خلاصه فیزیک

Ch 09 : linear Momentum , Impact

① اندازه حرکت خطی

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt = (m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1)$$

② بقای اندازه حرکت

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

③ برخورد کاملاً الاستیک : $\sum KE_{\text{قبل برخورد}} = \sum KE_{\text{بعد برخورد}}$

$(e=1)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v_A'^2 + \frac{1}{2} m_B v_B'^2$$

$(e=0)$

برخورد کاملاً غیر الاستیک : $v'_A = v'_B = v'$ دو جسم به همدیگر می‌چسبند

Ch 10: Rotation, Moment of Inertia, Rigid Body

(۱)

$$\underbrace{\Sigma \vec{F}}_{\text{مجموع نیروهای خارجی}} = M \underbrace{\vec{a}_c}_{\text{شتاب مرکز جرم}}$$

$$\underbrace{\Sigma \vec{M}}_{\text{مجموع گشتاورها}} = \underbrace{I}_{\text{ممان اینرسی}} \underbrace{\vec{\alpha}}_{\text{شتاب زاویه‌ای}}$$

★ دقت: رابطه اویلر ($\Sigma \vec{M} = I \vec{\alpha}$) فقط در دو نقطه قابل استفاده است: ۱- مرکز جرم ۲- نقطه‌ی ثابتی که جسم حول آن دوران می‌کند.

---

(۲)

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad , \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad , \quad \omega d\omega = \alpha d\theta$$

---

(۳) انرژی جنبشی جسم صلب که دوران می‌کند:

$$KE = \frac{1}{2}\omega^2 \underbrace{\Sigma m_i r_i^2}_{\text{ممان اینرسی } (I)} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

انرژی جنبشی:
- خطی $\frac{1}{2} m v^2$
- دورانی $\frac{1}{2} I \omega^2$

برای جسم صلب داریم:

$$W = \Delta PE + \Delta KE$$

$$\Delta KE: \quad \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v_c^2$$

---

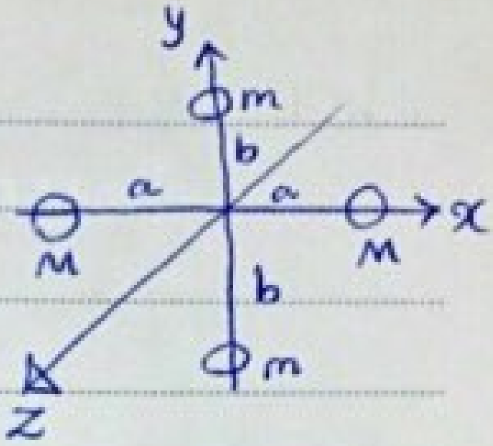
(۴) محاسبه I : ممان اینرسی.

۱) برای اجسام جدا از هم $I = \Sigma m_i r_i^2$

$$I_{xx} = mb^2 + mb^2$$

$$I_{yy} = Ma^2 + Ma^2$$

$$I_{zz} = I_{xx} + I_{yy}$$



۲) برای اجسام پیوسته $I = \int r^2 \, dm$

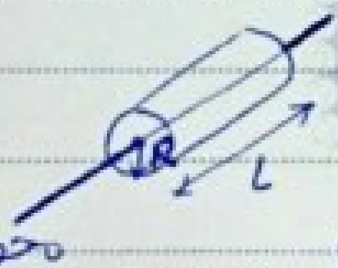
$$I_{yy} = \int x^2 \, dA$$

$$I_{xx} = \int y^2 \, dA$$

★ $\boxed{\text{ارتفاع} \times \text{مساحت} \times \text{چگالی} = \text{جرم}}$ $\longleftrightarrow$ $\boxed{\rho A L = M}$

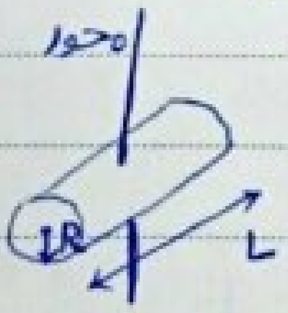
ممان اینرسی برای چند جسم

۱) استوانه توپر یا قرص حول محور مرکزی



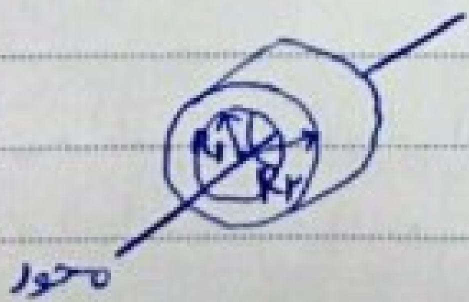
$$\boxed{I = \frac{1}{2} M R^2}$$

۲) استوانه توپر یا قرص حول قطر مرکزی



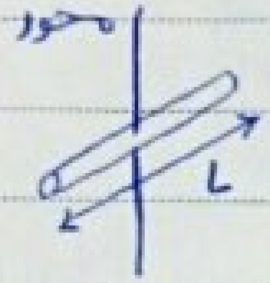
$$\boxed{I = \frac{1}{4} M R^2 + \frac{1}{12} M L^2}$$

۳) پوسته استوانه‌ای حول محور مرکزی



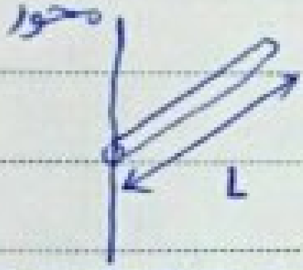
$$\boxed{I = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2)}$$

۴) میله باریک حول محوری که از مرکز آن می‌گذرد و بر طول آن عمود است



$$\boxed{I = \frac{1}{12} ML^2}$$

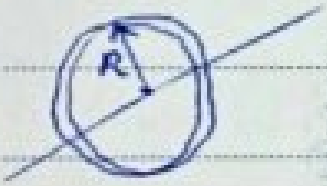
۵) میله باریک حول یک انتهای آن



$$\boxed{I = \frac{1}{3} ML^2}$$

---

۶) حلقه حول محور مرکزی



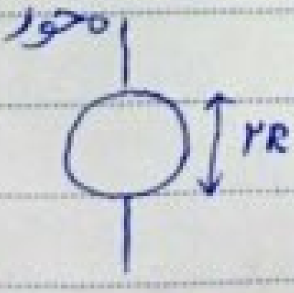
$$\boxed{I = MR^2}$$

۷) حلقه حول قطر مرکزی

$$\boxed{I = \frac{1}{2} MR^2}$$

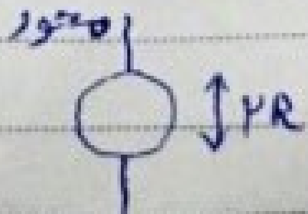
---

۸) کره توپر حول هر قطر



$$\boxed{I = \frac{2}{5} MR^2}$$

۹) پوسته نازک کروی حول هر قطر



$$\boxed{I = \frac{2}{3} MR^2}$$

۵) قضیه محورهای موازی

اگر ممان اینرسی جسمی را نسبت به محور مثلاً x'' بدانیم و بخواهیم ممان اینرسی همان جسم را نسبت به محوری موازی با محور اولیه (که نام آن را محور مثلاً X'' می‌گذاریم) به دست آوریم، می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$\boxed{I = I_{com} + Mh^2}$$

$$I_{XX} = I_{xx} + Mh^2$$

h: فاصله عمودی بین دو محور موازی

M: جرم کل جسم

۶) یادآوری فرمول‌های شتاب

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e_t} + \frac{v^2}{\rho}\vec{e_n}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e_r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{e_\theta}$$

۷) رابطه شتاب خطی و شتاب زاویه‌ای

$$|a| = r|\alpha| \quad , \quad \vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$$

رابطه سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای

$$\boxed{v = r\omega}$$

۸) مبحث جرم متغیر (راکت، انفجار، حجم کنترل)

Date:

اگر Δm با سرعت V_e نسبت به راکت خارج شود:

$$V_{abs\,\Delta m} = V_{\Delta m / Rocket} + V_{Rocket}$$

سرعت مطلق جرم Δm

$$= -V_e + V = V - V_e$$

قانون بقای اندازه حرکت:

$$(M+\Delta m)V = M(V + \underbrace{\Delta V}_{\text{تغییر سرعت ناشی از تغییر جرم}}) + \Delta m(V - V_e)$$

$$\Rightarrow M\,\Delta V = V_e\,\Delta m \xrightarrow{\text{دیفرانسیلی}} \boxed{M\,dV = V_e\,dm}$$

با جداسازی متغیرها و انتگرال گیری داریم:

$$\boxed{\underbrace{V_2 - V_1}_{\text{تغییر سرعت راکت}} = \underbrace{V_e}_{\text{سرعت خروج جرم از راکت}} \ln \frac{M_1}{M_2}}$$

M_1: جرم اولیه راکت

M_2: جرم ثانویه راکت

نیروی جلوبرنده:
$$F = ma = m\frac{dV}{dt} = \frac{V_e\,dm}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = V_e \times \frac{dm}{dt}}$$

در انفجار، اندازه حرکت ثابت می‌ماند یعنی MV کل جرم، برابر MV هریک از جرم های تکه شده است.

$$\boxed{M\vec{V} = \sum m_i \vec{V}_i}$$

نیروی وارد بر حجم کنترل

$$\boxed{\sum \vec{F} = \sum \dot{m}_{\text{خروجی}} \vec{V}_{\text{خروجی}} - \sum \dot{m}_{\text{ورودی}} \vec{V}_{\text{ورودی}}}$$

★ نکته ۱: هنگام نوشتن معادله برای هر مؤلفه‌ی محوره $\sum F$ ممکن است نیروهای مختلفی را شامل شود نه فقط نیروی وارد بر تکیه‌گاه.

★ نکته ۲: دقت کن سؤال نیروی وارد بر چه چیزی را می خواهد.

Ch 11: Rigid body motion, Moment, Moment of Momentum

رابطه‌ی سرعت دو نقطه از جسم صلب در حرکت کل جسم:

$$\boxed{\vec{V}_A = \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{V}_B}$$

رابطه شتاب:

$$\boxed{\vec{a}_A = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{a}_B}$$

★ هرچه نقطه به مرکز دوران نزدیک باشد، r آن کوچکتر و سرعتش نیز کمتر می‌شود.

★ قرار دادن جرم در جای دورتری نسبت به محور دوران، موجب افزایش ممان اینرسی می‌شود.

اندازه حرکت زاویه‌ای:

$$\boxed{\vec{H} = \vec{r} \times m\vec{V} = \underbrace{I}_{\text{ممان اینرسی}}\ \underbrace{\omega}_{\text{سرعت زاویه‌ای}}\ \hat{k}}$$

اندازه حرکت خطی $m\vec{V}$

اندازه حرکت زاویه‌ای $I\vec{\omega}$

گشتاور زاویه‌ای:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) = \boxed{I\vec{\alpha}}$$

گشتاور خطی $\vec{r} \times \vec{F}$

گشتاور زاویه‌ای $I\vec{\alpha}$

گشتاور ← در جهت عقربه‌های ساعت: −

در جهت خلاف عقربه‌های ساعت: +

$\vec{\omega}$ ← بستن پیچ ← هم‌جهت با محور پیچ

Ch 18 : Heat

$$\boxed{\dot{Q} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x}}$$

انتقال حرارت به روش هدایت

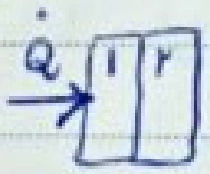
Conduction

$\dot{Q}$: شدت انتقال حرارت

k : ضریب انتقال حرارت به روش هدایت

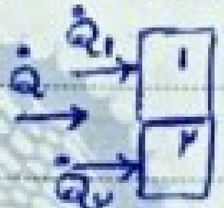
$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta T = \left(\frac{\Delta x}{kA}\right)\dot{Q}} \rightarrow \dot{Q} = \frac{\Delta T}{R}$$

$\left(R = \frac{\Delta x}{kA}\right)$ مقاومت هدایتی



$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2$

$R_T = R_1 + R_2$



$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2$

$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

$$\boxed{\dot{Q} = hA\Delta T}$$

انتقال حرارت به روش همرفت

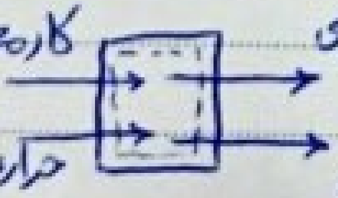
Convection

$$\boxed{\Delta T = \left(\frac{1}{hA}\right)\dot{Q}}$$

$\left(R = \frac{1}{hA}\right)$ مقاومت همرفتی

کار مصرفی ⊖

حرارت مصرفی ⊕



حرارت تولیدی ⊖

کار تولیدی ⊕

حرارت تولیدی و کار مصرفی از سیستم خارج می‌شوند و می‌دانیم علامت خروج از سامانه منفی است.

Date:

جزء کار $= \delta W = (PA)\,dL = P\,dV$

ثابت $P \Rightarrow \boxed{W = \int P\,dV}$

دما ثابت
گاز ایده آل $\Rightarrow P = \frac{nRT}{V} \Rightarrow \boxed{W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}}$

اصل اول ترمودینامیک $\boxed{Q - W = \Delta E}$

برای چرخه: $Q - W = 0 \Rightarrow \boxed{\Sigma Q_i = \Sigma W_i}$

★ W در اینجا همواره کار خود دستگاه است.

★ سطح زیر نمودار $P-V$، کار است. در مورد علامت کار اگر:
$\Delta V > 0 \rightarrow W > 0$ و $\Delta V < 0 \rightarrow W < 0$

انبساط گرمایی $\boxed{\Delta L = \alpha L_0 \Delta T}$

ضریب انبساط خطی

$\boxed{\Delta V = \beta V_0 \Delta T}$

ضریب انبساط حجمی $\beta = 3\alpha$

Ch 19: Gases

$$\boxed{PV = nRT}$$ معادله گاز ایده آل

فشار مطلق ← P ، T → دمای مطلق

$$P_g = P_{abs} - P_{atm}$$

فشار نسبی   فشار مطلق

ثابت جهانی گازها $R = $ ۸٫۳۱۴ $J/molK$

$PV = mR_gT$ $R_g =$ ثابت گاز $=$ ۸٫۳۱۴ / جرم مولی گاز

میانگین توان دوم سرعت‌ها ← $(v^2)_{avg} = v^2_{rms}$

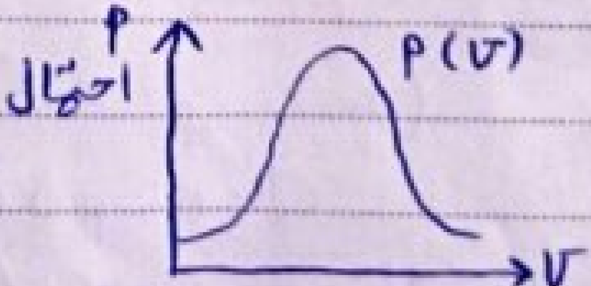
$$\boxed{\sqrt{(v^2)_{avg}} = v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}}$$

M → جرم مولی گاز

v_{rms}: root mean square speed

$$\boxed{v_{avg} = \int_0^\infty v\, p(v)\, dv} = \int \left(\text{سرعت} \times \text{درصد هم سرعت}\right)$$

$$\boxed{(v^2)_{avg} = \int_0^\infty v^2\, p(v)\, dv}$$



همواره: $\int_0^\infty p(v)\, dv = 1$

$$\boxed{v_p = \sqrt{\frac{۲RT}{M}}}$$

محتمل ترین سرعت

$$\boxed{\sqrt{(v^۲)_{avg}} = v_{rms} = \sqrt{\frac{۳RT}{M}}}$$

$$\boxed{v_{avg} = \sqrt{\frac{۸RT}{\pi M}}}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}\,dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

گرمای ویژه در فرآیند حجم ثابت (برحسب مول)

$$Q = n\,C_v\,\Delta T$$

$$Q - W = \Delta E_{int}$$

حجم ثابت $\rightarrow W = ۰ \rightarrow \quad \Delta E_{int} = nC_v\,\Delta T$

گرمای ویژه در فرآیند فشار ثابت (برحسب مول)

$$Q = nC_p\,\Delta T$$

$$Q - W = \Delta E_{int} \rightarrow nC_p\,\Delta T = p\,\Delta V + n\,C_v\,\Delta T$$

در مورد گاز ایده آل $\Rightarrow \quad \boxed{C_p = C_v + R}$

Date:

Subject:

فرآیند دما ثابت	فرآیند حجم ثابت	فرآیند فشار ثابت
$\boxed{Q = W}$	$\boxed{Q = \Delta E_{int}}$	$\boxed{W = p\Delta V}$
$\boxed{W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}}$	$\boxed{W = 0}$	$Q - W = \Delta E_{int}$

فرآیند آدیاباتیک

$\boxed{PV^{\gamma} = cte}$ $\boxed{Q = 0}$

$\boxed{\gamma = \frac{C_p}{C_v}}$ $\boxed{TV^{\gamma - 1} = cte}$

شکل دیفرانسیلی قانون اول $\boxed{\delta Q - \delta W = dE_{int}}$

مثلاً برای فرآیند حجم ثابت داریم: $dE_{int} = nC_v dT$

$\Rightarrow \boxed{E_{int} = \int nC_v dT}$

$$\boxed{K_{avg} = \frac{3}{2} kT}$$

K_{avg}: انرژی جنبشی میانگین

k: $\frac{R}{N_A} = \frac{8.314}{6.02 \times 10^{23}}$

T: دمای مطلق

	C_v
گاز تک‌اتمی	$\frac{3}{2}R$
گاز دواتمی	$\frac{5}{2}R$
گاز چنداتمی	$3R$

Scanned by CamScanner

Ch 20 : انتروپی

تغییر انتروپی $dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{Rev} \rightarrow \boxed{\delta Q = T\,dS}$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T}}$$

$$\delta Q - \delta W = dE_{int}$$

$$T\,dS - p\,dV = nC_v\,dT$$

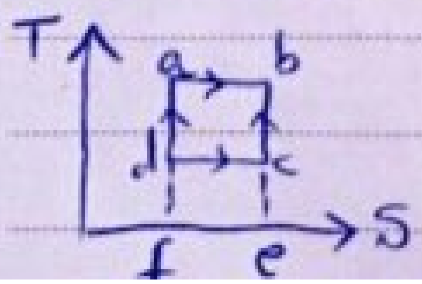
$$\Rightarrow dS = nR\frac{dV}{V} + nC_v\frac{dT}{T}$$

انتگرال $\Rightarrow \boxed{S_2 - S_1 = nR\ln\frac{V_2}{V_1} + nC_v\ln\frac{T_2}{T_1}}$

$$\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} \qquad \eta_{car} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

$COP = \frac{Q_L}{W}$ (ضریب عملکرد) $\qquad COP_{car} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$

سیکل کارنو: شامل دو فرایند دما ثابت Rev و
دو فرآیند آدیاباتیک (انتروپی ثابت) Rev



در نمودار دما - انتروپی:

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{S_{abcd}}{S_{abef}}$$

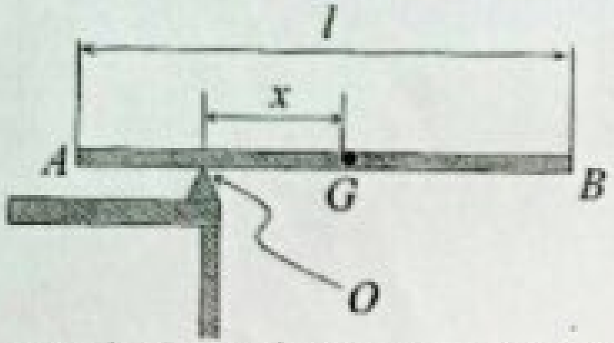
امتحان پایان ترم فیزیک1 پردیس دانشکده های فنی
نام و نام خانوادگی

نیمسال اول تحصیلی 89 – 88
مدت امتحان *1.0hr & 15min*

استفاده از مداد و اتود و موبایل مجاز نیست.

استفاده از ماشین حساب شخصی (نه مشترک) مجاز است.

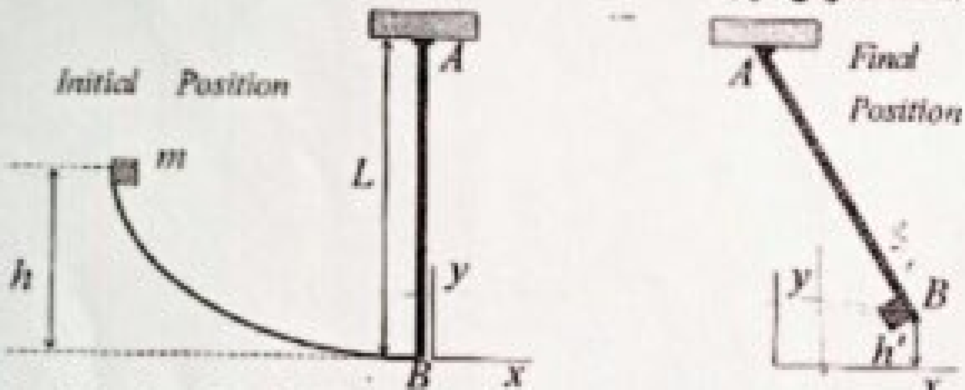
1– یک میله نازک یکنواخت AB از حالت سکون بصورت افقی رها می شود. x چه مقدار باشد تا شتاب زاویه ای ماکزیمم شود. مقدار شتاب زاویه ای حداکثر را بدست آورید.



2– میله AB به طول L و چگالی خطی (kg/m) $\lambda = 3y$ را در نظر بگیرید که در نقطه A به تکیه گاه بالائی لولا شده و می تواند آزادانه حول آن گردش نماید. چنانچه میله در ابتدا بصورت نشان داده شده (عمودی) قرار داشته باشد:

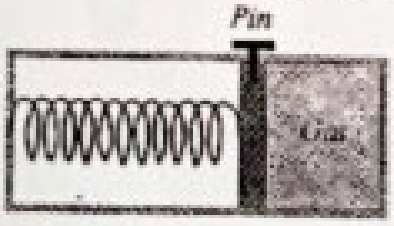
a) ممان اینرسی آنرا حول نقطه A محاسبه کنید.

b) اگر طبق شکل جرم m از ارتفاع h مطابق شکل رها شود و در انتهای مسیر به میله برخورد کند و به آن بچسبد، میله و جسم تا چه ارتفاعی (h') بالا می روند. همه سطوح را بدون اصطکاک فرض کنید.



3– محفظه سمت راست سیلندر نشان داده شده با یک کیلوگرم گاز یک اتمی در فشار $P_1 = 1atm$ و دمای $T_1 = 300K$ پر شده است. یک پیستون بدون جرم گاز را از محفظه سمت چپ آن که خلاء است، جدا می کند. محفظه سیلندر عایق می باشد. از ظرفیت حرارتی سیلندر، پیستون و فنر صرف نظر کنید. پیستون ابتدا توسط پینی به سیلندر متصل و ثابت شده است. در ابتدای فرایند، با در آوردن پین، پیستون اجازه حرکت پیدا می کند. با فرض اینکه زمانی که سیستم به حالت تعادل می رسد، حجم نهایی گاز 2 برابر حجم اولیه باشد، دمای نهائی گاز (T_2) و فشار نهائی گاز (P_2) را پیدا کنید. برای گاز های تک اتمی $C_v = 1.5R$ است.

Insulated Cylinder



4– گاز ایده آل از فشار اولیه (P_o) و حجم اولیه (V_o) ، تحت انبساط آزاد به حجم $V_2 = 4V_o$ و فشار P_2 می رسد:

a) مطلوبست نسبت $\frac{P_2}{P_o}$

b) سپس این گاز تحت فرایند بی دررو فشرده شده و به حالت نهائی $V_3 = V_o$ و $P_3 = 4^{0.4} P_o$ می رسد. این گاز چند اتمی است.

c) نسبت انرژی جنبشی نهائی به انرژی اولیه چقدر است؟

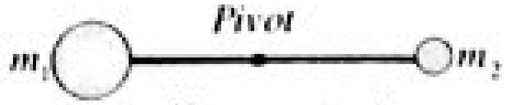
موفق باشید. مجد- قلی زاده- مداح

امتحان پایان ترم فیزیک۱ پردیس دانشکده های فنی
نام و نام خانوادگی

نیمسال اول تحصیلی 91 - 90
مدت امتحان 1.0hr & 10min

استفاده از مداد و اتود و موبایل مجاز نیست. استفاده از ماشین حساب شخصی (نه مشترک) مجاز است.
به سئوالات دانشجو در طی برگزاری امتحان پاسخی داده نخواهد شد(فهم سئوال بخشی از حل آن است).
نمره تمام پرسشها یکسان است

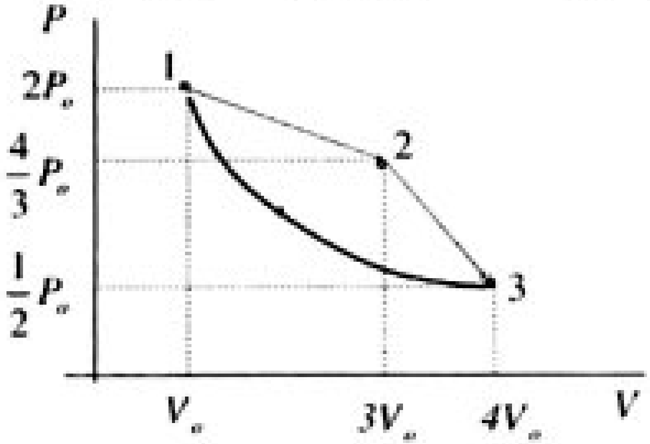
1- به دو انتهای یک میله سبک بدون وزن به طول L که از مرکزش (Pivot) لولا شده است و میتواند آزادانه حول آن در صفحه قائم بچرخد، اجرام نقطه‌ای m_1 و m_2 $(m_2 < m_1)$ متصل شده‌اند. این مجموعه که از ابتدا در حالت افقی قرار گرفته است، حرکت چرخشی خود را آغاز می کند. سرعت زاویه‌ای چرخش و نیروی وارد بر لولا را در لحظه‌ای که میله برای بار اول، از وضعیت قائم عبور میکند، بیابید.



2- لختی دورانی میله نیمدایره‌ای به جرم M و طول L را، نسبت به محور عمود بر صفحه نیمدایره و گذرا از نقطه A بدست آورید. هرگاه این میله نیمدایره‌ای، حرکت دورانی چرخشی خود را حول A با سرعت‌زاویه‌ای ω_0 آغاز نموده و در حین دوران تغییر شکل یافته و بصورت یک خط راست درآید، سرعت زاویه‌ای نهایی آن را بیابید. انرژی جنبشی این میله، در طی مدت این تغییر شکل(با حذف گشتاور نیروهای خارجی) چه تغییری خواهد داشت؟

3- دو قطعه مشابه (به جرم m و ظرفیت گرمایی ویژه C) که دماهای اولیه آنها T_1 و T_2 است، در یک محفظه ایزوله (عایق‌بندی شده)، در کنار هم قرار داده میشوند. تغییر آنتروپی سیستم را پس از به تعادل رسیدن آن دو بیابید.

4- یک گاز ایده‌آل تک‌اتمی در چرخه زیر، کار می‌کند. بازده این چرخه را بیابید.
(فرآیندهای $2 \to 1$ و $3 \to 2$، خط مستقیم بوده و فرآیند $1 \to 3$ بصورت تک‌دماست. P_o و V_o مقادیر ثابت می باشند)



" شاید نتوان به گذشته بازگشت و آغازی زیبا ساخت، ولی میتوان اکنون آغاز کرد و پایانی زیبا ساخت "
پیروز، شاداب و سربلند باشید
گروه اساتید فیزیک پردیس فنی دانشگاه تهران

بسمه تعالی

دانشگاه تهران

پردیس دانشکده های فنی

گروه علوم پایه مهندسی | مدرس | آزمون درس: فیزیک 1 (پایان ترم)

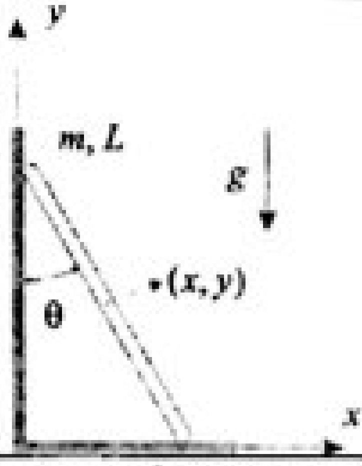
تاریخ آزمون: 1391/10/24 | ساعت آزمون: 8:00 | مدت آزمون: 90 دقیقه

نیمسال اول سال تحصیلی: 92-1391 استفاده از کتاب یا جزوه درسی و ماشین حساب مجاز نیست

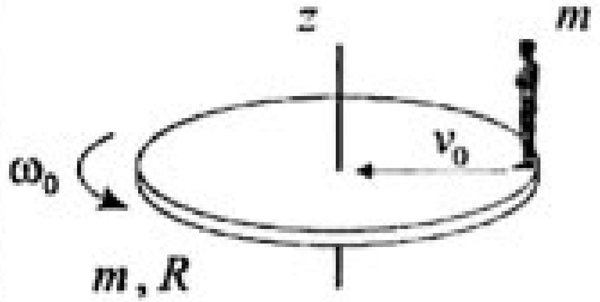
ردیف	نام و نام خانوادگی دانشجو:	شماره دانشجویی:	نمره

1 میله‌ای یکنواخت به جرم m و طول L در زاویه θ همانند شکل کنار دیواری قرار داده می‌شود. هر دو تکیه‌گاه میله بدون اصطکاک می‌باشد. شتاب زاویه‌ای میله را در همان لحظه شروع به حرکت، بیابید. **راهنمایی:** مکان مرکز جرم میله در روابط زیر صدق می‌کند.

$$x = L/2 \sin\theta,$$
$$y = L/2 \cos\theta$$



2 الف) دیسکی به جرم m و شعاع R در نظر بگیرید که چگالی آن تابعی از شعاع به صورت $\rho=br$ می‌باشد که b عددی ثابت است. نشان دهید لختی دورانی این دیسک برابر $I = \frac{3}{5}mR^2$ می‌باشد.



ب) شخصی به جرم m (هم جرم با دیسک) روی محیط این دیسک قرار دارد. در ابتدا شخص و دیسک هر دو با سرعت زاویه‌ای ω_0 حول محور دیسک (محور z) دوران می‌کنند. در لحظه‌ای شخص در راستای شعاع به سمت محور حرکت می‌کند. پس از رسیدن شخص به محور سرعت زاویه‌ای چقدر خواهد شد؟ لختی دورانی دیسک در قسمت الف داده شده‌است.

ج) اگر در قسمت قبل سرعت حرکت شخص به سمت محور، سرعت ثابت v_0 باشد، هنگامی که شخص در فاصله r از محور قرار دارد، شتاب زاویه‌ای چقدر است؟

3 توزیع سرعتهای یک گاز از رابطه ی زیر پیروی می کند:

$$P(v) = \begin{cases} c_0 v^2 & 0 < v < v_0 \\ 0 & v > v_0 \end{cases}$$

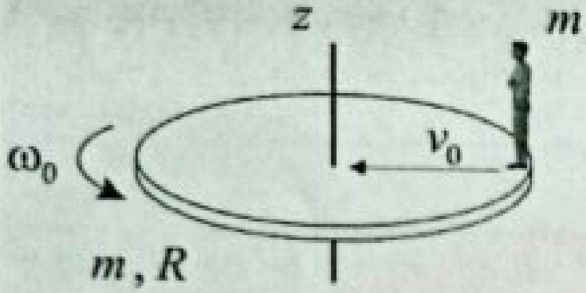
الف) مقدار c_0 را بیابید.

ب) سرعت میانگین $\bar{v}$ و v_{rms} را بیابید و نشان دهید که $v_{rms} > \bar{v}$

4 الف) نشان دهید که شیب منحنی های بی دررو در نمودار P-V یک گاز ایده آل همواره از شیب منحنی های تکدما بیشتر است.

ب) فرض کنید از فشار و حجمی دلخواه گازی ایده آل را تحت یک فرآیند بازگشت پذیر تکدما افزایش حجم می دهیم و سپس گاز را به حالت اول برگردانده و همان افزایش حجم را این بار تحت یک فرآیند بی دررو به گاز اعمال می کنیم. در کدام یک از فرآیندها کار بیشتری انجام می شود؟

۲ الف) دیسکی به جرم m و شعاع R در نظر بگیرید که چگالی آن تابعی از شعاع به صورت $\rho=br$ می‌باشد که b عددی ثابت است. نشان دهید لختی دورانی این دیسک برابر $I=\frac{3}{5}mR^2$ می‌باشد.



ب) شخصی به جرم m (هم جرم با دیسک) روی محیط این دیسک قرار دارد. در ابتدا شخص و دیسک هر دو با سرعت زاویه‌ای ω_0 حول محور دیسک (محور z) دوران می‌کنند. در لحظه‌ای شخص در راستای شعاع به سمت محور حرکت می‌کند. پس از رسیدن شخص به محور سرعت زاویه‌ای چقدر خواهد شد؟ لختی دورانی دیسک در قسمت الف داده شده‌است.

ج) اگر در قسمت قبل سرعت حرکت شخص به سمت محور، سرعت ثابت v_0 باشد، هنگامی که شخص در فاصله r از محور قرار دارد، شتاب زاویه‌ای چقدر است؟

حل:

الف) ابتدا جرم و سپس لختی دورانی را بر حسب b محاسبه می‌کنیم:

$$m=\int \rho dV=\int_0^R br(2\pi r dr)=2\pi b\int_0^R r^2 dr=2\pi b\frac{R^3}{3}$$

$$I=\int r^2 dm=\int r^2\rho dV=\int_0^R br^3(2\pi r dr)=2\pi b\int_0^R r^4 dr=2\pi b\frac{R^5}{5}$$

بنابراین از دو رابطه فوق داریم:

$$I=\frac{3}{5}mR^2$$

ب) از پایستگی تکانه زاویه‌ای استفاده می‌کنیم. سیستم را شامل شخص و دیسک می‌گیریم:

$$L_i=L_f \Rightarrow \left(\frac{3}{5}mR^2+mR^2\right)\omega_0=\left(\frac{3}{5}mR^2+m(0)^2\right)\omega \Rightarrow \omega=\frac{8}{3}\omega_0$$

ج) مشابه رابطه فوق، وقتی شخص در فاصله r از محور قرار دارد، داریم

$$L_i=L_f \Rightarrow \left(\frac{3}{5}mR^2+mR^2\right)\omega_0=\left(\frac{3}{5}mR^2+mr^2\right)\omega \Rightarrow \omega=\frac{8R^2}{3R^2+5r^2}\omega_0$$

حال از دو طرف نسبت به زمان مشتق می‌گیریم، توجه داریم که فقط r تابعی از زمان است:

$$\alpha=\frac{d\omega}{dt}=-\frac{8R^2\left(10r\frac{dr}{dt}\right)}{\left(3R^2+5r^2\right)^2}\omega_0=-\frac{8R^2\left(10rv_0\right)}{\left(3R^2+5r^2\right)^2}\omega_0=-\frac{80R^2rv_0}{\left(3R^2+5r^2\right)^2}\omega_0$$

3) $p(v)=\begin{cases} c_o v^2 & 0<v<v_o \\ 0 & v>v_o \end{cases}$

$$\int_0^{\infty} p(v)dv=\int_0^{v_o} p(v)dv+\int_{v_o}^{\infty} p(v)dv=\int_0^{v_o} c_o v^2 dv+0=\left[\frac{c_o v^3}{3}\right]_0^{v_o}=\frac{c_o v_o^3}{3}\Rightarrow c_o=\frac{3}{v_o^3} \qquad [1.0]$$

$$v_{avg}=\int_0^{\infty} vp(v)dv=\int_0^{v_o} vp(v)dv+\int_{v_o}^{\infty} vp(v)dv=\int_0^{v_o} c_o v^3 dv+0=\left[\frac{c_o v^4}{4}\right]_0^{v_o}=\frac{c_o v_o^4}{4}=\frac{3v_o}{4} \qquad [0.5]$$

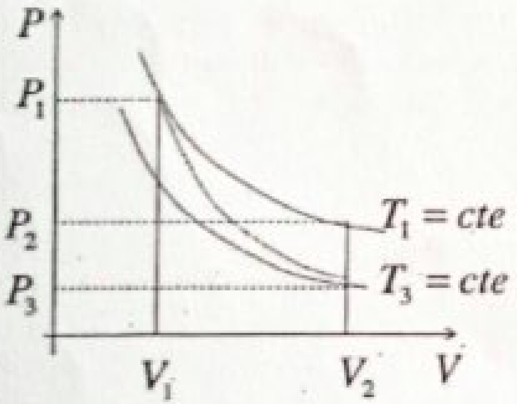
$$(v^2)_{avg}=\int_0^{\infty} v^2 p(v)dv=\int_0^{v_o} v^2 p(v)dv+\int_{v_o}^{\infty} v^2 p(v)dv=\int_0^{v_o} c_o v^4 dv+0=\left[\frac{c_o v^5}{5}\right]_0^{v_o}=\frac{3v_o^2}{5}\Rightarrow v_{rms}=\sqrt{\frac{3}{5}}v_o \qquad [0.5]$$

$$\frac{48}{80}v_o^2>\frac{45}{80}v_o^2\Rightarrow\frac{3}{5}v_o^2>\frac{9}{16}v_o^2\Rightarrow\sqrt{\frac{3}{5}}v_o>\frac{3}{4}v_o \quad or \quad v_{rms}>v_{avg} \qquad [1.0]$$

4) $P_1V_1=P_2V_2=mRT=C_{Isoth}$ [0.25] $P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}=C_{Ad}$ [0.25]

$$\frac{P_1V_1^{\gamma}}{P_1V_1}=\frac{C_{Ad}}{C_{Isoth}}\Rightarrow C_{Ad}=C_{Isoth}V_1^{\gamma-1} \qquad [0.5]$$

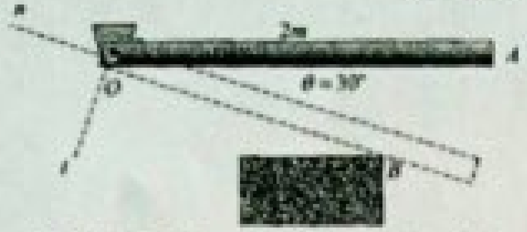
$$\frac{V_1}{V_2}<1\Rightarrow\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}<1\Rightarrow\frac{C_{Isoth}}{V_2}\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}<\frac{C_{Isoth}}{V_2}\times1\Rightarrow\frac{C_{Ad}}{V_2^{\gamma}}<\frac{C_{Isoth}}{V_2} \quad or \quad P_3<P_2 \qquad [1.0]$$



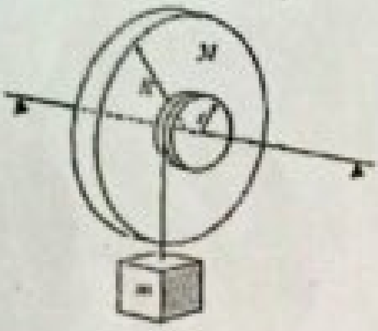
explanation and diagram [0.5]

سطح زیر منحنی همدما در انبساط مورد نظر مسئله بیشتر از سطح زیر منحنی بی در رو است و بنابراین کار همدما بیشتر است. [۰.۵]

1– میله یکنواخت به جرم $20kg$ ، مطابق شکل، از حالت سکون در موقعیت افقی رها می شود و به مانع B اصابت می کند. مولفه t نیروی وارده از سوی لولا O بر میله را قبل از برخورد تعیین کنید.



2– در شکل زیر شتاب جرم m را بیابید. چگالی استوانه ها باهم برابر و ثابت است و جرم مجموع استوانه ها M است.



$$I = I_1 + I_2 = \frac{M_1 R^2}{2} + \frac{M_2 r^2}{2} \qquad M_1 + M_2 = M \qquad \rho\pi R^2 h + \rho\pi r^2 h = M$$

$$\rho\pi h(R^2 + r^2) = M \Rightarrow \frac{M_1}{M} = \frac{R^2}{(R^2 + r^2)} \quad \& \quad \frac{M_2}{M} = \frac{r^2}{(R^2 + r^2)} \Rightarrow I = \frac{M}{2(R^2 + r^2)}(R^4 + r^4)$$

$$mg - T = ma \quad \& \quad \sum M = I\alpha \Rightarrow rT = I\frac{a}{r} \qquad a = \frac{mg}{\frac{M(R^4 + r^4)}{2(R^2 + r^2)r^2} + m}$$

3– دو قطعه مشابه (به جرم m و ظرفیت گرمایی ویژه C) که دماهای اولیه آنها T_1 و T_2 است، در یک محفظه ایزوله (عایق‌بندی شده)، در کنار هم قرار داده میشوند. تغییر آنتروپی سیستم را پس از به تعادل رسیدن آن دو بیابید .

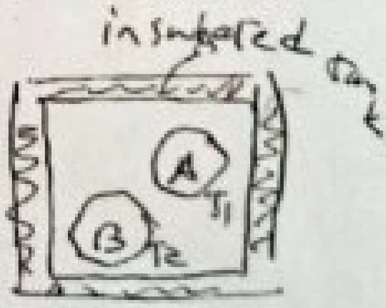
$$(T_1 < T_2): \qquad Q_1 = Q_2 \Rightarrow mC(T_f - T_1) = mC(T_2 - T_f) \Rightarrow T_f = \frac{(T_1 + T_2)}{2}$$

$$ds = \left.\frac{\delta Q}{T}\right)_{rev} \qquad \delta Q - \delta W = dU \Rightarrow TdS - PdV = dU \Rightarrow dS = \frac{dU}{T} + \frac{PdV}{T} \qquad for \quad solids \quad dV = 0$$

$$dS = \frac{dU}{T} = \frac{mC_v dT}{T} \Rightarrow \Delta S = mC_v Ln\frac{T_2}{T_1} \qquad \Delta S_A = mC_v Ln\frac{T_f}{T_1} = mC_v Ln\frac{[T_1 + T_2]/2}{T_1}$$

$$\Delta S_B = mC_v Ln\frac{T_f}{T_2} = mC_v Ln\frac{[T_1 + T_2]/2}{T_2}$$

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B = mC_v Ln\frac{[T_1 + T_2]/2}{T_1} + mC_v Ln\frac{[T_1 + T_2]/2}{T_2} = mC_v Ln\frac{([T_1 + T_2]/2)^2}{T_1 T_2}$$



4– یک مول از یک گاز ایده‌آل، فرآیند چرخه مستطیلی زیر را طی می‌کند. هرگاه دمای گاز در نقاط a و c به ترتیب، T_a و T_c بوده و نقاط b و d روی یک منحنی تکدما قرار داشته باشند، نشان دهید کار انجام شده توسط گاز در این چرخه برابر است با :

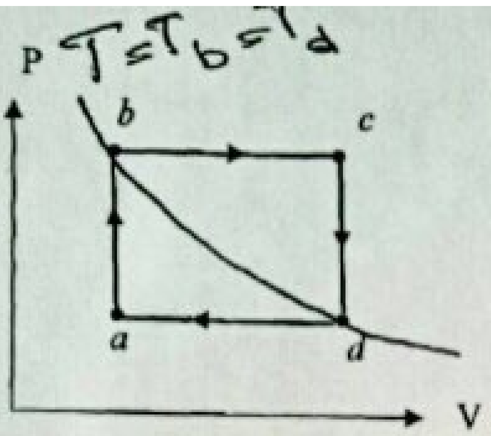
$$W = R(\sqrt{T_a} - \sqrt{T_c})^2$$

$$\boxed{PV = nR_uT}$$

$$PV = mRT$$

ثابت گاز

$$w = \int p\,dv$$



$$W=(p_c-p_a)(V_c-V_a)=\left(\frac{nR_uT_c}{V_c}-\frac{nR_uT_a}{V_a}\right)(V_c-V_a)=nR_u\left(\frac{T_c}{V_c}-\frac{T_a}{V_a}\right)(V_c-V_a)\qquad \frac{V_b}{V_c}=\frac{T_b}{T_c}\ \&\ \frac{V_a}{V_d}=\frac{T_a}{T_d}$$

$$=nR_u\left(\frac{T_c}{V_c}-\frac{T_a}{V_a}\right)\left(\frac{V_bT_c}{T_b}-\frac{V_dT_a}{T_d}\right)=\frac{nR_u}{T_d}\left(\frac{T_cV_a-T_aV_c}{V_cV_a}\right)(V_bT_c-V_dT_a)=\frac{nR_u}{T_d}\left(\frac{T_cV_a-T_aV_c}{\sqrt{V_cV_a}}\right)^2$$

$$=\frac{nR_u}{T_d}\left(\frac{T_c\sqrt{V_a}}{\sqrt{V_c}}-\frac{T_a\sqrt{V_c}}{\sqrt{V_a}}\right)^2=\frac{nR_u}{T_d}\left(\frac{T_c\sqrt{T_b}}{\sqrt{T_c}}-\frac{T_a\sqrt{V_c}}{\sqrt{V_a}}\right)^2=\frac{nR_u}{T_d}\left(\frac{T_c\sqrt{T_b}}{\sqrt{T_c}}-\frac{T_a\sqrt{V_d}}{\sqrt{V_a}}\right)^2=\frac{nR_u}{T_d}\left(\frac{T_c\sqrt{T_b}}{\sqrt{T_c}}-\frac{T_a\sqrt{T_d}}{\sqrt{T_a}}\right)^2$$

$$=\frac{nR_u}{T_d}\left(\sqrt{T_c}\sqrt{T_b}-\sqrt{T_a}\sqrt{T_d}\right)^2=\frac{nR_u}{T_d}\left(\sqrt{T_d}\left(\sqrt{T_c}-\sqrt{T_a}\right)\right)^2=\frac{nR_uT_d}{T_d}\left(\sqrt{T_c}-\sqrt{T_a}\right)^2=1\times R_u\left(\sqrt{T_c}-\sqrt{T_a}\right)^2$$

$$\frac{V_a}{V_c}=\frac{V_b}{V_c}=\frac{T_b}{T_c}$$

بسمه تعالی

گروه علوم پایه مهندسی　　مدرس:　　آزمون درس: فیزیک ۱ (پایان ترم)

تاریخ آزمون: ۱۳۹۲/۱۰/۲۲　　ساعت آزمون: ۸:۰۰　　مدت آزمون: ۸۰ دقیقه

نیمسال اول　سال تحصیلی: ۹۳-۱۳۹۲　استفاده از کتاب یا جزوه درسی و ماشین حساب مجاز نیست

پردیس دانشکده های فنی　　دانشگاه تهران

ردیف	نام و نام‌خانوادگی دانشجو:　　شماره دانشجویی:	نمره

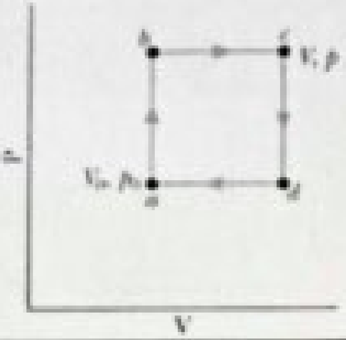
۱ یک مول گاز ایده‌آل تک اتمی، چرخه‌ای مطابق شکل را طی می‌کند. چنانچه در این چرخه $p = 2p_0$ ، $V = 2V_0$. $p_0 = 80\,\mathrm{kPa}$ و $V_0 = 0.025\,\mathrm{m^3}$ باشند محاسبه کنید:

الف) کار انجام شده در چرخه

ب) بازده حرارتی چرخه

ج) بازده ماشین کارنویی که بین بالاترین و پایین‌ترین دمای این چرخه کار می‌کند.

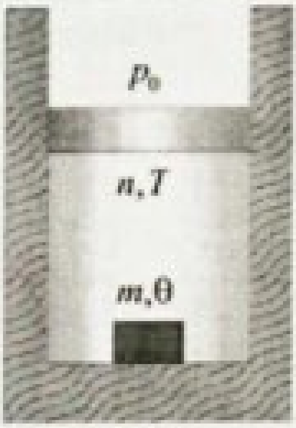
ثابت گازها را برابر $R = 8.0\,\mathrm{J/(mol\,K)}$ بگیرید.



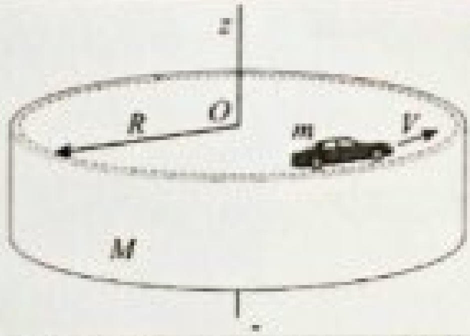
۲ جسم جامدی به جرم m با ظرفیت گرمایی c درون محفظه در تماس با n مول گاز می‌باشد. مطابق شکل بالای محفظه در تماس با یک پیستون (با جرم ناچیز) از محیط که در فشار p_0 است، جدا شده است. محفظه عایق است.

الف) اگر جسم جامد در ابتدا در دمای θ و گاز در دمای T باشد، دمای تعادل را بیابید.

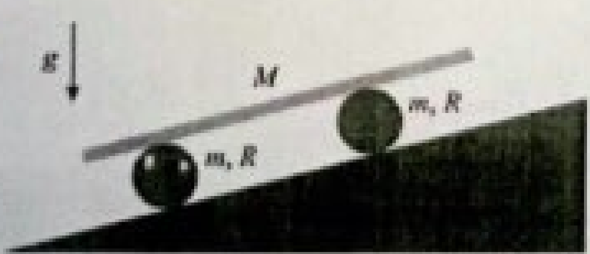
ب) تغییر آنتروپی سیستم (جسم جامد و گاز) را محاسبه کنید.



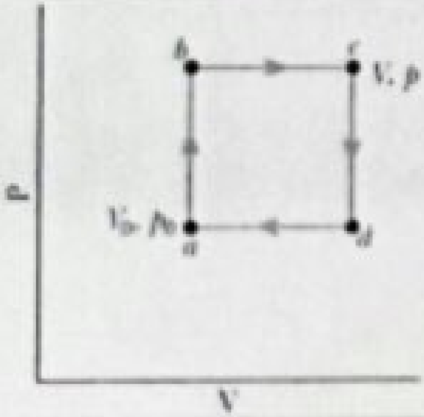
۳ خودرویی به جرم m روی دیسک بزرگی به شعاع R و جرم M قرار دارد. ابتدا هر دو ثابت هستند. خودرو شروع به حرکت می‌کند تا اینکه سرعت سنج آن مقدار V را نشان می‌دهد. سرعت زاویه‌ای دیسک را در این لحظه بدست آورید. حرکت دورانی دیسک حول محور z بدون اصطکاک است. اندازه عرض خودرو نسبت به اندازه شعاع دیسک ناچیز است.



۴ مطابق شکل یک تخته به جرم M روی دو استوانه به جرم m و شعاع R قرار گرفته و کل سیستم از حالت سکون روی سطح شیبداری شروع به حرکت می‌کند. اگر تخته روی استوانه‌ها و استوانه‌ها روی سطح شیبدار بغلتند، در صورتی که استوانه‌ها به اندازه h پایین بیایند، سرعت استوانه‌ها را بیابید. (فرض کنید که h طوری انتخاب شده است که تماس تخته با استوانه‌ها کماکان حفظ شده‌است.)



با آرزوی موفقیت: مداح، قلی‌زاده، مجد، فهیم، نظری، محسنی، محمودی



یک مول گاز ایدهآل تک اتمی، چرخهای مطابق شکل را طی میکند. چنانچه در این چرخه $p = 2p_0$ ، $V = 2V_0$. $p_0 = 80\ \mathrm{kPa}$, $V_0 = 0.025\ \mathrm{m^3}$ باشد. محاسبه کنید:

الف) کار انجام شده در چرخه

ب) بازده حرارتی چرخه

ج) بازده ماشین کارنویی که بین بالاترین و پایینترین دمای این چرخه کار میکند.

ثابت گازها را برابر $R = 8.0\ \mathrm{J/(mol\ K)}$ بگیرید.

(توجه: محاسبه دماها نیاز نیست.)

$$T_a = \frac{P_a V_a}{nR} = \frac{P_0 V_0}{R} = \frac{(80 \times 10^3) \times (0.025)}{8.0} = 250\ \mathrm{K}$$

$$T_b = \frac{2P_0 V_0}{R} = 2T_a = 500\ \mathrm{K}$$

$$T_c = \frac{(2P_0)(2V_0)}{R} = 4T_a = 1000\ \mathrm{K}$$

الف) کار انجام شده در چرخه:

$$W = (2P_0 - P_0)(2V_0 - V_0) = (80 \times 10^3)(0.025) = 2.0\ \mathrm{kJ}$$

ب) بازده حرارتی چرخه:

$$Q_{a-b} = nC_v(T_b - T_a);\ Q_{b-c} = nC_p(T_c - T_b)$$

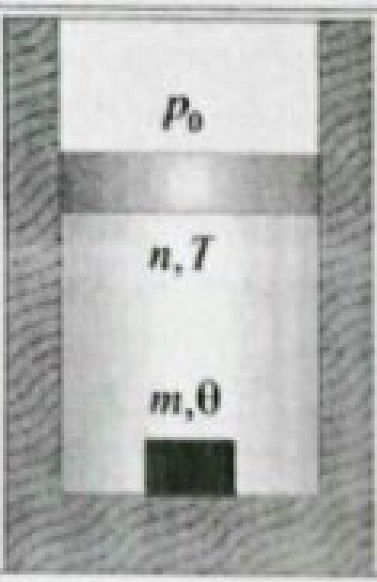
$$Q_H = Q_{a-b} + Q_{b-c} = \frac{3}{2}(8.0)(500 - 250) + \frac{5}{2}(8.0)(1000 - 500) = 13.0\ kJ$$

$$\epsilon = \frac{W}{Q_H} = \frac{2.0}{13.0} = \%15.4$$

ج) بازده چرخه کارنو :

$$\epsilon_{carnot} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{T_a}{T_c} = \%75$$

۲



جسم جامدی به جرم m با ظرفیت گرمایی c درون محفظه در تماس با n مول گاز می‌باشد. مطابق شکل بالای محفظه در تماس با یک پیستون (با جرم ناچیز) از محیط که در فشار p_0 است، جدا شده است. محفظه عایق است.

الف) اگر جسم جامد در ابتدا در دمای θ و گاز در دمای T باشد، دمای تعادل را بیابید.

ب) تغییر آنتروپی سیستم (جسم جامد و گاز) را محاسبه کنید.

برآیند گرمای مبادله شده صفر است و گاز در فرآیند فشار ثابت قرار دارد.

$$mc(T_{eq} - \theta) + nC_P(T_{eq} - T) = 0$$

$$T_{eq} = \frac{mc\theta + nC_P T}{mc + nC_P}$$

و درنهایت تغییر آنتروپی برای جسم جامد و گاز می‌شود:

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int_{\theta}^{T_{eq}} \frac{mc\, dT}{T} + \int_{T}^{T_{eq}} \frac{nC_P\, dT}{T} = mc \ln\frac{T_{eq}}{\theta} + nC_P \ln\frac{T_{eq}}{T}$$

قسمت اول مساله از طریق زیر نیز قابل محاسبه است

$$Q - W = \Delta E_{int}$$

$$0 - P_0\Delta V = mc(T_{eq} - \theta) + nC_V(T_{eq} - T)$$

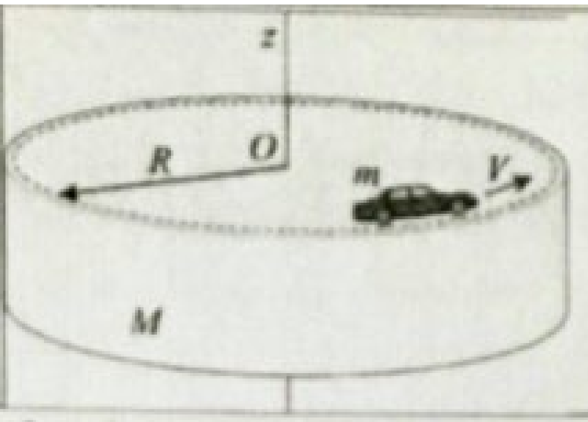
$$P_0(V_{eq} - V_0) = nR(T_{eq} - T)$$

$$-nR(T_{eq} - T) = mc(T_{eq} - \theta) + nC_V(T_{eq} - T)$$

$$mc(T_{eq} - \theta) + n(C_V + R)(T_{eq} - T) = 0$$

$$mc(T_{eq} - \theta) + nC_P(T_{eq} - T) = 0 \Rightarrow \qquad T_{eq} = \frac{mc\theta + nC_P T}{mc + nC_P}$$

با آرزوی موفقیت



خودرویی به جرم m روی دیسک بزرگی به شعاع R و جرم M قرار دارد. ابتدا هر دو ثابت هستند. خودرو شروع به حرکت می کند، تا اینکه سرعت سنج آن مقدار V را نشان می دهد. سرعت زاویه ای دیسک را در این لحظه بدست آورید. حرکت دورانی دیسک حول محور z بدون اصطکاک است. اندازه عرض خودرو نسبت به اندازه شعاع دیسک ناچیز است.

$$L_i = L_f$$

$$L_i = 0 \Rightarrow L_f = 0 \qquad (1)$$

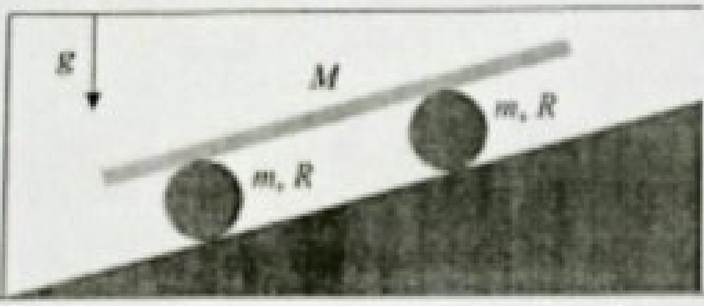
$$L_f = I_m \omega_m + I_M \omega_M \qquad (2)$$

$$\omega_m = \omega_{m/M} + \omega_M \qquad (3) \qquad \& \qquad V = R\omega_{m/M} \qquad (4)$$

$$\omega_M = -\frac{V}{R}\left(\frac{1}{I_M / I_m + 1}\right)$$

$$I_m = mR^2, \quad I_M = \frac{1}{2}MR^2$$

مطابق شکل یک تخته به جرم M روی دو استوانه به جرم m و شعاع R قرار گرفته و کل سیستم از حالت سکون روی سطح شیبداری شروع به حرکت می‌کند. اگر تخته روی استوانه‌ها و استوانه‌ها روی سطح شیبدار بغلتند، در صورتی که استوانه‌ها به اندازه h پایین بیایند، سرعت استوانه‌ها را بیابید (فرض کنید که h طوری انتخاب شده است که تماس تخته با استوانه‌ها کماکان حفظ شده‌است.)



با استفاده از قانون پایستگی انرژی و توجه به اینکه سرعت و جابجایی تخته ۲ برابر سرعت و جابجایی استوانه‌ها است، داریم

$$\Delta K+\Delta U=0 \qquad (1)$$

$$K_1=U_1=0 \qquad (2)$$

$$K_2=\frac{1}{2}M(2v)^2+2\left(\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2\right) \qquad (3)$$

$$U_2=-Mg(2h)-2(mgh) \qquad (4)$$

$$\omega=\frac{v}{R} \qquad (5)$$

با استفاده از روابط (۱)، (۲)، (۳)، (۴) و (۵) و با توجه به اینکه گشتاور ماند استوانه‌ها $I=\frac{1}{2}mR^2$ است، داریم:

$$v^2=\frac{2gh(m+M)}{m(1+\frac{I}{mR^2})+2M}.\quad=\frac{2gh(m+M)}{\frac{3}{2}m+2M}\quad=\frac{2gh(1+\frac{M}{m})}{\frac{3}{2}+2\frac{M}{m}}$$

بسمه تعالی

دانشگاه تهران

پردیس دانشکده های فنی

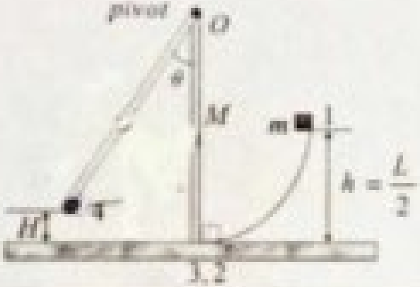
دانشکده علوم مهندسی   مدرس: آزمون درس: فیزیک ۱ (پایان ترم)

تاریخ آزمون: ۱۳۹۴/۱۰/۲۰   ساعت آزمون: ۸:۰۰   مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

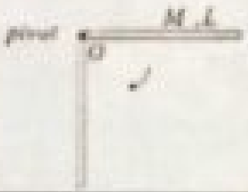
نیمسال: اول   سال تحصیلی: ۹۵-۱۳۹۴   استفاده از کتاب یا جزوه درسی و موبایل و ماشین حساب مجاز نیست

ردیف	نام و نام خانوادگی دانشجو: شماره دانشجویی:	نمره

(1) مطابق شکل، یک جسم مکعبی به جرم m از حالت سکون در ارتفاع $h = L/2$ روی سطح بدون اصطکاک می لغزد تا به میله نازک به جرم $M = 3m$ و به طول L برخورد کند. یک انتهای میله نازک در نقطه O لولا شده است و در اثر برخورد کاملا غیر کشسان، جسم به میله نازک چسبیده و مجموعه میله نازک و جسم به اندازه θ حول O دوران می کند. زاویه θ را بدست آورید. از اندیسهای شماره گذاری شده جسم برای نشان دادن سرعت و ... استفاده کنید. مثلا سرعت جسم در وضعیت سکون اولیه با v_1 و سرعت نهایی آن در مرحله آخر با v_4 باید مشخص شود. جواب را با ساده نمودن به صورت کاملا خلاصه ارائه نمایید. — نمره: 5



(2) میله نازک به جرم m و طول L حول نقطه O لولا شده است. میله از حالت افقی رها می شود. بردار نیروی عکس العمل تکیه گاه را در لحظه ای که میله از وضعیت قائم عبور می کند بدست آورید. ممان اینرسی میله نازک نسبت به محور عمود بر میله گذرنده از مرکز جرم، برابر $\frac{1}{12}mL^2$ است. — نمره: 5



(3) (I) توزیع سرعتهای یک گاز از رابطه $p(v) = ve^{-kv}$ پیروی می کند: — نمره: 5

(a) مقدار k را تعیین کنید.

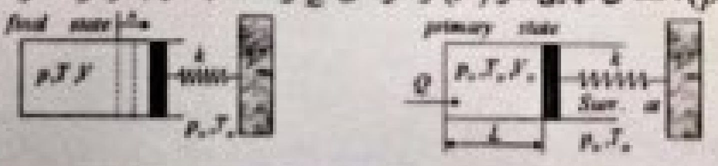
(b) مقدار v_{rms} را حساب کنید. (راهنمایی: $\int_0^\infty x^n e^{-ax}dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$)

(II) یک سر میله برنجی در تماس با منبعی در دمای ثابت $127°C$ و سر دیگر آن در تماس با منبعی در دمای ثابت $27°C$ است. تغییر انتروپی میله به تنهایی و تغییر انتروپی سیستم شامل میله، منبع ها را هنگامی محاسبه کنید که $1200J$ گرما از یک منبع به منبع دیگر از طریق میله انتقال می یابد. (هر منبع را مانند یک جسم در نظر بگیرید.)

(4) مطابق شکل (سمت راست) در ابتدا فشار مطلق و دمای مطلق n مول هوای داخل سیلندر برابر فشار و دمای محیط T_a, p_a است. فنر نیز در حالت آزاد قرار دارد. یک انتهای فنر به پیستون متصل و انتهای دیگر آن ثابت است. مساحت سطح مقطع پیستون برابر A می باشد. سپس گرمای Q به هوای داخل سیلندر منتقل شده به گونه ای که فنر به اندازه x فشرده می شود. مقادیر $T_a, p_a, x, L, A, n, C_v, k$ معلوم فرض شده اند. — نمره: 5

(a) نشان دهید که در این فرایند کار گاز برابر است با: $W = p_a(V - V_a) + \frac{1}{2}kx^2$

(b) مقادیر فشار نهایی گاز (p)، دمای نهایی گاز (T) و گرمای Q را حساب کنید. هوا را گاز کامل در نظر بگیرید.



با آرزوی موفقیت   : محمودی، مجد، فهیم، نظری، شاطرزاده، مداح

بسمه تعالی

دانشگاه تهران

دانشکده علوم مهندسی　　آزمون درس: فیزیک ۱ (پایان ترم)　　نیمسال اول: ۱۳۹۳-۹۴

تاریخ آزمون: ۱۳۹۳/۱۰/۲۱　ساعت آزمون: ۸:۰۰　مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

استفاده از کتاب یا جزوه درسی و موبایل و ماشین حساب مجاز نیست

پردیس دانشکده های فنی

ردیف	نام و نام خانوادگی دانشجو:	شماره دانشجویی:	نمره

(1) یک مول گاز ایده آل یک اتمی، سیکل نشان داده شده در شکل زیر را طی می کند. با فرض اینکه $V_1 = 4V_0$ باشد:　5

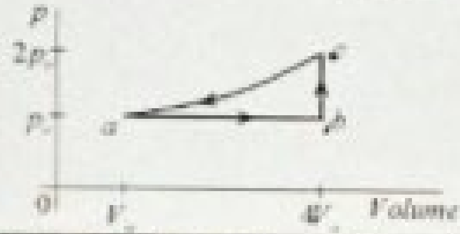
(I)مقدار W / p_0V_0 برای فرایندی که گاز از حالت a تا حالت c در امتداد مسیر abc طی می کند را بدست آورید.

(II) برای فرایندی که گاز از حالت b تا حالت c طی می کند مقدار $\Delta E_{int} / p_0V_0$ را بدست آورید.

(III) مقدار $\Delta E_{int} / p_0V_0$ را برای سیکل کامل بدست آورید.

(IV) برای فرایندی که گاز از حالت b تا حالت c طی می کند ΔS را بدست آورید.

(V)مقدار ΔS برای سیکل کامل را بدست آورید.



(2) ظرفی به حجم V حاوی گازی با فشار P و دمای T می‌باشد. دو حالت فرضی را در نظر بگیرید:　5

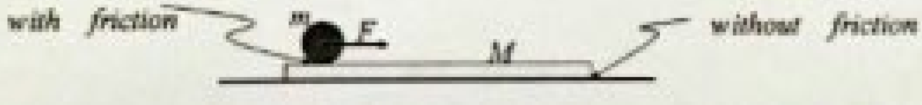
(a)جرم همه مولکول‌های گاز 2 برابر شود.

(b)سرعت همه مولکول‌های گاز 2 برابر شود.

در هر یک از حالت‌های فوق فشار، دما و جذر میانگین مربعات سرعت (v_{rms}) چه تغییری می‌کند با ذکر دلیل (مختصر).

(3) مطابق شکل میله‌ای به طول $2R$ در وسط لولا ($pivot$) شده است. گلوله‌ای ساکن در انتهای پایین میله با فاصله ناچیزی از آن قرار دارد (شکل سمت چپ). گلوله دیگری با سرعت افقی v به انتهای بالایی میله برخورد می‌کند و به آن می‌چسبد. بلافاصله پس از این برخورد، انتهای پایینی میله به گلوله دیگر برخورد می‌کند که موجب می‌شود این گلوله به سرعت افقی u برسد (شکل سمت راست). اگر این برخورد کاملاً کشسان باشد، سرعت u را بیابید. جرم هر دو گلوله و میله برابر m است.(لختی دورانی میله: $\frac{1}{12}mL^2$)　5

(4) مطابق شکل تخته‌ای روی سطح بدون اصطکاکی قرار دارد. روی تخته استوانه‌ای قرار دارد که نیروی ثابت F به مرکز آن وارد می‌شود. بین استوانه و تخته اصطکاک ($friction$) وجود دارد. جرم استوانه m و شعاع آن R و جرم تخته M است. اگر استوانه روی تخته بغلتد (غلت بدون لغزش انجام دهد)، شتاب تخته چقدر است؟ .(لختی دورانی استوانه: $\frac{1}{2}mR^2$)　5

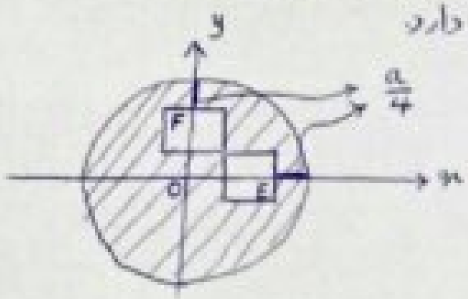


(5) دو نفر اسکیت باز به جرم های m_1 ، m_2 با طنابی بدون جرم به طول $300m$ متر به هم متصل می باشند و قرار است با وارد کردن نیرو از طریق طناب به همدیگر، در یک نقطه به هم برسند. با فرض اینکه در نهایت شخص به جرم $m_1 = 100kg$ به اندازه $50m$ متر به شخص دیگر نزدیک می شود. با فرض نا چیز بودن نیروی اصطکاک جرم شخص دیگر را محاسبه نمایید. (راهنمایی: مبدأ مختصات را مرکز جرم سیستم در نظر بگیرید.)　5

با آرزوی موفقیت

جلسه آخر) حل پایانترم ها

سؤال ۳ میانترم سال ۹۴) مرکز سطح دیسک زیر به شعاع a که از آن ۲ مربع به ضلع $\frac{a}{2}$ بریده شده است را به دست آورید. مربع E نسبت به محور x و مربع F نسبت به محور y تقارن دارد.



دایره: $x_{c_1} = 0 \ , \ y_{c_1} = 0 \ , \ A_1 = \pi a^2$

مربع E: $x_{c_2} = \frac{a}{2} \ , \ y_{c_2} = 0 \ , \ A_2 = \frac{a^2}{4}$

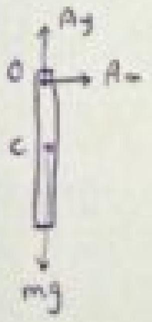
مربع F: $x_{c_3} = 0 \ , \ y_{c_3} = \frac{a}{2} \ , \ A_3 = \frac{a^2}{4}$

$$x_c = \frac{x_{c_1} A_1 - x_{c_2} A_2 - x_{c_3} A_3}{A_1 - A_2 - A_3} = \frac{-\frac{a}{2} \times \frac{a^2}{4}}{\pi a^2 - a^2/4 - a^2/4} = \boxed{\frac{-a}{8\pi - 4}}$$

$$y_c = \frac{y_{c_1} A_1 - y_{c_2} A_2 - y_{c_3} A_3}{A_1 - A_2 - A_3} = \frac{-\frac{a}{2} \times \frac{a^2}{4}}{\pi a^2 - a^2/4 - a^2/4} = \boxed{\frac{-a}{8\pi - 4}}$$

سؤال ۱ پایانترم ۹۴ قبلاً حل شده است.

سؤال ۲ پایانترم ۹۴)



$$\Sigma \vec{M}_O = I \vec{\alpha}$$

$$\underbrace{\vec{r}_{A_x} \times \vec{A}_x}_{0} + \underbrace{\vec{r}_{A_y} \times \vec{A}_y}_{0} + \underbrace{\vec{r}_{mg} \times \vec{mg}}_{0} = I \vec{\alpha} \Rightarrow \boxed{\vec{\alpha} = 0}$$

$$\vec{a} = \underbrace{\vec{a}_R}_{\text{Centripetal acceleration}} + \underbrace{\vec{a}_T}_{\text{Tangential acceleration}} = \omega^2 \vec{r} + \alpha \vec{r} = \omega^2 \vec{r} = \boxed{\omega^2 \frac{L}{2} \vec{j}}$$

Centripetal acceleration
شتاب جانب مرکز

Tangential acceleration
شتاب مماسی

$$\Sigma F_x = m a_{cx} \rightarrow A_x = m \times 0 = \boxed{0}$$

$$\Sigma F_y = m a_{cy} \rightarrow A_y - mg = m \omega^2 \frac{L}{2} \rightarrow A_y = mg + \frac{mL}{2} \omega^2$$

$$W = \Delta K \rightarrow W_{mg} + \underbrace{W_{A_x}}_{0} + \underbrace{W_{A_y}}_{0} = \Delta K \rightarrow mg \frac{L}{2} = \left[\frac{1}{2} I \omega_2^2 - \underbrace{\frac{1}{2} I \omega_1^2}_{0} \right]$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m L^2 \right) \omega^2 = mg \frac{L}{2} \rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}}} \longrightarrow A_y = mg + m \frac{L}{2} \frac{3g}{L} = \boxed{2.5\, mg}$$

سؤال ۳)

a) $\int_0^\infty P(r)\, dr = 1 \longrightarrow \int_0^\infty r e^{-kr}\, dr = 1$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به راهنمایی}} \frac{1!}{k^{1+1}} = 1 \rightarrow k^2 = 1 \rightarrow \boxed{k = 1}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}\, dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

غلط $k = -1$

چون $P(r)$ منفی میشود.

(ادامه سؤال ۳

b) $$\langle v^2\rangle_{avg} = \int_0^{\infty} v^2 p(v)\,dv = \int_0^{\infty} v^3 e^{-kv}\,dv$$

$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax}\,dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$ با توجه به رابطه انتگرالی : $\frac{3!}{k^{3+1}} \overset{k=1}{=} \frac{6}{1^4} = 6$

$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2\rangle_{avg}} \longrightarrow \boxed{v_{rms} = \sqrt{6}}$$

c) تغییر انتروپی میله : $\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = 0$ زیرا خالص حرارت منتقل شده به میله صفر است.

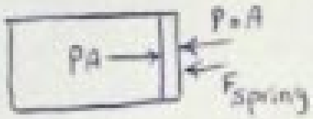
تغییر انتروپی سیستم شامل میله و منابع : $\Delta S_{total} = \Delta S_{source\,1} + \Delta S_{source\,2} + \underbrace{\Delta S_{rod}}_{0}$

$$= \left(-\frac{1200}{400}\right) + \left(\frac{1200}{300}\right) = \boxed{1\ J/K}$$

(سؤال ۴

a) $W = P_0(V - V_0) + \frac{1}{2}kx^2$

کار گاز در این حالت برابر کار علیه نیروی فنر و کار در جهت انبساط است.

b) 

$PA - P_0A - kx = 0$

$$\boxed{P = P_0 + \frac{k}{A}x}$$

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_0V_0}{T_0} \longrightarrow T = \frac{PV}{P_0V_0}T_0 = \frac{\left(P_0 + \frac{k}{A}x\right)\left(V_0 + Ax\right)}{P_0V_0}T_0$$

$$= \boxed{\left(1 + \frac{kx}{P_0A}\right)\left(1 + \frac{Ax}{V_0}\right)T_0}$$

$$Q - W = \Delta E_{int} \longrightarrow Q = W + \Delta E_{int} = W + nC_V(T - T_0)$$

$$= \boxed{P_0(V - V_0) + \frac{1}{2}kx^2 + nC_V\left[\left(1 + \frac{kx}{P_0A}\right)\left(1 + \frac{Ax}{V_0}\right)T_0 - T_0\right]}$$

(سؤال ۱ پایانترم ۹۳

I) $W = W_{ab} + \underbrace{\cancel{W_{bc}}}_{\substack{0\\ \text{حجم ثابت}}} = \int_{V_0}^{4V_0} p\,dV = P_0(4V_0 - V_0) = 3P_0V_0$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{W}{P_0V_0} = 3}$$

II) $\underbrace{\Delta E_{int}}_{\text{برای } bc} = Q - \underbrace{\cancel{W}}_{0} = Q = nC_V\Delta T = n\left(\frac{3}{2}R\right)(T_c - T_b) = \frac{3}{2}nR\left(\frac{P_cV_c}{nR} - \frac{P_bV_b}{nR}\right)$

گاز کامل

$$= \frac{3}{2}\cancel{nR}\left(\frac{2P_0\times 4V_0 - P_0\times 4V_0}{\cancel{nR}}\right) = \frac{3}{2}\times 4P_0V_0 = 6P_0V_0 \qquad \boxed{\frac{\Delta E_{int}}{P_0V_0} = 6}$$

ادامه سؤال ۱)

III) برای سیکل abca : $\Delta E_{int} = 0$

IV) $\Delta S = nR\ln\frac{V_2}{V_1} + nC_V\ln\frac{T_2}{T_1} = nR\ln\frac{V_1}{V_1} + nC_V\ln\frac{T_2}{T_1}$

$= 1\times C_V \times \ln\frac{(8P_0V_0)/(nR)}{(4P_0V_0)/(nR)} = \frac{3}{2}R\ln 2 = \boxed{8.64\ J/K}$

V) $\Delta S = 0$ (برای سیکل abca)

سؤال ۲) دما فقط متناسب با انرژی جنبشی متوسط می‌باشد و انرژی جنبشی متوسط متناسب با جرم مولکول و مجذور سرعت می‌باشد. در حجم ثابت، فشار با دما متناسب است.

a) با دو برابر کردن حجم، فشار و دما ۲ برابر می‌شوند.

b) سرعت مولکول‌های گاز دو برابر شود ← فشار و دما ۴ برابر می‌شوند.

a) $V_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{m}} \rightarrow V'_{rms} = \sqrt{\frac{3R(2T)}{2m}} = \sqrt{\frac{3RT}{m}} = V_{rms}$

با دو برابر کردن حجم، دما نیز دو برابر می‌شود.

b) $V''_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{m}} = \sqrt{\frac{3R(4T)}{m}} = 2\sqrt{\frac{3RT}{m}} = 2V_{rms}$

با دو برابر کردن سرعت، دما ۴ برابر می‌شود

سؤال ۳) ابتدا پایستگی تکانه زاویه‌ای را برای برخورد اول می‌نویسیم.

ممان اینرسی میله همراه با گلوله چسبیده به آن : $I = \frac{1}{12}mL^2 + mR^2 = \frac{1}{12}m(2R)^2 + mR^2 = \boxed{\frac{4}{3}mR^2}$

پایستگی تکانه برای برخورد گلوله اول (که به میله می‌چسبد) : $\begin{cases} RmV = \underset{\text{میله}}{I\omega} + \underset{\text{گلوله}}{I'\omega'} = (I+I')\omega = \frac{4}{3}mR^2\omega \\ \omega = \omega' \text{ (برخورد کاملاً غیرالاستیک)} \end{cases}$

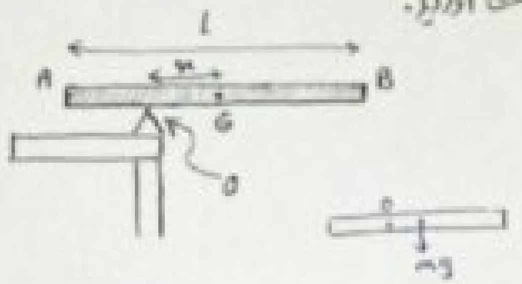
$\cancel{R}\cancel{m}V = \frac{4}{3}\cancel{m}R^{\cancel{2}}\omega \rightarrow R\omega = \frac{3}{4}V$

پایستگی تکانه برای برخورد گلوله دوم : $\begin{cases} I\omega = mV'R + I\omega' \\ \text{کاملا الاستیک} \rightarrow \sum KE_{\text{قبل برخورد}} = \sum KE_{\text{بعد برخورد}} \rightarrow \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mV'^2 + \frac{1}{2}I\omega'^2 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{4}{3}mR^2\omega = mV'R + \frac{4}{3}mR^2\omega' \\ \frac{2}{3}mR^2\omega^2 = \frac{1}{2}mV'^2 + \frac{2}{3}mR^2\omega'^2 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{4}{3}R\omega = V' + \frac{4}{3}R\omega' \\ \frac{2}{3}(R\omega)^2 = \frac{V'^2}{2} + \frac{2}{3}(R\omega')^2 \end{cases} \longrightarrow V' = \frac{8}{7}R\omega = \frac{8}{7}\left(\frac{3}{4}V\right) = \boxed{\frac{6}{7}V}$

مثال (پایانترم سال 88): میله نازک یکنواخت AB از حالت سکون به صورت افقی رها می‌شود. x چقدر باشد تا شتاب زاویه‌ای ماکزیمم شود. مقدار شتاب زاویه‌ای حداکثر را بدست آورید.



$$I = \frac{1}{12}mL^2 + mx^2$$

$$\Sigma M_O = I\alpha \longrightarrow mgx = \left(\frac{1}{12}mL^2 + mx^2\right)\alpha$$

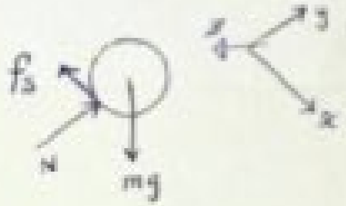
$$\alpha = \frac{gx}{\frac{1}{12}L^2 + x^2} \qquad \alpha' = \frac{d\alpha}{dx} = \frac{\frac{1}{12}gL^2 + gx^2 - 2xgx}{\left(\frac{1}{12}L^2 + x^2\right)^2} = 0$$

$$\rightarrow \frac{1}{12}L^2 + x^2 - 2x^2 = 0 \longrightarrow x^2 = \frac{1}{12}L^2 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2\sqrt{3}}L}$$

$$\Rightarrow \alpha_{max} = \frac{g\frac{\sqrt{3}}{6}L}{\frac{1}{12}L^2 + \frac{1}{12}L^2} = \frac{g\frac{\sqrt{3}}{6}L}{\frac{1}{6}L^2} = \boxed{\frac{g\sqrt{3}}{L}}$$

مثال: یک کره جامد توپر یکنواخت روی یک شیب به طرف پایین غلت بدون لغزش انجام می‌دهد. درصورتی که شتاب مرکز جرم کره، $0.1g$ باشد، زاویه شیب چقدر است؟

Free Body Diagram:



قانون دوم نیوتن : $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_c$

$$\Sigma F_x = ma_{c_x} = ma_c \rightarrow mg\sin\theta - f_s = ma_c$$

* دقت: در اینجا نمی‌توان گفت $\mu N = f_s$ چون نمی‌دانیم که آیا f_s به مقدار بیشینه رسیده است یا نه!

رابطه اویلر : $\Sigma \vec{M} = I\vec{\alpha}$

$$\Sigma \vec{M}_c = I_c\vec{\alpha} \longrightarrow \underbrace{\vec{r}_{mg} \times m\vec{g}}_{0} + \underbrace{\vec{r}_N \times \vec{N}}_{0} + \vec{r}_f \times \vec{f}_s = I_c\vec{\alpha}$$

$$\rightarrow (-R\vec{j}) \times (-f_s\vec{i}) = I_c\vec{\alpha} \longrightarrow \vec{\alpha} = -R\frac{f_s}{I_c}\vec{k} \qquad |a_c| = R|\alpha|$$

$$\rightarrow f_s = -\alpha\frac{I_c}{R} \qquad (I)\ \alpha = -\frac{a_c}{R} \qquad a_c = -R\alpha$$

(a_c در جهت مثبت x)
(α در جهت منفی z)

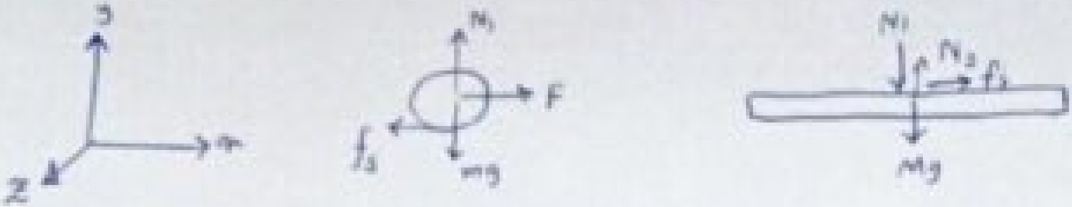
$$\xrightarrow{(I)} f_s = -\left[-\frac{a_c}{R}\right]\left[\frac{I_c}{R}\right] = \frac{a_c I_c}{R^2}$$

$$mg\sin\theta - f_s = ma_c \rightarrow mg\sin\theta - \frac{a_c I_c}{R^2} = ma_c \longrightarrow a_c = \frac{g\sin\theta}{1 + \frac{I_c}{mR^2}}$$

$$I_c = \frac{2}{5}mR^2 \Rightarrow a_c = 0.1g = \frac{g\sin\theta}{1 + \frac{2}{5}} \rightarrow \sin\theta = 0.14 \rightarrow \theta = \arcsin(0.14)$$

برای کره

سؤال ۴)



برای تخته : $\Sigma F_x = M a_x \rightarrow f_s = M a_{board} \quad (I)$

برای سیلندر : $\Sigma F_x = m a_x \rightarrow F - f_s = m a_{cylinder} \quad (II)$

$\Sigma \vec{M}_G = I\vec{\alpha} \rightarrow \vec{r}_{mg} \times m\vec{g} + \vec{r}_{N_1} \times \vec{N}_1 + \vec{r}_F \times \vec{F} + \vec{r}_{f_s} \times \vec{f}_s = I\vec{\alpha}$

$\Rightarrow (-R\,\vec{j}) \times (-f_s\,\vec{i}) = I\vec{\alpha}$

$R f_s (-\vec{k}) = \frac{1}{2} m R^2 \vec{\alpha} \quad (III)$

$a_{cylinder/o} = a_{cylinder/board} + a_{board/o}$

شتاب مطلق استوانه — شتاب استوانه نسبت به تخته — شتاب تخته

$|a| = R|\alpha| \rightarrow a = -R\alpha$

برای ناظر روی تخته، مرکز جرم استوانه با شتاب $-R\alpha$ حرکت می‌کند. پس :

$a_{cylinder} - a_{board} = -R\alpha \quad (IV)$

از حل I, II, III, IV $\rightarrow \quad a_{board} = \frac{F}{m+3M}$

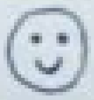
سؤال ۵) سیستم در نهایت در مکان مرکز جرم قرار خواهد گرفت

$\begin{cases} m_1 = 100\ kg \\ x_1 = -50\ m \end{cases} \quad \begin{cases} m_2 = ? \\ x_2 = +250\ m \end{cases}$

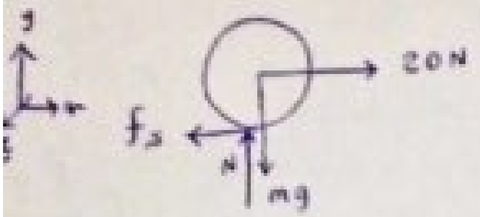
$x_{com} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = 0$

$m_1 x_1 + m_2 x_2 = 0 \rightarrow 100(-50) + m_2(250) = 0$

$\rightarrow \boxed{m_2 = 20\ kg}$

 پایان

مثال: یک نیروی افقی 20 نیوتون به چرخی که جرم آن 10kg و شعاع آن 0.3 متر است، وارد می‌شود. اگر چرخ، غلت بدون لغزش انجام دهد و شتاب مرکز جرم آن $0.5\ m/s^2$ باشد، نیروی اصطکاک وارد بر چرخ و ممان اینرسی دورانی چرخ حول محور دوران گذرنده از مرکز را بیابید.



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_c$$

$$\sum F_x = m a_{cx} = m a_c \rightarrow 20 - f_s = 10 \times 0.5$$

$$\rightarrow f_s = 15\ N$$

نیروی اصطکاک : $\boxed{\vec{f}_s = -15\ \vec{i}\ N}$

$$\sum \vec{M}_c = I_c \vec{\alpha} \longrightarrow \vec{r}_f \times \vec{f}_s + \underbrace{\vec{r}_{mg} \times m\vec{g}}_{0} + \underbrace{\vec{r}_N \times \vec{N}}_{0} + \underbrace{\vec{r}_{20} \times \vec{F}_{20}}_{0} = I_c \vec{\alpha}$$

$$(-0.3\ \vec{j}) \times (-15\ \vec{i}) = I_c \vec{\alpha}$$

$$4.5\,(-\vec{k}) = I_c\ \frac{5}{3}\,(-\vec{k})$$

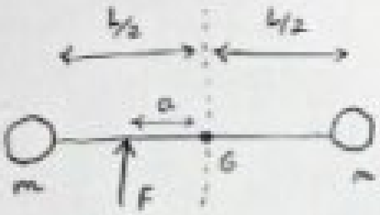
$$\rightarrow I_c = 4.5 \times \frac{3}{5} = \boxed{2.7}$$

$$|a_c| = R\,|\alpha|$$

$$0.5 = 0.3\,|\alpha|$$

$$|\alpha| = \frac{5}{3} \rightarrow \vec{\alpha} = -\frac{5}{3}\vec{k}$$

مثال: دو گوی پولادی هر یک به جرم m به میله‌ای به طول L و جرم ناچیز جوش داده شده‌اند. در ابتدا این مجموعه در حالت سکون است. نیروی افقی به مقدار F مطابق شکل، ناگهان بر میله وارد می‌آید. میزان متناظر تغییر سرعت زاویه‌ای حول G را نسبت به زمان بیابید.



$$\sum M_G = \sum \dot{\vec{L}}_G$$

$$\dot{P} \rightarrow F$$

$$\dot{L} \rightarrow M$$

$$\sum \vec{M}_G = -a\,\vec{i} \times F\,\vec{j} = -Fa\,\vec{k}$$

$$\sum \vec{L}_G = \sum (\vec{r} \times m\vec{v}) = \vec{r}_1 \times m_1 \vec{v}_1 + \vec{r}_2 \times m_2 \vec{v}_2$$

$$= \left(-\frac{L}{2}\vec{i}\right) \times m\left(\omega \frac{L}{2}\right)\vec{j} + \left(\frac{L}{2}\vec{i}\right) \times m\left(-\omega \frac{L}{2}\vec{j}\right)$$

$$= -m\omega \frac{L^2}{2}\,\vec{k}$$

$$\sum \dot{\vec{L}}_G = -m\dot{\omega}\frac{L^2}{2}\,\vec{k}$$

$$\sum \vec{M}_G = \sum \dot{\vec{L}}_G \Longrightarrow -Fa\,\vec{k} = -m\dot{\omega}\frac{L^2}{2}\,\vec{k} \Rightarrow \boxed{\dot{\omega} = \frac{2Fa}{mL^2}}$$

مروری بر مطالب در فصل آخر حرارت

معادله گاز ایده آل : $\boxed{PV = nRT}$

فشار مطلق — دمای مطلق

(فشار مطلق − فشار اتمسفر = فشار نسبی)

$\boxed{K_{avg} = \frac{3}{2} kT}$

انرژی جنبشی میانگین — ثابت $\left(\frac{R}{N_A}\right)$ — دمای مطلق

ثابت جهانی گازها $R = 8.314\ J/mol\,K$

روابط مربوط به سرعت گازها

$$V_{rms} = \sqrt{(V^2)_{avg}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

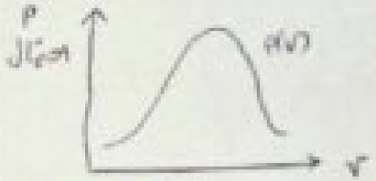
(root mean square speed)

میانگین مربع سرعت‌ها — جرم مولی

$$V_{avg} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \int_0^\infty V\, P(V)\, dV$$

$\int$ (در محدوده سرعت)

$$(V^2)_{avg} = \int_0^\infty V^2 P(V)\, dV$$



همواره : $\int_0^\infty P(V)\, dV = 1$

محتمل ترین سرعت : $V_P = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$

تابع احتمال توزیع سرعت‌ها (ماکسول) : $\boxed{P(V) = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^{3/2} V^2 e^{-\frac{MV^2}{2RT}}}$

فرآیند فشار ثابت	فرآیند حجم ثابت	فرآیند دما ثابت	فرآیند آدیاباتیک	
$W = P\Delta V$	$Q = \Delta E_{int}$	$Q = W$	$Q = 0$	گرمای ویژه در فرآیند فشار ثابت (مولی) $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ گرمای ویژه در فرآیند حجم ثابت (مولی)
$Q - W = \Delta E_{int}$	$W = 0$	$W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$PV^{\gamma} = cte$ $TV^{\gamma-1} = cte$	

آنتروپی : $\boxed{\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T}}$

$d \to$ دیفرانسیل کامل (برای توابع نقطه‌ای)

$\delta \to$ دیفرانسیل غیرکامل (برای توابع مسیری که مقدارشان به مسیر پیموده شده بستگی دارد)

$$\boxed{S_2 - S_1 = nR \ln \frac{V_2}{V_1} + n C_V \ln \frac{T_2}{T_1}}$$

بازده : $\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$ $\qquad \eta_{car} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$

ضریب عملکرد : $COP = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L}$ $\qquad COP_{car} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$