www.Prozheha.ir

روابط و فرمول های حقلی مکانیک سیالات / خواص سیالات ، استاتیک سیالات .

$\tau = \mu \dot{\gamma} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ تنش برشی ، $\dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial y}$ = تغییرات تنش

μ : ویسکوزیته : خاصیتی از سیال است که در مقابل نیروهای برشی از خود مقاومت نشان می دهد.

در مایعات ← نیروی بین مولکول (چسبندگی) ، گازها ← انتقال مومنتوم .

برای مایعات : $\mu = \mu_0 e^{-bT}$ برای گازها : $\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^n$

واحدهای ویسکوزیته :

$\mu = \frac{\tau}{\frac{\partial u}{\partial y}} = \frac{\frac{N}{m^2}}{\frac{m/s}{m}} = \frac{N.S}{m^2}$

$\frac{1gr}{Cm.sec} = 1\ poise$ ، $\frac{\frac{kg}{m.s}}{\frac{lbf.sec}{ft^2} = \frac{lbm}{ft.sec}} = ML^{-1}T^{-1}$

$Poise = 0.1\ Pa.sec$ $Cp = Centipoise = 10^{-3}\ Pa.s$

* افزایش فشار موجب افزایش سرعت برخورد و کاهش طول برخورد می شود که این دو تاثیر هم را خنثی می کنند.

لذا ویسکوزیته گازها مستقل از فشار می باشد.

ویسکوزیته سینماتیک : $\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\frac{kg}{m.sec}}{kg/m^3} = \begin{cases} m^2/sec \\ ft^2/sec \end{cases}$ (L^2T^{-1})

$\frac{Cm^2}{S} = 1\ Stoks$ استوکس

استوکس $\times \left(\rho\ \frac{gr}{Cm^3}\right) = Poise$

* مثال : شست جغمره ← پاسکال . (تنش برش)

تقسیم بندی سیالات

- نیوتنی : τ برحسب $\dot{\gamma}$ (نرخ کرنش) عبارت از مبداء و μ تابع τ نیست.
- غیرنیوتنی : τ برحسب $\dot{\gamma}$ خطی نیست و از یک حدی به بعد از مبداء می گذرد.
  - مستقل از زمان:
    - Dilatant : $\uparrow \mu \uparrow \tau$ غلیظ شونده در برابر تنش
    - تنش پلاستیک : $\downarrow \mu \uparrow \tau$
    - Bingham : (Yield Stress) تنش تسلیم دارد
  - وابسته به زمان:
    - تیکسوتروپیک : $\downarrow \mu \uparrow t$: برای ثابت بودن نرخ کرنش باید τ را کم کرد
    - رئوپکتیک : $\uparrow \mu \uparrow t$: برای ثابت بودن نرخ کرنش باید τ را زیاد کرد

$\tau = \mu(\dot{\gamma})^n$

- $n>1$ Dilatant
- $n<1$ شبه پلاستیک
- $n=1$ نیوتنی

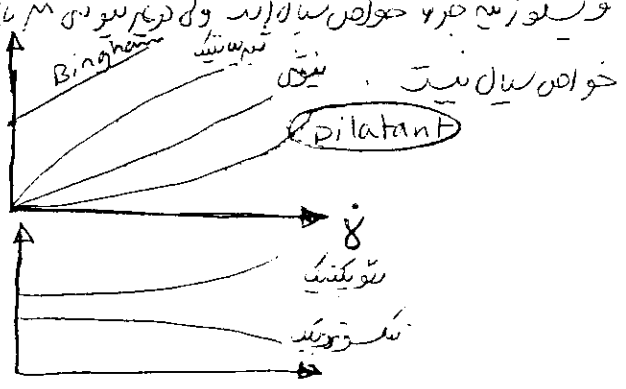
Bingham : $\tau = \tau_y + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)$

$\tau = \tau_y + \mu\dot{\gamma}$

ولیستم رها : μ تغییر می کند ولی هیچ τ وجود ندارد

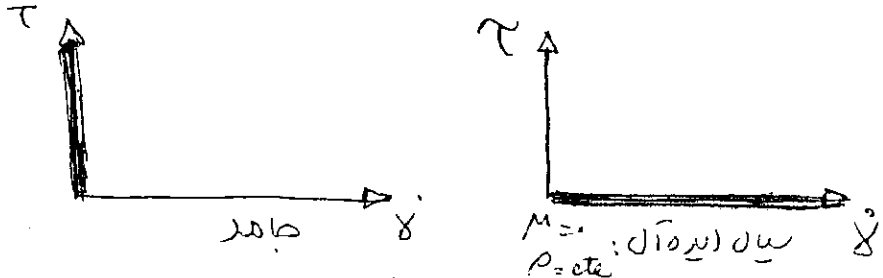
(*) در رابطه نیوتنی چون ویسکوزیته مستقل از تنش است

ویسکوزیته جزء خواص سیال است ولی در نیوتنی μ تابع τ هم خواص سیال نیست .



سیالات / مقدمه اول / ص 1

www.Prozheha.ir



بدون استطاک ، تراکم ناپذیر ، هیچ وقت در سیال کاربرد زیادی ندارد .

*مثال ص ۷ .

اصل Pa : $P_x = P_y = P_z = P_s$: در یک سیال ساکن فشار در یک نقطه در تمام جهات یکسان است که این اصل را اصل پاسکال می نامیم . اگر سیال ساکن نباشد اصل پاسکال برقرار نیست .

○ مدول الاستیسیته : K : ضریب تراکم پذیری هم دما .

$$K = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

واحد K عکس فشار است . مدول بالک عکس تراکم پذیری هم دما است و واحد آن فشار می باشد :

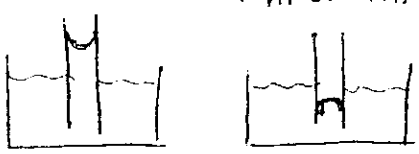
$$K = -\frac{dP}{\left(\frac{dV}{V}\right)} \quad \text{مدول بالک}$$

مدول بالک ← بیانگر میزان تراکم پذیری ← K ↑ تراکم سیال ناپذیرتر است .

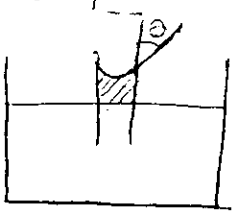
مدول بالک گازهای ایده آل : $\boxed{K = \rho RT}$

○ کشش سطحی : انرژی سطح سیال به ازای واحد سطح . $\left(\frac{J}{m^2}, \frac{N}{m}\right)$

مدل لوله مویین : مقر مصرب



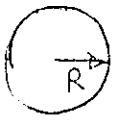
* در آب و تمام سیالاتی که در لوله مویین بالا می روند نیروهای چسبندگی بین آب و شیشه بیشتر از نیروهای پیوستگی بین مولکول های آب است . سیالاتی مانند جیوه که در لوله مویین پایین می روند نیروهای پیوستگی بین مولکول های آن بیشتر از نیروهای چسبندگی بین جیوه و شیشه است .



* هر چقدر کشش سطحی بیشتر شود سیال در لوله مویین بالاتر می رود .

$$mg - \sigma(2\pi r)\cos\theta = 0$$

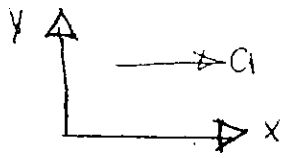
$$\rho(\pi r^2 h)g = \sigma(2\pi r)\cos\theta \rightarrow \boxed{h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r}}$$



$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R}$$

www.Prozheha.ir

۲



$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a \qquad \frac{\partial P}{\partial y} = -\rho(a_y + g)$$

استاتیک ⟵ $a_x = a_y = 0$ ⟵ $\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial P}{\partial y} = -\rho g$

سیال تراکم پذیر : $\frac{\partial P}{\partial y} = -\rho g = -\frac{PM}{RT} g \rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{R}\frac{dy}{dT}$

حالت اوّل : تغییرات خطی دما با ارتفاع . $\frac{P}{P_0} = \left(\frac{T_0 - BY}{T_0 - BY_0}\right)^{\frac{Mg}{BR}}$

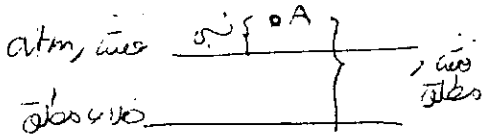
حالت دوّم : ایزوترم دما . $\ln\frac{P}{P_0} = -\frac{Mg}{RT}(y - y_0) \rightarrow P = P_0 e^{-\frac{Mgz}{RT}}$

اصل Pa در سیال ساکن فشار در همه‌ی جهات یکی است . اگر سیال ساکن نباشد این اصل برقرار نیست .

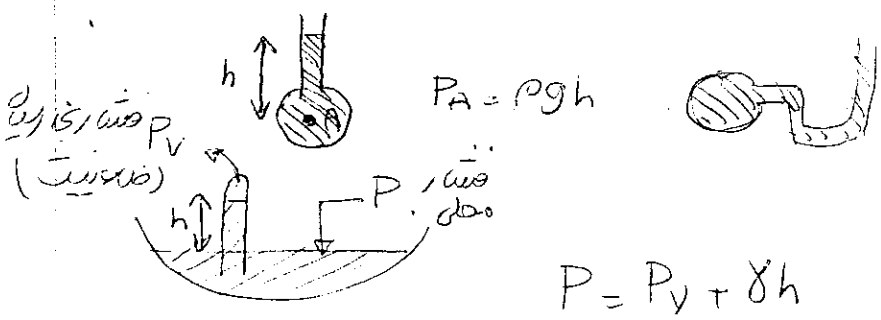
$P = \frac{P_x + P_y + P_z}{3}$

$1\,atm = 14.7\,psi\left(\frac{lbf}{in^2}\right) = 1.013\times10^5\,Pa = 10.33\,m_{H_2O} = 760\,mmHg = 29.92\,inHg$

فشار مطلق ← فشار سنج + فشار اتمسفر



روش‌های اندازه‌گیری فشار :



فشارسنج زیاد و منفی زیاد + سیال مربوط

بارومتر : فشار محل را اندازه می‌گیرد .

$P = P_v + \gamma h$

www.Prozheha.ir

نیروی وارد بر سطوح :

مرکز سطح / حجم / ثقل : نقطه ای است که اگر محور مختصات را به آن نقطه منتقل کنیم گشتاور اول سطح / حجم / جرم حول محور $I = \int x^n dm$ هاوی x ها صفر می گردد . توان و تنه دام همیت m نسبت به محور y .

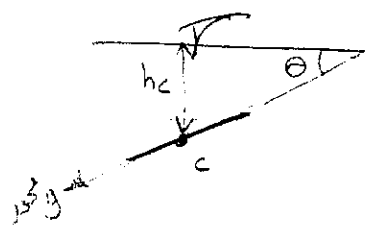
حالت دوم :

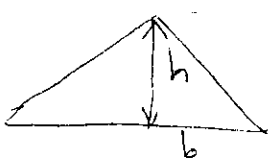
$F = \gamma h_c A$

$y_p = -\frac{I_{xx} \sin\theta}{h_c \cdot A}$

y_p خاصله محل اثر نیرو نسبت به مرکز سطح

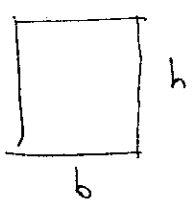
I می گوید از مرکز سطح پایین تر است .





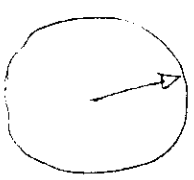
$I_{xx} = \frac{bh^3}{36}$

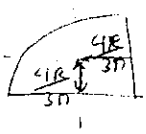
$I_{xx} = \frac{bh^3}{12}$

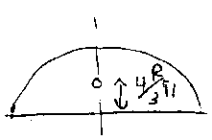


$I_{xx} = \frac{\pi R^4}{8}$

$I_{xx} = \frac{\pi R^4}{4}$







مثال صـ۱۲ صـ۱۲ جزوه راهنما

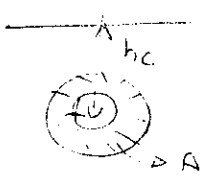
روشن منشور هشار : اگر روی صفحه مورد منشوری بسازیم بطوریکه ارتفاع منشور در هر نقطه برابر ارتفاع سیال از سطح آزاد مایع در آن نقطه باشد در این صورت می توان گفت نیروی وارد بر صفحه برابر است با وزن سیال هم حجم منشور . در این روش محل اثر نیروی برآیند برابر است با مرکز حجم منشور .

$F = V \cdot \gamma$

راه اول : فرض صفحه مستطیل است دل F_2 در جهت خلاف وارد بر F_1 می گردد .

$F_2 x_2 - F_1 x_1 = F_{\text{برآیند}} \times x$ محل اثر

محل اثر نیرو : $F = \gamma h_c A$



راه دوم : دو فرمول I_{xx} اضافه دو تا را داریم .

$y_p = -\frac{\frac{1}{12}(bh^3 - b'h'^3)}{h_c (bh - b'h')}$

$y_p = -\frac{-\frac{\pi}{4}(R^4 - r^4)}{h_c \times \pi (R^2 - r^2)}$

www.Prozheha.ir

نیروی وارد بر سطوح اخنه دار:

F_x : نیروی وارد بر تصویر AB روی محور y ها

F_y : وزن سیال روی سطح اخنه دار تا سطح آزاد

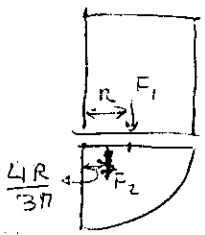
$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

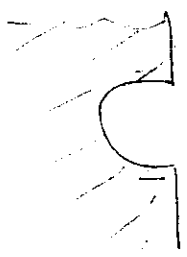
F_1 = وزن مستطیل

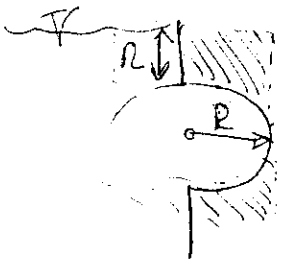
F_2 = وزن ربع دایره

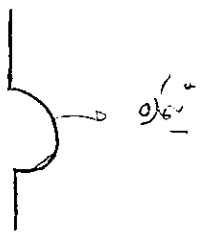
$F_{y_1} * R + F_{y_2} * \frac{4R}{3\pi} = (F_{y_2} + F_{y_1}) * y_c$

y_c محل اثر نیرو.









$F = \gamma V$
V تکیه گاه، استوانه ...

نیروهای غوطه وری:

غوطه ور: کامل در داخل سیال.
شناور: قسمتی در سیال قسمتی از حجم در هوا.

$F_B = \gamma V_{\text{حجم سیال}}$

نیروی هیدرواستاتیکی رو به بالا، و راستای نیروی برآیندش از مرکز حجم می‌گذرد. یا مرکز حجم محل اثر نیروی

$W' = W_{\text{واقعی}} - F_B$ وزن ظاهری

مثال ص ۱۷ و ص ۱۸ و ص ۲۱ ← تمرین

هیدرومتر: وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری چگالی سیال بکار رفته و براساس اصول شناوری عمل می‌کند.

تعادل:

تعادل پایدار: اگر کمی منحرف کنیم، برگردد، و مرکز جسم پایین‌تر از مرکز حجم (محل اثر نیروی برآیندش)

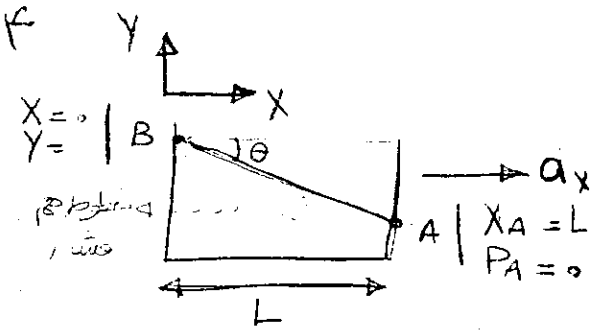
ناپایدار: " " " برنگردد، " مرکز " " جسم

خنثی: " " " حالت تعادل با اولیه فرق نکند، دو مرکز منطبق شوند.

$$W_{\text{هیدرومتر}} = \frac{a h_1 \gamma_1 \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2}$$

www.Prozheha.ir

حرکت سیال :



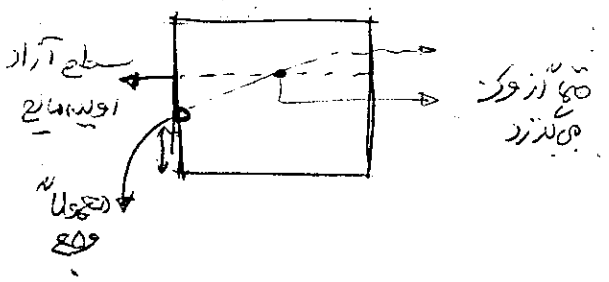
$$\frac{dP}{dx} = -\rho a_x$$

$$\frac{dP}{dy} = -\rho(a_y + g)$$

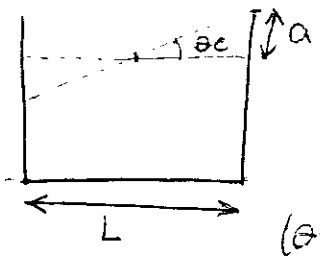
$$dp = -\rho a_x dx - \rho(a_y + g)dy$$

شیب خطوط هم فشار :

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = tg\theta = -\frac{a_x}{a_y + g}}$$



* مقدار آن خارج شده از ظرف :



تا زمانی که سطح آزاد مایع به بالای ظرف نرسد مایع خارج نمی‌شود ($\theta \leq \theta_c$)

$$\tan\theta_c = \frac{a}{L/2}$$

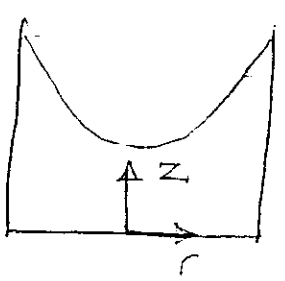
$\theta \geq \theta_c$ آنگاه خارج می‌شود.

$\theta < \theta_c$ " " نمی‌شود.

$$\boxed{P = P_0 - \gamma\frac{a_x}{g}x - \gamma\left(1 + \frac{a_y}{g}\right)y}$$

معادله فشار در حرکت خطی شتاب‌دار

شتاب دورانی :



دستگاه مختصات فشار

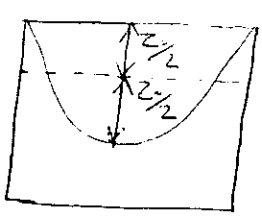
$a_x = -r\omega^2$ $\quad a_y = 0$

$$\rightarrow \boxed{dp = \rho r\omega^2 dr - \rho g dz}$$

برای بدست آوردن شکل های ایزوبار :

$$\frac{dz}{dr} = \frac{r\omega^2}{g}$$

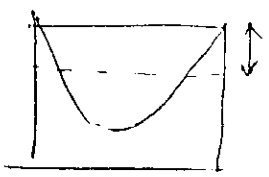
$$Z_0 = \frac{R^2\omega^2}{2g}$$



نکته ۱) به شرطی که هیچ گونه مایعی بیرون نریزد

حجم سهمی = $\frac{1}{2}\pi R^2 Z_0$

(برابر نصف حجم استوانه محدود)



* مثال صفحه ۲۴ و ۲۵ .

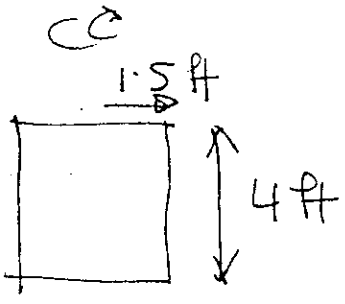
اگر $h < \frac{Z_0}{2}$ → مایع بیرون نمی‌ریزد

$h > \frac{Z_0}{2}$ → مایع بیرون می‌ریزد

$$\boxed{P = P_0 + \gamma\frac{r^2\omega^2}{2g} - \gamma y}$$

سیالات
فصل ۳

www.Prozheha.ir



$\omega = 10 \frac{rad}{Sec}$

$Z_o = \frac{(1.5)^2 (10)^2}{20} = 11.25$

$\frac{1}{2} \times 11.25 \times \pi \times (1.5)^2 = 39.74$

$\pi R^2 \times 4 = 28.26$

$0 = \cancel{k}\omega^2 (0.2) - \cancel{g}(0.2)$

(0.2) ?

$\cancel{\alpha} = (0.0\cancel{4})\omega^2$

So $\frac{2}{100}$

www.Prozheha.ir

سیالات

هفته اول دوره تکمیلی : / سیالات / استاتیک سیالات / فصل دوم کتاب سفید پور .

① راه درست

② راه درست

⑦ برای صفحه مستطیلی مرکز فشار برابر $\frac{1}{3}$ ارتفاع از پایین و $\frac{2}{3}$ از بالای آب است .

⑭ انتقال مومنتوم فقط در حالتی رخ می دهد که سیال در حال حرکت باشد

⑳ جواب درست .

㉔ $Kgf \times 9.8 = N$

㉞ جواب درست ولی غلط تایپی .

㊳ جواب درست .

$1m = 2.28ft$

---

⑦ ع

؟ ۱۵

㊵

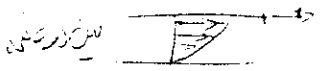
ع ۵۰

سیالات / فصل اول کتاب سفید پور .

(۱) $1N = 10^{+5}$ دین

۱۰ $\frac{\text{نیرو}}{\text{سطح}}$. $\frac{\text{نیرو}}{\text{سطح}}$ ۴ M ۹P

⑯

⑱  نیرو در شکل

؟ ㉑

جواب ۲۲ برداشته شده

㉓ ن

㉕ $\Delta p = \frac{\sigma}{R}$ حباب (دوتایی) $\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$ قطره

㉗

سیالات / تست / قسمت اول کنکور ۹۰

www.Prozheha.ir

www.Prozheha.ir

روابط و فرمول‌های حفظی سیالات (جریان سیالات در داخل لوله‌ها)

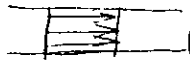
در جریان آرام اتلاف و بازگشت پذیری به سرانت کمتر از جریان درهم می‌باشد.

جریان آرام: $h_f \propto Q^1$ ، $h_f \propto V^1$ — جریان درهم: $h_f \propto Q^n$ ، $h_f \propto V^n$ ، $n = 1.75 \sim 2$

در جریان آرام قانون ویسکوزیته نیوتن صادق است ($\tau = -\mu \frac{\partial u}{\partial y}$) ولی در جریان درهم رابطه تحت تنش صادق نیست.

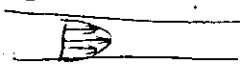
داریم: $\tau = -\eta \frac{\partial u}{\partial y}$ ، η: ضخامت گردابه‌ای‌ها مانند و تابع خواص سیال (ρ)، نوع حرکت و ... باشد.

جریان یکنواخت: Steady Flow: جریانی است که در آن تغییرات سرعت با مکان وجود ندارد ($\frac{\partial V}{\partial s} = 0$ (برای یک سطح مقطع) (تغییرات با زمان داریم و با مکان نداریم))

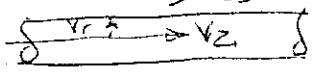


در جریان یکنواخت تنش برشی نداریم.

جریان دائم، پایدار: Steady state: جریانی که در آن بردار سرعت از لحاظ مقدار و جهت با زمان تغییر نمی‌کند. (تغییرات مکان داریم).



جریان یک بعدی: جریانی است که مؤلفه‌های سرعت در راستای عمود بر حرکت سیال همواره صفر است.



($V_r = V_\theta = 0$ (حرکت جرمی نداریم).

خط مسیر: Path line: محل هندسی نقاطی که یک ذره سیال طی می‌کند.

خط جریان: خطی است که مماس بر آن در هر نقطه بردار سرعت سیال را نشان دهد.

معادله خط جریان: $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$

خط رگه: مسیری که ماده رنگی از خودش می‌گذارد خط رگه نام دارد.

* اگر جریان پایدار (steady) باشد در این صورت خطوط رگه، مسیر و خط جریان هر سه منطبق هستند.

قوانین تجا در یک سیستم: $\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VOL} \rho \eta \, dV + \int \rho V_{el} \eta \, dA$

$\frac{N}{m} : \eta$ — تغییرات در میدان و برون‌روی مرز — تغییرات کمیت N در داخل حجم کنترل

برای جرم: $N = m \leftarrow \eta = 1$

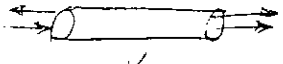
اگر حالت پایدار باشد: $\int \rho V_{el} \, dA = 0$ ← حاصلضرب داخل بردار سرعت در بردار سطح

بردار سطح: برداری عمود بر سطح و به سمت بیرون.

$\int \rho_i V_i dA_i \cos 180 + \int \rho_e V_e dA_e \cos 0 = 0$

$\rho_i V_i A_i = \rho_e V_e A_e$ ← (برای سیال تراکم ناپذیر)

قانون پیوستگی برای جریان یکنواخت (پایدار و ناپایدار)



حالت پایدار

اگر حالت پایدار جریان یکنواخت و برای سیال تراکم ناپذیر: $V_i A_i = V_e A_e$

سیالات / قسمت دوم / ص ۱

www.Prozheha.ir

* جریان تکبعدی به جریانی اطلاق می‌شود که عملاً امکان پذیرفتن بردارهای سرعت در جهات مختلف را نداشته و فقط در یک راستا حرکت کند.

سرعت متوسط استفاده می‌کنیم. $\rho_1 \bar{V}_1 A_1 = \rho_2 \bar{V}_2 A_2$

محاسبه سرعت متوسط: $\dot{m} = \rho \bar{V} A$, $\dot{m} = \int \rho V dA$ $\Rightarrow \bar{V} = \frac{1}{A}\int V dA$

توزیع سرعت در جریان آرام در داخل لوله: $U = U_{max}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$ و دبی آرام $\bar{U} = \frac{U_{max}}{2}$

توزیع سرعت در جریان درهم در داخل لوله: $U = U_{max}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)\right]^{1/7}$, $U = U_{max}\left[\frac{y}{R}\right]^{1/7}$

در جریان درهم $\frac{\bar{U}}{U_{max}} = \frac{49}{60} = 0.82$

توزیع سرعت در جریان حبابی درهم: $U = U_{max}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)\right]^{1/9}$, $\frac{\bar{U}}{U_{max}} = \frac{2}{(m+1)(m+2)}$

بطور کلی اگر توزیع سرعت بصورت: $U = U_{max}\left[1-\frac{r}{R}\right]^m$ آنگاه: $\bar{V}_{max} = \frac{2U_{max}}{(m+1)(m+2)}$

قانون پیوستگی در حرکت سه‌بعدی:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\nabla(\rho \vec{V}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

اگر سیال تراکم ناپذیر باشد: $\rho = cte$:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

در سیال تراکم ناپذیر چه steady باشد چه unsteady

$$\nabla \vec{V} = 0$$

اگر جریان تراکم پذیر و steady باشد:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

$$\nabla(\rho \vec{V}) = 0$$

تابع جریان: فقط در جریان دوبعدی مطرح.

$\psi = \psi(x,y)$

$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ و $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$

نمودن تابع جریان روی هر خط جریان یک مقدار ثابت دارد. تابع جریان بما ازای هر مقدار ثابت از یک خط جریان رامی دهد.

$d\psi = 0 \rightarrow \psi = C$ $\rightarrow \frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$

$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$, $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$ $\rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} = 0$ $\rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ بیان تراکم ناپذیر

* خطوط جریان دوبعدی، S.S رسیان تراکم پذیر است نیز رابطه عکس صدق می‌کند و داریم:

$\rho u = \frac{-\partial \psi}{\partial x}$, $\rho v = \frac{\partial \psi}{\partial y}$

www.Prozheha.ir

قانون بقای مومنتوم :

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int \rho \eta \, dv + \int \rho V_{cs} \eta \, dA$$

$$N = mV \longrightarrow F = \frac{\partial}{\partial t}\int \rho V \, dv + \int \rho V (V dA)$$

برآیند سرعت ← ← مؤلفه سرعت در راستای مورد نظر.

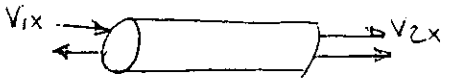
* فرض ① : اگر جریان دائم باشد :

$$\sum F = \int \rho V (V dA)$$

در یک راستا :

$$\sum F_x = \int \rho V_x (V dA)$$

فرض ② سرعت در سطح ثابت باشد.



$$\sum F_x = -V_{1x} m_1 + V_{2x} m_2$$

اگر $\dot{m}$ ثابت باشد

$$\boxed{\sum F_x = \frac{\dot{m}}{g_c}(V_{2x} - V_{1x})}$$

این رابطه برای سیال است خواهی تقسیم نمی نویسیم. در سیستم SI، g_c برابر یک است.

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 + F_W - F_g = \frac{\dot{m}}{g_c}(V_{2x} - V_{1x})$$

$P_1 A_1$ ← فشار در سطح ورودی
$P_2 A_2$ ← فشار در سطح خروجی
F_W ← نیروی که بدنه به سیال وارد می کند
F_g ← وزن سیال در حجم کنترل که در راستای مورد نظر مؤلفه دارد.
$\dot{m} V_{2x}$ ← سرعت خروجی
$\dot{m} V_{1x}$ ← سرعت ورودی

* این نیروی وارد شده بر سیال است برای بدست آوردن نیروی وارد بر بدنه علامت را تغییر می دهیم.

مقاله اول : فرض ① فرض اصلی : سیال در داخل لوله آن است بنابراین از اتلاف صرف نظر شده.

② چون از رابطه $\sum F_x = \frac{\dot{m}}{g_c}(V_{2x} - V_{1x})$ استفاده شده فرض تراکم جریان دائمی است.

③ در طول یک خط جریان نوشته شده.

$$\frac{dP}{\rho} + \frac{u\,du}{g_c} + \frac{g}{g_c} dz = 0$$

مقاله دوم : برای انتگرال گیری فرض چهارم را اضافه کردیم : $\rho = cte$.

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2g_c} + \frac{g}{g_c} z = cte$$

* معادلات اویلر و برنول فقط برای یک خط جریان است.

ارفیس : سرعت خروجی : $V = \sqrt{2gh}$

$$A_c = C_c A_{\text{واقعی}} \quad V_{\text{واقعی}} = C_v \sqrt{2gh}$$

$C_c, C_v, C_d < 1$

$$Q_{\text{واقعی}} = C_c C_v Q_{\text{ایده آل}} = C_d Q_{\text{ایده آل}}$$

* در بسیاری از مسائل سرعت خروجی $\sqrt{2gh}$

ضریب تصحیح اندازه حرکت : فرض ۱) سرعت یکنواخت ۲) جامد بی دیدار.

$$\sum F_x = \frac{\dot{m}}{g_c}(V_{2x} - V_{1x})$$

از آنجا که سرعت یکنواخت نیست از مفهوم ضریب تصحیح استفاده می کنیم :

$$\beta = \frac{1}{A}\int \left(\frac{V}{\bar{V}}\right)^2 dA$$

$$\int \rho V V dA = \beta \rho \bar{V}^2 A \longrightarrow \boxed{\beta = \frac{1}{A}\int \left(\frac{V}{\bar{V}}\right)^2 dA}$$

* β در جریان آرام درون لوله $\boxed{\beta = \frac{4}{3}}$ در جریان درهم $\beta = 1.04 - 1.03$ (هست به درهم بودن جریان بستگی دارد)

سیالات / دوم / صد ۲

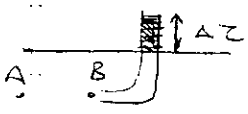
www.Prozheha.ir

معادله تعادل انرژی جنبشی: $\frac{P_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g_c} + Z_1 \frac{g}{g_c} + \eta W_p = \frac{P_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + Z_2 g + h_f$

* باید فرض درنظر گرفتن اثر α دیگر دلیلی بود سرعت را اصلاح کنیم

$$\alpha = \frac{1}{A} \int \left(\frac{V}{\bar{V}}\right)^3 dA$$

* در جریان آرام $\alpha = 2$ در جریان درهم $\alpha = 1.05$



لوله پیتوت: سرعت موضعی را اندازه گیری می کند. $V_A^2 = 2\left(\frac{P_B - P_A}{\rho}\right)$

$P_B - P_A = \rho g \Delta z \rightarrow V_A = \sqrt{2g\Delta z}$

* مثال ص ۳۸

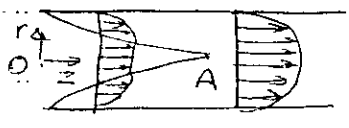
$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$

لایه مرزی: نشان می دهد که چگونه لایه نیروهای برشی توزیع می گردد.

در لایه مرزی از آرام به درهم همیشه داریم چون رژیم درهمی با سرعت بیشتری رخ می دهد.

در لایه مرزی نیروی برشی ویسکوز با دیواره در مقایسه با نیروی اینرسی خیلی کم است.

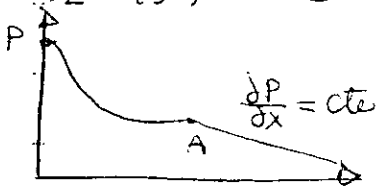
آرام: $\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re}} \rightarrow \delta \propto x^{1/2}$ درهم: $\frac{\delta}{x} = \frac{0.37}{Re^{0.8}} \rightarrow \delta \propto x^{0.8}$



لایه مرزی در داخل لوله: $\frac{OA}{}$ ناحیه ورودی لوله است بعد از نقطه A سرعت فقط تابعیت شعاع دارد.

نصف دوم لوله Fully developed

$V_z = V(r,z)$ $V_z = V(r)$



افت فشار در داخل لوله: بعد از نقطه A (در ناحیه توسعه یافته)

افت فشار خطی است $\frac{\partial P}{\partial x} = cte$ بنابراین در ناحیه توسعه یافته $\frac{\Delta P}{\Delta L} = cte$ (هم آرام هم درهم).

$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + Z_1 g = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + Z_2 g + h_f$

افت فشار / واحد جرم = انرژی / جرم = افت

هم آرام هم درهم $h_f = -\frac{\Delta P}{\rho}$

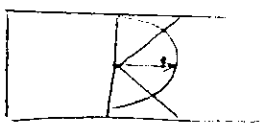
یا $h_f = -\frac{\Delta P}{\rho g}$ در این صورت واحد ارتفاع سیال است.

تنش: $\sum F_x = \frac{m}{g_c}(V_{2x} - V_{1x}) \rightarrow P(\pi r^2) - (P + \Delta P)\pi r^2 - \tau(2\pi r L) = 0$

$\rightarrow \tau = -\frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{r}{2} \rightarrow \tau \propto r$ چون $\frac{\Delta P}{L}$ ثابت است.

$r = 0 \quad \tau = 0$

$r = R \quad \tau = \tau_w$



www.Prozheha.ir

جریان آرام : $U = U_{max}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$ ، $U_{max} = -\frac{\Delta P}{L}\frac{R^2}{(4\mu)}$

$$-\Delta P = \frac{32\mu \bar{U} L}{g_c D^2} = \frac{128\mu Q L}{g_c \pi D^4}$$

با داشتن ΔP ، h_f هم بدست می‌آید.

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta P}{L}\right) \propto \frac{Q'}{D^4} \xrightarrow{\text{تبدیل } Q} \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4$$

* مثال : در جریان آرام در داخل لوله اگر دبی را ثابت قطر لوله را دو برابر کنیم افت فشار $\frac{1}{16}$ می‌شود.

اگر قطر لوله را ثابت نگاه داریم و دبی را تغییر دهیم

در قطر لوله ثابت، جریان آرام: $\Delta P \propto Q'$ ، $\Delta P \propto V'$

و $h_f \sim \Delta P$

• ضریب اصطکاک : نسبت نیروهای برشی به نیروهای اینرسی .

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{\rho \bar{u}^2}{2g_c}}$$

$$\tau_w = -\frac{\Delta P}{L}\cdot\frac{D}{4}$$

$$h_f = -\frac{\Delta P}{\rho}$$

$$\Rightarrow \boxed{h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g_c}}$$ رابطه دارسی-ویسباخ

Fanning

$$\boxed{f_{darcy} = 4f_{Fanning}}$$

SI: $h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2}$ $\frac{J}{kg}$ ، $h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$ m

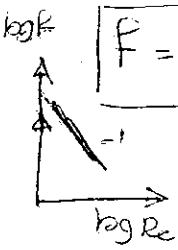
انگلیسی: $h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$ ft ، $h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g_c}$ $\frac{ft\,lbf}{lbm}$

* دبی در سیستم انگلیسی علاوه بر حسب ارتفاع سیال و انرژی بر حسب جرم یکسان است بنابراین $g_c = 32.2$ همواره در فرمول دارسی وجود دارد است.

ضریب اصطکاک در جریان آرام داخل لوله :

$$\boxed{f = \frac{16}{Re}} \qquad \boxed{f_{darcy} = \frac{64}{Re}}$$

$\log f = \log 64 - \log Re$



در رسم $\log f$ بر حسب $\log Re$ خطی با شیب -۱ بدست می‌آید. دیاگرام مودی بر حسب داده‌های است.

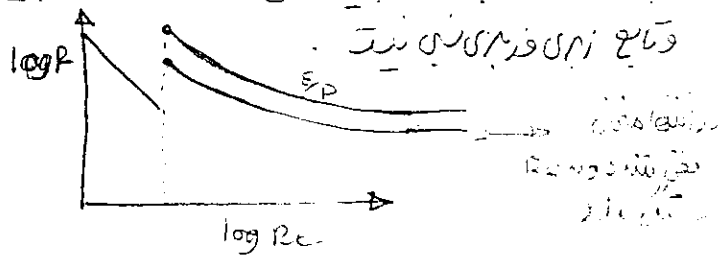
زبری فلزی نبی : $\frac{\varepsilon}{D}$ = زبری نبی

در جریان آرام زبری روی جریان خیلی تأثیر ندارد ، در جریان آرام ضریب اصطکاک فقط تابع عدد Re است و تابع زبری فلزی نبی نیست.

① جریان آرام $f = f(Re)$

② جریان دوم $f = f(Re, \frac{\varepsilon}{D})$

③ جریان خیلی درهم $f = f(\frac{\varepsilon}{D})$



Re ↑ f ↓ h_f ↑ ΔP ↑

Re ↑ سرعت ↑ τ_w ↑ f ↓

سیالات / دوم / ص ۳

www.Prozheha.ir

رابطه بلازیوس برای افت در لوله صاف: $f = \frac{0.079}{Re^{0.25}}$ ، $h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g_c}$

$$\Rightarrow \boxed{h_f = \frac{Q^{1.75}}{D^{4.75}}} \xrightarrow{\text{ثابت}} \boxed{h_f \propto \frac{1}{D^{4.75}}}$$

* اثر اندازه قطر روی کاهش افت فشار در جریان درهم بسیار قوی است.

از جریان آرام است.

درهم (قطر ثابت):
$$\begin{cases} h_f \propto Q^{1.75} \\ h_f \propto V^{1.75} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \Delta p \propto Q^{1.75} \\ \Delta p \propto V^{1.75} \end{cases}$$

* در جریان خیلی درهم فرمول اصطکاک فقط تابع زبری نسبی و تقریباً ثابت است بنابراین:

$$h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g_c} \longrightarrow h_f \propto \frac{V^2}{D} \longrightarrow h_f \propto \frac{\left(\frac{4Q}{\pi D^2}\right)^2}{D} \longrightarrow \boxed{h_f \propto \frac{Q^2}{D^5}}$$

خیلی درهم (قطر ثابت):
$$\begin{cases} h_f \propto Q^2 \\ h_f \propto V^2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \Delta p \propto Q^2 \\ \Delta p \propto Q^2 \end{cases}$$

* یعنی اثر افت قطر روی کاهش افت خیلی شدید است.

$\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^n$

آرام: $n = 4$

درهم: $n = 4.75$

خیلی درهم: $n = 5$

اگر قطر ثابت باشد:

جریان آرام: h_f و $\Delta p \propto Q^1$ و V^1

درهم: $\propto Q^{1.75}$ و $V^{1.75}$

خیلی درهم: $\propto Q^2$ و V^2

اگر دبی ثابت باشد:

$$\frac{h_{f2}}{h_{f1}} = \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^n$$

جریان آرام: $n = 4$

درهم: $n = 4.75$

خیلی درهم: $n = 5$

$\frac{\Delta P}{L}$ یا $h_f \propto \frac{Q^1}{D^4}$: جریان آرام

$\propto \frac{Q^{1.75}}{D^{4.75}}$: درهم

$\propto \frac{Q^2}{D^5}$: خیلی درهم

www.Prozheha.ir

شعاع هیدرولیکی :

* همواره قطر هیدرولیکی را در روابط جایگذاری می‌کنیم.

D_H = قطر هیدرولیکی $= 4r_H$

r_H شعاع هیدرولیکی $= \frac{\text{مساحتی که جریان عبور می‌کند}}{\text{محیطی که خیس می‌شود}}$

مثال : برای جایگذاری در رابطه $\tau = -\frac{\Delta P}{L}\cdot\frac{D_H}{4}$ ← $\tau = -\frac{\Delta P}{L}\cdot\frac{R}{2}$

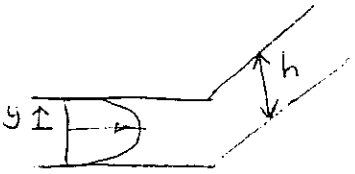
مثال :

$$D_H = 4\,\frac{\pi/4\,(D_o^2 - D_i^2)}{\pi\,(D_i + D_o)}$$

$$\rightarrow D_H = D_o - D_i$$ قطر هیدرولیکی سیالاتی

$$D_H = 4\times\frac{\pi/4\,(D_o^2 - D_i^2)}{\pi D_i}$$

قطر هیدرولیکی حرارتی $D_H = \frac{D_o^2 - D_i^2}{D_i}$



جریان بین دو صفحه موازی :

رابطه بین افت فشار و تنش در سیستم‌های کارتزین.

$$\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0$$

رابطه بین افت فشار و تنش در سیستم‌های استوانه‌ای.

$$\frac{2\tau}{r} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

پروفایل سرعت : $U_{max} = -\frac{\Delta P}{L}\cdot\frac{h^2}{8\mu}$ ، $U = U_{max}\left[1 - \left(\frac{y}{\frac{h}{2}}\right)^2\right]$

سرعت متوسط بین دو صفحه افقی : $\bar{U} = \frac{2}{3}U_{max}$

$$Re = \frac{\rho \bar{U} h}{\mu} \longrightarrow \begin{cases} f_{\text{فنینگ}} = \frac{12}{Re} \\ f_{\text{دارسی}} = \frac{48}{Re} \end{cases}$$

$$Re = \frac{\rho \bar{U} D_H}{\mu} \longrightarrow \begin{cases} f_{\text{فنینگ}} = \frac{24}{Re} \\ f_{\text{دارسی}} = \frac{96}{Re} \end{cases}$$

* پدیده مولد لغزش شدید در جریان زیر لوله‌ها در این حالت صدق است. مثلاً جریان آرام نمی‌تواند....

سیالات / دوم / ص ۳

www.Prozheha.ir

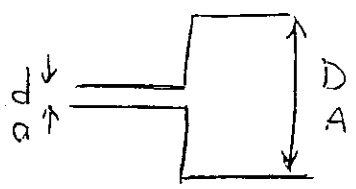
اتلاف در اتصالات :

در لوله : $h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g_c}$ ($\frac{L}{D} = k$)

در اتصالات : $h_f = k \frac{V^2}{2g}$

(برای سیستم انگلیسی و جریان آبی) $h_f = k \frac{V^2}{2g_c}$

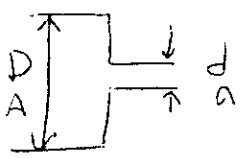
حالت ① اتساع ناگهانی .



$$K = \left[1 - \frac{a}{A}\right]^2$$

$$K = \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]^2$$

حالت ② انقباض ناگهانی .



$$K = 0.5\left[1 - \frac{a}{A}\right]$$

(در لوله جریان) $K = 0.5\left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]$

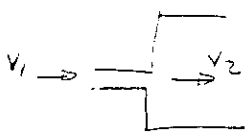
← در بعضی کتاب‌ها 0.42

حالت ③ $\frac{d}{D} \to 0$ ، $K = 1$ (مخزن)

حالت ④ $\frac{d}{D} \to 0$ ، $K = 0.5$

* تمامی k ها برای سرعت در سطح مقطع کوچکتر است. $h_f = k \frac{V^2}{2g}$ ← سرعت در سطح مقطع کوچکتر

* برای انبساط ناگهانی بهتر است از این رابطه استفاده کنیم :



$$h_f = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

طول معادل :

$$h_f = 4f \frac{L_e}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$h_f = k \frac{V^2}{2g}$$

$$\Rightarrow L_e = \frac{kD}{f_{darcy}}$$

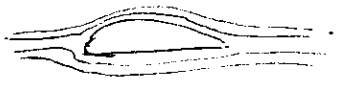
$$= \frac{kD}{4f_{Fanning}}$$

www.Prozheha.ir

فصل سوم / سمینار پور / مفاهیم جریان سیال و معادلات بنیادی حجم کنترل .

سطح کنترل : مرزهای حجم کنترل .

خط جریان : در هر لحظه در راستا سرعت به مماس است دیواره می باشد و بدین دلیل خطوط جریان با دیواره مماس است سیال هیچگاه خطوط جریان را نمی توانند قطع کنند .



ذرات جریان گذرنده از این خط جریان ها ثابت است .

جریان پایدار : در جریان پایدار برای ثابت ماندن سرعت باید در هر نقطه ی حجم ثابت باشد .

در جریان ناپایدار چون جهت بردار سرعت در هر نقطه نسبت به زمان تغییر می کند ممکن است خط جریان در زمان های مختلف تغییر کند چون ذره در یک لحظه بر روی یک خط جریان و در لحظه ی دیگر بر روی خط جریان دیگری حرکت می کند .

بنابراین ممکن است ذرات مسیر دو هیچ شباهتی به خط جریان لحظه ای نداشته باشد .

جریان یکنواخت : Plug .

لوله جریان Stream tube : هیچ جریانی از دیواره آن عبور نخواهد کرد ، لوله ای است که خطوط جریان بر سطح خارجی آن مماس اند .

معادلات اویلر و برنولی : $\frac{dP}{\rho} + g\,dz + V\,dV = 0$ (1 و 2 و 3 نقاط جریان) $\xrightarrow[\rho=cte]{S} \frac{P}{\rho} + gz + \frac{V^2}{2} = cte$ $M=0$

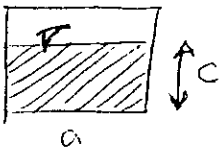
$\frac{P}{\gamma} + z + \frac{V^2}{2g} = cte$ بر حسب سیال .

اگر در mg ضرب شود برآیند انرژی شود و اگر در mg ضرب شود واحد توان می شود .

عدد رینولدز بحرانی : Re_c بین دو عدد Re_c = 1000 (طول مشخصه در این حالت فاصله بین دو صفحه است) .

Re_c کره = 1 (طول مشخصه در این حالت قطر کره است) .

* در مقوله قطر هیدرولیکی به محیط تر شده توجه شود .



$D_H = \frac{4A}{P}$ ، $R_H = \frac{A}{P}$

جریان درونی : جریان درون یک ناحیه بسته . جریان بیرونی : سیال در ناحیه ای محدود نشده است .

طول ناحیه گذرا (ورودی لوله) برای جریان آرام : $\frac{L}{D} = 0.058\,Re$ رابطه تجربی .

* در جریان درهم طول ناحیه گذرا کوتاه تر است .

* رابطه $\tau = \frac{\Delta P}{L}\frac{r}{2}$ برای لوله افقی صادق است .

* در لوله در های صیقلی مان ($Re > 10^5$) f تابع $\frac{\varepsilon}{D}$ است .

** با افزایش سرعت عدد Re افزایش ، f کاهش و h_L افزایش می یابد ، زیرا با توجه به رابطه $h_L = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$ افزایش V^2 خیلی بیشتر از کاهش f است لذا h_L افزایش می یابد .

سیالات / دوشنبه / صفحه 5

www.Prozheha.ir

* $3000 < Re < 100000$ ، $f = \frac{0.316}{Re^{0.25}}$ رابطه بلازیوس

* کمترین مقدار f در جریان آرام در $Re = 2000$ است و تمام fهای آشفته از این مقدار کمتر هستند

افت های فرعی (Minor Losses) : (زانویی، شیر، خمیدگی، ...) مقدار آن معمولاً کمتر از افت بر اصطکاک است. بجز انبساط ناگهانی در بقیه موارد بطور تجربی تعیین می شوند.

معمولاً افت های فرعی را بصورت $h = K \frac{V^2}{2g}$ می نویسند.

انبساط ناگهانی : $K = \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right]^2$ ، $h = K \frac{V_1^2}{2g}$

اگر انبساط از لوله به مخزن باشد $\frac{D_1}{D_2} = 0$ و افت برابر $\frac{V_1^2}{2g}$ خواهد بود. در این حالت انرژی جنبشی بطور کامل به انرژی فشار تبدیل شده است.

انبساط تدریجی : از این سیستم برای بازیافت و جبران خشار دستگاه های اندازه گیری شده استفاده می شود. تابع قطرها و زاویه با افزایش K ، θ افزایش می یابد که منجر به افزایش تلفات می گردد.

$$h = K \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

انقباض ناگهانی : $h_c = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2 \frac{V_2^2}{2g}$

افت به واسطه اتصالات : $h = K \frac{V^2}{2g}$ ، K از روی جدول.

طول معادل : L_e طول لوله است که مقاومت افت دنبال اتصال یا اتصالات را ایجاد می کند. افت ناشی از اتصالات $h_f = f \frac{L_e}{D} \frac{V^2}{2g}$ برابر L_e طول لوله

$h = K \frac{V^2}{2g}$ ← مجموع Kهای اتصالات

$$h_f = h \rightarrow L_{eq} = \frac{KD}{f}$$

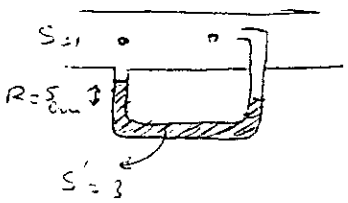
پرش هیدرولیکی : تحت شرایط خاص در کانال باز جریان سریع مایع ناگهان تبدیل به جریان آرام با سطح مقطع بزرگتر می شود و ارتفاع سطح مایع بطور ناگهانی افزایش می یابد. در حقیقت مولکول های مایع دسته دسته و بزرگ جنبشی را به انرژی پتانسیل و تلفات تبدیل می کنند.

هرچه ارتفاع بیشتر باشد تلفات بیشتر است.

$$h_L = \frac{(Y_2 - Y_1)^3}{4 Y_1 Y_2}$$

www.Prozheha.ir

$$\dot{m} = \rho Q$$
$$\dot{m} = \rho V A$$
$$Q = VA$$
$$\text{میزان Flux} = \rho V$$



لوله بتونی : 5cm معادل با 15 cm آب

چون در شعاع دیگر 5 cm آب است.

$V = \sqrt{2gh}$ ← $h = 15 - 5$

h : $3 \times h' = 1 \times h$

$15 = h$

* همواره سرعت $\sqrt{2gh}$ وقتی سطح دیگر سطح (نسبی) داریم فقط h باید ارتفاع معادل سیال باشد که سرعت آنرا اندازه می‌گیریم.

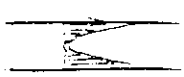
---

* پس از بدست آوردن f ، ΔP را (برای طول معین) می‌توان از رابطه :

$$h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$ ← همواره در ρg ضرب کرده Pa بدست می‌آید.

---

* اگر سیالی در داخل لوله‌ای ساکن بوده و کنید و تبدیل لوله را لمس کنیم.



اثر صفحه بالایی با سرعت V حرکت کند :

آب با دبی $15 \frac{m^3}{min}$ از درون لوله‌ای با سرعت $50 \frac{m}{s}$ می‌گذرد، سطح مقطع بزرگتر سرعت $20 \frac{m}{s}$ است. Δp برابر است با :

$$h_f = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \frac{900}{20} = 45m$$

$$\Delta P = \rho g h = 1000 \times 10 \times 45$$

سیالات / دوم / ص ۶

www.Prozheha.ir

چون $Re = 20000$ ← $\frac{\varepsilon}{D} < 0.008$: جریان آرام بیشتر از جریان درهم است.

www.Prozheha.ir

~~جلسه دوم دوره نهایی / فصل دوم سیالات / مفاهیم جریان سیال و معادلات بنیادی حجم کنترل~~

(۲) $\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2g} + z = \frac{m}{\text{سیال}}$ ، اگر mg ضرب شود تبدیل به انرژی می‌شود.

اگر mg ~ ~ ~ ~ توان می‌شود.

$$\text{توان} = \gamma Q h$$

γ ↓ mg ↓ m سیال

(۵) رابطه $\frac{U}{U_{max}} = \left(\frac{y}{R}\right)^{1/7}$ در حالت دوم بر روی جداره کاربردی ندارد چون:

$$\tau_w = -\mu \frac{du}{dr}\Big|_{r=R} \rightarrow \frac{du}{dr} = \frac{1}{7R^{1/7}} y^{-6/7} \rightarrow \tau_w = \tau_{r=0} = \infty$$

(۱۱) ؟

(۱۲) زمان تخلیه مخزن:

$$V_2 = \sqrt{2gh}$$

$$V_1 A_1 = V_2 D_2$$

$$V_1 D_1^2 = \sqrt{2gh}\, D_2^2$$

$$\frac{dh}{dt} = \sqrt{2gh}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

(۲۹) افت استوانه، P_1

$$\frac{P_1}{\gamma_1} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma_2} + \frac{V_2^2}{2g} + h_e$$

$$h_e = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \Rightarrow \frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} - \frac{(V_2 - V_1)^2}{2g}$$

(۳۶) در جریان درهم انتقال مومنتوم مولکول در نزدیکی دیواره نقش دارد.

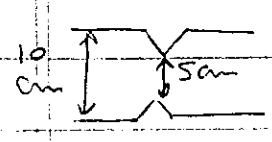
(۴۴) پروفایل سرعت را داده و نیروی وارد بر دیواره را خواسته:

$$\tau = -\mu \frac{dv}{dr}$$

$$\rightarrow \tau = \frac{2\mu V_{max}}{R} \qquad F = \tau A = \frac{2\mu V_{max}}{R} \cdot 2\pi RL \rightarrow F \checkmark$$

* در شفاع هیدرولیکی اگر نگفته کانال روباز روبته در نظر بگیر

(۴۹)



$D_1 = 10\,cm$

$D_2 = 5cm$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

(۵۷)

$$\tau_w = f \frac{\rho V^2}{2}$$

* خیلی درهم: $Re \gg 10^7$

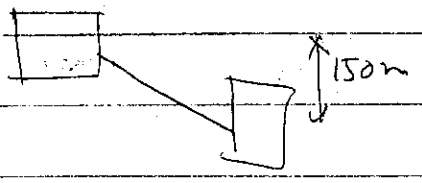
www.Prozheha.ir

(۹۷) نیمرخ شعاعی سرعت، سرعت متوسط برابر است با:

$$\frac{V}{U} = \frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \qquad V = U_{max}\left[\quad\right]$$

$\frac{1}{2}$ نه — $\frac{1}{2}U$

(۹۸) نفت‌کش را دو بشکه پر شده در حیاس کف ریتی بعدرت ... تعیین کند.



(۹۴)
$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f$$

$z_1 - z_2 = 150$

$$150 = h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \longrightarrow V\checkmark$$

$$Q = VA \longrightarrow Q\checkmark$$

(۱۰۹)
$$V_x = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad V_y = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

* در زیر لایه آرام و لزجت مولکول بزرگتر از ویسکوزیته هوا تر

(۱۱۱) ؟

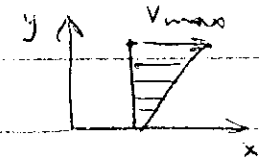
(۱۲۵) اگر پروفایل سرعت داخل لایه مرزی در نقطه جدایی بصورت $u = Ay^2 + By + C$ باشد مقادیر A و B و C عبارت است از:

$$y = 0 \text{ و } u = 0 \Rightarrow \quad 0 = A(0) + B(0) + C \Rightarrow C = 0$$

$$y = 0 \text{ و } \frac{du}{dy} = 0 \Rightarrow \quad \frac{du}{dy} = 2Ay + B \longrightarrow B = 0$$

(۱۵۴)

(۱۲۹)



$$V(x) = 2y$$

← چون مقدار سرعت در جهت محور x ها با y این گونه تغییر می‌کند

www.Prozheha.ir

روابط و فرمول های حفظی :

Drag Force:

برای کره ، Creeping Flow ، Steady State :

$F_D = 6\pi R\mu u = 3\pi\mu D u_0$

$F_P = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{سیال} g + 2\pi R\mu u$

$F_W = 4\pi R\mu u$

نیروی ناشی از شکل جسم $2\pi\mu Ru$

" " اصطکاک " " $2\pi R\mu u$

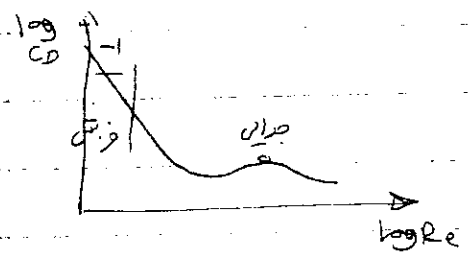
" " پوسته ای $4\pi R\mu u$

$$C_D = \frac{F_D/A}{\rho u^2/2} \longrightarrow \boxed{F_D = C_D A_P \rho \frac{\bar{u}^2}{2}}$$

$A_P = ?$ = مساحت تصویر جسم روی صفحه عمود

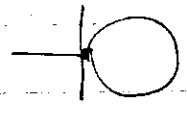
$A_P = \pi R^2$ $\quad$ $A_P = L \cdot D$

برای کره (بجای تخت فوق) $C_D = \frac{24}{Re} \longrightarrow \log C_D = \log 24 - \log Re$



$Re \uparrow \; C_D \downarrow \; F_D \uparrow \; wake \uparrow$

علت تا ثابت ماندن C_D بعد از جدایی :



* در ناحیه مزنشی برای تمام اجسام $C_D \propto \frac{1}{Re}$

کاربرد نیروی درگ : محاسبه ویسکوزیته سیال مجهول :

$W - F_B - F_D = 0$

$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_s g - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g - 6\pi\mu R u_0 = 0$

$\longrightarrow \mu = \frac{1}{18}\frac{D^2(\gamma_s - \gamma)}{u_0}$ $\quad$ سرعت $u_0 \propto d_p^2$

μ و ρ رابطه دقیق تر

$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_s g - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g - C_D A_P \rho \frac{u^2}{2} = 0$

$\longrightarrow u = \sqrt{\frac{8Rg(\rho_s - \rho)}{3 C_D \rho}}$

سال
نیمسال سوم
حل

$W - F_D - F_B = 0$: دینامیک خارجی

$m\frac{a_e}{g_c} - C_D A_P \rho \frac{u^2}{2g_c} - \frac{m}{\rho_s}\rho\frac{a_e}{g_c} = 0$ $\quad \longrightarrow u = \sqrt{\frac{2 m a_e (\rho_s - \rho)}{\rho \rho_s C_D A_P}}$

$a_e = r\omega^2 \rightarrow u = \omega\sqrt{\frac{2 r m a_e(\rho_s - \rho)}{\rho \rho_s C_D A_P}}$ $\quad u \propto \bar{r}$

www.Prozheha.ir

روابط و فرمول های حفظی بسترهای پر شده :

$$\varepsilon = \frac{\text{حجم فضای خالی}}{\text{کل حجم}} \quad , \quad V_{eff} = \frac{V}{\varepsilon} \quad , \quad r_H = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\frac{V_p}{S_p}$$

$$SL(1-\varepsilon) = N_p . V_p \rightarrow N_p = \frac{SL(1-\varepsilon)}{V_p}$$

ضریب شکل $\Phi = \dfrac{(S_p/V_p)\text{ذره}}{(S_p/V_p)\text{کره}} = \dfrac{S_p \text{ کره}}{S_p \text{ ذره}}$

ضریب اصطکاک فصل بستر $F = \dfrac{150(1-\varepsilon)}{\Phi\, Re} + 1.75$

جریان متلاطم $\rightarrow F = 1.75$ جریان آرام $\rightarrow F = \dfrac{150(1-\varepsilon)}{\Phi\, Re}$

- جریان متلاطم: $\Delta p \sim v^2$
- جریان آرام: $\Delta p \sim v^1$ — Kozeny-Karman

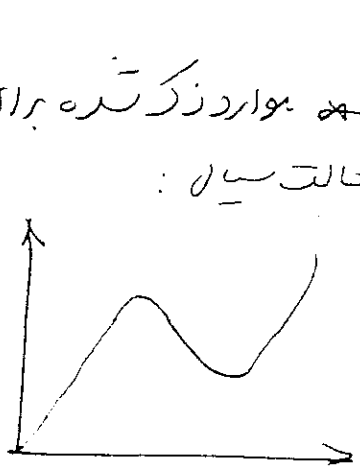
در ترسیم:

- جریان متلاطم: $\log \Delta p \sim 2 \log v$
- $\log \Delta p \sim \log v$

* موارد ذکر شده برای جریان از بستر به حالت سیال رسیده است.

حالت سیال : $L_1(1-\varepsilon_1) = L_2(1-\varepsilon_2)$

۱۷ ← نیروی بویانسی و وزن نسبت به کنید.



افت فشار در آستانه سیالیت : $-\dfrac{\Delta P}{L} = g/g_c\,(1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_f)$

$\dfrac{\text{ذره}}{\text{کره}}\, a_p = \dfrac{6(1-\varepsilon)}{d_p}$

www.Prozheha.ir

۱- روابط و فرمول های حفظی سیالات ترا لم بذیر :

قانون پیوستگی در یک لوله با سطح مقطع ثابت : $\rho dV + V d\rho = 0$

$\sum F_x = \dot{m}(V_{2x} - V_{1x}) \rightarrow PA - (P+dP)A = \rho V A (V+dV-V)$

$-dP = \rho V dV$

قانون نیوتن دوم : (سطح مقطع ثابت)

سرعت صوت : $C = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$

سرعت سیال ترا لم بذیر داخل لوله : $V = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$

$C = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$ $\quad K = -\frac{dP}{\frac{dx}{V}} = \frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}}$

گاز ایده آل : $C = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

گاز نیمه آل : $C = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$

برحالت rev و Adia. :

$Ma = \frac{V}{C}$

$Ma \leq 0.3$ سیال تراکم نا پذیر

$Ma > 0.3$ سیال تراکم پذیر

* Supersonic : مافوق صوت : $Ma > 1$ * Subsonic : مادون صوت : $Ma < 1$

جریان adia. و rev :

(قانون پیوستگی) $\frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} + \frac{dP}{\rho} = 0$

(اویلر) $\frac{dP}{\rho} + V dV = 0$

$C = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$

$\rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{dV}{V}(Ma^2 - 1)$

MAX شدت وزن بدر کانال همگرا زمانی است که سطح گلوگاه سرعت صوتی باشد.

جریان Adia. در لوله با سطح مقطع ثابت : ۱) لوله عایق ۲) اختق ۳) کار صفر.

$V < V_c$: سرعت کمتر از صوت و $V > V_c$: حفره.

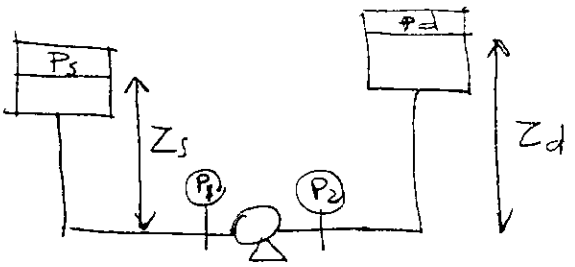
در لوله با A ثابت max سرعت سرعت صوت است و به مافوق صوت کمی رسد.

در لوله با سطح مقطع ثابت با شرایط ذکر شده با افزایش سرعت کاهش دما داریم :

$T_2 = T_1 - \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2C_p}\right)$

www.Prozheha.ir

پمپ :



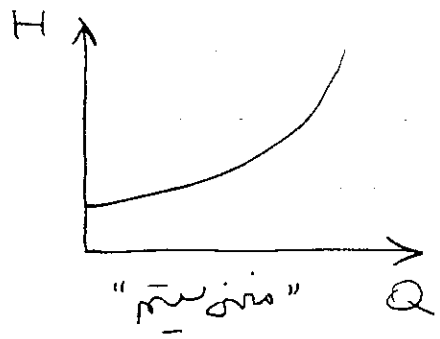
$$P_1 = P_s + \rho g Z_s - h_{fs}$$
$$P_2 = P_d + \rho g Z_d + h_{fd}$$

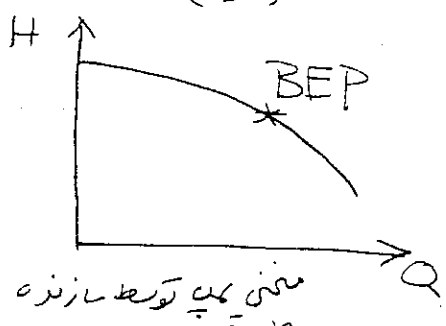
$$\frac{P_1}{\rho g} = H_1 = \frac{P_s}{\rho g} + Z_s - h'_{fs}$$

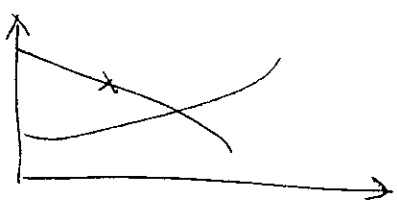
$$H_2 = \frac{P_d}{\rho g} + Z_d + h'_{fd}$$

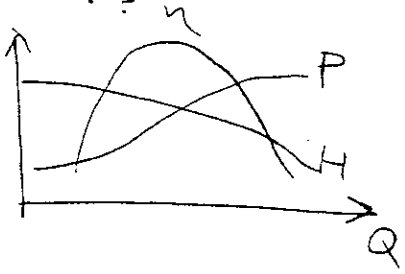
$$\text{سیستم } H = H_2 - H_1 = \frac{P_d - P_s}{\rho g} + (Z_d - Z_s) + (h'_{fd} + h'_{fs})$$

$$H = A + SQ^2 \leftarrow h_f = 4f\frac{L}{D}\frac{4Q^2}{(\pi D^2)^2}$$









توان که پمپ به سیال می دهد : $P = Q\Delta P$

$P = \rho g H Q$

توان که پمپ مصرف می کند . $P = \frac{\rho g H Q}{\eta}$

* با کاهش راندمان پمپ باید توان افزایش یابد .

کاویتاسیون : مخصوص پمپ سانتریفوژ ←

۱) حرکت جرم پمپ عوض شده و شروع به لرزش می کند
۲) با ایجاد این پدیده هم دبی و هم هد به شدت کاهش می یابد
۳) و P_{in} با هجوم صدا به پمپ

اگر به هر دلیل فشار در داخل پمپ از فشار بخار سیال پایین تر رود، قسمتی از مایع بخار شده، به شکل حباب در می آید که به این پدیده کاویتاسیون می گویند .

NPSH : هر داخل قسمت مکش که باید موجود باشد تا کاویتاسیون رخ ندهد :

$$P_s + \rho g Z_s - h_{fs} > P_{VP} \rightarrow P_s - P_v + \rho g Z_s - h_{fs} > 0$$

$$NPSH = \left(\frac{P_s - P_{VP}}{\rho g}\right) + Z_s - h_f > 0$$

www.Prozheha.ir

available ←

NPSHA : دردسترس NPSHR : سازنده به ما می‌دهد.

$$NPSHA = NPSHR + \begin{cases} 0.5\ m \\ 2\ ft \end{cases}$$

* اگر محل پایین‌تر از پمپ بود باید Z_s را منفی بگیریم.

پمپ سانتریفوژ: ① $H \downarrow$ $Q^{1/2} \uparrow$ $P \downarrow$ ② ③ تنبه پلاستیک / با دور بالا کار می‌کنیم.

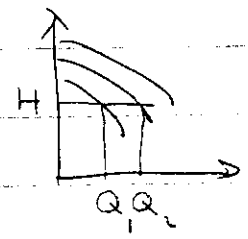
④ پمپ برای انتقال سیالات دارای ذرات معلق

⑤ درصد وزنی کم راندمان بالا دارند.

⑥ ارزان است، فضای کمی دارد. هزینه راه‌اندازی، نصب و ... ↓

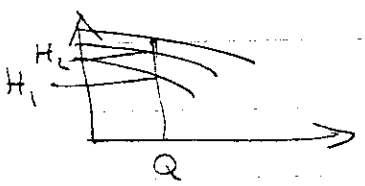
پمپ موازی: $Q = Q_1 + Q_2$

$H = H_1 = H_2$



افزایش دبی

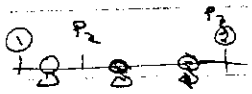
پمپ سری: افزایش هد.



$Q = Q_1 = Q_2$

$H = H_2 + H_1$

ΔP کل $= P_3 - P_1$



پمپ حلزونی +: این پمپ‌ها دبی ثابت می‌دهند.

① برای $\mu \uparrow$ ② $Q \downarrow$ $H \uparrow$ فت رفتن خیلی زیاد است.

③ برای انتقال سیالات dilatant بکار می‌روند. ④ هزینه خرید، نصب، نگهداری بالاتر نسبت به سانتریفوژ.

سیالات / سوم / حد ۳

www.Prozheha.ir

روابط و فرمول‌های حفظی گروه‌های بی بعد:

- Rayleigh - Π- Buckingham.

تعداد پارامترها = n تعداد گروه‌های بی بعد

- تعداد ابعاد اساسی سیستم ← MLT: 3 / ML: 2 / F=MLT: 4

$$\Pi_1 = (A^a B^b C^c).D$$
$$\Pi_2 = (A^{a'} B^{b'} C^{c'}).E$$
$$\Pi_3 = (A^{a''} B^{b''} C^{c''}).G$$

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} = \frac{\rho U^2}{\mu U/D}$$ نیروی اینرسی / نیروی ویسکوز (برشی)

$$Ma = \frac{V}{C}$$

فرود $$Fr = \frac{V^2}{Lg}$$ نیروی اینرسی / نیروی جاذبه.

اویلر $$Eu = \frac{-\Delta P}{\rho V^2}$$ نیروی فشاری / نیروی اینرسی.

وبر $$We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$$

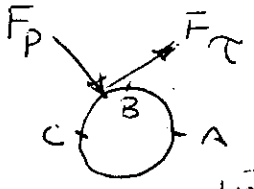
تشابه: آزمایشگاه به صنعت:
*) تشابه هندسی: برابری ابعاد.
*) دینامیکی: نسبت نیروهای وارد بر جسم در یک نقطه در یک مقیاس با نیروی وارد بر همان نقطه در جسم دیگر برابر است.

*) Re: جریان داخل لوله.
*) Eu: افت فشار.
*) Fr: حرکت در سطح آزاد، وقتی سیال از ارتفاع پایین برود.
*) Ma: سیال تراکم پذیر: مثال: حرکت هواپیما.
*) We: کشش سطحی: وبر: صعود سیال از روی لوله مویین.

www.Prozheha.ir

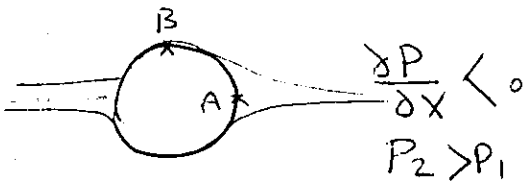
روابط و فرمول های حفظی :

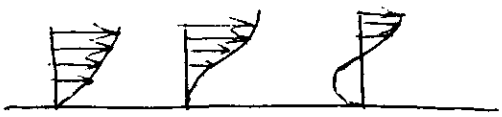
نیروی درگ :



$$\Sigma F_x = \int P dA \cos\theta + \int \tau dA \sin\theta$$

V_A حداقل مقدار ، P_B حداقل $\quad V_A < V_c < V_B$





* جدایش زمان اتفاق می افتد :

$$\left.\frac{\delta u}{\delta y}\right|_{y=0} = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{\delta P}{\delta x} > 0$$

* سطوح ناصاف باعث جدایش لایه مرزی کمک می کنند. بعبارتی احتمال جدایش آن بیشتر است.
* جدایش لایه مرزی در جریان آرام زودتر از درهم اتفاق می افتد.

ستونهای بوستان :

$$F_D = (-\Delta P)\, S.\varepsilon \qquad , \qquad \frac{V_P}{S_P} = \frac{D_P}{6}$$

* $-\frac{\Delta P}{L} = \frac{g}{g_c}(\rho_s - \rho)(1-\varepsilon)$: اگر بستر در حالت سیالیت باشد و سرعت را افزایش دهیم $\varepsilon \uparrow \leftarrow \frac{\Delta P}{L} \downarrow$ ولی ΔP کل ثابت است چون $(1-\varepsilon)L$ مقداری ثابت است.

آنالیز ابعادی :

سیال تراکم پذیر :

اگر $L^* < L$ دیگر به سرعت صوت نخواهیم رسید و سرعت ماکزیمم صوت است.

* $L > L^*$ جگل : ماکزیمم در نقطه از لوله عبور می کند و شروع به کاهش سرعت می کند در این حالت در خروجی به سرعت صوت می رسد یعنی شرایط بحرانی به گونه ای تغییر می کند که در خروجی به سرعت صوت برسیم.

* اگر در جریان آدیاباتیک بخواهیم سرعت سیال را افزایش دهیم باید دانسیته سیال کاهش پیدا کند.

سیالات / سوم راهنمایی

www.Prozheha.ir

پمپ ها :

انتقال ذرات جامد توسط مایع (Slurry Transport) :

مایع حاوی ذرات جامد : Slurry (دوغاب) ← قابل ریوب : مخلوط نامتجانس دوفازی با ذرات بزرگ و غلظت کم
← غیر قابل ریوب

* درحالت قابل ریوب : ویسکوزیته مایع بوسیله ذرات جامد تغییر می کند

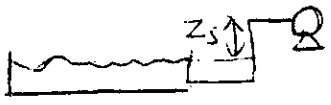
* پمپ کردن دوغاب قابل ته نشینی درحالت آرام امکان ندارد.
جریان متلاطم ← جلوگیری از ته نشینی

* ΔP_{min} تا سرعت مناسب برای عدم ته نشینی .

* سرعت استاندارد : سرعت حالت متلاطم که در پایین تر از آن ته نشین داریم .

* درحالت غیر قابل ریوب : جریان بصورت آرام و متلاطم می تواند باشد ، مایع همگن ، معمولا غلظت جامد زیاد ، رفتاری مانند نیوتنی و غیر نیوتنی

تذکر : درحالت زیر :



$$NPSH = \left(\frac{P_s - P_v}{\rho g}\right) - Z_s - h_{Ps}$$

سرعت مخصوص در پمپ : سرعتی که پمپ به ازای آن سرعت دورانی در دبی واحد هد واحد می دهد .

$$N_S = N \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

$N_S \uparrow$ ← سانتریفوژ

$N_S \downarrow$ ← جابجایی مثبت

روابط برای سانتریفوژ → مدق است .

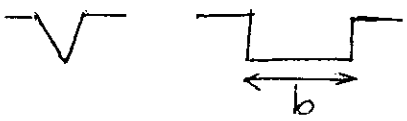
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{N_2}{N_1}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^3$$

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

www.Prozheha.ir

وسایل اندازه‌گیری :

دبی : ۱) سرریزها :

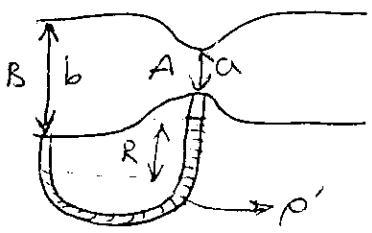


مستطیل $Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} H^{3/2} \rightarrow Q \propto H^{3/2}$

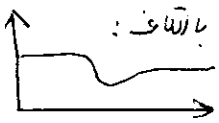
مثلثی $Q \propto H^{5/2}$

۲) ونتوری :

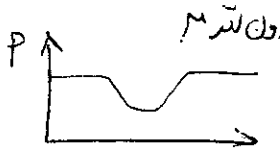
اساس کار ونتوری و ارفیس : برای کاهش سطح سرعت زیاد شده و فشار کاهش می‌یابد.
از روی اختلاف فشارها این را اندازه می‌گیریم.



بدون لنگ :



با اتلاف :



(فشار در ونتوری قابل بازیابی است)

$$V_A = \sqrt{\frac{2Rg(\rho - \rho)}{\rho(1-\beta^4)}} \qquad \beta = \frac{a}{b} < 1$$

$$Q = \frac{\pi}{4}(a)^2 V_A$$

با در نظر گرفتن اتلاف : $Q = C_D \frac{\pi}{4}(a)^2 V_A$

۳) ارفیس :

روابط ونتوری برقرار است و فشار قابل بازیابی نیست.

سیالات / سوم / صبح

www.Prozheha.ir

هفته سوم دوره زبانی / سیالات / سمینار / آنالیز ابعادی و تشابه و دیمانسیون.

۲ ع

۳ ن

۴ $V = \frac{\dot{m}}{\rho A}$

۵

۷ ✓

۹ درصورت نرم می‌توان Re را بصورت : $Re = \frac{4\dot{m}}{\mu P}$

هفته سوم دوره زبانی / سیالات / سمینار ۱ / سیال تراکم‌پذیر ۲ استریل شده

۳ تغییرات فشار تابعی از کلفتی جداره است اما تغییر نمی‌کند.

۷ در جریان سیال تراکم‌پذیر در نازل همگرا - واگرا در حالت آنتروپی ثابت max جریان زمانی است که سرعت سیال در گلوگاه برابر با سرعت صوت باشد.

۸ دبی جرمی یک ظرف حاوی روغن لوله افقی در حالت آدیاباتیک با افزایش سرعت کاهش می‌یابد.

۱۱

۱۳ سرعت ظاهری در دبی جرمی ثابت ارتباطی با کلفتی ندارد.

۱۴ ✓

۱۵ $Ma = \frac{V}{C} = \frac{V}{\sqrt{kRT}} \rightarrow Max \frac{V}{\sqrt{T}}$

۱۸ در جریان ایزوترم گازی ایده‌آل در یک لوله با طول max ، عدد Ma ضرعی از لوله یک است.

ε : Porosity

۲۳ تغییر فشار : ↓ V ↑

ونتوری

سیالات / تست / هفته سوم / صفحه

www.Prozheha.ir

هفته سوم دوره ابتدایی / نیروهای برشی و فشاری .

۳ ✓

۴ ✓

۶ درجه تنبلی ذرات نیروهای وزن ، کشش (Drag) و تنش دیواره صلت دارد و دلیل عامل اصلی نیروی وزن است .

۷ ضریب درگ تابع عدد Re است .

۹ ✓ ۱۰ ✓

۱۱ مورد .

۱۲ ؟

۱۴ ✓

۱۵ گرادیان سرعت در نقطه جدایش صفر می شود .

۱۶ ضریب درگ برای مانعی که بر روی جسم جامدی حرکت می کند تابع است از عدد Re .

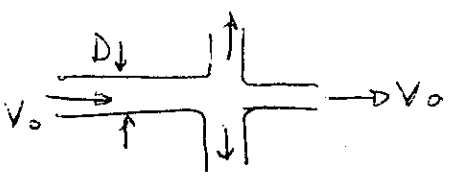
۲۰ ✓

۲۱ ✓

۲۳ ✓

۲۵ مورد

۲۷



$D/2$: قطر جت

$$F_x = (m_2 V_{2x} - m_1 V_{1x}) = \frac{\rho V_0^2 \pi d^2}{16} - \frac{\rho V_0^2 \pi d^2}{4}$$

نیروی وارده بر مانع =

نیروی وارده از طرف مانع = $-F_x$

۲۸

۲۹ ✓

۳۰ ؟

۳۲ در نقطه سکون چون سرعت صفر است P_{max} است $\frac{\partial P}{\partial x}$ می تواند صفر باشد ؟ ؟

۳۴ $F_x = \rho Q (V_2 - V_1)$

www.Prozheha.ir

هفتم سوم دوره نهایی / پمپ ها / سیالات سه مایع پور

② در جریان دوفازی مایع ـ هنگامی که ذرات قابل تراکمی نباشند و سیکوزیته مایع تغییر می‌کند.

④ ✓

⑤ فاصله پمپ تا بالاترین قسمت تخلیه را ارتفاع استاتیک تخلیه می‌نامیم.

⑦ ✓

⑨ ✓

⑩ ✓ ⑪ ✓

⑫

⑬ ✓ ⑭ ✓

⑮ نوشتن برنولی برای مانیه $h_p + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2}{2g} + Z_2 + h_f$ hp

⑯ ✓ قدرت پمپ سورمنظورش نسبت تراکم بوده است.