جزوهٔ درس انتقال حرارت (I)

Heat and Mass Transfer

سرفصل‌ها:

- Chapter(1): مقدمه
- Chapter(2): رسانش
- Chapter(3): رسانش یک بعدی در حالت پایا
- Chapter (4): معادله حرارتی حالت دو بعدی
- Chapter(5): رسانش گذرا
- Chapter(6) : جابه‌جایی
- Chapter(7): جریان خارجی
- Chapter(8): جریان داخلی
- Chapter(11): مبدل‌های حرارتی

به‌نام خدا

References:

منابع:

1) Introduction to meat Transfer Incropera

2) Basic of Heat Transfer y.A.cengel

3) Meat Transfer Holman

نمره شامل دو قسمت:

1) مفهومی (تعاریف- استنباطی- نتیجه‌گیری) 8 نمره

2) مسائل (12 نمره)

3) 2 نمره تشویق تحقیقاتی در زمینه‌های:

1) TEMA

2) EES: Engineering Equation Solver نرم‌افزار حل‌کننده معادلات مهندسی

3) Ansys

4) Aspen B.jac

Chapter 1

تفاوت ترمودینامیک با انتقال حرارت:

در ترمودینامیک در مورد سیستم‌های در حال تعادل بحث می‌کند و بحثی در مورد نرخ و یا مکانیزم را به ما نمی‌دهد. ولی در انتقال حرارت هم در مورد نرخ و هم در مورد مکانیزم بحث می‌شود.

چه موقع انتقال حرارت بوجود می آید؟

وقتی بین دو نقطه یا دو ماده اختلاف دمایی وجود داشته باشد یا اصطلاحاً گرادیان دما بوجود می‌آورند مثل اینکه در سیالات جریان در اختلاف فشار بوجود می‌آید.

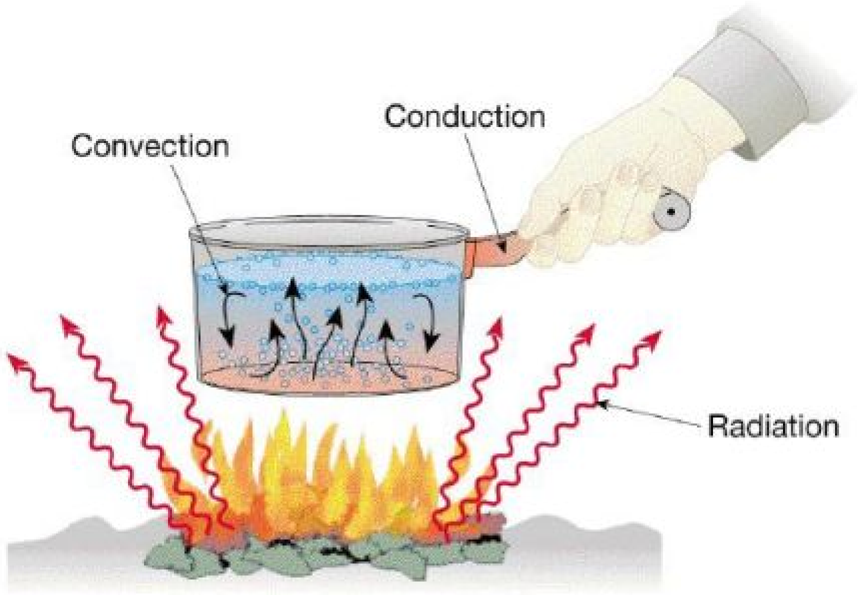
انواع مکانیزم انتقال حرارت:

$$\text{Heat transfer:}\begin{cases}\text{Conduction} & \text{هدایتی}\\ \text{Convection} & \text{جابجایی (هم رفتی)}\\ \text{Radiation} & \text{تشعشعی}\end{cases}$$

Conduction: در جامدات و سیالات ساکن بوجود می‌آیند پس نیاز به محیط مادی دارد.

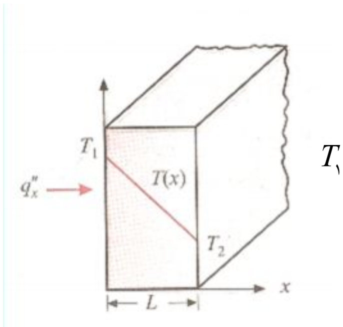
Convection: زمانی بوجود می‌آید که یک سیالی متحرکی روی یک سطحی حرکت کند. و نیاز به محیط مادی دارد.

Radiation: بین هر دو سطح که اختلاف دما دارند همیشه تشعشع صورت می‌گیرد و نیاز به محیط مادی واسطه ندارد و مکانیزم آن به صورت امواج الکترومغناطیسی است یا photon.



انتقال حرارتی هدایتی: **Conduction**

طبق قانون دوم ترمودینامیک(نظریه کلازیوس) که همیشه انتقال حرارت از دمای بیشتر به دمای کمتر اتفاق می‌افتد.



فرض $T_1 > T_2$

انتقال گرمای رسانشی یک بعدی (پخش انرژی)

$$\dot{q} \quad \alpha \quad A\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

A: cross sectional Area رابطه مستقیم (سطح عمود بر جهت جریان)

ΔT : با اختلاف دما رابطه مستقیم

با فاصله رابطه عکس : Δx

K: Thermal conductivity $\left({}^{w}\!/_{m.k}\right)$

k منفی بخاطر اینکه $\Delta T,\Delta x$ از نظر علامت مختلف العلامت هستند می‌گذاریم:

$q_x = -KA\frac{dT}{dx}$ (kw) قانون فوریه

$\dot{q}_x =$ Rate of Heat transfer in x Direction x نرخ انتقال حرارت در جهت

$\frac{dT}{dx}$: x گرادیان دما در جهت

اگر عمود نباشد پس مؤلفه‌ای دارد که انتقال حرارت در آن از برهان خلف مؤلفه وجود نـدارد پس همیشه انتقال حرارت عمود بر سطوح ایزوترم است.

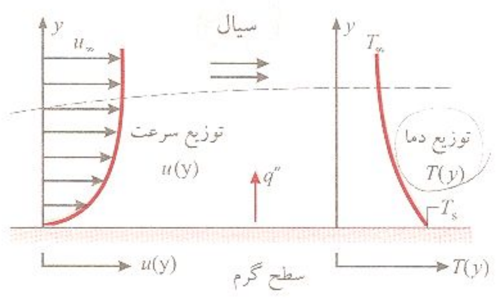
شار حرارتی: $q'': Heat\ \ flux$ $\quad q'' = \frac{q}{A}\left({}^{kw}\!/_{m^2}\right) \quad , \quad q'' = \frac{q_x}{A}$

Assumption با فرض k= constant $\Rightarrow q'' = -k\left(\frac{\partial T}{\partial x}i + \frac{\partial T}{\partial y}j + \frac{\partial T}{\partial z}k\right)$

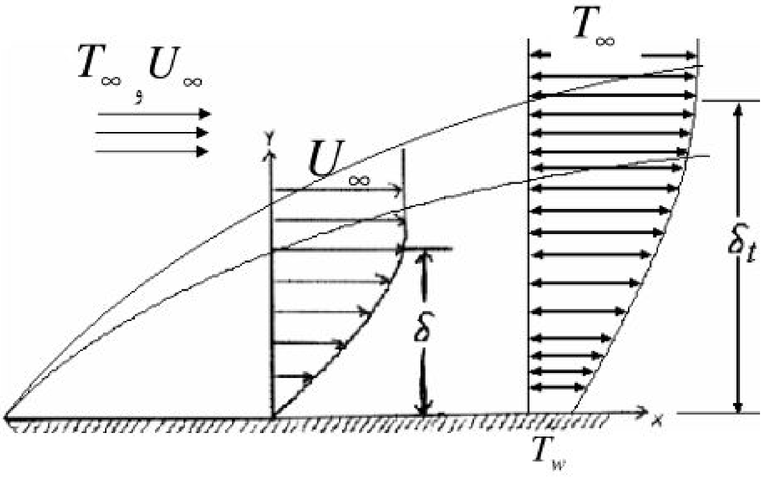
شکل سه بعدی قانون فوریه ↑

$q'' = -k\vec{\nabla}T = -k\ \overrightarrow{grad}(T)$

جابجایی: : *Convection*



گسترش لایه‌ی مرزی در انتقال گرمای جابه‌جایی



انتقال حرارت جابجایی

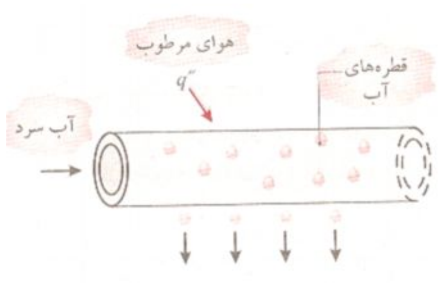
انواع جابه‌جایی:

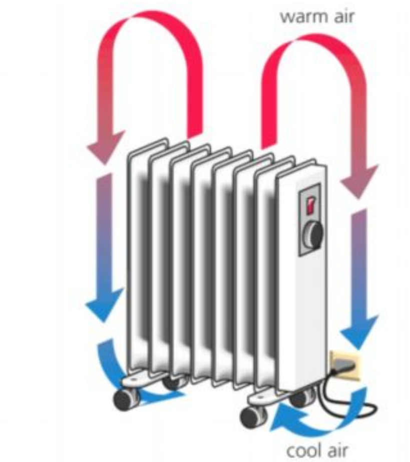
$$\text{Convection:}\begin{cases}\text{Forced convection}\\ \text{Free (Natural) Convection}\end{cases}$$

Forced convection: زمانی بوجود می‌آید که جابجایی توسط یک عامل خارجی مثل فن یا پمپ یا باد ایجاد شود مثل رادیاتور ماشین، خنک کردن تجهیزات کامپیوتر.

Free concretion: انتقال به شکل طبیعی یا آزاد در اثر تغییرات چگالی و یا نیروی شناوری بوجود می‌آید مثل شوفاژ

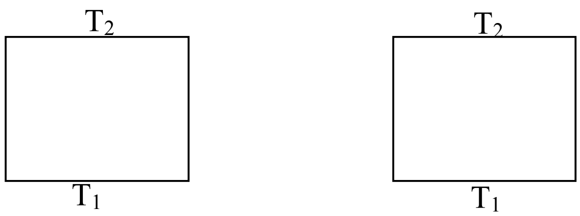
وقتی یک سیال گرم می‌شود چگالی آن کم می‌شود و سبک می‌شود و بالا می‌رود.





گرمایش هوا بوسیله نوعی بخاری برقی (مثالی از جابجایی آزاد)

اگر لباس را روی شوفاژ بگذاریم جلوی حرکت سیال را می‌گیـرد و انتقـال حـرارت را پـائین می‌آورد.



free convection $T_1 > T_2$ *condction* $T_2 > T_1$

چون $T_2 > T_1$ و سیال گرم تمایل دارد به سمت بالا برود در نتیجه به محفظه برخورد می‌کند.

چون $T_2 < T_1$ است سیال گرم پایین است و به راحتی به سمت بالا حرکت می‌کند.

همیشه انتقال حرارت Force به وسیله عامل خارجی از Free خیلی بیشتر است.

مثال: کولر گازی

نقطه شنبم: (dew point)

دمایی که تحت آن در طی یک فرآیند فشار ثابت سرد بشود اولین نقطه‌ای کـه آب چگالیـده می‌شود نقطه شبنم است.

انتقال حرارت در جوشش و چگالش به شدت بالاست.

انتقال حرارت توسط قانون سرمایش نیوتن بیان می‌شود (Newton’s law of cooling)

$$q \alpha A(T_w - T_\infty)$$

$\dot{q} = hA(T_w - T_\infty)$ ضریب انتقال حرارت جابجایی

h:
- Geometry, Roughness به شکل هندسی و زبری سطح
- fluid properties K ،C_p، μ ،ρ خواص سیال مثل
- flow condition شرایط جریان

* مقدار h (ضریب جابه‌جایی) برای انتقال حرارت بوسیلهٔ عامل خارجی (force) در مقایسه با حالت آزاد (free) خیلی بیشتر است.

$h_{forced\ conr} > h_{free\ conrec}$

$h_{Boiling,condestotion} > h_{forced\ cew.}$

$h: film\ \ coefficiont$

Heat transfer

* conduction:

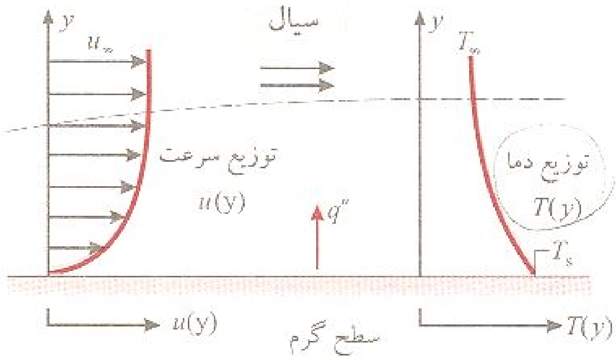
Diffusion(پخش مولکولی)

$$\begin{cases} gas\ \&\ fluid: & \text{(سیالات ساکن)} \\ solid: \begin{cases} ۱.lottice\ vibration: & \text{(ارتعاش شبکه‌ای)} \\ ۲.free\ electrons: & \text{(الکترون‌های آزاد)} \end{cases} \end{cases}$$

* اگر سیال روی سطحی حرکت کند لایهٔ مرزی به وجود می‌آید.

**** Convection:***

* برای انتقال حرارت جا به‌جایی حتماً باید سیال متحرکی داشته باشیم.



(شرط عدم لغزش) $v = 0$

* در نزدیک سطح سرعت صفر است و انتقال حرارت توسط مکانیزم رسانش است.

convection: نزدیك سطح (v = 0) : Diffusion
Bulk motion (Advection) : حرکت توده‌ای سیال

نکات قانون فوریه:

1) قانون فوریه یک معادلهٔ برداری است و این معادله برای هر ماده‌ای صادق است حتی اگر شرایط مسئله غیرپایدار باشد.

قانون فوریه: $q'' = -k\vec{\nabla} T$

2) از مشاهدهٔ تجربی به دست آمده

3) حتی اگر منبع حرارتی وجود داشته باشد معادله صادق است.

* از لحاظ مکانیزم سرعت سریع‌ترین نوع انتقال حرارت Radiation می‌باشد. و این انرژی توسط امواج Electromagnetic (Photon) منتقل می‌شود.

قانون Stefan- Boltzmann: $Q''_{emit,\max} = \sigma T_s^4$

*** دما باید حتماً باید به صورت مطلق باشد یعنی کلوین یا رانکین:**

$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{w}{m^2.k^4}$

انرژی یک سطح واقعی صادر می‌کند: $Q'' = \varepsilon\sigma T_s^{4}$ $\quad\quad$ $\varepsilon : emissivity\ \ of\ \ surface$

ماده‌ای که ماکزیمم انرژی را از خود صادر کند. $\Rightarrow$ (جسم سیاه) : Black Body

$\varepsilon = 1$

به عبارت دیگر جسم سیاه جسمی است که تمام انرژی داده شده به آن را جذب می‌کند.

$q_{1-2} = \sigma\varepsilon A_i F_{12}\left(T_1^{4} - T_2^{4}\right)$: انرژی تشعشعی که از جسم 1 به جسم 2 می‌رسد.

$F_{12} : shape(view)\,factor$

$F_{12} = \frac{1}{A_1}\iint_{A_1}\iint_{A_2}\frac{\cos\theta_i.\cos\theta_j}{\pi r^{2}}dA_2.dA_1$

K: ضریب هدایت‌گرمایی:

$q'' = -k\vec{\nabla}T$ $\quad\quad$ $k : Thermal\ conductivity$

در حالت کلی: $K_{solid} > K_{liquid} > K_{gas}$

n: تعداد مولکول‌ها بر واحد حجم

c: سرعت متوسط مولکول‌های گاز

$k_{gas}\alpha\ n\overline{C}\lambda$

λ: متوسط فاصله‌ای که مولکولها به هم برخورد می‌کنند.

$c, \mu, k \quad \alpha \quad \sqrt{T}$ $\quad\quad$ $C = \sqrt{KRT}$

1) k با جرم مولکولی نسبت عکس دارد.

$K_{Hz} > K_{He} > K_{Air} > K_{R-12}$

2) k_{gas} با فشار ارتباطی ندارد چون λ کم می‌شود و n بالا می‌رود و این دو اثر هم را خنثی می‌کنند.

مقایسۀ k مربوط به بعضی از گازها:

3) k مایعات مانند k گازها تحلیل می‌شوند.

4) k گازها و مایعات با افزایش دما افزایش می‌یابد.

k: مواد جامد به ارتعاش شبکه مولکول و الکترون‌های آزاد بستگی دارد.

$$K_{solid}\begin{cases} lattice\ \ vib(k_l)\ \ k_{solid}=k_l+k_e \\ free\,elect:(k_e) \end{cases}$$

5) هر چه شبکه مولکولی منظم‌تر باشد k بیشتری دارد. بالاترین k موجود k الماس است.

	$k\left(\frac{w}{m.k}\right)$
Diamond	2300
Copper	430
Iron	80.2
water	0.613
Air	0.02

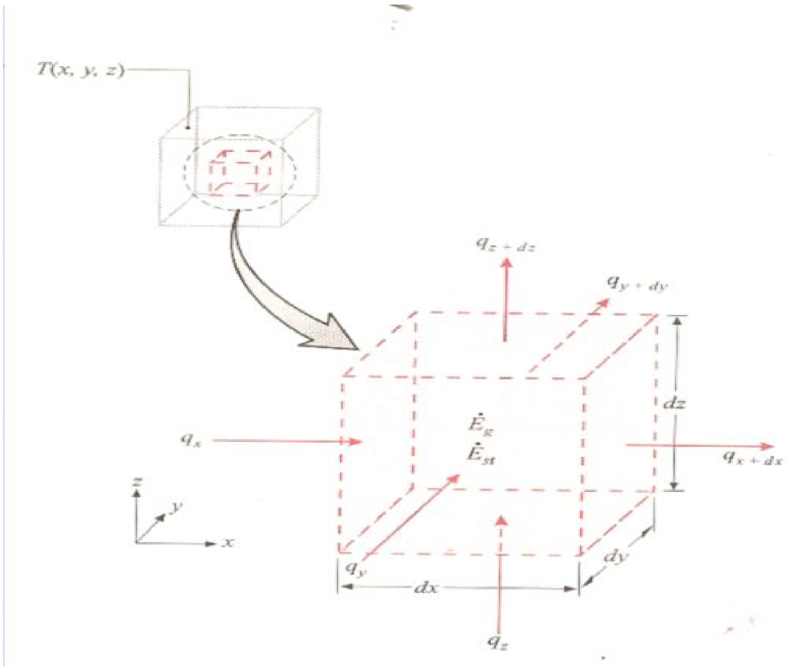
در حالت کلی: $K_{\substack{crystal\\diamonid}}\rangle K_{\substack{Pure\\metal}}\rangle K_{\substack{Alloy\\metal}}\rangle K_{liquid}\rangle K_{insulation}\rangle k_{gas}$

در مایع‌ها: $k_{\text{آب}}\rangle k_{\text{روغن}}$

مقایسۀ k مربوط به فلزها

$k_{copper}\rangle k_{al\min am}\rangle k_{\substack{carbon\\steel}}\rangle k_{\substack{s\tan iless\\steel}}\rangle$

Heat conduction Equation:



حجم کنترل دیفرانسیلی $dxdydz$ **برای تحلیل رسانش در مختصات کارتزین**

$\dot{E}_G$: انرژی تولیدی بر واحد حجم مثلاً انـرژی الکتریکـی، شـیمیایی یـا هسـته‌ای بـه انـرژی حرارتی تبدیل شود.

* روش به دست آوردن معادلهٔ انتقال حرارت هدایتی

The first law of Thermodynamic (conservation of Energy principle):

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \Delta\dot{E}_{system} \quad (۱)$$

$$\dot{E}_{in} = \dot{q}_x + \dot{q}_y + \dot{q}_z \qquad , \qquad \dot{E}_{out} = \dot{q}_{x+dx} + \dot{q}_{y+dy} + \dot{q}_{z+dz}$$

$$= \left(\dot{q}_x + \partial\frac{\dot{q}_x}{\partial x}dx\right) + \left(\dot{q}_y + \frac{\partial \dot{q}y}{\partial y}dy\right) + \left(\dot{q}_z + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial_z}dz\right)$$

$$\dot{E}_G = \dot{q}_G.d_x d_y d_z \qquad \dot{q}_G = Heat \quad Generation : per\ unit\ valume$$ انرژی تولید بر واحد حجم

$$\Delta\dot{E}_{sys} = mC_p\frac{\partial T}{\partial t} = pc_p d_x d_y d_z\frac{\partial T}{\partial t}$$

$C_v = C_p$ (جسم جامد)

$$\dot{q}_x = -kd_y d_z\frac{\partial T}{\partial x}, \dot{q}_y = -kd_x d_z\frac{\partial T}{\partial y}, \dot{q}_z = -kd_x d_y\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \frac{-\partial \dot{q}_x}{\partial x}dx-\frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y}dy-\frac{\partial \dot{q}}{\partial z}zdz+\dot{q}_G.d_xd_yd_z = pc_p dxdydz\frac{\partial T}{\partial t}$$

معادلهٔ انتقال حرارت در مختصات دکارتی (با مشتقات جزئی)

Assumption: K= constant $\Rightarrow$

$$\Rightarrow\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}, \qquad \left(\alpha\uparrow=\frac{k\uparrow}{(PC_p)\downarrow}\right)$$

α : *Thermal diffucityty* (پخشندگی گرمایی)

PC_p : (ظرفیت گرمایی حجمی)

αبالا: یعنی گرما سریع در ماده پخش می‌شود و مـاده سـریع تحـت تـأثیر تغییـر دمـا قـرار می‌گیرد.

* گازها برای ذخیره انرژی مواد مناسبی نیستند چون α آنها کم است.

$$\overrightarrow{grad}\, f=\vec{\nabla} f=\frac{\partial f}{\partial x}i+\frac{\partial f}{\partial y}j+\frac{\partial f}{\partial z}k$$

Div $\vec{A}=\vec{\nabla}.\vec{A}$

Div $\left(\vec{\nabla} f\right)=\vec{\nabla}.\vec{\nabla} f=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$

Laplasion(T): Div $\left[\overrightarrow{grad}(T)\right]$

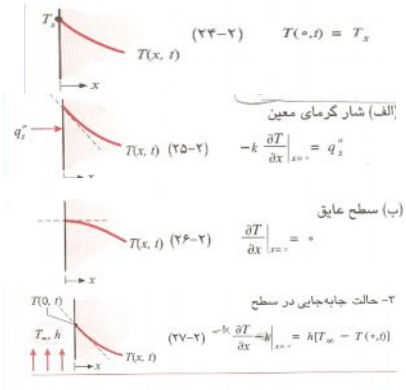
$\Rightarrow$ معادلهٔ انتقال گرما : $\nabla^2 T+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (k=cte)$

$$\begin{cases}\dot{q}_G=0 \quad \nabla^2 T=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}\ \text{Fourier Equation} & \text{(معادلهٔ فوریه)}\\ steady\Rightarrow \nabla^2 T+\frac{\dot{q}_G}{k}=0\ \text{poisson Equation} & \text{(معادلهٔ پواسون)}\\ steady, \dot{q}_G=0\Rightarrow \nabla^2 T=0 & \text{(معادلهٔ لاپلاس)}\end{cases}$$

One-Dimensional: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

$$\begin{cases}2\ \textit{Boundary conditions}:\\ 1\ \textit{Initial}\ \text{condition}:\end{cases}$$

$$
Boundary\ \ condition: \begin{cases} 1 = Dirichlet\ \ Condition \\ \quad T(0,t) = T_1 \\ 2 = Newmann\ condition \\ \quad q''_{(0,t)} = -k\dfrac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0} \\ special\ \text{case}: \\ \quad \text{q}''=0 \Rightarrow \dfrac{\partial \text{T}}{\partial \text{x}}\Big|_{x=0} = 0 \end{cases}
$$



$$
\begin{cases} ۳ = conveetion \\ \qquad h\left(T_\infty - T_{conv,t}\right) = -k\dfrac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=\cdot} \\ ۴ = \sigma\varepsilon\left[T_\infty^{۴} - T^{۴}(\cdot,t)\right] = -k\dfrac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=\cdot} \end{cases}
$$

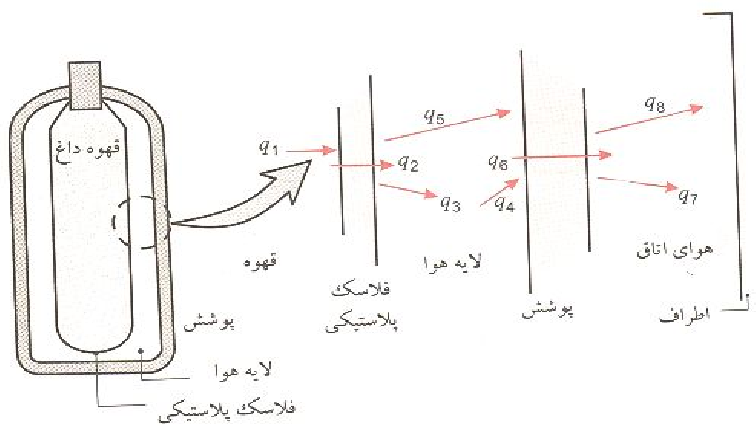
5) دو سطح در تماس با هم باشند.

$$
\begin{cases} T_A(x_\cdot,t) = T_B(x_\cdot,t) \\ -k_A\dfrac{\partial T(x_\cdot,t)}{\alpha_x} = -k_B\dfrac{\partial T_{(x_\cdot,t)}}{\partial_x} \end{cases}
$$

یک سطح نمی‌تواند انرژی را در خود حفظ کند قدر انرژی وارد می‌شود خارج می‌شود.

* اگر k_A و k_B با هم برابر باشند مشتق آنها با هم برابر است و مماس بر منحنی در نقطه مشترک آنها با هم برابرند.

مکانیزم انتقال حرارت از فلاسک چای به هوای بیرون:



جابه‌جایی $\dot{q}_1 = natural\ Free\ convection(from$ tea to suface1)

رسانش از سطح 1 به سطح 2

جابه‌جایی $\dot{q}_2 : conduction$(throgh surface 1 to 2)

تشعشع از سطح (2) به سطح (3)

جابه‌جایی $\dot{q}_۳$: Radiation (from surface 2 to surface3)

جابه‌جایی از سطح (2) به هوا (Air1)

جابه‌جایی $\dot{q}_4 : matural$ convection (from surface 2 to Air 1)

جابه‌جایی از Air1 به سطح (3)

جابه‌جایی $\dot{q}_۵ : matural$ convection (from Air 1 to Surface3)

رسانش از سطح (3) به سطح (4)

جابه‌جایی $\dot{q}_۶ = Conduction$ (through surface 3 to 4)

تشعشع از سطح (4) به سطح (5)

جابه‌جایی $\dot{q}_۷$: Re$diation$ from surface 4 to surhace 5)

جابه جایی از سطح (4) به Air2

$\dot{q}_۸$: $Natural$ convection form surfacl 4 to Air 2

One-Dimensional: Heat conduction Equation:

In Cartesian: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

In cylindrical: $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

In spherical: $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^n\frac{\partial T}{\partial t}\right)+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}\begin{cases} r=x, n=0 \\ n=1 \\ n=2 \end{cases}$

*1) هدف از حل معادلات انتقال گرما بدست آوردن توزیع دما در زمان و مکان‌های مختلف است و توزیع دما به ما کمک می‌کند که نرخ انتقال حرارت را به دست آوریم. $(\dot{q}, q'')$

2) با به دست آمدن توزیع دما تنش‌های حرارتی نیز به دست می‌آیند (Thermal stress)

3) با توزیع دما جابه‌جایی‌ها و کمانش را می‌توان حساب کرد. Displacement, Buckling

4) به دست آوردن عایق مناسب: insulator:

5) انتخاب چسب‌های صنعتی Coating:

*** حل معادلهٔ انتقال حرارت در مختصات دکارتی (کارتزین):**

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\underset{\text{no heat Generation}}{\overset{\text{steady state:}}{\Longrightarrow}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=0$$

فرضیات: (1- یک بعدی، 2- پایدار، 3- بدون منبع حرارتی)

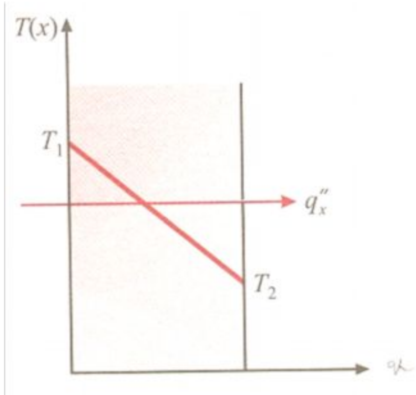
A: ثابت

K: ثابت

$$\frac{dT}{dx} = constont = C_۱ \qquad \dot{q}_x = -kA\frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \dot{q}_x = cons\tan t \Rightarrow q_x^{"} = \frac{\dot{q}_x}{A} = constaxt$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial k}\right) = ۰$$



رابطه بین دستگاه مختصات، جهت جریان گرما و شیب دما در یک بعد

قانون اول: $\dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \frac{dE}{dt} \Rightarrow \dot{E}_{in} = E_{out} \Rightarrow \dot{q}_x = \dot{q}_{x+dx} = cte$

$\frac{dT}{dx} = C۱ \Rightarrow T = C_۱x + C_۲ \Rightarrow$ توزیع دما خطی است

قانون فوریه: $\dot{q}_x = -kA\frac{dT}{dx} \Rightarrow \dot{q}_x d_x = -kAdT$

$$\int_{x_۱}^{x_۲}\dot{q}_x dx = \int_{T_۱}^{T_۲} -kAdT \Rightarrow \dot{q}_x(x_۲ - x_۱) = -kA(T_۲ - T_۱)$$

$$\Rightarrow \dot{q}_x = \frac{kA(T_۱ - T_۲)}{\Delta x} \Rightarrow \dot{q}_x = \frac{T_۱ - T_۲}{\frac{l}{kA}}$$

* مقایسهٔ جریان الکتریکی با جریان حرارتی:

$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

$Rt : Thermal\ Resistance$

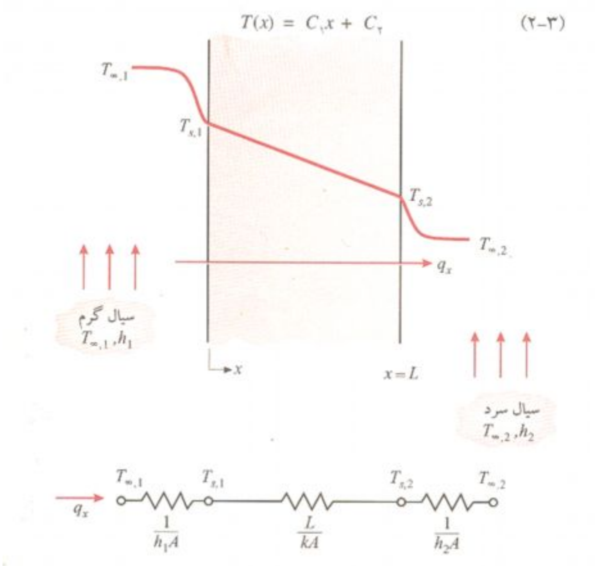
$$\begin{cases} \Delta V,\ I,\ R \\ \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \\ \Delta T, q\ ,\ R_t \end{cases} \qquad Rt_{cond}=\frac{l}{KA}$$

Convection: $\dot{q}=hA\Delta T \rightarrow \dot{q}=\dfrac{\Delta T}{\left(\dfrac{۱}{hA}\right)} \qquad R_{t,conv}=\dfrac{۱}{hA}$

Radiation: $q=\varepsilon\sigma A\left(T_{surr}^{۴}-T_{s}^{۴}\right)=\left[\varepsilon\sigma\left(T_{surr}^{۲}+T_{s}^{۲}\right)\left(T_{surr}+T_{s}\right)\right]*A\left(T_{surr}-T_{s}\right)$

$$R_{t,rad}=\frac{۱}{hA_{rad}}$$

تحلیل مسئله:



انتقال گرما در دیوار مسطح (الف) توزیع دما (ب) مدار گرمایی معادل

$$R_{۱}=\frac{۱}{h_{۱}A}, R_{۲}=\frac{l}{kA}, R_{۳}=\frac{۱}{h_{۲}A}$$

$R_{tot}=R_{۱}+R_{۲}+R_{۳}$ Series Resistances

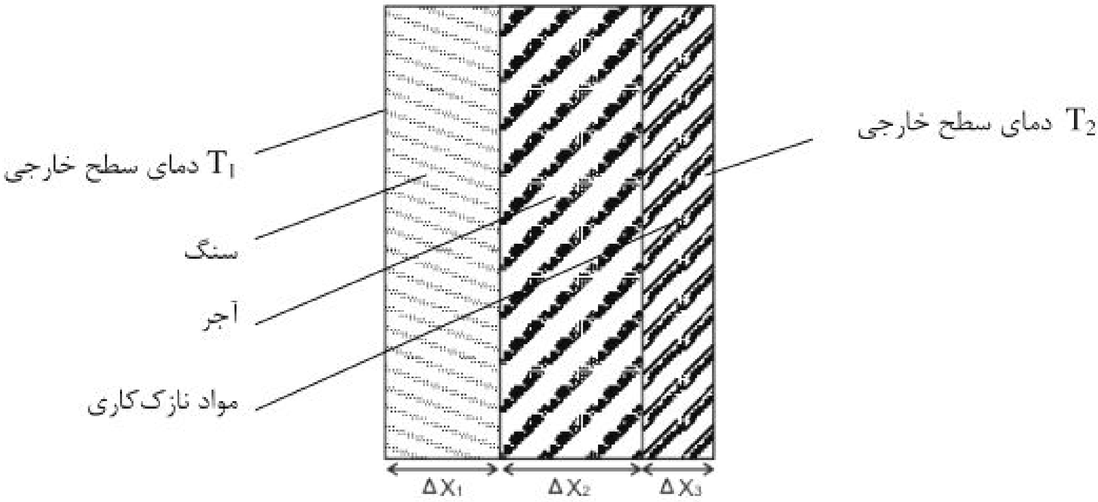
$$\dot{q}_x=\frac{T_{\infty ۱}-T_{\infty ۲}}{R_{tot}}=\frac{T_{\infty ۱}-T_{۲}}{R_{۱}+R_{۲}}=\frac{T_{۱}-T_{۲}}{R_{۲}}=\dots$$

Parallel Resistance:

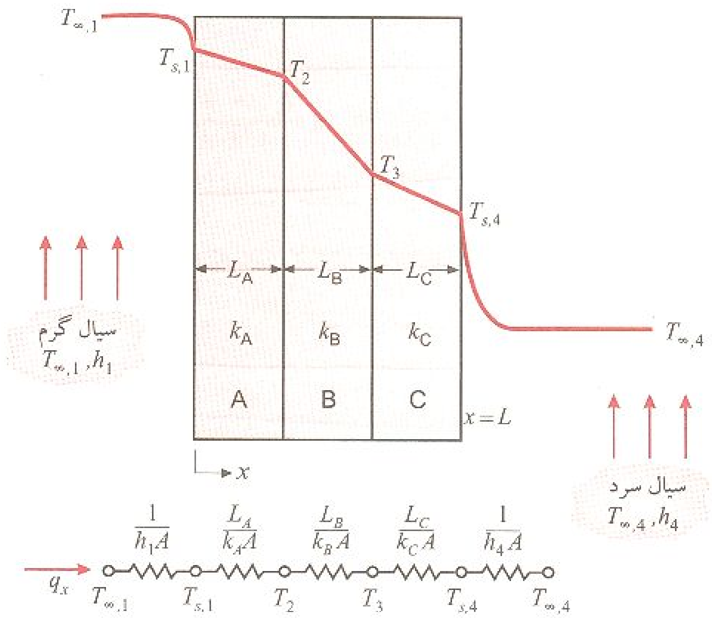
$$\dot{q}=\dot{q}_{۱}+\dot{q}_{۲} \qquad \dot{q}=\frac{\Delta T}{R_{۱}}+\frac{\Delta T}{R_{۲}}$$

$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}$$

دیوار مرکب:



انتقال حرارت از دیواره چند لایه

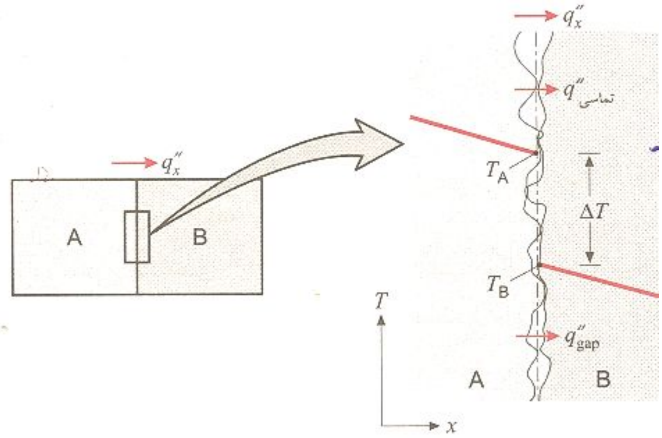


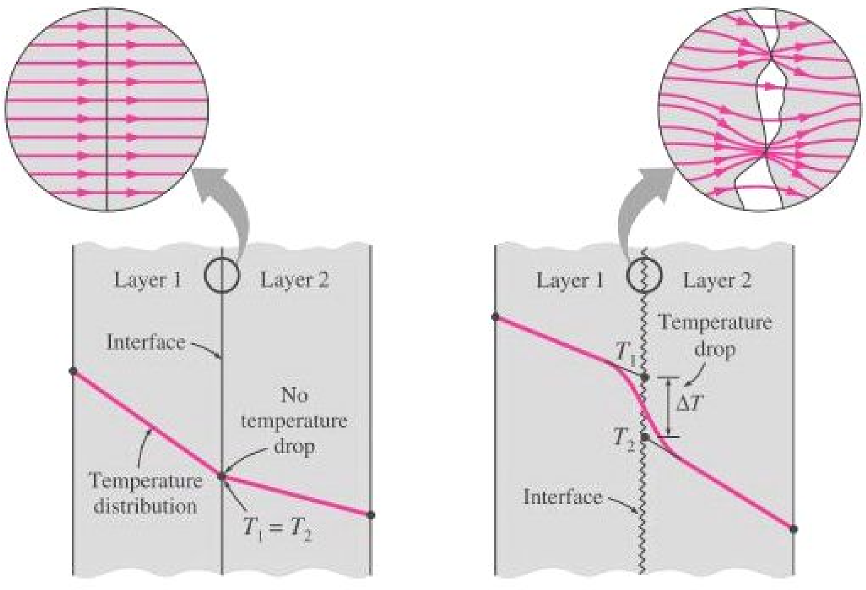
مدار گرمایی معادل برای دیوار مرکب سری

$$\dot{q} = \frac{T_{\infty ۱} - T_{\infty ۲}}{R_t} \qquad R_t = R_۱ + R_۲ + R_۳ + R_۴ + R_۵$$

$$\dot{q} = \frac{T_۱ - T_۴}{R_۲ + R_۳ + R_۴}$$

Themal contact Resistance: مقاومت حرارتی سطح تماس





(a) Ideal (perfect) thermal contact (b) Actual (imperfect) thermal contact

افت دما بر اثر مقاومت تماسی گرمایی

مقاومت سطح تماس به عوامل زیر وابسته است :

1- نوع سیال

2- زبری سطح

3- فشار

* هرچه زبری بیشتر باشد افت دما بیشتر می‌شود.

1) در حالت واقعی چون بین دو سطح تماس سیالی وجود دارد و خود سیال مقاومت دارد بنابراین انتقال حرارت را کم می‌کند و از طرف دیگر kجامد همیشه از k سیال بیشتر است در نتیجه انتقال حرارت کمتر می‌شود.

2) هرچه زبری دو سطح بیشتر باشد افت دما بیشتر می‌شود. چون مقاومت بیشتر می‌شود.

3) هر چه سیال بین دو سطح دارای k کمتری باشد افت دما بیشتر می‌شود. (مقاومت بیشتر است) و افت دما بیشتر می‌شود.

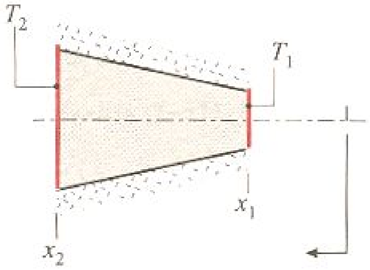
4) هرچه فشار سیال کمتر شود، Convection کمتر می‌شود در نتیجه افت دما بیشتر می‌شود.

$R_{c,H_2} < R_{c,He} \Leftrightarrow k_{H_2} > K_{He}$

$k_{Air} < k_{oil} \Leftrightarrow R_{c,Air} > R_{c,oil}$

سوال : اگر سیال که بین فصل مشترک قرار دارد اکسیژن باشد افت دما بیشتر وجود دارد یا نیتروژن؟

تابع توزیع دما در دیوار با سطح متغیر:



فرضیات: 1) بدون منبع حرارتی

2) حالت پایدار

3) دور آن عایق‌کاری شده است.

برای المان قانون اول را می‌نویسیم:

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \frac{dE}{dt}$$

$$\dot{q}_x = \dot{q}_{x+dx} \Rightarrow \dot{q}_x = constont, \qquad \downarrow q'' = \frac{\dot{q}_x}{A\uparrow}$$

$$\downarrow q'' = -k\frac{\partial T}{\partial x}\downarrow$$

$$\dot{q}_x = -kA\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{\dot{q}_x . d_x}{A} = -kdT$$

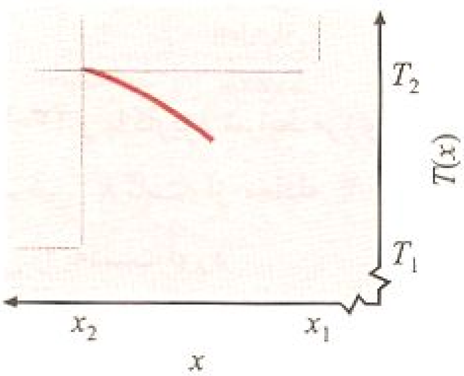
$$\Rightarrow \int_{x_1}^{x} \frac{\dot{q}_x . d_x}{A} = \int_{T}^{T} -kdT \qquad , \qquad A = \frac{\pi d^2}{4}, d = ax$$

$$\frac{d_1}{x_1} = \frac{d_2}{x_2} = \frac{d}{x} \Rightarrow A = \frac{\pi}{4}a^2x^2$$

$$\Rightarrow \dot{q}_x / \pi a^2 \big/ 4 \int_{x_1}^{x} \frac{dx}{x^2} = -k\left(T_2 - T_1\right)$$

$$\Rightarrow \frac{4\dot{q}_x}{k\pi a^2}\left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x}\right) = T - T_1$$

$$\Rightarrow T = T_1 + \frac{4\dot{q}_x}{k\pi a^2} - \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_1}\right)$$ تابع توزیع دما

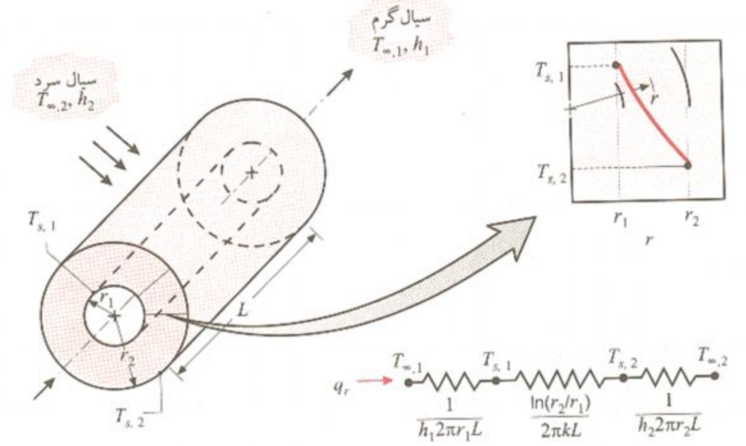


* با افزایش x، شیب کم می‌شود.***Heat condaction in cylinder:***

معادلهٔ انتقال حرارت در استوانه‌ها:

Assumption: one-dimensional; no Heat Generation, steads stotes

انتقال حرارت فقط در راستای شعاع است.



استوانه توی خالی با شرایط جابه‌جایی در سطح

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=0 \Rightarrow r\frac{dT}{dr}=cfe \Rightarrow dT=\frac{C_1}{r}dr$$

$$\Rightarrow T(r)=C_1\ln + C_2$$

* دما در سیستمهای استوانه‌ای براساس شعاع به شکل تابع لگاریتمی تغییر می‌کند. (توزیع دما لگاریتمی است).

A: مساحت جانبی استوانه:

$\dot{q}_r=-kA\frac{dT}{dr}=-k(2\pi rl)\frac{dT}{dr}\Rightarrow \dot{q}=cons\tan t$ نرخ انتقال حرارت ثابت است.

* با افزایش شعاع شار حرارتی کم می‌شود.

شار حرارتی: $q''_r=\frac{\dot{q}_r}{A}\rightarrow$ ثابت نیست

* با افزایش شعاع، گرادیان دمایی کم می‌شود.

$$\uparrow r\frac{dT}{dr}=corstont$$

r افزایش $\Rightarrow \frac{dT}{dr}$ (کاهش)

برای حل معادله توزیع دما دو ثابت داریم پس نیاز r دو شرط مرزی داریم:

$$B.C:\begin{cases}T=T_۱\Rightarrow C_۱\ln r_i+C_۲\\ T=T_۲\Rightarrow C_۱\ln r_o+C_۲\end{cases}\Rightarrow C_۱=\frac{T_۲-T_۱}{\ln\frac{ro}{ri}},C_۲=\frac{T_۲-T_۱}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}l_nr_o$$

توزیع دما $\Rightarrow T(r)=\frac{T_۲-T_۱}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}\ln r+T_۲-\frac{T_۲-T_۱}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}\ln ro=$

$$=T_۲+\frac{T_۲-T_۱}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}\ln\left(\frac{r}{r_o}\right)$$

$$\Rightarrow \dot{q}_r=-k(۲\pi rl)\frac{T_۲-T_۱}{r\left[\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)\right]}=\frac{T_۱-T_۲}{\frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{۲\pi kl}}$$

روش دوم: استفاده از قانون فوریه:

راه دوم: $\dot{q}_r=-kA\frac{dT}{dr}=-k(۲\pi rl)\frac{dT}{dr}$

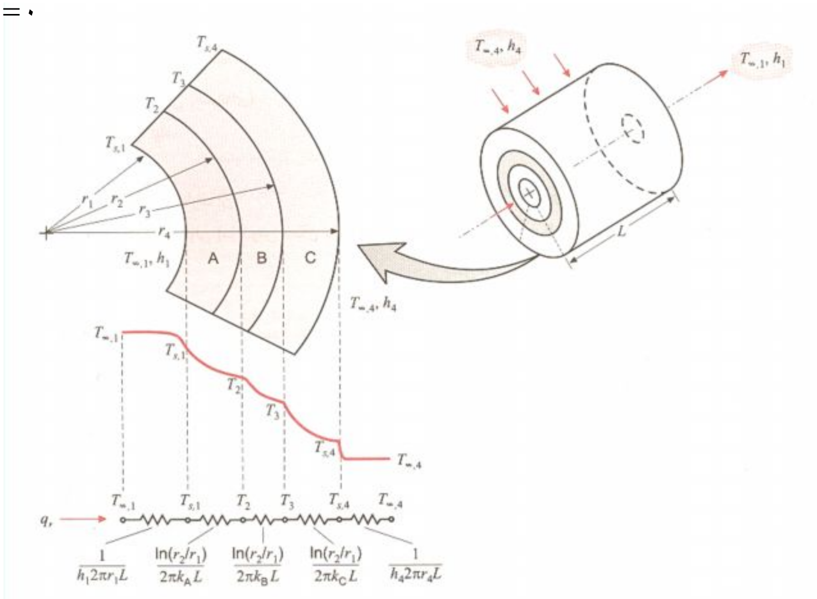
$$\int_{r_i}^{r_o}\dot{q}_r\frac{dr}{r}=\int_{T_۱}^{T_۲}-۲k\pi ldT\Rightarrow \dot{q}_r\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)=۲k\pi l(T_۱-T_۲)$$

$$\Rightarrow \dot{q}_r=\frac{۲k\pi l(T_۱-T_۲)}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}$$

$$R_{t,cond}=\frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{۲k\pi l}(For\ \ cylinder)$$

* بررسی مقاومت حرارتی در سیستم استوانه‌ای: (∞_i,∞_o)

$Radiation=۰$ فرضی



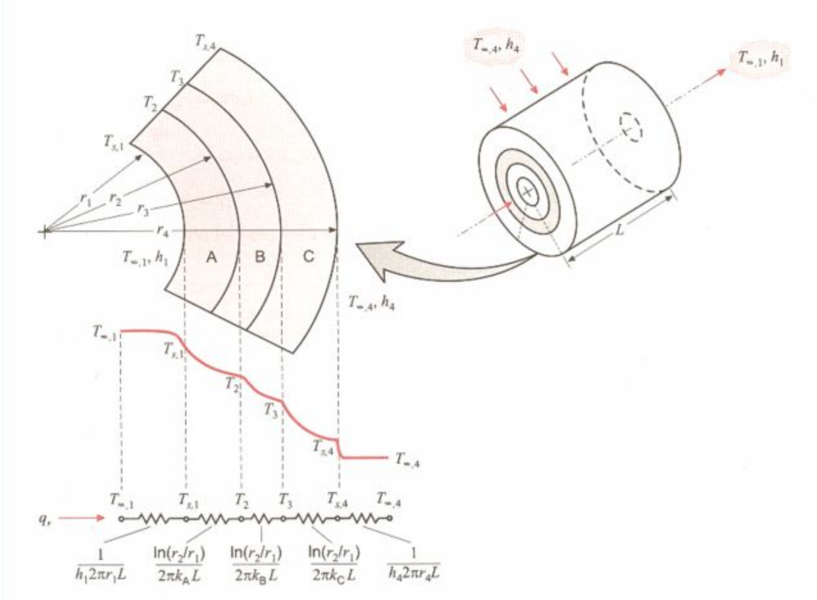
توزیع دما برای دیواره مرکب استوانه‌ای

$$R_۱=R_{Conv}=\frac{۱}{h_iA_i}=\frac{۱}{h_i(۲\pi r_il)}$$

$$R_۲=R_{cond}=\frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{۲\pi kl}=\frac{۱}{h_oA_o}=\frac{۱}{h_o(۲\pi r_ol)}$$

$$R۳=R_{conv}=\frac{۱}{h_oA_o}=\frac{۱}{h_o(۲\pi r_ol)}$$

استوانه‌های چندلایه: multy layers Cylinder:



توزیع دما برای دیواره مرکب استوانه‌ای

$$R_{۱}=R_{conv}=\frac{۱}{h_i A_i}=\frac{۱}{h_i\left(۲\pi r_i l\right)},\qquad R_{۲}=R_{cond}=\frac{\ln\left(\frac{r_{۲}}{r_{۱}}\right)}{۲\pi k_{۱} l}$$

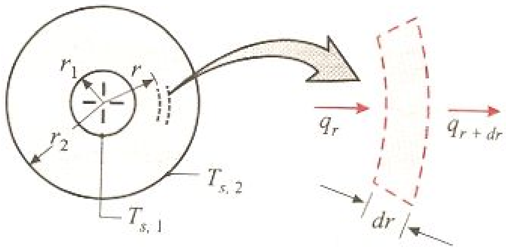
$$R_{۳}=R_{cond}=\frac{\ln\left(r_{۳}/r_{۲}\right)}{۲\pi k_{۲} l},\qquad R_{۴}=R_{cond}=\frac{\ln\left(r_{۴}/R_{۳}\right)}{۲\pi k_{۳} l}$$

$$R_{۵}=R_{conv}=\frac{۱}{h_o A_o}=\frac{۱}{h_o\left(۲\pi r_{۴} l\right)}$$

$$R_t=R_{۱}+R_{۲}+R_{۳}+R_{۴}+R_{۵}\Rightarrow \dot{q}_r=\frac{T_{\infty i}-T_{\infty_o}}{R_{total}}=\frac{T_{۱}-T_{۴}}{R_{۲}+R_{۳}+R_{۴}}=.......$$

Heat conduction in sphere:

*** معادلهٔ انتقال حرارت در کره:**



دو روش وجود دارد: فقط روش دوم را بررسی می‌کنیم

Assumption: one-Dimensional , steady state, no Heat Generation

فرضیات:

بدون منبع حرارتی

شرایط پایدار

یک بعدی

* در راستای θ نمی توانیم حرارت انتقال داشته باشیم، انتقال حرارت در جهت شعاع داریم . (اگر دور بزنیم کاهش و یا افزایش دما وجود ندارد.)

*خطوط شعاع ثابت ، خطوط دما ثابت نیز هستند

* انتقال حرارت فقط در راستای شعاع اتفاق می‌افتد. در نتیجه هر سطح شعاع ثابت یک سطح دما ثابت است.

First law of thermo:

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_{Q} - \dot{E}_{out} = \frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v} \Rightarrow \dot{q}_r = \dot{q}_{r+dr}$$

$$\Rightarrow \dot{q}_r = \dot{q}_r + \frac{\partial \dot{q}r}{\partial r}dr \Rightarrow \frac{\partial \dot{q}_r}{\partial r} = \cdot \Rightarrow \dot{q}_r = cons\tan t$$

$$\uparrow q_r^{"} = \frac{\dot{q}_r}{A} \downarrow$$

* نرخ انتقال حرارت در سه نوع دوباره (تخت- استوانه‌ای- کره‌ای) ثابت است.

* شار حرارتی فقط در دیوار تخت ثابت است ولی در دیوارهٔ استوانه‌ای و کروی ثابت نیست و با افزایش شعاع کم می‌شود.

* در دیوارهٔ کروی گرادیان دمایی $\left(\frac{dT}{dr}\right)$ با افزایش شعاع کم می‌شود.

حل از راه قانون فوریه: $\dot{q}_r = -kA\frac{dT}{dr} = -k\left(4\pi r^2\right)\frac{dT}{dr} = cte$

$$\int_{r_i}^{r_o} \dot{q}_r \frac{dr}{r^2} = \int_{T_1}^{T_2} -4\pi dT \Rightarrow \dot{q}_r\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}\right) = 4k\pi\left(T_1 - T_2\right)$$

$$\Rightarrow \dot{q}_r = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}\right)}$$

$$\Rightarrow R_{t,cond} = \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}}{4k\pi} \quad for \;\; sphere \qquad\qquad T(r) = \frac{C_1}{r} + C_2$$

توزیع دما:

سوال:

* شار حرارتی در استوانه کمتر است یا در کروی؟

* کاهش شیب در استوانه بیشتر است یا در کره ؟

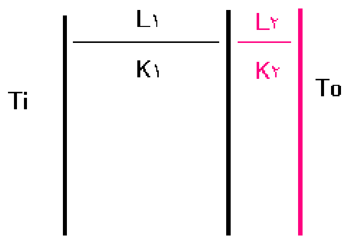
شعاع بحرانی عایق: Critical Radius of insulation

$$R_{۱}=\frac{L_{۱}}{K_{۱A}},R_{۲}=\frac{l_{۲}}{k_{۲}A},R_{۳}=\frac{۱}{h_{o}A}$$

$$\downarrow \dot{q}_{x}=\frac{T_{۱}-T_{\infty}}{R_{۱}+R_{۲}+R_{۳}}\uparrow$$

شعاع بحرانی عایق :

1) صفحه تخت:



$$Rconv=\frac{1}{h_{i}A_{i}}=cte$$

$$R_{1}=\frac{L_{1}}{K_{1}A}=cte$$

$$Rins=\frac{\overset{\uparrow}{L_{2}}\uparrow}{KinsA}$$

$$\downarrow q=\frac{Ti-To}{Rtot\uparrow}$$

$$Rconv=\frac{1}{hoA}=cte$$

$$\uparrow Rtot=Rconv+R1+\underset{\uparrow}{Rins}+Rconv$$

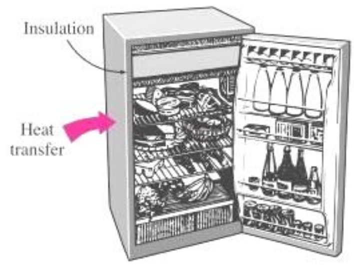
* در صفحه تخت باید عایق را به گونه‌ای انتخاب کنیم که مجموع مقاومتها زیاد شود

هرچه طول (ضخامت) عایق را بیشتر انتخاب کنیم انتقال حرارت به همان نسبت کم

می‌شود چون مقاومت کل افزایش پیدا می‌کنیم (کلیهٔ مقادیر ثابت‌اند فقط می‌توانیم 1

عایق را تغییردهیم).

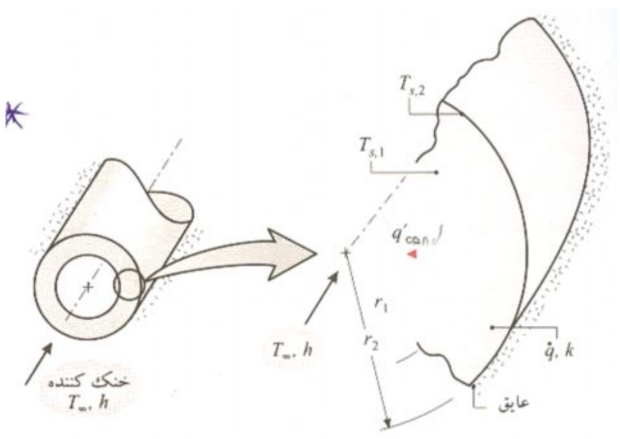
* در صفحهٔ تخت شعاع بحرانی عایق نداریم و هرچه ما را بیشتر کنیم مقاومت بیشتر می‌شود.



*در دیواره ی تخت هر چه ضخامت عایق را بیشتر کنیم نرخ انتقال حرارت کمتر می شود.

* در دیواره ی تخت با افزایش عایق مقاومت هدایتی افزایش پیدا می کند ولی مقاومت جابه جایی کاهش پیدا می کند.

*** دیوارهٔ استوانه‌ای:**



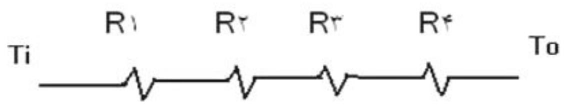
$$\uparrow R_1 = R_{cond} = \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_1}\right)}{2\pi k_{in} l}, \qquad \downarrow R_2 = \frac{1}{h_o A_o} = \frac{1}{h_o 2\pi r_o l \uparrow}$$

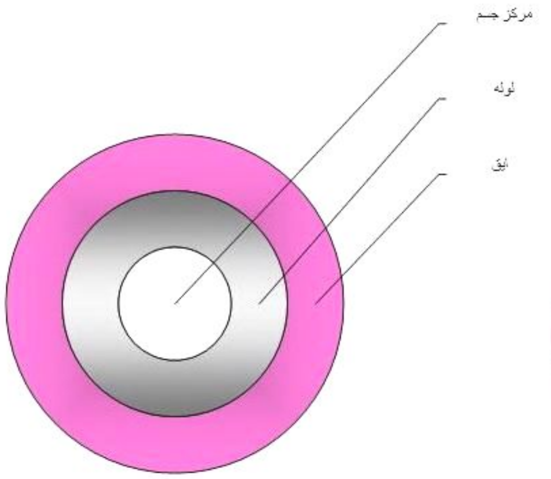
$$\dot{q}_r = \frac{T_1 - T_{\infty o}}{R_1 + R_2}$$

* گاهی اوقات کاهش مقاومت جابه جایی به افزایش مقاومت هدایتی غلبه می کند که در این حالت نه تنها افزایش عایق باعث کاهش انتقال حرارت نمی شود بلکه به افزایش انتقال حرارت نیز می انجامد.

* با افزایش عایق مقاومت جابه‌جایی کم ولی مقاومت رسانش زیاد می‌شود. در نتیجه باید شعاع بهینه را بیابیم:

می‌خواهیم شعاع بهینه را پیدا کنیم:





$$R_1 = \frac{1}{hiA} = cte$$

$$R_2 = \frac{Ln(\frac{r_1}{r_2})}{2\pi lk} = Cte$$

$$\overset{\uparrow}{R}_3 = \frac{Ln(\frac{ro\uparrow}{r1})}{2\pi lkins}$$

$$RL_1 \downarrow = \frac{1}{hoAo\uparrow}$$

پیدا کردن شعاع بحرانی:

شعاعی است که در آن شعاع max انتقال حرارت را داریم .

قبل از rcr اضافه کردن عایق باعث افزایش انتقال حـرارت و بعـد از rcr اضـافه کـردن عایق سبب کاهش انتقال حرارت می شود.

$$q=\frac{Ti-To}{Rtot}=Rtot=R1+R2+R3+R4=\frac{1}{hi2\pi k}+\frac{Ln(\frac{r1}{ri})}{2\pi lk_1}+\frac{Ln(\frac{ro}{r_1})}{2\pi lkins}+\frac{1}{ho2\pi lro}$$

$$\frac{\partial q}{\partial ro}=0$$

$$\frac{\partial Rtot}{\partial ro}=0$$

$$\frac{\partial Rtot}{\partial ro}=0\Rightarrow\frac{\frac{1}{ro}}{2\pi lkins}-\frac{1}{2ho\pi lro^{2}}=0$$

$$\frac{1}{2\pi lkinsro}=\frac{1}{2\pi holro^{2}}\rightarrow rcr=\frac{kins}{h}$$

برای پیدا کردن max و min بودن یکبار دیگر مشتق می گیریم

$$\frac{\partial^2 Rtot}{\partial ro}=-\frac{1}{2\pi kinslro^{2}}+\frac{1}{ho\pi lro^{3}}=$$

$$\frac{-1}{2\pi l^{kins}(\frac{kins}{ho})^{2}}+\frac{1}{ho\pi(\frac{kins}{ho})^{3}}=\frac{-1}{2\pi k^{3}ins\frac{L}{ho^{2}}}+\frac{1}{\frac{\pi kinsl}{ho^{2}}}=$$

$$\frac{1}{2\pi\, kins^{3}\frac{l}{ho^{2}}}\succ 0\ \frac{\partial^2 Rtot}{\partial ro^{2}}\succ 0$$

$$R_t = R_۱ + R_۲$$

$$\text{باید}\ \frac{d\dot{q}_r}{dr_o} = ۰ \qquad \text{یا} \qquad \frac{dR_{tot}}{dr_o} = ۰$$

$$\Rightarrow R_{tot} = R_۱ + R_۲ , \frac{dRt}{dro} = ۰ \Rightarrow \frac{\frac{۱}{r_o}}{۲\pi k_{in} l} + \frac{-۱}{h_o ۲\pi l r_o^۲} = ۰ \Rightarrow$$

$$\frac{۱}{r_o ۲\pi l}\left[\frac{۱}{k_{in}} - \frac{۱}{h_o r_o}\right] = ۰$$

$$\frac{۱}{k_{in}} = \frac{۱}{h_o r_o} = ۰ \Rightarrow r_{ocr} = \frac{k_{in}}{h_o}$$

$$\frac{d^۲ R_t}{dr_o^۲} = ۰ \Rightarrow -\frac{۱}{۲\pi_{in} \pi l r_o^۲} + \frac{۲}{h_o ۲\pi l r_o^۳} = -\frac{۱}{۲\pi \frac{k_{in}^۲}{h_o^۲}} + \frac{۲}{۲\pi l \frac{k_{in}^۲}{h_o^۲}}$$

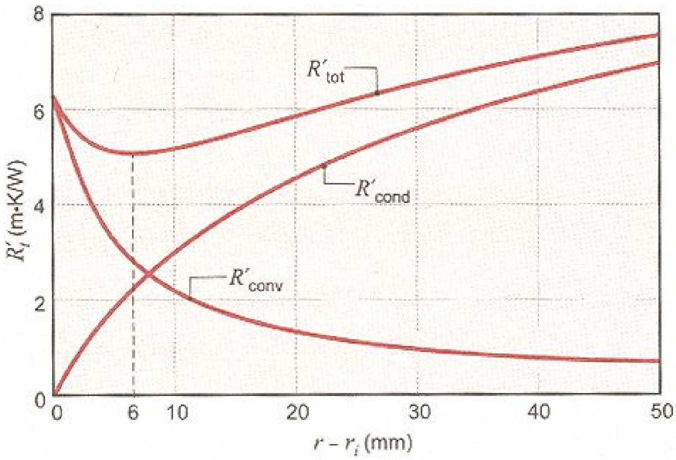
$$= \frac{۱}{۲\pi l \, {k_{in}^۲}/{h_o^۲}}$$

شعاع بحرانی کره:

$$rcr = \frac{2k}{ho}$$

* پس شعاع بحرانی شعاعی است که در آن مقاومت می‌نیمم در نتیجه انتقال حرارت ماکزیمم است.

* شعاع بحرانی عایق برای مسائلی اهمیت دارد که قطر لوله کم باشد. و h_o کم باشد.



*با توجه به نمودار برای افزودن عایق فقط باید در ناحیهٔ مشخص شده اقدام کرد. اگر در $r > ro_{cr}$ عایق اضافه کنیم. انتقال حرارت به اندازهٔ همان $\dot{q}_{base}$ است.

سوال:

❋ شعاع بحرانی برای لوله های با شعاع کم دارای اهمیت است یا شعاع های زیاد؟

در لوله های با شعاع زیاد ماهواره بعد از rcr هستیم پس با اضافه کردن عایق انتقال حرارت کم می شود ولی شعاع بحرانی برای لوله های با شعاع کم دارای اهمیت است .

❋ rcr در محیط هایی که h زیاد است با اهمیت است یا h کم است ؟ در جاهایی که h کم است باید دقت کنیم و دارای اهمیت است چون ضریب انتقال حرارت کم است و دلیل بالا

	دیوار تخت	استوانه	کروی
معادله :	$\frac{d^2T}{dx^2}=0$	$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\frac{dT}{dr})=0$	$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\frac{dT}{dr})=0$
توزیع دما :	$T=C_1X+C_2$ خطی	$T=c_1\ln r+c_2$ لگاریتمی	$T=\frac{C_1}{r}+C_2$ $\frac{1}{r}$
مقاومت حرارتی :	$\frac{L}{KA}$	$\frac{\ln(\frac{ro}{ri})}{2\pi lk}$	$\frac{\frac{1}{ri}-\frac{1}{ro}}{4\pi k}$
شعاع بحرانی :	–	$\frac{Kins}{h}$	$\frac{2Kins}{h}$

مسئله: لوله‌ای به طول 50m داریم دمای هوای اطراف لوله $۱۵^{o}C$ است. قطر لوله $۱۰cm$ است. در داخل لوله نیز بخار آب جریان دارد. دمای سطح دیرون لوله $۱۵۰^{o}C$ است. ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بیرون لوله $۲۰w/m^{۲}.c$ است.

الف) نرخ انتقال حرارت را بدون عایق بدست آورید.

ب) شعاع بحرانی عایق را در صورتی که از عایقی با $k=۰/۰۳۵$ استفاده شود. را به دست آورید.

ج) اگر شعاع بیرونی با عایق برابر 69mmباشد چه مقدار از اتلاف انرژی صرفه‌جویی می‌شود.

$$\dot{q}_{bare}=h_oA(T_s-T_\infty)=۲۰w/_{m^{۲}.c}\times(\pi Dl)(T_s-T_\infty)$$

$$\dot{q}_{bare}=۲۰\times(\pi\times۰/۱\times۵۰)(۱۵۰-۱۵)=۴۲۴۱۲w$$

$$r_{cr}=\frac{k_{in}}{h_o}=\frac{۰.۰۳۵}{۲۰}\times۱۰۰۰=۱.۷۵mm$$

* در این مسئله شعاع بحرانی عایق از شعاع بیرون بدون عایق لوله کمتر است پس در این مسئله شعاع بحرانی مطرح نیست یعنی همیشه اضافه کردن عایق انتقال حرارت را کم می‌کند.

$$r_{cr}=\frac{kin}{h_o}:forcylinder \qquad r_{cr}=\frac{۲kin}{h_o}:for\ \ sphere$$

$$R_۱=R_{cond}=\frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_۱}\right)}{۲\pi k_{in}l}, \qquad R_۲=R_{conv}=\frac{۱}{h_oA_o}=\frac{۱}{h_o۲\pi r_ol}$$

$$\dot{q}_{۲}=\frac{T_s-T_{\infty ۰}}{R_۱+R_۲}=\frac{۱۵۰-۱۵}{\frac{\ln\left(\frac{۶۹.۲}{۵۰}\right)}{۲\pi\times ۰.۰۳۵\times ۲۰}}+\frac{۱}{۲۰\times ۲\pi\times\left(۶۹.۲\times ۱۰^{-۳}\right)\times ۵۰}$$

$$\Rightarrow \dot{q}_۲=۴۲۴۱w \qquad ,\dot{q}_{bare}=۴۲۴۱۲$$

* ده برابر با اضافه کردن عایق از افت حرارت صرفه‌جویی کرده‌ایم.

*** تغییرات h با توجه به انواع انتقال حرارت جابه‌جایی:**

Type of convection h

$$Free\ \ convection\ \ of\begin{cases} gass & ۲-۲۵ \\ liquids & ۱۰-۱۰۰۰ \end{cases}$$

$$Forced\ convection\begin{cases} gasses & ۲۵-۲۵۰ \\ liquids & ۵۰-۲۰۰۰۰ \end{cases}$$

$$Boiling\quad \&\quad condension \qquad ۲۵۰۰-۱۰۰۰۰۰$$

Heat conduction with internal Heat (Energy) Generation

انتقال حرارت با وجود منبع حرارتی:

$$\begin{cases} Electical\ \ Energy \\ chemical\ Energy \Rightarrow Heat\ \ Thermal\ \ energy \\ nacler\ Energy \end{cases}$$

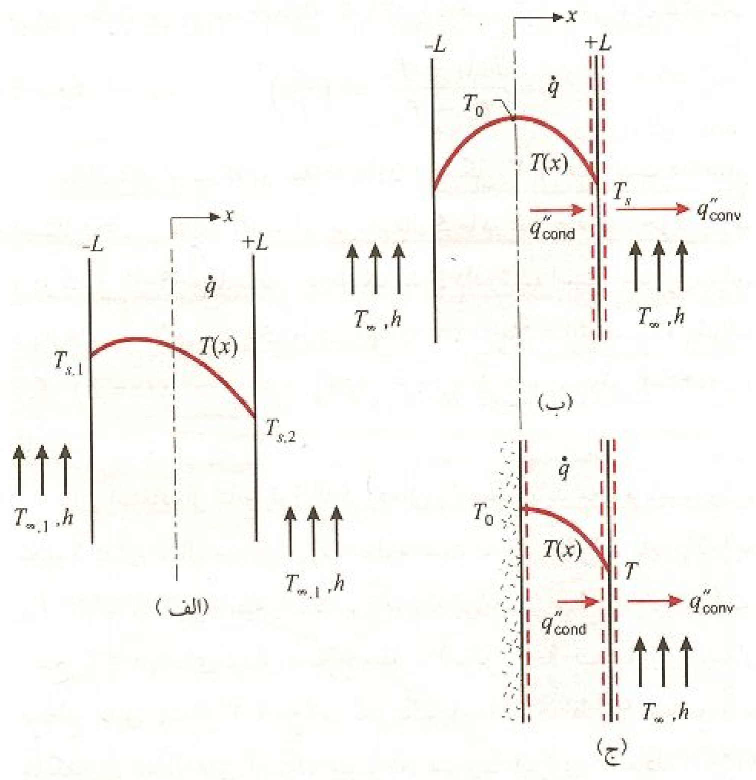
$$\dot{E}_g = RI^۲ \qquad \dot{q}_G = \frac{\dot{E}_G}{V}$$

$\dot{q}_Q$: *Rate* of Heat Generation per unit volume نرخ انتقال حرارت بر واحد حجم

1) Plane wall : دیوار مسطح

* Assumption: one- Dimensional, steady state, uniform heat generation

* اگر شرایط دو طرف دیوار برابر باشد آنگاه، $T_{s۱} = T_{s۲}$ در نتیجه توزیع دما بدین صورت است:



در جایی که مماس بر منحنی افقی است پس در $x=0$، $c_1=0$، پس از معادله از نتیجه می‌گیریم $\frac{dT}{dx}$ برابر صفر است.

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot q}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}\Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2}=-\frac{\dot q}{k},\dot q=cte$$

$$\Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2}=-\frac{\dot q}{k}\to \frac{dT}{dx}=\frac{-\dot q}{k}x+c_1\Rightarrow$$

$$\Rightarrow T(x)=-\frac{\dot q}{2k}x^2+C_1x+C_2$$ توزیع دما در دیوار تخت که به شکل سهمی است

$$B.C\begin{cases} x=-l:T=T_{s1}\Rightarrow T_{s1}=-\frac{\dot q l^2}{2k}-c_1l+C_2 \\ x=l:T=T_{s2}\Rightarrow T_{s2}=-\frac{\dot q l^2}{2k}+c_1l+c_2 \end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_2=\frac{T_{s1}+T_{s2}}{2}+\frac{\dot q l^2}{2k},\qquad C_1=\frac{T_{s2}-T_{s1}}{2l}$$

* مماس بر نمودار توزیع دما در $x=0$ افقی است یعنی $\frac{dT}{dx}=0$

*** بررسی دیوار با سطح ورودی آدیاباتیک:**

First law of thermo:

$$\dot E_{in}+\dot E_G-\dot E_{out}=\frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v}$$

$$\Rightarrow \dot E_G=\dot E_{out}\Rightarrow \dot q(Al)=hA(T_{s1}-T_\infty)$$

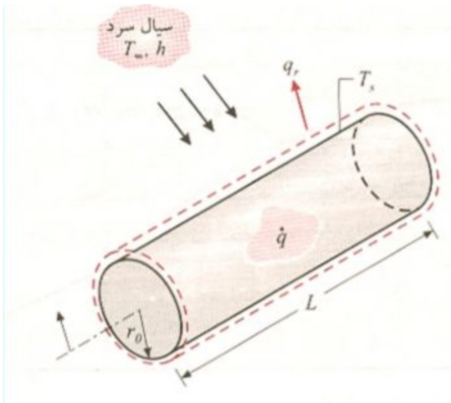
$$T_s=\frac{\dot q l}{h}+T_\infty \qquad \dot q(2l_A)=hA(T_{s1}-T_{\infty1})+h_2A(T_{s2}-T_{\infty2})$$

$$x=0\Rightarrow T(0)=T_o=C_2=T_s+\frac{\dot q l^2}{2k}\Rightarrow T_o-T_s=\frac{\dot q l^2}{2k}$$

2) دیوارهٔ استوانه‌ای:

2. cylindrical wall:

Assumption: one-Dimensional, steady state, uniform heat generation.



رسانش در استوانه توی پر با تولید گرمای یکنواخت

$$\frac{۱}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{۱}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}\Rightarrow\frac{۱}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=\frac{-\dot{q}}{k}$$

$$\Rightarrow r\left(\frac{dT}{dr}\right)=\frac{-\dot{q}r^{۲}}{۲k}+C_{۱}\Rightarrow dT=\left(-\frac{\dot{q}r}{۲k}+\frac{c_{۱}}{r}\right)dr$$

$$T=-\frac{\dot{q}r^{۲}}{۴k}+c_{۱}\ln r+C_{۲}\qquad B.C\begin{cases}r=r_o & T=T_s\\ r=۰ & \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=۰}^{=۰}\Rightarrow C_{۱}=۰\end{cases}$$ با توجه به تقارن مسئله

* در نتیجه توزیع دما در استوانه توپر به صورت سهمی است.

$$r=r_o\Rightarrow T_s=\frac{-\dot{q}r_o^{۲}}{۴k}+C_{۲}\Rightarrow C_{۲}=Ts+\frac{\dot{q}r_۰^{۲}}{۴k}$$

$$\Rightarrow T(r)=T_s-\frac{\dot{q}R^{۲}}{۴k}\ for\ cylinder$$

* برای دیوار کروی ثابت شود: $T_o - T_s = \frac{\dot{q}R^2}{6k}$

* first law of thermo $\dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v.} \Rightarrow \dot{E}_G = \dot{E}_{out}$

$$\Rightarrow \dot{q}\left(\pi R^2 l\right) = h\left(2\pi R l\right)\left(T_s - T_\infty\right)$$

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}R}{2h} \; for \; cyhinder$$

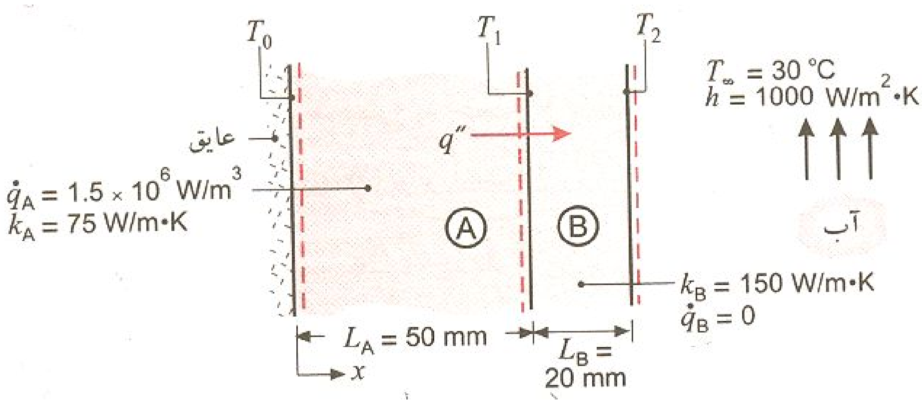
*** برای معادلات در دیوارۀ کروی**

$$for \; sphere: \dot{q}\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = h\left(4\pi R^2\right)\left(T_s - T_\infty\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}l}{3h} \; sphere$$

$$T_s = T_\infty t \frac{\dot{q}}{h} \; plane \;\; wall$$

مسئله حل شده کتاب: مسئله ص 68 منبع: اینکروپرا



الف) توزیع دما را در حالت پایدار رسم کنید.

ب) T_2, T_o را نیز محاسبه کنید.

ج) شار حرارتی را براساس طول دیوار رسم کنید.

1) در T_o شیب مماس بر منحنی دما افقی است چون سطح عایق است.

2) از $T_۱$ تا $T_۲$ چون منبع حرارتی نداریم نمودار توزیع دما خطی است.

3) جایی که منبع حرارتی داریم نمی‌توان مدار رسم کرد چون حرارت ثابت نیست.

*** سیستم دیوار B می‌گیریم:**

$$systemB: \dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v.}$$

$$\Rightarrow \dot{E}_{in} = \dot{E}_{out} \Rightarrow \dot{q}_A(l_A.A) = hA(T_۲ - T_\infty)$$

$$\Rightarrow ۱.۵\times۱۰^۶(۵۰\times۱۰^{-۳}m) = ۱۰۰۰(T_۲ - ۸۰) \Rightarrow T_۲ = ۱۰۵^o c$$

$$T_o - T_۱ = \frac{ql_A^۲}{۲k_A}$$

*** برای به دست آوردن $T_۱$ باید مدار به دست‌آوریم:**

$$R_۱ = R_{cond} = \frac{l_B}{k_{B.A}} = \frac{۰.۰۲}{۱۵۰\ A}, R_۲ = \frac{۱}{hA} = \frac{۱}{۱۰۰۰\ A}$$

$$\Rightarrow \dot{q} = \frac{T_۱ - T_۲}{R_۱} = \frac{T_۲ - T_\infty}{R_۲} \Rightarrow \frac{T_۱ - ۱۰۵}{\frac{۰.۰۲}{۱۵۰A}} = \frac{۱۰۵ - ۳۰}{\frac{۱}{۱۰۰۰A}}$$

$$\Rightarrow T_۱ = ۱۱۵^o C \qquad T_۰ - T_۱ = \frac{\dot{q}_A l^۲{}_A}{۲k_A} \Rightarrow T_۰ - ۱۱۵^o = \frac{۱.۵\times۱۰^۶\times(۰.۰۵)^۲}{۲\times۷۵}$$

$$\Rightarrow T_۰ = ۱۴۰^o C$$

حل مسئله:

بخار آب فوق گرم با دمای $۵۷۵^o C$ در لوله‌های فولادی $(k=۳۵ W/m.K)$ با قطره داخلی 300mm و با ضخامت دیواره 30mm از بویلر تا توربین یک نیروگاه الکتریکی حمل می‌شود. برای کاهش دفع گرما به اطراف و برای حفظ دمای قابل لمس در سطح خارجی، لایه‌ای از عایق سیلیکات کلسیم $(k=۰/۱ W/m.K)$ برای لوله‌ها به کاربرده می‌شود. اگر عایق در ورق نازکی از آلومینیوم با گسیلمندی $\varepsilon=۰/۲$ پوشیده شود، کیفیت آن کاهش می‌یابد. دمای هوا و دیواره نیروگاه $۲۷^o C$ است.

(الف) با فرض این که دمای سطح داخلی لوله فولادی با دمای بخار آب برابر است و ضریب جابه‌جایی خارجی برای ورق آلومینیومی $۶ W/m^۲.k$ است، مینیمم ضخامت عایق‌کاری مورد نیاز برای این که دما از $۵۰^o C$ بیش‌تر نشود چقدر است؟

در این حالت، دفع گرما از یک متر طول لوله چقدر است؟

$$r_i=\frac{۳۰۰}{۲}=۱۵۰ m$$

$$t_T=۳۰ mm$$

$$k_۱=۳۵ \,{}^{W}\!/_{m.k}$$

$$k_۲=۰.۱\,{}^{W}\!/_{m.k}$$

$$T_i=T_۱$$

$$T_۳=۵۰$$

$$t_۲ = ?, \dot{q}_۲ = ?$$

$$r_۱ = r_i + t_۱ = ۱۵۰ + ۳۰$$

$$R_۱ = R_{cond} = \frac{\ln\left({r_۱}/{r_i} \right)}{۲\pi k_۱ l} = \frac{\ln\left(\frac{۱۸۰}{۱۵۰} \right)}{۲\pi \times ۳۵ l}$$

$$R_۲ = \frac{\ln\left({r_o}/{r_۱} \right)}{۲\pi k_۲ l} = \frac{\ln\left(\frac{r_۰}{۱۸۰} \right)}{۲\pi \times ۰.۱ l}$$

$$R_۳ = R_{conv} = \frac{۱}{h_۰ A} = \frac{۱}{۶ \times ۲\pi r_o l}$$

$$R_۴ = R_{Rad} = \frac{۱}{h_r A} \qquad h_{rad} = \sigma_\varepsilon \left(T_۳^۲ + T_o^۲ \right)\left(T_۳ + T_۰ \right)$$

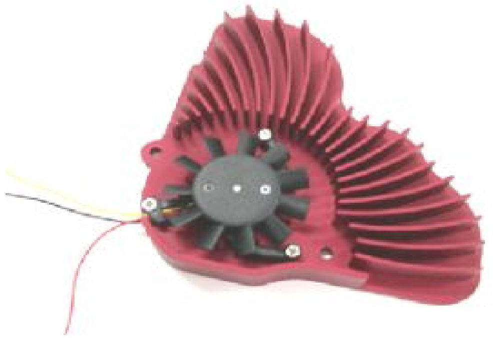
$$h_{rod} = ۵.۶۷ \times ۱۰^{-۸} \left(۳۲۳^۲ + ۳۰۰^۲ \right)\left(۳۲۳ + ۳۰۰ \right)$$

$$\frac{T_۱ - T_۳}{R_۱ + R_۲} = \frac{T_۳ - T_۰}{R_۵\left(R_۳ + R_۴ \right)} \Rightarrow r_۰ =$$

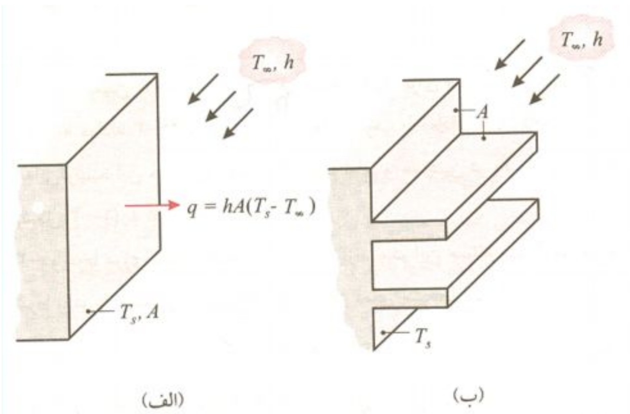
$$r_o = r_۱ + t_۲ \Rightarrow t_۲ = \qquad \Rightarrow \dot{q} = ?$$

Heat Transfer from Extended surface: (fin)

انتقال حرارت از سطوح گسترش یافته:



خنک کردن لوازم الکترونیکی با استفاده از فن (مثالی از جابجایی اجباری)



استفاده از پره‌ها برای تقویت انتقال گرما از دیوار مسطح (الف) سطح بی‌پره. (ب) سطح پره‌دار

$$q = hA(T_s - T_\infty)$$

$$if T_s = cte$$

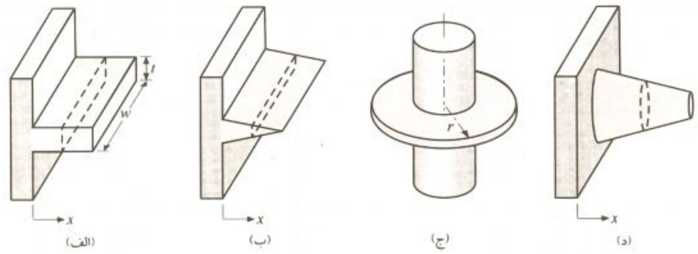
راههای افزایش انتقال حرارت:

1) یکی از راههای افزایش انتقال حرارت افزایش h است.

2) کاهش T_∞، که معمولاً غیر عملی است.

3) یکی دیگر از راههای افزایش انتقال حرارت افزایش سطح مقطع (A) می‌باشد.

* هدف اصلی استفاده از fin افزایش انتقال حرارت است



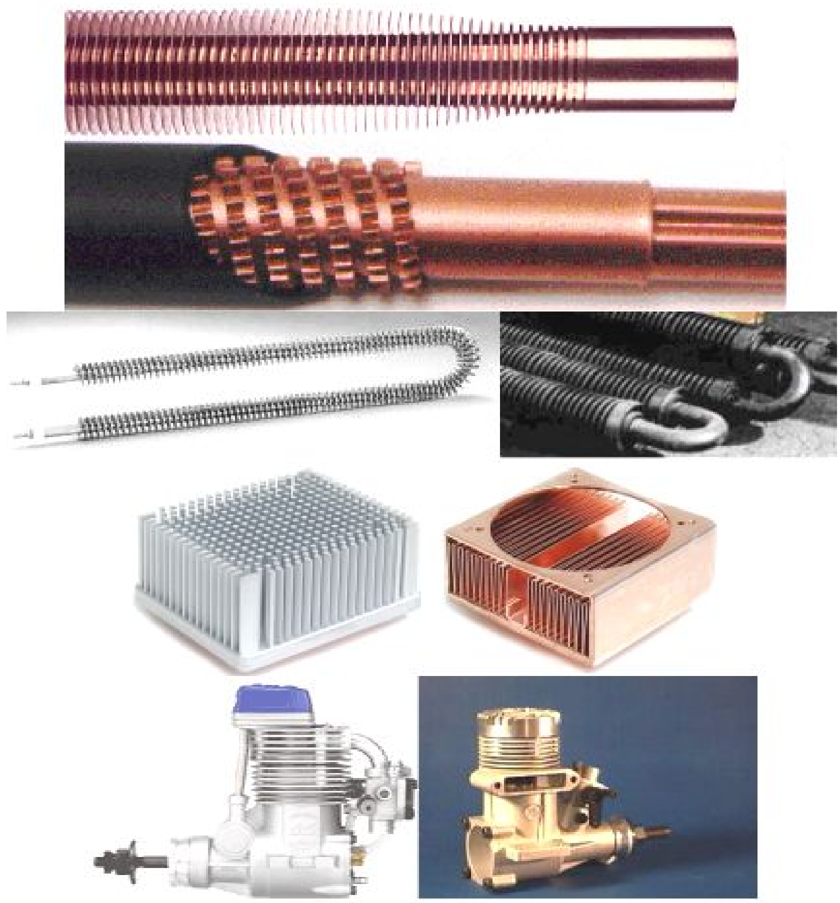
وضعیت‌های پره (الف) پره مستقیم با مقطع عرضی یکنواخت(ب) پره مستقیم با مقطع عرضی غیریکنواخت.(ج) پره‌حلقوی.(د) پره سوزنی

Straight fin of uniform cross sectined aren

finبا سطح مقطع یکنواخت

Straight fin of noniform cross sectioned area

* انتقال حرارت فقط در جهت طول فین انجام می‌شود و به صورت رسانش می‌باشد.



شکل کاربردهای متنوع پره‌ها

تجزیه و تحلیل فین‌ها:

Fin Analysis:

Assumption: strady state , one , dimensione

k=cte , Radiation=0

, No heat Genration   n=1

, hisuniform from fin surface

قانون بقای انرژی: $\dot{q}_x = \dot{q}_{x+dx} + d\dot{q}_{conv}$

$$\Rightarrow \dot{q}_x = \dot{q}_x + \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x}dx + hdAs(T - T_\infty), \dot{q}_x = -KA_c\frac{dT}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\left(-kA_C\frac{dT}{dx}\right) + h(T - T_\infty)dA_s = 0$$

Straight fin of uniform cross sectioned area: **پرهٔ یکنواخت**

$$A_C = w.t, p = 2(w+t)$$

$$-kA_c\frac{d^2T}{dx^2} + hpd_x(T - T_\infty) = 0 \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hp}{kA_c}(T - T_\infty) = 0$$

فرض: $T - T_\infty = \theta \Rightarrow \dfrac{d^2\theta}{dx^2} = m^2\theta = 0$ معادلهٔ خطی، مرتبهٔ 2، همگن با ضرایب ثابت

$$m = \left(\frac{hf}{KA_C}\right)^{\frac{1}{2}}$$

معادلهٔ مشخصه: $t^2 - m^2 = 0 \Rightarrow t = m \Rightarrow \theta = C_1e^{mx} + C_2e^{-mx}$

*** بررسی شرایط مختلف مرزی**

$$B.C.I\begin{cases} x=0, T=T_{base} \text{ یا } \quad \theta_b = T_b - T_\infty \\ 0 \end{cases}$$

$$B.C.2\begin{cases} A: \textit{very} \text{ long fin} : \mathrm{T_{fin}}\, t_{ip} = T_\infty \\ B: \textit{Insulatrd} \text{ fin tip} : \mathrm{x}=1 \;\; \mathrm{q_{x=1}} = 0 = -\mathrm{kA}\dfrac{\mathrm{dT}}{\mathrm{dx}}\Big|_{\mathrm{n=1}} \\ \mathrm{C}: \text{convection from fin tip} \quad -\mathrm{kA_C}\dfrac{dT}{dx} = hA_C\left(T_l - T_\infty\right) \end{cases}$$

$$A: Very\ long\ fin: B.C\begin{cases} x=0 & T=T_b \Rightarrow \theta=\theta_b \\ x=l & T=T_\infty \Rightarrow \theta=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow \theta_b = C_1 + C_2 \\ x=l \Rightarrow 0 = \lim\limits_{L\to\infty}\left(c_1 e^{ml} + c_2 e_r^{-ml}\right) = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \Rightarrow C_2 = \theta_b \end{cases}$$

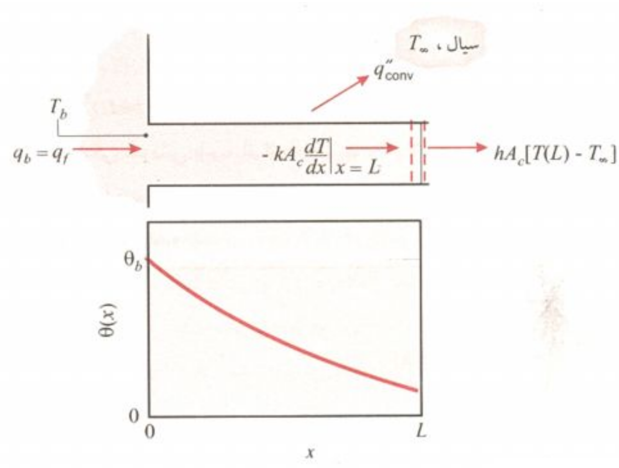
$$1 \rightarrow \frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx} \qquad\qquad \frac{T-T_\infty}{T_b - T_\infty} = e^{-mx}$$

$$q_{fin} = -kA_c \frac{dT}{dx}\Big|_{x=0} = q_b$$

$$q_{fin} = q_b = -kA_c \frac{d\theta}{dx}\Big|_{x=0} \Rightarrow$$

$$q_{fin} = -kA_c \theta_b \left(-me^{-mx}\right)_{x=0}$$

$$q_f = kA_c\left(\frac{hp}{KA_c}\right)^{\frac{1}{2}}\theta_b$$



رسانش و جابه‌جایی در پره با مقطع عرضی یکنواخت

$$q_f = \left(hp\, kA_c\right)^{\frac{1}{2}}\theta_b = M = q_{base}$$

$$B\begin{cases} x=0 & T=T_b \Rightarrow \theta=\theta_b \\ x=l & -kA\dfrac{dT}{dx}\Big|_{x=l} = 0 \Rightarrow \dfrac{d\theta}{dx}\Big|_{x=l} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_b = C_1 + C_2 \\ m\left(C_1 e^{ml} - C_2^{-} e^{ml}\right) = 0 \end{cases}$$

$$C_1 + C_2 e^{-2ml}$$

$$\theta_b = C_2\left(1 + e^{-2ml}\right) \Rightarrow C_2 = \frac{\theta_b}{1 + e^{-2ml}}$$

$$C_1 = \frac{\theta_b . e^{-2ml}}{1 + e^{-2ml}} = \frac{\theta_b}{1 + e^{2ml}} \Rightarrow \frac{\theta}{\theta_b} = \frac{e^{mx}}{1 + e^{2ml}} + \frac{e^{-mx}}{1 + e^{-2ml}}$$

$$\mathrm{Re}\,view : \begin{cases} \sinh \mathrm{ml} = \dfrac{\mathrm{e^{ml}} - e^{-ml}}{2} \\ \cosh .ml = \dfrac{e^{ml} + e^{-ml}}{2} = \dfrac{e^{2ml} + 1}{2e^{ml}} \end{cases}$$

$$2 \Rightarrow \frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\dfrac{e^{mx}}{2e^{ml}}}{\dfrac{1 + e^{ml}}{2e^{ml}}} + \frac{\dfrac{e^{-mx}}{2e^{-ml}}}{\dfrac{1 + e^{-2ml}}{2e^{-ml}}} = \frac{\dfrac{e^{m(l-x)} + e^{-m(l-x)}}{2}}{\cosh ml}$$

$$\Rightarrow \frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(l - x)}{\cosh ml}$$

نرخ انتقال حرارت:

$$\dot{q}_{fin} = \dot{q}_{base} = -KA_C \frac{d\theta}{dx}\Big|_{x=0} \Rightarrow \dot{q}_f = -KA_C \frac{\theta_b}{\cos \mathrm{h\ ml}}\left(-m \sinh m(l - x)\right)\Big|_{x=0}$$

$$\dot{q}_f = \left(hpkA_c\right)^{\frac{1}{2}} \theta_b \tan \mathrm{h\ ml}$$

$$\dot{q}_f = M \ \tanh \mathrm{ml}$$

$$C : \begin{cases} x = 0 & T = T_b \Rightarrow \theta = \theta_b \\ x = l & -k \dfrac{d\theta}{dx}\Big|_{x=l} = h\theta(l) \end{cases}$$

$$\theta_b = C_1 + C_2$$

$$-k\left(C_1 m e^{ml} - C_2 m e^{-ml}\right) = h\left(C_1 e^{ml} + C_2 e^{-ml}\right)$$

* بدین ترتیب $C_۱,C_۲$ را به دست آورده و با یافتن توزیع دما نـرخ انتقـال حـرارت را حسـاب

می‌کنیم.

عملکرد و کارآیی فین: fin Effectioness

1)میزان انتقال حرارت با فین به زمانی که انتقال حرارت بدون فین انجام می‌شود را عملکرد

و کارآیی فین می‌گویند.

$$\varepsilon_f = \frac{q_{fin}}{q_{nofin}}$$

2) زمانی از فین استفاده می‌کنیم که کارایی 2 باشد.

3) همیشه فین‌ها باعث انتقال حرارت نمی‌شوند.

For very long fin with straight fin : $q_f = M = (hpkA_c)^{\frac{۱}{۲}}\theta_b$

$$\varepsilon_f = \frac{(hpkA_c)^{\frac{۱}{۲}}\theta_b}{hA_C\theta_b} \Rightarrow \varepsilon_f = \left(\frac{kp}{h_{Ac}}\right)^{\frac{۱}{۲}}$$

4) باید برای فین جنسی باید انتخاب کنیم که دارای k با واتـری باشـندماننـد آلومینیـوم و

مس ولی چون آلومینیوم سبکتر و ارزان‌تر است اغلب از آلومینیوم استفاده می‌کنند.

5) کارایی فین با h نسبت عکس دارد.

$$\varepsilon_f \quad \alpha \quad k$$

$$\varepsilon_f \quad \alpha \quad \frac{P}{A_c}$$

جایی که hکم باشد کارایی فین زیاد است (جاهایی که با گازها سرو کار داریم)

* اگر سطحی بین دو سیال با h مختلف داشته باشیم فین را باید در قسمتی بگـذاریم

که h سیال کمتر است (مانند رادیاتور اتومبیل)

فین را در قسمت با سیال h_1 قرار می‌دهیم.

$$h_2 > h_1$$

راندمان: (بازده): fin Efficiency

انتقال حرارت ماکزیمم زمانی است که دمای سطح دمای base باشد.

$$h_f = \frac{q_{fin}}{q_{\max}}$$

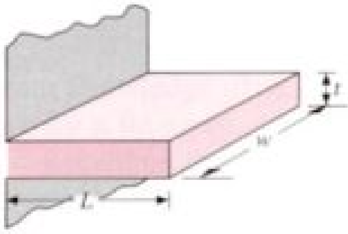
$$\begin{cases} lf \to 0 & \eta_f \to 1 \\ l \to \infty & \eta_f \to \infty \end{cases}$$

$$q_{\max} = hA_f (T_b - T_\infty) = hA_f \theta_b$$

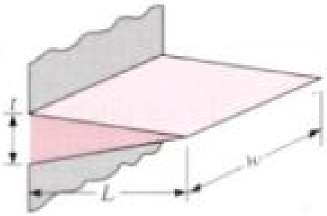
for very long fin:برای فین باطول زیاد

$$q_{fin} = M = (hpkA_c)^{\frac{1}{2}} \theta_b \qquad w >> t$$

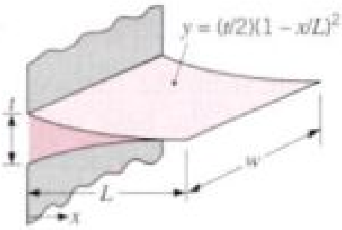
$$\eta_{fin} = \frac{(hpkA_C)^{\frac{1}{2}} \theta_b}{hpl\theta_b} = \frac{1}{l} \left(\frac{kA_C}{hp} \right)^{\frac{1}{2}}$$



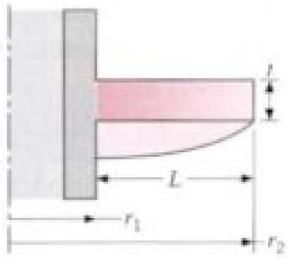
$$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$



$$\eta_f = \frac{1}{mL}\frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$

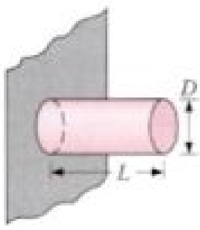


$$\eta_f = \frac{2}{[4(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1}$$

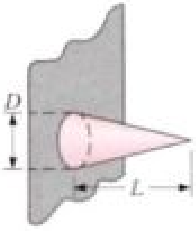


$$\eta_f = C_2 \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$$

$$C_2 = \frac{(2r_1/m)}{(r_{2c}^2 - r_1^2)}$$



$$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$



$$\eta_f = \frac{2}{mL}\frac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)}$$

شکل راندمان پره‌ها با اشکال مختلف [۹]

* For industrial fin Tip:

برای فین با انتهای آدیاباتیک

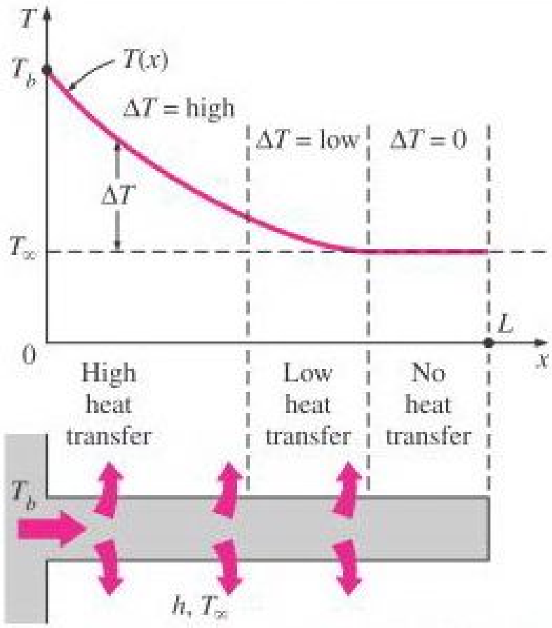
$$q_{fin} = M \tan h\, \mathrm{ml} = \left(\mathrm{hpkA_c}\right)^{\frac{1}{2}} \theta_b . \tan ml$$

$$q_{\max} = hA_f\theta_b , A_f = pl$$

$$\eta_{fin} = \frac{q_{fin}}{q_{\max}} = \frac{\left(hpkA_c\right)^{\frac{1}{2}} \theta_b . \tanh ml}{\left(hpl\theta_b\right)}$$

$$\eta_{fin} = \frac{\tanh ml}{\left(\frac{hp}{kA_C}\right)^{\frac{1}{2}} .l} \Rightarrow \eta_{fin} = \frac{\tanh ml}{ml} \text{straight of uniform cross sectionl area}$$

L_C : *Corrected* fin length طول تصحیح شده



همان مساحت تصحیح = A_p شده است با طول تصحیح شد در t $A_p = L_C.t$

$$\text{rectangular fin} \quad \left.\begin{array}{l} A_C = w.t \\ p = 2(w+t) \\ p = 2w \Rightarrow \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{A_C}{P} = \frac{t}{2} \Rightarrow L_C = L + t/2$$

if t << w ⇒

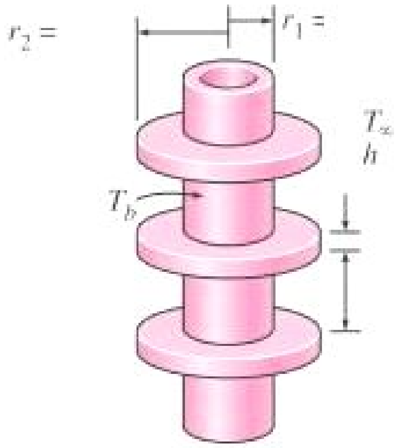
طول تصحیح شده برای دایره:

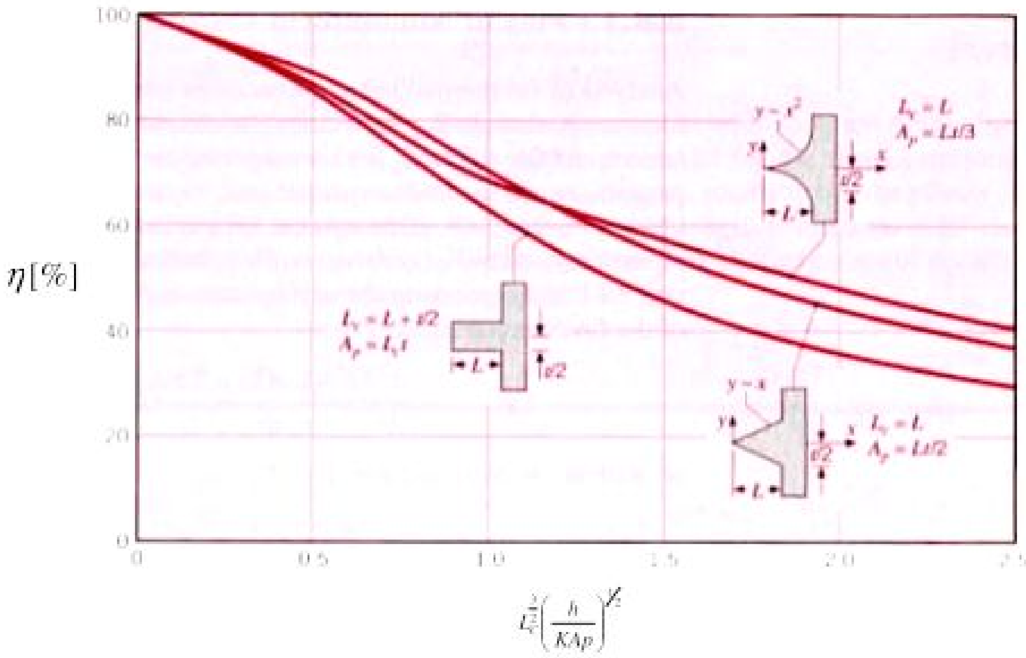
$$\left.\begin{array}{l} A_C = \frac{\pi}{4} D^2 \\ p = \pi D \end{array}\right\} \Rightarrow L_C = L + \frac{\pi/4 D^2}{\pi D} \Rightarrow l_C = l + \frac{D}{4}$$

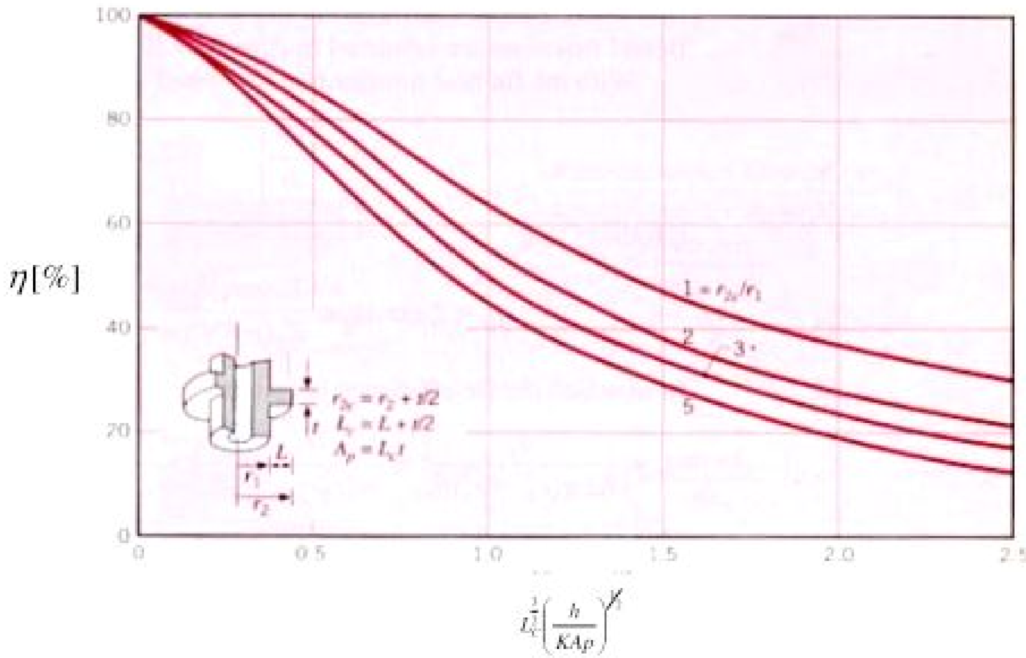
مسئله کتاب: پره‌های Al شعاعی با مقطع مستطیلی به یک لوله با قطر خارجی 50mm و دمای سطح $200^o C$ سلسیوس وصل شده‌اند. ضخامت پره‌ها $4mm$ و بلندی آنها $15mm$ سیستم در هوای محیط با دمای $20^o c$ و ضریب جابجایی $40 W/m^2.k$ قرار دارند الف) بازده پره چقدر است؟

ب) اگر در هر متر طول لوله 125 پره نصب شود نرخ گرمای هدر رفته از واحد طول لوله چقدر است؟

در شکل 3-19 راندمان فین‌ها را داده







$$\begin{cases} r_{۱} = \frac{۵۰}{۲} = ۲۵mm \\ T_b = ۲۰۰^{oc} \\ r_{۲} = r_{۱} + ۱۵ = ۴۰mm \end{cases}$$

$T_\infty = ۲۰^o c$

$h = ۴۰ \, w/m^۲.k$

$r_{۲c} = r_۲ + t/۲ = ۴۰ + \frac{۴}{۲} = ۴۲mm$ طول جانبی اصلاح شده

$L_C = L + t/۲ = ۱۵ + ۴/۲ = ۱۷mm$

$A_p = L_c t = ۱۷ \times ۴ = ۶۸mm$

از جدول الف-1 k آلومینیوم در دمای $۱۱۰ = \frac{۲۰۰+۲۰}{۲}$ که 110 درجه را به اضافهٔ 273 می‌کنیم می‌شود 383k که باید با میان پاپی بین 300 و $۴۰۰k$ که چون 383k به $۴۰۰k$ نزدیک لیست همان را تقریبی می‌گیریم:

$$K_{AL @ ۴۰۰ k} = ۲۴۰ \, w/m.k$$

$$\Rightarrow L_e^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{kA_p} \right)^{\frac{۱}{۲}} = \left(۱۷^{\times ۱۰^{-۳}} m\right)^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{۴۰ \, w/m^۲.k}{۲۴۰ \frac{w}{m.k} \times ۶۸ \times ۱۰^{-۶} m^۲} \right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰.۱۱$$

$$\frac{r_{۲c}}{r_۱} = \frac{۴۲}{۲۵} = ۱.۶۸$$

حالا از محور افقی 0.11 را پیدا می‌کنیم و بطور عمودی آن را بالا می‌بریم تا خط بین 1 و 2 را که 1.68 است و نزدیک به 2 است قطع کند و پس بطور افقی ادامه می‌دهیم از همان خط تا η را قطع کند و راندمان را می‌خوانیم. در نتیجه بعد از این کارها

الف) $\eta = ۰.۹۶$

ب) $\eta_f = \frac{q_{fin}}{q_{max}} \Rightarrow q_{fin} = \eta_{fin} = \eta_f . q_{max}$

دمای کل فین با دمای پایه فین برابر شود q_{mm} اتفاق می‌افتد.

$$A_f = N \left[\pi \left(r_{۲c}^۲ - r_۱^۲ \right) \right] \times ۲ = ۰.۹۸ \, m^۲$$

طول جانبی اصلاح شده است که یا از مساحت جانبی دایره استفاده می‌شود یا از طول اصلاح شده یعنی r_{2c} استفاده می‌کنیم که ضخامت هم داخل هست.

$$q_{total} = q_{fin} + q_1$$

$$q_1 = hA_1\theta_b$$

$A_1 = (2\pi r_1 \times 1m) - 125(2\pi r_1 t)$ (مساحت لوله منهای مساحت فین‌هائی که به لوله چسبیده‌اند)

$$A_1 = 2\pi r_1(1 - 125(0.004)) = 2\pi \times 0.025\,m \times 0.5$$

$$A_1 = 0.078\ m^2$$

$$q_1 = hA_1\theta_b = 40\frac{w}{m^2.k} \times 0.078\,m^2 \times (200 - 20)k \Rightarrow q_1 = 561.6w$$

$$q_{max} = hA_f\theta_b = 40 \times 0.98(200 - 20) = 7056$$

$$q_{fin} = \eta_f . q_{max} = 0.96 \times 7056 = 6773.76$$

$$q_{total} = q_{fin} + q_1 = 6773.36 + 561.6 = 7335.36\,w$$

$$\varepsilon_f = ? = \frac{q_{fin}}{q_{no\ fin}}$$

*** تعیین طول فین:**

$$L = \frac{2}{3}m$$

$$m = [hp / kA_c]^{\frac{1}{2}}$$

Chapter 4

معادله حرارتی حالت دو بعدی:

فرضیات : بدون منبع حرارتی – حالت پایدار – یکبعدی : فرضیات

$$\frac{\partial^2 T}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial Y^2}=0$$

معادله دیفرانسل با مشتقات جزیی(pde) ، مرتبه دو ، خطی ، همگن

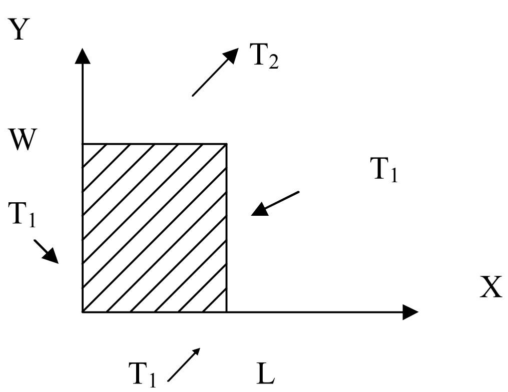
هدف از حل : بدست آوردن توزیع دما (متغیر وابسته).

حل با استفاده از روش جدا سازی متغیرها.

(توزیع دما) : شار حرارتی از قانون فوریه

$$q''=q''\chi^{il}+q''^{ij}=-k(\frac{\partial T}{\partial X}li+\frac{\partial T}{\partial Y}ij)$$

حل با استفاده از روش جداسازی متغیرها .



شرایط مرزی همگن نیست ونمی توانیم از آن استفاده کنیم و باید شـرایط مـرزی را همگـن کنیم تا بتوانیم از آنها استفاده کنیم. با یک تغییر متغیر (شرایط مرزی را همگن می کنیم).

$$B.S\left[\begin{array}{l} T(O,Y)=T_1 \\ T(L,Y)=T_1 \end{array}\right.$$

$T(X,O)=T_1$

$T(X,W)=T_2$

$$\theta=\frac{T-T_1}{T_2-T_1}$$

$$B.S\left[\begin{array}{l} \theta(O,Y)=0 \\ \theta(L,Y)=0 \end{array}\right.$$

$\theta(X,O)=0$

$\theta(X,W)=1$

$$\Rightarrow X''Y+Y''X=0\Rightarrow\frac{X''}{X}=-\frac{Y''}{Y}=Cte=\left[\begin{array}{l} o \\ +\lambda^2 \\ -\lambda^2 \end{array}\right.$$

$$\frac{x''}{x}=-\lambda^2\Rightarrow x''+\lambda^2x=0 \qquad t^2+\lambda^2=0\Rightarrow t=\pm i\lambda$$

$$X(x)=c_1\cos\lambda x+c_2\sin\lambda x$$

$$B.C\left[\begin{array}{l} \theta(0,y)=0\Rightarrow X(0)=0=C1 \\ \theta(0,Y)=0\Rightarrow X(L)=0\,C\,2\sin\lambda l\Rightarrow\sin\lambda l=0\Rightarrow\lambda l=n\bar{n}\Rightarrow\lambda=\frac{n\bar{n}}{l} \end{array}\right.$$

$n=1,4,.......$

$$X(x)=C2\sin\frac{\bar{n}n}{l}x$$

$n=1,4,.....$

$$t^2+\lambda^2=0\Rightarrow t=\pm\lambda$$

$$-\frac{y''}{y}=-\lambda^2\Rightarrow y''=-\lambda^2 y=0$$

$$Y(y)=C3e^{\lambda y}+C4e^{-\lambda y}$$

$$\theta(x,0)=0=X(x)y(0)=0$$

$$0=C3+C4=C4=-C3$$

$$y(y)=2C3(\frac{e^{\lambda y}-e^{-\lambda y}}{2})=2C3\sinh\lambda y$$

$$Y(y)=2C3\sinh(\frac{\bar{n}n}{l}y)$$

$$\theta=X(x)Y(y)\rightarrow\theta b\sinh(\frac{\bar{n}n}{l}y)\sin(\frac{\bar{n}n}{l}x)$$

$$\theta(x,y)=\sum b_n\sinh(\frac{\bar{n}n}{l}y)\sin(\frac{\bar{n}n}{l}x)\rightarrow\theta=(x,w)=1$$

$$\sum_{n=1} bn\sinh(\frac{\bar{n}n}{l}y)\sin(\frac{\bar{n}n}{l}x)$$

$$\frac{x''}{x}=0\Rightarrow x''=0\Rightarrow x'=C1\Rightarrow X(0)=C1X+C2$$

$$B.S\left[\begin{array}{l}\theta(0,Y)=0=X(0)Y(Y)\Rightarrow X(0)=0=C2\\ \theta(L,Y)=0=X(L)Y(Y)\Rightarrow X(L)=0=C1L\Rightarrow C1=0\end{array}\right.$$

$$\frac{X''}{X} = +\lambda^2 \Rightarrow X'' - \lambda^2 X = 0$$

$$t^2 - \lambda^2 = 0 \Rightarrow t \pm \lambda$$

$$X(x) = C1 e^{\lambda X} + C2 e^{-\lambda X}$$

$$B.S \left[\begin{array}{l} \theta(0,y) = 0 \Rightarrow X(0) = 0 \Rightarrow C1 + C2 = 0 \\ \theta(L,Y) = 0 \Rightarrow X(L) = 0 \Rightarrow C1 e^{\lambda l} + C2 e^{-\lambda l} \end{array} \right.$$

$$C2 = (-e^{\lambda L} + e^{-\lambda l}) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ e^{\lambda} & e^{-\lambda l} \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow C1 = C2 = 0$$

$$x(X) = 0 \Rightarrow \theta = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{x''}{x} = 0 \Rightarrow x'' = 0 \; x' = C1 X = C2$$

$$B.C \left\{ \begin{array}{l} \theta(0,Y) = 0 \; X(0) Y(Y) \Rightarrow X(0) = 0 = C2N \\ \theta(L,Y) = 0 \; X(L) Y(Y) \Rightarrow X(L) = 0 = C1L \Rightarrow C1 = 0 \end{array} \right.$$

$$\frac{X''}{X} = +\lambda^2 \Rightarrow X'' - \lambda^2 X = 0$$

$$T^2 - \lambda^2 = 0 \Rightarrow t = \pm\lambda$$

$$X(X) = C1 e^{\lambda X} + C2 e^{-\lambda X}$$

$$\begin{cases} \theta(0,y)=0 \Rightarrow C1+C2=0 \\ \theta(l,y)=0 \Rightarrow X(L) \Rightarrow C1e^{\lambda L}+C2e^{-\lambda L}=0 \Rightarrow C2(-e^{\lambda L}+e^{-\lambda l})=0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\lambda l} & e^{\lambda} \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow C1=C2=0$$

$$X(X)=0 \Rightarrow \theta=0$$

$$\frac{X''}{X}=-\lambda^2 \Rightarrow X''+\lambda^2 X=0 \Rightarrow t^2+\lambda^2=0 \Rightarrow T=\pm i\lambda$$

$$x(x)=C1COS\,\lambda X+C2\,SIN\,\lambda X$$

$$B.C \begin{cases} \theta(0,Y)=0 \Rightarrow X(0)=0=C1=0 \\ \theta(0,Y)=0 \Rightarrow X(L)=0=C2\,SIN\,\pi L \Rightarrow \begin{cases} C2=0 \\ SIN\,\lambda L \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda L = h\pi X(xc)Y(y)$$

$$\lambda = \frac{h\pi}{l} \to n = 1,2,3,......$$

$$x(x)C2SIN \frac{h\pi}{l}x \to h = 1,2,3,....$$

$$-\frac{y''}{y} = -\lambda^2 \Rightarrow y'' - \lambda^2 y = 0$$

$$t^2 - \lambda^2 = 0 \Rightarrow T = \pm\lambda$$

$$Y(Y) = C3e^{\lambda y} + C4e^{-\lambda Y}$$

$$\theta(x,0) = 0 = X(x)Y(0) \Rightarrow y(0) = 0$$

$$0 = C3 + C4 \Rightarrow C4 = -C3$$

$$Y(y) = 2C3(\frac{e^{\lambda y} - e^{-\lambda y}}{2}) = 2C3SINh\ \lambda y$$

$$= 2C3SINh\ (\frac{n\pi}{l}y)$$

$$\theta = X(x)Y(y) \Rightarrow \theta = b\sinh(\frac{n\pi}{l}y)\sin(\frac{n\pi}{l}x)$$

$$\Rightarrow \theta(x,y) = \sum b_n \sinh(\frac{n\pi}{l}y)\sin(\frac{n\pi}{l}x)$$

$$\theta(x,w) = 1 = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sinh(\frac{n\pi}{l}w)\sin(\frac{n\pi}{l}x)$$

$$F(x) = 1$$

$$B_N = b_n \sinh(\frac{n\pi}{l}w)$$

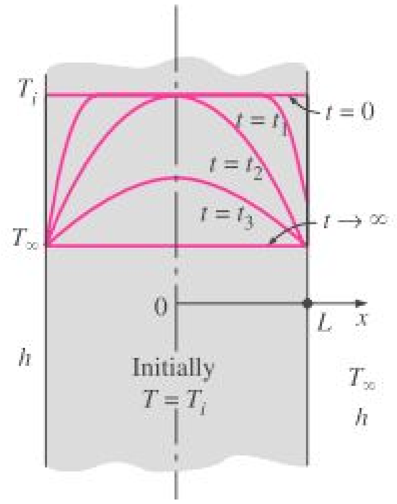
$$B_n = \frac{2}{l}\int_0^l 1 \times \sin\frac{n\pi}{l}xdx = \frac{2}{l}\frac{-1}{\frac{n\pi}{l}}\cos\frac{n\pi}{l}x\int_0^l$$

$$b_n \sinh(\frac{n\pi}{l} w) = \frac{2}{n\pi}(1-(-1^n)) \Rightarrow b_n = \frac{2(1+(-1)^{n+1})}{n\pi \sinh(\frac{n\pi}{l} w)}$$

$$\theta(x,y) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1+(-1)^{n+1}}{n}\frac{\sinh(\frac{n\pi}{l})}{\sinh(\frac{n\pi}{l} w)}.\sin(\frac{n\pi}{l} x)$$

$$\theta = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}$$

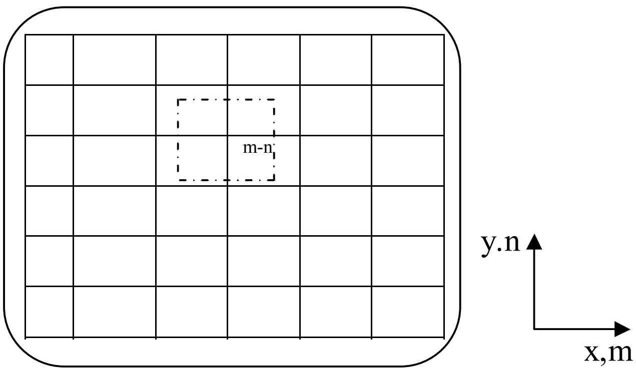
این مثایل حل تحلیلی ندارند و با روش عددی حل میشوند.



روش حل معادله دو بعدی(روش عددی برای حل معادله هدایت):

روش اختلاف محدود Finite Difference:

در این روش دمای اطراف ناحیه مورد نظر را ثابت در نظر میگیریم و هر چه تعداد نواحی بیشتر باشد دقت معادله نیز بالاتر خواهد بود ولی در عوض معادلات بیشتری بدست می آید.



روش اول:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial Y^2}=0$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial X}\right)_{m-\frac{1}{2}m}=\frac{T_{m,n}-T_{m-1,n}}{\Delta X}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial X}\right)_{m+\frac{1}{2}m}=\frac{T_{m+1,n}-2_{m,n}}{\Delta X}$$

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial^2 X}\right)_{m,n}=\frac{\left.\frac{\partial T}{\partial X}\right)_{m+\frac{1}{2},n}-\left.\frac{\partial T}{\partial X}\right)_{m-\frac{1}{2},n}}{\Delta X}$$

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial^2 X}\right)_{m,n}=\frac{\frac{T_{m+1,n}-T_{m,n}}{\Delta X^2}-\frac{T_{m,n}-T_{m-1,n}}{\Delta X}}{\Delta X}\qquad \xrightarrow{\text{فاکتور } \Delta X}$$

$$=\frac{T_{m+1,n}+T_{m-1,n}-2T_{m,n}}{\Delta X^2}$$

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)_{m,n}=\frac{\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{m,n+\frac{1}{2}}-\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{m,n-\frac{1}{2}}}{\Delta y}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{m,n+\frac{1}{2}}=\frac{T_{m,n+1}-T_{m,n}}{\Delta y}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{m,n-\frac{1}{2}}=\frac{T_{m,n1}-T_{m,n}-1}{\Delta y}$$

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)_{m,n}=\frac{T_{m,n+1}+T_{m,n+1}-2T_{m,n}}{(\Delta y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y}=0$$

$$if \Delta X=\Delta y$$

$$T_{m+1,n}+T_{m-1,n}+T_{m,n+1}+T_{m,n-1}-4T_{m,n}=0$$

$$T_{m,n}=\frac{T_{m+1,n}+T_{m-1,n}+T_{m,n+1}+T_{m,n-1}}{4}$$

دمای 1 گره برابر با دمای گره های اطراف تقسیم بر4.

روش دوم:

روش موازنه انرژی(حالت خاص حجم محدود)

فرضیات:

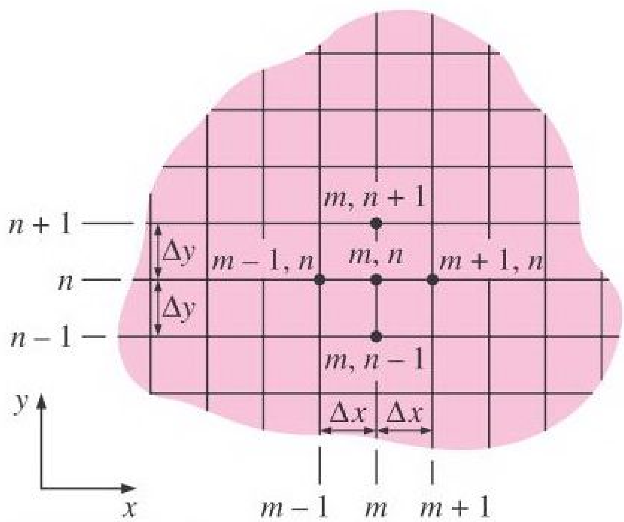
*با استفاده از قانون اول ترمودینامیک است.

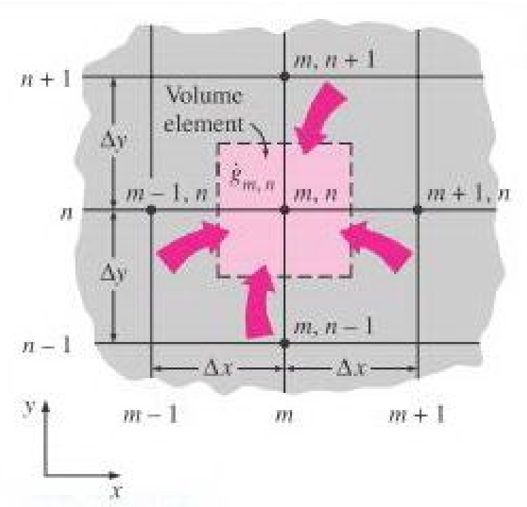
*در این روش منبع حرارتی هم میتوان در نظر گرفت.

*در این روش فرض نداشتن انرژی خروجی فرض درستی است.

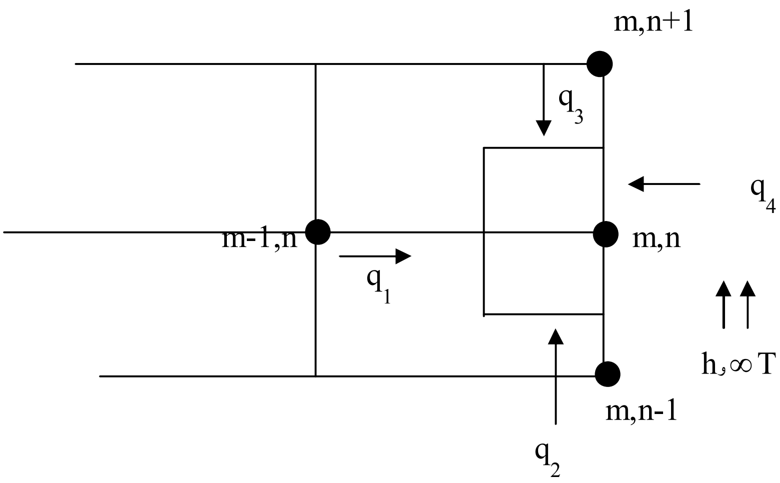
* در این روش المان بعد سوم را صفر در نظر میگیریم و تغییرات x را برابر تغییرات y.

*k را ثابت در نظر میگیریم.





مثال:



$$q_1 = K(\Delta y)\frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta X}$$

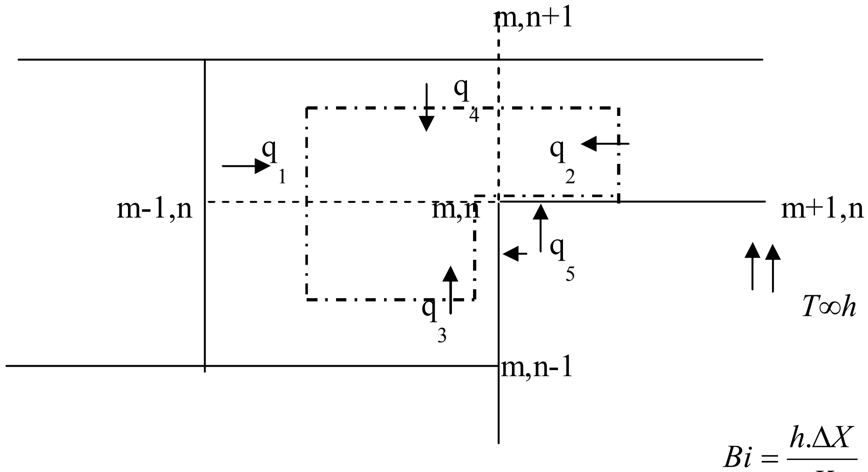
$$q_2 = K(\frac{\Delta X}{2})\frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

$$q_3 = K(\frac{\Delta X}{2})\frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

$$q_4 = h\Delta y(T_\infty - T_{m,n})$$

$$T_{m-1,n} + \frac{1}{2}(T_{m,n+1} + T_{m,n-1}) + \frac{h\Delta x}{K}T\infty + \frac{q_G(\Delta X)}{2K} - T_{m,n}(2 - \frac{h\Delta x}{K}) = 0$$

مثال:



$$Bi = \frac{h.\Delta X}{K}$$

$$q_1 = k\Delta y \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta X}$$

$$q_2 = k\Delta X \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

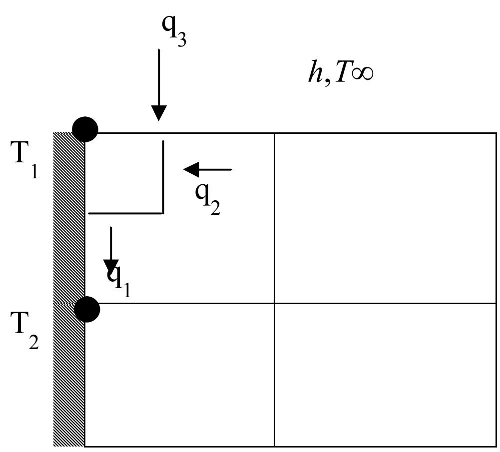
$$q_2 = K\frac{\Delta y}{2}\frac{T_{m=1,n} - T_{m,n}}{\Delta X}$$

$$q_3 = K\frac{\Delta X}{2}\frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

$$q_5 = h(\frac{\Delta x}{2} \times 1)(T_\infty - T_{m,n}) + h\frac{\Delta y}{2}(T_\infty - T_{m,n})$$

$$T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + \frac{1}{2}(T_{m+1,n} + T_{m,n-1}) - T_{m,n}(3 + Bi) + Bi.T\infty = 0$$

مثال:



$h = 200$

$k = 4\dfrac{w}{m,k}$

$T_2 = 70^0 C$

$T_3 = 70^0 C$

$T_\infty = 40^0 C$

$\Delta X = \Delta y = 1cm$

$T_1 = ?$

$$q_1 = K(\frac{\Delta X}{2})(\frac{T_2 - T_1}{\Delta y})$$

$$q_2 = K(\frac{\Delta y}{2})(\frac{T_3 - T_1}{\Delta X})$$

$$q_3 = h(\frac{\Delta X}{2} \times 1)(T\infty - T_1)$$

$$T_2 + T_3 - T_1(2 + \frac{h\Delta X}{K}) + \frac{h\Delta X}{K}.T\infty$$

$$Bi = \frac{h\Delta X}{K} = \frac{200 \times 0/01}{4} = 0/5$$

$$70 + 70 - T_1(2 + 0/5) + 0/5 \times 40 = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{160}{2/5} = 64 * c$$

Chapter 5

فصل پنجم :رسانش گذرا

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

Assumption : One Dimensional- Steady state – No heat generation

: PDE Equation $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

Initial Condition T(x,0) =f(x)

Boundary condition : $\begin{cases} T(0,t) \\ T(L,t)=0 \end{cases}$

$T(x,t)=X_n T_{(x)}$

$$\left\{ X''T = \frac{1}{\alpha} XT' \quad \Rightarrow \frac{X''}{X} = \frac{1}{\alpha}\frac{T}{T'} = 0 \begin{matrix} +\lambda^2 \\ \\ -\lambda^2 \end{matrix} \right.$$

جهت حل مسله از روش حرارتی فشرده استفاده می شود .

فرض اول :تغییر دما به صورت یکنواخت انجام می شود .

1. باید جسم کوچک فرض شود .
2. K جسم زیاد باشد.
3. h سیال حاوی جسم کمتر باشد .

$$\downarrow B_i = \frac{(\downarrow h)(L\downarrow)}{(K\uparrow)}$$

قانون اول اصل بقای انرژی :

$$\dot{E}_{in}+\dot{E}_G-\dot{E}_{out}=\frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v}$$

$$-\dot{E}_{out}=\frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v}$$

$$hA(T-T_\infty)=\rho v C_p\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \rho v=m$$

$$\dot{E}_{in}+\dot{E}_G-\dot{E}_{out}=\frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v}$$

$$\theta=T-T_\infty \quad \Rightarrow \frac{d\theta}{dt}=\frac{dT}{dt}$$

$$\frac{d\theta}{dt}=-\frac{hA}{\rho v C_p}\theta \qquad \Rightarrow \quad \int_{\theta_i}^{\theta}\frac{d\theta}{\theta}=\int_0^t-\frac{hA}{\rho v C_p}dt$$

$$\theta\ =T-T_\infty=\theta_i$$

$$t=0 \qquad T=T_i$$

$$\ln\frac{\theta}{\theta_i}=-\frac{hA}{\rho v C_p}t$$

$$\frac{\theta}{\theta_i}=e^{-\left(\frac{hA}{\rho v C_p}\right)t} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty}=e^{-\left(\frac{hA}{\rho v C_p}\right)t}$$

$$B_i=\frac{hL_c}{k}=\frac{h\left(V/A\right)}{k} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty}=e^{-B_i f_0}$$

$$-B_i f_0=\frac{h}{\rho L_c C_p}t=\frac{hL_c}{k}.f_0 \qquad \Rightarrow \qquad f_0=\frac{\alpha t}{L_c^2}$$

$$\frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty}=\exp(-B_i\ .F_0)$$

مثال:

ساچمه های فولادی ضدزنگ ها به طور یکنواخت تا دمای 850^0C گرم شده با فرو بردن در روغن 40 درجه خنک می شد قطر ساچمه ها 20mm و ضریب جابه جایی 1000 اگر سرمایش تا زمانی ادامه یابد تا دمای سطح ساچمه به 100^0C برسد مدت زمان را حساب کنید.

$T_\infty = 40^0 C$

$h = 1000 \dfrac{W}{m^2 K}$

$T_1 = 100^0 C$

ز جدول ا

$\ell, cp \rightarrow$ مربوط به جسم جامد $\begin{cases} \ell = 7900 \dfrac{kg}{m^3} \\ C\, C_P = 477 \dfrac{J}{kg.k} \end{cases}$

جدول الف-1

$$\frac{100-40}{850-40} = e \frac{-1000 W_{m^2 k}}{7900 \, {kg}/{m^3} \times 0/01 m \times 477 \, \partial/{kg.k}} \times T$$

$$S = \frac{A}{V} = \frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3}{R}$$

$$\Rightarrow Ln(\frac{60}{810}) = -0/079t \Rightarrow T = 32/95 Sec$$

فصل ششم: انتقال حرارت جابه‌جایی

Chapter 6:Introduction of convection (fundamental of converection)

$$dq'' = h(T_s - T_\infty) \Rightarrow q = hA_s(T_s - T_\infty)$$

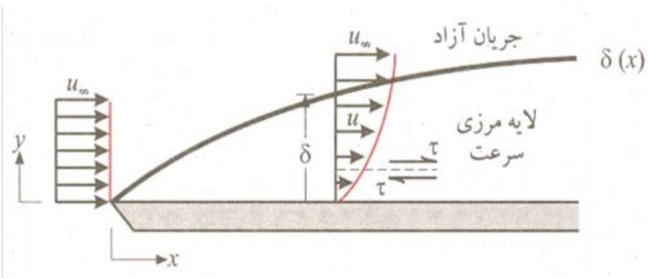
*** h به پارامترهای زیر بستگی دارد (خواص سیال)**

$$h\begin{cases} fluid\ \text{proprtios}\ (\text{k}, \text{cp}, \mu, \text{p}) \\ \text{surface Geometry} \end{cases}$$

$$q = \int h(T_{s-}T_\infty)dA_S = (T_s - T_\infty)\int_{As} hdA_s = hA_s(T_s - T_\infty)$$

$$h = \frac{1}{A_S}\int_{As} hdA_s \qquad\qquad h = \frac{1}{l}\int_0^l hdx$$

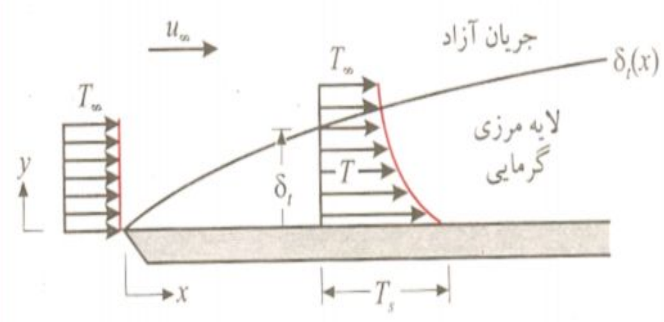
لایه مرزی سرعت: (the velocity Boundary Layer)



تشکیل لایه مرزی سرعت روی صفحه تخت

* لایه نازکی اطراف سطح موردنظر که تحت تأثیر اصطکاک سطح است را لایۀ مرزی می‌گویند. در واقع قسمتی که سرعت در آن از سرعت سطح آزاد کمتر است. جریان در لایۀ مرزی، جریان ویسکوز و خارج آن جریان غیرویسکوز است.

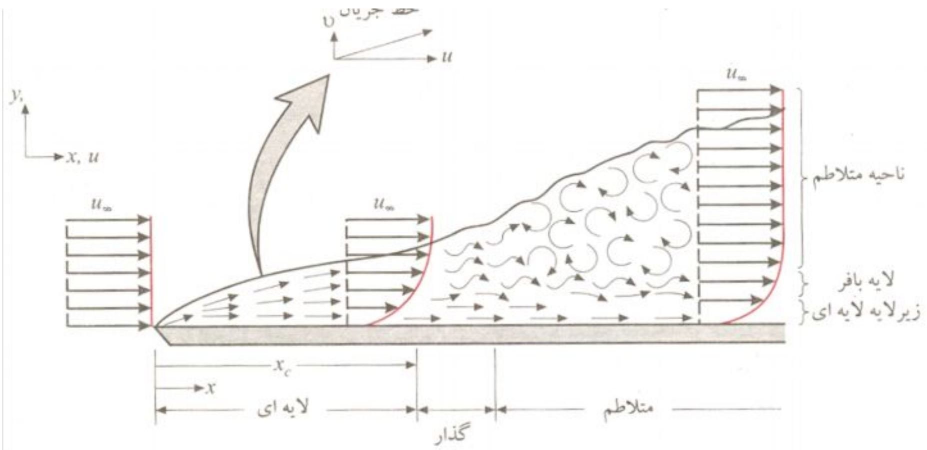
لایۀ مرزی گرمایی: ***The thermal Boundary Layer***



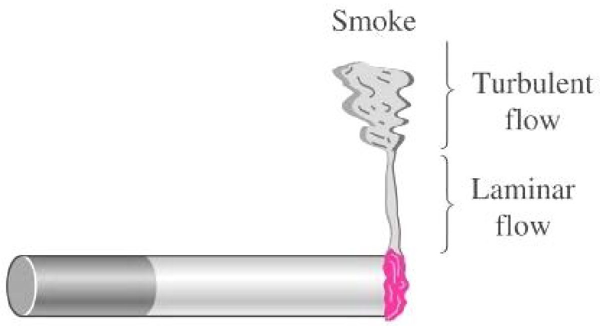
تشکیل لایه مرزی گرمایی روی صفحه تخت تکدما

$$\frac{T - T_S}{T_\infty - T_۲} = ۰.۹۹$$

* رشد لایهٔ مرزی در قسمت turbulent بیشتر است.



تشکیل لایه مرزی سرعت روی صفحه تخت



Laminar and turbulent flow regimes of cigarette smoke.

$$\mathrm{Re}=\frac{pu_{\infty}x}{\mu}=\frac{U_{\infty}x}{v}$$

$$\mathrm{Re}_{cril}=۵\times۱۰^{۵}(\text{for flat plate})$$

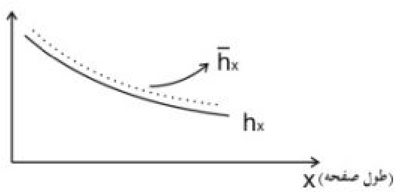
* رینولدز بحرانی به زبری سطح خیلی وابسته است. هر چه زبری سطح بیشتر باشد رینولـدز بحرانی کمتر است. یعنی جریان سریعتر بحرانی می‌شود.

* پارامتری که در لایه مرزی سرعت برای ما مهم است ضریب اصطکاک است چون با داشتن ضریب اصطکاک می توانیم برشی را حساب کنیم .

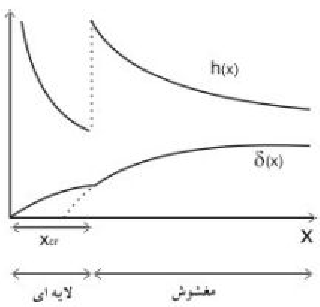
و با داشتن تنش برشی نیروی مقاومت سیال اصطکاک را بدست می آوریم .

$$CF=\frac{P}{\frac{1}{2}PV^{2}}$$

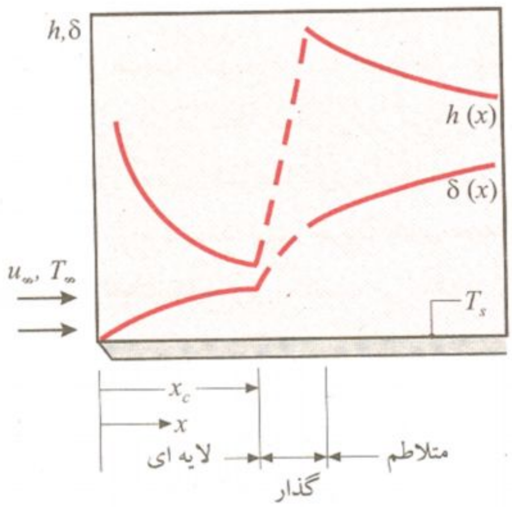
* در لایهٔ مرزی حرارت پارامتر کلیدی ضریب حرارت است (h)



– مقایسه تغییرات لایه مرزی سرعت و ضریب انتقـال حـرارت جابجـائی در طـول یـک صفحه:



* نمودار تغییرات h با افزایش x



۵- تغییر ضخامت δ لایه مرزی سرعت و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی محلی h برای جریان روی صفحه تخت تک دما

لایهٔ اول: $q''_{cond} = q''_{conve}$

$$\Rightarrow -k\frac{\partial T}{\partial y} = h(T_s - T_\infty)$$

$$h = \frac{-k\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

1) در ابتدای سطح ضخامت لایهٔ مرزی صفر است در نتیجه $\frac{\partial T}{\partial y}$ اندازه بزرگی دارد ولی با پیش رفتن در جهت ضخامت لایهٔمرزی بیشتر می‌شود در نتیجه تغییرات $\frac{\partial T}{\partial y}$ کمتر است و ناگهانی نیست.

2) در ناحیهٔ Turbuleat چون تغییرات بسیار مغشوش است در نتیجه انتقال حرارت بیشتر است. به علت انتقال مولکول‌ها از لایه‌های پایین به بالا (همیشه مقدار h ناحیه Turbulent از مقدار h ناحیهٔ luminer بیشتر است.

3) در مورد ناحیهٔ Transition بحث نمی‌شود.

4) برای جریان روی سطح همیشه لایهٔ مرزی سرعت وجـود دارد ولـی در یـک جریـان روی سطح لایهٔ مرزی گرمایی زمانی وجود دارد که بین سطح و سیال اختلاف دما داشته باشیم.

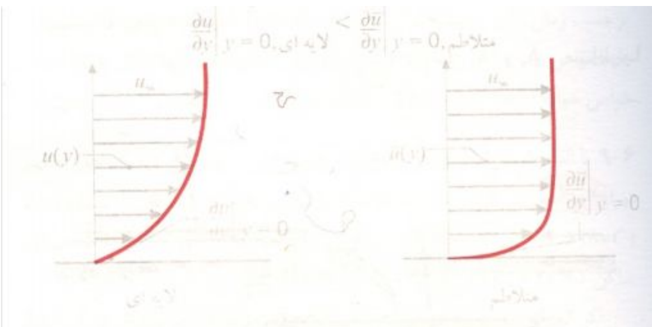
$$S \uparrow \left| \begin{array}{l} \dfrac{\partial U}{\partial Y}\downarrow \\ PS \downarrow \rightarrow \; CF \downarrow \end{array} \right.$$

$$St \uparrow \left| \begin{array}{l} \dfrac{\partial T}{\partial Y}\downarrow \\ h \downarrow \rightarrow \; q'' \downarrow \end{array} \right.$$

5 .در قسمت توربولنت کاهش CF آرامتر از قسمت لمینار است .

6. ضریب اصطکاک در قسمت Turbolent بیشتر از ضریب اصطکاک در قسمت laminar است .

*** تغییرات سرعت در قسمت خطی *(laminar)*:**



شکل ۶-۸ مقایسه نمایه‌ها در لایه مرزی هیدرودینامیکی لایه‌ای و متلاطم با سرعت جریان آزاد یکسان

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

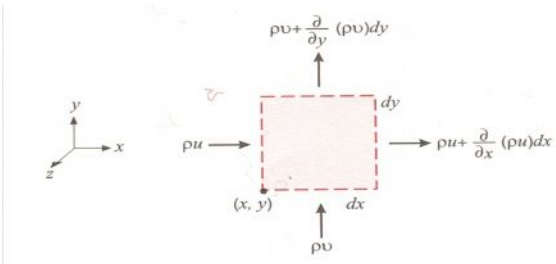
* مقدار $\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$ برای لایهٔ laminar کوچکتر از لایهٔ turbulent است در نتیجه چون ایـن شیب بیشتر است. تنش برش turbuleit بیشتر از laminar است.

$$\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0} \left\langle \frac{\partial u}{\partial y} \Rightarrow \tau_{tubulent} \right\rangle \tau_{lo\min ar}$$

* چون کنش برش در سطح آشفته بیشتر است پس C_f ناحیهٔ آشفته از ناحیهٔ خطی:

معادلات لایهٔ مرزی The Boundary Layer Equations

(معادلهٔ بقای جرم) The conservation of mass Equation



حجم کنترل دیفرانسیلی (dx.dy.۱) برای پایستاری جرم در جریان دوبعدی سیال ویسکوز

$$\sum \dot{m}_i - \sum \dot{m}_e = \Delta \dot{m}_{c.v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow pu(dg\times 1) + pv(dx\times 1) = \left[pu + \frac{\partial(pu)}{Dx}dx\right](dy\times 1) +$$

$$+\left[pv + \frac{\partial pv}{\partial y}dy\right](dx\times 1) \Rightarrow \frac{\partial(pu)}{\partial x} + \frac{\partial(pv)}{\partial y} = 0$$ معادلهٔ پیوستگی در دو بعد

$$\frac{\partial(pu)}{\partial x} + \frac{\partial(pv)}{\partial y} + \frac{\partial(pw)}{\partial z} = 0$$ معادلهٔ پیوستگی در سه بعد

Unsteady:

$$\Delta \dot{m}_{c.v} = \frac{\partial(pd_x d_y d_z)}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial(pu)}{\partial x} + \frac{\partial(pv)}{\partial y} + \frac{\partial(pw)}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial t}$$ معادلهٔ پیوستگی برای حالت ناپایدار

$$\vec{\nabla}.\left(\overrightarrow{PV}\right)=Div\left(pv\right)=\frac{\partial p}{\partial t}$$

$$p\vec{v}=pui+pvj+pwk$$

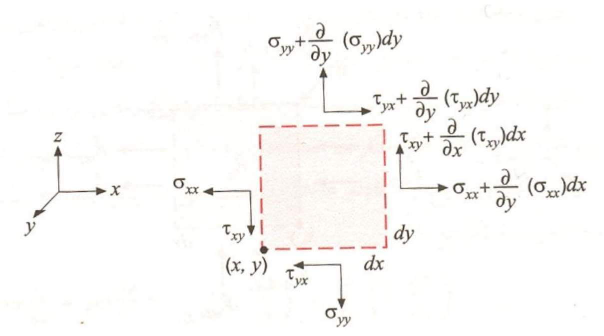
$$\vec{\nabla}=\frac{\partial}{Dx}i+\frac{\partial}{\partial y}j+\frac{\partial}{\partial z}k$$

If: p=de (incompressible fluid):

$\Rightarrow \frac{\partial x}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=۰$ معادلهٔ پیوستگی برای سیال تراکم‌ناپذیر

** برای سیال تراکم ناپذیر دیورژانس سرعت برابر صفر است.

***Conservation of momentum Equation*:** **معادلهٔ بقای مومنتوم (قانون دوم نیوتن):**



$$Assumption:\begin{cases}\text{۱) دوبعدي (two dimensional)}\\ \text{۲) تراكم ناپذير (incompressible)}\\ \text{۳) پايدار - شرايط (steady)}\\ \text{۴) خواص سيال ثابت (consteact properties)}\end{cases}$$

$$Q_x=\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial u}{\partial x}.\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial v}{\partial y}.\frac{\partial y}{\partial t}=u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\delta_m=P\left(dx.dyx\right)$$

$$\sum F_x=\max\Rightarrow p\left(dy\times ۱\right)-\left[p+\frac{\partial p}{\partial x}dx\right]\left(dy\times ۱\right)-$$

$$-\tau(dx\times ۱)+\left[\tau+\frac{\partial\tau}{\partial y}dy\right](dx\times ۱)+\underset{\text{نیروی حجمی}}{\times}(dxdydz)=pd_x dy$$

$$\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\Rightarrow\frac{\partial\tau}{\partial y}-\frac{\partial p}{\partial x}+X=p\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\tau=\mu\frac{\partial u}{\partial y}\Rightarrow\frac{\partial\tau}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\mu\frac{\partial^۲ u}{\partial y^۲}$$

$$\Rightarrow u\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\mu\frac{\partial^۲ u}{\partial y^۲}$$

$$\Rightarrow u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{۱}{p}\left(\mu\frac{\partial^۲ u}{\partial y^۲}+\frac{\partial p}{\partial x}+x\right)$$

$x=۰\Rightarrow u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=v\frac{\partial^۲ u}{\partial y^۲}-\frac{۱}{p}\frac{\partial p}{\partial x}$ x-direction momentum Equation

$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=v\frac{\partial^۲ v}{\partial y^۲}-\frac{۱}{p}\frac{\partial p}{\partial y}$ $\quad y=۰ \quad x-direction$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=۰$$

* ترم نیروی حجمی فقط در سیالات که سرعت بالاست مانند صورت مدنظر گرفته می‌شوند.

$$B.C\begin{cases}y=۰ & u(x,۰)=۰,v(x,۰)=۰\\ y\to\infty & u(x,\infty)=U_\infty,v(x,\infty)=۰\\ x=۰ & u(۰,y)=U_\infty,v(۰,y)=۰\end{cases}$$ خارج لایه مرزی

$U>>v \qquad \frac{\partial y}{\partial y}>>\frac{\partial u}{\partial x}$

1) در خارج لایهٔ مرزی **v** صفر می‌باشد و در مرز لایـهٔورزی سـرعت صـفر اسـت یعنـی **v,u** صفراند.

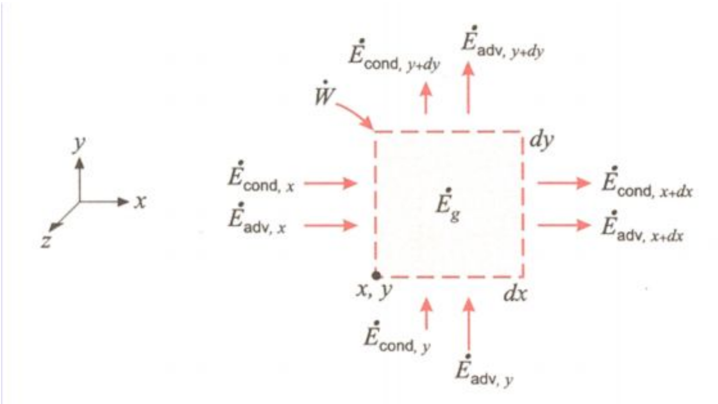
2) جریان تراکم ناپذیر به جریان می‌گویند که سرعت آن کمتر از **0.3** سرعت صورت باشد.

for flat plate $\frac{\partial p}{\partial x}=۰$

$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=\nu\frac{\partial^۲ u}{\partial y^۲}$ معادلهٔ مومنتوم برای صفر است

3.Conservation of Energy Equation: معادلهٔ بقای انرژی for laminar flow

$$Assumption:\begin{cases} ۱.two \text{ Dimensional} \\ ۲.\text{steady state} \\ ۳.\text{ in compresible fluid} \\ ۴.\text{ constract properties} \end{cases}$$



* انرژی از یک سیستم به شکل با محیط خود مبادله می‌شود: کار، حرارت، جرم

$$\dot{E}_{in,Heat,x}=\dot{Q}_x$$

$$\dot{E}_{out,Heat,x}=Q_x+\frac{y\dot{Q}_x}{\partial_x}dx \Rightarrow \left(\dot{E}_{in}-\dot{E}_{out}\right)_{Heat,x}=\frac{\partial\dot{Q}_x}{\partial x}dx=\frac{\partial\left(-k\frac{\partial T}{\partial x}dy\right)}{\partial x}dx$$

$$\left(\dot{E}_{in}-\dot{E}_{out}\right)_{by}Heat,y=\frac{\partial\left(-k\frac{\partial T}{\partial y}dx\right)}{\partial y}dy=-k\frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲}dxdy$$

$$\left(\dot{E}_{in}-\dot{E}_{out}\right)_{by}Heat,x=-k\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲}dxdy$$

$$\dot{E}_{in,mass,x}=p\dot{e}_{stream}udy$$

$$e_{strem} = utpo + ke + pe = h = CpT$$

$$\dot{E}_{in,mass,x} = pe_{stram}udy + \frac{\partial(pudyCpT)}{\partial x}dx$$

$$\left(\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}\right)_{by,mass,x} = \frac{-\partial(uT)}{\partial x}Cpdxdy = -pC_p\left(u\frac{dT}{dx} + T\frac{\partial u}{\partial x}\right)dxdy$$

$$\left(\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}\right)_{by.mass,y} = -pc_p\left(v\frac{\partial T}{\partial y} + T\frac{\partial v}{\partial y}\right)dxdy$$

$$\left(\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}\right)_{by,mass,(x,y)} = -pc_p dxdy\left[u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + T\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right]$$ معادلهٔ پیوستگی (تراکم ناپذیر)

قانون اول ترمو: $\dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v}$

$$\left(\dot{E}_{in} - E_{out}\right)_{mass} + \left(\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}\right)_{Heat} = ۰$$

$$-pc_p dxdy\left[u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right] + kdxdy\left(\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲} + \frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲}\right) = ۰$$

$$\Rightarrow u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{pc_p}\left(\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲} + \frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲}\right)$$

$$\Rightarrow u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\left(\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲} + \frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲}\right)$$

Assumption: Steady , laminar, incompressible flow, with constant

Properties. $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$ continuity Equation (معادلهٔ پیوستگی)

$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial x}$ momentum E q.

$$\underbrace{u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}}_{advection}=\underbrace{\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}}_{conduction}+\underbrace{\frac{\nu}{Cp}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)}_{viscous\ pissipation\ \mu Q}{}^2$$ Energy Eq.

1) اگر در رابطهٔ انرژی سرعت صفر باشد یعنی سیال ساکن باشد $u,v=0$ درنتیجه فقط ترم رسانش در معادله باقی می‌ماند که بیانگر آن است که انتقال حرارت فقط ناشی از رسانش است.

For flot plate: $\left\{y>\delta\Rightarrow v=0, u=u_\infty=cte\Rightarrow\frac{\partial\beta}{\partial x}=0\right.$

2) در معادلهٔ انرژی از ترم $\frac{u}{c_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$ فقط در مواقعی نمی‌توان صرف‌نظر کرد که دارای سرعت صورت و یا روغن‌های با لزجت بالا باشیم. در این معادلات از اتلافات لزجت می‌توان صرفنظر کرد.

معادلات مومنتوم ساده شده $\begin{cases}u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}:\text{for flat plate}\right)\\ u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}(\text{nogligible viscous})\end{cases}$ مجهولات سرعت(v,u) و دما (T)

* اگر سرعت مشخص باشد می‌توان تنش برشی و آنگاه نیروی اصطکاک دیواره را حساب کرد.

$$\tau_s=\mu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}\Rightarrow F_s=\tau_{S.A}$$

* چون خواص ثابت‌اند، معادله‌های مومنتوم و پیوستگی قابل حل می‌باشند و مؤلفه‌های سرعت به دست می‌آیند (u,v) ولی تا زمانی که میدان سرعت مشخص نشده باشد. نمی‌توان توزیع دما را به دست آورد.

* با به دست آوردن توزیع دما که از رابطهٔ انرژی به دست می‌آید می‌توان ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) را به دست آورد.

اعداد بدون بعد:

عدد رینولدز $\mathrm{Re} = \frac{pVl}{\mu}\left(\text{for flat pbte} : V = u_{\infty}\right)$

L: طول مشخصه

$$R_e = \frac{inertia\ \ force}{viscous\ \ force} = \frac{vl}{v}$$

* اگر عدد رینولدز پایین باشد به این مفهوم است که نیروهای ویسکوز بیشتر از نیروهای اینرسی هستند. رینولدز بحرانی، رینولدزی است که جریان را از آرام به آشفته تبدیل می‌کند.

*اگر Re بزرگ بود به این معنی است که نیروهای اینرسی بیشتر از نیروهای وبیسکوزیته است . مثل ناحیه Turbolent

* هر چه زبری سطح بیشتر باشد، جریان سریعتر آشفته می‌شود یعنی در رینولدزهای پایین‌تری اتفاق می‌افتد.

ضریب بی‌بعد انتقال حرارت:

Nusselt number: **(عدد ناسلت)**

$$Nu = \frac{h_x . x}{k_f}$$

k_f :مربوط به سیال, $T_f = \frac{T_s + T_\infty}{۲}$ (fime temperatu re)

* k_f باید در دمای τ_f خوانده شود.

عدد ناسلت: شیب بی‌بعد دما در سطح

3.prandtel number: $pr = \frac{D}{\alpha} = \frac{\mu / p}{\frac{k}{pc_p}} = \frac{\mu c_p}{k}$

$$\Pr = \frac{\text{پخش مولکولی مومنتوم}}{\text{پخش مولکولی گرمایی}} = \frac{\text{moloucular diffusivit y of mo}}{\text{moloucular diffusivit y of Heat}}$$

* عدد پرانتل جزء خواص سیال است چون تمام مقادیر رابطهٔ آن از خواص سیال می‌باشند.
پرانتل جز خواص یک سیال است . تنها عدد بدون بعدی است که به نوع سیال بستگی دارد .
اگر Pr<1 یعنی انتقال حرارت سریعتر انجام می شود . در نتیجه لایه مرزی حرارتی بزرگتر از لایه مرزی سرعت است .

عدد پرانتل برای مواد مختلف:

$pr_{liguid\ metal} << ۱$	0.004-0.03
$pr_{gass} \approx ۱$	0.7-1
$pr_{water} > ۱$	1.3-17
$pr_{oils} >> ۱$	$50\text{-}10^5$

* $pr_{gass} \approx ۱$ یعنی لایهٔ مرزی حرارت و سرعت با یکدیگر برابرند.

* برای فلزات مایع $\delta_t > \delta$

* برای روغن‌ها $\delta > \delta_t$

* فلزات مایع دارای فشار بخار پایین (زود بخار می‌شوند) و ظرفیت گرمایی بالایی دارند ولی خوردگی ایجاد می‌کنند و واکنش‌زا هستند.

برای جریان لایه‌ای: $\frac{\delta}{\delta_t} = pr^n$

$$\begin{cases} \text{gasses}: P_r = ۱ & \delta \approx \delta_t \\ \text{liquid metal}: P_r << ۱ & \delta << \delta t \\ \text{oils}: P_r >> ۱ \quad P_r >> ۱ & \delta >> \delta t \end{cases}$$

4. pecelt Number:

$$pe = \text{Re}.pr$$

$$pe : \text{Re}, \text{Pr} \Big| \Rightarrow \frac{VL}{J} \cdot \frac{J}{X} \Rightarrow \frac{VL}{X}$$

5. stantom. Number: (عدد استانتون) $st = \frac{Nu}{pe}$

$$St : \frac{Nu}{Pe} \Bigg| = \frac{\frac{hl}{kf}}{\frac{vl}{x}} = \frac{h\frac{kf}{pcp}}{kfv} = \frac{h}{pcpv}$$

6. colbarn y factor:(عدد کولبرن) $J = St.pr^{\frac{۲}{۳}}$

7. Grashot Number:(عدد گراشف) $Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)l^۳}{v^۲} = \frac{Buoyancy\ \text{force}}{\text{viscous force}}$

8. $Ra : Gr.\text{Pr}$

(Chilton-colburn Analogy) : Re اصلاح شده تشابه

$$\frac{cf}{2} = st.pr^{\frac{2}{3}}$$

$$o.b \le pr \le bo$$

خیلی از سیالات را در بر می گیرد همیشه در صفحه تخت صادق چه در حالت laminar و چه Turbolent این تشابه برای داخل لوله ها در جریان laminar این صادق نیست . ولی برای جریان Turbolent می توانیم به کار ببریم . چون در جریان Turbolent تغییرات فشار در راستای x خیلی کم است (نداریم) ولی در جریان laminar تغییرات فشار در راستای x داریم.

تحلیل ارتباط بین مومنتوم و انتقال حرارت:

Analogies between momentum and Heat transfer:

$$C_f = \frac{\tau_s}{\frac{۱}{۲}\rho V^۲} \qquad F_f = T_s.A = C_f.\frac{۱}{۲}pv^۲A$$

$$h, Nu = \frac{h_x.x}{k_f}$$

Reynolds Analogy: For steady, incomepressible, laminar flow of a fluid with constaut properties (جریان آرام با خواص ثابت)

معادلهٔ مومنتوم: $u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = v\frac{\partial^۲ u}{\partial y^۲}\left(\frac{\partial p}{\partial x} = ۰\right)$

معادله انرژی: $u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲}$ negligible

p^*, x^*: طول و فشار بی‌بد می‌باشند.

$$p^* = \frac{p}{pv^۲}, \qquad x^* = \frac{x}{l}$$

$$C_f/_۲ = st \qquad \frac{\partial p^*}{\partial x^*} = ۰, \qquad P_r = ۱ \qquad \text{(flat plate)}$$

chilton – Colburn Analogy:

$$\frac{C_f}{۲} = st.pr^{\frac{۲}{۳}} = j \qquad ۰.۶ \le pr \le ۶۰$$

$$st = \frac{Nu}{pe} = \frac{Nu}{\mathrm{Re}.pr} = \frac{\frac{hx}{k}}{\frac{vx}{v}.\frac{v}{\alpha}} = \frac{h}{PV_{Cp}} \qquad \frac{\partial p^*}{\partial x^*} = ۰$$

St: عددی بی‌بعد براساس h می‌باشد.

* روابط بالا برای جریان آرام و روی صفحهٔ تخت صادق است. ولـی بـرای جریـان آرام درون لوله صادق نیست. $\left(\frac{\Delta p^*}{\Delta x^*} \neq ۰\right)$

Chupter 7

External flow: جریان خارجی

* جریان خارجی، جریان‌هایی هستند که در آنها لایه مرزی بتواند آزادانه رشد کند.

Assumption: steady, laminar, incompressible flow of fluid

With constant properties: , $\frac{\partial p}{\partial x}=0$ (اتلاف ویسکوزیته ناچیز)

فرضیات: جریان پایدار، لایه‌ای، تراکم ناپذیر با خواص ثابت

***استخراج معادلات:**

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=v\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$$

$$u.\frac{\partial T}{\partial x}+v.\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Similarity solution: روش تشابهی

$$u=\frac{\partial \Psi}{\partial y}, \qquad v=-\frac{\partial \Psi}{\partial x}$$ تابع جریان: Ψ

$2f'''+ff''=0$ Blasius Equation(معادله بلازیوس)

حل معادله $\frac{\delta}{x}=\frac{5}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}, \mathrm{Re}=\frac{Vx}{v}=\frac{U_\infty x}{v}\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\delta}{x}=\frac{5}{\sqrt{\frac{U_\infty x}{v}}}\Rightarrow \delta \alpha x^{\frac{1}{2}}$$ رابطهٔ (1)

نکات:

* در x یکسان ضخامت لایهٔ مرزی سیال با ویسکوزیته بالاتر بیشتر است مثلاً آب و هوا ضخامت لایهٔ مرزی آب بیشتر است. (هرچه ویسکوزیته سیال بیشتر باشد ضخامت لایهٔ مرزی آن بیشتر است)

* رشد لایهٔ مرزی در ناحیهٔ laminar با $\sqrt{x}$ متناسب است.

* هرچه سرعت زیاد شود مخرج رابطهٔ (1) بزرگتر می‌شود و ضخامت لایه مرزی کمتر می‌شود (در یک x مساوی)

Turbulent: $\frac{\delta}{x}=\frac{0.37}{Re_x^{\frac{1}{5}}}\Rightarrow \delta\ \alpha\ x^{\frac{4}{5}}$

* رشد لایه مرزی در قسمت turbulent با $x^{\frac{4}{5}}$ متناسب است و از رشد لایه مرزی در ناحیهٔ laminar بیشتر است.

For flat plate: **(برای صفحه تخت)**

laminar : $\frac{\delta}{x}=\frac{5}{Re_x^{\frac{1}{2}}}$ $\qquad$ $Re_x=\frac{pvx}{\mu}=\frac{vx}{\upsilon}$

$Re<5\times10^5$ $\qquad$ $C_f=\frac{0.0664}{Re_x^{\frac{1}{2}}}$ $\qquad$ $\Rightarrow \delta\alpha x^{\frac{1}{2}}$

From chiltion – colburn enalogy:

$$\frac{C_f}{2}=st.pr^{\frac{2}{3}}\Rightarrow\frac{\frac{0.664}{Re_x^{\frac{1}{2}}}}{2}=\frac{Nu_x}{Re_{x.pr}}.pr^{\frac{2}{3}}\qquad C_f\alpha\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow Nu_x = ۰.۳۳۲\,\mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۲}}.pr^{\frac{۱}{۳}} = \frac{h_x.x}{k} \rightarrow h\alpha \frac{۱}{x^{\frac{۱}{۲}}}$$

$۰.۶ \le pr \le ۶۰$

برای فلزات مایع با عددprبسیار کوچک : $Nu_x = ۰.۵۶۵ Pe_x^{\frac{۱}{۲}} \begin{cases} pr \le ۰.۰۵ \\ pr \ge ۱۰۰ \end{cases}$

$$\frac{\delta}{\delta_t} = pr^{\frac{۱}{۳}} \rightarrow \delta_t = \frac{\delta}{pr^{\frac{۱}{۳}}}$$

For flat plate & turbulent: $۵\times۱۰^{۵} < \mathrm{Re}_x < ۱۰^{۷}$

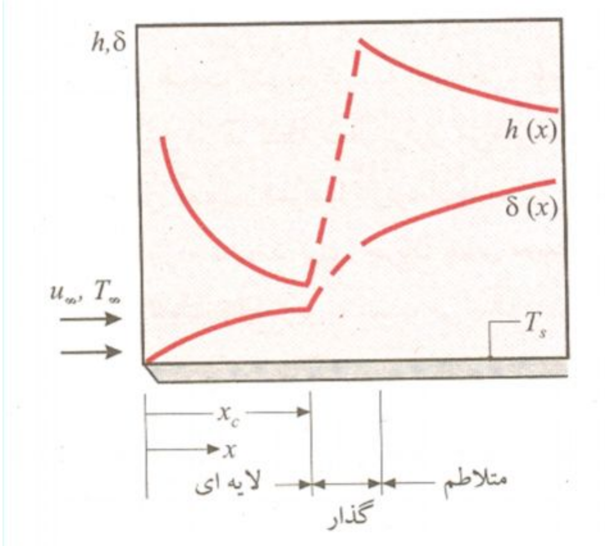
$$\frac{\delta}{x} = \frac{۰.۳۸}{\mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۵}}} \qquad C_f = \frac{۰.۰۵۹۲}{\mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۵}}} \rightarrow C_f \alpha\ x^{\frac{۱}{۵}}$$

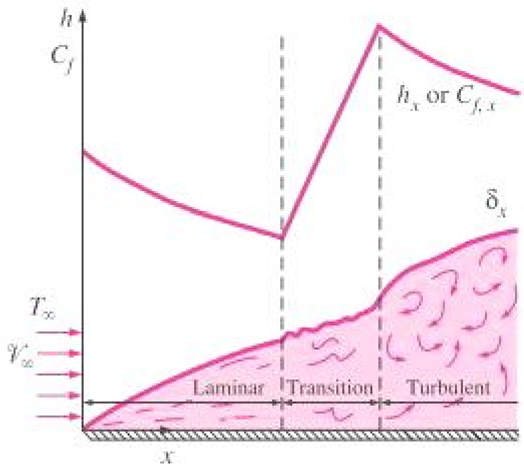
$$Nu_x = ۰.۰۲۹۶\ \mathrm{Re}_x^{\frac{۴}{۵}}.pr^{\frac{۱}{۳}} = \frac{h_x.x}{k} \rightarrow h\ \alpha\ \mathrm{x}^{\frac{1}{5}} \qquad \delta \approx \delta_t$$

$\delta_\alpha x^{\frac{۴}{۵}}$

* رشد لایهٔ مرزی در قسمت laminar از قسمت turbulent بیشتر است.

$la\min ar = \frac{s}{x} = \frac{5}{\sqrt{\mathrm{Re}\,x}} = \frac{5}{\mathrm{Re}\,x^{\frac{1}{2}}}$	$cfx = \frac{o.664}{\mathrm{Re}\,x^{\frac{1}{2}}}$	$S\alpha\ X^{\frac{1}{2}}$
$Turbolent = \frac{s}{x} = \frac{0.382}{\mathrm{Re}\,x^{\frac{1}{5}}}$	$cfx = \frac{0.0592}{\mathrm{Re}\,x^{\frac{1}{5}}}$	$S\alpha\ X^{\frac{4}{5}}$





Laminar: $h = ۲h_x$

$$Nu_x = ۰.۳۳۲ \operatorname{Re}_x^{\frac{۱}{۲}} . pr^{\frac{۱}{۳}} = \frac{h_x . x}{k} \Rightarrow h_x = answer \quad \Rightarrow h = answer$$

$$\overline{Nu} = ۲ Nu_x = ۰.۶۶۴ \operatorname{Re}_x^{\frac{۱}{۲}} . pr^{\frac{۱}{۳}}$$

$$\overline{C}_f = C_{fx} = ۲\left(\frac{۰.۶۶۴}{\operatorname{Re}_x^{\frac{۱}{۲}}}\right) = \frac{۱.۳۲۸}{\operatorname{Re}_x^{\frac{۱}{۲}}}$$

* عدد ناسلت برای حالات مختلف انتقال حرارت $(q = cte, T_s = cte)$

Laminar:

$$q'' = cons\tan t \begin{cases} Nu_x = ۰.۴۵۳\ \mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۲}} .pr^{\frac{۱}{۳}} \\ \text{Turbulent} \quad : Nu_x = ۰.۰۳۰۸\ \mathrm{Re}_x^{\frac{۴}{۵}} .pr^{\frac{۱}{۳}} \end{cases} \qquad Nu_{q''=cte} > Nu_{T=cte}$$

عدد ناسلت برای حالت سطح با شار حرارت ثابت بیشتر از حالت سطح با دما ثابت است.

$$T_s = cte \begin{cases} \text{laminar} \quad : \mathrm{Nu}_x = ۰.۳۳۲\ \mathrm{Re}_x^{\frac{۱}{۲}} .pr^{\frac{۱}{۳}} \\ \text{turbulent} \quad : \mathrm{Nu}_x = ۰.۰۲۹۶\ \mathrm{Re}_x^{\frac{۴}{۵}} .pr^{\frac{۱}{۳}} \end{cases}$$

سوال:

در قسمت laminar اختلاف بیشتر است یا Turbolent؟ در laminar

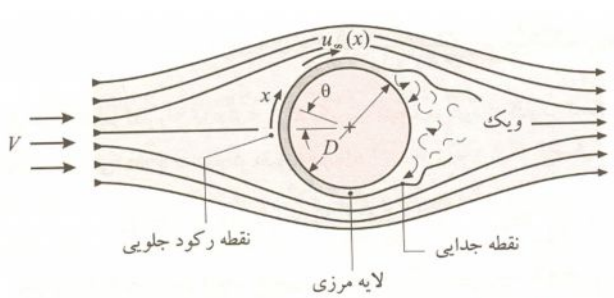
$la\min ar \dfrac{Nuq'' = cte}{NuTS = cte} = \dfrac{0.453}{0.332} \cong 1.36$ ٪36 بیشتر

$Turbolent \dfrac{Nuq'' = cte}{NuTs = cte} = \dfrac{0.0308}{0.0296} \approx 1.04$ ٪0/04 بیشتر از

* در جریان laminar ضریب انتقال حرارت در شار ثابت 36% بیشتر از دما ثابت است.

و در جریان tubulet ضریب انتقال حرارت در شار ثابت 04.% بیشتر از دما ثابت است.

*** بررسی حرکت جریان روی لولهٔ استوانه‌ای:**

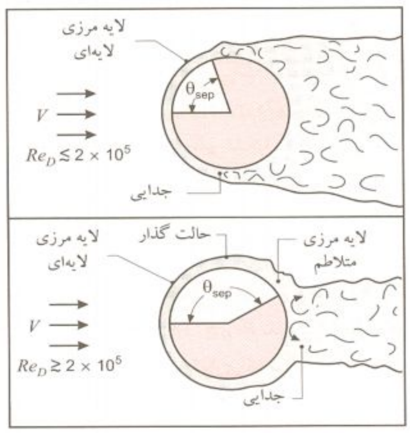


تشکیل لایه مرزی و جدایی روی استوانه دوار در جریان عرضی

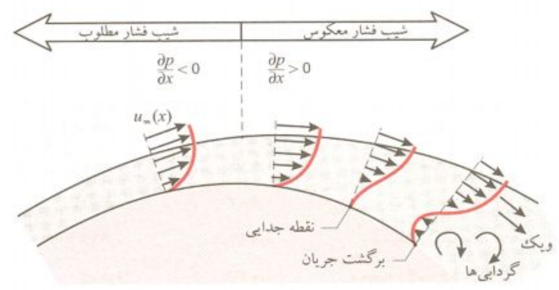
$\dfrac{p}{p} + gz + \dfrac{v^۲}{۲} = cte$ برنولی

$z = cte$

* در نقطهٔA با توجه به رابطهٔ برنولی چون سرعت صفر است بیشترین فشار را داریم

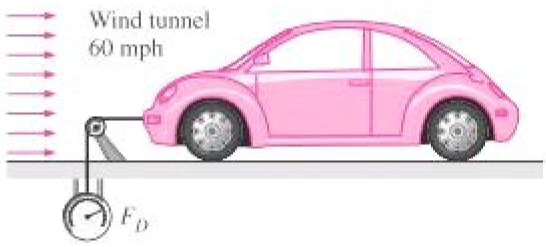


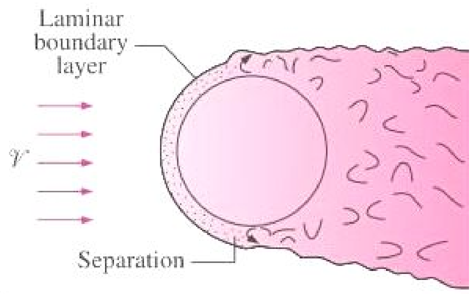
تأثیر تلاطم بر جدایی



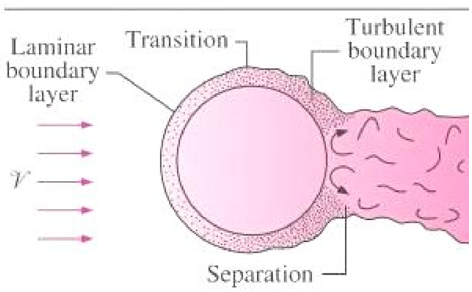
نمایه سرعت مربوط به جدایی روی استوانه دوار

در جریان عرضی





(a) Laminar flow (Re < 2×10^5)



Laminar: $\theta_{s.p} \approx ۸۰^o$

$$Re_D = \frac{PVD}{\mu} = \frac{VD}{v} \qquad Re_{D_{cr}} = z \times ۱۰^{۵}$$

brug :D

C: نیرویی که به جسم وارد می‌شود.

$$C_D = C_{D,\ friction} + C_{D,\ pressure}$$

Lurbulet: $\theta_{s.p} \approx ۱۴۰^{o}$

Re بحرانی برای صفحه $Re=5.10^5$

Re بحرانی برای استوانه ای و کره $Re=2.10^5$

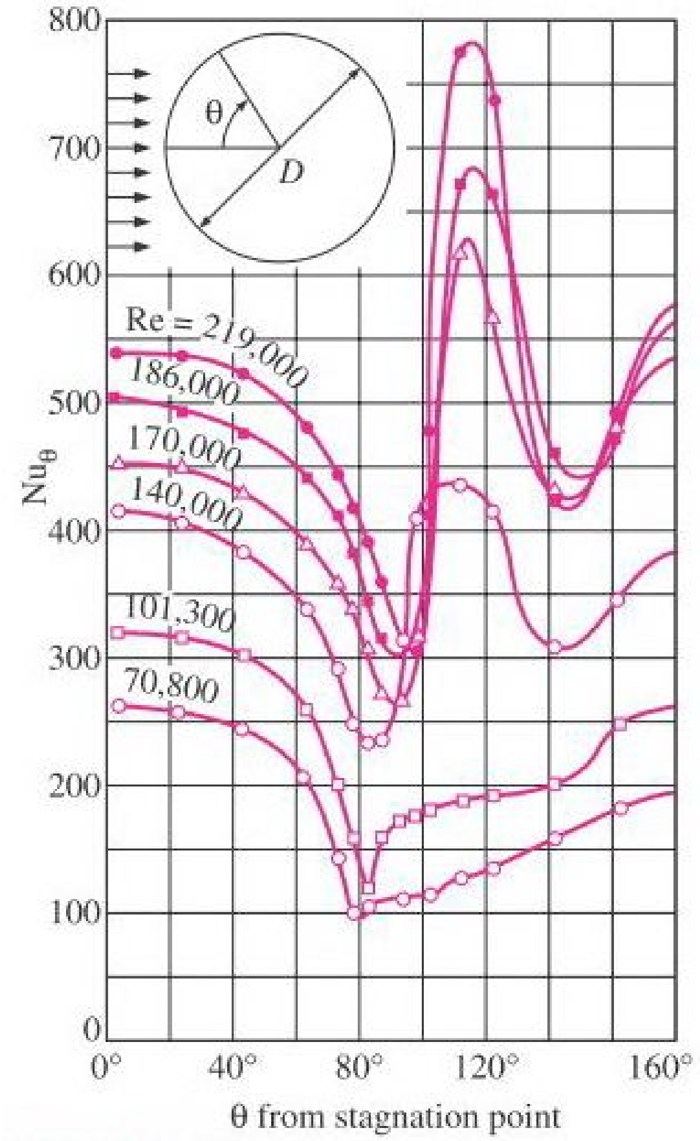
این اعداد به شدت به زبری بستگی دارد چون هر چه سطح زبرتر باشد جریان سریعتر Turbolent می شود و هر چه صافتر باشد در جریان پائین تری جریان Turbolent می شود.

سوال:

*نقطه جدایی به laminar یا Turbolint بودن جریان ربطی دارد یا نه ؟

*در laminar یا در Turbolent ؟ چه عاملی سبب جدایی می شود؟

*چرا توپ های گلف را زبر می سازند؟

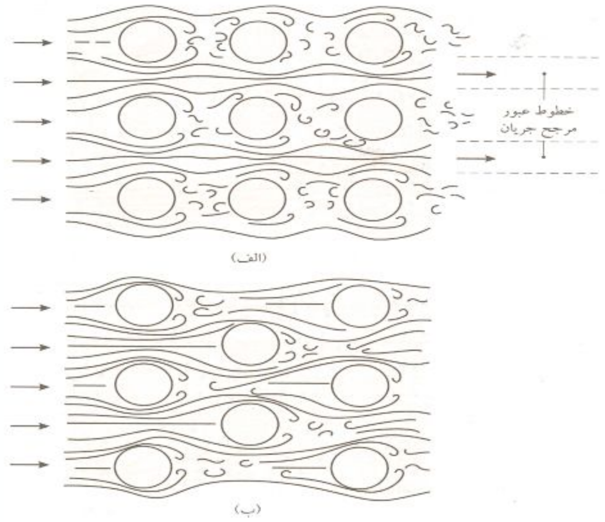


* این نمودار دارای دو نقطهٔ min است اولین min به دلیل تبدیل جریان آرام به آشفته است و دومین نقطهٔ min به دلیل نقطهٔ جدایی است.

*در جریان Turbolent 2تا min داریم Min دومی همان نقطه جدایی است min اولی تبدیل laminar به Turbolent است .

* در صفحه تخت ابتدا گر ادیان زیاد است سپس بخاطر رشد لایه مرزی افت داریم و بعد از آن بخاطر تبدیل جریان laminar به Turbolent افزایش داریم و بعد از آن بخاطر رشد لایه مرزی افت داریم .

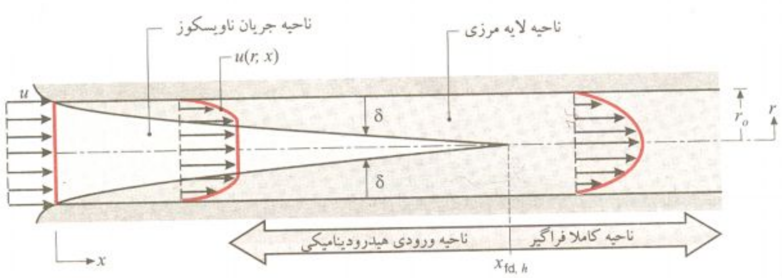
جریان روی دسته لوله‌ها:*Flow across tabe banks*



شرایط جریان برای آرایش: (الف) مستطیلی و (ب) مثلثی

*در لوله‌های دوم و سوم انتقال حرارت بیشتر است چون در اثر برخورد جریان با لوله اول جریان turbulent ایجاد می‌شود.

*Chapter 8: Internal f.low:*جریان داخلی



گسترش لایه مرزی هیدرودینامیکی لایه‌ای در یک لوله دایره‌ای

$$\begin{cases} \text{Laminar}: \left(\dfrac{x_{fol,h}}{D}\right)_{low} = ۰.۰۵\,\text{Re}_D \\ \text{turbulent}: 10 \le \left(\dfrac{x_{fol,h}}{D}\right)_{turb} \le ۶۰ \end{cases}$$

Turbuleut: $x_{fol.h} \approx ۱۰D$ $\qquad \text{Re}_D = \dfrac{pu_m D}{\mu}$

$$\dot{m} = \rho u_m^A = (\rho u_m D)\frac{\pi D}{۴}$$

$$\text{Re}_D = \frac{۴\dot{m}}{\mu \pi D}$$

$$\text{Re}_{cir} \approx ۲۳۰۰$$

کاملاً متلاطم: $\text{Re}_{cir}: ۱۰^۴$

لایه مرزی نمی تواند آزادانه حرکت کند در لوله ها در ناحیه غیر چسبنده سیال هنوز تحت تأثیر ویسکوزیته (چسبندگی قرار نگرفته است .) از طول ورودی سرعت به بعد را جریان کاملاً توسعه یافته می گویند.

سرعت تابعی x هم تابعی از شعاع است .

اگر لوله ما دایره ای شکل نباشد وقطر را نداشتیم از قطر هیدرولیکی استفاده می کنیم.

$$Dh = \frac{4A}{P}$$

$$Dh = \frac{4\frac{\pi d^2}{4}}{\pi D} = D$$

$$Dh = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

$$Dh = \frac{4a^2}{4a} a$$

مقایسه پیشینه در جریان آرام و جریان آشفته:

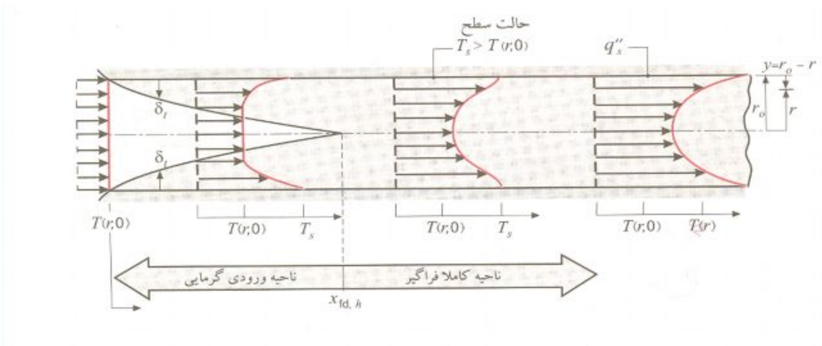
* سرعت در مرکز لوله $(U_{\max})$ در لوله جریـان Laminar از لولـه باجریـان turbulent در صورت ثابت بودن دبی بیشتر است. چون:

$$\dot{m} = cte \Rightarrow pu_{m.A} = cte \Rightarrow U_{mlam} = U_{mtur} \Rightarrow U_{\underset{law}{\max}} > U_{\underset{lur}{\max}}$$

$$la\min ar : f = \frac{۴}{C_f}$$

*جریان سیال وارد لوله می شود فرض کنیم دمای سیال وسطح مساوی نباشد سپس یک لایه مرزی حرارتی بوجود می آید.

*از طول ناحیه گرمایی به بعد جریان کاملاً توسعه نیافته اسـت اگـر دمـای سـطح بیشـتر از دمای سیال باشد min دما درمرکز لوله اتفاق می افتد.



گسترش لایه مرزی گرمایی در لوله دایره‌ای گرم شده

$$\begin{cases} \text{laminar}: \left(\dfrac{x_{fd,t}}{D}\right)_{lam} = ۰.۰۵\,\mathrm{Re}_D\,.pr \\ \text{turbulent}: \left(\dfrac{x_{f,D},t}{D}\right)_{turb} \approx b \Rightarrow x_{fdt} = ۱۰D \end{cases}$$

* در جریان کاملاً فراگیر گرمایی سیالی با خواص ثابت ضریبی جا به جایی محل مســتقل از X ثابت است.

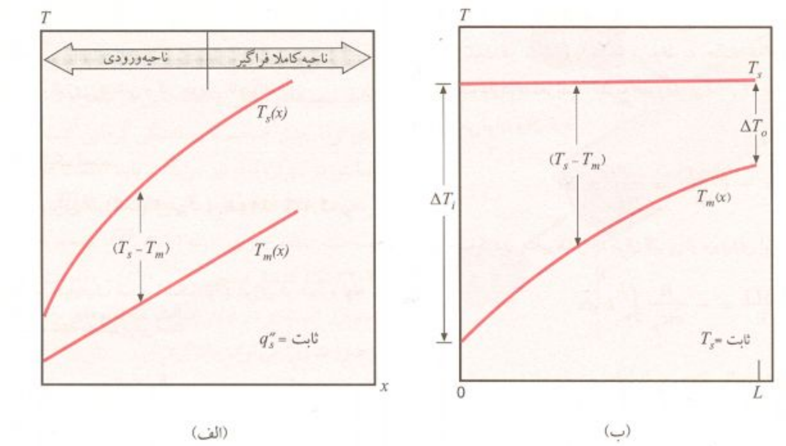
*اگر روغنی در حالت laminar داشتیم کل جریان را می توانیم توسعه یافته در نظر بگیریم فزات مایع خیلی سریع جریان توسعه یافته می شود.

در مرز لوله ها cond = conr چون سرعت روی سطح لوله ها صفر است .

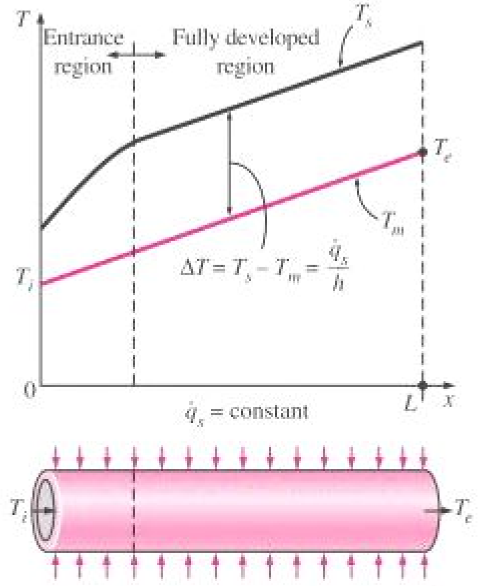
$$h = -k\frac{\partial T}{\partial V} / = h = (TS - TM)$$

$$\Rightarrow h = \frac{-kf\dfrac{\partial T}{\partial V})r = R}{TS - TM}$$

* هنگامی که دمای سطح ثابت باشد شار حرارتی ثابت نیست.



تغییرات محوری دما برای انتقال گرما در لوله.(الف) شار گرمای ثابت در سطح،(ب) دمای ثابت در سطح



$q'' = h(T_s - T_m)$

$q'' = h(T_s - T_m) = cte$

* در نمودار چون q'' ثابت است هر چه h کمتر باشد باید ΔT بیشتر باشد و با افزایش h مقدار ΔT کاهش می‌یابد.

عدد ناسلت در جریان آشفته:

Turbulent: $Nu = ۰.۰۲۳ \mathrm{Re}^{۰.۸} . pr^n$ $\quad ۰.۶ < pr < ۱۶۰ \quad \mathrm{Re} > ۱۰^۴$

$$\begin{cases} \text{Heating } \ \mathrm{T_s} > T_m & n = ۰.۴ \\ \text{cooling } \ \mathrm{T_s} < T_m & n = ۰.۳ \end{cases}$$

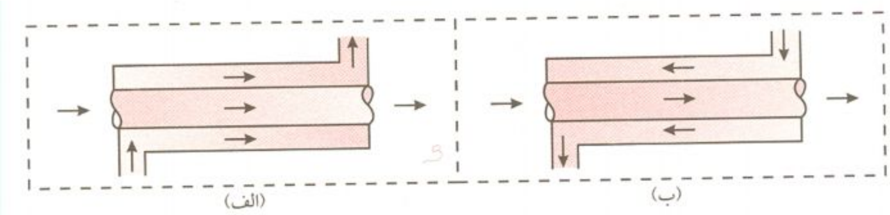
* زمان جریان توسعه یافته است (در جریان که $\frac{l}{D} \geq ۱۰$)

Chapter 11

Heat Exchangers:

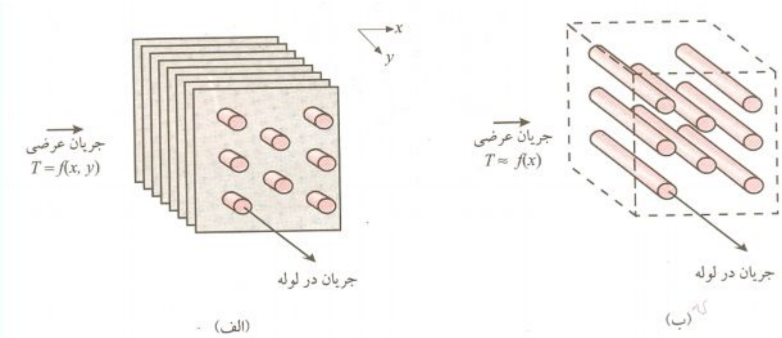
انواع تقسیم‌بندی Heat Exchangers Types : $\begin{cases} \text{flow Grrangement} & \text{(آرایش جریان)} \\ \text{Type of construction} & \text{(نوع ساختار)} \end{cases}$

1. Double pipe: (دو لوله‌ای)



مبدل‌های گرمایی لوله‌ای هم‌مرکز.(الف) جریان همسو،(ب) جریان ناهمسو

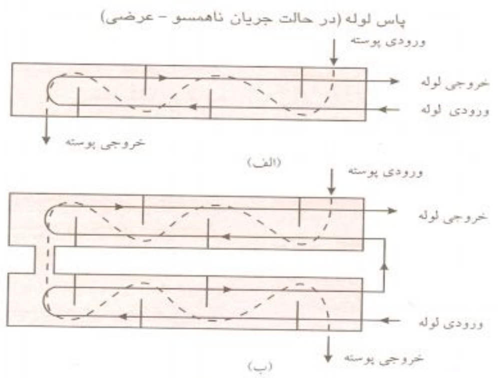
2. جریان عمود بر دسته لوله‌ها



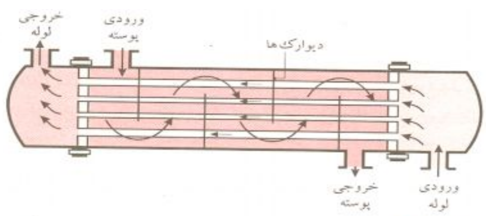
مبدل‌های گرمایی با جریان عرضی.(الف) پره‌دار که در آن هر دو سیال مخلوط‌نشده‌اند، و
(ب) بدون پره که در آن یک سیال مخلوط‌شده و سیال دیگر مخلوط‌نشده است.

* لوله‌ها بدون پره‌اند و جریان خارج لوله‌ها مخلوط است.

3. shell & Tube Heat Exhonger:مبدل‌های لوله پوسته‌ای



مبدل‌های گرمایی پوسته - لوله‌ای.(الف) یک پاس پوسته و دو پاس لوله،
(ب) دو پاس پوسته و چهار پاس لوله.



مبدل گرمایی پوسته - لوله‌ای با یک پاس پوسته و یک

* در مبدل‌های با لولهٔ U شکل به یک sheat نیاز است ولـی در شـکل بـالا دو sheat نیـاز است ولی عیب آنها این است که تمیز کردن آنها سخت‌تر از لوله‌های مستقیم است.

4. Compact Heat Exch:مبدل‌های حرارتی فشرده

* منظور از فشرده بودن این است که در حجم کوچکی تعداد زیادی صـفحه قـرار داده شـده است. compoctها برای زمانی استفاده می‌شوند که ضریب انتقال حرارت خیلی پایین باشد و نیاز به مساحت بالا داشته باشیم.

محاسبات مبدل‌ها:

U: ضریب کلی انتقال حرارت

$$q = UA\Delta T$$

$$R_1 = \frac{1}{h_i A_i}, R_2 = \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2\pi kl}, R_3 = \frac{1}{h_o A_o}$$

R_f: ضریب گرفتگی که به سرعت سیال- دمای کارکرد در مدت کارکرد بستگی دارد.

$$A_i = \pi D_i l = 2\pi\ r_i l$$

$$A_o = \pi D_o l = 2\pi\ r_o l$$

$$q = \frac{T_i - T_o}{R_{tot}} \qquad R_t = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2\pi kl} + \frac{1}{h_o A_o}$$

$$UA = \frac{1}{R_t}$$

* معادلات حل شده برای زمانی است که در مبدل‌ها رسوب نداشته باشیم.

حل معادلات با در نظر گرفتن رسوب:

* مقدار رسوب با افزایش دما افزایش می‌یابد. و رسوب باعث کاهش انتقال حرارت می‌شود.

* لوله‌ها معمولاً از جنسی انتخاب می‌شوند که ضریب انتقال حرارت بالایی (k) داشته باشند مثلاً مس، از طرف دیگر باید در مقابل تنش‌های حرارت مقاوم باشد.

* در محاسبات معمولاً از مقاومت $R_۲$ چون خیلی کوچک است صرفنظر می‌شود.

با کم بودن $(r_o - r_i)t$

$$R_۲ = \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{۲\pi kl}$$

در نتیجه اگر از مقاومت $R_۲$ و تأثیر رسوب صرفنظر کنیم داریم:

* ضریب کلی انتقال حرارت به h کوچکتر بستگی دارد.

$$U = \frac{۱}{\frac{۱}{h_i} + \frac{۱}{h_o}}$$

Heat Exchenger thermal Analysis:

شکل

Assumptions: $\Delta KE, \Delta PE \cong ۰$ – Adiabatic- constant properties

Constant prppert: $\Rightarrow \Delta h = C_p \Delta T$

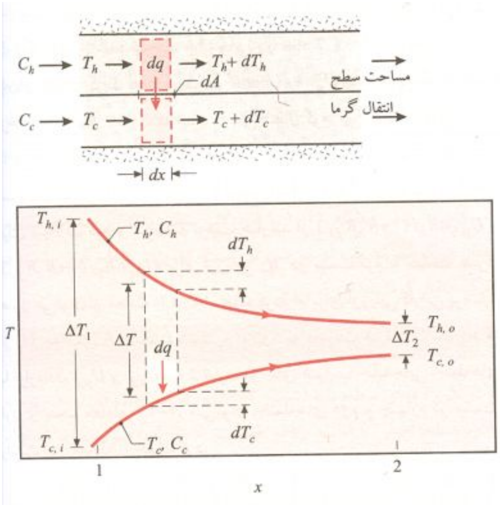
$$\Rightarrow \dot{Q}_C = \dot{m}\Delta h = \dot{m}_o C p_o \Delta T$$

$$= \dot{m}cp(Tc_o - T_{ci})$$

$$\dot{Q}_H = -\dot{m}\Delta h = \dot{m}cp_n(Th_i - Th_o) \qquad \Rightarrow \dot{m}_c cp_c \Delta T_c = \dot{m}_h cp_h \Delta T_h$$

این رابطه مستقل از نوع مبدل و آرایش جریان است.

Parallel flow:



توزیع دماها برای مبدل گرمایی با جریان همسو

* در این نمودار ΔT تغییر می‌کند.

روش‌های تجزیه و تحلیل مبدل‌های حرارتی

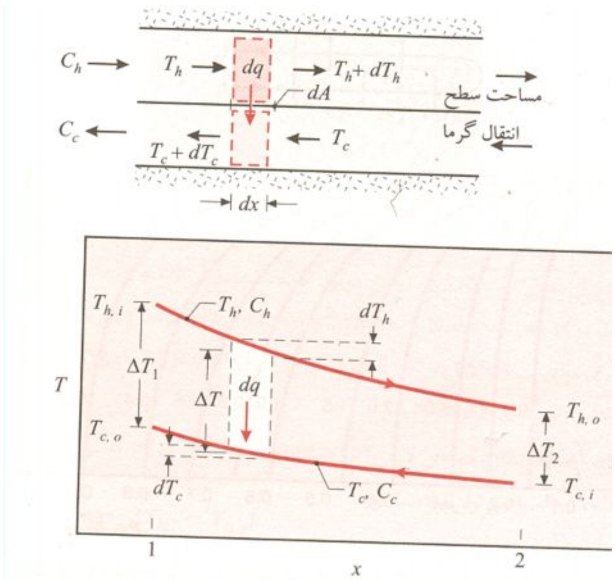
LMTD: log Mean Temperatue Diffrence

ε -NTU: Effectivenss Number of Transfer Unit

$$q = UA\Delta T_{lm}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_۱ - \Delta T_۲}{\ln\left(\frac{\Delta T_۱}{\Delta T_۲}\right)}$$

$$\Delta T_{lm,PF} \Rightarrow \begin{cases} \Delta T_۱ = T_{h,i} - T_{c,i} \\ \Delta T_۲ - T_{h,o} - T_{c,o} \end{cases}$$



توزیع دماها برای مبدل گرمایی با جریان ناهمسو

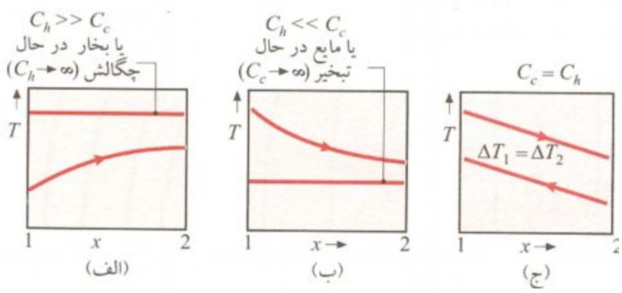
* در این نمودار ΔT تقریباً ثابت است.

$$\text{counter flow}: \begin{cases} \Delta \mathrm{T}_1 = T_{h,i} - T_{c,o} \\ \Delta \mathrm{T}_2 = T_{h,o} - T_{c,i} \end{cases}$$

$$\Delta T_{lm.cf} > \Delta T_{lm.pE}$$

ΔT در جریان مخالف از ΔT در جریان موازی بیشتر است.

حالات خاص :***Special cases***



شرایط خاص مبدل گرمایی.(الف) $C_h \gg C_c$ یا بخار در حال چگالش،(ب) مایع در حال تبخیر یا $C_h \ll C_c$،(ج) مبدل گرمایی با جریان ناهمسو و ظرفیت‌های گرمایی برابر $(C_h = C_c)$.

$$\dot{Q}_H = \dot{m}_h Cp_h \Delta T_h$$

$$\dot{Q}_C = \dot{m}_c cp_c \Delta T_c$$

$$\dot{m}_h cp_h >> \dot{m}_c cp_c$$

$$c_h >> C_C$$

* دو نوع مبدل ذکر شده مستقل از آرایش جریان هستند.

Cross flow oR multipass flow:

$$q = FUA\Delta T_{lm}$$

$$F : correction \;\; factor$$

مثل:

مبدل گرمایی پوسته- لوله‌ای برای گرمایش $۲/۵ kg/s$ آب از $۱۵^o C$ تا $۸۵^o C$ طراحی می‌شود. گرمایش یا عبور روغن موتور گرم، با دمای $۱۶۰^o C$، در سمت پوسته مبدل انجام می‌شود. ضریب متوسط جابه‌جایی بین روغن و سطح خارجی لوله‌ها، $h_o = ۴۰۰ W/m^۲.K$. آب از ده لوله داخل پوسته می‌گذرد. لوله‌ها جدار نازک، هر یک به قطر $D = ۲۵mm$ و با هشت‌پاس در پوسته، هستند. اگر روغن با دمای $۱۰۰^o C$ از مبدل خارج شود، آهنگ جریان چقدر است؟ برای گرمایش خواسته شده، طول لوله‌ها چقدر باید باشد؟

حل:

$$\dot{Q}_C = \dot{Q}_h$$

$$\dot{m}_C Cp_C \left(T_{c,o} - T_{c,i}\right) = \dot{m}_h cp_h \left(T_{ho} - T_{hi}\right) \quad (\text{رابطهٔ } (1))$$

$$T_{ov,c} = \frac{۱۵+۸۵}{۲} = ۵۰^o c \xrightarrow[A-۶]{\text{جدول}} Cp_{av} = ۴۱۸۱ \, {}^{j}\!/_{kg.k}$$

$$T_{av,h} = \frac{۱۶۰+۱۰۰}{۲} = ۱۳۰^o C = ۴۰۳k \xrightarrow{\text{جدول}} Cp_{av,h} = ۲۳۵۰ \, {}^{j}\!/_{rg.k}$$

$$\xrightarrow[\text{در رابطهٔ (1)}]{} ۲.۵ \, {}^{kg}\!/_{s} \, (۴۱۸۱)(۸۵-۱۵) = \dot{m}_h (۲۳۵۰)(۱۶۰-۱۰۰) \Rightarrow \dot{m}_h = ۵.۱۹ \, {}^{kg}\!/_{s}$$

بدست آوردن کل طول لوله‌ها: $q = FUA\Delta T_{lm}$

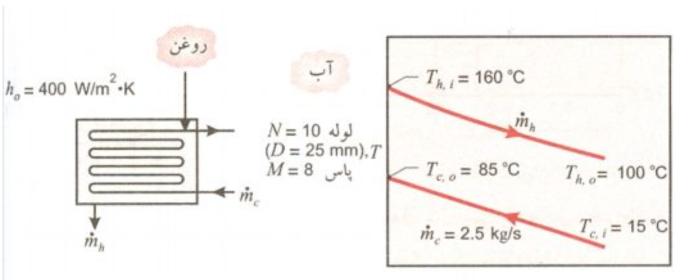
$$q = \dot{m}_c cp_c \Delta T_c = (۲.۵)(۴۱۸۱)(۸۵-۱۵) \Rightarrow q = ۷۳۱۶۷۵w$$

$$= ۷۳۱.۶۷۵kw, \Delta T_{l,m} = \frac{\Delta T_۱ - \Delta T_۲}{\ln\left(\frac{\Delta T_۱}{\Delta T_۲}\right)}$$

$$\Delta T_۱ = Th_i - T_{Co} = ۱۶۰ - ۸۵ = ۷۵^o c$$

$$\Delta T_۲ = T_{Co} - T_{ci} = ۱۰۰ - ۱۵ = ۸۵^o c$$

$$\Rightarrow \Delta T_{lm} = \frac{۷۵-۸۵}{\ln\left(\frac{۷۵}{۸۵}\right)} = ۷۹.۹^o c$$



$$U = \frac{۱}{\frac{۱}{hi} + \frac{۱}{h_o}} \qquad \mathrm{Re} = \frac{۴\dot{m}}{\mu\pi D}$$

$$\begin{cases} \mu\Big|_{\substack{T=۵۰^o c \\ water}} = ۵۴۸ \times b^{-۶} \, \frac{N.S}{m^۲} \\ pr\Big|_{\substack{T=۵۰^o C \\ water}} = ۳.۵۶, k = ۶۴۳ \times ۱۰^{-۳} \end{cases}$$

لوله $\quad \dot{m} = \frac{\dot{m}_c}{N} = \frac{۲.۵}{۱۰} = ۰.۲۵ \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathrm{Re} = \frac{۴ \times ۰.۲۵}{۵۴۸ \times ۱۰^{-۶} \times \pi \times ۰.۰۲۵} \Rightarrow \mathrm{Re} = ۲۳۲۳۴ > ۱۰.۰۰۰$ جریان را می‌توان توربولنت فرض کرد.

$$Nu = ۰.۰۲۳ \, . \mathrm{Re}^{۰.۸} . pr^{۰.۴} \Rightarrow Nu = ۰.۰۲۳ \, (۲۳۲۳۴)^{۰.۸} . (۳.۵۶)^{۰.۴} = ۱۱۹$$

$$Nu = \frac{hiD}{k} = \frac{hi(۰.۰۲۵)}{۰.۶۴۳} = ۱۱۹ \Rightarrow h_i = ۳۰۶۱ \, \frac{w}{m^۲.k}$$

$$\Rightarrow U=\frac{۱}{\frac{۱}{h_i}+\frac{۱}{h_o}}=\frac{۱}{\frac{۱}{۳۰۶۱}+\frac{۱}{۴۰۰}}=۳۵۴$$

$$p=\frac{t_o-t_i}{T_i-t_i}$$

$$R=\frac{T_i-T_o}{t_o-t_i}$$

$$\Rightarrow p=\frac{۸۵-۱۵}{۱۶۰-۱۵}=\frac{۷۰}{۱۴۵}=۰.۴۸$$

$$R=\frac{۱۶۰-۱۰۰}{۸۵-۱۵}=\frac{۶۰}{۷۰}=۰.۸۶$$

$$\Rightarrow F=۰۰۸۷$$

$$q=FUA.\Delta T_{lm}\Rightarrow ۷۳۱۶۷۵w=۰.۸۷\times ۳۵۴.A\times ۳۹.۹$$

$\Rightarrow A=۲۹.۷m^۲$ مساحت مورد نیاز برای انتقال حرارت

$$A=۱۰\times ۸\times \pi Dl\Rightarrow l=۴.۷m$$

* روش $\varepsilon-NTU$: زمانی دماهای مجهول باشند.

$$\dot{Q}_h=\dot{Q}_C\Rightarrow \dot{m}_hCp_h\left(Th_i-Th_o\right)=\dot{m}_C.\dot{C}_{pc}\left(T_{co}-T_{ci}\right)$$

* ماکزیمم اختلاف دماها را ورودی‌ها دارند.

$$\left(\Delta T_{\max}=Th_i-Tc_i\right)$$

$$\dot{m}cp=C$$

$$\Rightarrow C_c\left(T_{bc,o}-T_{c,i}\right)=C_h\left(Th_i-Th_o\right)$$

$$q_{\max}=C_{\min}.\Delta T_{\max}=C_{\min}\left(T_{h,i}-T_{c,i}\right)$$

$$\begin{cases} *\ If.C_c<C_h\Rightarrow C_{\min}=C_c \\ *\ IfC_h<C_c\Rightarrow C_{\min}=C_h \end{cases}$$

$\varepsilon=\frac{q}{q_{\max}}\Rightarrow q=\varepsilon q_{\max}$ NTU: Number of TransferUnit (پارامتر بدون بعد)

$$NTU=\frac{UA}{\theta_{\min}}$$

جدول 3-11

$\varepsilon = f(NTU, C_r)$, $C_r = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$

$NTU = f(\varepsilon, C_r)$

شکل‌های 11-14 تا 11-19 بررسی شود.

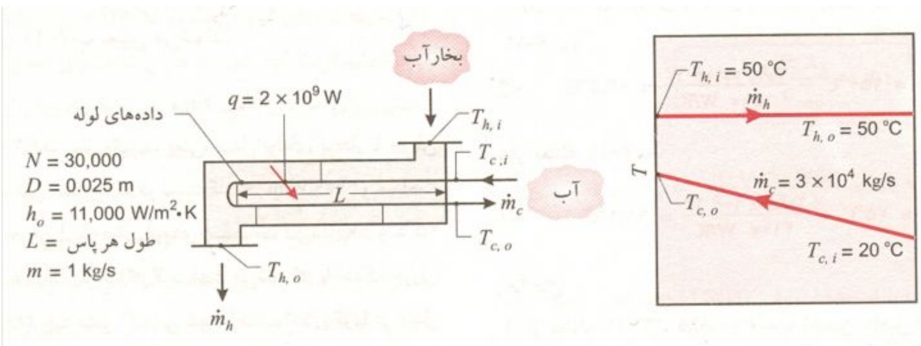
Condansor: $C_h >> C_c$,   Evaportor: $C_C >> C_h \Rightarrow C_r = ۰$

$C_r = ۰$ زمانی که $\Rightarrow \varepsilon = ۱ - e^{-NTU}$

* زمانی که می‌خواهیم مبدل را طراحی کنیم از روش اول LMTD استفاده می‌کنیم اما زمانی که انتخاب نوع مبدل منظور است از روش $\varepsilon - NYTU$ استفاده می‌کنیم.

مثال:

کندانسور نیروگاه بخار یک مبدل گرمایی است که بخار آب در آن به آب مایع تبدیل می‌شود. فرض کنید کندانسور از نوع مبدل گرمایی پوسته- لوله‌ای است که از یک پوسته و 30000 لوله، هر کدام با دوپاس، تشکیل شده است. لوله‌ها جدار نازک با $D = ۲۵mm$ هستند، و بخار آب روی سطح خارجی آنها، با ضریب جابه‌جایی $h_o = ۱۱۰۰۰ W/m^۲.K$، چگالیده می‌شود. آهنگ انتقال گرمایq مورد نیاز در مبدل $۲ \times ۱۰^۹ W$ است، و این را با عبور آب سرد با آهنگ $۳ \times ۱۰^۴ kg/s$ می‌توان تأمین کرد (بنابراین، آهنگ جریان در هر لوله $۱kg/s$ است). آ با $۲۰^o C$ وارد و بخار آب در $۵۰^o C$ چگالیده می‌شود. دمای آب سردی که از کندانسور خارج می‌شود چقدر است طول لوله مورد نیاز، L، در هر پاس چقدر است؟



$|q_h| = |q_C| \Rightarrow \dot{m}_c.cp_c(T_{co} - T_{ci}) = \dot{m}_h cp_h(T_{hi} - T_{h,o})$

$$q=\dot{m}_c.cp_c\left(T_{c,o}-T_{ci}\right)\Rightarrow ۲\times۱۰^{۹}w=۳\times۱۰^{۴}\frac{kg}{s}۴۱۷۹\left(T_{c,o}-۲۰\right)$$

$$\Rightarrow T_{c,o}=۳۶^{o}C$$

F : در کندانسور و اواپراتور برابر یک است.

$$q=FUA\Delta T_{lm},F=۱$$

$$\Delta T_۱=۵۰-۲۰=۳۰$$

$$\Delta T_۲=۵۰-۳۶=۱۴$$

$$\Delta T_{l,m}=\frac{\Delta T_۱-\Delta T_۲}{\ln\left(\frac{\Delta T_۱}{\Delta T_۲}\right)}=۲۱^{o}C$$

$$U=\frac{۱}{{}^{۱}/_{h_i}+{}^{۱}/_{h_o}},h_o=$$

$$T=۲۸^{o}C\begin{cases}\mu=۸۵۵\times۱۰^{-۶}\,{}^{N.s}/_{m^۲}\\K=۰.۶۱۳\,{}^{w}/_{m.k}\\\Pr=۵.۸۳\end{cases}\qquad \mathrm{Re}=\frac{۴\dot{m}}{\mu\pi D},\dot{m}=\frac{۳\times۱۰^{۴}}{۳۰۰۰۰}=۱$$

$\Rightarrow \mathrm{Re}=\frac{۴\times۱}{۸۵۵\times\pi\times۱۰^{-۶}\times۰.۰۲۵}\Rightarrow \mathrm{Re}=۵۹۵۶۷>۱۰^{۴}\Rightarrow$ جریان: turbulent

$Nu_D=۰.۰۲۳\,\mathrm{Re}^{۰.۸}.pr$ آب در حال گرم شدن $=۰.۰۲۳\,(۵۹۵۶۷)^{۰.۸}(۵.۸۳)^{۰.۴}=۳۰۸$

$$\Rightarrow \frac{h_i\times۰.۰۲۵}{۰.۶۱۳}=۳۰۸\Rightarrow h_i=۷۵۵۲\,{}^{w}/_{m^۲.k}$$

$$\Rightarrow U=\frac{۱}{{}^{۱}/_{۷۵۵۲}+{}^{۱}/_{۱۱۰۰۰}}\Rightarrow U=۴۴۷۸$$

U همیشه از دو h کمتر است.

$$\Rightarrow ۲\times۱۰^{۹}w=۱\times۴۴۷۸\,{}^{w}/_{m^۲.k}\,A\times۲۱k\Rightarrow A=۲۱۲۶۸$$

$$A=NM\,\pi Dl=۳۰.۰۰۰\times۲\times\pi\times۰.۲۵\times l=۲۱۲۶۸$$

$$\Rightarrow l=۴.۵۱m$$

روش دوم:

$$C_r = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = ۰ \qquad \varepsilon = \frac{q}{q_{\max}}$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} \quad \text{سیال مرد} \quad C_{\min} = \dot{m}_C C_p = ۳\times ۱۰^{۴} \times ۴۱۷۹ \frac{j}{kg.k}$$

$$= ۱.۲۵\times ۱۰^{۸} \frac{w}{k}$$

$$\varepsilon = ۱ - e^{-NTU}$$

$$q_{\max} = C_{\min}.\Delta T_{\max} = C_{\min}\left(T_{hi} - T_{ci}\right) = ۱.۲۵\times ۱۰^{۸}(۵۰ - ۲۰)$$

$$= ۳.۷۵\times ۱۰^{۹} w \quad , \quad \varepsilon = \frac{q}{q_{\max}} = \frac{۲\times ۱۰^{۴}}{۳.۷۵\times ۱۰^{۹}} = ۰.۵۳$$

$$\Rightarrow ۰.۵۳ = ۱ - e^{-NTU} \Rightarrow e^{-NTU} = \frac{AU}{C_{\min}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ۰.۷۶ = \frac{۴۴۷۸A}{۱.۲۵\times ۱۰^{۸}} \Rightarrow A = ۲۱۲۱۵$$

$$\Rightarrow ۲۱۲۱۵ = ۳۰۰۰۰ \times ۲ \times \pi \times ۰.۰۲۵ \times l \Rightarrow l = ۴.۵$$

http://spowpowerplant.blogfa.com/

The End.