* فصل اول

تعاریف

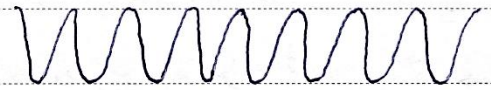
فرکانس: تعداد رفت و برگشت یک موج در یک ثانیه را فرکانس (بسامد،) گویند و واحد آن هرتز است. مثلاً برق شهری ۵۰ هرتز است که در هر ثانیه ۵۰ بار خاموش و روشن می‌شود.

علائم فرکانس: f ، ν

نکته: فرکانس نور، رنگ نور را مشخص می‌کند.

f_1:

صدای بم (آقایان) ←

f_2: 

صدای زیر (خانم‌ها) ←

$$f_1 < f_2$$

فرکانس تابع محیط نیست، بلکه از مشخصه‌های منبع تولید آن است.

انرژی امواج با فرکانس متناسب است. $E \propto f$

امواج رادیویی ـ مادون قرمز ـ نور مرئی ـ اشعه UV ـ اشعه X ـ امواج گاما ـ امواج

← افزایش فرکانس

→ کاهش فرکانس

طول موج (λ)

مسافتی که یک موج در یک دوره زمانی طی می‌کند.

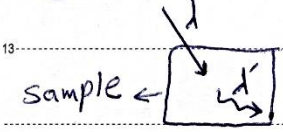
دوره زمانی

مدت زمان انجام یک نوسان کامل، یک دوره یا یک پریود گویند. $T = \frac{1}{f}$

همچنین به فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی هم فاز متوالی نیز طول موج گویند. $x = v.t$

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

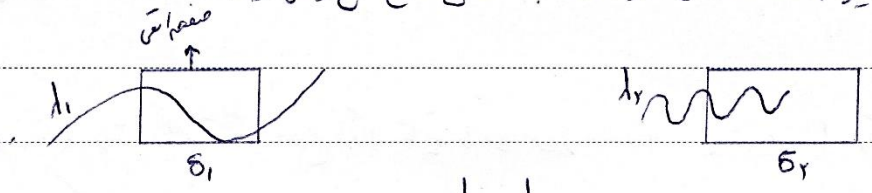
نکته: طول موج از محیطی به محیط دیگر تغییر می‌کند و از این خاصیت در آنالیز و شناسایی مواد استفاده می‌شود. بدین صورت که طول موج λ به نمونه (sample) تابانده می‌شود که درون نمونه به λ' تبدیل می‌شود. حال با رجوع به یک اطلاعاتی مواد نمونه مجهول مشخص می‌شود.



هرچه طول موج بیشتر باشد برد درون مانع بیشتر است، لذا کمیتی به نام عمق پوسته تعریف می‌کنند.

$\delta \propto \lambda^{\frac{1}{2}}$

بنابراین در امواج رادیویی که در گیری با صفحات آهنی کمتر است به اصطلاح موج مانع را نمی بیند



$\lambda_2 < \lambda_1$

دامنه موج (amplitude)

نهایت فاصله‌ی نوسان گر از مرکز نوسان را دامنه موج گویند.

نکته: شدت با دامنه متناسب است. $I \propto A^{n \to \text{توان مثبت}}$ (I: شدت)

Ex. معادله‌ی انرژی در مقیاس بیشتر برای امواج زلزله به فرم زیر است. چه نتیجه ای می گیریم.

$E = k \text{Log} \frac{A}{T} + k'$

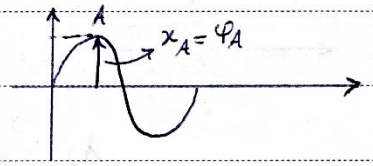
k و k' ثابت بوده و تابع جنس پوسته زمین می باشند.

if $\begin{cases} A\uparrow \to E\uparrow \\ T\downarrow \to E\uparrow \end{cases}$

فاز (حالت φ)

به فاصله‌ی هر نقطه از مرکز نوسان در یک لحظه‌ی خاص فاز آن نقطه گویند و مجموع نقاط فاز موج را مشخص می کند و آن هم شکل موج را نشان می دهد.

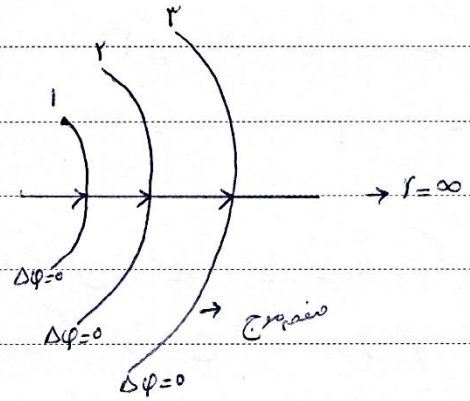
(فاز کمان مثلثاتی است)



صفحه‌ی موج

مکان هندسی نقاطی است که هم فاز می باشند مانند قله ها و دره ها و به مجموع این صفحات، صفحات موج می گویند.

(جبهه‌ی موج)



Ex معادله‌ی موج زیر را در نظر بگیرید. سرعت این موج را بیابید؟

$$y(x,t) = -1\mathfrak{f}\sin(\mathfrak{r}x - 1\mathfrak{o}\pi t + \frac{\pi}{\mathfrak{r}})$$

$$\varphi = \mathfrak{r}x - 1\mathfrak{o}\pi t + \frac{\mu}{\varphi} \Rightarrow d\varphi = \mathfrak{r}dx - 1\mathfrak{o}\pi dt + \mathfrak{o}$$

سرعت یک صفحه را محاسبه می‌کنیم:

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \mathfrak{r}dx = 1\mathfrak{o}\pi dt \Rightarrow \frac{dx}{dt} = v = \frac{1\mathfrak{o}\pi}{\mathfrak{r}} = \mathfrak{o}\pi \ m/s$$

غایش امواج در فضای مختلط

یکی‌ی آثار امواج اعم از حرارتی، کند شدن، سرعت، تضعیف انرژی و... در فضای مختلط نشان داده می‌شود.

به عنوان مثال ضریب شکست شیشه در حالت کلی به صورت زیر است:

$$n = \eta + i\chi$$

η: ضریب هندسی

χ: کند شدن سرعت موج یا تضعیف انرژی

$$z = x + iy = re^{i\theta} = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$x+iy$: دکارتی — $re^{i\theta}$: قطبی — $r(\cos\theta + i\sin\theta)$: مثلثاتی

$$r = (x^{\mathfrak{r}} + y^{\mathfrak{r}})^{\frac{1}{\mathfrak{r}}}$$

$$\theta = \tan^{-1}(\frac{y}{x})$$

غایش موج تخت در فضای مختلط

به کلیه‌ی امواجی که در صفحه منتشر شده و جبهه موجشان بصورت تخت باشد موج تخت گویند مانند انتشار امواج صوتی در صفحه و یا امواج ایجاد شده روی سطح آب و...

غایش این امواج بصورت زیر است:

$$y(x,t) = Ae^{i(kx - \omega t + \varphi_\circ)} \qquad \text{where } k = \frac{\mathfrak{r}\pi}{\lambda}$$

غایش امواج کروی در فضای مختلط

کلیه‌ی امواجی که در فضا منتشر می‌شوند بصورت موج کروی در نظر می‌گیرند، مانند امواج رادیویی، خاوری و...

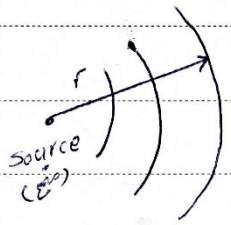
غایش این امواج بصورت زیر است:

$$\Psi(x,y,z,t) = \frac{A}{|r|}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_\circ)}$$

بردار مکان $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$|\vec{r}| = (x^{\mathfrak{r}} + y^{\mathfrak{r}} + z^{\mathfrak{r}})^{\frac{1}{\mathfrak{r}}}$$

نکته: دامنه‌ی امواج کروی برخلاف امواج تخت ثابت نبوده و با افزایش فاصله از منبع کاهش می‌یابد، که به طبع آن از شدت نیز کاسته می‌شود.



تغییرات فاز و دامنه

کلی‌ی تغییرات فاز بصورت تغییرات شکل موج می‌باشد که به‌صورت تأخیر یا تقدم فازی نشان داده می‌شود (دیرتر زودتر یا زودتر دیرتر) به عبارت دیگر تأخیر یا تقدم فاز بصورت مکانی یا زمانی است.

Ex. معادله‌ی یک موج تخت در i ضرب شده‌است. معادله موج جدید را بدست آورده و تغییرات فاز یا دامنه را بیابید.

$$y = Ae^{i(kx-\omega t+\varphi_0)}$$

$$y_{\text{جدید}} = i\,y_{\text{قدیم}} = e^{i\frac{\pi}{2}}\,y_{\text{قدیم}} \longrightarrow y_{\text{جدید}} = Ae^{i(kx-\omega t+\frac{\pi}{2})} \Rightarrow \begin{matrix}\Delta A = 0 \\ \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}\end{matrix}$$

$$i = 0 + (1)i = re^{i\theta}$$

$$\begin{cases} r = (x^2+y^2)^{\frac{1}{2}} = 1 \\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{0}\right) = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow i = e^{i\frac{\pi}{2}} = \cos 90 + i\sin 90$$

Ex. معادله‌ی یک موج تخت در i^i ضرب شده‌است. معادله موج جدید را بدست آورید و تغییرات فاز و دامنه و همچنین تغییرات شدت را بدست آورید.

$$y_{\text{جدید}} = i^i\,y_{\text{قدیم}} = i^i\,(Ae^{i(kx-\omega t+\varphi_0)})$$

$$z = e^{z\ln z}, \quad c = e^{z\ln c}, \quad z = e^{c\ln z}$$

$$x = e^{\ln x}$$

$$\Rightarrow e^{i'\ln i} \Rightarrow e^{i\ln i} \xrightarrow{\text{قطبی}} e^{i\ln e^{i\frac{\pi}{2}}} = e^{-\frac{\pi}{2}\ln e^{i}}$$

$$i^i = e^{-\frac{\pi}{2}} \Rightarrow y = \frac{A}{e^{\frac{\pi}{2}}}\,e^{i(kx-\omega t+\varphi_0)} \qquad \Delta\varphi = 0$$

$$A_{\text{جدید}} < A_{\text{قدیم}} \qquad I_{\text{جدید}} < I_{\text{قدیم}}$$

Ex. معادله‌ی یک موج گردی در $(1+i)^{(1+i)}$ ضرب شده است. تغییرات فاز و شدت را بدست آورید.

$$(1+i)^{i+1}$$

$$e^{\ln(1+i)^{(1+i)}} = e^{(1+i)\ln(1+i)} \Rightarrow 1+i = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}} \Rightarrow$$

$$r = (1^2+1^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \rightarrow \qquad \tan\theta = \frac{1}{1} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{(1+i)(\ln\sqrt{2} + i\frac{\pi}{4}\ln e)} = e^{(\ln\sqrt{2} + i\frac{\pi}{4} + i\ln\sqrt{2} - \frac{\pi}{4})} = e^{(\ln\sqrt{2} - \frac{\pi}{4}) + i(\frac{\pi}{4} + \ln\sqrt{2})} =$$

$$\Rightarrow e^{(\ln\sqrt{2} - \frac{\pi}{4})} \cdot e^{i(\frac{\pi}{4} + \ln\sqrt{2})} = \frac{e^{\ln\sqrt{2}}}{e^{\frac{\pi}{4}}} \cdot e^{i(\frac{\pi}{4} + \ln\sqrt{2})}$$

تغییرات دامنه — تغییرات فاز

$$\frac{A \text{ جدید}}{A \text{ قدیم}} = \frac{\sqrt{2}}{e^{\frac{\pi}{4}}} \qquad \Delta\varphi = \frac{\pi}{4} + \ln\sqrt{2}$$

معادله‌ی اصلی موج

هر موجی تابع مکان و زمان می‌باشد. داریم:

$$y = F(x \pm vt) \qquad x' = x \pm vt$$

$$y = F(x'): \quad \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial x'} \cdot 1$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial x'^2} \quad (*)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial F}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial t} = \pm v \frac{\partial F}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x'^2} \quad (**)$$

$$(*) + (**) \rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

سرعت انتشار

برای امواج در ۳ بعد داریم:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \Rightarrow \nabla^2 \Psi = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

یادآوری :

توابع

برداری ↓ $F = 2xy\,\vec{i} + \frac{y^2}{e^{zi}}\,\vec{j}$

عددی ↓ $F = x^2 y + Ln\,\frac{1}{xy} + 2$

$\left(\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$

$\nabla^2 F \rightarrow$ لاپلاس $\qquad \nabla F \rightarrow$ گرادیان $\qquad \nabla . F \rightarrow$ دیورژانس

(شرایط را بررسی می‌کند.) $\qquad \nabla \times F \rightarrow$ کرل

Ex. کدام یک از معادلات زیر نمایشگر موج بوده، در صورت موج بودن سرعت آن را بیابید.

1) $y(x,t) = (c - Ax + Bt)^2$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = 2(-A)(c - Ax + Bt)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -2A.(-A) = 2A^2$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 2(B).(c - Ax + Bt) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 2B^2$$

$$2A^2 = \frac{1}{v^2}\,2B^2 \rightarrow v^2 = \frac{B^2}{A^2} \Rightarrow v = \pm\frac{B}{A}\ m/s$$

نکته: تمامی توابع را می‌توان به صورت سری‌های مجموع از توابع دوره‌ای مثلثاتی نوشت بشرطی که بازه مناسب برای متغیر انتخاب بشود. این موارد مربوط به بسط فوریه در ریاضیات مهندسی می‌باشد.

به عنوان مثال: $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} An \sin\frac{n\pi}{L}\,x$

2) $y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = Ak\cos(kx - \omega t) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -Ak^2\sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -Aw\cos(kx-wt) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = Aw^2\sin(kx-wt)$$

$$-Ak^2\sin(kx-wt) = \frac{1}{v^2}\cdot Aw^2\sin(kx-wt) \Rightarrow v^2 = \frac{w^2}{k^2} \Rightarrow v = \pm\frac{w}{k}\ m/s$$

۳) $y(z,t) = e^{i(kz-wt)}$

$$\frac{\partial y}{\partial z} = ki\,e^{i(kz-wt)} \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = k^2 i^2 e^{i(kz-wt)} \qquad i=\sqrt{-1}$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -wi\,e^{i(kz-wt)} \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = w^2 i^2 e^{i(kz-wt)}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Rightarrow -k^2 = \frac{1}{v^2}(-w^2) \Rightarrow v^2 = \frac{w^2}{k^2} \Rightarrow v = \pm\frac{w}{k}$$

۴) $z(y,x,t) = \sqrt{2}\,e^{4y+5x^2-5t}$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 4\sqrt{2}\,e^{4y+5x^2-5t} \rightarrow \frac{\partial z^2}{\partial y^2} = 16\sqrt{2}\,e^{4y+5x^2-5t}$$

e توان $\leftarrow A$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 10x\sqrt{2}\,e^{4y+5x^2-5t} \rightarrow \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 10\sqrt{2}\,e^A + (100x)(\sqrt{2}\,e^A)(10x)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 4\sqrt{2}\,e^A \rightarrow \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 16\sqrt{2}\,e^A$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -16\sqrt{2}\,e^A \rightarrow \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 25\sqrt{2}\,e^A$$

موج نیست ←

$$\frac{\partial z^2}{\partial x^2} + \frac{\partial z^2}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2}\cdot\frac{\partial z^2}{\partial t^2} \Rightarrow 10\sqrt{2} + 100x^2 + 16\sqrt{2} = \frac{1}{v^2}(25\sqrt{2})$$

فرم کلی k و ضریب شکست n

k: عدد موج ← به تعداد طول موج ها در کل مسیر عدد موج گویند (ثابت انتشار)

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$k^2 = \omega^2\mu^2\varepsilon - i\omega\mu\sigma$ ← فقط امواج الکترومغناطیسی

ω = سرعت زاویه‌ای $= 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ فرکانس

μ → پرمیابلیتی → تراوایی مغناطیسی مواد

σ → قابلیت هدایت الکتریکی (رسانایی) = $\frac{1}{\rho}$ ← مقاومت الکتریکی

ε → ثابت گذردهی الکتریکی مواد

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$ ← ثابت تراوایی مغناطیسی در خلاء

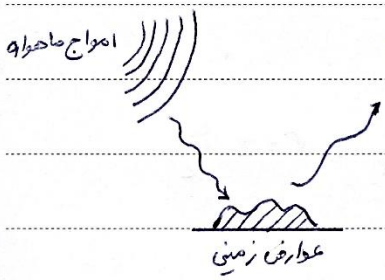
$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$ ← ثابت گذردهی الکتریکی در خلاء

$\mu = \mu_r . \mu_0$ $\quad \mu_r \Rightarrow$ ثابت تراوایی نسبی (ضریب)

$\varepsilon = \varepsilon_r . \varepsilon_0$ $\quad \varepsilon_r \Rightarrow$ ضریب گذردهی الکتریکی نسبی

$\varepsilon_r = \varepsilon' - i\varepsilon''$ ← ثابت دی الکتریک مختلط

← ماده‌های ابررسانا CNT ها هستند (لوله‌های نانوکربنی)



نکته: در دور سنجش (RS) برای اغلب مواد داریم $\mu_r \cong 1$

در حالت کلی در RS داریم:

$$k^2 = \omega^2 \mu_r' \mu_0 . \varepsilon_r . \varepsilon_0 - i\omega \mu_r' \mu_0 \sigma \Rightarrow \omega^2 \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0 - i\omega \mu_0 \sigma \Rightarrow \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - \frac{i\sigma}{\omega \varepsilon_0}\right)$$

در خلاء داریم: $\sigma = 0 \quad \varepsilon_r = 1$

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \quad (c$$ سرعت نور)

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow k = \frac{\omega}{c}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 2.98 \times 10^8 \cong 3 \times 10^8 \ m/s$$

v سرعت غیر نور $= \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

$v = \frac{c}{n}$

$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow \frac{\omega}{\frac{c}{n}} = \frac{n\omega}{c}$ $\quad n = \sqrt{\varepsilon_r}$

$n = \eta + i\chi$ (η ← ضریب شکست، χ ← ضریب خاموشی)

نکته: ضریب شکست جزء ثابت دی الکتریک مختلط است.

ضخامت پوسته (Skin Tickness)

به ضخامت یا قطری از ماده اطلاق می‌شود که در آن دامنه‌ی میدان الکتریکی موجود و ورودی به $\frac{1}{e}$ مقدار اولیه‌ی آن تقلیل پیدا می‌کند. به عبارت دیگر انرژی به $\frac{1}{e}$ کاهش یابد)

نکته ۱: هرچه ماده رسانا تر باشد عمق پوسته کم تر است.

نکته ۲: اگر عمق پوستش برای مادهای کم باشد (در حدمیلی متر و سانتی متر) آن ماده کدر بوده و بازتابنده خوبی می باشد.

نکته ۲: عمق پوستش تابع فرکانس موج ورودی می باشد.

Ex. موجی با معادله‌ی میدان الکتریکی زیر به سمت راست (رجال انتشار است) محیط ممتد بوده و ضریب شکست محیط (n) و بسامد موج (f) است. ضریب تضعیف و ضخامت پوستش را بیابید.

$E_y = \vec{E_0} e^{-i(kx-\omega t)}$ ← (معادله میدان الکتریکی یک موج EM)

$\vec{E_0}$ ↓ دامنه موج

$n = \eta + i\chi$

η ← قسمت حقیقی مربوط به اپتیک هندسی

χ یا k ← قسمت موهومی مربوط به تضعیف انرژی یا کند شدن سرعت

$k = \frac{n\omega}{c} \rightarrow k = \frac{\omega}{c}\eta + i\frac{\omega}{c}\chi$

$\vec{E_y} = \vec{E_0} \cdot e^{-i((\frac{\omega}{c}\eta + i\frac{\omega}{c}\chi)x - \omega t)} \Rightarrow E_y = \vec{E_0}\, e^{-i\frac{\omega}{c}\eta x + \frac{\omega}{c}\chi x + i\omega t} \Rightarrow$

$\Rightarrow (\vec{E_0} e^{\frac{\omega}{c}\chi x}) \cdot e^{-i(\frac{\omega}{c}\eta x - \omega t)}$

$\rightarrow A \leftarrow$ دامنه

عبارت قبل از عدد مختلط دامنه است.

مثال کاربردی ← $I = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$ (ضریب تضعیف یا جذب)

(I_0: کاهش اولیه، I: کاهش نهایی)

ضریب تضعیف یا جذب $\alpha = \frac{\omega}{c}\chi = \frac{2\pi f}{c}\chi$

محاسبه‌ی ضخامت پوستش:

$E_0 \rightarrow E_0 e^{\frac{\omega}{c}\chi x}$

$E_0 \rightarrow \frac{1}{e}E_0 \rightarrow e^{-1}E_0 \rightarrow x = ?$ (مرتبه ۳)

$\frac{\omega}{c}\chi x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{\frac{\omega}{c}\chi} = \frac{-c}{\omega\chi} = \frac{-c}{2\pi f\chi}$

نکته: اگر محیط هادی نسبتاً خوبی باشد (بازتابنده خوبی) ضخامت پوستش همان مقداری است که برای یک فلز در نظر می‌گیرند:

$d = \delta = \frac{1}{\sqrt{\omega\mu_0\sigma}}$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A}$

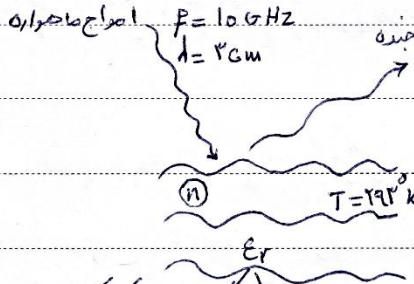
$\omega = 2\pi f$

σ = رسانایی

$d = \frac{1}{\sqrt{2\pi f\mu_0\sigma}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2\pi c}{\lambda}\mu_0\sigma}} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2\pi c\mu_0\sigma}}$

نکته: هادی خوب = کدر ، بازتابنده خوب

Ex. ثابت دی الکتریک (عایق یا فی الکتریک) آب دریا برای بسامد 10GHz و $\lambda = 3cm$ و دمای $25^\circ C$ تقریباً برابر است با $\varepsilon_r = 52 - 27i$ ؛ ضخامت پوسته را بیابید و نتیجه را تحلیل کنید.



$d = \chi \rightarrow n \rightarrow \varepsilon$

$n = \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{52 - 27i}$

$\sqrt{z} = \sqrt{re^{i\theta}} = \sqrt{r} \cdot e^{i\frac{\theta}{2}}$

$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$ ثابت دی الکتریک مختلط ، $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ ، $z = 52 - 27i \rightarrow r = (52^2 + 27^2)^{\frac{1}{2}}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-27}{52}\right)$

$re^{i\theta} \rightarrow \sqrt{z} \Rightarrow \sqrt{z} = \sqrt{r}\, e^{i\frac{\theta}{2}} \xrightarrow{\text{اویلر}} r(\cos\frac{\theta}{2} + \sin\frac{\theta}{2}) \rightarrow \begin{cases} x = r\cos\frac{\theta}{2} \rightarrow \eta \\ y = r\sin\frac{\theta}{2} \rightarrow \chi \end{cases}$

$n = 7,1 - 3,44i$ ، $\chi = -3,44$ ، $d = \frac{-c}{\omega\chi} = \frac{-3\times10^8}{2\pi \times 10\times10^9\times(-3,44)} = 1,33\,mm$

d کم است ، پس این آب کدری باشد. (هادی خوب یا بازتابنده‌ی خوبی است)

تداخل امواج

هرگاه ۲ یا چند موج در یک محیط به یکدیگر برسند و بر روی یکدیگر اثر بگذارند به آن تداخل امواج می‌گویند این اثر می‌تواند به صورت تقویت و تضعیف و یا رازیت (نویز یا نوفه) باشد.

برای جلوگیری از تداخل امواج ۲ راه وجود دارد:

۱. تغییر باند فرکانس در این روش برای فرار از تداخل، فرکانس موج را تغییر می دهند. به عنوان مثال در امواج GPS فرکانس مورد انتخاب توسط فرستنده (ماهواره) (در محدوده جانی) انتخاب می‌شود که با امواج دیگر تداخل نداشته باشد.

۲. کدگذاری امواج در این روش کدهای دیجیتال مخصوص بر روی موج مدوله (سوار) می‌شوند مانند کدهای C/A ، p ، w ، y در امواج GPS.

تداخل امواج به ۲ گونه‌ی زیر تقسیم می‌شوند: - تداخل امواج هم فرکانس - تداخل امواج غیر هم فرکانس

۱. تداخل امواج هم‌فرکانس

در این حالت داریم: $P_1 = P_2$

$$y_1 = A_1 \sin(\omega t + \theta_1)$$
$$y_2 = A_2 \sin(\omega t + \theta_2)$$
$$y_t = A_t \sin(\omega t + \theta_t)$$

$$A_t^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\theta)$$
$$\tan\theta_t = \frac{A_1\sin\theta_1 + A_2\sin\theta_2}{A_1\cos\theta_1 + A_2\cos\theta_2}$$

Ex. نقطه‌ی M از ترکیب دو موج با معادلات زیر تشکیل شده است. معادله‌ی ارتعاشی نقطه‌ی M را بدست آورید.

$$y_1 = 4\sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$$
$$y_2 = 4\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{3\pi}{4})$$
$$y_t = y_1 + y_2$$

$$A_t^2 = 4^2 + (4\sqrt{2})^2 + 2(4)(4\sqrt{2})\cos 90^\circ$$
$$A_t^2 = 64 \quad \leftarrow \text{تقویت شده است}$$
$$\tan\theta = \frac{32}{0} = \infty \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$
$$y_t = 8\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

نکته: اگر تعداد n موج در یک محیط به یکدیگر برسند (امواج هم‌فرکانس) داریم:

$$A_t^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\theta_1 - \theta_2)$$

↳ ضرب دو جمله‌ای بدیل زوج بودن ندارد.

$$A_t^2 = \sum_{i=1}^{N} A_i^2 + 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j>i}^{N} A_iA_j\cos(\theta_i - \theta_j)$$

$$\tan\theta_t = \frac{\sum_{i=1}^{N} A_i\sin\theta_i}{\sum_{i=1}^{N} A_i\cos\theta_i}$$

Ex. سه موج هم‌امتداد به معادلات زیر در یک محیط کشسان با هم تداخل می‌کنند. معادله‌ی موج برآیند کدام است؟

۱) $y = 2\sin\omega t$ ✓۲) $y = 2\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ ۳) $y = 2\sin(\omega t + \frac{\pi}{3})$

۴) $y = 2\sin(\omega t - \pi)$

$$y_1 = 2\sin\omega t \qquad y_3 = 2\sin(\omega t + \pi)$$
$$y_2 = 2\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$A_t^2 = 2^2+2^2+2^2 + 2(2)(2)\cos\left(\frac{\pi}{2}-0\right) + 2(2)(2)\cos(\pi-0) + 2(2)(2)\cos\left(\pi-\frac{\pi}{2}\right) =$$

$$A_t = 2$$

$$\tan\theta_t = \frac{2\sin(0)+2\sin(\frac{\pi}{2})+2\sin(\pi)}{2\cos(0)+2\cos(\frac{\pi}{2})+2\cos(\pi)} = \frac{2}{0} = \infty \rightarrow \theta_t = \frac{\pi}{2}$$

E.X. دو موج با معادلات زیر به یکدیگر می رسند، برآیند را بدست آورید

$$y_1 = a_1 Re\left(e^{i(\omega t+\theta_1)}\right) \qquad y_2 = a_1 Re\left(e^{i(\omega t+\theta_2)}\right) \qquad \omega_1 = \omega_2 \text{ هم فرکانس}$$

$$y_1 = a_1\cos(\omega t+\theta_1) = a_1\sin(\omega t+\underbrace{\theta_1+\frac{\pi}{2}}_{\theta_1'})$$

$$y_2 = a_1\cos(\omega t+\theta_2) = a_1\sin(\omega t+\underbrace{\theta_2+\frac{\pi}{2}}_{\theta_2'})$$

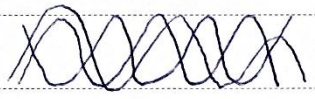
$$A_t^2 = 2a_1^2 + 2a_1^2(\cos\Delta\theta) \Rightarrow 2a_1^2(1+\cos\Delta\theta) = 4a_1^2\cos^2\frac{\Delta\theta}{2} = 2a_1\cos\frac{\Delta\theta}{2}$$

($1+\cos\Delta\theta = 2\cos^2\frac{\Delta\theta}{2}$)

چشمه‌های ناتوره‌ای و همدوس

۱. چشمه های ناتوره‌ای

به چشمه هایی اطلاق می شود که تولید امواج با فازهای برابر ندارد مانند چشمه های مولد نور معمولی. این امواج چون از اتم های ناهمسته و متفاوت گسیل می شوند، لذا برد کمی دارند.



ناتوره‌ای یا نا هم فاز یا ناهمدوس $\qquad \phi_1 \neq \phi_2 \neq \phi_3 =$

لذا داریم:

برای سهولت محاسبات دامنه‌ها را برابر در نظر می گیرند.

$$A_t^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\theta$$

$$A_t^2 = \sum_{i=1}^{N} A_i^2 + 2\sum_{i}^{N}\sum_{j\neq i} A_iA_j\cos(\theta_i-\theta_j) \Rightarrow A_t^2 = NA_1^2 \rightarrow A_t = \sqrt{N}A_1$$

فرض: $A_1 = A_2 = A_3 = \dots$

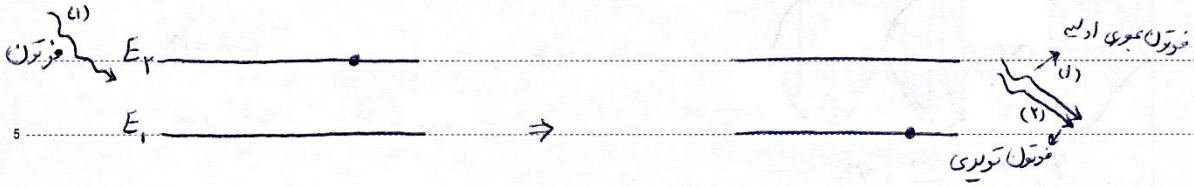
$$\theta_i \neq \theta_j \Rightarrow \quad -1 \leq \cos\theta < +1 \Rightarrow \sum_{i=1}^{N}\cos(\theta_i-\theta_j) \simeq 0$$

$\Rightarrow$

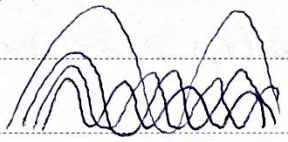
۲. چشمه های هم دوس

به چشمه هایی اطلاق می‌شود که تولید امواج با فازهای برابر دارد مانند لیزر. اساس تولید لیزر پدیده‌ی نشر القایی می باشد.

یادآوری: نشر القایی: هرگاه فوتونی از کنار اتم تحریک شده‌ای عبور کند اتم را به حالت پایه برگردانده و در اثر این عمل فوتونی ایجاد می‌شود که با فوتون اولیه هم فرکانس، هم انرژی، هم قطبش و هم فازی باشد به این پدیده نشر القایی گویند



$$A_t^2 = \sum_{i=1}^{N} A_i^2 + 2\sum_{i}^{N}\sum_{j>i} A_i A_j \cos(\theta_i - \theta_j)$$



فرض $\Rightarrow A_1 = A_2 = A_3 = \dots$

$$\theta_i = \theta_j \Rightarrow \cos(\theta_i - \theta_j) = 1$$

$$A_t^2 = \left(\sum_{i=1}^{N} A_i\right)^2 \longrightarrow A_t = N^2 A_1^2 \Rightarrow A_t = N A_1$$

تداخل

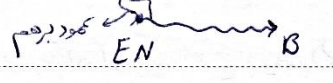
۲.۱ امواج غیر هم فرکانس

در این حالت فرکانس ها با یکدیگر برابر نبوده ولی نزدیک به هم می باشند $(\omega_1 \neq \omega_2, \omega_1 \simeq \omega_2)$ داریم:

معادله موج (میدا الکتریکی)

$$\begin{cases} E_1 = E_0 \cos(k_1 x - \omega_1 t) \\ E_2 = E_0 \cos(k_2 x - \omega_2 t) \end{cases}$$

$$E = E_0 e^{i(kx-\omega t)}$$



این دو موج پس از رسیدن به یکدیگر، با هم تداخل پیدا کرده و موج برآیند E_T را به وجود می آورند.

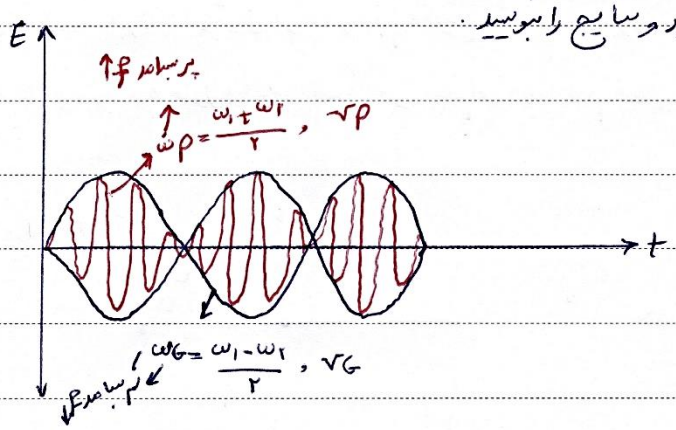
$$E_T = E_1 + E_2 \Rightarrow E_0\big(\underbrace{\cos(k_1 x - \omega_1 t)}_{\alpha} + \underbrace{\cos(k_2 x - \omega_2 t)}_{\beta}\big) \Rightarrow$$

$$= 2E_0 \cos\left(\left(\frac{k_1+k_2}{2}\right)x - \left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)t\right) \cdot \cos\left(\left(\frac{k_1-k_2}{2}\right)x - \left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\right)t\right).$$

k_p ↙ ω_p ↙ k_G ↙ ω_G ↙

$$\omega_p = \frac{\omega_1+\omega_2}{2} \qquad k_p = \frac{k_1+k_2}{2} \qquad \omega_G = \frac{\omega_1-\omega_2}{2} \qquad k_G = \frac{k_1-k_2}{2}$$

Ex/ نمودار E_T برحسب زمان را رسم کنید و نتایج را بنویسید.



phase ← p

Group ← G

$v_p > c$ $\quad v_g \leq c$

+نتایج:

۱ـ فرکانس کم‌تر مربوط به سرعت گروه (v_G) و فرکانس بیشتر مربوط به سرعت فاز (v_p) است.

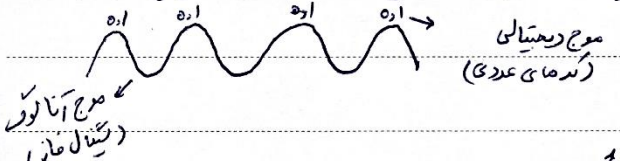
۲ـ سرعت حرکت امواج سرعت گروه است نه سرعت فاز.

۳ـ سرعت فاز، سرعت تغییر فاز که همان سرعت ارتعاش نقاط موج (ذرات موج) است.

۴ـ از آنجا که سرعت گروه یک سرعت فیزیکی است، لذا مستقیماً قابل اندازه‌گیری بوده و طبق قانون سرعت‌ها از سرعت نور کم‌تر است ← $v_G \leq c$ ولی سرعت فاز مستقیماً قابل اندازه‌گیری نمی‌باشد و از روی روابط تئوری بدست می‌آید $v_p > c$

۵ـ امواج کم‌سامد به عنوان پوش مدوله‌کننده‌ی امواج پرسامد عمل می‌کند.

← مدولاسیون (بار شدن): بار شدن یک موج بر موج دیگر. مدولاسیون می‌تونید، مانند کدهای ۱و۰ در GPS که برروی سیگنال فاز بار می‌شود.



موج آنالوگ: ∿∿∿ ← موج دیجیتال

پالس: یک قطعه از یک موج آنالوگ

تون: یک قطعه از یک موج دیجیتالی

Ex. روابط سرعت فاز و سرعت گروه را نوشته و نتیجه را بیان کنید.

$$v_p = \frac{\omega_p}{k_p} = \frac{\frac{\omega_1+\omega_2}{2}}{\frac{k_1+k_2}{2}} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = f.\lambda$$

سرعت فاز

$$v_G = \frac{\omega_G}{k_G} = \frac{\frac{\omega_1-\omega_2}{2}}{\frac{k_1-k_2}{2}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \quad , \quad \lim_{\Delta k \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \Rightarrow \frac{d\omega}{dk}$$

+نتایج:

۱- سرعت گروه در حالت کلی با سرعت فاز متفاوت است.

۲-

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(k.v_p)}{dk} \rightarrow v_p + k.\frac{dv_p}{dk}$$

$$v_g = v_p + k.\frac{dv_p}{dk}$$

Ex. رابطه‌ی سرعت گروه برحسب تغییرات طول موج را بیابید.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow dk = -\frac{2\pi}{\lambda^2}d\lambda$$

$$v_g = v_p + \frac{\frac{2\pi}{\lambda}\frac{dv_p}{-2\pi\, d\lambda}}{\lambda^2} \Rightarrow v_p - \lambda\frac{dv_p}{d\lambda}$$ ← ضمّم

Ex. سرعت فاز در یک محیط پاشنده برای یک موج تحت از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید. که A و B ضرایب ثابت‌اند. سرعت گروه را برای این موج بیابید. نتایج را بنویسید.

$$v_p = A + B\lambda$$

$$v_g = (A+B\lambda) - \lambda(B) = A$$

Ex. سرعت‌های فاز و گروه برای یک موج که از شیشه عبور می‌کند را بدست آورید. (ضریب شکست = n)

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{c}{n} \qquad c = 3\times10^{8}\ m/s \qquad n = \eta + i\chi$$

$$v_g = v_p - \lambda.\frac{dv_p}{d\lambda} \rightarrow \frac{c}{n} - \lambda.\frac{d(\frac{c}{n})}{d\lambda} \Rightarrow \frac{c}{n} - \lambda c.\frac{d(\frac{1}{n})}{d\lambda}$$

$n \propto \frac{1}{\lambda}$

$$\frac{d(\frac{1}{n})}{d\lambda} = -\frac{1}{n^2}\frac{dn}{d\lambda}$$

$$\frac{c}{n} - \lambda c\left(-\frac{dn}{d\lambda}\cdot\frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow v_g = \frac{c}{n}\left(1+\frac{\lambda}{n}\cdot\frac{dn}{d\lambda}\right)$$

کدهای مورد استفاده در GPS

این کدها عبارتند از: کد C/A - کد P - کد W - کد Y

تأثیرات لایه‌ی یونسفر بر امواج GPS

لایه‌ی یونسفر یک محیط پاشنده می‌باشد.

محیط پاشنده (dispersive)

به محیط‌هایی اطلاق می‌شود که در آن‌ها سرعت فاز مستقل از عدد موج و طول موج نمی‌باشد، یعنی $\frac{dv_p}{dk} \neq 0$ و

$$n(\lambda) \Leftarrow \frac{dn}{d\lambda} \neq 0 \quad , \quad \frac{dv_p}{d\lambda} \neq 0$$

به طور کلی در همین محیط‌ها سرعت فاز با گروه برابر نمی‌باشد.

$$v_g = v_p + k\frac{dv_p}{dk}$$

$$v_p = \lambda\frac{dv_p}{d\lambda} \Rightarrow v_g \neq v_p$$

محیط‌هایی مانند آب، شیشه، مشوره، کلیه‌ی محیط‌های شفاف و غلیظ و لایه‌ی یونسفر و ... جزو محیط‌های پاشنده می‌باشند.

$$c/n\left(1+\frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right)$$

این محیط‌ها امواج نوری را تجزیه و به طوری که با سمت تقدم یا تأخر فاز و تضعیف موج و انحراف صیر و کاهش یا افزایش مساحت و خطا می‌شود.

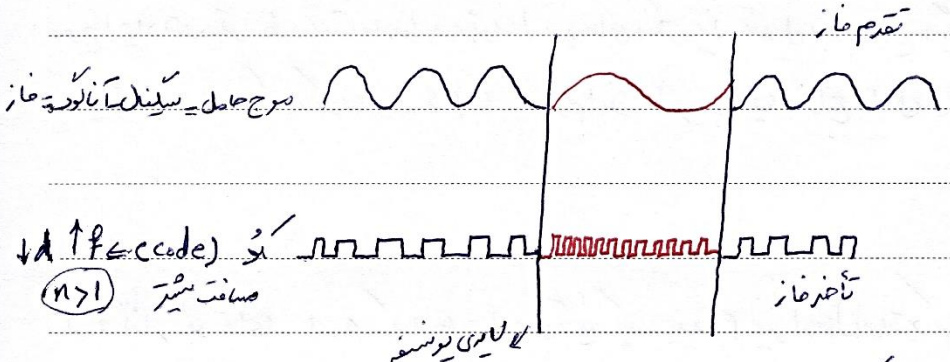
محیط‌های ناپاشنده (none dispersive)

$$\frac{dv_p}{dk} = \frac{dv_p}{d\lambda} = \frac{dn}{d\lambda} = 0 \Rightarrow v_g = v_p = \frac{\omega}{k}$$

به محیط‌هایی اطلاق می‌شود که در آن‌ها تجزیه‌ی نوری و تقدم و تأخر فاز مطرح نمی‌شود، در این محیط‌ها سرعت فاز

مستقل از طول موج است، مانند هوا و خلاء.

تأثیر لایه‌ی یونسفر بر امواج GPS



$\downarrow \lambda \uparrow f \leftarrow (code)$ کد — صافت شیر $(n>1)$

تقدم فاز ← فاصله کم‌تری شود.

برای موج فاز (سیگنال): $f \downarrow \Rightarrow \lambda \uparrow \leftarrow (n \propto \frac{1}{\lambda^2})$

$(n<1)$

Test وجود لایه‌ی یونسفر موجب:

الف) افزایش شبه‌فاصله‌فاز و کد می‌شود.

ب) کاهش شبه فاصله فاز و کد می‌شود.

✓ ج) افزایش شبه‌فاصله کد و کاهش شبه فاصله‌فاز می‌شود.

د) کاهش شبه فاصله کد و افزایش شبه‌فاصله فاز می‌شود.

خطاهای multi path

به دریافت سیگنال ماهواره توسط گیرنده های GPS از محیط اطراف به علت پدیده‌ی انعکاس خطای چندمسیری می‌گویند.

ساعت و زمان ماهواره‌های GPS

زمان ماهواره های GPS تعداد ثانیه‌های یک هفته می‌باشد که شروع آن نیمه‌شب بین شنبه و یکشنبه می‌باشد.

ساعت ماهواره علاوه بر تعیین زمان یک نوسان ساز نیز می‌باشد که موجی با فرکانس پایه‌ی $f_0 = 10{,}23\ MHz$ تولید می‌کند.

L_1: $f = 154 f_0 = 1575.42$ MHz $\lambda = 19$ cm

L_2: $f = 120 f_0 = 1227.6$ MHz $\lambda = 24$ cm

موج ایجاد شده توسط ساعت ماهواره، توسط بردهای الکترونیکی تبدیل به دو موج دیگر به نام L_1 و L_2 می‌شود که کدهای دیجیتالی اده که به کدهای GPS موسوم اند بوار بر این امواج حامل می‌شوند.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{f}$$

نکته: کنار کدهای اده که از ماهواره می‌آیند یک پیغام نیز ارسال می‌شود که حاوی اطلاعاتی از قبیل ساعت ماهواره و ضعف سلامت ماهواره و وضعیت قرارگیری ماهواره در مدارش و همچنین ضرایب تصحیح اتر یونسفر می‌باشد.
هر پیغام شامل چند فریم و هر فریم شامل ۵ زیر فریم و هر زیر فریم شامل چند لغت و هر لغت شامل چند بیت می‌باشد. کل زمان ارسال پیام $25 \times 30s = 12.5$ دقیقه می‌باشد.

Ex. کدام مورد برا امواج حامل GPS از ماهواره‌ها مدوله و به کاربران مخابره می‌گردد.

ب) ضرایب مدل تصحیح اتر یونسفر

ب) ضرایب تصحیح خطای ساعت ماهواره

ج) موقعیت تقریبی گیرنده‌ی ماهواره‌های سیستم

✓ د) بخشی از ضرایب مدل تصحیح اترا عوجاج میدان ثقل زمین از یک میدان نقاطی

۱- کد C/A

$f = 0.1 f_0 \simeq 1$ MHz $\lambda = 300$ m

۲- کد P

$f = f_0 \simeq 10$ MHz $\lambda = 30$ m

کد W کد نظامی سری

$$f = \frac{f_0}{20}$$

کد ۲ کد سری نظامی

۱. کد C/A فقط بر روی L_1 مدوله می‌شود. ولی کد P بر روی L_1 و L_2 مدوله می‌شود.

۲. کد C/A در هر ثانیه هزار بار خودش را تکرار می‌کند. (میلی)

۳. دقت کد P به مراتب بیشتر از کد C/A است. چون فرکانس آن بیشتر است.

۴. تعداد صفر و یک‌های کد P، ۲۰ برابر کد W و ۱۰ برابر کد C/A است.

۵. کدهای W و Y کدهای نظامی می‌باشند که کد Y به علت بازشناسی رمز کد W ایجاد شده است که از جمع باینری کدهای P و W ایجاد می‌شود.

سؤال: چرا از امواج حامل L_1 و L_2 استفاده می‌شود؟

زیرا اثر لایه‌ی یونسفر بر روی فرکانس‌های مختلف متفاوت است. برخلاف لایه‌ی تروپوسفر که اثرش مستقل از فرکانس می‌باشد.

نکته: فرکانس امواج GPS می‌بایست سه شرط زیر را دارا باشد.

۱. از لایه‌ی یونسفر قابل عبور باشد.

۲. در محدوده‌ی خالی باشد. (محدوده‌ای که فرکانس‌های مزاحم حضور نداشته باشند)

۳. در مقابل پدیده‌ی جمینگ مقاوم باشد. (قطع سیگنال)

پدیده‌ی جمینگ

به قطع سیگنال و یا هدایت کنترل شده‌ی سیگنال جمینگ می‌گویند و به دستگاهی که این عمل را انجام می‌دهد جمر می‌گویند.

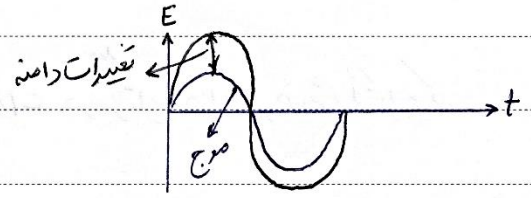
انواع مدولاسیون

۱. مدولاسیون دامنه Amplitude modulation (AM)

پارامترهای اصلی موج عبارتند از: دامنه، فرکانس، فاز

در این نوع مدولاسیون، فرکانس و فاز ثابت بوده ولی دامنه متغیر است. دو موج با یکدیگر ترکیب شده و پس از

سیگنال به مقصد (گیرنده) با یک ضریب متناسب، تغییرات دامنه برگشت داده شده و موج حامل درخشان‌ها می‌شود.

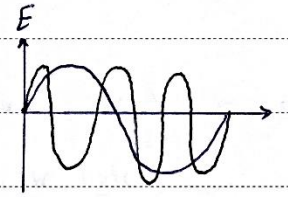


$I \propto A^2$

۲. مدولاسیون فرکانس Frequence modasion (FM)

دامنه و فاز ثابت و فرکانس متغیر است.

در این نوع مدولاسیون به علت افزایش فرکانس کیفیت بالایی دارد ولی به علت کم‌تر بودن دامنه‌شان نسبت به AM برد ارتباطشان کم‌تر می‌باشد. برای افزایش برد FM از فرستنده‌های پرتوان استفاده می‌کنند.



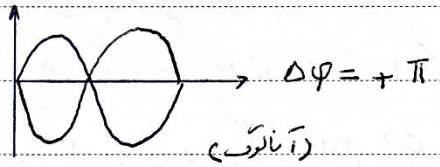
$F \rightarrow$ متغیر

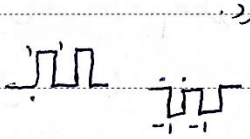
نکته: در پخش همگانی (BC) از مدولاسیون AM استفاده می‌کنند و در صورت استفاده از FM به فرستنده‌های پرقدرت نیاز است.

نکته: دقت و آشکارسازی FM از AM بیشتر است.

۳. مدولاسیون فاز phase modasion (pm)

در حرم‌ها این از تکنیک pm استفاده می‌شود.



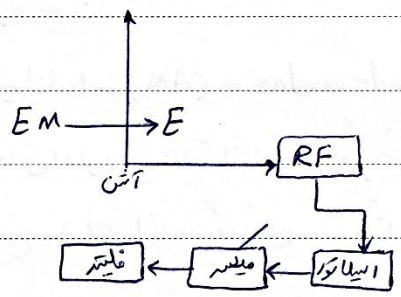


گیرنده‌های GPS

آنتن ـ وظیفه‌ی آنتن دریافت امواج الکترومغناطیسی و تبدیل آن به سیگنال الکتریکی است.

RF ـ این قسمت از گیرنده در واقع قلب گیرنده است که به سه قسمت زیر تقسیم می‌شود:

هدف RF کم کردن فرکانس است.



۱. اسیلاتور (نوسان ساز)

وظیفه‌ی این قسمت ایجاد موجی شبیه موج ارسال شده از ماهواره ولی با فرکانس متفاوت F_2 است.

$y_1 = a_1 \cos(F_1 t) \rightarrow$ موج رسیده از ماهواره $\qquad \omega = 2\pi f$

$y_2 = a_2 \cos(F_2 t) \rightarrow$ موج ایجاد شده توسط اسیلاتور $\qquad \omega t = ft$ (۶,۲۸)

۲. میکسر (ادغام کننده)

وظیفه‌ی این قسمت ترکیب دو موج فوق می‌باشد.

$$y_t = y_1 \cdot y_2 \Rightarrow a_1 a_2 \cos(F_1 t)\cdot\cos(F_2 t) = \frac{1}{2} a_1 a_2 \left(\cos(F_1 - F_2)t + \cos(F_1 + F_2)t\right)$$

۳. فیلتر (صافی)

انواع صافی ها به صورت زیر است.

۱- صافی های باگذر امواج فرکانس پایین (low pass filter)

۲. فیلترهای باگذر بالا (high pass filter)

در این قسمت فرکانس $F_1 - F_2$ انتخاب شده که فرکانسی کم‌تر از F_1 است.

نکته: پردازش سیگنال های با فرکانس‌های کم‌تر، آسان‌تر از پردازش سیگنال های با فرکانس بیشتر است. زیرا صافی‌ها (سیگنال‌ها) دوره‌ها با سهولت بیشتری انجام می‌پذیرد.

$$y_t = \frac{1}{2} a_1 a_2 \left[\underbrace{\cos(F_1 - F_2)t}_{\text{Low}} + \underbrace{\cos(F_1 + F_2)}_{\text{high}}\right] = \frac{1}{2} a_1 a_2 \cos(F_1 - F_2)t$$

$F_1 \xrightarrow{RF} |F_1 - F_2|$ فرکانس کم شد.

نکته: خازن ها در الکترونیک به عنوان صافی عمل می‌کنند.

نکته: خازن ها برق AC را از خود عبور داده ولی با برق DC شارژ شده و در زمان t شارژ و تخلیه می‌شود.

برق شهر (میانگین گیری شده) 220V

AC متناوب $v(t)$ $I(t)$

DC $\frac{V, I \rightarrow \text{ثابت}}{\text{ثابت}}$

یادآوری: برق AC بصورت موج آنالوگ بوده لذا دارای فرکانس، فاز، دامنه می‌باشد. ولی برق DC (direct current) بصورت ثابت دارای ولتاژ مشخصی می‌باشد.

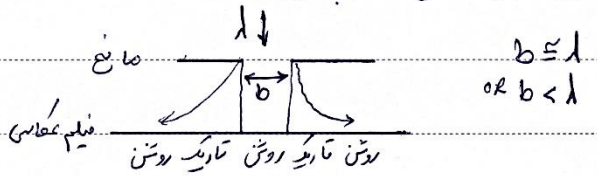
فصل سوم

پراش و کاربردهای آن

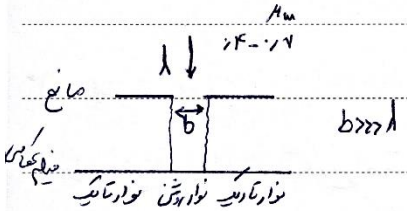
به تغرق و پخش امواج پراش می‌گویند.

به هرگونه انحراف از اپتیک هندسی که ناشی از مسدود کردن جبهه‌ی موج باشد، پراش می‌گویند.

نکته: پراش تاییدی بر خاصیت موجی بودن نور است.



* پراش *

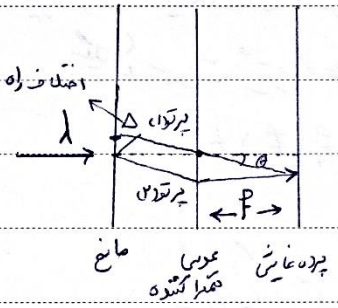


* عدم پراش *

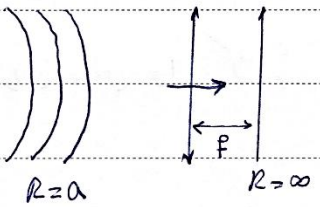
انواع پراش

۱- تک شکاف (فرانهوفر) ۲- دو شکاف ۳- چند شکاف (توری) ۴- پراش با روزنه دایره‌ای شکل

۱- پراش تک شکاف (فرانهوفر)



امواج رسیده به پرده نمایش می‌بایست تحت باشد (شعاع انحنایی نهایت لذا فاصله بی‌نهایت) بنابراین در صیر پرتو از عدسی های همگرا استفاده می‌کنیم به این صورت که پرده نمایش را روی صفحه‌ی کانونی عدسی همگرا رصد دهند.

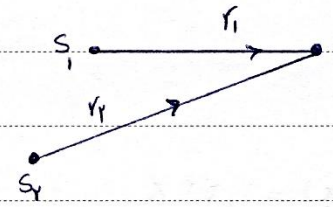


اختلاف فاز در حالت کلی برابر است با:

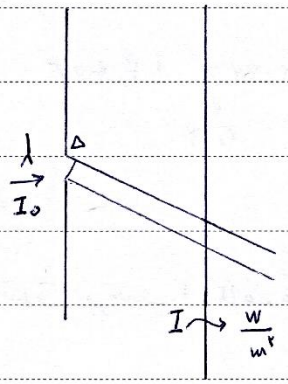
(نوارهای تاریک و روشن) اختلاف فاز = عدد موج k × اختلاف راه

(در یک بعد) $\Delta\varphi = k\Delta x$ ← در سه بعد → $\Delta\varphi = k\Delta r$

$$\Delta r = |r_2 - r_1| \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta r = \Delta\varphi$$



اختلاف فاز در پراش تک شکاف (فرانهوفر)



$$\Delta\varphi = \beta = k\cdot\Delta$$

$$\Delta = \frac{1}{2} b\sin\theta$$

$$\beta = \frac{1}{2} k b \sin\theta$$

$b \leftarrow$ پهنای عرض شکاف

$k \leftarrow \frac{2\pi}{\lambda}$

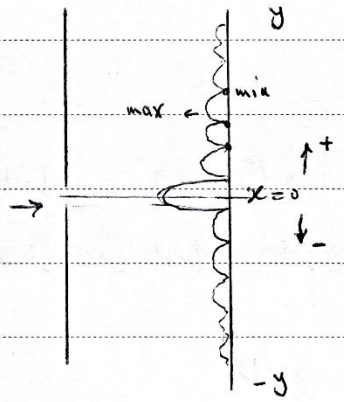
$\beta \leftarrow$ اختلاف فاز در پراش تک شکاف

$$I = I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2$$

$I \leftarrow$ شدت روی پرده نمایش

$I_0 \leftarrow$ شدت اولیه

Ex. مکان (فاصله) مینیمم‌ها (نوار تاریک) را روی پرده نمایش بیابید.



$\min \rightarrow I_{min} = 0$

$$I = I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 = 0$$

$\sin\beta = 0 \rightarrow \beta = m\pi$ $\quad (0, \pm1, \pm2, \pm3, \dots) \rightarrow m = (\pm1, \pm2, \dots)$

if $m=0 \rightarrow \beta = 0$, $\sin\beta = 0 \rightarrow \lim_{\beta\to 0}\frac{\sin\beta}{\beta} = 1$ ↗

$I = I_0$ نوار روشن مرکزی

$\beta = m\pi \rightarrow m = \pm1, \pm2, \dots$ ← صفر شروع نمی‌شود بلکه از ±1 شروع می‌شود. ← صفر نوار مرکزی است.

$$\frac{1}{2} k b \sin\theta = m\pi \rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cdot b\sin\theta = m\pi \Rightarrow b\sin\theta = m\lambda \rightarrow b\tan\theta = m\lambda$$

if $\theta =$ خیلی کوچک $\Rightarrow \theta = \sin\theta = \tan\theta$ $\quad \left|\frac{by}{f} = m\lambda \rightarrow y_{min} = \frac{m\lambda f}{b}\right.$

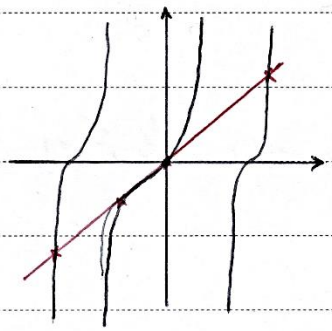
نکته. چون $y \propto \lambda$ لذا هرچه به سمت طول موج های بیشتر حرکت کنیم فاصله مینیم ها بیشتر خواهد شد.

Ex. مکان نوارهای روشن (ماکزیمم ها) را بیابید. منتظر می‌گیریم: $\theta \to \beta \to I \to \frac{dI}{d\beta}$

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 \qquad \frac{dI}{d\beta} = 2I_0 \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right) = 2I_0 \left(\frac{\beta\cos\beta - \sin\beta}{\beta^2}\right)\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)$$

(max) روشن ↓ تاریک (min) ↓

$$\frac{dI}{d\beta} = 0 \longrightarrow \beta\cos\beta = \sin\beta \Rightarrow \tan\beta = \beta$$



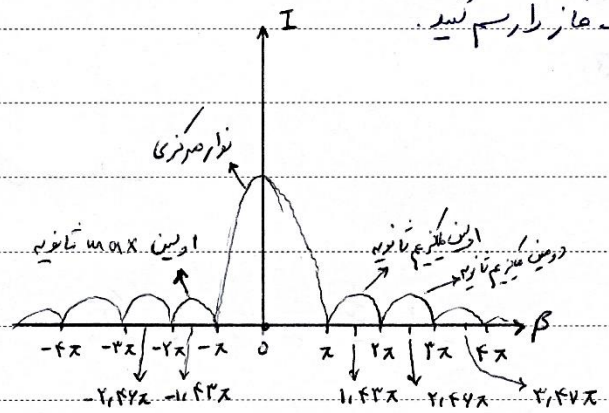
$$\tan(1{,}43\pi) = 1{,}43\pi$$

$1{,}43\pi \approx 4{,}49$ (180°)

$$\beta = 0,\ \pm 1{,}43\pi,\ \pm 2{,}47\pi,\ \pm 3{,}47\pi$$

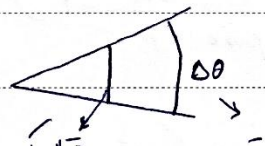
$2{,}47\pi \approx 7{,}76$

Ex. نمودار شدت برحسب اختلاف فاز را رسم کنید.



* واگرایی (diverse)

+ باز شدگی زاویه‌ای براثر پدیده‌ی پراش رخ می‌دهد که با رابطه‌ی زیر داده خواهد شد:

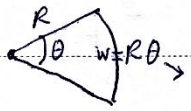


باز شدگی زاویه‌ای پرتو
گشودگی زاویه‌ای
پهن شدن زاویه‌ای

باز شدگی زاویه‌ای

$$\Delta\theta = \frac{2\lambda}{b}$$ ← طول موج

↙ قطر پرتو (قطر دهانه)



برحسب متر

طول پهن شده

$$w \propto L \Rightarrow w = L\Delta\theta = \frac{2L\lambda}{b}$$

↙ باز شدگی

نکته: علمی پرتوها و امواج پس از پیمودن مسافت های بسیار طویل L دچار پراش خواهند شد حتی نور لیزر

Ex. پرتو نوری با طول موج 546nm (سبز مایل به آبی) مسافت 10 متر را در آزمایشگاه طی می‌کند، اگر قطر پرتو 5mm بوده باشد، قطر لکه‌ای با یکه را بدست آورید؟

$$w = \frac{2L\lambda}{b} \Rightarrow w = \frac{2 \times 10 \times 546 \times 10^{-9}}{0.5 \times 10^{-3}} = 21.8\ mm$$

نور معمولی پوده است ← قطر لکه‌ای با یکه

$$\Delta w = w_2 - w_1 = 21.3\ mm$$

*پراش با روزنه‌ی دایره‌ای شکل

در این حالت اولین min طرح پراش در زاویه‌ی زیر رُخ می دهد.

$$\sin\theta = 1.22 \frac{\lambda}{d}$$

زاویه‌ای که اولین min در آن رخ می‌دهد. ← قطر روزنه

Ex. نوری با طول موج 550nm به روزنه‌ای به شعاع 550nm می‌تابد. اولین مینیم طرح پراش در چه زاویه‌ای رخ می‌دهد.

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1.22 \times 550}{2 \times 550}\right) \Rightarrow \theta = 37^\circ$$

شعاع ×2 ← قطر

Ex. قطر عدسی همگرایی 3cm و فاصله کانونی آن $f = 20cm$ است. زاویه جدایی دو شی نقطه‌ای دور دست باید چقدر باشد تا بتوانیم تصاویر آنها را در این عدسی تفکیک کنیم؟

$$\lambda = 0.4 \text{ تا } 0.7 \xrightarrow{\text{وسط}} \lambda = 0.5 \times 10^{-6}$$

$$\Delta\theta = \text{Arc}\sin\left(\frac{1.22 \times 0.5 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{-2}}\right) = 2.2 \times 10^{-5}\ rad$$

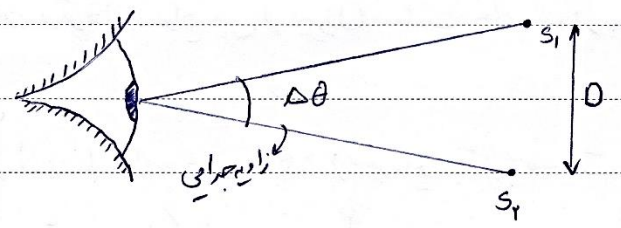
این مسئله با معیار تفکیک رایلی قابل حل است.

* معیار تفکیک رایلی

هرگاه دو شی نقطه‌ای دور دست را در نظر بگیریم اگر ماکزیمم پراش یکی روی مینیم پراش دیگری بیافتد می‌توانیم این دو شی را از یکدیگر تفکیک نمائیم. به زاویه‌ی تفکیک دو شی زاویه‌ی جدایی می‌گویند و از رابطه‌ی زیر حاصل می‌گردد:

$$\Delta\theta = \text{ARSin}\left(1.22 \frac{\lambda}{d}\right)$$

قطر عدسی چشم

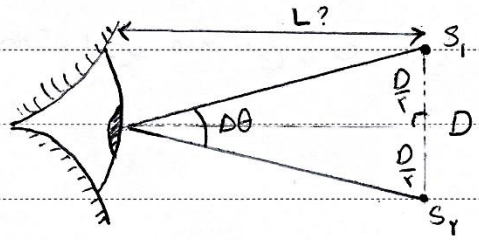


$\Delta\theta = \text{Arc Sin}\left(1{,}22\ \frac{\lambda}{d}\right)$ ← قطر عدسی چشم

Ex. دو منبع نوری به فاصله‌ی ۲ متر از یکدیگر قرار دارند. چشم انسان در چه فاصله‌ای می‌تواند این دو منبع را از یکدیگر تفکیک دهد در صورتی که $\lambda = 700\,nm$ و قطر عدسی چشم انسان $2{,}4\,mm$ است. (ارشد تکنولوژی پزشکی 86)

۱) ۲۴km ✓ ۲) ۱۰km ۳) ۲٫۴km ۴) ۱km

$\Delta\theta = \text{Arc sin}\left(\frac{1{,}22 \times 700 \times 10^{-9}}{2{,}4 \times 10^{-3}}\right) = 3 \times 10^{-4}\ rad$ زاویه کوچک با sin آن برابر است.



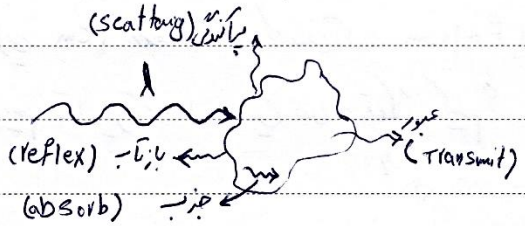
$\tan\frac{\Delta\theta}{2} = \frac{\frac{D}{2}}{L} \rightarrow \frac{\theta}{2} \simeq \frac{\frac{D}{2}}{L} \rightarrow L = \frac{\frac{D}{2}}{\frac{\Delta\theta}{2}} = 10\,km$

⇒

* امواج الکترومغناطیس و برهم‌کنش با مواد

+ امواج الکترومغناطیس و برهم‌کنش با عوارض

یک موج الکترومغناطیس در اثر برخورد با یک جسم سه حالت زیر برایش رخ می‌دهد:



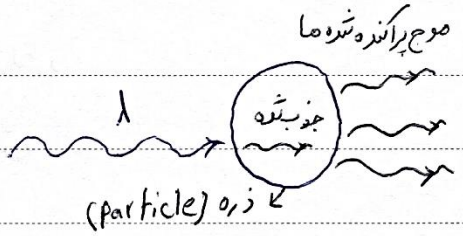
۱- جذب (absorb)

در تابش امواج الکترومغناطیس قسمتی از طیف بسته به دلیل موج آن عبور می‌کند که به پنجره‌های اتمسفری موسوم اند و بقیه قسمت‌ها جذب می‌شوند مانند UV-C خورشید که توسط لایه‌ی ازون جذب می‌شود.

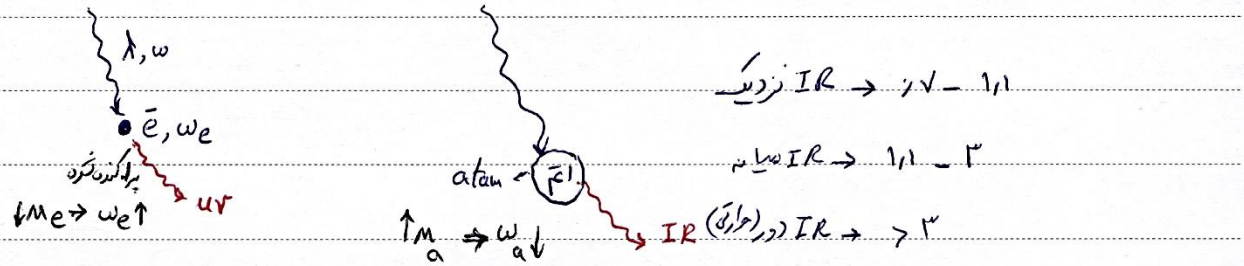
۲- پراکندگی (scatting)

به جذب انرژی (قسمتی از انرژی) موج الکترومغناطیس توسط جسم پراکنده کنند و گیرنده (تابش) مجدد بقیه‌ی انرژی

را پراکندگی می‌گویند.



هرگاه موج الکترومغناطیس به الکترونی که با سرعت v در حال چرخش است برخورد کند سرعت الکترون تغییر کرده و موج پراکنده شده در ناحیه‌ی UV ایجاد می‌شود. ولی اگر همین موج EM با اتم یا مولکول که جرم آن بیشتر است برخورد کند IR تولید می‌شود.



* انواع پخش

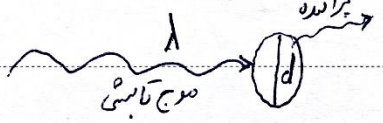
۱- پخش رایلی ← اکسیژن - نیتروژن $d \ll\ll \lambda$

۲- پخش مای ← گرد و غبار، بخار آب $d \simeq \lambda$

۳- پخش غیرانتخابی ← قطرات آب، برف $d \gg\gg \lambda$

* پخش رایلی

قطر ذرات پراکنده کننده بسیار کم‌تر از طول موج تابشی می‌باشد لذا طبق قانون رایلی توان تابشی با توان چهارم فرکانس متناسب است.



$d \ll\ll \lambda \qquad \rho \propto \omega^4 \propto \frac{1}{\lambda^4}$

Ex. چرا آسمان به رنگ آبی دیده می‌شود؟

زیرا بر اساس پخش رایلی، نور آبی که فرکانس بیشتری دارند بیشتر پخش می‌شود.

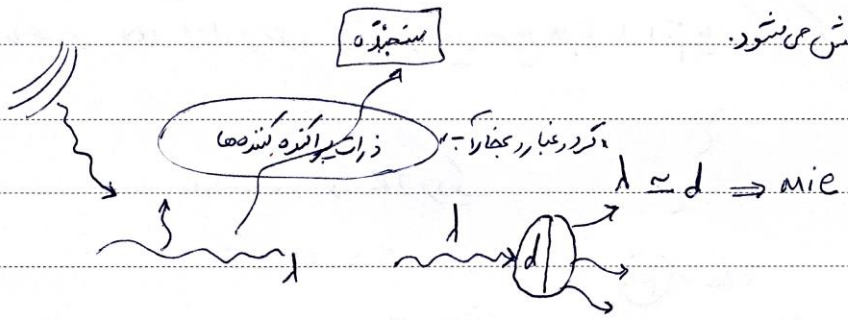
Ex. چرا در ابتدا و انتهای روز آسمان به رنگ قرمز و نارنجی دیده می‌شود؟

زیرا در این دو مقطع زمانی فاصله‌ی خورشید از زمین بیشتر بوده (میر مایل‌تر برای پرتو) و پرتوها میر بیشتری را می‌بینند لذا طبق قانون پخش رایلی نور آبی که بیشتر پخش شده است در طول میر بیشتر جذب می‌شود و تنها پرتوهای با بیشترین طول موج (قرمز و نارنجی) که توان تابشی کمتری داشته‌اند کمتر جذب می‌شوند لذا آسمان به رنگ قرمز و نارنجی

زیده می‌شود.

۲. پخش مای (Mie scattering)

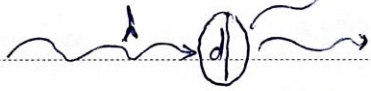
در این نوع پخش قطر ذرات پراکنده کننده با طول موج EM سنجش شده مساوی است. در این نوع پخش برخلاف پخش ریلی، طول موج های بزرگ‌تر پخش می‌شود.



نکته: این نوع پخش در روزهای ابری به علت بخار آب مورد توجه است.

۳. غیر انتخابی (Non Selectives)

در این نوع پخش ذرات پراکنده کننده عبارتند از: ذرات باران، برف... طول موج تابشی از قطر ذره بسیار کم‌تر است.
قطر ذرات بین ۵ تا ۱۰۰ میکرون است.



عامل طول موج های طیف مرئی پخش می‌شود به همین علت ابرها و مه سفید ظاهر می‌شوند.

رنگ سفید ← عامل λ ها

* بازتاب (reflex):

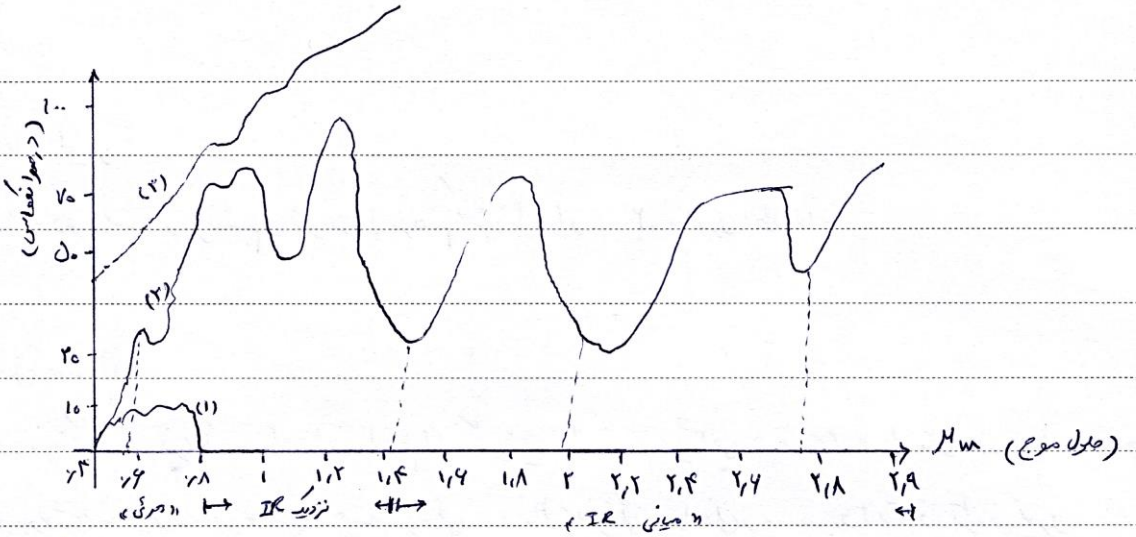
طبق رابطه کلی داریم:

$$E_{کل} = E_{جذب} + E_{عبور} + E_{بازتاب}$$

$$E_t = E_a + E_T + E_R$$

در پخش از دور قسمت عبور E_T قابل ملاحظه نبوده لذا داریم: $\%R + \%a \simeq 100\%$ ← $R + a = 1$ ← $R = 1 - a$

Ex. نمودارهای سه‌گانه‌ی زیر را برای سه عارضه‌ی زمینی در نظر بگیرید (آب، تپه ماهور - خاک) مشخص کنید کدام نمودار مربوط به کدام عارضه می‌شود و دلیل آن را بحث کنید.



نمودار (۱): مربوط به آب می باشد، زیرا تمامی IR را جذب کرده است و هر چه آب تیره تر باشد (تا آبی) درصد انعکاس بیشتری می شود.

نمودار (۲): مربوط به پوشش گیاهی می باشد:

الف) طیف مرئی: در این قسمت رنگ برگ ها و پوشش گیاهی مشخص می شود.

نکته: وجود ماده ای به نام کلروفیل (سبزینه) باعث جذب طول موج ها در محدوده ی ۴۵٪ تا ۶۷٪ می شود چون اکثر گیاهان دارای رنگ سبز بوده لذا قله ای در انعکاس در ۰٫۵ μm مشاهده می شود. اگر گیاهی دارای برگ های قرمز، زرد یا رنگی باشد حکایت از کمبود کلروفیل در گیاه دارد و قله ی انعکاس به سمت عدد ۰٫۶ نزدیک می شود.

ب) طیف IR نزدیک: در این قسمت از طیف هم صعود و هم نزول و هم یکنواختی مشاهده می شود. لذا نوع پوشش گیاهی مشخص می گردد. به عبارت دیگر گونه های مختلف گیاهان، مانند درخت، درختچه، بوته، گیاهان با برگ های پهن شکل، سوزنی شکل، دارای رفتارهای متفاوت انعکاس و جذبی در مادون قرمز نزدیک می باشند.

نکته: هرچه تعداد برگ ها افزایش یابد بر میزان انعکاس افزوده می شود. بیشترین انعکاس مربوط به گیاهان پهن برگ و هشت برگی است.

نکته: وجود دره های انعکاس در اعداد ۱٫۴، ۱٫۹ و ۲٫۷ نشان دهنده ی وجود آب و رطوبت است. (باندهای جذبی آب)

به عبارت دیگر وجود آب در هر ناحیه ای نمودار انعکاسی را پایین می آورد زیرا آب جاذب قوی مادون قرمز می باشد.

نمودار (۳) مربوط به خاک می باشد. خاک های بیابان و صحرا چون بیا رخشک می باشند نسبت به نمودار خاک های معمولی انعکاس بالاتری دارند. عوامل تغییر اندازه ی دانه ی خاک، وجود مواد آلی، اکسید آهن، رطوبت، آب، فرسایش خاک، نوع کشت و ... بررسی نمودار انعکاس اثر می گذارند.

فصل

* کاربردهای لیزر

کاربردها به دو دسته‌ی زیر تقسیم می‌شوند: ۱. برهم‌کنش با مواد ۲. فناوری اطلاعات

۱. برهم‌کنش با مواد

* لیزر در پزشکی: در پزشکی خواص لیزر اعم از گرمایی، مکانیکی، شیمیایی، نوری و ... با بافت در محیط‌های مختلف مانند اورولوژی، گوش و حلق و بینی، چشم پزشکی، دندان پزشکی، داخلی و ... مورد استفاده قرار می‌گیرد.

* لیزر در صنعت

* لیزر بعنوان مته: ایجاد حفره‌هایی با عمق چندین سانتی‌متر از کاربردهای لیزر می‌باشد (حفره‌های فلزی)

* لیزر به‌عنوان دستگاه برش: از خاصیت حرارتی لیزر استفاده می‌شود. برش‌های ایجاد شده توسط لیزر بسیار صاف و تمیز بوده

← نکته: در برش‌های جراحی لیزری از ایجاد عفونت و خونریزی توسط حرارت لیزر جلوگیری می‌کند.

* لیزر در عملیات سطحی و حرارتی: با استفاده از لیزرهای حرارتی می‌توان سطح فولادها و آلیاژها را سخت نمود.

← نکته: دو لیزر مهم در صفت عبارتند از: لیزر CO_2 با $\lambda = 10.6\mu m$ در IR دور و لیزر Nd:YAG با $\lambda = 1.06$ در IR نزدیک

۲. لیزر در فناوری اطلاعات

* هم‌محور سازی: از لیزر He-Ne برای ساخت پل‌ها، حفر تونل‌ها، صنایع هوایی و کشتی سازی استفاده می‌شود. که طول موج آن $\lambda = 632.8nm \pm b$ می‌باشد.

* در سرعت سنجی LDV

* در مسافت سنجی ← محاسبه زمان پرواز - تله متری - تداخل سنجی

* محاسبه سرعت یک جسم دوار: از میکروسکوپ نوری

ایمنی لیزر

لیزرهای کلاس ۱: Class I

جزء لیزرهای بی خطر بوده و می‌توان ساعت‌ها به آن نگاه کرد. لیزرهای مورد استفاده در DVD player، بارکد خوان‌ها

لیزرهای classII : جزء لیزرهای کم خطر بوده ولی توان به مدت طولانی به آن نگاه کرد. مانند لیزرهای He-Ne که در مترهای لیزری به کار می رود.

لیزرهای classIII : جزء لیزرهای خطرناک بوده که برای پوست بی ضرر بوده ولی نمی توان حتی لحظه ای مستقیماً به آن نگاه کرد زیرا باعث ایجاد نقطه ای کور در چشم می شوند. مانند لیزرهای با برد بالا (در دوربین های نقشه برداری پیشرفته و... 15km↑

لیزرهای classIV : جزء لیزرهای نظامی بوده و باید با عینک مخصوص به آن نگاه کرد و برای پوست مضر است و باز تاب آن از روی اجسام نیز برای چشم خطرناک است.

توان لیزر (انواع آن)

لیزرهای پالس : palse wave

لیزرهای موج پیوسته : continouse wave

لیزرهای پالس توانشان بسیار بیشتر از موج پیوسته است زیرا انرژی ذخیره می شود.