نظریه الگوریتمی بازی

مدرس : دکتر مرجان عبدیزدان

هيئت علمي دانشگاه آزاد اسلامي

واحد ماهشهر

The Predictioneer's Game

Using the Logic of Brazen Self-Interest to See and Shape the Future

Bruce Bueno de Mesquita

فهرست

فهرست

مقدمه

نظریه بازی‌ها در ریاضیات دانشی است که به مطالعه بازی‌ها می‌پردازد .

نظریه بازی ها (TheoryGame) نام دارد.

یک بازی شامل مجموعه‌ای از بازیکنان، مجموعه‌ای از حرکت‌ها یا راه بردها (استراتژی ها) و نتیجه مشخصی برای هر ترکیب از راه بردها (پیامدها) می‌باشد.

پیروزی در هر بازی تنها تابع یاری شانس نیست بلکه اصول و قوانین ویژه خود را دارد و هر بازیکن در طی بازی سعی می‌کند با به کارگیری آن اصول خود را به برد نزدیک کند.

نظریه بازی در واقع شاخه‌ای از ریاضیات کاربردی است که در سیاست، علوم اجتماعی، اقتصاد، زیست شناسی، علوم کامپیوتر و حتی فلسفه کاربرد دارد.

رقابت دو کشور برای دست یابی به انرژی هسته‌ای، ساز و کار حاکم بر روابط بین دوکشور در حل یک مناقشه بین المللی، رقابت دو شرکت تجاری در بازار بورس کالا نمونه‌هایی از بازی‌ها هستند.

نظریه بازی تلاش می‌کند تا رفتار ریاضی حاکم بر یک موقعیت استراتژیک (تضاد منافع) را مدل سازی کند. این موقعیت زمانی پدید می‌آید که موفقیت یک فرد وابسته به راه بردهایی است که دیگران انتخاب می‌کنند.

هدف نهایی این دانش یافتن راه برد بهینه برای بازیکنان است.

تاریخچه

درسال ۱۹۲۱ یک ریاضی دان فرانسوی به نام (امیل برل) برای نخستین بار به مطالعه تعدادی از بازی‌های رایج در قمارخانه‌ها پرداخت و تعدادی مقاله در مورد آن‌ها نوشت.

او در این مقاله‌ها بر قابل پیش بینی بودن نتایج این نوع بازی‌ها به طریق منطقی تاکید کرده بود.

اگرچه برل نخستین کسی بود که به طور جدی به موضوع بازی‌ها پرداخت، اما به دلیل آن که تلاش پی گیری برای گسترش و توسعه ایده‌های خود انجام نداد، بسیاری از مورخین ایجاد نظریه بازی را به (جان ون نیومن) ریاضی دان مجارستانی نسبت داده‌اند.

تاریخچه

آن چه نیومن را به توسعه نظریه بازی‌ها ترغیب کرد، توجه ویژه او به یک بازی با ورق بود. او دریافته بود که نتیجه این بازی صرفا با تئوری احتمالات تعیین نمی‌شود.

او شیوه بلوف زدن در این بازی را فرمول بندی کرد. بلوف زدن در بازی به معنای راه کار فریب دادن سایر بازیکنان و پنهان کردن اطلاعات از آن ها است.

در سال ۱۹۲۸ او به همراه (اسکار مورگنسترن) که اقتصاددانی اتریشی بود کتاب نظریه بازی‌ها و رفتار اقتصادی را به رشته تحریر در آوردند.

اگر چه این کتاب صرفا برای اقتصاددانان نوشته شده بود، کاربردهای آن در روان شناسی، جامعه شناسی، سیاست، جنگ، بازی‌های تفریحی و بسیاری زمینه‌های دیگر به زودی آشکار شد.

تاریخچه

نیومن بر اساس راه بردهای موجود در یک بازی ویژه، شبیه شطرنج توانست کنش‌های میان دو کشور ایالات متحده و اتحاد جماهیر شوروی را در خلال جنگ سرد، بادر نظر گرفتن آن‌ها به عنوان دو بازیکن در یک بازی مجموع صفر مدل سازی کند.

از آن پس پیشرفت این دانش با سرعت بیشتری در زمینه‌های مختلف پیگیری شد و از جمله در دهه ۱۹۷۰ به طور چشم گیری در زیست شناسی برای توضیح پدیده‌های زیستی به کار گرفته شد.

در سال ۱۹۹۴ (جان نش) به همراه دو نفر دیگر به خاطر مطالعات بدیع خود در زمینه نظریه بازی‌ها، برنده جایزه نوبل اقتصاد شدند.

کاربردها

این نظریه در ابتدا برای درک مجموعه بزرگی از رفتارهای اقتصادی به عنوان مثال نوسانات شاخص سهام در بورس اوراق بهادار و افت و خیز بهای کالاها در بازار مصرف کنندگان ایجاد شد.

تحلیل پدیده‌های گوناگون اقتصادی وتجاری نظیر پیروزی در یک مزایده، معامله، داد و ستد، شرکت در یک مناقصه و ... از دیگر مواردی است که نظریه بازی‌ها در آن نقش ایفا می‌کند.

کاربرد نظریه بازی‌ها در شاخه‌های مختلف علوم مرتبط با اجتماع از جمله سیاست، جامعه شناسی و حتی روان شناسی در حال گسترش است.

کاربردها

در زیست شناسی هم برای درک پدیده‌های متعدد از جمله برای توضیح تکامل و ثبات و نیز برای تحلیل رفتار تنازع بقا و نزاع برای تصاحب قلمرو بازی‌های مختلف به کارمی آیند.

امروزه این نظریه کاربرد فزاینده‌ای در منطق و دانش کامپیوتر دارد.
دانشمندان این رشته‌ها از برخی بازی‌ها برای مدل سازی محاسبات و نیز مدل سازی الگوریتم‌های بر خط (online algorithms) استفاده می‌کنند.

کاربردهای این نظریه تا آن جا پیش رفته است که در توصیف و تحلیل بسیاری از رفتارها در فلسفه و اخلاق ظاهر می‌شود.

نظریه بازی‌ها در مطالعه طیف گسترده‌ای از موضوعات کاربرد دارد.


http://www

نظریه بازی ها

اساسا نظریه بازی ها، ریاضیات استراتژیک است .

هر نوع بازی از بازی شطرنج، بازی بازار سهام می تواند توسط نظریه بازی ها پیش بینی گردد.

مسلما تفاوت هایی اساسی در پیش بینی نتایج بازی شطرنج و پیامدهای بازار سهام وجود دارد .

هنگامیکه شطرنج توسط دو بازیکن زیرکانه بازی شود همواره به تساوی می انجامد.

در عین حال همه ما می توانیم به روشی که حرکتهای احتمالی خوانده می شود و با فرض اینکه مردم با سرمایه به شکل منطقی بازی می کنند در بازار سرمایه فعالیت نماییم .


فکر ها و نظریه ها

مشخصه مهم بازی ها

۱- تصا دفی یا غیر تصادفی بودن بازی ها

(Non – random vs. random)

بازی های تصادفی شامل تعدادی عناصر تصادفی هستند. مانند:

تاس، صفحه های گردان ، توزیع ورق در پاسور و توپهای پینگ پونگ در ماشین لوتو(قرعه کشی).

بازهای غیرتصادفی شامل استراتژی خالص و ناب هستند : چکرز ، شطرنج ، تیک – تاک – توی و غیره.

مشخصه مهم بازی ها

۲- آگاهی کامل یا بدون آگاهی کامل

(perfect knowledge vs. Non perfect knowledge)

بازی های با آگاهی کامل، آنهایی هستند که تمام ترکیب بازی برای همه بازیکنان قابل رویت است.

مانند : شطرنج، چکرز، مونوپولی و غیره.

دربازی های بدون آگاهی کامل ظاهر و ترکیب بازی برای همه بازیکنان پوشیده است. همچون بازی های ورق، باتل شیپ و استراتژو (بازی های استراتژیک) .

مشخصه مهم بازی ها

۳- یک بازیکنه ، دو بازیکنه و یا N بازیکنه

بازیهای تک نفره (مارپیچ ، پازل و غیره) که شامل بازی های اشتراکی نیز می باشد بازی هایی هستند که در آن ها هر کسی سعی می کند پیامد بازی را بدون رقابت (و مسابقه) به نفع خود به پایان ببرد.

بازیهای دو نفره (شطرنج ، چکرز و غیره) که شامل دو بازیکن می باشد بازی هایی هستند که در آن ها هر کسی سعی می کند پیامد بازی را (مسابقه) به نفع خود به پایان ببرد.

کاربرد نظریه بازی در مدیریت مالی

نظریه بازی ها یک نظریه ریاضی کامل بوده که شامل تصمیم گیری در شرایط تعارض است و با موقعیت های رقابتی سروکار دارد.

در این نظریه تصمیم گیرنده با توجه به استراتژی های رقیب عملکرد خود را ارزیابی می کند.

در چنین شرایطی تصمیم هر یک از تصمیم گیرندگان بر تصمیم سایرین اثر خواهد گذاشت. کاربردهای این نظریه بسیار وسیع است.

مبارزات سیاسی و انتخاباتی، طرح های عملیات جنگی، شرایط رقابت های شرکت های تجاری در بازار و... تنها نمونه ای از کاربردهای گوناگون این نظریه است.

نظریه بازی ها در سال ۱۹۲۸ توسط فن نیومن مطرح شد و در سال ۱۹۴۴ با انتشار کتابی توسط او و مورگنسترن جایگاه وسیعی در علوم اقتصادی پیدا کرد.

تحولات مدیریت مالی تئوری ها

دهه های ۱۹۶۰ و ۱۹۷۰ فرضیه بازار کار بر تئوری های مدیریت مالی غالب بود و نظریه باز ی و اقتصاد اطلاعات چندان مجالی برای خودنمایی در علوم مالی نداشت.

با کارهای لیلاند و پایل و باتاچاریا و دیگران مساله عدم تقارن اطلاعاتی به طور جدی وارد حوزه مالی شد.

در دهه ۸۰ هم مقالات بسیاری راجع به عکس العمل قیمتی، قراردادها و برتری اطلاعاتی مدیران نوشته شد. گسترش تئوری های علامت دهی در مدیریت مالی حاصل همین حجم عظیم ادبیات بود.

اگرچه نظریه بازی ها در قیمت گذاری دارایی ها هم کاربردهایی پیدا کرد، اما در حوزه مدیریت مالی بنگاه ها به موفقیت های بیش تری دست یافته است.

تفاوت میان تصمیم گیری و بازی

هرگاه یک فرد (دولت یا گروه و...) در مواجه با دیگران بخواهد عملی را انجام دهد، عمل او ممکن است طرف مقابل را تحریک کند. به این تاثیرات متقابل موقعی که هر دو طرف به آثار آن آگاه باشند "بازی" اطلاق می شود.

مثلا مسابقه تسلیحاتی بین دو کشور همسایه، چانه زنی خریدار و فروشنده بر سر قیمت یک کالا، مذاکره و چانه زنی بین کارگر و کارفرما و تعیین قیمت اتومبیل توسط هر تولید کننده اتومبیل در یک کشور یک بازی است.

تفاوت میان تصمیم گیری و بازی

تصمیم عبارت است از حالتی که در آن فرد عمل یا تصمیمی را اتخاذ می کند بدون اینکه واکنش و عکس العمل طرف مقابل برای او مهم باشد و یا اینکه آن واکنش و عکس العمل متقابل را در محاسبات خود منظور نماید.

تعامل میان انبوه کشاورزان با هم در تعیین قیمت گندم بازی نیست، زیرا هر کشاورز نمی تواند واکنش تمام کشاورزان دیگر را در تعیین قیمت گندم خود برانگیزد.

طبقه بندی نظریه بازی ها

- **الف)ایستایی یا پویایی بازی ها:**

بازی در شطرنج یک بازی پویا و متوالی است. یعنی ابتدا یک بازیکن حرکت و سپس بازیکن دیگر.

در حالی که شرکت در یک مزایده یا حراج، یک بازی ایستا (بازی با حرکت همزمان بازیکنان) است؛ زیرا هیچ کدام نمی دانند که حریف چه پیشنهادی را ارائه خواهد کرد.

در دنیای واقعی بازی ها ترکیبی از ایستا و پویا هستند.
بازی فوتبال می تواند ترکیبی از این دو نوع بازی باشد.

طبقه بندی نظریه بازی ها

- **ب)تعارض منافع یا امکان تشریک مساعی و همکاری:**

در بسیاری از بازی ها مقدار برد یک بازیکن دقیقا برابر با مقدار باخت حریف است که اصطلاحا به ان بازی با جمع صفر و یا بازی با جمع ثابت می گویند.

به عبارت دیگر جمع جبری برد و باخت. تمام ترکیب عمل بازیکنان صفر یا عدد ثابت است.

درچنین بازی هایی تعارض و تضاد منافع کامل است. بازی ها درعرصه تجارت و فعالیت های اقتصادی و جنگ یک بازی با جمع غیرصفر است، زیرا عوامل زیادی در پیروزی و شکست موثرند که خارج از رفتار بازیکنان است.

طبقه بندی نظریه بازی ها

- **ج)تعداد دفعات انجام بازی:**

یک بازی ممکن است یکبار انجام و تمام شود یا ممکن است چندین بار تکرار شود. یک بازی تکراری ممکن است با همان بازیکنان و یا بازیکنان دیگر تکرار شود.

در بازی هایی که یکبار انجام می شود، فرد نسبت به رفتار طرف دیگر اطلاعات زیادی ندارد ولی در بازی هایی که تکرار می شود، بازیکن فرصت کسب اطلاعات بیشتر از طرف مقابل را دارد.

بنابراین می توان گفت که یک بازی در کوتاه مدت ممکن است بازی با جمع صفر باشد ولی در بلند مدت می تواند یک بازی به نفع دو طرف و با جمع غیر ثابت باشد.

طبقه بندی نظریه بازی ها

- **د)تقسیم بندی بازی ها از نظر اطلاعات:**

در یک بازی ممکن است پیشینه بازی یعنی حرکت حریف، خود بازیکن در گذشته برای بازیکنان کنونی معلوم باشد. این نوع بازی را اصطلاحا بازی با "اطلاعات تمام" می گویند. مثلا بازی شطرنج از این نوع است.

در مقابل اگر رفتار حریف در گذشته، برای حداقل یکی از بازیکنان معلوم نباشد آن را بازی با "اطلاعات نا تمام" می گویند.

طبقه بندی نظریه بازی ها

- ه)ثابت یا متغیر بودن قواعد بازی:

بازی هایی مثل شطرنج، بازی کارت و بازی های ورزشی بر اساس یک قانون شروع و خاتمه پیدا می کنند که همان قاعده بازی است و هر بازیکن در موقعیت خود باید از آن قواعد پیروی کند .

پیروی از این قواعد هیچ ربطی به قدرت و ظاهر طرف ندارد ولی در بازی تجارت، سیاست، زندگی و نظایر آن، قاعده بازی قابل تغییر است.

طبقه بندی نظریه بازی ها

- و)همکارانه یا غیر همکارنه بودن بازی:

ممکن است بازیکنان در حین انجام بازی پیرامون انتخاب یک استرتژی با هم توافق کنند. اگر توافق بین بازیکنان قابل اجرا و عملی باشد، بازی را "همکارانه" گویند.

اگر توافق بین بازیکنان قابل اجرا و عملی نباشد آن بازی را "غیر همکارانه" گویند.

برخی مفاهیم و اصطلاحات

- **الف)استراتژی:**

اگر یک بازی ایستا باشد، استراتژی هر بازیکن عبارت از مجموعه رفتارهایی (عمل هایی) است که بازیکن می تواند از میان آنها یکی را برای یکبار انتخاب کند. به عبارت دیگر استراتژی عبارتست از:

"انتخاب های موجود و پیش روی یک بازیکن" ولی اگر بازی پویا باشد، عمل بازیکنی که دیرتر عمل خود را انتخاب می کند، می تواند پاسخ به بازیکنی باشد که زودتر از او عملی را انتخاب کرده است.

- **ب)پیامد ها:**

به مقدار برد یا باخت و آنچه در انتهای یک بازی عاید بازیکنان می شود "پیامد" گفته می شود.

ج)اگاهی عمومی نسبت به قاعده ی بازی :

فرض می شود که قاعده بازی را همه بازیکنان یک بازی می دانند.

در نظریه ی بازی ها منظور از قاعده بازی عبارتست از:

۱-لیست بازیکنان

۲-استراتژی های هر بازیکن

۳-پیامد حاصل از هر ترکیب استراتژی بازیکنان برای هر بازیکن

۴-فرض رفتاری اینکه هر بازیکن به طور عقلایی در صدد بهینه سازی یا به دنبال حداکثر منافع خود است.

در صورتی که قاعده بازی معلوم نباشد نظریه بازی ها نمی تواند بازی را به خوبی تجزیه و تحلیل کند.

د) تعادل :

دریک تعادل، هر بازیکن آن استراتژی را به کار می برد که بهترین پاسخ به استراتژی های انتخابی سایر بازیکنان باشد. در تعادل لزوما همه چیز برای بازیکنان در بهترین حالت نیست.

نمایش بازی در فرم استراتژیک یا نرمال شامل موارد ذیل است:

۱-**مجموعه بازیکنان:** به هر کدام از تصمیم گیران در محیط بازی یک بازیگر گفته می شود. مجموعه ی بازیکنان را با N نشان می دهند و اگر در یک بازی n بازیکن باشد مجموعه بازیکنان به صورت زیر خواهد بود:

$$N=\{1,2,3,\ldots,n\}$$

۲-استراتژی:

استراتژی عبارتست از برنامه ی کامل عمل برای هر بازیکن در بازی.

در بسیاری از بازی ها هر بازیکن تعداد محدودی استراتژی (عمل) دارد که ازمیان آن ها یکی را انتخاب می کنند.

مثلا در بازی بسکتبال هر بازیکن می تواند شوت بزند، دریب کند و پاس بدهد. این سه عمل مجموعه استراتژی او را شکل می دهند.

مجموعه ی استراتژی هر بازیکن در یک بازی را با S_i (i نشان دهنده بازیکن iام است) نشان می دهند.

اعضای مجموعه S کلیه انتخاب های ممکن بازیکن i را نشان می دهد:

$$S_i=\{s_1,s_2,....s_k\} \quad i \in N$$

در نمایش مذکور فرض بر این است که هر بازیکن K استراتژی دارد ولی در عمل لزوما اینطور نیست که تعداد استراتژی بازیکنان با هم برابر باشد.

۳-پیامد بازیکنان:

پیامد هر بازیکن در بازی، یکی از عناصر اصلی بازی و تابع استراتژی انتخابی آن بازیکن و بازیکنان حریف است. پیامد بازیکن i را با U_i نشان می دهند و به صورت زیر تعریف می شود:

$$U_i : S \longrightarrow R \qquad i \in N$$

Sحاصلضرب دکارتی مجموعه استراتژی بازیکنان است. یعنی:

$$S = S_1 X\ S_2\ X \ldots X\ S_n = \{(s_1,s_1,\ldots,s_1),\ldots,(s_k,s_k,\ldots,s_k)\}$$

فرم ماتریسی بازی

در یک بازی که در آن دو بازیکن وجود دارد می توان فرم استراتژیک آن را به صورت ماتریسی نوشت که تعداد بازیکنان، استراتژی و پیامد آنها را نشان دهد:

۱-ردیف های ماتریس:

هرردیف نشان دهنده یکی از استراتژی ها یا عمل های بازیکن اول است.

۲-ستون های ماتریس:

هر ستون نشان دهنده یکی از استراتژی ها یا عمل های بازیکن دوم است.

۳-عناصر ماتریس:

هر عنصر ماتریس از دو عدد تشکیل می شود که اولین عدد سمت چپ پیامد بازیکن اول و دومین عدد (سمت راست) پیامد بازیکن دوم را نشان می دهد.

(وقتی در یک بازی **سه بازیکن** وجود داشته باشد. به تعداد استراتژی های بازیکن سوم ، صفحه (ماتریس) خواهیم داشت.)

نحوه مدلسازی

اولین قدم در نظریه بازی ها **تعیین شرایط** یا حالتی است که در آن بازی جریان دارد.

سپس تعیین اینکه بازی مذکور مربوط به کدامیک از **طبقه بندی** ها در بازی ها است.

سپس تبیین **فرم استراتژیک** و یا فرم بسط یافته آن بازی است.

و در مراحل بعدی **حل بازی و تحلیل** آن است.

نحوه مدلسازی

مثال : شرکت Aدشتی را برای دو سال اجاره کرده است که در آن ۴ میلیون بشکه نفت ذخیره وجود دارد. این مقدار نفت باید طی دو سال استخراج گردد و قیمت هر بشکه در بازار جهانی ۲۰ دلار و طی دو سال نیز ثابت است، مقدار عرضه هم تاثیری بر قیمت بازار ندارد.

شرکت برای استخراج ذخیره مذکور می تواند چاه بزند و عمل استخراج و بهره برداری را انجام دهد. او می تواند یکی از دو نوع چاه را برای استخراج انتخاب کند: چاه باریک (N) یا چاه عریض (W)

ظرفیت استخراج چاه باریک ۲ میلیون بشکه در سال و هزینه ثابت زدن آن ۱۶ میلیون دلار است. ظرفیت استخراج چاه عریض هم ۶ میلیون بشکه در سال (۳برابر ظرفیت چاه باریک) و هزینه ثابت زدن آن ۲۹ میلیون دلار است. هزینه پمپاژ (هزینه متغیر) در هر دو نوع چاه نیز یکسان و معادل ۵دلار برای هر بشکه است.

سود شرکت Aدر صورت استخراج ذخیره نفت

چاه عریض(W)	چاه باریک(N)	هزینه و سود
۲۹	۱۶	هزینه زدن چاه
۲۰	۲۰	هزینه کل پمپاژ
۴۹	۳۶	هزینه کل
۸۰	۸۰	درآمد
۳۱	۴۴	سود

در چنین شرایطی چند حالت وجود دارد که دو شرکت بتوانند انتخاب کنند:

۱-ممکن است هر دو یک نوع چاه را انتخاب کنند.

۲-ممکن است یکی چاه باریک (N)و دیگری چاه عریض (W)را انتخاب کند.

سود شرکت A و B در حالت چاه باریک (N)

هزینه و سود	شرکت A چاه باریک(N)	شرکت B چاه باریک(N)
هزینه زدن چاه	۱۶	۱۶
هزینه کل پمپاژ	۱۰	۱۰
هزینه کل	۲۶	۲۶
درآمد	۴۰	۴۰
سود	۱۴	۱۴

سود شرکت A و B در حالت چاه عریض (W)

هزینه وسود	شرکت A چاه عریض(W)	شرکت B چاه عریض(W)
هزینه زدن چاه هزینه کل پمپاژ	۲۹ ۱۰	۲۹ ۱۰
هزینه کل درآمد	۳۹ ۴۰	۳۹ ۴۰
سود	۱	۱

سود شرکت A و B در حالت انتخاب چاه های مختلف

هزینه وسود	شرکت Aچاه عریض(W)	شرکتB چاه باریک(N)
هزینه زدن چاه هزینه کل پمپاژ	۲۹ ۱۵	۱۶ ۵
هزینه کل درآمد	۴۴ ۶۰	۲۱ ۲۰
سود	۱۶	-۱

می توان بازی مذکور را در فرم استراتژیک بصورت زیرنوشت:

-مجموعه بازیکنان:

$$\mathbf{N=\{A,B\}}$$

که در آن A معرف شرکت A , B معرف شرکت B است.

-مجموعه استراتژی بازیکنان:

$$\mathbf{S_A=\{N,W\}}$$

$$\mathbf{S_B=\{N,W\}}$$

که در آن N معرف چاه باریک و Wمعرف چاه عریض می باشد.

مجموعه ی ترکیب استراتژی بازیکنان به صورت زیر است و از انجایی که دو بازیکن وجود دارد عناصر این مجموعه زوج مرتب می باشد.

$$\mathbf{S=S_A\,X\,S_B=\{N,W\}\,X\,\{N,W\}=\{(N,N),(N,W),(W,N),(W,W)\}}$$

- پیامد بازیکنان با توجه به ترکیب استراتژی نوشته شده،سود می باشد:

$U_A(N,N)=14$, $N \in S_A$, $N \in S_B$

$U_B(N,N)=14$, $N \in S_A$, $N \in S_B$

$U_A(N,W)=-1$, $N \in S_A$, $W \in S_B$

$U_B(N,W)=16$, $N \in S_A$, $W \in S_B$

$U_A(W,N)=16$, $W \in S_A$, $N \in S_B$

$U_B(W,N)= -1$, $W \in S_A$, $N \in S_B$

$U_A(W,W)=1$, $W \in S_A$, $W \in S_B$

$U_B(W,W)=1$, $W \in S_A$, $W \in S_B$

فرم ماتریس بازی شرکت A , B

شرکت B

		N	W
شرکتA	N	۱۴و۱۴	۱۶و۱–
	W	۱–و۱۶	۱و۱

مثال : معمای زندانی

- بازی معمای زندانی یکی از معروفترین و شناخته شده ترین بازی ها است و در اقتصاد، سیاست، روابط بین الملل، تجارت و مسائل نظامی کاربرد زیادی دارد.
- این بازی به حالتی می پردازد که در آن دو نفر مظنون به یک کار مجرمانه هستند، آنها در پاسخ پلیس می توانند یا ساکت باشند (M) و یا جرم را به گردن مظنون دیگر بیندازد(F).

مثال : معمای زندانی

پیامد یا عاقبت پاسخ به هریک توضیح داده می شود:

-اگر هر دو ساکت (M) باشند، هر کدام به یکسال زندان محکوم می شوند.

-اگر یکی ساکت (M) باشد و دیگر مظنون جرم را به گردن او بیندازد (F) در این صورت مظنونی که سکوت اختیارکرده به ۹ سال زندان محکوم می شود و دیگری آزاد می شود، یعنی پیامد صفر بدست می آورد.

-اگر هر دو به گردن همدیگر بیندازند (F) در این صورت هر کدام به ۶ سال زندان محکوم می شوند.

این یک بازی ایستا با اطلاعات کامل است، زیرا:

اولا : پیامد بازی برای هر دو بازیکن معلوم و توضیح داده شده است

ثانیا : هر مظنون از پاسخ مظنون دیگر مطلع نیست.

فرم استراتژیک این بازی را می توان به صورت زیر نوشت:

-مجموعه بازیکنان $N=\{1,2\}$

-مجموعه استراتژی هر بازیکن

$S_1=\{M,F\}$
$S_2=\{M,F\}$

$S=S_1XS_2=\{M,F\}\ X\ \{M,F\}=\{(M,M),(M,F),(F,M),(F,F)\}$

پیامد بازیکنان به صورت زیر خواهد بود:

از آنجایی که ماندن در زندان عدم مطلوبیت است، سال های زندان را می توان با اعداد منفی نشان داد.

$U_1(M,M)=-1$	$U_1(F,M)=0$
$U_2(M,M)=-1$	$U_2(F,M)=-9$
$U_1(M,F)=-9$	$U_1(F,F)=-6$
$U_2(M,F)=0$	$U_2(F,F)=-6$

بازی معمای زندانی

بازیکن ۲

بازیکن ۱		M	F
	M	۱–و۱–	۰و۹–
	F	۹–و۰	۶–و۶–

عموما هر بازی را که به صورت زیر نوشته شود، یعنی ساختار پیامد بازیکنان دارای ساختار زیر باشد، آن بازی را "بازی معمای زندانی" می گویند.

بازی معمای زندانی

بازیکن ۲

		S_1	S_2
بازیکن ۱	S_1	β و β	α و θ
	S_2	θ و α	γ و γ

در بازی جدول قبل داریم $\alpha = 0$، $\beta = -1$، $\theta = -9$، $\gamma = -6$ است.

برای هر بازی شرایط زیر برقرار باشد بازی معمای زندانی است:

$$\alpha > \beta > \gamma > \theta$$

بازی معمای زندانی

		بازیکن 2	
		S_1	S_2
بازیکن1	S_1	۱۰و۱۰	۲۵و۱
	S_2	۱و۲۵	۳و۳

بازی مذکور بازی معمای زندانی است، زیرا:

۲۵= α و ۱۰=β و ۱= θ و ۳ =y است و α>β>Y>θ.

مثال : کار مشترک

فرض کنید شما و دوستتان روی یک پروژه کار می کنید. این پروژه می تواند یک سرمایه گذاری مشترک باشد. هر کدام از شما می توانید سخت (H)کار کند و یا تنبلی (G)کند. اگر دوستتان سخت کار کند شما ترجیح می دهید که تنبلی کنید حال اگر هر دوی شما سخت کار کنید پیامد و نتیجه سرمایه گذاری مشترک بهتر خواهد بود ولی افزایش در پیامد تلاش در این حالت بواسطه ی کار بیشتر شما کمتر از هزینه ای است که شما صرف می کنید.

بنابراین نتیجه ای که از سخت کاری هر دو حاصل می شود را به نتیجه ای که هر دو تنبلی می کنید ترجیح می دهید. بدترین نتیجه برای شما آن است که شما سخت کار کنید و دوست شما تنبلی کند. فرض کنید دوست شما نیز ترجیح شما را دارد این بازی را مدل سازی کنید و پیامد بازیکنان را با ۰و۱و۲و۳ نشان دهید.

-مجموعه بازیکنان $N=\{1,2\}$

-استراتژی بازیکنان $S_1=\{G,H\}$

$S_2=\{G,H\}$

$$S=S_1 X S_2=\{(G,G),(G,H),(H,G),(H,H)\}$$

-پیامد بازیکنان بصورت زیر است:

$U_1(G,G)=1$	$U_1(H,G)=0$
$U_2(G,G)=1$	$U_2(H,G)=3$
$U_1(G,H)=3$	$U_1(H,H)=2$
$U_2(G,H)=0$	$U_2(H,H)=2$

بازی کار مشترک

		بازیکن۲	
		H	G
بازیکن۱	H	۲و۲	۳و۰
	G	۰و۳	۱و۱

مثال : مسابقه تسلیحاتی

فرض کنید دو کشور وجود دارد که هر کدام می توانند بمب هسته ای بسازند(B)، نسازند(D).

مطلوب هر دو کشور این است که صاحب بمب هسته ای باشد ولی کشوردیگر صاحب بمب هسته ای نباشد.

مطلوب بعدی هر کشور این است که هیچ کدام صاحب بمب اتم نباشند.

مطلوب بعدی هر کشور اینست که هر دو صاحب بمب اتم باشند.

بدترین حالت برای آنها اینست که حریف صاحب بمب اتم شود ولی خود کشور بمب اتم نداشته باشد.

حال با استفاده از اعداد 0و1و2و3 این بازی را در فرم استراتژیک بنویسید به طوریکه در آن عدد بزرگتر نشان دهنده پیامد بیشتر باشد.

فرم استراتژیک این بازی به صورت زیر خواهد بود:

-مجموعه بازیکنان $N=\{1,2\}$

-استراتژی بازیکنان $S_1=\{B,D\}$

$S_2=\{B,D\}$

$S=S_1 \times S_2=\{B,D\} \times \{B,D\}=\{(B,B),(B,D),(D,B),(D,D)\}$

-مجموعه پیامد بازیکنان

$U_1(B,B)=1$ $U_1(D,B)=0$

$U_2(B,B)=1$ $U_2(D,B)=3$

$U_1(B,D)=3$ $U_1(D,D)=2$

$U_2(B,D)=0$ $U_2(D,D)=2$

بازی مسابقه تسلیحاتی

بازیکن۲

بازیکن۱	D	B
D	۲و۲	۳و۰
B	۰و۳	۱و۱

مثال : آمدن دو سکه با یک رو

دو نفر تصمیم می گیرند که به طور همزمان رویه سکه در اختیار خود را به یکدیگر نشان دهند که آیا خط یا شیر است.

اگر هر دو رویه ی یکسان را نشان دهند (هر دو خط (T) یا شیر (H) بازیکن ۲ یک ریال به بازیکن ۱ می دهد.

اگر رویه ها یکسان نباشد، بازیکن ۱ یک ریال به بازیکن ۲ می دهد.

در این بازی هر بازیکن مراقب این است که پول بیشتر گیرش بیاید.

در این بازی بین بازیکنان تعارض کامل منافع وجود دارد.

بازیکن ۱ خواهان اینست که دقیقا عملی را همانند عمل بازیکن ۲ انجام دهد در حالی که بازیکن ۲ در تلاش است عملی دقیقا متضاد عمل بازیکن ۱ انجام دهد.

-مجموعه بازیکنان $N=\{1,2\}$

-مجموعه استراتژی بازیکنان $S_1=\{H,T\}$

$S_2=\{H,T\}$

$S=S_1 \text{ X } S_2=\{H,T\} \text{ X } \{H,T\}=\{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}$

-مجموعه پیامد بازیکنان

$U_1(H,H)=1$ $U_1(T,H)=-1$

$U_2(H,H)=-1$ $U_2(T,H)=1$

$U_1(H,T)=-1$ $U_1(T,T)=1$

$U_2(H,T)=1$ $U_2(T,T)=-1$

فرم ماتریس بازی مذکور را می توان به صورت زیر نوشت:

بازی آمدن دو سکه با یک رو

		بازیکن۲	
		H	T
بازیکن۱	H	۱–و۱	۱و۱–
	T	۱و۱–	۱–و۱

مثال : زوج جوان

زن و شوهری را در نظر بگیرید که صبح برای انجام کار روزانه از منزل خارج می شوند. آنها صبح فراموش می کنند که قرار بگذارند که عصر همدیگر را در بیرون از منزل کجا ملاقات کنند.

عموما محل ملاقات آن دو عصرها در بیرون از منزل یا در سینمای M و یا در رستوران R است، ولی مشکل آنها اینست که نمی دانند در آن روز محل ملاقات را در R یا M تعیین کرده اند و فاصله بین M و R نیز بسیار دور است.

هر دو ترجیح می دهند که همدیگر را حتما ملاقات کنند. سلیقه زن طوری است که رفتن به سینما M برای او از رفتن به رستوران R ترجیح دارد در حالی که مرد رفتن به رستوران Rرا به رفتن به سینما Mترجیح می دهد.

سه حالت وجود دارد: اول این که آنها ممکن است همدیگر را درR ملاقات کنند. دوم این که همدیگر را درM ملاقات کنند. سوم این که آنها همدیگر را ملاقات نکنند. با استفاده از اعداد۲،۱،۰ می توان ترجیحات بازیکنان را نشان داد، یعنی هر دو تمایل به ملاقات همدیگر دارند ولی دارای منافع متضاد هستند.

فرم استراتژیک این بازی به صورت زیر خواهد بود:

-مجموعه بازیکنان

N={(m)مرد,(w)زن}

-مجموعه استراتژی بازیکنان

$S_m=\{M,R\}$

$S_w=\{M,R\}$

$S=S_m \times S_w=\{M,R\} \times \{M,R\}$

$=\{(M,M),(M,R),(R,M),(R,R)\}$

-پیامد بازیکنان

$U_m(M,M)=1$

$U_w(M,M)=2$

$U_m(M,R)=0$

$U_w(M,R)=0$

$U_m(R,M)=0$

$U_w(R,M)=0$

$U_m(R,R)=2$

$U_w(R,R)=1$

بازی زوج جوان

زن(W)

مرد(M)		M	R
	M	۲و۱	۰و۰
	R	۰و۰	۱و۲

مثال: دو جوان

دو جوان با اتومبیل با سرعت به سمت هم می آیند، هر کدام دو انتخاب دارند اول این که یکی اتومبیل خود را کنار بکشد (W) و دیگری به حرکت مستقیم با اتومبیل خود ادامه دهد (T).

کسی که کنار بکشد از دید دیگری بی عرضه و آن که به حرکت مستقیم ادامه دهد، شجاع تلقی می شود.

فرم استراتژیک یا نرمال بازی را می توان به صورت زیر نوشت:

-مجموعه بازیکنان $N=\{1,2\}$

-مجموعه استراتژی بازیکنان

$S_1=\{t,w\}$

$S_2=\{t,w\}$

$S=S_1 \times S_2=\{t,w\} \times \{t,w\}=\{(t,t),(t,w),(w,t),(w,w)\}$

-مجموعه پیامد بازیکنان

$U_1(w,w)=0$ $U_1(w,t)=-1$

$U_2(w,w)=0$ $U_2(w,t)=1$

$U_1(t,w)=1$ $U_1(t,t)=-2$

$U_2(t,w)=-1$ $U_2(t,t)=-2$

فرم ماتریس بازی مذکور را می توان به صورت زیر نوشت:

بازی دو جوان

بازیکن۲

		w	t
بازیکن۱	w	۰و۰	۱و۱–
	t	۱–و۱	۲–و۲–

بازی متقارن

یک تقسیم بندی از بازی ها وجود دارد که در حل آنها بسیار موثر بوده و محاسبات را کوتاه می کند و آن تقسیم یک بازی به متقارن و نامتقارن است.

بازی متقارن دارای ویژگیهایی است اگر در یک بازی دو نفره ویژگیهای زیر یکجا برقرار بود آن را بازی متقارن می گویند در غیر اینصورت بازی نامتقارن خواهد بود.

الف)مجموعه استراتژی بازیکنان با هم برابر باشند.

$$S_1=S_2$$

ب)با جابجا کردن استراتژی دو بازیکن پیامد دو بازیکن تغییر نکند.

$$U_1(s_1,s_2)=U_2(s_2,s_1)$$

مثال : معمای زندانی

سوال این است که آیا بازی معمای زندانی یک بازی متقارن است یا خیر؟

مجموعه استراتژی بازیکنان به صورت زیر بود:

$S_1=\{M,F\}$ $S_2=\{M,F\}$

بنابراین S_2,S_1 برابر است و لذا شرط اول متقارن بودن یک بازی برقرار است.

مجموعه ترکیب استراتژی به صورت زیر بود:

$S=\{(M,M),(M,F),(F,M),(F,F)\}$

$U_1(M,M) = U_2(M,M) = -1$

$U_1(M,F) = U_2(F,M) = -9$

$U_1(F,M) = U_2(M,F) = 0$

$U_1(F,F) = U_2(F,F) = -6$

بنابراین شرط ۲متقارن بودن نیز برقرار است.

پس بازی معمای زندانی یک بازی متقارن می باشد.

بازی نامتقارن

بازی زیر در نظر بگیرید.
آیا بازی متقارن است یا خیر؟

		بازیکن۲	
		S	N
بازیکن۱	S	۱و۰	۰و۲
	N	۰و۱	۱و۰

ابتدا: شرط اول را بررسی می کنیم:

$S_1=\{S,N\}$

$S_2=\{S,N\}$

پس شرط اول تقارن برقرار است.

$S_1=S_2=\{S,N\}=\{S,N\}$

سپس شرط دوم را بررسی می کنیم:

$S=S_1 X S_2=\{S,N\} X \{S,N\}=\{(S,S),(S,N),(N,S),(N,N)\}$

پس شرط دوم برقرار نیست.

$U_1(S,S)=0 \quad <> \quad U_2(S,S)=1$

$U_1(S,N)=2 \quad <> \quad U_2(N,S)=0$

پس بازی مذکور یک بازی متقارن نمی باشد.

بازی با سه بازیکن

بازی با سه بازیکن را می توان مدلسازی کرده و در فرم استراتژیک نوشت.

مثال)کاشتن درخت در کوچه

سه بازیکن به نام های E ،N وC در یک خیابان (کوچه) زندگی می کنند.

هر بازیکن می تواند تصمیم بگیرد که درخت بکارد (C) یا نکارد (D).

سه بازیکن بطور همزمان تصمیم می گیرندکه C یا D را انتخاب کنند.

اگر هر سه بازیکن درخت بکارند آنها بزرگترین و بهترین باغ را خواهند داشت.

اگر دوتا از آنها درخت بکارند آنها باغچه ای متوسط خواهند داشت.

در صورتی که یکی از آنها درخت بکارد آنها باغ کوچک خواهند داشت.

مثلا:از دید بازیکن E(یا هر یک از سه بازیکن مذکور) شش حالت ممکن قابل تصور است:

حالت ۱: تصمیم بگیرد درخت بکارد، وقتی که هر دو نفر دیگر تصمیم به کاشتن درخت دارند.

حالت ۲: تصمیم بگیرد درخت نکارد، وقتی که هر دو نفر دیگر تصمیم به کاشتن درخت دارند.

حالت ۳: تصمیم بگیرد درخت بکارد، وقتی که هر دو نفر دیگر تصمیم به کاشتن درخت ندارند.

حالت ۴: تصمیم بگیرد درخت نکارد، وقتی که هر دو نفر دیگر تصمیم به کاشتن درخت ندارند.

حالت ۵: تصمیم بگیرد درخت بکارد، وقتی که یکی از دو نفر دیگر تصمیم به کاشتن درخت دارد و دیگری ندارد.

حالت ۶: تصمیم بگیرد درخت نکارد، وقتی که یکی از دو نفر دیگر تصمیم به کاشتن درخت دارد و دیگری ندارد.

-مجموعه بازیکنان:

$N=\{E,N,C\}$

-مجموعه استراتژی بازیکنان:

$S_E=\{D,C\}$

$S_N=\{D,C\}$

$S_C=\{D,C\}$

$S=S_E \text{ X } S_N \text{ X } S_C=\{D,C\} \text{ X } \{D,C\} \text{ X } \{D,C\}=$
$\{(D,D,D),(D,D,C),(D,C,D),$
$(D,C,C),(C,D,D),(C,D,C),(C,C,D),(C,C,C)\}$

مجموعه S،سه تایی های مرتب است که در هر سه تایی اولی به بازیکن E، دومی به بازیکن N و سومی به بازیکن C تعلق دارد.

پیامد بازیکنان

$U_E(D,D,D)=2$
$U_N(D,D,D)=2$
$U_C(D,D,D)=2$
$U_E(D,D,C)=4$
$U_N(D,D,C)=4$
$U_C(D,D,C)=1$
$U_E(D,C,D)=4$
$U_N(D,C,D)=1$
$U_C(D,C,D)=4$
$U_E(D,C,C)=6$
$U_N(D,C,C)=3$
$U_C(D,C,C)=3$

$U_E(C,D,D)=1$
$U_N(C,D,D)=4$
$U_C(C,D,D)=4$
$U_E(C,D,C)=3$
$U_N(C,D,C)=6$
$U_C(C,D,C)=3$
$U_E(C,C,D)=3$
$U_N(C,C,D)=3$
$U_C(C,C,D)=6$
$U_E(C,C,C)=5$
$U_N(C,C,C)=5$
$U_C(C,C,C)=5$

بازی کاشتن درخت در کوچه بین سه همسایه

اگر بازیکن C ,C را انتخاب کند:

بازیکن N

بازیکن E	C	D
C	۵و۵و۵	۳و۶و۳
D	۶و۳و۳	۱و۴و۴

اگر بازیکن D,C را انتخاب کند:

بازیکن N

		C	D
بازیکن E	C	۶و۳و۳	۴و۴و۱
	D	۴و۱و۴	۲و۲و۲

مثال : رای گیری

فرض کنید ۳ نفر رای دهنده وجود دارد که باید به یک برنامه رای دهند. هر شخص می تواند رای **آری**(Y) یا **خیر**(N)، یا **ممتنع** و یا عدم رای(A)را انتخاب کند.

هر سه نفر وضع را صفر ارزشگذاری می کنند. فرد ۱ و۲ برنامه ی جدید را به وضع موجود ترجیح می دهند و در صورت تصویب آن را یک ارزشگذاری می کنند و فرد سوم برنامه جدید را دوست نداشته و در صورت تصویب نشدن آن را یک ارزشگذاری می کند.

اگر هیچ رای اخذ نشود ممتنع محسوب می شود یعنی گویی همه A را انتخاب کرده اند و وضع موجود حفظ خواهد شد و همه پیامد صفر را به دست می آورند.

برای **تصویب** برنامه باید حداقل دو نفر رای آری (Y)را بدهند و یا این که یکی آری و دیگری رای ممتنع (A)را بدهد (مجموعه V)، در این صورت بازیکنان ۱و۲ پیامد **۱** و بازیکن ۳ پیامد **۱**- را بدست می آورند . در غیر اینصورت (مجموعه ´Q) برنامه تصویب نمی شود.

فرم استراتژیک بازی به صورت زیر خواهد بود:

-مجموعه بازیکنان $N=\{1,2,3\}$

-مجموعه استراتژی بازیکنان $i \in N$

$S_i=\{Y,N,A\}$

$S = S_1 \times S_2 \times S_3=\{Y,N,A\} \times \{Y,N,A\} \times \{Y,N,A\}$

$=(Y,Y,Y),(Y,Y,N),(Y,Y,A),(Y,N,Y),(Y,N,N),$
$(Y,N,A),(Y,A,Y),(Y,A,N),(Y,A,A),(N,Y,Y),$
$(N,Y,N),(N,Y,A),(N,N,Y),(N,N,N),(N,N,A),$
$(N,A,Y),(N,A,N),(N,A,A),(A,Y,Y),(A,Y,N),$
$(A,Y,N),(A,N,Y),(A,N,N),(A,N,A),(A,A,Y),$
$(A,A,N),(A,A,A)\}$

پیامد بازیکنان

$U_1(Y,Y,Y)=1$
$U_2(Y,Y,Y)=1$
$U_3(Y,Y,Y)=-1$
$U_1(Y,Y,N)=1$
$U_2(Y,Y,N)=1$
$U_3(Y,Y,N)=-1$
$U_1(Y,N,Y)=1$
$U_2(Y,N,Y)=1$
$U_3(Y,N,Y)=-1$
$U_1(Y,N,N)=-1$
$U_2(Y,N,N)=-1$
$U_3(Y,N,N)=1$

$U_1(N,Y,Y)=1$
$U_2(N,Y,Y)=1$
$U_3(N,Y,Y)=-1$
$U_1(N,Y,N)=-1$
$U_2(N,Y,N)=-1$
$U_3(N,Y,N)=1$
$U_1(N,N,Y)=-1$
$U_2(N,N,Y)=-1$
$U_3(N,N,Y)=1$
$U_1(N,N,N)=-1$
$U_2(N,N,N)=-1$
$U_3(N,N,N)=1$

پیامد بازیکنان را به سه طریق می توان نوشت:

به صورت ماتریس، فرمول ریاضی و فرم مرسوم

این بازی را برای سهولت می توان به صورت فرمول ریاضی نوشت.

برای این کار دو زیر مجموعه Q وV ازمجموعه S را معرفی می کنیم.

$$V \in S \quad , \quad Q = S - V$$

$U_i(s_1,s_2,s_3)=\{\mathbf{1}$ if $(s_1,s_2,s_3) \in V$, $\mathbf{0}$ if $(s_1,s_2,s_3) \in Q\}$

$i=1,2$

$U_3(s_1,s_2,s_3)=\{\mathbf{-1}$ if $(s_1,s_2,s_3) \in V$, $\mathbf{0}$ if $(s_1,s_2,s_3) \in Q\}$

بازی با بیش از سه بازیکن

بازی که در آن بیش از سه بازیکن وجود داشته باشد می توان فرم استرتژیک آن را نوشت ولی نمی توان آن را بصورت فرم ماتریسی نوشت، زیرا ابعاد فرم ماتریسی جوابگوی نشان دادن بازیکنان نیست.

در این حالت می توان آن را به صورت فرم ریاضی نوشت که در آن پیامد بازیکنان به صورت تابعی از ترکیب استراتژی انتخابی بازیکنان خواهد بود. به طور کلی بازی ایستا با اطلاعات کامل با n بازیکن را می توان بصورت زیر نوشت:

$$G=\{S_1,S_2,\ldots,S_N \text{؛} U_1,U_2,\ldots,U_n\}$$

که در آن U_1,U_2...بصورت تابعی از n تایی مرتب نوشته می شود که ترکیب استراتژی انتخابی را نشان می دهد.

تعادل استراتژی غالب

تعدادی از بازی ها دارای این ویژگی مهم هستند که برای برخی یا همه بازیکنان در بازی، انتخاب یک استراتژی کاملا به انتخاب تمام استراتژی های دیگر او ارجحیت دارد که در این حالت بدون توجه به هر استراتژی که بازیکنان دیگر (حریفان) انتخاب می کنند، آن بازیکن باید همان استراتژی مطلوب را انتخاب کند.

اصطلاحا این استراتژی را **استراتژی غالب** می گویند و استراتژی های دیگر آن بازیکن را **استراتژی های مغلوب** او می گویند.

اگر در یک بازی هر بازیکن دارای استراتژی غالب باشد طبیعی است آنها استراتژی غالب را انتخاب خواهند کرد. لذا ترکیب استراتژی، متشکل از استراتژی غالب بازیکنان را **تعادل استراتژی غالب** می گویند.

مثال) به مثالی که مربوط به دو شرکت A,B بود برمی گردیم.

فرم استراتژیک بازی مذکور در شکل ماتریس بصورت زیر نشان داده شد:

شرکت B

		N	W
	N	**۱۴و۱۴**	**۱۶و۱−**
شرکت A	W	**۱−و۱۶**	**۱و۱**

در این بازی برای شرکت B استراتژی W کاملا بر استراتژی N غالب است.

و هر استراتژی را که حریف او یعنی شرکت A انتخاب کند شرکت B همیشه Wرا انتخاب می کند. با بررسی مشابه متوجه می شویم که برای شرکت A نیز استراتژی W کاملا براستراتژی N غالب است. بنابراین ترکیب استراتژی (W,W) را **تعادل استراتژی کاملا غالب** می گویند.

به زبان ریاضی می توان گفت که حریف هر استراتژی را انتخاب کند بازیکن مورد نظر استراتژی خود را تغییر نمی دهد که به آن استراتژی غالب گویند.

مثلا برای بازیکن A داریم:

$$U_A(s'_A=N, s_{-A}=N) = 14 < U_A(s_A=W, s_{-A}=N) = 16$$

$$U_A(s'_A=N, s_{-A}=W) = -1 < U_A(s_A=W, s_{-A}=W) = 1$$

پس با توجه به رابطه مذکور می توان نوشت:

$$U_A(s'_A, s_{-A}) < U_A(s_A, s_{-A})$$

$$s'_A = N \in S_A \quad , \quad s_{-A} \in \{N,W\} = S_B$$

به همین صورت برای بازیکن B داریم:

$$U_B(S'_B=N,S_{-B}=N)=14 \;<\; U_B(S_B=W,S_{-B}=N)=16$$

$$U_B(S'_B=N,S_{-B}=W)=-1 \;<\; U_B(S_B=W,S_{-B}=W)=1$$

پس می توان نوشت:

$$U_B(S'_B,S_{-B}) < U_B(S_B,S_{-B})$$

$$S'_B=N \in S_B \qquad S_{-B} \in \{N,W\} = S_A$$

پس استراتژی S یعنی W استراتژی کاملا غالب برای بازیکن B است.

لذا **تعادل استراتژی کاملا غالب** را برای این بازی می توان به صورت زیر نوشت:

$$D=(S_A,S_B)=(W,W)$$

مثال : استراتژی غالب ضعیف

در بازی زیر برای هر یک از بازیکنان W غالب ضعیف N است.

بازیکن۲

		N	W
بازیکن۱	N	۱۴و۱۴	۱۶و۰
	W	۰و۱۶	۰و۰

$U_1(S'_1=N, S_{-1}=N) = 14 < U_1(S_1=W, S_{-1}=N) = 16$

$U_1(S'_1=N, S_{-1}=W) = 0 = U_1(S_1=W, S_{-1}=W) = 0$

پس:

$U_1(S'_1,S_{-1}) <= U_1(S_1,S_{-1})$ $\qquad$ s_{-1} € $\{N,W\}=S_2$

برای بازیکن ۲ نیز می توان به نحوه مشابه استدلال کرد.

تعادل حاصل را **تعادل استراتژی غالب ضعیف** می گویند و بصورت زیر نشان داده می شود:

$D^W = (S_1,S_2) = (W,W)$

در این بازی برای هر یک از بازیکنان W غالب ضعیف N است.

به طور کلی هر بازی که دارای شکل **معمای زندانی** باشد

دارای **تعادل استراتژی غالب** می باشد.

پیدا کردن تعادل استراتژی غالب در بازی سه نفره

مثال : بازی مربوط به کاشتن درخت در کوچه

مقایسه می کنیم که از میان C یا D انتخاب کدام یک بهترین است.

وقتی که $S_{-E} = (C,C)$ باشد داریم:

$$U_E(C,S_{-E}) = 5 < U_{-E}(D,S_{-E}) = 6$$

وقتی که $S_{-E} = (D,C)$ باشد داریم:

$$U_E(C,S_{-E}) = 3 < U_{-E}(D,S_{-E}) = 4$$

وقتی که $S_{-E} = (C,D)$باشد داریم:

$$U_E(C,S_{-E}) = 3 < U_{-E}(D,S_{-E}) = 4$$

وقتی که $S_{-E} = (D,D)$ باشد داریم:

$$U_E(C,S_{-E}) = 1 < U_{-E}(D,S_{-E}) = 2$$

پس برای بازیکن E استراتژی D کاملا بر استراتژی C غالب می باشد.

برای پیدا کردن استراتژِی غالب بازیکن C سلولهای متناظر در دو جدول را با هم مقایسه می کنیم:

تعادل استراتژی کاملا غالب در این بازی انتخاب D توسط سه بازیکن است. یعنی:

$$D^S=(D,D,D)$$

پیامد بازیکنان در تعادل:

$$U_E(D,D,D) = 2 \quad , \quad U_N(D,D,D) = 2 \quad , \quad U_C(D,D,D) = 2$$

با استفاده از قاعده گفته شده و تعریف استراتژی غالب، یافتن استراتژی غالب هر بازیکن در بازی آسان است و کافی است استراتژی بازیکن های حریف را ثابت گرفته و سپس دید که کدام استراتژی بازیکن بر استراتژی دیگری او غلبه دارد. آن استراتژی که غلبه دارد استراتژی غالب بازیکن مذکور است.

تعادل استراتژی غالب

مثال زیر را در نظر می گیریم:

بازیکن۲

	N	W	Z
N	۱۴و۱۴	۱۶و-۱	۱۰و۳
W	-۱و۱۶	۱و۱	-۱و۱۵
Z	۳و۱۰	۱۵و-۱	۲و۲

در این بازی برای بازیکن ۱ استراتژی W کاملا بر N , Z غالب است. زیرا:

$$\begin{cases} u(N,N) = 14 < u(W,N) = 16 \\ u(N,W) = -1 < u(W,W) = 1 \\ u(N,Z) = 3 < u(W,Z) = 15 \end{cases}$$

پس W کاملا بر N غالب است.

$$\begin{cases} u(Z,N) = 10 < u(W,N) = 16 \\ u(Z,W) = -1 < u(W,W) = 1 \\ u(Z,Z) = 2 < u(W,Z) = 15 \end{cases}$$

پس W کاملا بر Z غالب است.

در این بازی نیز تعادل $D^S=(W,W)$ است.

استراتژی های مغلوب (IESDS)

مثال : حل بازی به روش IESDS

بازی زیر را در نظر می گیریم:

در این بازی اولین بازیکن دو استراتژی و دومین بازیکن سه ا ستراتژی دارد.

بازیکن ۲

	L	**M**	**R**
U	**۰و۱**	**۲و۱**	**۱و۰**
D	**۳و۰**	**۱و۰**	**۰و۲**

این بازی دارای تعادل D^S یا D^W نیست:

زیرا برای بازیکن۱ نه U بر D غالب است و نه D بر U.

برای بازیکن۲ نیز هیچ استراتژی بردو استراتژی دیگر غالب نیست.

ولی بازی قابل حل به روش IESDS است.

در قدم اول بررسی می کنیم که برای کدام بازیکن یک استراتژی بر برخی استراتژی های دیگر او غالب است آن گاه استراتژی های مغلوب را حذف می کنیم.

جدول بعداز حذف R

بازیکن۲

بازیکن۱		**L**	**M**
	U	**۱و۰**	**۱و۲**
	D	**۰و۳**	**۰و۱**

جدول بازی بعد از حذف R و D

بازیکن۲

		L	**M**
بازیکن ۱	**U**	**۱و۰**	**۱و۲**

در نتیجه جواب بازی به روش حذف پیاپی استراتژی های مغلوب به صورت زیر نوشته می شود:

IESDS=(U,M)

پیامد بازیکنان در این تعادل: $U_1(U,M)=1$, $U_2(U,M)=2$

حل بازی به روش IESDS

بازی زیر را در نظر گرفته و آن را به روش IESDS حل کنید:

بازی قابل حل به روش IESDS

بازیکن۲

		L	C	R
	U	۳و۴	۱و۵	۲و۶
بازیکن۱	M	۱و۲	۴و۸	۶و۳
	D	۰و۳	۶و۹	۸و۲

جدول بازی بعد از حذف C

بازیکن۲

		L	R
بازیکن ۱	U	۳و۴	۲و۶
	M	۱و۲	۶و۳
	D	۰و۳	۸و۲

جدول بازی بعد از حذف D و M

بازیکن۲

		L	R
بازیکن ۱	U	۳و۴	۲و۶

برای دومین بازیکن L غالب بر R است.

جواب بازی IESDS = (U, L)

پیامد بازیکنان در این تعادل $U_1(U,L)=4$, $U_2(U,L)=3$

تعادل نش

در نظریه بازی ها فرض این است که بازیکنان عاقل هستند، یعنی استراتژی انتخابی آنها در راستای منافعشان است. این فرض جدید نیست و در اقتصاد خرد نیز هر فردی سبدی از کالاها را انتخاب می کند که مطلوبیت او را حداکثر کند:

$$\mathrm{MAX} \quad U_i(X , \theta)$$

X یک بردار از متغیر های انتخابی است. (مثل سبد مصرفی)

X عبارتست از مجموعه انتخاب های ممکن برای **i**.

θ نیز پارامترهای خارج از کنترل فرد می باشد. (مثل درآمد، قیمت کالاهای موجود در سبد)

u تابع مطلوبیت فرد **i**ام است.

در نظریه بازی ها استراتژی هایی که در راستای منافع فرد است، بستگی به استراتژی های انتخابی بازیکنان دیگر(حریفان) دارد.

لذا می توان گفت θ همان استراتژی های انتخابی حریف و X استراتژی انتخابی بازیکن **i**ام است و U پیامد آن می باشد.

در نتیجه در نظریه بازی ها مسئله تصمیم گیری یک بازیکن بصورت زیر است:

$$MAX\ U_i(s_i, s_{-i})$$

مسئله مهم اینست که بازیکن i انتخاب های حریفان (S_{-i}) را نمی داند. در حالی که در حالت قبل θ برای فرد معلوم است.

لذا انتخاب بهترین استراتژی $s_i \in S_i$ برای بازیکن در نظریه بازی ها مستلزم تحلیل همزمان تصمیمات هر بازیکن با حریفان خود است.

در بیان تعادل نش باید گفت که اگر نظریه بازی ها در صدد ارائه جواب یکتا برای یک بازی است، باید آن جواب تعادل نش باشد.

پیدا کرن تعادل نش

برای پیدا کردن تعادل نش باید هر یک از سلول های ماتریس بازی را مورد بررسی قرار داد که تعادل نش است یا نه.

در این روش ابتدا هر یک از استراتژی های بازیکن حریف را داده شده فرض می کنیم و بهترین پاسخ را به آن استراتژی ها بدست می آوریم.

این کار را برای تمام بازیکنان تکرار می کنیم. آن ترکیب استراتژی تعادل نش خواهد بود که بهترین پاسخ متقابل بازیکنان به یکدیگر را نشان دهد.

بررسی تعادل نش در یک بازی

قبلا از تعریف دقیق و بیان آن ابتدا بهترین پاسخ را تعریف می کنیم، زیرا عمدتا تعادل نش مبتنی بر بهترین پاسخ است.

مثال: معرفی بهترین پاسخ

جدول معرفی بهترین پاسخ

بازیکن۲

		L	M	R
بازیکن ۱	**U**	۰و۱	۲و۱	۲و۰
	D	۳و۰	۱و۰	۰و۲

در بازی مذکور بهترین پاسخ بازیکن 1 عبارتست از :

$B_1(L) = \{U\}$

$B_1(M) = \{U\}$

$B_1(R) = \{D\}$

مفهوم $B(L) = \{U\}$ اینست که اگر بازیکن ۲ استراتژی L را انتخاب کند بازیکن ۱ استراتژی Uرا انتخاب می کند زیرا پیامد انتخاب U در این حالت بیشتر از D است .

به همین صورت بهترین پاسخ بازیکن۲ به صورت زیر است:

$B_2(U) = \{M, R\}$ $\qquad$ $B_2(D) = L$

بررسی تعادل نش در یک بازی

انتخاب U توسط بازیکن۱ و M توسط بازیکن۲ تعادل نش را در این بازی نشان می دهد.

این خاصیت را که انتخاب هر بازیکن در یک بازی، بهترین پاسخ به انتخاب حریف است و هیچکدام از بازیکنان انگیزه و قصد تعویض این استراتژی ها را ندارد (زیرا تغییر استراتژی منجر به کاهش پیامد او می شود) و هر بازیکن استراتژی خود را بدون هماهنگی با حریف انتخاب می کند، به تعادل نش معروف است.

تعادل نش را در بازی مذکور به صورت زیر نشان می دهند:

$$N(G) = \{(U,M)\} \;:\; U \in S_1 , M \in S_2\}$$

نشان دادن تعادل نش در بازی

بازیکن۲

بازیکن ۱

	C	M	R
T	۱و۳	۳و۲	۲و۱۰
H	۵و۴	۰و۳	۴و۶
L	۲و۲	۴و۵	۳و۱۲
B	۶و۵	۵و۴	۷و۹

پیدا کردن تعادل نش

بازیکن۲

بازیکن۱

	C	M	R
T	۱و۳	۳و۲	۲و۱۰
H	۵و۴	۵و۳	۴و۶
L	۲و۲	۴و۵	۳و۱۲
B	۶و۵	۵و۴	۷و۹

تعادل نش در بازی مذکور: $N(G)=\{(L,M)\} \;:\; L \in S_1 ,M \in S_2\}$

استراتژی های تعادلی نش هر بازیکن دارای ویژگی زیر است :

$$\begin{cases} B(M) = L \\ B(L) = M \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} B(B(L)) = L \\ B(B(M)) = M \end{cases}$$

پیدا کردن تعادل نش در یک بازی سه نفره

مثال: بازی سه نفره کاشت درخت

اگر بازیکن C استراتژی C را انتخاب کند:

بازیکن N

بازیکن E	C	D
C	۵و۵و۵	۳و۶و۳
D	۳و۳و۶	۱و۴و۴

اگر بازیکن C استراتژی D را انتخاب کند:

بازیکن N

بازیکن E	C	D
C	۶و۳و۳	۴و۴و۱
D	۴و۱و۴	۲و۲و۲

پیامد بازیکنان

$U_E(D,D,D)=2$
$U_N(D,D,D)=2$
$U_C(D,D,D)=2$
$U_E(D,D,C)=4$
$U_N(D,D,C)=4$
$U_C(D,D,C)=1$
$U_E(D,C,D)=4$
$U_N(D,C,D)=1$
$U_C(D,C,D)=4$
$U_E(D,C,C)=6$
$U_N(D,C,C)=3$
$U_C(D,C,C)=3$

$U_E(C,D,D)=1$
$U_N(C,D,D)=4$
$U_C(C,D,D)=4$
$U_E(C,D,C)=3$
$U_N(C,D,C)=6$
$U_C(C,D,C)=3$
$U_E(C,C,D)=3$
$U_N(C,C,D)=3$
$U_C(C,C,D)=6$
$U_E(C,C,C)=5$
$U_N(C,C,C)=5$
$U_C(C,C,C)=5$

$N(G)=\{(D,D,D)\}$ تنها تعادل نش این بازی است:

از طریق بهترین پاسخ نیز می توان تعادل نش را در این بازی پیدا کرد.

-بهترین پاسخ های بازیکن E:

$B_E (s_{-E}=(C, D)) = D$ $\quad$ $B_E(s_{-E}=(C,C)) = D$

$B_E (s_{-E}=(D,D)) = D$ $\quad$ $B_E (s_{-E}=(D,C)) = D$

-بهترین پاسخ های بازیکن N:

$B_N (s_{-N}=(C, D)) = D$ $\quad$ $B_N(s_{-N}=(C,C)) = D$

$B_N (s_{-N}=(D,D)) = D$ $\quad$ $B_N (s_{-N}=(D,C)) = D$

-بهترین پاسخ های بازیکن *C*:

$B_C(s_{-C}=(C, D)) = D$ $\quad$ $B_C(s_{-C}=(C,C)) = D$

$B_C(s_{-C}=(D,D)) = D$ $\quad$ $B_C(s_{-C}=(D,C)) = D$

تعریف تعادل نش در یک بازی n نفره

ترکیب استراتژی $s^* = (s_1^*, s_2^*, \ldots, s_n^*) \in S$ را تعادل نش می گویند به طوری که برای هر بازیکن داشته باشیم:

$$U_i(s_i^*, s_{-i}^*) >= U_i(s_i, s_{-i}^*) \qquad s_i \in S_i \qquad i \in N$$

به عبارت دیگر با توجه به باور صحیح بازیکن i نسبت به انتخاب حریفان، یعنی s_{-i}^* بازیکن i باید ان $s_i \in S_i$ را انتخاب کند که تابع $U_i(s_i, s_{-i}^*)$ را حداکثر کند و آن $s_i \in S_i$ که تابع مذکور را حداکثر می کند با s_i^* نشان می دهند. پس s_i^* جواب مسئله بهینه سازی زیر است:

$$\text{MAX} \ \ U_i(s_i, s_{-i}^*) \qquad i \in N$$

براساس تابع بهترین پاسخ می توان گفت که تعادل نش در یک بازی Gدر جایی حاصل می شود که داشته باشیم:

$$S_i^* \in B_i(s_{-i}^*) = \{s_i^* \in S_i : U_i(s_i^*, s_{-i}^*) > U_i(s_i, s_{-i}^*) \ \ s_i \in S_i\}$$

تعادل نش ضعیف

بازیکن۲

		F	M
بازیکن۱	F	۱۰و۱۰	۲۵و۱
	M	۱و۲۵	۳و۳

تعادل نش بازی مذکور ترکیب استراتژی (M,M) است.

$U_2(M,F) = 1 < U_2(M,M) = 3$

$U_1(F,M) = 1 < U_1(M,M) = 3$

پس در حالت کلی داریم:

$U_i(s_i^*, s_{-i}^*) > U_i(s_i, s_{-i}^*) \qquad s_i \in S_i \qquad i \in N$

که تعریف تعادل نش قوی است.

حال مثال زیر را در نظرمی گیریم:

بازیکن۲

		L	R
	T	۰ و −۱	−۱ و ۰
بازیکن۱	M	۱ و ۰	۱ و ۰
	B	−۱ و ۱	۰ و −۱

تعادل نش این بازی(M,R)است که تعادل نش ضعیف می باشد.

$U_1(T,R) = 0 \quad = \quad U_1(M,R) = 0$

$U_1(B,R) = -1 \quad < \quad U_1(M,R) = 0$

$U_1(M,L) = 1 \quad = \quad U_1(M,R) = 1$

پس در حالت کلی داریم:

$U_i(s_i^*,s_{-i}^*) > U_i(s_i ,s_{-i}^*)$ برای بعضی $s_{-i} € S_{-i}$ $i € N$

$U_i(s_i^*,s_{-i}^*) = U_i(s_i ,s_{-i}^*)$ برای بعضی $s_{-i} € S_{-i}$ $i € N$

تعریف مذکور تعریف تعادل نش ضعیف است.