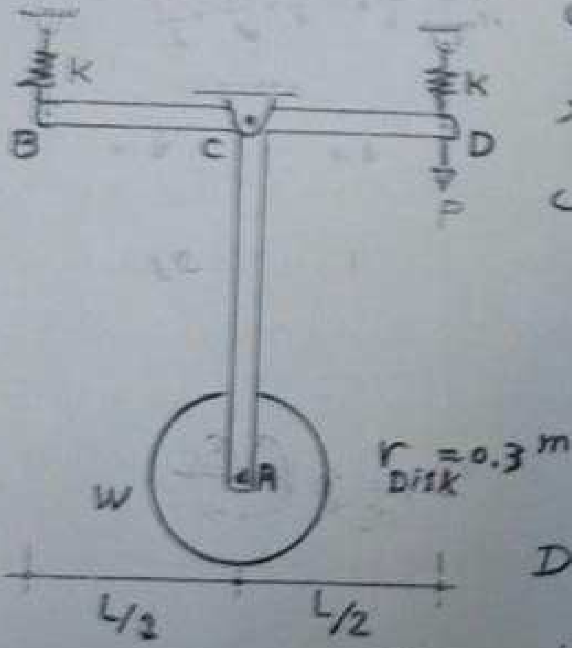
۴) دو میله یکسان AB و CD به طول L و جرم m مطابق شکل زیر در حال تعادل قرار گرفته‌اند. ناگهان تکیه‌گاه متصل به انتهای C برداشته می‌شود. مطلوبست تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاه‌های A و D درست پس از برداشته شدن تکیه‌گاه C.
- زائده متصل به B بدون جرم و بدون اصطکاک فرض شود.

(۱۰ ن)



۵) میله پاندول T شکل که از جوش شدن دو میله عمود بر هم ساخته شده است، توسط دو فنر با ثابت k در دو انتهای B و D و یک تکیه‌گاه مفصلی در نقطه C مطابق شکل واقع شده است. هر یک از میله‌ها دارای طول $L=1.2^m$ و جرم 10^{kg} می‌باشند. دیسک W به جرم 25^{kg} در دو حالت: الف) جوش شده و ب) مفصلی در نقطه A قرار دارد. اگر نیروی $p=26^N$ را به نقطه D اعمال نماییم، این نقطه به اندازه 20^{mm} جابجا خواهد شد. در صورت برداشتن ناگهانی نیروی P، پاندول شروع به نوسان می‌کند. پریود طبیعی نوسان پاندول و حداکثر سرعت نقطه A را در دو حالت قید شده بدست آورید.

(۱۲ ن)



معادلات (یادآوری):

$= \dot{r}$ $\quad v_t = \rho\dot{\theta}$ $\quad e = \dfrac{(v'_B)_n-(v'_A)_n}{(v_A)_n-(v_B)_n}$

$= r\dot{\theta}$ $\quad a_n = \rho\dot{\theta}^2$

$= \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ $\quad a_t = \rho\ddot{\theta} + \dot{\rho}\dot{\theta}$ $\quad I_{bar} = \frac{1}{12}mL^2 \;,\; I_{Disk} = \frac{1}{2}mr^2$

$= r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$ $\quad g = 10 \ \mathrm{m/sec^2}$ $\quad I_{sphere} = \frac{2}{5}mr^2$

$= \vec{\omega}\times\vec{r} + \vec{v}_{rel}$

$= \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) + 2\vec{\omega}\times\vec{v}_{rel} + \vec{a}_{rel}$

$\left\{\begin{aligned} x_m &= \frac{P_0/k}{\sqrt{(1-\beta^2)^2+(2\xi\beta)^2}} \\ \tan\phi &= \frac{2\xi\beta}{1-\beta^2} \end{aligned}\right.$

$) = e^{-\xi\omega_n t}(A\sin\omega_d t + B\cos\omega_d t) + x_m\sin(\omega t-\phi)$

$\beta = \frac{\omega}{\omega_n}$

نشان می‌دهیم $\Sigma F_r = m(\ddot r - r\dot\theta^2) = 0$

ب $\Rightarrow \ddot r = r\dot\theta^2$

$a\,ds = v\,dv$

$$\int_0^{v'} v\,dv = \int_0^{0.3} r\dot\theta^2\,dr$$

$$\Rightarrow \frac{v'^2}{2} = \dot\theta^2\left(\frac{(0.3)^2}{2} - 0\right) \Rightarrow \boxed{v' = 0.3\dot\theta = 0.3\omega} = 2\pi$$

سرعت شعاعی

عکس‌العمل نیروی وارده

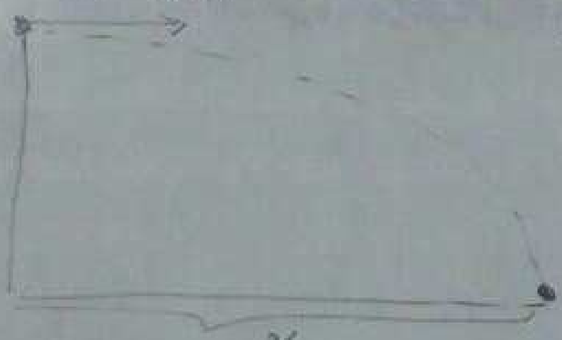
$$a_\theta = r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta$$

$\ddot\theta = 0$ چون ثابت است

$$\Rightarrow P = m a_\theta = m\left(0 + 2\times 2\pi \times \left(\frac{20\pi}{3}\right)^2\right) = \boxed{\frac{1600}{9}\pi^3 m}$$ نیروی وارده

$r\omega = 0.3\times\frac{20\pi}{3} = 2\pi$

ب)



$v = 2\pi\sqrt2$

1.8

x

$$\frac12 \times g \times t^2 = 1.8$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{1.8\times 2}{g}$$

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{3.6}{g}}}$$ زمان برخورد به زمین

$$x = Vt + x_0 = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{7.2}{g}}}$$ مسافت افقی پیموده شده

$\cancel{v = 2\pi\sqrt2 \ldots - gt}$

$\cancel{\frac{ds}{dt} = \ldots}$

ج) برای حل این قسمت کافی است معادله‌ی مسیر حرکت را بدست آوریم.

v_0

$y = -\frac12 g t^2$

$x = v_0 t$

$$\rightarrow \boxed{y = -\frac{g}{2v_0^2}x^2}$$

برای واقع A

دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی شریف

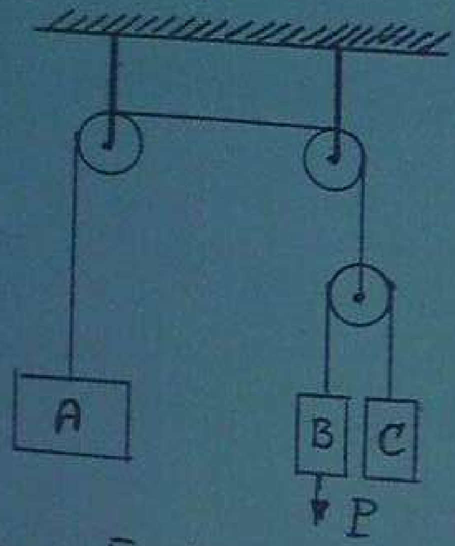
امتحان پایان ترم دینامیک		مدت امتحان: $2\frac{1}{2}$ ساعت
نام و نام خانوادگی:	شماره دانشجویی	

① سیستم مقابل متشکل از وزنه های A ، B و C قبل از اعمال بار P در حال تعادل و سکون قرار داشته است. پس از اعمال بار P به وزنه B، این وزنه مسافت 80 cm را در مدت زمان یک ثانیه می پیماید. اگر از اصطکاک و جرم قرقره ها چشم پوشی شود، مطلوبست: (۸ نمره)

الف - کشش در کابل وزنه A

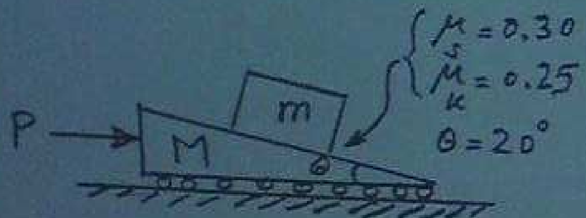
ب - سرعت حرکت وزنه A در پایان یک ثانیه

ج - شتاب نسبی B به C در پایان ثانیه اول



$m_A = 50\ kg$ ، $m_B = m_C = 25\ kg$

② در شکل مقابل، محدوده نیروی اعمالی P را که به ازای آن حرکت m نسبت به گوه M ملغزد، بیابید. از اصطکاک بین گوه و زمین چشم پوشی شود. (۵ نمره)



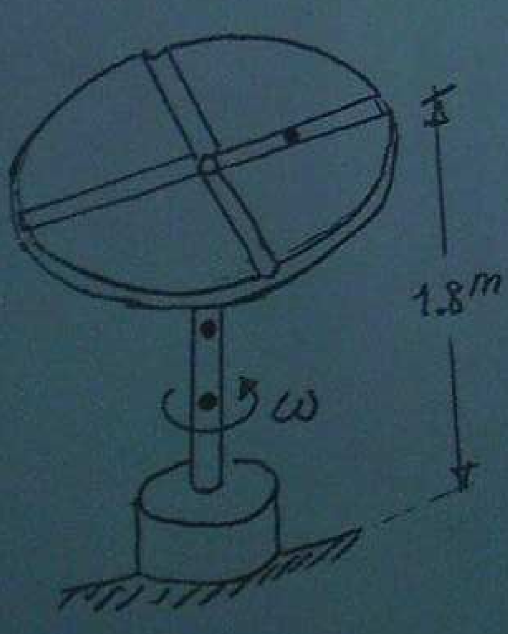
③ در یک دستگاه مطابق شکل روبرو، گلوله هایی از طریق لوله میانی از مرکز دیسک دوار به آرامی (بدون سرعت شعاعی) وارد یکی از شیارهای سطح دیسک شده و سپس به خارج پرتاب می شود. شعاع دیسک 30 cm می باشد و اصطکاک در شیارها ناچیز است.

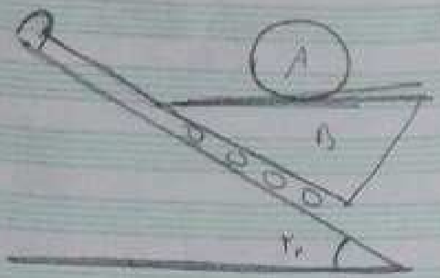
سرعت زاویه ای دیسک برابر $\omega = \frac{20\pi}{3}\ \frac{Rad}{sec}$ می باشد. (۹ نمره)

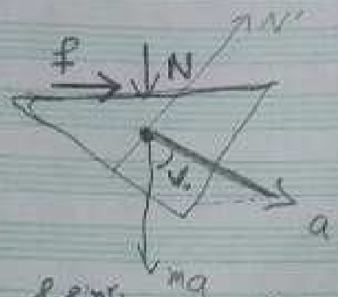
الف) نیروی N را که گلوله به جداره شیار در لحظه جدایی از دیسک وارد میکند، بیابید.

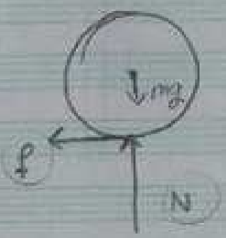
ب) مسافتی را که گلوله در راستای افقی، پس از جدایی از دیسک می پیماید، بدست آورید.

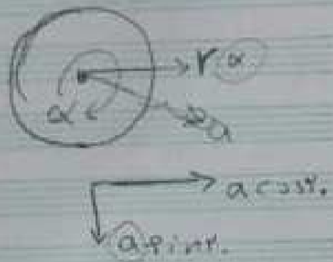
ج) مسافتی را که گلوله پس از جدایی از دیسک در فضا می پیماید، محاسبه نمایید.

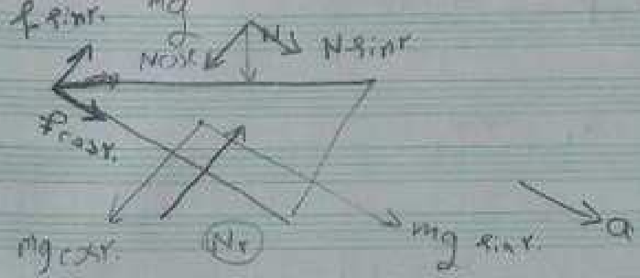












$$\boxed{\begin{aligned} N - mg &= -ma\sin\theta && (1)\\ -f &= mr\alpha + ma\cos\theta && (2)\\ f \times r &= \bar{I}\alpha && (3)\end{aligned}}$$

$$\boxed{Mg\sin\theta + N\sin\theta + f\cos\theta = Ma} \quad (4)$$

$$f = \frac{\bar{I}}{r}\alpha \qquad -\frac{I}{r}\alpha - mr\alpha = ma\cos\theta$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{I}{r} - mr\right)\alpha = m\cos\theta\, a$$

$$\Rightarrow \alpha = -\left(\frac{m\cos\theta}{\frac{I}{r} + mr}\right) a$$

(1)(F) $N\sin\theta - mg\sin\theta = -ma\sin^2\theta$

~~N~~ =

$$p + A_x = m\left(-a_x + \frac{L}{2}\alpha\right)$$

$$p + A_x = \left(-\frac{1}{2}L\alpha + \frac{p}{m} + \frac{L}{2}\alpha\right)$$

$$\cancel{p} + A_x = \frac{1}{4}L\alpha + \frac{p}{m} - p \quad \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{\alpha}L\alpha - \frac{p}{m}\right)$$

$$= \frac{2}{2}m\left(\frac{1}{24}L\alpha - \frac{p}{m}\right)$$

$$\frac{1}{4}L\alpha + \frac{p}{m} = \frac{1}{2}mL\alpha - \frac{p}{2}$$

$$\frac{p}{m} + \frac{1}{2}p = \left(\frac{1}{2}mL - \frac{1}{4}L\right)\alpha$$

$$\frac{\frac{p}{m} + \frac{1}{2}p}{\frac{1}{2}mL - \frac{1}{4}L} = \frac{p\left(\frac{4}{m} + 2\right)}{L(2m-1)} = \alpha$$

$$\frac{p\left(\frac{2}{m} + 1\right)}{2m - 1} - \frac{p}{m}$$

$$= \alpha$$

$$\boxed{\left(M - \frac{m^2 r\cos^2\theta}{\frac{I}{r} + mr} + m\cos^2\theta + m\sin^2\theta\right)a = mg\sin\theta + Mg\sin\theta}$$

$$+\, ma\cos\theta\,)\cos\theta = mg\sin\theta - ma\sin^2\theta$$

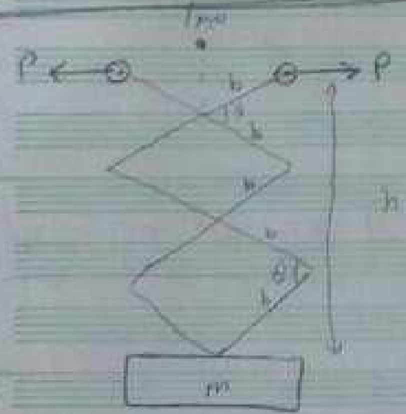
$$ds = \left(\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\right)dx = \left(\sqrt{1+4Ax}\right)dx$$

$$\Rightarrow \int_0^s ds = \int_0^{2\pi\sqrt{\frac{2h}{g}}} \sqrt{1+4Ax}\; dx = \left[\frac{1}{6A}(1+4Ax)^{3/2}\right]_0$$

*

$$\int \sqrt{1+4Ax}\; dx = \frac{1}{6A}(1+4Ax)^{\frac{3}{2}}$$

تا اینجا — انتگرال به دست آمده حدود را با دادن مقدار A را جایگذاری و s را به دست
بیاورید



$x = b\cos\frac{\theta}{2}$

$y=h = 5b\sin\frac{\theta}{2}$

می‌دانیم $\Delta T + \Delta V = \underset{\text{نیروهای خارجی}}{\Delta U}$

$$\Rightarrow dT + dV = dU$$

$$dT = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = mv\,dv = ma\,dy$$

$v\,dv = a\,dy$

$$= ma\left(\frac{5b}{2}\cos\frac{\theta}{2}\,d\theta\right) \quad (1)$$

$$dV = d(mgh) = mg\,dy = mg\left(\frac{5b}{2}\cos\frac{\theta}{2}\,d\theta\right) \quad (2)$$

$$dU = P\,dx = P\left(\frac{-b}{2}\sin\frac{\theta}{2}\,d\theta\right) \quad (3)$$

$$\Rightarrow (1) + (2) = (3)$$

$$\Rightarrow ma\left(\frac{5b}{2}\cos\frac{\theta}{2}\,\cancel{d\theta}\right) + mg\left(\frac{5}{2}b\cos\frac{\theta}{2}\,\cancel{d\theta}\right) = -2P\left(-\frac{b}{2}\sin\frac{\theta}{2}\,\cancel{d\theta}\right)$$