# اصول ديناميك سيالات

## 1-1- مقدمه

ديناميك گازها علمي است كه به بررسي حركت جريانهاي سيالات تراكم پذير، خصوصاً گازها، مي‌پردازد و يك شاخه اي از علم جامع ديناميك سيالات مي‌باشد. فرق اساسي ديناميك گازها و ديناميك سيالات در اين است كه ديناميك گازها به جريانهاي ي مربوط مي‌شود كه تغيير در دانسيته در اثر حركت سيال در مقايسه با دانسيته آن در حالت سكون قابل توجه باشد. ديناميك گازها اصول و مفاهيم متعددي از شاخه‌هاي مختلف علوم، نظير مكانيك، ترموديناميك، هوافضا و سينتيك شيميايي را به هم مربوط مي سازد. در مطالعه حركت سيالات تراكم‌پذير چهار اصل اساسي استفاده زيادي دارند كه عبارتند از:

1- قانون بقاي جرم يا معادله پيوستگي
2- قانون بقاي ممنتم يا قانون دوم نيوتن
3- قانون اول ترموديناميك يا معادله انرژي
4- قانون دوم ترموديناميك

اين قوانين وابسته به خواص يك سيال خاص نمي‌باشند. بنابراين جهت بررسي حركت يك نوع خاصي از سيال لازم است كه علاوه بر اين اصول اساسي از اصول كمكي مانند معادله حالت گاز كامل نيز استفاده نمود.

دو بخش اول كتاب به مرور مفاهيم اساسي ديناميك سيالات و ترموديناميك اختصاص داده شده است . در اين بخش مرور مختصري بر طبقه‌بندي مواد، مفهوم پيوستگي، خواص پيوستگي، توصيف يك پيوستگي، طبقه‌بندي جريان سيال و كاربرد قوانين بقاي جرم و ممنتم در يك ماده و يا در يك حجم كنترل انجام شده است.

## 2-1- جامدات و مايعات

ماده به صورت ايده ال به دو گروه جامدات و سيالات طبقه‌بندي مي‌شود. اين طبقه‌بندي به سهولت در ايجاد تغيير شكل در مواد بدليل مقادير مختلف نيروهاي جاذبه بين مولكولي موثر بر آنها بستگي دارد.

جامد حالتي از ماده است كه موقعيت نسبي ملكولها بديل نيروهاي بسيار زياد جاذبه بين مولكولي ثابت مي باشند. به همين دليل جامدات داراي شكل و حجم محدود و مشخصي مي‌باشند. شكل و حجم يك جسم جامد تنها وقتي مي‌تواند به مقدار بسيار كم تغيير كند كه مقدار زيادي نيروي خارجي بر آن اثر كند.

كلمه سيال كه ريشه لاتين آن fluidus مي‌باشد، به معني ماده اي است كه موقعيت هاي نسبي ملكولهاي آن براحتي تغيير مي‌كنند. نيروهاي كشش بين ملكولي در سيالات بسيار ضعيفتر از جامدات هستند . بنابراين موقعيت هاي نسبي ملكولها در آن براحتي تغيير مي كند. سيالات با توجه به مقدار نيروهاي جاذبه بين ملكولي آنها به دو گروه مايعات و گازها طبقه بندي مي شوند. مايع حالتي از ماده است كه موقعيت نسبي ملكولهاي آن با توجه به نيروهاي كشش بين ملكولي محيط بطور آزادانه تغيير مي‌كند. بدين دليل مايعات شكل معيني ندارند ، اما داراي حجم معيني هستند . به همين ترتيب وقتي نيروهاي خارجي با مقدار ناچيز بر مايعات اثر كنند موقعيت نسبي ملكولهاي آن ممكن

www.sem-eng.com

است به مقدار زياد ي تغيير كند ، اگر چه حجم مايع نسبتاً ثابت مي‌ماند.
گاز حالتي از ماده است كه ملكولهاي آن بدليل نيروهاي كشش بسيار ناچيز بين آنها عملاً محدوديت حركتي ندارند، بنابراين گازها داراي حجم و شكل معيني نيستند . به عنوان يك نتيجه‌گيري مستقيم از اين موضوع مي‌توان گفت ك ه فضاي بين ملكولهاي گاز با نيروي خارجي بسيار ناچيز تغيير مي‌كند تا اينكه كل فضاي موجود را به صورت يك نواخت پر كند.

### 1-3- مفهوم محيط پيوسته

يك گرم گاز از ميليارد‌ها ملكول تشكيل شده است كه د اراي حركت و برخوردهاي ثابت هستند . كلي‌ترين توصيف حركت گاز اين است ك ه معادلات حركت براي هر ملكول از آن به طور جداگانه نوشته شود. كه از اين ديدگاه در مكانيك آماري استفاده مي شود. اگرچه اين روش مزيت هايي دارد اما براي محاسبات عملي بسيار طاقت‌فرسا و حتي غير ممكن مي‌باشد. بعلاوه اطلاعات كم ي در مورد نيروهاي كشش بين ملكولي در اختيار است.
هرچند براي بيشتر مسائل مهندسي تمايل زيادي بر روي بررسي حركت تك تك ملكولها نمي‌باشد، بلكه به رفتار كلي گاز به عنوان يك م حيط پيوسته توجه مي‌شود. درنظر گرفتن يك گاز به عنوان يك م حيط پيوسته زماني معتبر است كه كوچكترين حجم آن شامل تعداد ملكولهاي كافي براي گرفتن ميانگين آماري باشد.
نسبت مسير آزاد متوسط ملكولي (فاصله متوسط طي شده توسط ملكولها بين دو برخورد متوالي) به يك خاصيت مهم بعد خطي وابسته به ميدان سيال، معيار مشخص كننده ا عتبار مفهوم م حيط پيوسته مي‌باشد. اين عبارت بي بعد عدد Knudsen $K_n$ نام دارد كه به صورت ذيل تعريف مي‌گردد.

عبارت محيط پيوسته براي جريانهايي كه داراي عدد $K_n$ كمتر از حدود 0/01 هستند بكار مي‌رود.

### 1-4- خواص محيط پيوسته

#### 1-4-1- دانسيته جرم

يك سيال با جرم $\Delta m$ و در يك حجم $\Delta v$ يك نقطه دلخواه P در يك سيال پيوسته احاطه كرده است، مطابق شكل 1-1a در نظر بگيريد . نسبت $\frac{\Delta m}{\Delta v}$ دانسيته متوسط يك سيال با حجم $\Delta v$ را نشان مي دهد . نمودار $\frac{\Delta m}{\Delta v}$ بر حسب $\Delta v$كه در آن $\Delta v$ به اندازه نقطه p منقبض و كوچك شده است در شكل1-1b نشان داده شده است. در ابتدا دانسيته متوسط با همگن شدن سيال، به يك مقدار مجانب ميل مي‌كند. وقتي كه $\Delta v$ خيلي كوچك شود فقط شامل چند ملكول خواهد شد. بدين دليل دانسيته متوسط به طرز قابل توجهي نسبت زمان تغيير مي كند. زيرا مولكول ها گاهي در داخل حجم و گاهي در خارج حجم خواهند بود . حجم مينيمم $\Delta V'$

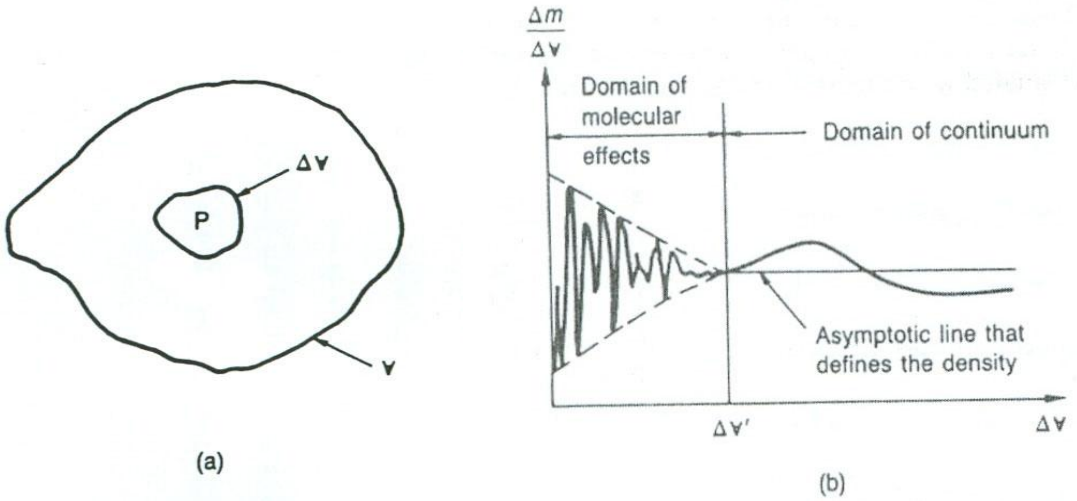
www.sem-eng.com

جهت ارضا ش رط پيوستگي معرفي مي‌گردد بنابراين به طوري كه سيال قرار گرفته در اين حجم به عنوان ذره سيال شناخته مي‌شود. تعريف دانستته

$$\rho = \lim_{\Delta V \to \Delta V'} \frac{\Delta m}{\Delta V} \qquad (2\text{-}1)$$

$$K_n = \frac{\text{فاصله پویش آزاد مولکولها}}{\text{خاصیت بعد خطی وابسته به میدان سیال}} \qquad (1\text{-}1)$$

دانسيته يك ماده تابعي از دما و فشار آن ماده مي‌باشد. به سيالات با دانسيته ثابت سيالات تراكم ناپذير گفته مي‌شود. دانسيته مايعات تنها به مقدار كمي با خواص آن تغيير مي كند، بنابراين تقريباً ثابت خواهد بود. در نتيجه مايعات سيالات تراكم ناپذير هستند. از آنجا كه دانسيته گازها بشدت تحت تاثير دما و فشار آنها است ، بنابراين جزء سيالات تراكم پذير طبقه‌بندي مي‌شوند.




شكل (1-1) : تعريف دانسيته جرم

براي يك سيال همگن، دانسيته متوسط جرم به عنوان جرم واحد حجم تعريف مي‌شود.

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (3\text{-}1)$$

كه در سيستم آحاد SI داراي واحد كيلوگرم بر متر مكعب مي‌باشد.

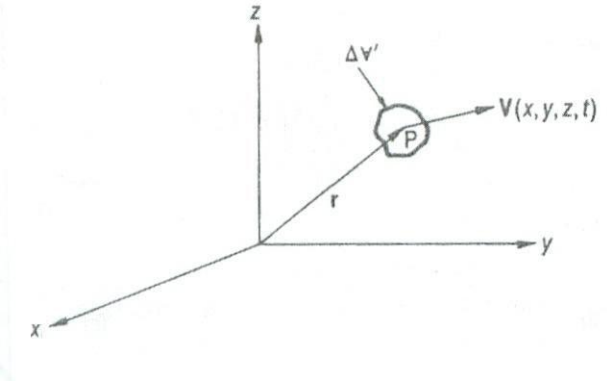
### 1-4-2- سرعت سيال

سرعت سيال $V(x,y,z,t)$ در نقطه $P(x,y,z,t)$ به عنوان سرعت لحظه اي مركز جرم حجم $\Delta V'$ تعريف مي‌گردد كه بر حسب تعريف داريم:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i V_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \qquad (4\text{-}1)$$

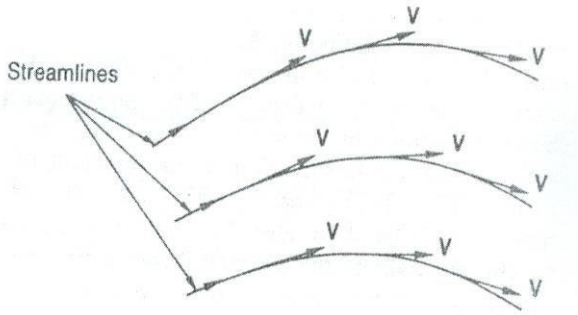
www.s com

که در آن مطابق شکل (1-2) $m_i$ و $V_i$ به ترتیب مشخص‌کننده جرم و سرعت ملکول i ام و $N$ مشخص‌کننده تعداد ملکولهاي داخل حجم $\Delta V'$ هستند.




شکل (1-2) : تعریف سرعت سیال در یك نقطه

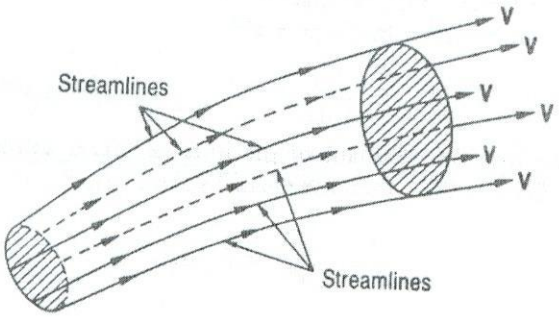
همانگونه که در شکل 1-3 نشان داده شده است ، خطوط جریان خطوط فرضي هستند که در میدان جریان طوري رسم مي‌گردند که در هر لحظه از زمان مماس بر جهت جریان یا بردار سرعت و در هر نقطه از میدان جریان باشند.




شکل (1-3) : خطوط جریان

از آنجایي که خطوط جریان جهت حرکت را در هر نقطه نشان مي دهند ، بنابراین هیچگونه جریاني عمود بر خط جریان وجود ندارد. به همین دلیل مرزهاي صلب غیرقابل نفوذ جریان سیال بطور طبیعي معروف خطوط جریان مي باشند. در جریانهاي وابسته به زمان ، میدان سرعت تابعي از زمان بوده و شکل خطوط جریان از یك لحظه به لحظه بعد تغییر مي‌کند و یك ذره سیال براي یك لحظه بینهایت کوچك قبل از حرکت به سمت خط جریان دیگر از خط جریال عبور مي‌کند. موقعیت یك خط جریان در یك لحظه از زماني به عنوان خط جریان لحظه اي نامید مي‌شود. دو خط جریان فقط وقتي به هم برخورد مي‌کنند که ذره سیال در حال سکون باشد. یك لوله جریان بوسیله مجموعه اي از خطوط جریان عبور کننده از یك منحني بسته ایجاد مي‌گردد که مطابق شکل (1-4) با سیال در حال جریان پر مي‌شود.

www.ng.com



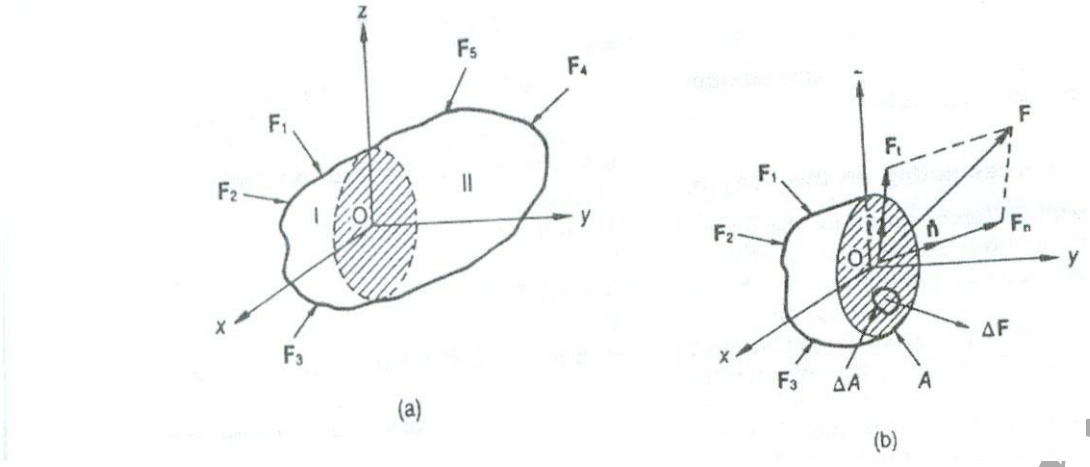

شكل (1-4) : يك لوله جريان

همانگونه كه مرزهاي يك لوله جر يان توسط خطوط جريان ايجاد ميگردند، بنابراين لولة جريال مانند يك لوله صلبي كه جريان سيال در آن برقرار است رفتار ميكند. وقتي كه جريان وابسته به زمان باشد، شكل لوله جريان از يك لحظه تا لحظه ديگر تغيير ميكند گويا اينكه از ذرات سيال دائم التغيير تشكيل شده است. اما وقتي كه جريان به زمان وابسته نباشد ، يك لوله جريان شبيه به يك لوله واقعي عمل خواهد كرد.

### 1-4-3- نيروهاي موثر بر پيكرة سيال

نيروهاي خارجي موثر بر حجم سيال به دو گروه نيروهاي حجمي و سطحي طبقهبندي ميشوند. نيروي حجمي به كل حجم يك سيال وارد ميشود و به عنوان نيروي واحد جرم سيال تعريف مي گردد كه شامل نيروهايي است كه با ميدانهاي گرانشي، ميدانهاي مغناطيسي، ميدانهاي الكتريكي و غيره ايجاد ميشوند. يك نيروي سطحي ممكن است از هر جهتي نسبت به سطح يك جسم وارد شود كه اين نيروها به يك نيروي نرمال عمود بر سطح سيال و يك نيروي مماسي يا برشي موازي با سطح تجزيه مي شوند. يك محيط پيوسته در تعادل است اگر و فقط اگر برآيند تمام نيروهاي وارد بر آن صفر باشد. يك حجم سيال را در يك محيط پيوسته تحت اثر چندين نيروي خارجي مطابق شكل ( 5-1a) در نظر بگيريد كه اين نيروها توسط مواد تشكيل د هنده جسم به ني روهاي داخلي تبديل ميگردند. با تصور اينكه جسم در امتداد صفحه اي كه از نقطه O ميگذرد، هر نقطه از جسم كه برش داده شود مطابق شكل 5-1 a ميتوان به نيروهاي داخلي دست پيدا كرد.

www.sem-eng.com




شكل (1-5) : نيروهاي داخلي و خارجي موثر بر حجم سيال

از آنجايي كه نصف جسم در حال تعادل است ، بنابراين برآيند نيروهاي داخلي بر روي سطح برش خورده بايد مساوي و مخالف برآيند نيروهاي خارجي اعمال شده به جسم برش خورده باشد . پس $F_3, F_2, F_1$ اعمال شده بر روي قسمت $I$جسم بايد با نيروهاي داخلي توزيع شده بر روي سطح مقطع $A$ صفحه برش دهنده متعادل گردد . اگر $F$ نشان دهنده برآيند نيروهاي داخلي اعمال شده بر روي سطح مقطع باش د، مي‌توان آنرا به مولفه‌هاي ذيل تجزيه نمود:

$$F = F_n\hat{n} + F_t\hat{t} \qquad (5\text{-}1)$$

كه در آن $F_n$ و $F_t$ به ترتيب مولفه‌هاي مماسي و عمودي اين نيرو و $n$ و $t$ به ترتيب بردارهاي يكه در امتداد مماسي و عمودي هستند.

**1-4-4- تنش**

اگر مطابق شكل (5-1b) $\Delta F = \Delta F_n\hat{n} + \Delta F_t\hat{t}$ برآيند نيروهاي داخلي اعمال شده بر روي سطح كوچك المان $\Delta A$ باشد، آنگاه $\sigma$ تنش نرمال و $\tau$ تنش برشي را مي‌توان به صورت زير تعريف نمود.

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to \Delta A'} \Delta F_n / \Delta A \qquad (6a\text{-}1)$$

$$\tau = \lim_{\Delta A \to \Delta A'} \Delta F_t / \Delta A \qquad (6b\text{-}1)$$

در شكله اي (6-1a) و (6-1b) $\Delta A'$ مينيمي سطح است كه در آن شرط پيوستگي معتبر باشد. اگر نيروهاي داخلي به صورت يكنواخت بر روي سطح $A$ توزيع شو د، تنش نرمال و تنش برشي به صورت ذيل تعريف مي‌گردند.

$$\sigma = F_n / A \qquad (7a\text{-}1)$$

$$\tau = F_t / A \qquad (7b\text{-}1)$$

در سيستم SI تنش داراي واحد نيوتن بر متر مربع مي‌باشد.

www.sem-eng.com

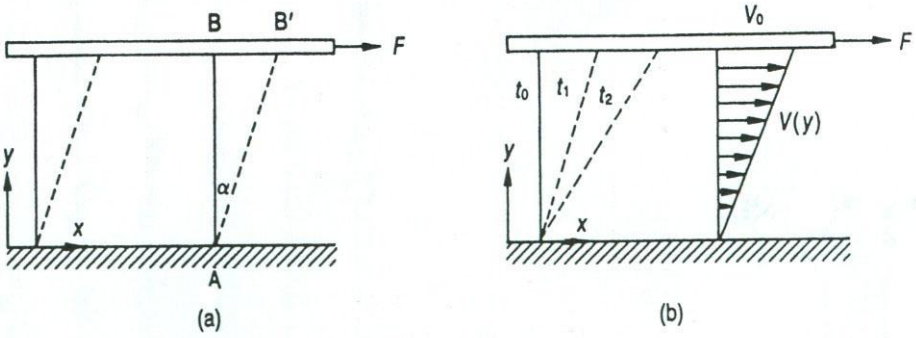
### 1-4-5- ویسکوزیته

مطابق شکل (1-6) رفتار یك جسم جامد و مایع را در تحت اعمال یك نیروي برشي در نظر بگیرید. در شکل (1a-6) یك جسم جامد بین دو صفحه موازي قرار دارد. وقتي که نیروي برشي $F$ بر روي صفحه بالایي اعمال شود، قسمت AB از جسم جامد تغییر شکل داده و با خط AB' نشان داده شده است. زاویه $\alpha$ بین خطوط AB و AB' به عنوان کرنش برشي شناخته مي شود. از بحث مکانیك جامدات مي دانیم که کرنش برشي مستقیماً با تنش برشي وارده $T$ متناسب است. که در آن $\tau = F/A$ و $A$ سطح تماس صفحه بالایي با جسم جامد مي باشد. اگر این تنش از حد الاستیك ماده بیشتر نشود مطابق رابطة هوك داریم:

$$\tau = G\alpha \qquad (8\text{-}1)$$

که در آن $G$ مدول الاستیسیته برشي مي‌باشد.

هم اکنون آزمایش مشابه با استفاده از یك سیال بین دو صفحه تکرار مي‌گردد. المان عمودي سیال مطابق شکل (1b-6) در لحظة $t_o$ به صورت قائم مي باشد. نیروي برشي $F$ طوري اعمال مي‌شود که صفحه بالایي با یك سرعت ثابت $N$ حرکت کند. در اثر اعمال این نیرو، سیال شروع به تغییر شکل نموده و تا وقتي که نیرو اعمال شود به تغییر شکل ادامه مي‌دهد. شکل المان سیال در لحظات متوالي AA' و $t_2$ با خطوط منقطع در شکل (1b-6) نشان داده شده است. هم اکنون مي‌توان تعریف بهتري از سیال را ارائه نمود.




شکل (1-6): رفتار یك جسم جامد و مایع تحت اثر یك نیروي برشي ثابت

سیال ماده‌اي است که در حالت سکون هیچگونه تنش برشي تحمل نمي کند و تحت اعمال تنش برشي، هر چند تنش برش کوچك باشد، به طور پیوسته تغییر شکل مي دهد. آزمایش نشان مي دهد که ذرات سیال ي که در تماس مستقیم با مرز جامد هستند داراي سرعتي برابر با آن مي باشند. به عبارت دیگر ذرات سیال به مرزهاي جامد مي‌چسبند که به این حالت شرط عدم لغزش گفته مي‌شود. بنابراین در حالي که سیال داراي سرعت محدود $V_o$ در مرز بالایي است، سرعت در مرز پاییني صفر مي باشد. بنابراین سرعت سیال در جهت $x$، $V_x$، تنها تابعي از جهت $y$ مي‌باشد و مطابق شکل (1b-6) با افزایش فاصله از مرز پاییني سرعت سیال افزایش مي‌یابد.

www.eng.com

در بازه زماني بينهايت كوچك dt وقتي كه المان سيال ABCD به موقعيت جديد A'EFD' انتقال مي‌يابد، اين المان علاوه بر انتقال مطابق شكل (1-7 ) به صورت A'B'C'D' پيچش نيز خواهد داشت. حال اگر سرعت المان سيال در نقطه $A(x,y)$ به صورت $V_{Ax}=V_x(y)$ باشد، سرعت در نقطه $B(x,y+dy)$ به صورت $V_{Bx}=V_x(y+dy)$ خواهد بود . بنابراين $V_{Bx}$ با استفاده از بسط سري تيلور به $V_{Ax}$ مرتبط مي‌گردد.

$$V_{Bx}=V_x+\frac{1}{1!}\frac{dV_x}{dy}(dy)+\frac{1}{2!}\frac{d^2V_x}{dy^2}(dy)^2+\frac{1}{3!}\frac{d^3V_x}{dy^3}(dy)^3+...$$

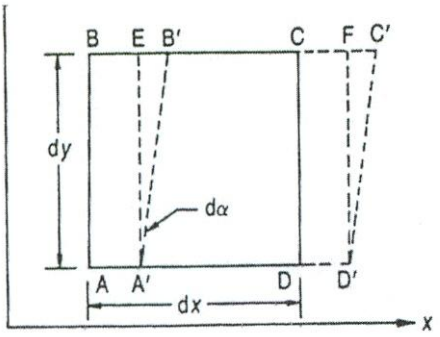
در اين معادله از جملات مرتبه دوم و بالاتر صرفنظر شده است . از آنجايي كه dy بينهايت كوچك مي‌باشد، خواهيم داشت:

$$V_{Bx}=V_x+\frac{1}{1!}\frac{dV_x}{dy}(dy)$$

حال فاصله‌هاي AA' و BB' به صورت ذيل بيان مي‌شوند:

$$AA'=V_{Ax}dt=V_x dt$$

$$BB'=V_{Bx}dt=(V_x+\frac{dV_x}{dy}dy)dt$$




شكل (1-7): يك المان سيال تحت اثر يك تنش برشي ثابت

در نهايت كرنش برشي بينهايت كوچك dα را به صورت زير مي توان نمايش داد.

$$\tan d\alpha=\frac{EB'}{A'E'}=\frac{BB'-AA'}{AB}=\frac{dV_x}{dy}dt$$

اما براي زاويه‌هاي كوچك $\tan d\alpha \approx d\alpha$ نرخ تغيير كرنش برشي عبارتست از:

$$\frac{d\alpha}{dt}=\frac{dV_x}{dy}$$

براي سيالات خاص كه سيال نيوتني ناميده مي‌شوند، تنش برشي روي سطح مماس بر جهت جريان با نرخ تغييرات كرنش برشي يا گراديان سرعت

www.eng.com

(نرخ تغييرات سرعت نسبت به جهت نرمال بر سطح) متناسب است. اين رابطه به عنوان قانون لزجت نيوتن شناخته مي شود. بنابراين براي يك جريان در جهت $X$ داريم:

$$\tau = \mu \frac{dV_x}{dy} \qquad (9\text{-}1)$$

كه در آن ضريب تناسب $\mu$ به عنوان ويسكوزيته مطلق ناميده مي شود. ويسكوزيته يك سيال مقدار مقاومت آن سيال در برابر تغيير شكلهاي برشي و زاويه اي است كه داراي واحد نيوتن ثانيه در هر متر مربع ($N.S.m^{-2}$) يا پاسكال ثانيه ($Pa.s$) مي‌باشد. به سيالاتي كه داراي ويسكوزيته هستند سيالات واقعي يا ويسكوز مي گويند، در حالي كه به سيالات با وسيكوزيته صفر اغلب سيال غير لزج يا سيال ايد ه آل گويند. سي ال ايده آل يك مفهوم تخي لي است و جهت بررسي تحليلي پديده جريان سيال استفاده مي شود. با فرض سيال به صورت غير لزج، تحليل رياضي يك جريان سيال به طور قابل توجهي ساده مي شود. اما بايد به خاطر داشت كه تم ام سيالات موجود در طبيعت تا حد ي لزج هستند. بسياري از جريانهاي ويسكوز را مي‌توان با تقسيم ميدان جريان به دو قسمت تحليل نمود كه يك قسمت نزديك مرز جامد و قسمت ديگر بقيه ميدان جريان را پوشش مي‌دهد. تنها در ناحيه نازك نزديك مرز جامد كه به عنوان لايه مرزي شناخته مي شود اثرات ويسكوزيته قابل توجه بوده و نيروهاي لزجي نسبت به نيروهاي داخلي سيال بيشتر بوده و قابل ملاحظه مي‌باشند.
سرعت سيال روي ديواره نسبت به مرز جامد صفر است و در جه ت جريان اصلي افزايش مي يابد. تنش برشي در اين ناحيه خيل زياد است كه بدليل وجود گراديان سرعت زياد در مرز سيال و در ناحيه نزديك به آن مي‌باشد. در ناحيه خارج از لايه مرزي اثرات ويسكوزيته قابل چشم پوشي است، بطوريكه نيروهاي اينرس ي نسبت به نيروهاي لزجي غالب مي‌باشند و جريان در اين ناحيه غير لزج در نظر گرفته مي‌شود.

### 1-4-6- فشار

فشار به عنوان مولفه عمودي نيروي وارد شده بر سطحي كه نيرو بر آن وارد شده است تع ريف مي‌شود. مقدار فشار برابر با تنش نرمال است. نيروي سطحي مربوط به فشار عمود به اين سطح بوده و جهت آن به سمت داخل سطح مي باشد. براي اثبات اينكه آيا فشار به جهت وابسته است يا نه، يك حجم كوچك سيال غير لزج را به شكل م نشور مطابق شكل 1-8 در نظر بگيريد. اين منشور به اندازه كافي كوچك است كه فشار روي هر وجه ثابت در نظر گرفته شود. از آنجايي كه سيال غير ل زج مي‌باشد، هيچگونه نيروي برشي وجود ندارد. بنابراين علاوه بر نيروهاي فشاري، فقط نيروهاي حجمي بر روي المان سيال اثر مي‌كنند. بنابراين مجموع همه نيروهاي وارده بر المان سيال بايد معادل با حاصلضرب جرم در شتاب آن المال مي‌باشد. پس در جهت y مي‌توان نوشت:

$$\sum F_y = P_y A_y - P_e A_e \cos\beta + F_{by}\left(\frac{A_y y_0}{3}\right)\rho = \frac{DV_y}{dt}\left(\frac{A_y y_0}{3}\right)\rho \qquad (10\text{-}1)$$

www.sem-eng.com

که $DV_y/dt$ شتاب در جهت y ، $A_y$ مساحت منشور در صفحه xz ، $p_y$ فشار متوسط روي سطح Ay ، $A_e$ مساحت سطح مايل، $p_e$ فشار متوسط روي سطح $A_e$ ، $F_{by}$ مولفه نيروي حجمي در جهت y ، $y_o$ محل تقاطع وجوه منشور روي محور y مي‌باشد. در معادله (1-10) عبارت $y_oA_y/3$ مساوي حجم منشور، و $\rho F_{by}(A_y y_0/3)$ مولفه نيروي حجمي در جهت y مي‌باشد.
همچنين از هندسه منشور داريم:

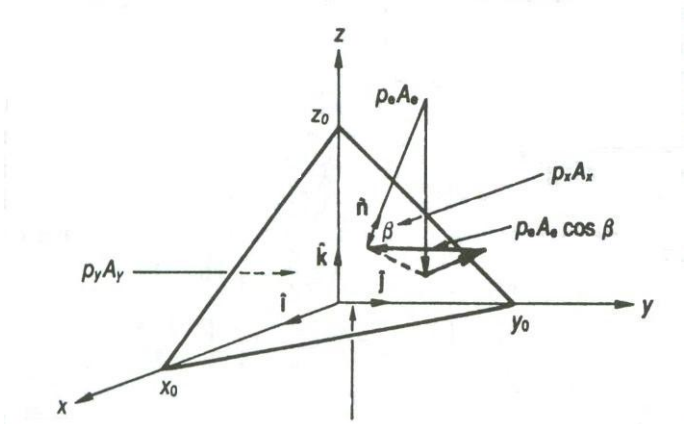
$$A_y = A_e \cos\beta \qquad (11\text{-}1)$$

با جايگزيني معادله (1-11) در معادله (1-10) و تقسيم آن بر $A_y$ خواهيم داشت:

$$P_y - P_e + (F_{by} - \frac{DV_y}{dt})\rho\frac{y_0}{3} = 0 \qquad (12\text{-}1)$$

نهايتاً با درنظر گرفتن منشورهاي كوچكتر به طوري كه اندازه آن به سمت يك نقطه ميل كند ، $y_o$ به سمت صفر ميل مي كند و در نتيجه معادله (1-12) به صورت زير ساده مي‌گردد.

$$P_y = P_e \qquad (13\text{a-}1)$$




شكل (1-8):نيروهاى فشارى روى منشورسيال لزج

اگر همين تحليل در مورد جهت‌هاي x و z نيز تكرار شود، دو رابطه زير بدست مي‌آيد:

$$P_x = P_e \qquad (13\text{b-}1)$$

$$P_z = P_e \qquad (13\text{c-}1)$$

بنابراين براي يك سيال غير لزج، فشار در تمام جهات برابر بوده و داريم:

www.-eng.com

$$P_x = P_y = P_z = P_e = P \qquad (14\text{-}1)$$

در سیستم SI فشار داراي واحد نیوتن برمتر مربع $(N.m^{-2})$ مي باشد كه به آن پاسكال $(Pa)$ نیز گفته مي‌شود.

## 1-5- توصیف محیط پیوسته

براي هر ذره سیال در یك محیط پیوسته خواص آن به صورت لحظه اي تعریف مي‌شوند. همانگونه كه ذره سیال در میدان جریان حركت مي‌كند، خواص آن از یك نقطه تا نقطه دیگر و از یك لحظه تا لحظه بعدي تغییر مي‌كند. جریان سیال به دو صورت ذیل قابل توصیف مي‌باشد:

### 1-5-1- توصیف مادي (دیدگاه لاگرانژي)

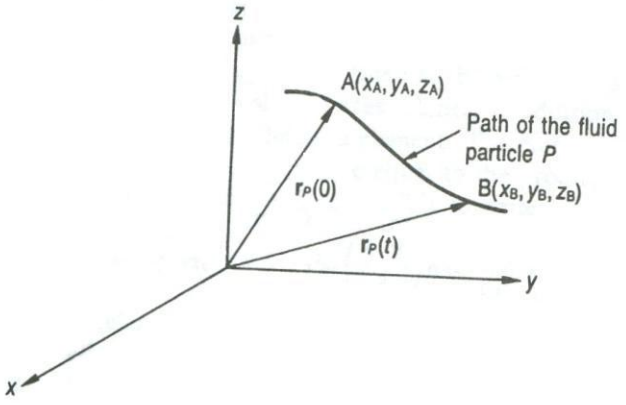
در این دیدگاه توصیف جریان سیال بدین ترتیب است كه با گذشت زمان ذرات معیني از سیال تعقیب شده و تغییرات خواص آنها مورد بررسي قرار مي گیرد. این روش بطور معمول در دینامیك استفاده مي گردد و تمام ذرات سیال در زمان خاصي مانند t=o در مراجع مكان خاصي قرار مي گیرند. هم اكنون ذره سیال P را در نظر بگیرید كه مطابق شكل (1-9) در زمان t=o در نقطه A از میدان جریان قرار دارد. با گذشت زمان، ذره سیال در میدان جریان حركت كرده و در زمان t در نقطه B قرار مي‌گیرد. حال مسیر طي شده توسط ذره سیال را مي توان با بیان بردار مكاني آن $r_p$ مشخص نمود كه نسبت به سیستم مختصات كارتزین xyz شكل (1-9) تابعي از زمان مي‌باشد.

$$r_P(t) = x_P(t)\hat{i} + y_P(t)\hat{j} + z_P(t)\hat{k} \qquad (15\text{-}1)$$

كه در آن $x_p(t)$ ،$y_p(t)$ ،$z_p(t)$ مختصات ذره سیال P در زمان t هستند. سرعت $V_p$ ذره سیال با مشتق‌گیري از بردار مكان نسبت به زمان بدست مي‌آید. بطوریكه:

$$V_P = V_{Px}\hat{i} + V_{Py}\hat{j} + V_{Pz}\hat{k} = \frac{dr_P}{dt} = \frac{dx_P}{dt}\hat{i} + \frac{dy_P}{dt}\hat{j} + \frac{dz_P}{dt}\hat{k} \qquad (16\text{-}1)$$

كه در آن $V_{Pz}$ ، $V_{Py}$ ، $V_{Px}$ به ترتیب مولفه هاي x, y ,z بردار سرعت هستند.




شكل (1-9): مسیر یك ذره سیال



www.sem-eng.com

در این نوع توصیف، سرعت فشار و دانسیته ذره سیال به صورت زیر تعیین میگردند:

$$V_p = V_p[x_p(t), y_p(t), z_p(t), t] \qquad (17a\text{-}1)$$

$$P_p = P_p[x_p(t), y_p(t), z_p(t), t] \qquad (17b\text{-}1)$$

$$\rho_p = \rho_p[x_p(t), y_p(t), z_p(t), t] \qquad (17c\text{-}1)$$

در معادلات بالا $t$ تنها متغیر مستقل و $x_p, y_p, z_p$ متغیرهاي وابسته جهت تعیین مکان ذره سیال $P$ در زمان مشخص $t$ هستند. البته حرکت یك ذره سیال جهت توصیف کل میدان جریان کافي نمي باشد و حرکت تمام ذرات باید به طور همزمان بررسي گردد . بنابراین به نظر مي رسد وقتي که حل مسائل جریان سیال مورد نظر باشد، استفاده از روش به ظاهر آسان اخیر با مشکل مواجه خواهد شد. اگر چه این روش بسیار قدرتمند است اما فقط براي موارد خاصي استفاده مي گردد و اطلاعات زیادي را در مورد جریان سیال در بر دارد. مجموعه معیني از ذرات سیال به عنوان حجم مادي یا سیستم بسته تعریف مي‌شوند که ممکن است شکل یا موقعیت آن تغییر کند، اما همیشه در برگیرنده ذرات سیال ثابتي است. مرزهایي که یك سیستم بسته را از محیط اطرافش جدا مي کند به عنوان مرزهاي آن سیستم نامیده مي شود و ذرات سیال نمي‌توانند از آن عبور کنند.

### 1-5-2- توصیف فضایي دیدگاه (اویلري)

در این دیدگاه براي توصیف جریان سیال یك نقطه ثابت در فضا مورد توجه قرار مي گیرد و تغییرات خواص سیالي که از این نقطه مي گذرند، مورد بررسي قرار مي گیرد . با حرکت این نقطه در میدان سیال، خواص از یك نقطه به نقطة دیگر و از یك زمان به زمان دیگر تغییر مي کنند، بنابراین سرعت فشار و دانسیته میدان سیال را مي توان به صورت تابعي از مکان و زمان بیان کرد . در سیستم مختصات کارتزین داریم:

$$V = V(x, y, z, t) \qquad (18a\text{-}1)$$

$$P = P(x, y, z, t) \qquad (18b\text{-}1)$$

$$\rho = \rho(x, y, z, t) \qquad (18c\text{-}1)$$

از آنجایي که فشار و دانسیته کمیتهاي اسکالر، معادله (18-1b) و (18-1c) نیز نشان دهنده میدانهاي اسکالر هستند. هر چند سرعت یك

www.sem-eng.com

كميت برداري است، بنابراين معادله (18-1a) مقدار و جهت سرعت را نشان داده و به عنوان يك ميدا ن سرعت ناميده داده مي‌شود. در معادلات بالا x ،y ،t و زمان t متغيرهاي مستقل هستند. مطمئناً يك رابطه بين روشهاي توصيف لاگرانژي و اويلري وجود دارد. ذره سيال $P$ مطابق شكل (1-9) در لحظه $t=0$ در نقطه $A$جريان سيال قرار دارد، بنابراين مشخصات در نقطه $A$ از جريان سيال با مشخصات ذره سيال نقطه $P$ معادل هستند. بطوريكه:

$$V(x_A, y_A, z_A, t=0) = V_P[x_P(t=0), y_P(t=0), z_P(t=0), t=0] \quad (19a\text{-}1)$$

$$P(x_A, y_A, z_A, t=0) = P_P[x_P(t=0), y_P(t=0), z_P(t=0), t=0] \quad (19b\text{-}1)$$

$$\rho(x_A, y_A, z_A, t=0) = \rho_P[x_P(t=0), y_P(t=0), z_P(t=0), t=0] \quad (19c\text{-}1)$$

اما در زمان هاي بعدي خواص در نقطه $A$ را مي‌توان با خواص ذرات سيال متفاوت عبور كننده از اين نقطه بيان نمود. حجمي كه نسبت به سيستم مختصات در فضا ثابت است به عنوان حجم كنترل يا سيستم باز ناميده مي‌شود. مقدار و مشخصات ماده در حجم كنترل م مكن است با گذشت زمان تغيير كند، اما شكل آن ثابت مي باشد. به مرزهايي كه حجم كنترل را از محيط اطرافش جدا مي كند سطح كنترل گفته مي‌شود. بدست آوردن موقعيت همه ذرات در جريان سيال ك ار بسيار دشواري است، چون برخلاف حركت اجسام جامد موقعيت نس بي ذرات سيال بطور پيوسته با زمان تغيير مي‌كند. به همين دليل بطور كلي روش اويلري به روش لاگرانژي ترجيح داده مي‌شود.

## 1-6- روشهاي فرموله كردن رياضي جريان سيال

هر يك از روش هاي اويلري يا لاگرانژي كه براي توصيف جريان سيال استفاده گردد، هميشه لازم است تا يكي ا ز روشهاي فرمولاسيون ديفرانسيلي يا انتگرالي براي اعمال قوانين اصلي جهت تحليل حركت سيال مورد استفاده قرار گيرد.

### 1-6-1- فرمولاسيون ديفرانسيلي

در روش ديفرانسيلي اطلاعات جزئي از ميدان جريان مورد نياز مي‌باشد. اگر از توصيف لاگرانژي استفاده گردد، اطلاعات حركت ه مه ذرات سيال در ميدان جريان مورد نياز مي باشد. در روش توصيف اويلري اطلاعات در مورد جريان سيال در هر نقطه از ميدان جريان مورد نياز است. سپس در توصيف لاگرانژي بر روي هر ذره از سيال يا در توصيف اولري بر روي المان بينهايت كوچك ميدان جريان، قوانين اصلي اعمال مي‌گردد. بطوريكه معادلات بدست آمده معادلات ديفرانسيل هستند. اگر حل اين معادلات ديفرانسيل ممكن باشد، اطلاعات جزئي (نقطه به نقطه) از ميدان جريان بدست خواهد آمد.

### 1-6-2- فرمولاسيون انتگرالي

براي بيشتر مسائل جريان سيال جهت يافتن اطلاعات مورد نظر، دانستن جزئيات ميدان جريان مورد نياز نمي‌باشد. در روش انتگرالي، قوانين اصلي در توصيف لاگرانژي بر روي سيستم بسته و در توصيف

www.sem-eng.com

اولري، بر روي حجم كنترل اعمال مي‌گردد. سپس قوانين اصلي بر حسب معادلات انتگرالي فرموله شده و اطلاعاتي در مورد رفتار كلي ميدان جريان بدست مي‌ده‌ند كه معمولا باعث آسان‌تر شدن تحليل جريان خواه‌ند شد.

## 1-7- رابطه بين توصيفهاي مكاني و مادي

بر حسب اينكه كدام نوع از فرمولاسيون رياضي استفاده شود ، هميشه در جريان سيا ل بين روشهاي توصيف مادي و مكاني يك رابطه وجود دارد.

### 1-7-1- روابط بين فرمولاسيون ديفرانسيلي

نرخ تغيير هر يك از خواص يك ذره از سيال، ممكن است به تغيير آن خاصيت در جريان سيال در آن نقطة خاص مرتبط باشد. براي پيدا كردن اين رابطه ممكن است توصيف مادي هر خاصيت مانند $N$ مورد استفاده قرار گيرد. $N$ ممكن است مشابه معادله (1-17) به صورت ذيل بيان گردد:

$$N = N[x(t), y(t), z(t), t] \qquad (20\text{-}1)$$

بنابراين ديفرانسيل كلي خاصيت $N$ عبارت است از:

$$DN = \frac{\partial N}{\partial x}dx + \frac{\partial N}{\partial y}dy + \frac{\partial N}{\partial z}dz + \frac{\partial N}{\partial t}dt$$

با تقسيم بر $\eta$ داريم

$$\frac{DN}{dt} = \frac{\partial N}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial N}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial N}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial N}{\partial t}$$

حال از رابطه (1-16) كه $V_x = dx/dt, V_y = dy/dt, V_z = dz/dt$ مي باشد استفاده مي كنيم. در نتيجه خواهيم داشت:

$$\frac{DN}{dt} = \frac{\partial N}{\partial t} + V_x\frac{\partial N}{\partial x} + V_y\frac{\partial N}{\partial y} + V_z\frac{\partial N}{\partial z} \qquad (21\text{a-}1)$$

يا به شكل برداري آن

$$\frac{DN}{dt} = \frac{\partial N}{\partial t} + V.\nabla N \qquad (21\text{b-}1)$$

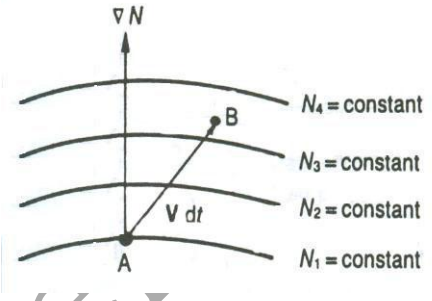
عملگر ديفرانسيلي D/dt اغلب به عنوان مشتق كلي، مشتق اساسي ، مشتق مادي يا مشتق با تعقيب سيال ناميده مي‌شود كه بيان كننده نرخ تغيير يك خاصيت در توصيف لاگرانژي است. عملگر ديفرانسيلي $\partial/\partial t$ اغلب به عنوان مشتق جزئي ، مشتق م وضعي و يا مشتق مكاني شناخته مي‌شود كه نرخ تغيير يك خاصيت را در يك نقطه خاص در ميدان جريان توصيف مي‌كند و به توصيف اويلري مربوط مي‌شود.
عبارت $V.\nabla N$ در معادله (1-21b) به عنوان مشتق جابجايي خاصيت $N$ معروف است و تغيير خاصيت از يك نقطه به نقطه ديگر در يك زمان

www.sem-eng.com

خاص را بيان مي كند. براي فهم بهتر اين نوع مشتق گيري، فرض كنيد كه خاصيت $N$نسبت به زمان ثابت بوده ولي از نقطه اي به نقطه ديگر در ميدان جريان تغيير مي كند. يك گروه از منحنيهاي با $N$ثابت در شكل (1-10) نشان داده شده است و يك ذره سيال واقع در نقطه $A$در فاصله زماني dt به سمت نقطه $B$حركت مي‌كند. اگر سرعت ذره سيال در نقطه $A$برابر با $V$ باشد ، پس جابجايي آن از $A$به سمت $B$با Vdtبرابر است. گراديان خاصيت $N$كه $\Delta N$ مي‌باشد عمود به منحني $N$ثابت است كه از نقطه $A$عبور مي‌كند. تغيير خاصيت $N$ با حركت ذره سيال از نقطه $A$ به سمت $B$برابر با ضرب عددي Vdtدر $\Delta N$ و بنابراين تغيير انتقالي خاص يت $N$در واحد زمان با $V.\Delta N$ برابر است.

### 1-7-2- روابط بين فرمولاسيون انتگرالي (تئوري انتقال رينولدز)

خواص سيالات ممكن است به دو گروه كلي تقسيم‌بندي گردد كه به عنوان خواص گسترده و متمركز شناخته مي شوند. يك خاصيت گسترده به طور مستقيم با جرم تغيير مي كند. وزن، حجم و ممنتم خطي مثالهايي از خواص گسترده هستند.




شكل (1-10): تغيير انتقالي خاصيت $N$يك ذره سيال

واضح است كه تغيير جرم مستقيماً مقدار كميتهاي ذكر شده را تغيير مي‌دهد. از طرفي خاصيت متمركز به جرم بستگي ندارد كه وزن مخصوص ، حجم واحد جرم و ممنتم خطي واحد جرم (سرعت) مثالهاي از آن مي‌باشند. بعلاوه خواصي نظير دما و فشار با طبيعت مستقل از جرم خود ، جزء گروه خواص متمركز هستند . حال اگر $N$معرف هر خاصيت گسترده دلخواه باشد، خاصيت متمركز مربوطه (خاصيت گسترده بر واحد جرم) به صورت $\eta$ نشان داده مي شود . بنابراين :

$$N = \int_{m_s} \eta dm \qquad (22\text{-}1)$$

كه $m_s$ جرم محتوي سيستم مي‌باشد. باتوجه به اينكه $dm = pd\forall$ است بنابراين:

$$N = \int_{V_s} \eta \rho d\forall \qquad (23\text{-}1)$$

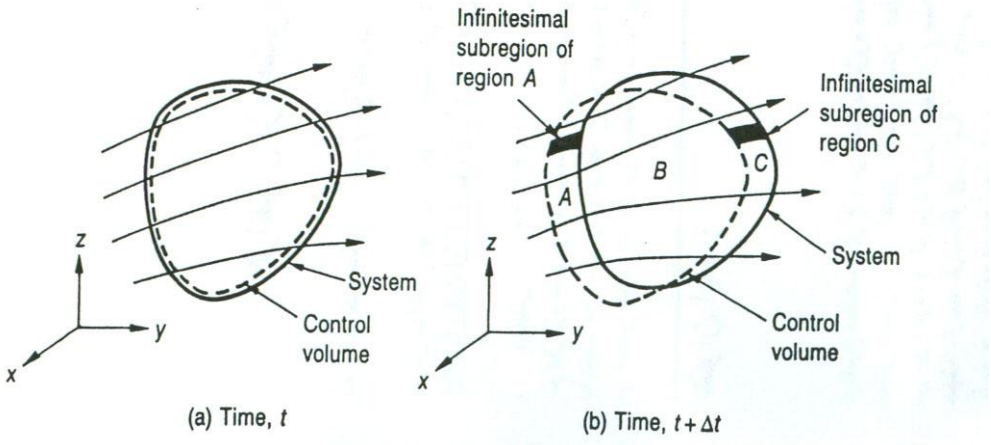
$A$

که $\rho$ دانسیته و $C$ حجم سیستم می‌باشد.

$N$

در نظر بگیرید که یك میدان جریان دلخواه $\forall(x,y,z,t)$ از یك مختصات مرجع xyz دیده شود. مرزهاي سیستم ذرات سیال در زمان tکه در شکل (11-1a) نشان داده شده است، با مرزهاي حجم کنترل مطابق با خطوط خط چین منطبق مي باشد.

بعد از یك بازه زماني $\Delta t$که زمان آن $t+\Delta t$ است موقعیت سیستم و حجم کنترل در شکل (11-1b) نشان داده شده اند. هم اکنون سیستم نواحي $B$ و $C$ را اشغال مي‌کند و جرم داخل ناحیه $A$ به حجم کنترل وارد مي‌گردد، در حالیکه جرم داخل ناحیه $C$از حجم کنترل خارج مي‌گردد. هدف اصلي این تحلیل ایجاد ارتباط بین تغییر هر خاصیت گسترده $N$ در سیستم، با تغییرات این خاصیت در حجم کنترل مي‌باشد. از تعریف مشتق، نرخ تغییر هر خاصیت گسترده در یك سیستم را مي توان به صورت زیر بیان نمود.




شکل (11-1) : ترکیب سیستم و حجم کنترل

$$\frac{DN}{dt}=\frac{D}{dt}\int_{\forall_s}\rho\eta d\forall=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}[\int_{V_s}(\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t}-\int_{V_s}(\rho\eta d\forall)_t] \qquad (24\text{-}1)$$

از آنجا که در زمان $t$سیستم و حجم کنترل بر هم منطبق هستند پس:

$$\int_{\forall_s}(\rho\eta d\forall)_t=\int_V(\rho\eta d\forall)_t \qquad (25\text{-}1)$$

که $\forall$ نشان دهنده مقدار حجم مربوط به‌حجم کنترل مي باشد. همچنین در زمان $t+\Delta t$

$$\int_{\forall_s}(\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t}=\int_{\forall}(\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t}+\int_{\forall_c}(\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t}-\int_{\forall_A}(\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t} \qquad (26\text{-}1)$$

که در آن $V_A$ و $V_c$ به ترتیب نشان دهنده حجمهاي نواحي A و C هستند. با جایگزیني معادله (25-1) و (26-1) در معادله (24-1) و با

استفاده از این قانون که حد مجموع برابر با مجموع حدها است ، می‌توان نوشت:

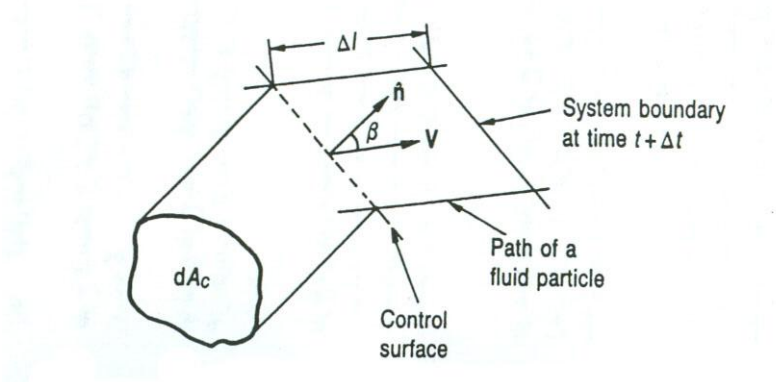
$$\frac{D}{dt}\int_{\forall_s}\rho\eta d\forall=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}[\int_{\forall}(\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t}-\int_{\forall}(\rho\eta d\forall)_t]+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}[\int_{\forall_c}(\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t}]-\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}[\int_{\forall_A}(\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t}] \quad (27-1)$$

حد اول در سمت راست معادله (27-1) نشان دهنده نرخ تغییرات یک خاصیت گسترده در حجم کنترل می‌باشد که:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall}\rho\eta d\forall=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}[\int_{\forall}(\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t}-\int_{\forall}(\rho\eta d\forall)_t] \quad (28-1)$$

حد دوم معادله 27-1) می توان به صورت زیر نوشت:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}[\int_{\forall}(\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t}]=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}(Nc)_{t+\Delta t}$$




شکل (1-12): نمای بزرگ شده یک ناحیه جزئی از ناحیه C در شکل (1-11)

t

برای ارزیابی $(Nc)_{t+\Delta t}$ نمای بزرگ شده یک ناحیه جزئی بی اندازه کوچك از ناحیه C را در شکل (1-12) در نظر بگیرید. $v=0$ مساحت بینهایت کوچك سطح کنترل در وجه مشترك حجم کنترل و ناحیه C، $\hat{n}$ بردار واحد نرمال این سطح ، $\beta$ زاویه بین بردار نرمال واحد و بردار سرعت در وجه مشترك و $\Delta l$ فاصله طی شده توسط ذرات سیال در بازه زمانی $\Delta t$ می‌باشد. بنابراین جرم المان بینهایت کوچك $\rho\Delta l dA_c\cos\beta$ می باشد بطوریکه خاصیت گسترده در این ناحیه بینهایت کوچك برابر است با:

$$d(Nc)_{t+\Delta t}=\rho\eta\Delta l\cos\beta dA_c$$

با انتگرالگیری بر روی وجه مشترك داریم:

$$(Nc)_{t+\Delta t}=\int_{\forall_c}\rho\eta\Delta l\cos\beta dA_c$$

بطوریکه حد دوم برابر است با:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}(Nc)_{t+\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\int_{\forall_c}\rho\eta\frac{\Delta l}{\Delta t}\cos\beta dA_c$$

اما وقتی که $\Delta t$ به سمت صفر میل می‌کند:

$$\lim_{\Delta t\to 0} \Delta l/\Delta t = V$$

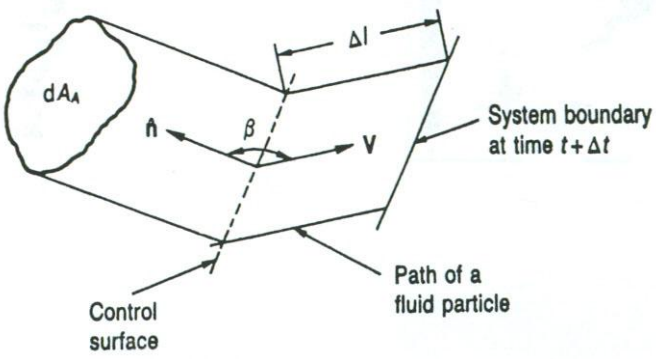
و بنابراين

$$\lim_{\Delta t\to 0} \frac{1}{\Delta t}(Nc)_{t+\Delta t} = \int_{A_c} \rho\eta V\cos\beta dA_c$$

از آنجايي كه جرم به سمت خارج حجم كنترل در جريان است، زاويه $\beta$ هميشه كمتر از 90 درجه بوده و $\cos\beta$ هميشه مثبت است . همچنين $V\cos\beta = V.\hat{n}$ مي باشد . به طريكه خواهيم داشت:

$$\lim_{\Delta t\to 0} \frac{1}{\Delta t}[\int_{V_c} (\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t}] = \int_{A_c} \rho\eta(V.\hat{n})dA_c \qquad (29\text{-}1)$$

براي ارزيابي مشتق سوم در سمت بخش راست معادله (1-27)، نماي بزرگ شده يك ناحيه جزئي بي اندازه كوچك ناحيه $A$ در شكل (1-13) را در نظر بگيريد.




شكل (1-13): نماي بزرگ شده يك ناحيه جزئي از ناحيه A در شكل (1-11)

$dA_A$ مساحت بينهايت كوچك سطح كنترل در وجه مشترك حجم كنترل و ناحيه $A$ را نشان مي دهد. تحليل بكار رفته جهت ارزيابي حد قسمت دوم تنها با يك تفاوت براي حد قسمت سوم استفاده مي شود . از آنجايي كه در اين مورد جرم از حجم كنترل خارج مي‌گردد، زاويه $\beta$ هميشه بزرگتر از 90 درجه بوده و $\cos\beta$ هميشه منفي است . بنابراين حد قسمت سوم به صورت ذيل بيان مي‌گردد:

$$\lim_{\Delta t\to 0} \frac{1}{\Delta t}[\int_{A_A} (\rho\eta d\forall)_{t+\Delta t}] = -\int_{A_A} \rho\eta(\forall.\hat{n})dA_A \qquad (30\text{-}1)$$

با جايگزيني معادلات (1-28)، (1-29) و (1-30) در معادله (1-27) داريم:

$$\frac{D}{dt}\int_{\forall_s} \rho\eta d\forall = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall} \rho\eta d\forall + \int_{A_c} \rho\eta(V.\hat{n})dA_c + \int_{A_A} \rho\eta(V.\hat{n})dA_A \qquad (31\text{-}1)$$

كل سطح كنترل A شكل (1-11) شامل سه سطح مختلف مي‌باشد:

$$A = A_A + A_C + A_r$$

که سطح کنترل $A_r$ با $\beta = 90°$ یا $v = 0$ مشخص می شود ، بطوریکه هیچ جریانی در این سطح وجود ندارد . بنابراین دو انتگرال آخر معادله (1-31) را می توان به صورت یك انتگرال واحد بر روی سطح کنترل بیان کرد :

$$\frac{DN}{dt} = \frac{D}{dt}\int_{\forall_s} \rho\eta d\forall = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall} \rho\eta d\forall + \int_A \rho\eta(V.\hat{n})dA \qquad (1\text{-}32)$$

معادله (1-32) به عنوان تئوري انتقال رینولدز نامیده میشود . عبارت سمت چپ معادله نرخ کل تغییر خاصیت گسترده سیستم ، عبارت اول سمت راست نرخ تغییر خاصیت گسترده دلخواه حجم کنترل و عبارت دوم سمت راست نرخ خالص انتشار خاصیت گسترده از میان سطح کنترل را بیان میکند.

## 1-8- طبقه‌بندي جریان سیال

از دیدگاههاي مختلف میتوان جریان سیال را به چ ندین نوع مختلف طبقه‌بندي نمود.

### 1-8-1- جریانهاي پایدار و ناپایدار

اگر خواص یك میدان جریان نسبت به زمان تغیي ر کند به آن جریان پایدار گویند . از لحاظ ریاضي ت عریف جریان پایدار به صورت ذیل بیان میگردد :

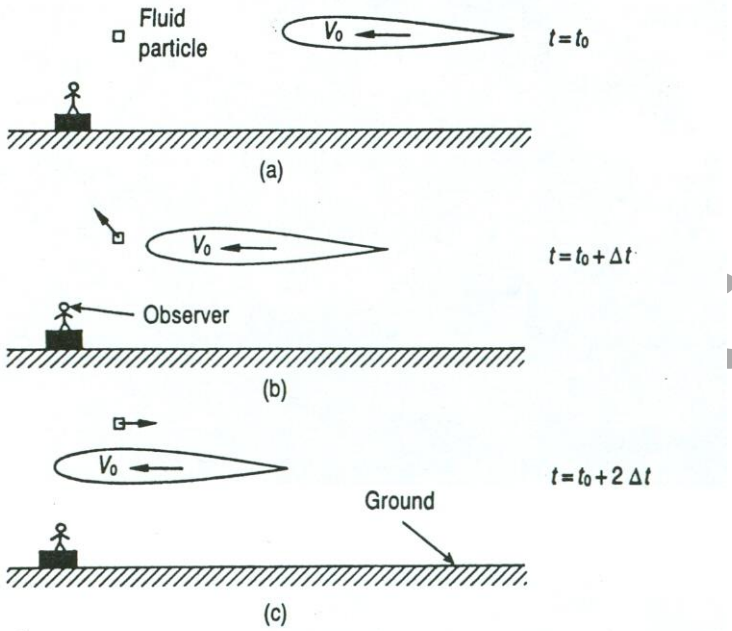
$$\partial\eta/\partial t = 0 \qquad (1\text{-}33)$$

که B نشان دهنده هر یك از خواص سیال است. بنابراین ممکن است در یك جریان پایدار خواص سیال از نقطه‌اي به نقطه دیگر میدان جریان تغییر کند ، اما با گذشت زمان در هر نقطه ثابت مي باشد. در یك جریان سیال ناپایدار یك یا چند متغیر در یك نقطه با گذشت زمان تغییر مي‌كنن د. باید توجه کرد که در یك جریان پایدار مشتقهاي جزئي نسبت به زمان صفر $\partial/\partial t = 0$ و مشتقهاي مادي که شامل مشتقهاي انتقالي است، نسبت به زمان غیر صفر هستند.به عبارت دیگر $D/dt \neq 0$ . براي درك تفاوت فیزیکي بین جریانهاي پایدار و ناپایدار حرکت یك جسم را نسبت به یك ناظر ساکن بر روي زمین مطابق شکل (1-14) در نظر بگیرید. بطوریکه جسم با سرعت ثابت $V_o$ در یك سیال ساکن حرکت میکند . ذرة سیال که در ابتدا ساکن بوده در لحظه $t_o$ مطابق شکل (14-a) در جلوي جسم قرار دارد. در شکل (14-1b) با نزدیك شدن جسم در لحظه $t_0 + \Delta t$ ذره سیال شتاب میگیرد. سپس در لحظه $t_0 + 2\Delta t$ وقتي که جسم از مقابل ذره سیال میگذرد، ذره مطابق شکل (14-1c) شتاب منفي میگیرد. بنابراین حرکت ذره سیال و جسم از دید یك ناظر ساکن بر روي زمین مستقل از زمان میباشد.

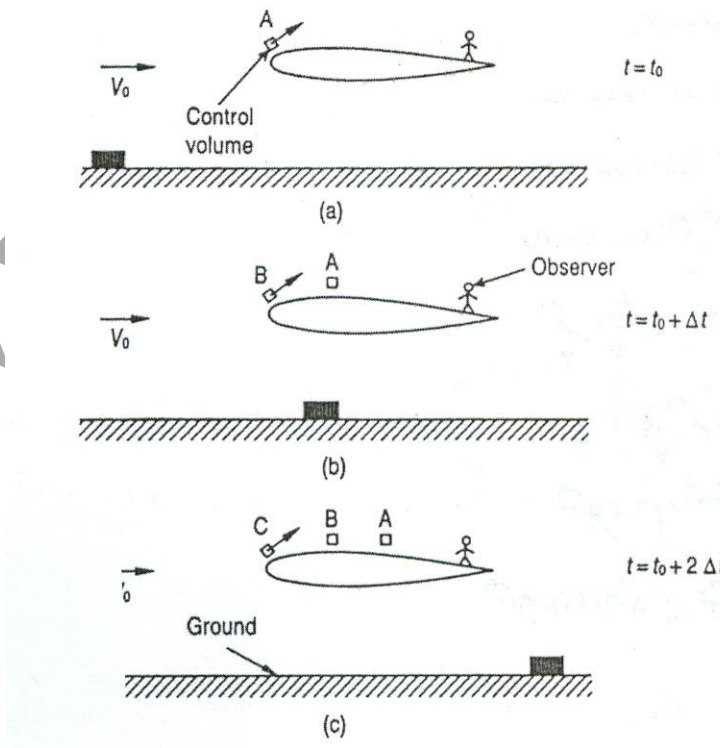
حال اگر همین حرکت از دید یك ناظر متحرك متصل به جسم بررسي گردد، جریان مطابق شکل (1-15) پایدار خواهد بود . در این مورد سیال با سرعتي مساوي و در جهت مخالف به سمت جسم ثابت حرکت میکند که در این مورد موقعیت نقطه A در زمان $t_0 + \Delta t$ و موقعیت ذرات A و B

www.sem-eng.com

در زمان $t_0+2\Delta t$ بترتيب بوسيله مربع هايي در شكلهاي (15-1b) و (15-1c) مشخص گرديده اند.
بنابراين سرعت و خواص ديگر ذرات سيال كه از يك مكان خاص عبور مي‌كنند مستقل از زمان بوده و جريان نسبت به دستگاه مختصاتي كه به جسم متصل است پايدار مي‌باشد و پايدار بودن و يا پايدار نبودن جريان بستگي به انتخاب سيستم مختصات دارد.




شكل (1-14): جريان ناپايدارسيال اطراف يك جسم نسبت به يك ناظر ساكن بر روي زمين



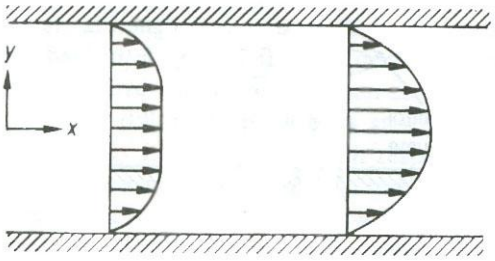

شكل (1-15): جريان پايدارسيال اطراف يك جسم نسبت به يك ناظر متحرك متصل به جسم

### 1-8-2- جريان يك بعدي

در حالت كلي جريان تراكم‌پذير يك جريان سه بعدي است كه ممكن است خواص سيال نظير فشار، دانسيته و سه مولفه سرعت در تمام جهات عمود برهم تغيير كند. از آنجايي كه اطلاعات داده شده در اين كتاب اساس مطالعه مباحث پيشرفته‌تر دو و سه بعدي جريان سيال تراكم‌پذير را ممكن مي‌سازد، بحث كتاب تنها محدود به جريانهاي يك بعدي و شبه يك بعدي است.

در مورد يك لوله جريان هيچگونه تقريبي وجود ندارد و جريان در يك لوله جريان بينهايت كوچك بصورت بديهي يك بعدي است.

براي درك ايده اصلي مرتبط با اين تقريب يك بعدي ، جريان پايدار يك سيال تراكم‌پذير لزج بين دو صفحه موازي را مطابق شكل (1-16) در نظر بگيريد . كه در آن جريان صفحات در جهت z داراي طول بينهايت هستند. از آنجا كه يك سيال واقعي بايد شرط عدم لغزش را در مرزهاي سيال ارضا كند، سرعت در اين جهت جريان (جهت X ) به صورت تابعي از Xو y بيان مي‌شود.




شكل (1-16) : جريان پايدار يك سيال تراكم‌پذير لزج بين دو صفحه موازي

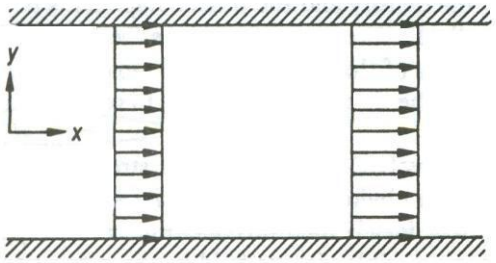
اگر چه نمودار سرعت در دو قسمت مختلف مشابه يكديگر هستند، ليكن اختلاف بين آنها ممكن است به وجود اثرات خارجي از قبيل اصطكاك و يا انتقال حرارت مربوط باشد.

هر چند ممكن است بتوان فشار استاتيكي را روي يك سطح مقطع براحتي ثابت فرض نمود، ليكن بدليل اينكه كه سرعت سيال در مرز جامد بايد نسبت به آن مرز صفر باشد ، جريان سيال واقعي نمي تواند كاملاً يك بعدي باشد . در بسياري از موارد بمنظور ساده‌سازي، خواص سيال در سطح مقطع با مقادير متوسط آ ن در يك سطح مقطع تقريب زد ه شده و جريان روي آن سطح مقطع يكنواخت در نظر گرفته مي شود . در نتيجه اين تقريب همانگونه كه در شكل (1-17) نشان داده شده ، ميدان جريان دو بعدي پايدار شكل (1-16) ، به صورت جريان يك بعدي تبديل مي‌شود. خواص متوسط تنها از يك سطح م‌قطع تا سطح مقطع ديگر تغيير مي‌كند بطوريكه سرعت در جهت جريان يا هر خاصيت ديگر سيال فقط تابعي از يك متغير مكاني $X$ است. تحت شرايط ذيل تقريب يك بعدي نتايج خوبي را در بر دارد:

1) نرخ تغيير مساحت سطح مقطع در امتداد مجرا كوچك باشد.
2) شعاع انحناي محور مجرا در مقايسه با قطر مجرا بسيار بزرگ باشد.

www.sem...com

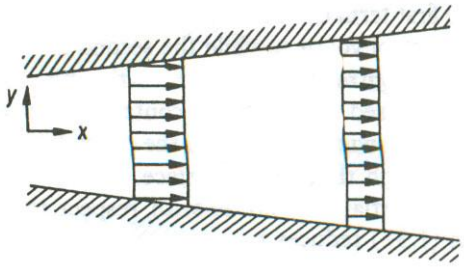
3) منحني‌هاي سرعت و دما از يك مقطع تا مقطع ديگر در مجرا تقريباً ثابت باشند.




شكل (1-17): جريان پايدار يك بعدي سيال تراكم‌پذير لزج بين دو صفحه موازي

جريانهاي يك بعدي كه در آنها تغيير مس احت وجود دارد اغلب به عنوان جريانهاي شبه يك بعدي شناخته مي‌شوند.

يك مثال از اين نوع جريان، جريان پايدار سيال تراكم‌پذير لزج بين دو صفحه موازي است كه در شكل (1-18) نشان داده شده است.




شكل (1-18): جريان پايدار شبه يك بعدي سيال تراكم‌پذير لزج

اگر يك تغيير سريع در مساحت سطح مقطع مجرا ايجاد شود، تقريب يك بعدي در مجاورت اين تغيير مساحت ديگر معتبر نيست. اگر چه در موا ردي مانند جريان نزديك يك انبساط يا انقباض مقطع و با استفاده از معادلات حاكم بر جريان، در فاصله اي به اندازه كافي دورتر از بالادست و پاي ين‌دست وجود ناپيوستگي، براحتي مي توان جريان را تقريباً بصورت يك بعدي فرض كرد.

### 1-9- بقاي جرم

استفاده از اصل بقاي جرم بر روي يك جريان سيال منجر به دستيابي به معادله اي مي گردد كه معادله پيوستگي ناميده مي‌شود. تا زماني كه يك سيستم در همه لحظات از مقدار يكس اني از ماده تشكيل شده باشد، اصل بقاي جرم به صورت ساده بيان مي كند كه جرم سيستم ثابت است. بنابراين نرخ تغيير جرم يك سيستم صفر است بطوريكه:

$$\frac{Dm_s}{dt} = 0 \qquad (34\text{-}1)$$

www.sc.ir

که در آن:

$$m_s = \int_{m_s} dm \qquad (35\text{-}1)$$

اما $dm = \rho d\forall$ ، بنابراین :

$$m_s = \int_{\forall_s} \rho d\forall \qquad (36\text{-}1)$$

حال اگر معادله (1-34) با معادله (1-32) مقایسه گردد، ممکن است که $N = m_s$ و $\eta = 1$. اعمال تئوري تبديل رينولدز بر معادله (1-34) منجر به معادله ذيل مي‌شود:

$$\frac{Dm_s}{dt} = \frac{D}{dt}\int_{\forall_s} \rho d\forall = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall} \rho d\forall + \int_A \rho(V.\hat{n})dA = 0 \qquad (37\text{-}1)$$

عبارت اول سمت راست معادله (1-37) نرخ تغير جرم را در داخل حجم كنترل نشان مي‌دهد، در حالي كه جمله دوم نرخ خالص شار جرم از سطح كنترل است. بايد تصريح نمود كه در اين معادله ، V سرعت اندازه گيري شده نسبت به سطح كنترل مي باشد. همچنين علامت جمله دوم مثبت است، اگر جرم از سطح كنترل خارج شود و منفي است، اگر جرم به سطح كنترل وارد شود. مشتق جزئي نسبت به زمان براي يك جريان پايدار صفر است $\partial/\partial t = 0$ ، پس معادله (1-37) بصورت ذيل ساده مي‌گردد:

$$\int_A \rho(V.\hat{n})dA = 0 \qquad (38\text{-}1)$$

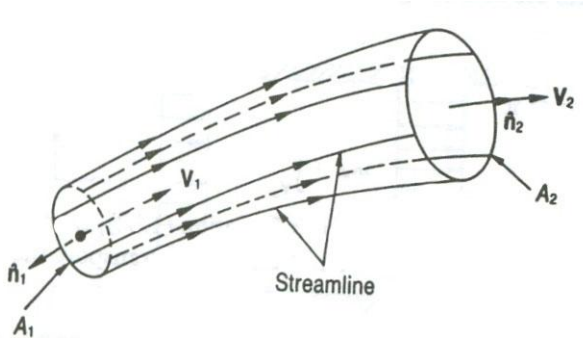
حال جريان پايدار يك بعدي دورن يك لوله جريان را در نظر بگيريد كه در آن حجم كنترل انتخابي با بخش ي از لوله جريان نشان داده شده در شكل (1-19) منطبق است. جريان سيال از طريق سطح كنترل $A_1$ وارد و از طريق سطح كنترل $A_2$ خارج مي‌گردد. هيچ جرياني از ديگر سطوح حجم كنترل جريان نـد ارد، زيرا كه اين سطوح با خطوط جريان ايجاد مي‌شوند و روي اين سطوح $V.\hat{n} = 0$ است. بنابراين معادله (1-38) به صورت ذيل ساده مي‌گردد:

$$\int_{A_1} \rho_1(V_1.\hat{n}_1)dA + \int_{A_2} \rho_2(V_2.\hat{n}_2)dA = 0$$

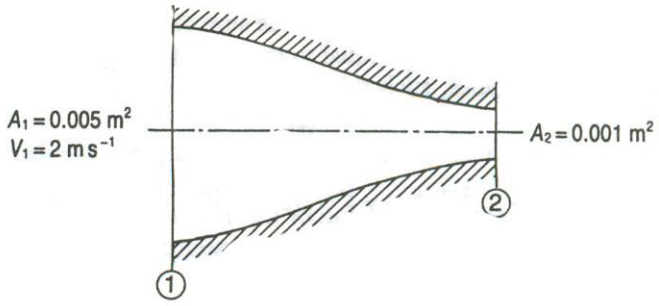
براي جريان پايدار يك بعدي، خواص در هر سطح مقطع يكنواخت است ، بنابراين نرخ جريان جرم برابر است با:

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 \qquad (39\text{-}1)$$

www.sem-eng.com




شكل (1-19): جريان پايدار يك بعدي دورن لوله جريان




شكل (1-20): طرح ساده مثال 1-1

**مثال 1-1:** سيالي مطابق شكل (1-20) بصورت پايدار در يك كانال هم‌گرا جريان دارد. مساحت مقاطع 1 و 2 بترتيب $0/005\ m^2$ و $0/001\ m^2$ و سرعت در مقطع 1 برابر با $2\ m/s$ است. با فرض جريان يكنواخت در هر دو مقطع، سرعت را در مقطع 2 تعيين كنيد اگر:
الف: سيال تراكم‌ناپذير باشد.
ب: دانسيته در مقاطع 1 و 2 بترتيب $1/2\ kg/m^3$ و $0/8\ kg/m^3$ باشد.

**حل:**
الف: براي جريان پايدار تراكم‌ناپذير يك بعدي دانسيته ثابت است بنابراين طبق معادله پيوستگي (1-39) داريم:

$$V_2 = \frac{A_1 V_1}{A_2} = \frac{(0.005m^2)(2ms^{-1})}{(0.001m^2)} = 10ms^{-1}$$

بنابراين در جريان پايدار يك بعدي يك سيال تراكم‌ناپذير با كاهش مساحت سطح مقطع سرعت افزايش مي‌يابد.

ب: اگر جريان پايدار و يك بعدي باشد ، معادله پيوستگي (1-39) بيان مي‌كند:

$$V_2 = \frac{\rho_1 A_1 V_1}{\rho_2 A_2} = \frac{(1.2kgm^{-3})(0.005m^2)(2ms^{-1})}{(0.8kgm^{-3})(0.001m^2)} = 15ms^{-1}$$

## 1-10- بقاي ممنتم



www.sem-u

در این بخش فرمولاسیون انتگرالي قانون دوم نیوتن یا بقاي ممنتم خطي بدست مي آید که براي حجم کنترل اینرسي مناسب است . حجم کنترل اینرسي حجم کنترلي است که نسبت به یك چهارچوب مرجع ثابت شتاب نمي‌گیرد که در واقع یك سیستم مختصات اینرسي است.
قانون دوم ن ي وتن بیان می کند که مجموع نیروهاي خارجي وارد برسیستم اینرسي ذرات سیال معادل است با نرخ تغییر ممنتم سیستم ذرات سیال بطوریکه:

$$\sum F = \frac{DP_s}{dt} \qquad (40\text{-}1)$$

که در آن $\Sigma F$ مجموع نیروهاي خارجي وارده بر سیستم اینرسي ذرات سیال و $P_s$ ممنتم خطي ذرات سیال است بطوریکه:

$$P_s = \int_{m_s} V dm \qquad (41\text{-}1)$$

اما $dm = \rho d\forall$ بطوریکه:

$$\sum F = \frac{DP_s}{dt} = \frac{D}{dt}\int_{V_s} \rho V d\forall \qquad (42\text{-}1)$$

حال اگر معادله (1-42) با معادله (1-32) مقایسه گردد، ملاحظه مي شود که ممنتم خطي یك خاصیت گسترده و سرعت یك خاصیت متمرکز مي‌باشد. بعبارت دیگر $N = p_s$ و $\eta = V$. خواهند بود.
استفاده از تئوري تبدیل رینولدز در معادله (1-42) منجر به معادله ذیل مي‌شود:

$$\sum F = \frac{D}{dt}\int_{V_s} \rho V d\forall = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall} \rho V d\forall + \int_A \rho V (V.\hat{n}) dA \qquad (43\text{-}1)$$

این معادله به معادله بقاي ممنتم خطي یا بطور ساده معادله ممنتم خطي معروف است . عبارت اول در سمت راست معادله (1-43) نرخ تغییرات ممنتم خطي در داخل حجم کنترل، و عبارت دوم نرخ خالص شار ممنتم خطي به حجم کنترل را نشان مي‌دهد.
براي جریان پایدار مشتق جزئي نسبت به زمان صفر است $\partial/\partial t = 0$ ، بنابراین معادله (1-43) بصورت ذیل ساده مي‌گردد:

$$\sum F = \int_A \rho V (V.\hat{n}) dA \qquad (44\text{-}1)$$

حال جریان پایدار یك بعدي درون لوله جریان را در نظر بگیرید که حجم کنترل انتخابي با بخش لوله جریان نشان داده شده در شکل (1-19) منطبق است. جریان سیال از طریق سطح کنترل $A_1$ وارد و از طریق سطح کنترل $A_2$ خارج مي‌گردد. هیچ جریاني از دیگر سطوح حجم کنترل جریان ندارد ، زیرا که این سطوح با خطوط جریان ایجاد مي شوند و روي این سطوح $V.\hat{n} = 0$ است. بنابراین معادله (1-44) به صورت ذیل ساده مي‌گردد:

$$\sum F = \int_{A_1} \rho_1 V_1 (V_1.\hat{n}_1) dA + \int_{A_2} \rho_2 V_2 (V_2.\hat{n}_2) dA$$

www.sem-eng.com

از آنجايي كه جريان يك بعدي است، مساحت مقاطع $A_1$ و $A_2$ به ترتيب عمود بر بردارهاي سرعت $V_1$ و $V_2$ هستند . پس داريم $V_1 \hat{n}_1 = -_1V$ و $V_2 \hat{n}_2 = ._2V$ . همچنين ممكن است براي جريان‌هاي يك بعدي كه معادله برداري را بصورت اسكالر بيان نمود. بنابراين:

$$\sum F = -\int_{A_1} \rho_1 V_1^2 dA + \int_{A_2} \rho_2 V_2^2 dA$$

براي جريان‌هاي يك بعدي خواص روي هر سطح مقطع يكنواخت است. پس:

$$\sum F = \rho_2 A_2 V_2^2 - \rho_1 A_1 V_1^2 \qquad (45\text{-}1)$$

يا با استفاده معادله (1-39):

$$\sum F = \dot{m}(V_2 - V_1) \qquad (46\text{-}1)$$

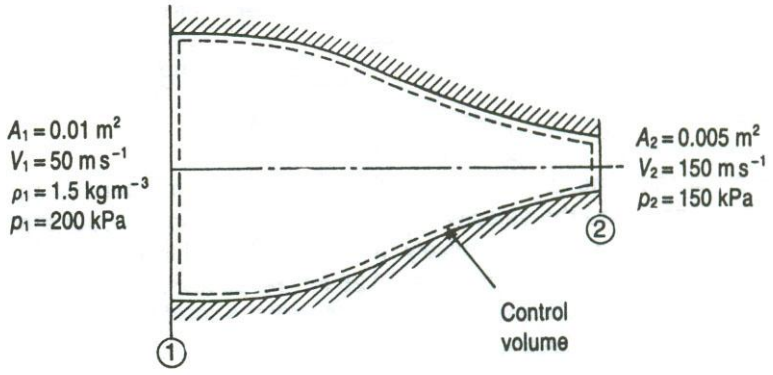
**مثال 1-2:** يك سيال پايدار لزج تراكم‌ناپذير مطابق شكل (1-21) در يك كانال همگرا جريان دارد. مساحت سطح مقاطع 1 و 2 بترتيب $0/05\ m^2$ و $0/01\ m^2$ بوده و سرعت دانسيته و فشار در مقطع 1 بترتيب 50 m/s، $15\ kg/m^3$ و 200 kpa مي‌باشند. در حالي كه سرعت و فشار در مقطع 2 بترتيب 150 m/s و 150 kpa است. نيروي اعمال شده بر سيال را در كانال همگرا بيابيد.

حل: از آنجايي كه سيال پايدار بوده و نرخ جريان جرم در هر سطح مقطع ثابت است. دانسيته در مقطع 2 بصورت ذيل محاسبه مي‌گردد:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 A_1 V_1}{A_2 V_2} = \frac{(1.5 kgm^{-3})(0.01 m^2)(50 ms^{-1})}{(150 ms^{-1})(0.005 m^2)} = 1 kgm^{-3}$$

نيروي اعمال شده بر سيال با استفاده از معادله ممنتم (1-45) بدست مي‌آيد.

$$F_{fluid} + p_1 A_1 - p_2 A_2 = \rho_2 V_2^2 A_2 - \rho_1 V_1^2 A_1$$




شكل (1-21): طرح ساده مثال 1-2

يا

$$F_{fluid} = (1 kgm^{-3})(150 ms^{-1})^2 (0.005 m^2) - (1.5 kgm^{-3})(50 ms^{-1})^2 (0.01 m^2)$$
$$-(200000 Nm^{-2})(0.01 m^2) + (150000 Nm^{-2})(0.005 m^2) = -1175 N$$

نتيجتاً نيروي اعمال شده بر كانال توسط سيال مساوي ولي مخالف جهت است.

$$F_{duct} = -F_{fluid} = 1172 N$$

em-eng.com

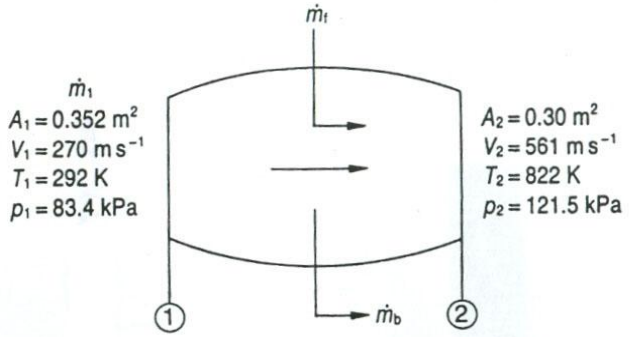
**مراجع براي مطالب تكميلي:**

Bertin, J.J. and smith, M. L. (1979) Aerodynamics for Engineers , Prentice Hall: Englewood cliffs, NJ.
Daughetry, R. L. franzini, J. B. and Finnemore, E. J. (1985) Fluid Mechanics with Engineering application , 8Th edn, McGraw-Hill : New York
Fox, R. W. and McDonald, Introduction to Fluid Mechanics, 3rd edn ,Wiley: New York
A.T. (1985) Owczarek, J. A. (1968) Introduction to Fluid Mechanics, International Textbook: Scranton, PA.
Prandtl, L. and Tietjens, O. G. (1957) Fundamentals of Hydro- and Aeromechanics, Dover: New York
Sabersky, R. H. Acodta, A.j. E. G. (1971) Fluid Flow, 2nd edn, Macmillan: New York and Hauptamann,
Shames, I. H. (1982) Mechanics of Fluid, 2nd ed McGraw-Hill: New York
Streeter, V. L. and Wylie, E. B., (1983) Fluid Mechanics, McGraw-Hill: New York.
Vennard, J. K. and street, R. L. (1982) , Elementary Fluid Mechanics , 7th edn, New York Wiley: New York.

**مسائل:**

**1-1-** در جريان شبه يك بعدي پايدار يك گاز، دانسيته، مساحت سطح مقطع و سرعت جريان در ورودي يك كانال واگرا بترتيب, $0.75\ m^2$ ,$25\ ms^{-1}$ $0.75\ kgm^{-3}$ هستند. اگر دانسيته و مساحت سطح مقطع در ورودي بترتيب $1.6\ kgm^{-3}$ و $0.25\ m^2$ باشد، سرعت در خروجي را بيابيد.

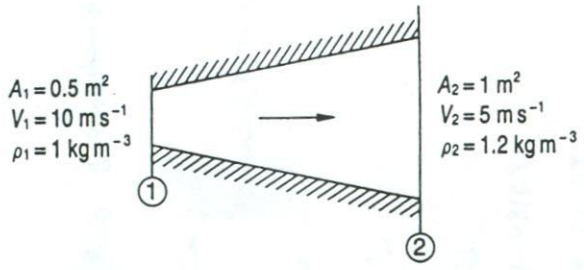
**2-1-** سطح و شرايط جريان در ورودي (مقطع 1) و در خروجي (مقطع 2) موتور توربين گاز در شكل نشان داده شده است. بخشي از هواي ورودي در بخش مياني توسط شير اطمينان خارج مي‌شود. مقدار هواي خارج شده $\dot{m}_b = 0.1\dot{m}_1$. در اين موتور سوخت جت به هوا تزريق مي‌شود و مي‌سوزد كه باعث افزايش دما و فشار هوا و در نتيجه تغيير تركيب آن مي‌شود. فرض كنيد گازهاي ورودي و خروجي گاز كامل با ثابت $2871.1\ JKg^{-1}K^{-}$ مستند[1]. با فرض جريان يكنواخت و پايدار، مقدار سوختي كه بايد تزريق شود را بيابيد. (دانشگاه فني خاور ميانه METU - سال 1985 )




**Problem 1.2**

**3-1-** سرعت و دانسيته در يك جريان يك بعدي در مقاطع 1 و 2 در شكل ذيل نشان داده شده اند. اگر خواص در هر سطح مقطع يكنواخت باش ند تعين كنيد كه آيا:

الف: جريان تراكم‌ناپذير است يا خير؟
ب: جريان پايدار است يا خير؟

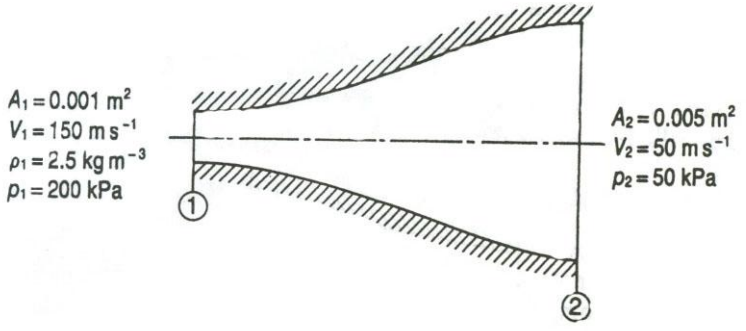



**Problem 1.3**

**1-4-** اكسيژن از يك تانك بزرگ با نرخ حجمي $2\ m^3$ از يك سوراخ كوچك با مساحت سطح مقطع $1mm^2$ خارج مي‌شود. نرخ جريان جرم گاز اكسيژن خروجي عبارتست از: $\dot{m} = 0.68pA/\sqrt{(RT)}$ كه در آن P فشار گاز در داخل تانك است، A مساحت سطح مقطع سوراخ، R ثابت گاز و T دماي گاز داخل تانك مي‌باشد. خروج اكسيژن آنقدر آرام است كه دما در تانك در دماي 15 ċ ثابت مي‌ماند. اگر ثابت گاز اكسيژن $259.8\ JKg^{-1}K^{-1}$ باشد، زمان مورد نياز جهت كاهش فشار گاز از 600 kpa به 300 kpa بيابيد.

**1-5-** يك تانك با حجم $0.5\ m^3$ حاوي هوا در فشار 500 kpa و دماي 15 ċ است. در لحظه $t = 0$ يك سوراخ با مساحت سطح مقطع $100mm^2$ جهت خارج شدن هوا با سرعت $346\ ms^{-1}$ در بدنه آن ايجاد مي‌شود. با فرض اينكه خواص هوا در تانك يكنواخت باشد، نرخ تغيير دانسيته لحظه اي تانك را در زمان $t = 0$ بيابيد. ثابت گاز براي هوا $J\ Kg^{-1}\ K^{-1}$ 287.8 مي‌باشد.

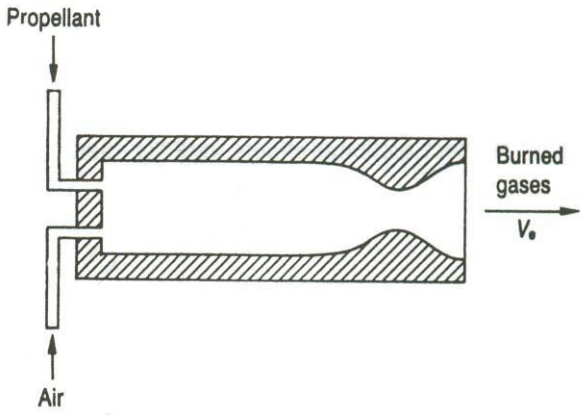
**1-6-** يك جريان لزج تراكم‌ناپذير پايدار مطابق شكل زير وارد يك كانال واگرا مي‌گردد. مساحت سطح مقطع مقاطع 1 و 2 بترتيب $0.005\ m^2$ و $0.005\ m^2$ است. سرعت، دانسيته و فشار در مقطع 1 بترتيب $150\ ms^{-1}$، $2.5\ kgm^{-3}$ و 200 kpa، در حالي كه سرعت و فشار در مقطع 2 بترتيب $50\ ms^{-1}$ و 50 kpa مي‌باشد. نيروي اعمال شده بر سيال را در كانال واگرا بيابيد.




**Problem 1.6**

www.sem-eng.com

**1-7-** سرعت، دانسيته و فشار گاز حاصل از احتراق در خروجي نازل يك موتور راكت بترتيب $V_e$ ، $\rho_e$ و $p_e$ مي‌باشد . كل موتور با فشار اتمسفر $P_{atm}$ احاطه شده است . سرعت هوا و سوخت پيشران ورودي و همچنين نيروي وارده در اثر فشار لوله‌هاي ورودي سوخت و هوا قابل صرفنظر هستند . با فرض اينكه جريان در خروجي نازل يكنواخت باشد ، نيروي پيشران خالص موتور راكت را بيابيد . (METU - سال1983 )

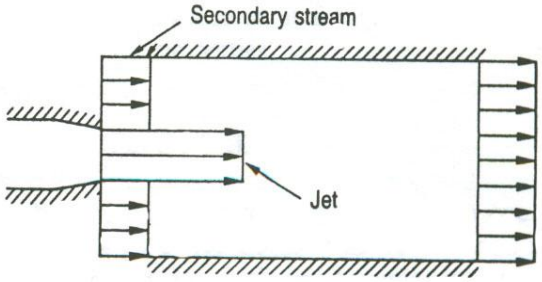



Problem 1.7

**1-8-** مطابق شكل ذيل يك پمپ جت آب داراي مساحت سطح مقطع جت 0.001 $m^2$ و سرعت 25 $ms^{-1}$ مي‌باشد . جريان ثانويه آب احاطه كننده جت داراي سرعت 5 $ms^{-1}$ است . مساحت سطح مقطع كل كانال ، كه مجموع مساحت سطح مقطع جت و مساحت سطح مقطع جريان ثانويه است ، معادل با 0.1 $m^2$ مي‌باشد . در پايين‌دست كانال جريان ثانويه و جريان جت كاملاً با هم مخروط مي‌شوند و جريان با حالت يكنواخت از جت پمپ خارج مي‌شود . در ورودي پمپ جت ، فشار جت و جريان ثانويه با هم برابر هستند . تعيين كنيد :

الف: سرعت در خروجي پمپ جت

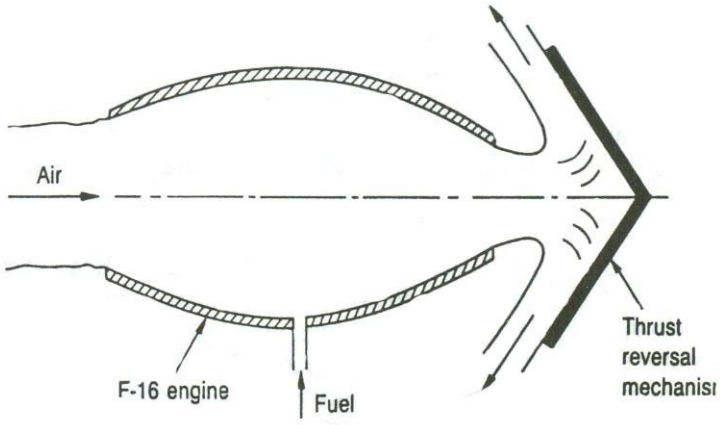
ب: افزايش فشار در عرض پمپ جت




Problem 1.8

**1-9-** سرعت نسبي هوا در ورودي موتور يك جت جنگي F-16 در لحظه فرود 100 $ms^{-1}$ است . دانسيته و فشار در ورودي بترتيب 1.25 $kgm^{-3}$ و 100 kpa و مساحت سطح مقطع ورود هوا 2 $m^2$ مي‌باشد . گاز خروجي از موتور داراي دانسيته و فشار بترتيب 0.5 $kgm^{-3}$ و 100 kpa و سطح مقطع خروج هوا از موتور 0.65 $m^2$ مي‌باشد . افزايش جريان جرم بدليل تزريق سوخت 4 درصد بوده و در خروجي موتور يك مكانيزم معكوس مخروطي رانش جهت انحراف گاز خروجي از انتهاي موتور به اندازه 120 درجه وجود

دارد. با صرفنظر کردن از اثرات اصطکاك ، نیروي رانش جت جنگي F-16را بیابید. (METU - سال1986 )




**Problem 1.9**

www.sem-eng.ir

$V_2$

www.sem-eng.com