CHAPTER 14

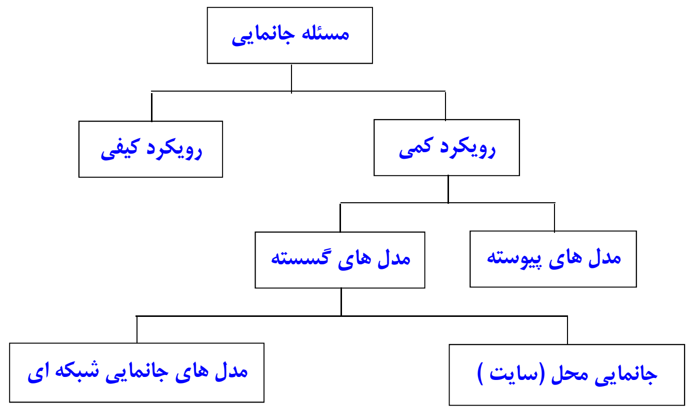
FUZZY LOCATION-ALLOCATION

Hassan Shavandi | Industrial Engineering dept. | Sharif University of Technology

مقدمه

- یک مسئله جانمایی از پاسخ به این سؤال که اشیاء مورد نظر در کجا باید قرار گیرند ناشی می شود و بلافاصله پس از این سؤال، دو سؤال دیگر نیز مطرح می شود که عبارت اند از :
  - چه مکان هایی در دسترس هستند ؟
  - مکان های مناسب بر اساس چه معیارهایی انتخاب شوند ؟
- پاسخ سوال اول فضای جانمایی را تعیین می کند.
- ماهیت فضای جانمایی نوع مسئله جانمایی را تعیین می کند

طبقه بندی مسایل جانمایی



فرضیات مختلف مسایل جانمایی

- پوشش تقاضای خدمت کل گره ها با حداقل تعداد مراکز خدمت دهی
- پوشش حداکثر تقاضای خدمت گره ها با جانمایی یک تعداد مشخص مراکز خدمت دهی
- جانمایی مراکز خدمت دهی به گونه ای که زمان پاسخ به تقاضای خدمت هر گره حداقل باشد.
- جانمایی مراکز خدمت دهی به گونه ای که در هر مرکز خدمت دهی طول صف متقاضیان خدمت بیش از یک حد مجاز نباشد .

جانمایی فازی

- در برخی از مدل های جانمایی، خصوصاً در زمینه های اجتماعی، معیارهای جانمایی و تخصیص به طور خطی و دقیق قابل تعریف نیستند بلکه در این گونه موارد معیار های کیفی و کلامی می توانند کاربرد داشته باشند.

- به عنوان مثال:
  - نزدیک بودن خدمت دهنده یا در دسترس بودن خدمت دهنده
  - چه فاصله ای را افراد جهت اخذ خدمت می بایست طی نمایند ؟
  - جاده های خوب و بد یا حمل ونقل عمومی چه قدر مهم هستند ؟
  - آیا سازگاری اجتماعی و عملکرد خدمت دهنده در منطقه مهم است ؟

- لذا با توجه به مطالب فوق مدل های تصمیم گیری کیفی فازی می توانند برای تحلیل مسایل جانمایی به کار گرفته شوند. (Fuzzy AHP)

جانمایی فازی

- در مدل های کمی نیز برآورد پارامترها و ساختار تابع هدف یا محدودیت های مدل می توانند با مفهوم و ماهیت فازی مطرح شوند.

- لذا از رویکرد برنامه ریزی ریاضی فازی می توان استفاده کرد.

یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

- در مدل های کلاسیک متغیر تصمیم جانمایی و تخصیص بصورت صفر و یک منظور می شود.
- فرض صفر و یک بودن متغیر جانمایی منطقی است زیرا باید تکلیف جانمایی تسهیل مشخص شود در نتیجه این موضوع نمی تواند بصورت فازی مطرح شود.
- اما فرض صفرویک بودن متغیر تخصیص به این معنی است که هر منطقه تقاضا حتما باید به یک تسهیل مشخص برای دریافت خدمت مراجعه کند و نمی تواند به هیچ تسهیل دیگری مراجعه کند. (فرض غیر منطقی)
- در مدل های پوششی جانمایی، یک فاصله استاندارد برای پوشش تعریف می شود و هر گره ای که فاصله آن تا تسهیل کوچکتر یا مساوی این فاصله استاندارد باشد می تواند تحت پوشش آن تسهیل قرار گیرد. (فرض غیر منطقی: در دنیای واقعی این فاصله منعطف است)

یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

- انتخاب و اولویت دهی به خدمت دهنده ها از سوی مشتریان حق طبیعی آن ها بوده و در عمل هم وجود دارد لذا اگر بتوان این مورد را در مدل لحاظ کرد آن گاه مدل به واقعیت نزدیکتر خواهد شد.
- در این بخش هدف توسعه مدلی است که این فرض را داشته باشند به طوری که متقاضیان خدمت در هر گره مجبور به مراجعه به یک خدمت دهنده مشخص نباشند بلکه از بین چندین خدمت دهنده با اولویتی که وجود دارد بتوانند انتخاب کنند.
- به منظور توسعه مدل های جانمایی با ساختار فازی ابتدا پارامترها ، متغیر ها و مجموعه های فازی مورد استفاده در مدل شرح داده می شود.

یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

□ پارامترها و متغیرهای مدل :

$\tilde{b}$: $\left(b^p, b^m, b^o\right)$: حداکثر تعداد مجاز متقاضی خدمت در خدمت دهنده که یک عدد فازی مثلثی است.

$\tilde{f}_i$: $\left(f_i^p, f_i^m, f_i^o\right)$: نرخ تقاضای خدمت گره i، که یک عدد فازی مثلثی بوده و توزیع پواسون دارد.

$\tilde{\mu}_j$: $\left(\mu_j^p, \mu_j^m, \mu_j^o\right)$: نرخ خدمت دهی خدمت دهنده j که یک عدد فازی مثلثی بوده و توزیع نمایی دارد.

λ_{ij} : درجه عضویت این که فاصله گره i از گره j، تقریباً کوچکتر یا مساوی فاصله استاندارد S است.

یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

□ پارامترها و متغیرهای مدل :

$\tilde{N}_j^s$: متوسط تعداد مشتری در خدمت دهنده j در بلند مدت ، که یک عدد فازی خواهد بود.

a_i : جمعیت گره i که یک عدد قطعی کلاسیک است.

P : تعداد خدمت دهنده های مسئله که یک عدد قطعی کلاسیک است.

$\tilde{T}_j^s$: میانگین زمان انتظار یک مشتری در خدمت دهنده j در بلند مدت که یک عدد فازی فرض می شود.

$\tilde{t}$: $\left(t^p, t^m, t^o\right)$: حداکثر مدت زمان مجاز برای انتظار یک مشتری در خدمت دهنده j جهت خدمت گرفتن که یک عدد فازی مثلثی فرض می شود.

α : ضریب عدم صحت یا درستی نامعادله فازی کیفیت خدمت دهی که یک عدد بین صفر و یک خواهد بود.

یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

- **پارامترها و متغیرهای مدل :**

متغیرهای مدل نیز به شرح ذیل خواهد بود :

X_{ij}: یک متغیر پیوسته که مقدار حقیقی در بازه $[0,1]$ اختیار می کند. این متغیر ، متغیر تخصیص گره i به خدمت دهنده j است و مقدار آن درجه عضویت تحت پوشش قرار گرفتن گره i توسط خدمت دهنده j را نشان می دهد.

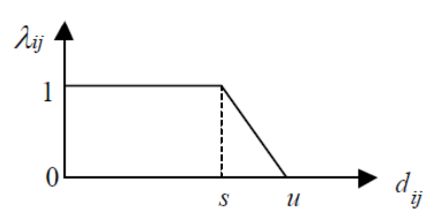
Y_j : یک متغیر صفر و یک ، که اگر مقدار ۱ بگیرد بیانگر جانمایی یک خدمت دهنده در گره j است. این متغیر به نام متغیر جانمایی عنوان می شود.

یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

- **مجموعه های فازی :**

$\tilde{N}_j$: مجموعه فازی گره هایی است که فاصله آن ها از گره j در حول و حوش فاصله استاندارد است. تابع عضویت آن به شرح رابطه ذیل بر اساس شکل (۲-۱۱) تعریف می شود.

$$\lambda_{ij} = \begin{cases} 0 & d_{ij} > u \\ \dfrac{u - d_{ij}}{u - s} & s \le d_{ij} < u \\ 1 & d_{ij} \le s \end{cases}$$



یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

- **مجموعه های فازی :**

$\tilde{N}_j^c$: مجموعه فازی گره هایی است که تحت پوشش تقریبی خدمت دهنده j قرار می گیرند و به شرح ذیل تعریف می شود :

$$\tilde{N}_j^c = \{(1, X_{1j}), (2, X_{2j}), \ldots, (i, X_{ij}), \ldots, (n, X_{nj})\}$$

$\tilde{P}_j^c$: مجموعه فازی جمعیت هایی که تحت پوشش تقریبی خدمت دهنده قرار می گیرند و به شرح ذیل تعریف می شود :

$$\tilde{P}_j^c = \{(a_1, X_{1j}), (a_2, X_{2j}), \ldots, (a_i, X_{ij}), \ldots, (a_n, X_{nj})\}$$

یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

- **محدودیت کیفیت خدمت دهی:**

محدودیت کیفیت خدمت دهی خدمت دهنده ها می تواند به صورت یکی از دو حالت ذیل تعریف شود .

$\tilde{N}_j^s \le \tilde{b}$ یا $\tilde{T}_j^s \le \tilde{t}$

$$T\left(\tilde{N}_j^s \le \tilde{b}\right) \ge \alpha$$
$$T\left(\tilde{T}_j^s \le \tilde{t}\right) \ge \alpha$$

یعنی صحت یا درستی این مطلب که تعداد تقریبی مشتریان موجود در سیستم کوچکتر یا مساوی تعداد تقریبی افراد مجاز در سیستم باشد، حداقل، α است .

یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

- **تابع هدف :**

تابع هدف به دنبال حداکثر کردن جمعیت های تحت پوشش خدمت دهنده ها (به طور تقریبی) در حول و حوش فاصله استاندارد است .
با تعریف دو مجموعه فازی $\tilde{N}_j$ ، $\tilde{N}_j^c$ می توان یک مجموعه ترکیبی به دست آورد به گونه ای کـه مجموعه گره هایی که در حول و حوش فاصله استاندارد تحت پوشش تقریبـی خـدمت دهنـده j قرار میگیرند مشـخص شـود . ایـن مجموعـه را $\tilde{N}_j^{sc}$ مـی نـامیم ، $\tilde{N}_j^{sc}$ در واقـع از اشـتراک دو مجموعه $\tilde{N}_j$ ، $\tilde{N}_j^c$ به دست می آید . زیرا هم باید گره در حول و حوش فاصله اسـتاندارد باشـد و هم تحت پوشش تقریبی خدمت دهنده قرار گیرد . در نتیجه خواهیم داشت .

$$\tilde{N}_j^{sc} = \tilde{N}_j \cap \tilde{N}_j^c$$

یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

- **تابع هدف :**

فرض کنید δ_{ij} را درجه عضویت گره i به خدمت دهنـده j در مجموعـه فـازی $\tilde{N}_j^{sc}$ در نظـر بگیریم آن گاه خواهیم داشت .

$$\delta_{ij} = \min(X_{ij}, \lambda_{ij})$$

لذا اگر محدودیتی به شرح $X_{ij} \le \lambda_{ij}$ به مدل اضافه کنیم آن گاه همیشه $\delta_{ij} = X_{ij}$ خواهـد بود . لذا با افزودن محدودیت جدید $X_{ij} \le \lambda_{ij}$ به مدل دیگر نیـازی بـه تعریـف مجموعـه فـازی جدید $\tilde{N}_j^{sc}$ و درجه عضویت δ_{ij} نخواهد بود و مجموعه فازی $\tilde{N}_j^c$ در واقع همـان $\tilde{N}_j^{sc}$ خواهـد بود پس داریم.

$$\tilde{N}_j^c = \{(1, X_{1j}), (2, X_{2j}), \ldots, (n, X_{nj})\}$$

یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

- **تابع هدف :**

به طوریکه همیشه $X_{ij} \leq \lambda_{ij}$ است پس هرگره ایی که با درجه عضویت X_{ij} تحت پوشش تقریبی خدمت دهنده قرار می گیرد با درجه عضویت λ_{ij} نیز در حول و حوش فاصله استاندارد است. در نتیجه مجموعه فازی $\widetilde{P}_j^c$ که مجموعه فازی جمعیت های تحت پوشش خدمت دهنده است نیز با افزودن محدودیت جدید مفهوم دیگری پیدا می کند در مجموعه فازی $\widetilde{P}_j^c$ ، وقتی جمعیت a_i با درجه عضویت X_{ij} تحت پوشش تقریبی خدمت دهنده قرار می گیرند بدین معنی است که جمعیت a_i در حول و حوش فاصله استاندارد نیز هست. در نتیجه برای حداکثر کردن جمعیت های تحت پوشش تقریبی خدمت دهنده ها درحول و حوش فاصله استاندارد می توان تابع هدف را به شرح ذیل تعریف کرد :

$$\max Z = \sum_i \sum_j a_i X_{ij}$$

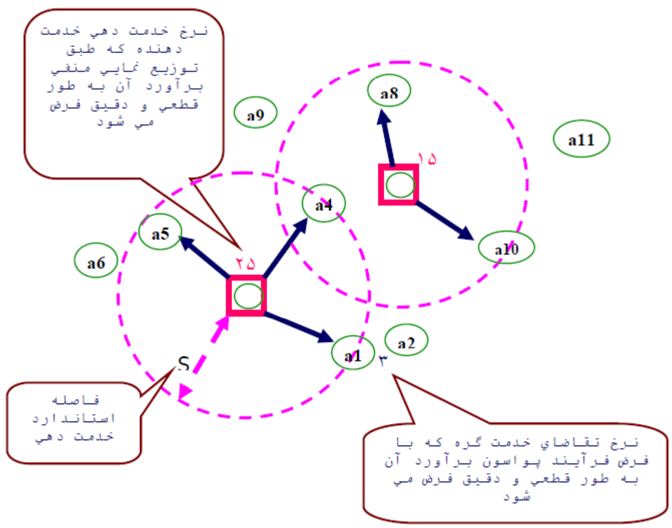
یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری

- **مدل برنامه ریزی ریاضی :**

$$\max\ Z = \sum_i \sum_j a_i X_{ij}$$

$$\begin{aligned}
s.t.\quad & \\
& X_{ij} \leq Y_j && \forall i, j \\
& X_{ij} \leq \lambda_{ij} && \forall i, j \\
& \sum_{j=1}^{n} Y_j = P && \\
& T(\widetilde{N}_j^s \leq \widetilde{b}) \geq \alpha && \forall j \\
\text{or} & \\
& T(\widetilde{T}_j^s \leq \widetilde{t}) \geq \alpha && \forall j \\
& X_{ij} \geq 0 \quad , \quad Y_j \in \{0,1\} && \forall i, j
\end{aligned}$$

یک مدل جانمایی قطعی با فرض خدمت اضطراری



یک مدل جانمایی فازی با فرض خدمت اضطراری