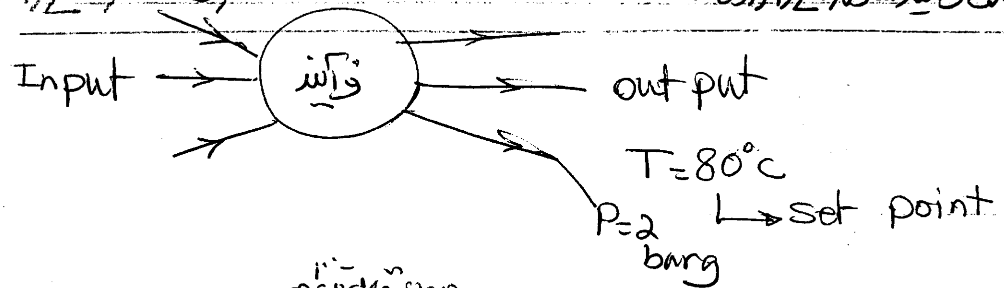
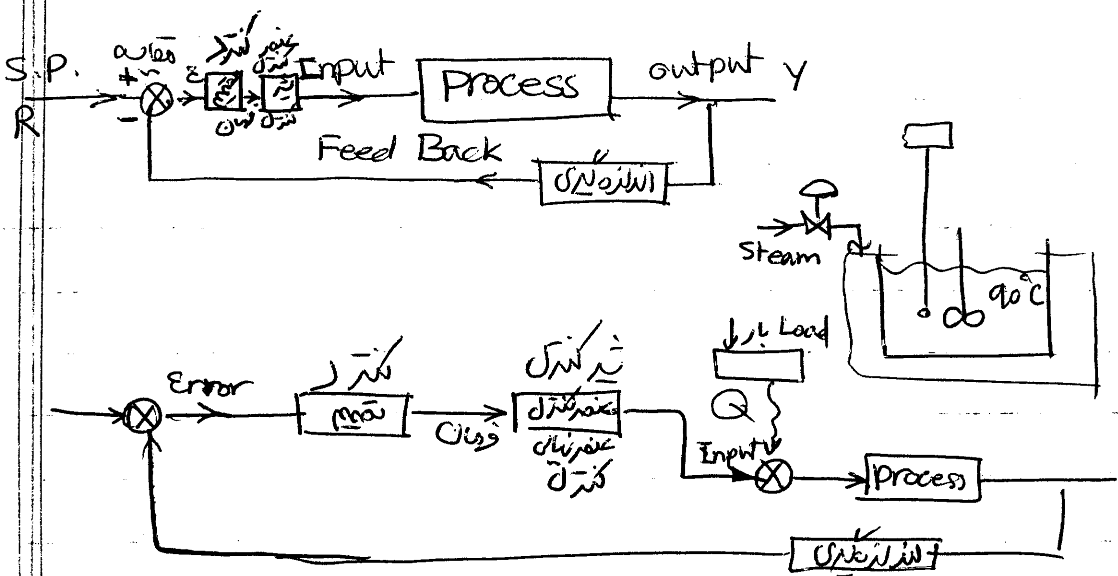
1. کنترل دکتر میرزازاده



Input → Manipulated (ورودی قابل تنظیم) : { Flow → valve

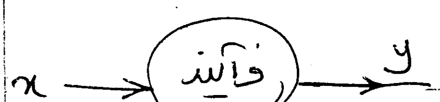
Input → Disturbance (Load)

ورودی غیرقابل تنظیم ؛ مثال : دمای هوای محیط
اغتشاش



انتظار ما از این سیستم این است در اثر اغتشاشات و یا تغییراتی که دست ما نیست (تغییر set point) بصورت پایدار متغیرهای مورد نظر را کنترل کنند .

تمامی این blockها باید معین گردند :



$y = f(x)$ (؟) باید بدست آید ⟵ نوشتن موازنه

نوشتن بیلان _ Input − out + gen. = acc. ($\frac{\partial}{\partial t}$)

- رسیدن به معادله دیفرانسیل . O.D.E چون تغییرات نسبت زمان فقط داریم
- حل معادله دیفرانسیل به کمک تبدیلات لاپلاس .

نتیجه حل : دانستن ارتباط بین ورودی و خروجی .

تبدیلات لاپلاس :

$$F(s)=\int_0^{\infty} e^{-st} f(t)\,dt$$

تمام خصوصیات انتگرال به لاپلاس منتقل می گردد:

$$\mathcal{L}\, a f(t) = a\, \mathcal{L} f(t)$$

و ----

همه توابع تبدیل لاپلاس ندارند (نتوان انتگرال گرفت)

مثال :

$$f(t)=1$$

$$F(s)=\int_0^{\infty} 1\times e^{-st}\,dt = \frac{1}{s}$$

$f(t)$	$F(s)$
1	$1/s$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{\pm at}$	$\frac{1}{s\mp a}$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
$\sinh \omega t$	$\frac{\omega}{s^2-\omega^2}$
$\cosh \omega t$	$\frac{s}{s^2-\omega^2}$
$e^{\pm at} f(t)$	$F(s\mp a)$

مثال :

$$\mathcal{L}\{e^{-2t}\sin 3t\} = \frac{3}{(s+2)^2+3^2}$$

$f(t)$	$F(s)$
$\int_0^t f(t)\,dt$	$\dfrac{F(s)}{s}$

مثال: $\mathcal{L}\{\int_0^t \sin 3t\,dt\} = \frac{1}{s}\left(\frac{3}{s^2+9}\right)$

$f(t)$	$F(s)$
$t^n f(t)$	$(-1)^n \dfrac{d^n F(s)}{ds^n}$

مثال: $\mathcal{L}\{t\sin 2t\} = (-1)^1 \times \left[\frac{2}{s^2+4}\right]' = -1 \times \frac{0\times \text{مخرج} - 2s\times 2}{(\text{مخرج})^2}$

$f(t)$	$F(s)$
$\dfrac{f(t)}{t}$	$\int_s^\infty F(s)\,ds$
$\dfrac{\sin 3t}{t}$	$\int_s^\infty \dfrac{3}{s^2+9}\,ds = \operatorname{ArcTg}(s/3)\Big\vert_s^\infty$

مثال

لاپلاس مشتق:

$f'(t) \longrightarrow \mathcal{L}\{f'(t)\} = ?$

$$\int \underbrace{\underbrace{f'(t)}_{}\;\underbrace{e^{-st}\,dt}_{v}}_{u}$$

$$= f(t)\cdot e^{-st}\Big|_0^\infty - \int_0^\infty f(t)\,(-s)\,e^{-st}\,dt$$

$$= -f(0) + sF(s)$$

$f''(t) \longrightarrow s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$

$f'''(t) \longrightarrow s^3F(s) - s^2 f(0) - s f'(0) - f''(0)$

$f^n(t) \longrightarrow s^nF(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) \ldots - s f^{(n-2)}(0) - f^{n-1}(0)$

حل معادله دیفرانسیل به کمک تبدیلات لاپلاس:

$$F(y^n, \dots, y', y, t) = 0$$

با لاپلاس گرفتن از معادله دیفرانسیل، یک معادله جبری حاصل می‌گردد.

مراحل: ۱) از معادله دیفرانسیل لاپلاس می‌گیریم.

۲) $F(s)$ را بدست می‌آوریم. (یک معادله جبری).

۳) از تابع $F(s)$ لاپلاس معکوس می‌گیریم.

$$F(t) = \mathcal{L}^{-1} F(s)$$

$$x'' + 2x' + 3x = e^{-t} \quad \cancel{x(0)=} \qquad x(0) = x'(0) = 0$$

$$\Rightarrow s^2X(s) - sX(0) - X'(0) \qquad sX(s) - X(0) \qquad X(s) \qquad X(s)$$

$$s^2X(s) + 2sX(s) + 3X(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$X(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+2s+3)}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\downarrow$$

$$X(t) = ?$$

* تبدیل لاپلاس برای معادلات دیفرانسیل خطی.
یعنی با لاپلاس گیری باید معادله جبری حاصل گردد.

لاپلاس معکوس گیری ← از روی جدول

$$\frac{1}{s} \to 1$$

$$\frac{1}{s+1} \to e^{-t}$$

$$\frac{2}{s^3} \to t^2$$

لاپلاس معکوس گیری ← تجزیه به توابعی که در جدول موجودند.

مثال:

$$\frac{1}{s(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1}$$

$$\mathcal{L}^{-1}: \quad A \qquad Be^{-t}$$

محاسبه A و B: طرفین $\times s$ ← $s=0$ ← $A=1$: محاسبه A

طرفین $\times (s+1)$ ← $s=-1$ ← $B=-1$: محاسبه B

مثال:

$$\frac{1}{S(S+1)^3} = \frac{A}{S} + \frac{B}{(S+1)^3} + \frac{C}{(S+1)^2} + \frac{D}{(S+1)^3}$$

محاسبه A و B:

$A \longrightarrow$ طرفین $\times S$ و $S=0 \longrightarrow A = 1$

$B \longrightarrow$ 〃 $\times (S+1)^3$ و $S=-1 \longrightarrow B = -1$

محاسبه C و D:

طرفین را در $(S+1)^3$ ضرب کرده سپس مشتق می‌گیریم و $S=-1$

$$\frac{1}{S} = \frac{A(S+1)^3}{S} + B + C(S+1) + D(S+1)^2$$

0 چون پس از مشتق $S=-1$ قرار می‌دهیم.

مشتق گرفتن:

$$-\frac{1}{S^2} = 0 + 0 + C + D\times 0$$

چون B عدد ثابت بود با مشتق‌گیری حذف می‌گردد.

* توجه: فقط کافی است از سمت چپ معادله مشتق گرفت.

$C = -1$

محاسبه D:

$$D(S+1)^2 \downarrow 2D$$

$$\frac{2}{S^2} = 2D$$

راه حل کامل:

$$\frac{1}{S} = \frac{A}{S}(S+1)^3 + B + C(S+1) + D(S+1)^2$$

مشتق

$$-\frac{1}{S^2} = F(S)\times(S+1)^2 + 0 + C\times 1 + 2D(S+1)$$

مشتق

$$S=-1 \longrightarrow -1 = 0 + 0 + C + 0 \longrightarrow C = -1$$

$$\frac{2}{S^3} = \varphi(S)\times(S+1) + 0 + 0 + 2D$$

$$\frac{1}{S(S+1)^3} = \frac{A}{S} + \frac{B}{(S+1)^3} + \frac{C}{(S+1)^2} + \frac{D}{S+1}$$

$$\Longrightarrow x(t) = A + \frac{B}{2}t^2e^{-t} + Cte^{-t} + De^{-t}$$

$\frac{1}{S+1}$ لاپلاس معکوس

$$= A + e^{-t}\left[\frac{B}{2}t^2 + Ct + D\right]$$

(P)

* وقتی که یک ریشه تکرار شود (همانطور که ریشه به توان n باشد) لاپلاس معکوس آن می‌شود معکوس آن ریشه ضرب در یک چند جمله‌ای به توان $n-1$.

در این مثال $n=3$ است.

مثال :

$$x(s)=\frac{1}{s(s^2+1)}=\frac{A}{s}+\frac{a+bi}{s+i}+\frac{a-bi}{s-i}$$

وقتی یکی از ریشه مختلط است ثابت مربوطه هم باید عدد مختلط باشد تا i در معادله باقی نماند.
هر عدد مختلط که ریشه معادله است مزدوج آن نیز ریشه معادله است و ثابت‌های آنها نیز مزدوج یکدیگر هستند.

روش مانند قبل:

$$A \longrightarrow \text{طرفین} \times s ,\ s=0$$

$$a+bi \longrightarrow \text{طرفین} \times (s+i) ,\ s=-i$$

ضرایب a و اعداد ثابت با هم مزدوج هستند ← a و b بدست می‌آید.

$$x(t)=A+(a+bi)e^{-it}+(a-bi)e^{it}$$

$$e^{\pm i\theta}=\cos\theta \pm i\sin\theta$$

* در کنکور و کشور احتیاج به حساب کردن فراوان نیست.
یعنی بدون حل باید جواب داد.

حالت کلی :

$$x(s)=\frac{1}{(s+k_1+ik_2)(s+k_1-ik_2)}=\frac{a+bi}{s+k_1+ik_2}+\frac{a-bi}{s+k_1-ik_2}$$

ریشه مخرج

$$x(t)=(a+bi)e^{-[k_1+ik_2]t}+(a-bi)e^{-(k_1-ik_2)t}$$

یا

$$e^{-k_1t}\times e^{-ik_2t}$$

$$\hookrightarrow \cos k_2t-i\sin k_2t$$

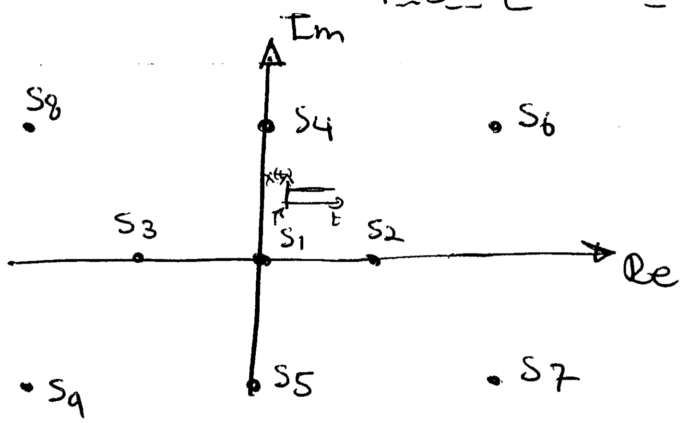
جواب نهایی :

$$X(t)=2e^{-k_1t}\left[a\cos k_2t+b\sin k_2t\right]$$

ز) آنالیز کیفی ریشه ها :

$$\frac{1}{(S+k_1+ik_2)} \longrightarrow S=-[k_1+ik_2]$$

با دیدن تابع transfer رفتار سیستم را می‌خواهیم تعیین کنیم .

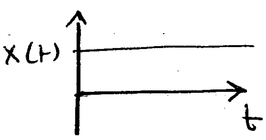


S_4 و S_5 با هم هستند .
S_6 و S_7 " "
S_8 و S_9 " "

۹ مکان برای ریشه امکان پذیر است .
و ۶ حالت کلی .

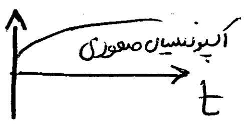
$$S=-[k_1 \pm ik_2]$$

$: S_1$ $\quad 0=k_1=k_2 \longleftarrow x(t)=A$



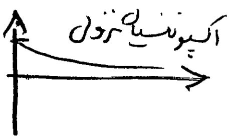
$: S_2$ $\quad 0=k_2$ و $k_1<0 \longleftarrow$

غیرمیرا — اکسپوننسیال صعودی



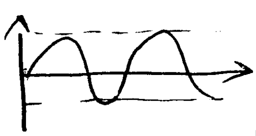
$: S_3$ $\quad 0=k_2$ و $k_1>0 \longleftarrow$

میرا (اثر ریشه در طول زمان از بین می‌رود) . — اکسپوننسیال نزولی



$: S_4$ و S_5 $\quad k_1=0$.

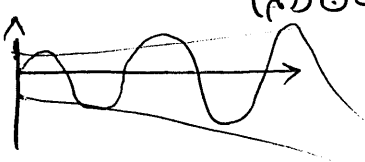
نوسانی با دامنه ثابت (نوسان دائم)



$: S_6$ و S_7 $\quad \boxed{k_1\neq 0 , <0}$ و $\boxed{k_2\neq 0}$

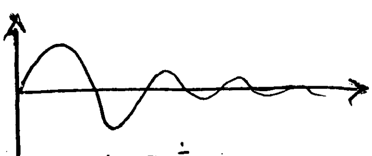
مثال : $\frac{1}{(s-1+i)}$

نوسانی با دامنه افزاینده با زمان .



$: S_8$ و S_9 $\quad \boxed{k_1\neq 0 , >0}$ $\boxed{k_2\neq 0}$

نوسانی با دامنه کاهنده



* علامت قسمت حقیقی ریشه تعیین کننده میرا بودن یا غیر میرا بودن پاسخ است .
  - $+$:
  - $-$:
  - صفر: ثابت با زمان
* داشتن جز موهومی معرف نوسانی بودن سیستم است و نداشتن آن بالعکس .

$$F(s) = \frac{1}{s(s^2+1)(s^2+s+1)}$$

رفتار پاسخ این سیستم پس از زمان طولانی به چه شکلی است؟

* به هیچ وجه لاپلاس معکوس نمی‌گیریم:

موهومی ندارد ← غیرنوسانی
حقیقی = صفر ← عدد ثابت

$(s-i)(s+i)$
حقیقی ندارد
پس نوسان دائم

$s = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$

قسمت حقیقی منفی: نزولی (میرا)
قسمت موهومی $\neq 0$: نوسانی
⟸ نوسانات میرا

نوسانی

بنابراین پس از زمان طولانی: نوسانات میرا از بین رفته.

عدد ثابت + نوسان دائم ⟸ نوسان با دامنه ثابت.

$$\frac{1}{s^2+2s+3} = 0 \longrightarrow s = \frac{-2 \pm \sqrt{4-12}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}\, i$$

اگر موهومی نداشت ← غیرنوسانی

اگر + بود ← نمایی

اگر ۰ بود ← میرا

بحث پایداری: آیا سیستم در سمت راست محور موهومی ریشه‌ای دارد یا خیر؟ اگر داشت ناپایدار است.
← تابع انتقال

قضایای تبدیل لاپلاس:
← قضیه مهم:

۱) قضیه مقدار نهایی.

$\lim_{t \to \infty} f(t) = ?$. $F(s)$ را داریم

$$\boxed{\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sF(s)}$$

مثال:

$$F(s) = \frac{1}{s(s^2+2s+1)}$$

$$\lim_{s \to 0} sF(s) = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s^2+2s+1} = 1$$

۲) قضیه مقدار اولیه

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} sF(s)$$

در مثال قبل :

$$\lim_{t\to 0} f(t) = 0$$

۳) قضیه تابع انتقال یافته Transfered Function (؟)

$$\mathcal{L}\, f(t-t_0) = ?$$

مثال: $\mathcal{L}\, e^{-(t-1)} = ?$

$$e^{-t} = f(t)$$
$$e^{-(t-1)} = f(t-1)$$

اثبات از تعریف :

$$\int f(t-t_0)e^{-st}dt$$

تغییر متغیر : $t-t_0$

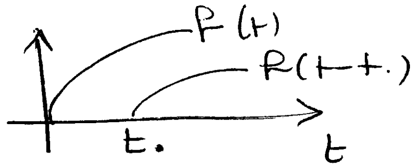
- - - -

جواب نهایی :

چون علامت (-) * ولی در یک $e^{\pm at}$ جای ± عوض نشد.

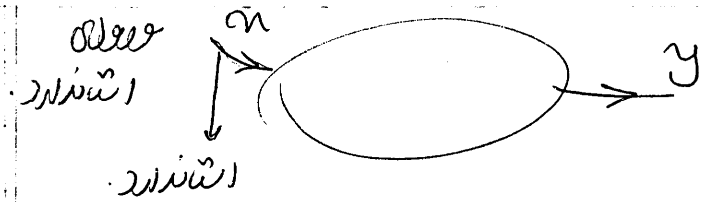
$$\mathcal{L}\, f(t-t_0) = e^{-st_0}F(s)$$

$$\mathcal{L}\, e^{-(t-1)} = \frac{1}{s+1}e^{-s}$$ ← چون $t_0=1$

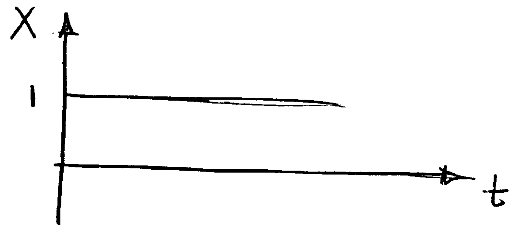


$f(t)$ با تأخیر است

ورودی‌های استاندارد



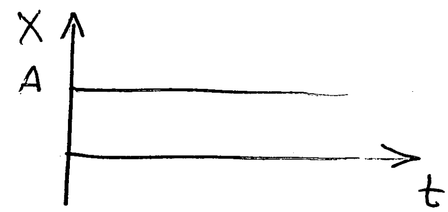
۱) ورودی پله‌ای.



ورودی پله‌ای واحد

$$x(t)=u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$$

ورودی پله‌ای



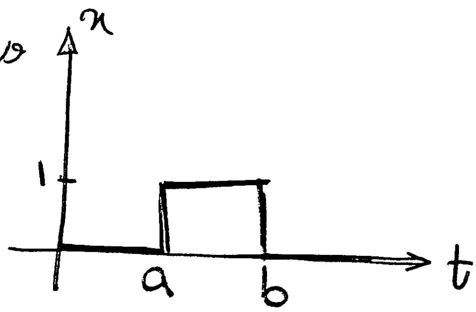
$$x(t)=Au(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ A & t>0\end{cases}$$

$$x(t)=1 \longrightarrow X(s)=\frac{1}{s}$$

$$x(t)=A \longrightarrow X(s)=\frac{A}{s}$$

۲) ورودی پالسی

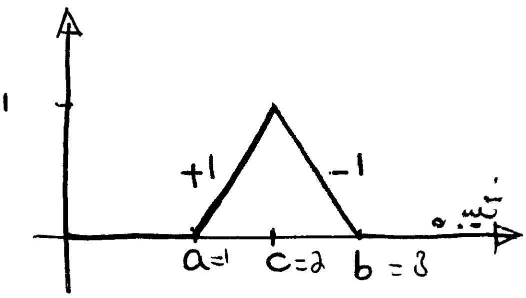
ورودی پالسی.



$$x(t)=\begin{cases}0 & \cancel{a<t<b}\ \ t<a\\ 1 & a<t<b\\ 0 & b<t\end{cases}$$

$$x(t)=u(t-a)-u(t-b)$$

$$X(s)=e^{-as}\frac{1}{s}-\frac{e^{-bs}}{s}$$



$$(\text{شیب})(t-a)\,\underbrace{u(t-a)}_{\text{برای صفر کردن قبل از } a} + \cdots$$

به خاطر خطی بودن ← شیب — شروع ← $(t-a)$

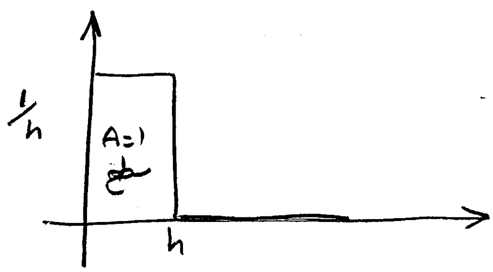
$$1\times(t-1)u(t-1) \underbrace{-2}_{}(t-2)u(t-2)$$

شیب جدید = شیب قبلی + ○

$$+1(t-3)u(t-3)$$

شیب جدید = ۰ = ○ + شیب قبلی -1

۳) ورودی ضربانی

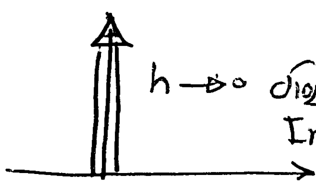


$$x(t)=\begin{cases} 0 & t<0 \\ \frac{1}{h} & 0<t<h \\ 0 & h<t \end{cases}$$

$$x(t)=\frac{1}{h}u(t)-\frac{1}{h}u(t-h)$$

$$X(S)=\frac{1}{hs}-\frac{e^{-hs}}{hs}=\frac{1-e^{-hs}}{hs}$$

اگر $h\to 0$



$h\to 0$ ضربان ایمپالس Impulse.

$h\to 0 \quad x(t)=\delta(t)$ ضربان ایمپالس

در لحظه غیر صفر: $x(t)=\delta(t-t_0)$

$$x(S)=\lim_{h\to 0} x(S)_{\text{قبلی}} = \frac{0}{0} \quad \text{مبهم}$$

$$\overset{\text{هوپیتال}}{=} \lim_{h\to 0}\frac{+Se^{-hs}}{S}=1$$

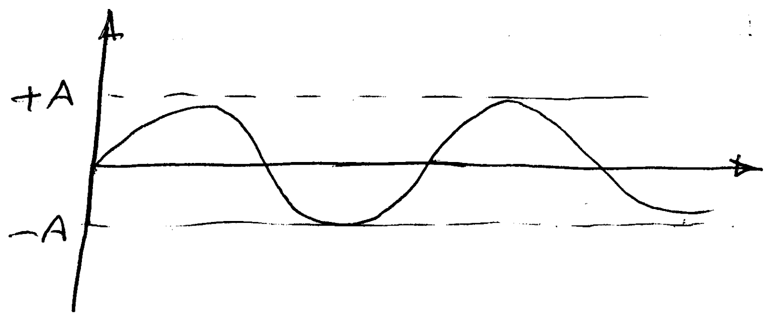
$$F(s) = s = s \times \underset{\delta(s)}{1}$$

$$F(t) = ?\qquad F(t) = \frac{d\,\delta(t)}{dt}$$

$$F(s) = as + b$$

$$F(t) = a\frac{d\delta}{dt} + b\,\delta(t)$$

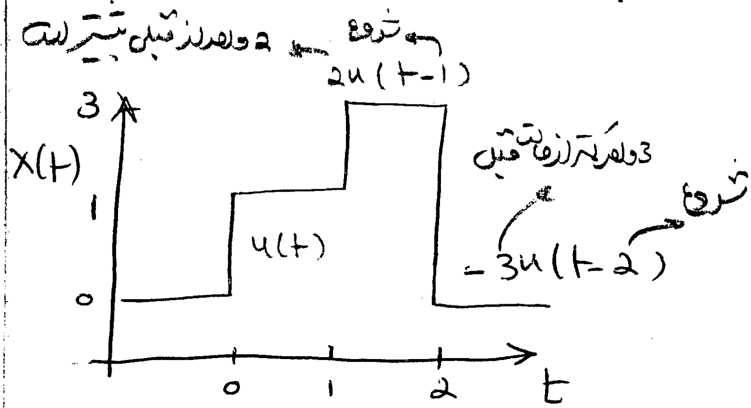
۴) ورودی نوسانی



$$X(t) = A\sin(\omega t)$$

$$X(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$$

توابع را می‌توان به شکل توابع sin ، cos نوشت . یعنی این ورودی بقیه را در بر می‌گیرد سیستمی که به ورودی سینوسی پایدار است به سایر ورودی‌ها پایدار است . (؟) —



$$x(t) = u(t) + 2u(t-1) - 3u(t-2)$$

$$X(s) = \frac{1}{s} + \frac{2e^{-s}}{s} - \frac{3e^{-2s}}{s}$$

$$= \frac{1}{s}\left[1 + 2e^{-s} - 3e^{-2s}\right]$$

مثال:

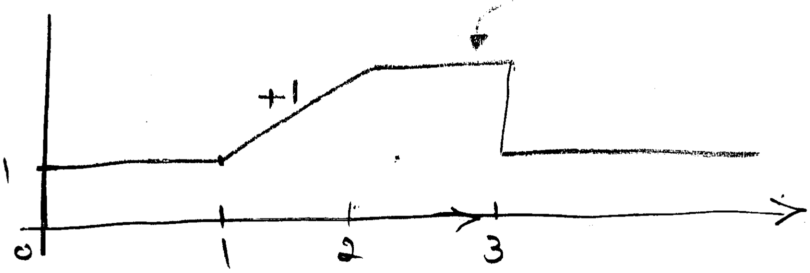
$$F(S) = \frac{1}{s} + \frac{e^{-s} - e^{-2s}}{s^2} - \frac{e^{-3s}}{s}$$

$$= \frac{1}{s} + \frac{e^{-s}}{s^2} - \frac{e^{-2s}}{s^2} - \frac{e^{-3s}}{s}$$

$$x(t) = u(t) + \underbrace{1\times}_{\text{شیب}}\underbrace{(t-1)}_{\text{شروع}}u(t-1) + (\cancel{t-}(-1)(t-2)u(t-2)$$

$$-u(t-3)$$

$1 + (-1) = 0$ شیب



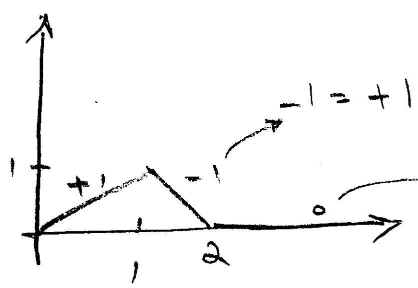
مثال:

$$F(S) = \frac{1}{s^2} - \frac{2e^{-s}}{s^2} + \frac{e^{-2s}}{s^2}$$

$\frac{1}{s^2} \rightarrow tu(t)$

$\frac{2e^{-s}}{s^2} \rightarrow -2(t-1)u(t-1)$

$\frac{e^{-2s}}{s^2} \rightarrow +(t-2)u(t-2)$



$-1 = +1 + (-2)$

$-1 + 1 = 0$

مثال:

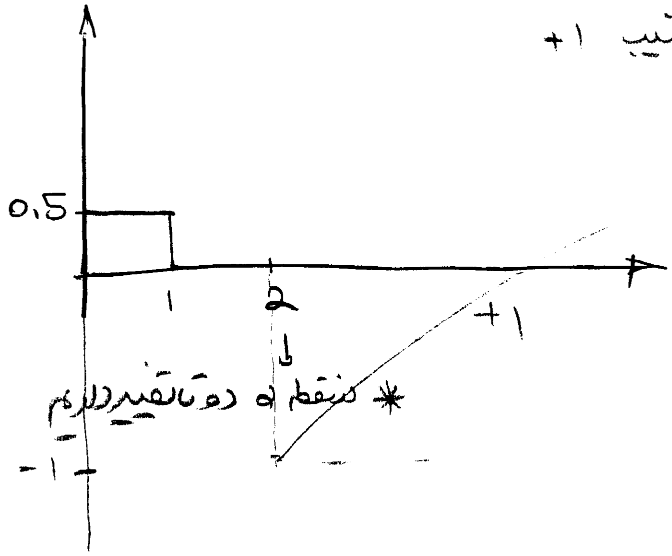
$$F(t)=0.5u(t)-0.5u(t-1)+\underbrace{(t-3)u(t-2)}_{\neq R(t-2)}$$

$$F(t)=0.5u(t)-0.5u(t-1)+(t-2-1)\,u(t-2)$$

$$= \; - - - - - - - + \underbrace{(t-2)u(t-2)}_{\text{که در } t=2 \text{ با شیب } +1} - \underbrace{u(t-2)}$$

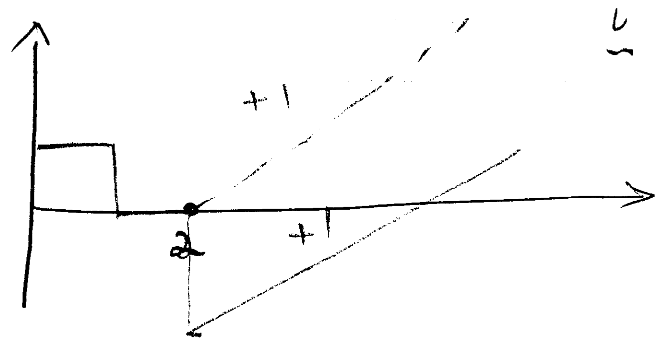
می گوید در $t=2$ یک پله باید پایین بیاید.

هر دو تغییر = در



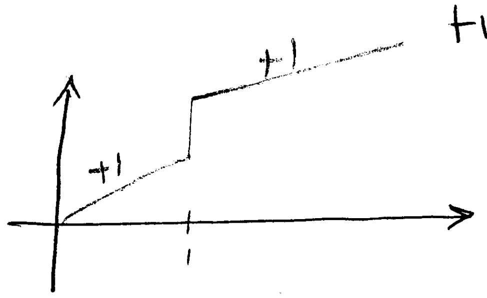
* در نقطه ۲ دو تا تغییر داریم

یا

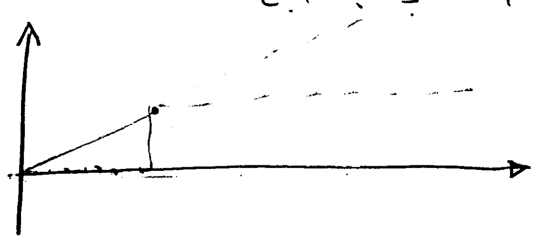


مثال: $tu(t)+u(t-1)$

در نقطه یک همان تابع قبلی یک واحد بالا می رود.



* برای یادگیری اولیه می توان توابع را جدا جدا رسم کرد و سپس با هم جمع کرد.



$(t-2)u(t-2)$ یعنی تابع $t\,u(t)$ که از نقطه ۲ شروع شده.

توجه: شیب جدید = شیب + شیب قبلی.

تمرین:

$$F(S) = \frac{3}{s^2} - \frac{3e^{-s}}{s} - \frac{e^{-2s}}{S}$$

شکل $F(t)$ رسم گردد.

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\text{فرآیند}} \longrightarrow y(t)$$

گام اول: ۱) شناخت فرآیند. ۱) بیلان

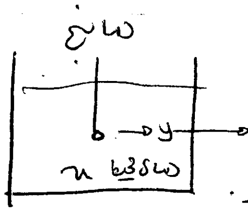
۲) معادله دیفرانسیل

۳) حل معادله به کمک تبدیل لاپلاس.

۴) $y = F(x)$

سیستم‌های درجه اول:

مثال: دماسنج



دمای که دماسنج نشان می‌دهد.

$$\text{Input} - \text{output} + \text{gen.} = \text{Acc.}$$

$$h(x-y)A - 0 + 0 = mC_p \frac{\partial y}{\partial t}$$

A: سطح جانبی حباب دماسنج

$$x - y = \frac{mC_p}{hA} \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{mC_p}{hA} \times \frac{dy}{dt} + y = x$$

$\Longrightarrow$ بعد $\frac{mC_p}{hA}$ بعد زمان دارد.

$$\boxed{\tau \frac{dy}{dt} + y = x}$$

* توجه ضریب $y = 1$ است.

برای بدست آوردن τ توجه شود.

سیستم درجه اول سیستمی است که در معادله دیفرانسیل آن مشتق از مرتبه اول باشد (بالاترین مرتبه مشتق یک باشد).

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = x$$

$$\tau \left[s\,y(s) - y(0) \right] + y(s) = x(s)$$

$$\begin{cases} x - y = \dfrac{m\,C_p}{hA} \dfrac{dy}{dt} \\ x_s - y_s = 0 \end{cases}$$

$$X - Y = \tau \frac{dY}{dT}$$

$Y = y - y_s$

$X = x - x_s$

بخاطر سادگی در محاسبات تا احتیاج به داشتن مقادیر لحظه صفر نباشد متغیرها را انحرافی نمایش می‌دهند.

$$\tau s\,Y(s) + Y(s) = X(s)$$

سیستم درجه اول:

$$\boxed{\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}}$$

دماسنج:

$$x(s) \longrightarrow \boxed{\frac{K}{\tau s + 1}} \longrightarrow Y(s)$$

$$\tau \frac{dY}{dt} + Y = kX$$

ثابت زمانی

بهره حالت پایدار

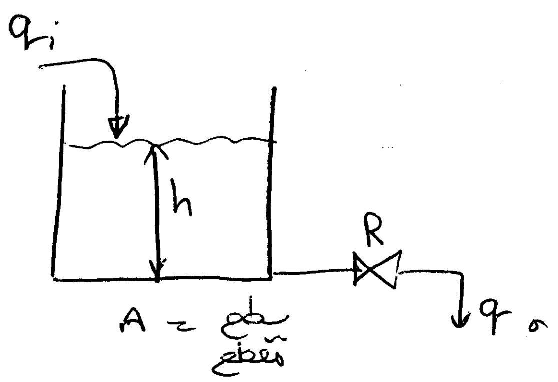
Steady state gain.

ON: نسبت ورودی به خروجی در حالت پایدار.

مثال: بهره دماسنج یک دیگ.

ثابت زمانی: زمانیکه سیستم در آن زمان 63.2٪ مقدار نهایی می‌رسد.

مثال: سیستم سطح مایع



$$q_o = \frac{h}{R}$$ اگر شیر خطی باشد.

$\rho = cte \longrightarrow$ بیلان جرم = بیلان حجم

$$\begin{cases} q_i - q_o = A\dfrac{dh}{dt} \\ q_{is} - q_{os} = 0 \end{cases}$$

$$Q_i - Q_o = A\frac{dH}{dt}$$

$$Q_i - \frac{H}{R} = A\frac{dH}{dt}$$

$$\underbrace{RA}_{\tau}\frac{dH}{dt} + H = \underbrace{R}_{K}Q_i$$

$$\Longrightarrow \boxed{\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{RAs+1}}$$ سیستم درجه اول.

$$Q_i(s) \longrightarrow \boxed{\frac{R}{\tau s+1}} \longrightarrow H(s)$$

$$\frac{Q_o(S)}{Q_i(S)} = ?$$

$$\frac{R\,Q_o(S)}{Q_i(S)} = \frac{R}{RAS+1}$$

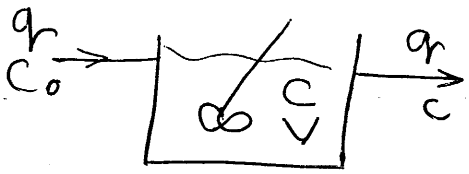
$$\frac{Q_o}{Q_i} = \frac{1}{\tau S+1}$$

در حالت steady

با ضریب و ورودی یک می‌شود

$K=1$

مثال ۳: مخزن اختلاط



$\rho = cte$

$$qC_o - qC = V\frac{dc}{dt}$$

$$qC_{os} - qC_s = V\frac{dc}{dt}$$

$$qC_o - qC = V\frac{dc}{dt}$$

$$C_o = C + \frac{V}{q}\frac{dc}{dt}$$

$$\tau_p = V/q \quad , \quad K_p = 1$$

Process

* توجه: دیگر لاپلاس نمی‌گیریم و به فرم کلی می‌نویسیم.

$$\frac{C(S)}{C_o(S)} = \frac{1}{\tau S+1}$$

زمان پرشدن مخزن (اقامت) $\tau = V/q$

حجم

دبی حجمی

مقاومت $= R$

ظرفیت $= C$

$\tau = RC$

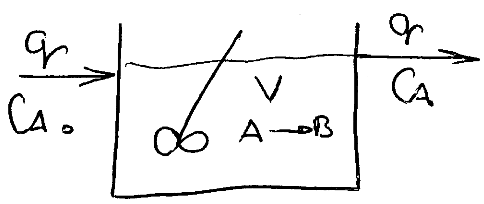
ظرفیت × مقاومت

$$R = \frac{\text{نیروی محرکه } V}{\text{جریان } I}$$

$$\underset{\text{ظرفیت}}{C} = \frac{\text{ذخیره}}{\text{نیروی محرکه}}$$

	نیروی محرکه	جریان	مقاومت	ذخیره	ظرفیت	τ
مدار الکتریکی	V	I	R	q	c	RC
سطح مایع	h	q	$R = h/q$	Ah	$\frac{Ah}{h} = A$	RA
دما سنج	ΔT	$hA\Delta T$	$1/hA$	$mc_p\Delta T$	mc_p	$\frac{mc_p}{hA}$
تانک اختلاط	ΔC	qC	$1/q$ (نوع معادله شکل)	VC	V	V/q

مثال:



$$-r_A = kC_A$$

In − out + gen

$$qC_{A_0} - qC_A - VkC_A = V\frac{dC_A}{dt}$$

$$C_{A_0} - C_A - \frac{Vk}{q}C_A = \frac{V}{q}\frac{dC_A}{dt}$$

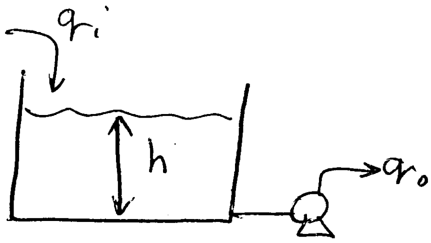
$$C_{A_0} = \left(1 + \frac{Vk}{q}\right)C_A + \frac{V}{q}\frac{dC_A}{dt}$$

$$\underbrace{\frac{1}{1+\frac{Vk}{q}}}_{K_p} C_{A_0} = C_A + \underbrace{\frac{V/q}{1+Vk/q}}_{\tau_p}\frac{dC_A}{dt}$$

اگر زمان پر شدن یک راکتور T_{mixed} باشد و درون راکتور واکنش درجه اول انجام شود ثابت زمانی برابر است با:

$$\tau = \frac{T}{1+kT} \quad (؟) \qquad T = V/q$$

جلسه سوم



ویژگی پمپ: عبور دبی ثابت که ارتباطی به ارتفاع تانک ندارد.

$$q_o \neq \frac{h}{R}$$

$$q_i - q_o = A\frac{dh}{dt}$$

$$q_{is} - q_{os} = 0$$

$$Q_i - 0 = A\frac{dH}{dt}$$

$$Q_i(S) = ASH(S)$$

$$\frac{H(S)}{Q_i(S)} = \frac{1}{AS} \longrightarrow$$ عامل انتگرال (انتگراتور).

اگر مقاومت داشتیم (R: شیر) $\longrightarrow \dfrac{H}{Q_i(S)} = \dfrac{R}{RAS+1}$

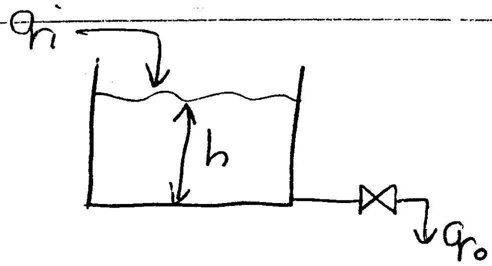
این سیستم نیاز به عامل انتگراتور ندارد چون $\frac{1}{S}$ را در تابع Transfer دارد بنابراین برای آن PD مناسب است نه PI.

* در خروجی تانک اگر در یک خروجی پمپ بگذارند تابع Transfer آن تانک را به صورت $\frac{1}{AS}$ در نظر میگیریم.

خطی کردن:

* چون در درجه یک hs خطی کردم، توابع بدست آمده زمانی که تغییرات ارتفاع از حول hs دور نیست قابل استفاده است.

مثال :



ممکن است رابطه q_o با h غیرخطی باشد :

$q_o = C\sqrt{h}$ یا ...

$q_o = f(h)$ غیرخطی .

$$q_i - q_o = A\frac{dh}{dt}$$

$$q_{is} - q_{os} = 0$$

$$Q_i - [C\sqrt{h} - C\sqrt{h_s}] = A\frac{dH}{dt}$$

$$\mathcal{L}\sqrt{f(H)} = ?$$

* نمی توانیم لاپلاس بگیریم مگر بصورت خطی درآوریم .

خطی کردن :

$$f(x) = f(x_s) + (x - x_s)f'(x_s) + \dots$$

$$C\sqrt{h} = C\sqrt{h_s} + (h - h_s)\frac{C}{2\sqrt{h_s}}$$

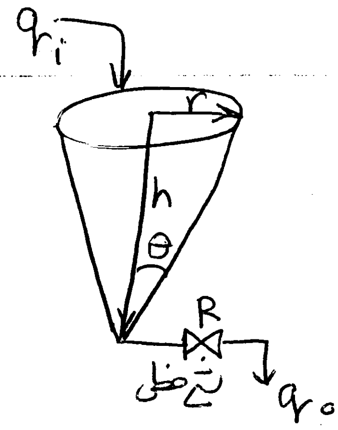
$$C\sqrt{h} - C\sqrt{h_s} = H \times \frac{C}{2\sqrt{h_s}}$$

$$Q_i - \underbrace{\frac{C}{2\sqrt{h_s}}H}_{\frac{H}{R}} = A\frac{dH}{dt}$$

بگیرد لاپلاس نمی گیریم شبیه سازی با مسائل می کنیم .

$$\Rightarrow \frac{C}{2\sqrt{h_s}} = \frac{1}{R} \longrightarrow \boxed{R = \frac{2\sqrt{h_s}}{C}}$$

مقاومت خطی شده .



مثال :

$$q_i - q_o = \frac{dV}{dt}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\cancel{r = h\cot\theta} \qquad r = h\tan\theta$$

چون می‌خواهیم h را کنترل کنیم r را برحسب h می‌نویسیم.

$$q_i - q_o = \frac{dV}{dt}$$

$$q_i - \frac{h}{R} = \frac{\pi}{3}\tan^2\theta \frac{dh^3}{dt}$$

$$h^3 = h_s^3 + (h - h_s)\,3h_s^2$$

$$q_i - \frac{h}{R} = \frac{\pi\tan^2\theta}{3}\,\frac{d(h^3 - h_s^3)}{dt}$$

$$q_i - \frac{h}{R} = \underbrace{\frac{\pi\tan^2\theta}{3}\,3h_s^2}_{A}\,\frac{dH}{dt}$$

A خطی شده است.

$$A = \pi h_s^2 \tan^2\theta$$

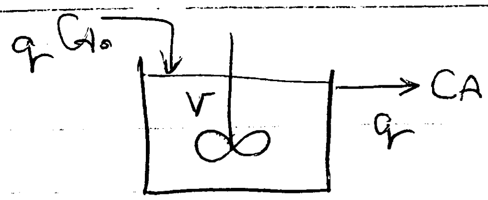
راه دوم :

$$f(x) - f(x_s) = \underbrace{(x - x_s)}_{\text{متغیر انحرافی}} \times \underbrace{f'(x_s)}_{\text{مشتق}}$$

بنابراین همواره بجای جمله غیرخطی متغیر انحرافی ضرب در مشتق را قرار می‌دهیم.

$\cancel{Q_i}$

مثال :



$A \longrightarrow B$

$-r_A = kC_A^2$

$$qC_{A0} - qC_A - V(r_A) = V\frac{dC_A}{dt}$$

$$\cancel{q}C_{A0} - \cancel{q}C_A - \frac{V}{q}\underbrace{(kC_A^2)}_{\text{خطی شده}} = \frac{V}{q}\frac{dC_A}{dt}$$

$$C_{A0} - C_A - \frac{Vk}{q}(2C_{As})C_A = \frac{V}{q}\frac{dC_A}{dt}$$

اگر ضریب یک شود

K_p و τ :

$$1 - \left[1 + \frac{Vk(2C_{As})}{q}\right]C_A = \frac{V}{q}\frac{dC_A}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad \tau = \frac{V/q}{1 + \frac{V\,2C_{As}k}{q}}$$

$$K_p = \frac{1}{1 + \frac{V}{q}2kC_{As}}$$

سیستم مرتبه اول :

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$X(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{\tau s + 1}} \longrightarrow Y(s)$$

ورودی :

۱) پله‌ای

۲) ضربانی

۳) سینوسی

$x(t) = u(t)$

$= \delta(t)$

$= A\sin\omega t$

$y(t) = ?$

پاسخ سیستم مرتبه اول به ورودی‌های مختلف چیست ؟

پاسخ سیستم مرتبه اول به ورودی‌های استاندارد:

۱) ورودی پله‌ای :

$$x(t) = u(t)$$
$$x(s) = \frac{1}{s}$$

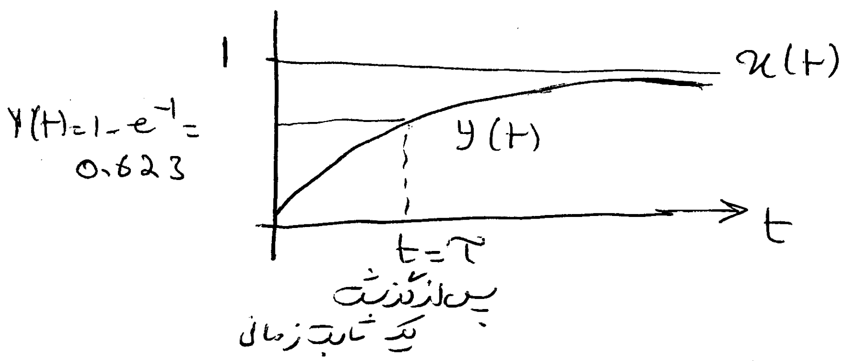
$$Y(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\tau s+1}$$
$$= \frac{c_1}{s} + \frac{c_2}{\underbrace{\tau s+1}_{\frac{1}{\tau}(s+\frac{1}{\tau})}}$$

$* \; s \;\&\; s=0 \longrightarrow \quad c_1 = 1$

$* \; (\tau s+1) \;\&\; s=-\frac{1}{\tau} \longrightarrow c_2 = -\tau$

$$\Rightarrow Y(t) = 1 - \frac{\tau}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$\boxed{y(t) = 1 - e^{-t/\tau}}$$



ثابت زمانی: زمانی است که سیستم به ٪63.2 مقدار نهایی اش برسد.

پله غیر واحد :

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K_p}{\tau s+1}$$

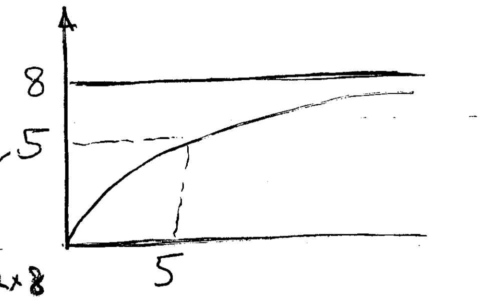
$$x(t) = A\,u(t)$$

$$X(s) = \frac{A}{s}$$

$$\longrightarrow \quad y(t) = AK_p\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

$$\boxed{\text{مقدار نهایی}_{\;t\to\infty} = AK_p}$$

تست : پاسخ یک سیستم مرتبه اول به یک ورودی پله ای به اندازه 3 واحد مطابق شکل زیر است تابع انتقال سیستم را مشخص کنید .



$\simeq .632\times 8$

$\downarrow$

$\tau = 5$

$$Y(s) = \frac{A}{s}\cdot\frac{k}{\tau s+1}$$

$$\text{مقدار نهایی} = AK = 8$$

$$A = 3 \longrightarrow K = \frac{8}{3}$$

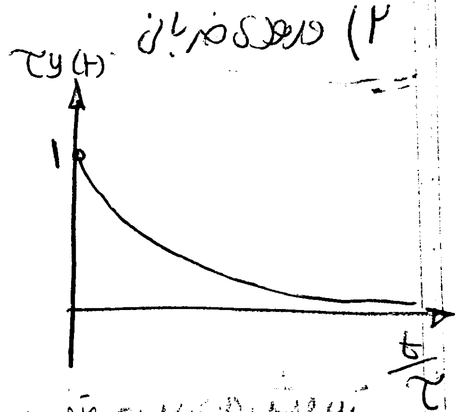
$$\boxed{G(s) = \frac{8/3}{5s+1}}$$

۲) ورودی ضربانی

$$\delta(t) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{\tau s+1}} \longrightarrow Y(t) = ?$$

$$y(s) = 1 \times \frac{1}{\tau s+1}$$

$$\boxed{y(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}}$$

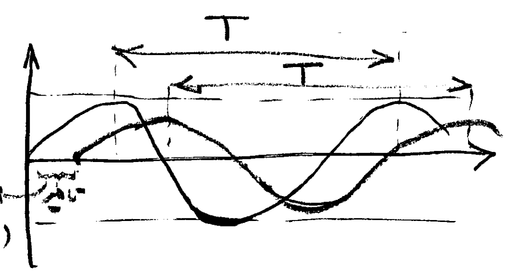


یک جهش [illegible] سپس متغیر به مقدار اولیه باز می گردد

$$\begin{cases} x(t) = A\,\delta(t) \\ G(s) = \dfrac{k}{\tau s+1} \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{\tau\, y(t)}{A K} = e^{-t/\tau}}$$

۳) ورودی سینوسی :



بخاطر جمله $\tan^{-1}(-\omega\tau)$

$$x(t) = A\sin(\omega t)$$

$$x(s) = \frac{A\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$Y(s) = \frac{A\omega}{(s^2+\omega^2)(\tau s+1)}$$

$\pm i\omega$ ← جملات نوسانی بدون کاهش دامنه

با $a \pm bi$ فرق دارد.

$s = -1/\tau$ دارد

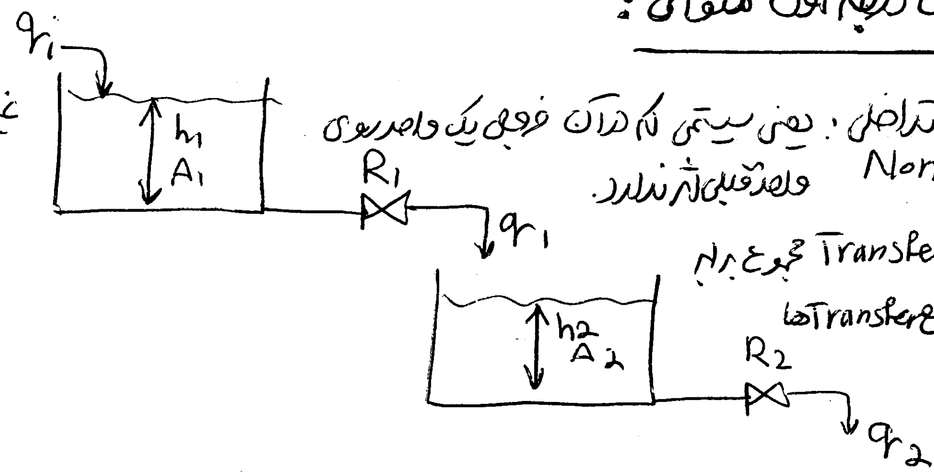
پاسخ حالت گذار (پس از زمان طولانی)

$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}\, A \sin\left(\omega t + \tan^{-1}(-\omega\tau)\right)$$

پاسخ یک سیستم درجه اول به یک ورودی سینوسی تابعی سینوسی است با همان فرکانس با دامنه‌ای همواره کوچکتر از دامنه ورودی و با تأخیر زمان .

سیستم های درجه اول متوالی :

غیرتداخلی



*) سیستم غیرتداخلی : یعنی سیستمی که در آن خروجی یک واحد روی واحد قبلی اثر ندارد.

Non-Interactive

و بنابراین تابع Transfer مجموع برابر حاصلضرب تابع Transferها می‌شود.

$$\frac{H_1(S)}{Q_i(S)} = \frac{R_1}{\tau_1 S+1}$$

$$\tau_1 = R_1 A$$

$$\frac{Q_1}{Q_i} = \frac{1}{\tau_1 S+1}$$

برای تانک دوم :

$$q_1 - q_2 = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

$$\frac{H_2(S)}{Q_1(S)} = \frac{R_2}{\tau_2 S+1}$$

$$\tau_2 = R_2 A_2$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\tau_2 S+1}$$

$$\frac{H_2}{Q_i} = \frac{H_2}{Q_1} \times \frac{Q_1}{Q_i}$$

$$= \frac{R_2}{\tau_2 S+1} \times \frac{1}{\tau_1 S+1}$$

$$\boxed{\frac{H_2}{Q_i} = \frac{R_2}{(\tau_1 S+1)(\tau_2 S+1)}}$$

$$\frac{H_2}{H_1} = ? = \frac{H_2}{Q_1} \times \frac{Q_1}{H_1}$$

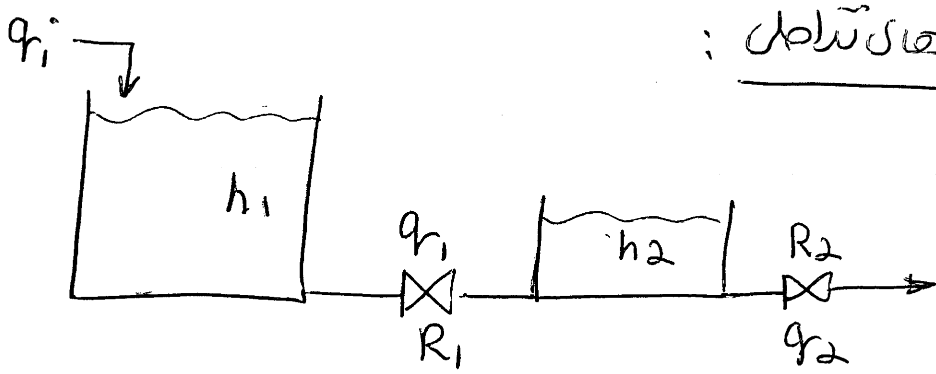
$$= \frac{R_2}{\tau_2 S+1} \times \frac{1}{R_1}$$

$$\boxed{\frac{H_2}{H_1} = \frac{R_2/R_1}{\tau_2 S+1}} \longrightarrow$$ برخلاف $\frac{Q_2}{Q_1}$ ، مرتبه یک نیست

$$\text{مخرج} = (\tau_1 S+1)(\tau_2 S+1)$$
$$= \tau_1 \tau_2 S^2 + (\tau_1+\tau_2) S + 1$$

← دو سیستم مرتبه اول متوالی مانند سیستم مرتبه دوم اثر می‌کنند.

سیستم‌های تداخلی :



تانک اول :

$$q_i - q_1 = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

نیروی محرکه : اختلاف ارتفاع دو تانک .

$$q_i - \frac{(h_1-h_2)}{R} = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

تانک دوم :

$$\begin{cases} q_1 - q_2 = A_2 \dfrac{dh_2}{dt} \\ \dfrac{(h_1-h_2)}{R_1} - \dfrac{h_2}{R_2} = A_2 \dfrac{dh_2}{dt} \end{cases}$$

نتیجه : دو معادله دیفرانسیل سیستم اول و دوم از هم مستقل نیستند (کوپل هستند)

یعنی تانک اول از تانک دوم اثر می‌پذیرد.

از حل همزمان دو معادله:

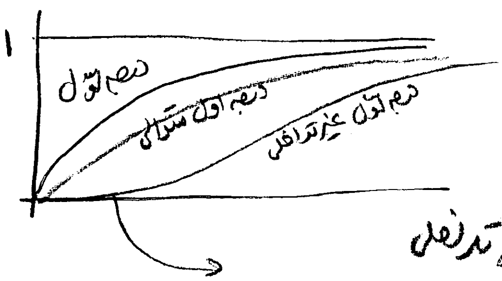
$$\frac{H_2}{Q_i} = \frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2 + (\tau_1+\tau_2+A_1R_2)s+1}$$

اضافه نسبت به غیر تداخلی

نشان دهنده تداخل و اتصال اول و دوم

پاسخ این سیستم به ورودی ها:

ورودی پله:



در درجه اول غیر تداخلی

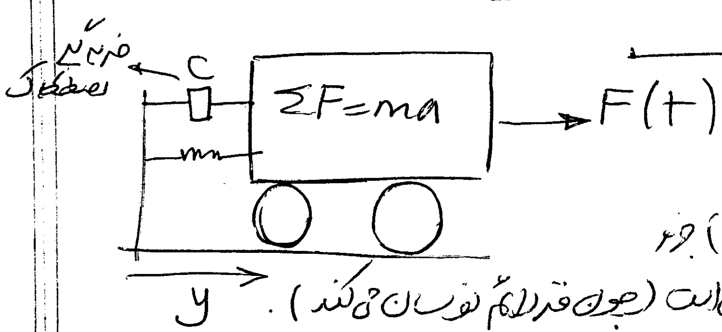
شیب در لحظه صفر = ۰

سیستم‌های درجه اول متوالی خواه تداخلی و خواه غیر تداخلی باشند هیچ گاه رفتاری نوسانی ندارند یعنی ریشه موهومی ندارند.

ازدیاد درجه سیستم موجب کندی پاسخ سیستم می‌گردد.

$\boxed{r = n - m}$ درجه مخرج درجه صورت — هر چه بیشتر باشد پاسخ کندتر.

سیستم درجه ۲



اگر ضربه‌گیر نداشتیم تابع انتقال ریشه (جزء حقیقی ندارد و جزء موهومی خالص است (چون مدام نوسان می‌کند).

$$F(t) - \cancel{KY}\ KY - c\frac{dY}{dt} = \frac{W}{g_c}\frac{d^2Y}{dt^2}$$

سیستم درجه دوم در مهندسی شیمی نداریم .

$$F(t) - KY - c\frac{dY}{dt} = \frac{W}{g_c}\frac{d^2Y}{dt^2}$$

$$\frac{W}{g_c K}\frac{d^2Y}{dt^2} + \frac{c}{K}\frac{dY}{dt} + Y = \frac{F(t)}{K} = X(t)$$

سیستم درجه دوم: معادله دیفرانسیل از درجه دوم.

$2\xi\tau$ سیستم های درجه دوم به جزء K دو پارامتر دیگر نیاز دارند.

$$\underbrace{\tau^2}_{\text{ثابت زمانی}} Y'' + \underbrace{2\xi}_{\text{ضریب میرایی}}\tau Y' + Y = X$$

ξ Damping Factor.

$$\xrightarrow{\text{لاپلاس}} \tau^2 s^2 Y(s) + 2\xi\tau s Y(s) + Y(s) = X(s)$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

در این مثال : $\tau = \sqrt{\dfrac{W}{g_c K}}$

$$2\xi\tau = \frac{c}{K} \longrightarrow \xi = \frac{c/K}{2\sqrt{\frac{W}{g_c K}}}$$

$$\xi = \sqrt{\frac{g_c}{4WK}}$$

K فنر :

$$K_{\text{موازی}} = \Sigma K_i$$

$$\frac{1}{K_{سری}} = \Sigma\frac{1}{K_i}$$

ما اینها را در حدود τ می‌گذاریم.

مجموع.

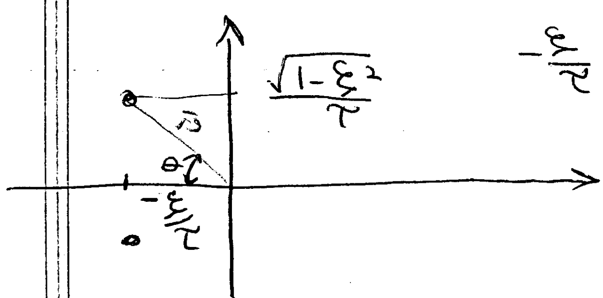
$$y(s) = \frac{x(s)}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

$$= \underbrace{\qquad\qquad}_{\text{جمله ای یا جملات برای ورودی}} + \frac{\quad}{s-1} + \frac{\quad}{s-s_2}$$

$$s_{1,2} = \frac{-\xi\tau \pm \sqrt{\xi^2\tau^2 - \tau^2}}{\tau^2}$$

$$s_{1,2} = -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau^2}$$

رفتار سیستم درجه دوم از نظر نوسانی و غیر نوسانی بودن به ξ بستگی دارد.



$\xi > 1$ دو ریشه حقیقی منفی

$\xi = 1$ دو ریشه مضاعف منفی $(-\frac{1}{\tau})$

$\xi < 1$ دو ریشه مختلط با جزء حقیقی منفی $\rightarrow -\frac{\xi}{\tau} \pm i\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$

برای $\xi < 1$:

طول وتر $= \sqrt{\frac{\xi^2}{\tau^2} + \frac{1-\xi^2}{\tau^2}} = \frac{1}{\tau}$

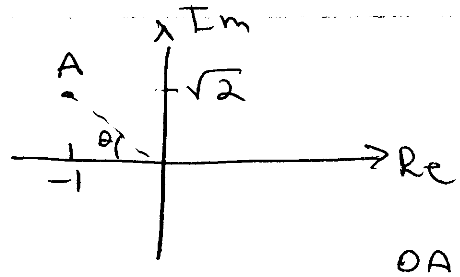
$\xi > 1$	نوسانات میرا
$\xi = 1$	اکسپوننسیال میرا
$\xi < 1$	" "

$$\cos\theta = \frac{\xi/\tau}{1/\tau} = \xi$$

*- اگر از مبدا به نقطه ای در روی مکان هندسی ریشه ها پاره خطی وصل کنیم طول آن پاره خط عکس ثابت زمان و کسینوس زاویه ای که با محور حقیقی می سازد ξ است.

تست:

τ و ξ ؟



$$OA = \sqrt{1+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}$$

طول وتر $= \sqrt{\frac{\xi^2}{\tau^2} + \frac{1-\xi^2}{\tau^2}} = \frac{1}{\tau}$

$$\xi = \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

نتیجه: سیستم‌های درجه دوم رفتار پاسخ به ورودی‌های مختلف به مقدار ~~براساس~~ ξ آن‌ها بستگی دارد

$\xi > 1$:	overdamp	بیش میرا
$\xi = 1$	critically damp	میرایی بحرانی
$\xi < 1$	underdamp	کم میرا

P

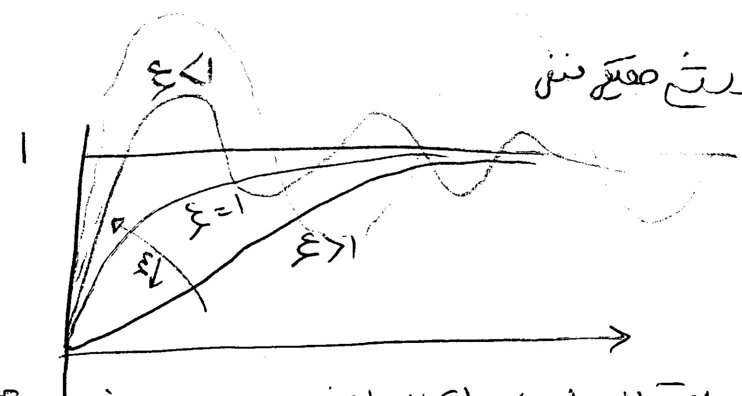
$$x(t) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{s^2\tau^2+2\xi\tau s+1}} \longrightarrow y(t)=?$$

با ورودی پله‌ای $\quad Y(s) = \frac{1}{s} \times \frac{1}{\tau^2 s^2+2\xi\tau s+1}$

$\xi = 0$

دورتر شدن صفر قطب $\quad \xi > 1$

شکل حفظ شود.



*) $\xi = 1$، میرایی بحرانی، سریع‌ترین راه رسیدن بدون نوسان به پاسخ است.

هم برابرند. حداکثر سرعت، حداقل نوسان.

$\xi < 1$ نوسانات میرا :

نیاز به حفظ نیست $\quad Y(t) = 1 - \dfrac{e^{-\xi t/\tau}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} t + \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right)$

نوسانات با دامنه کاهنده .

نیاز به حفظ نیست $\quad Y(t) = 1 - \left(1 + \dfrac{t}{\tau}\right) e^{-t/\tau} \qquad : \xi = 1$

$: \xi > 1$

~~$Y(t) = 1 - (1$~~

$Y(t) = 1 - e^{-\xi t/\tau}\left[\cosh\sqrt{\xi^2-1}\,\dfrac{t}{\tau} + \dfrac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}} \sinh\left[\dfrac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau}\right]\right]$

هرچه ضریب میرایی کوچکتر شود پاسخ نوسانی تر می گردد .

ξ در سیستم های مرتبه اول متوالی هیچگاه کمتر از یک نمی شود (نوسانی نمی شوند) .

مرتبه اول متوالی $\longrightarrow$ غیر تداخلی $= \dfrac{\quad}{(\tau_1 S+1)(\tau_2 S+1)}$

دو ریشه حقیقی تفکیک شده دارند بنابراین هیچگاه ξ کمتر از یک ندارند.

غیر تداخلی $= \dfrac{\quad}{\tau_1 \tau_2 S^2 + (\tau_1+\tau_2)S + 1}$

$\xi = \dfrac{\tau_1+\tau_2}{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$ واسطه حسابی $\qquad \tau = \sqrt{\tau_1 \tau_2}$

واسطه هندسی

واسطه حسابی > واسطه هندسی

تداخلی $\longrightarrow \begin{cases} \xi = \dfrac{(\tau_1+\tau_2+A_1R_1)/2}{\sqrt{\tau_1\tau_2}} \\ \tau = \sqrt{\tau_1\tau_2} \end{cases}$

در صورت حالت تداخلی یک عبارت اضافه شده پس باز هم $\xi > 1$

سیستم های مرتبه اول متوالی غیر نوسانی هستند .

$\xi_{\text{تداخلی}} > \xi_{\text{غیر تداخلی}}$

یعنی نمودار غیر تداخلی پایین تر قرار میگیرد (بخاطر کاهش ξ) .

$$\frac{Y(S)}{X(S)} = G(S)$$

$X(S) = \frac{1}{S}$ پله‌ای

$X(S) = 1$ ضربانی.

$y_2(S) = S\, y_1(S) \longleftarrow \begin{cases} Y_1(S) = \frac{1}{S} G(S) \\ Y_2(S) = G(S) \end{cases}$

ضربانی پاسخ پله‌ای

$$\boxed{y_2(t) = \frac{dy_1}{dt}}$$

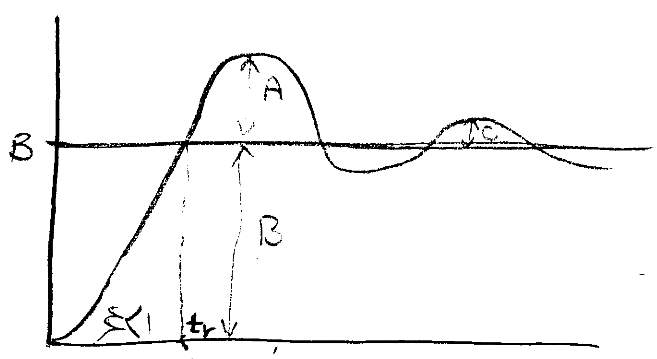
پس اگر $y_1(t)$ بدست آمده مشتق بگیریم پاسخ ضربانی بدست می‌آید.

تست ۱) پاسخ پله‌ای سیستم: $y(t) = 1 - t\,e^{-2t}$

$y(t)_{\text{ضربانی}} = ? = \frac{d}{dt}\left[1 - t\,e^{-2t}\right]$

جلسه چهارم:

$$\frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{1}{\tau^2 S^2 + 2\xi\tau + 1}$$



پاسخ نوسانی پله‌ای.

۱) فاروفت Overshoot

حداکثر انحراف پاسخ از مقدار نهایی.

$$\text{overshoot} = \frac{A}{B}$$

$$\text{overshoot} = \frac{A}{B} = \exp\left[\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]$$

هرچه $\xi\downarrow$ $\longrightarrow$ overshoot $\uparrow$

2) Decay Ratio

$\frac{C}{A}$ = نسبت فروکش

$$\frac{C}{A} = \exp\left[-\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]$$

$$\frac{C}{A} = \left(\frac{A}{B}\right)^2$$

3) rising time (t_r) زمان خیز

زمانی است که پاسخ سیستم برای اولین بار به مقدار نهایی خود می‌رسد.

$$y = B\left[1 - \frac{e^{-\xi t/\tau}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left[\frac{\sqrt{1-\xi^2}\,t}{\tau} + \dots\right]\right]$$

$$y = B \Rightarrow \boxed{t = \frac{\left[n\pi - \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right]\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}} \qquad n = 1, 2, \dots$$

ما $n=1$ کار داریم:

$$\boxed{t_r = \frac{\left[\pi - \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right]\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

4) زمان پیک t_p : Peak time

زمانی است که پاسخ سیستم حداکثر است. دارای max و min ها.

$$\frac{dy}{dt} = 0 \rightarrow \boxed{t_p = \frac{n\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

$n=1$ ← زمانیکه اولین بار به max می‌رسد

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\xi t/\tau}}{\sqrt{1-\xi^2}}\left[\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}t + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right]$$

$$\omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$$ فرکانس رادیانی

$$= 2\pi f \longrightarrow f = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{2\pi\tau}$$

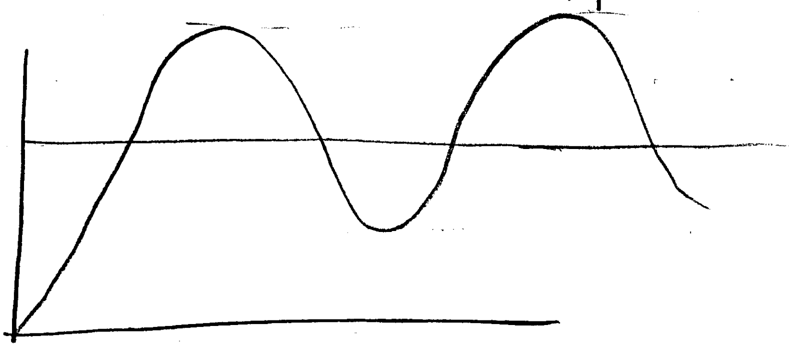
$$= \frac{2\pi}{T} \longrightarrow T = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\boxed{T = 2t_p} \quad , \quad t_p = \frac{\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\xi = 0 \qquad S_{1,2} = -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}\, i$$

$$\xi = 0 \Longrightarrow S_{1,2} = \pm\frac{1}{\tau}\, i \Longrightarrow$$ پاسخ سیستم

بصورت نوسان دائم است.



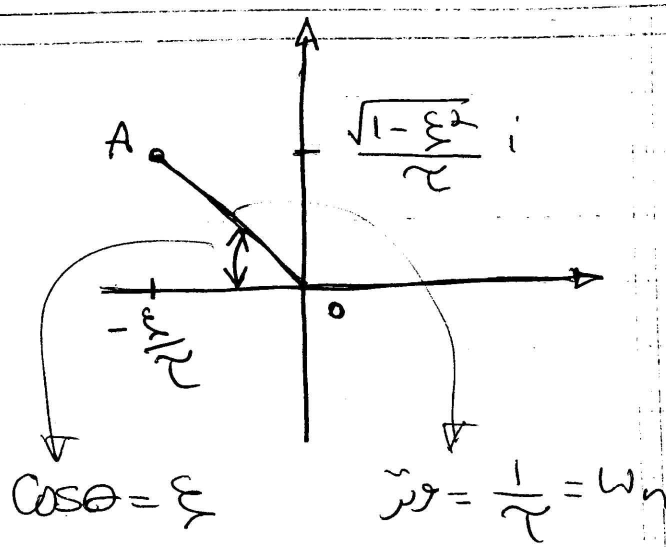
$$\xi = 0 \longrightarrow \omega_n = \frac{1}{\tau} \longleftarrow \omega\big|_{\xi=0}$$

فرکانس طبیعی نوسان.

$\omega_n = \frac{1}{\tau}$ ← طبیعی

$f_n = \frac{1}{2\pi\tau}$

$T_n = 2\pi\tau$



۵) زمان پاسخ (Response time):

زمان است که پاسخ سیستم درجه ۲ با تقریب $\pm 95\%$ به جواب دائم برسد.
یا $\pm 98\%$

پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی سینوسی:

$$\frac{y(S)}{x(S)} = \frac{1}{\tau^2 S^2 + 2\xi\tau S + 1}$$

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= A\sin\omega t \\ x(S) &= \frac{A\omega}{S^2+\omega^2} \end{aligned}\right\} \rightarrow y(t) = ?$$

$$y(S) = \frac{A\omega}{S^2+\omega^2} \times \frac{1}{(S-S_1)(S-S_2)}$$

$$S_{1,2} = -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}\, i \quad , \xi < 1$$

$$y(S)=\frac{A\omega}{S^2+\omega^2}\times\frac{1}{(S-S_1)(S-S_2)}$$

$$S_{1,2}=-\frac{\xi}{\tau}\pm\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}i \qquad \xi<1$$

$$=-\frac{\xi}{\tau}\pm\frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau} \qquad \xi>1$$

$$=-\frac{1}{\tau} \qquad \xi=1$$

در تمام این حالت‌ها ریشه در سمت چپ محور موهومی است.

مربوط به S_1 و S_2

در نتیجه پاسخ همواره میرا است. جواب پس از زمان طولانی نوسانی دائم است.

$$t\longrightarrow\infty \Longrightarrow y \not\to \infty$$

$t\longrightarrow\infty \Longrightarrow$ اثرات جملات

اثر جملات $+$ $S^2+\omega^2$ باقی می‌ماند

ولی اثرات جملات ناشی از S_1 و S_2 حذف می‌شود. (چون مقدار قسمت حقیقی منفی است).
صرف‌نظر از مقدار ξ

یعنی:

$$=\frac{a+bi}{S+i\omega}+\frac{a-bi}{S-i\omega}+\frac{\quad}{S-S_1}+\frac{\quad}{S-S_2}$$

نوسان دائم. ~~چون مقدار~~

$$y(t)=AR\,A\sin(\omega t+\Phi)$$

دامنه پاسخ $=AR\cdot A=\dfrac{A}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2+(2\xi\tau\omega)^2}}$

$$\Phi=\tan^{-1}\left(\frac{-2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}\right)$$

$$y(t) = \frac{A}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2+(2\xi\tau\omega)^2}} \sin\left(\omega\tau - \tan^{-1}\frac{-2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}\right)$$

۱) فرکانس نوسانی پاسخ سیستم مرتبه ۲ به ورودی سینوسی با فرکانس ~~ورودی~~ ورودی یکسان است.

۲) پاسخ سیستم مرتبه ۲ دارای یک تأخیر زمانی به فرم $\tan^{-1}\frac{-2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}$ خواهد بود.

۳) دامنه پاسخ همی‌تواند بزرگتر و کوچکتر دامنه ورودی باشد.

if $\xi < \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707 \longrightarrow$ دامنه ورودی > دامنه پاسخ

$\xi > \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow$ " < "

$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow$ " = "

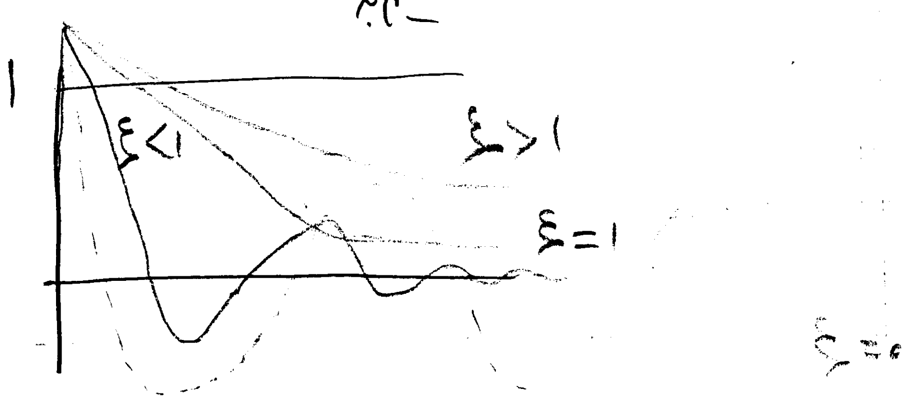
پاسخ سیستم مرتبه ۲ به ورودی ضربانی.

$x(t) = \delta(t) \longrightarrow$ [سیستم مرتبه ۲] $\longrightarrow Y(t)$

$$y_2(t) = \frac{d y_1(t)}{dt}$$

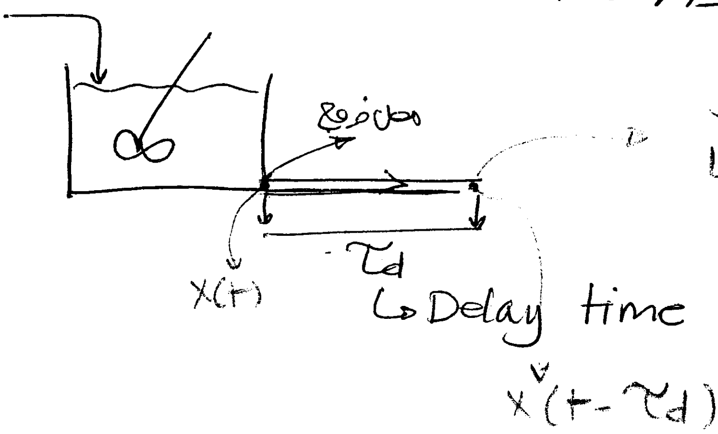
پاسخ هر سیستمی به ورودی ضربانی

پاسخ ورودی پله‌ای همان سیستم به

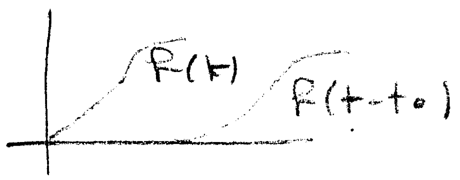


overshoot همواره کوچکتر از یک یعنی $1 = \exp\left[\frac{-\pi x_0}{\sqrt{1-0}}\right]$ = max overshoot

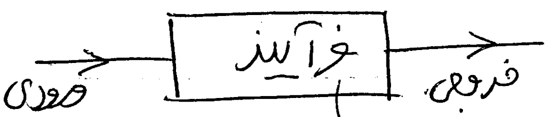
Lag Time تأخیر زمانی :



مثلاً این نقطه مختصات
یک دقیقه قبل تانک را
نشان میدهد



$$L\{x(t-\tau_d)\} = e^{-\tau_d s} X(s)$$



۱) بیلان ۲) معادله دیفرانسیل ۳) شرط اولیه ۴) حل به کمک لاپلاس ۵) $\frac{y(s)}{x(s)} = ?$ یا $y = f(x)$ ← برای معادلات استاندارد
۱) سیستم درجه ۲
۲) " " ۱ بررسی شد.

برای سیستم های با درجه بالاتر به همین شکل است.

$$\frac{y(s)}{x(s)} = G_p(s)$$ تابع تبدیل پروسس.

$$G_p(s) \rightarrow \frac{k}{\tau s+1}$$

$$G_p(s) \rightarrow \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi \tau s + 1}$$

$$G_p(s) \rightarrow e^{-\tau_d s}$$

تلفیق تمامی این توابع با $e^{-\tau_d s}$ هم داریم یعنی جاییکه تأخیر زمانی داریم.

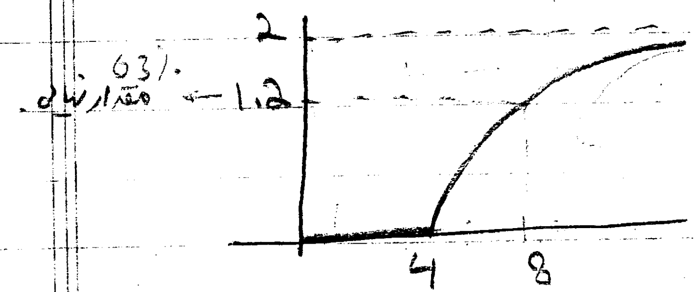
اندازه‌گیر $\longrightarrow G_m(s)$

تابع انتقال توسط سازنده اندازه‌گیر داده می‌شود.

$\longleftarrow$ $\boxed{\text{اندازه‌گیر}}$ $\longleftarrow$

بدست آوردن تابع انتقال:
- راه اول: بینش
- راه دوم: تجربی (آزمایشات شناسایی).

مثال: تابع تبدیل دماسنجی که در یک سیستم بعنوان عنصر اندازه‌گیر استفاده می‌گردد معلوم نیست. با اعمال یک ورودی پله‌ای با اندازه ۲ واحد به آن جواب‌های زیر Record شده است. پارامترهای مدل این دماسنج را معلوم کنید.



$$G_m(s)=\frac{k_m e^{-\tau_d s}}{\tau_m s+1}$$

$\boxed{\tau_d = 4}$

مقدار نهایی $= AK_m$

$2 = 2K_m \longrightarrow \boxed{K_m = 1}$

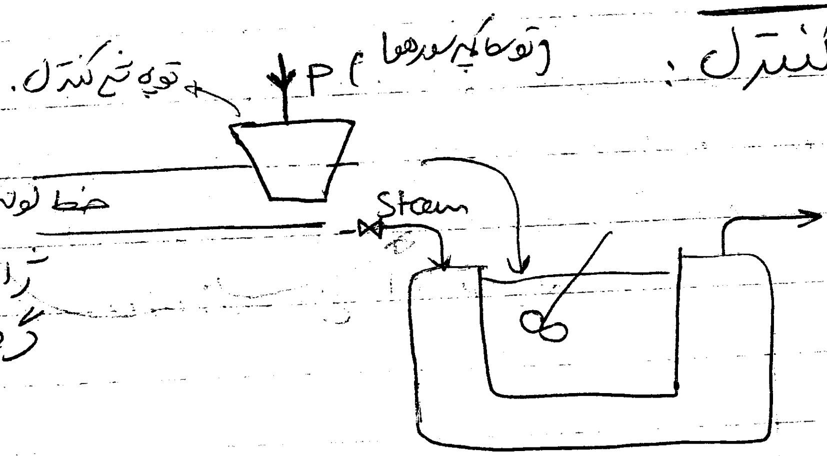
$\tau_m = 8 - 4 = 4$

توجه شود τ_d را باید کم کرد (از زمانی که سیستم به 63% مقدار نهایی خودش می‌رسد).

$$G_m(S) = \frac{K_m}{\tau_m S+1}$$

- توسط سازنده داده می‌شود.
- یا اعمال می‌کنیم
- یا آزمایش شناسایی انجام می‌دهیم.

— شیر کنترل:

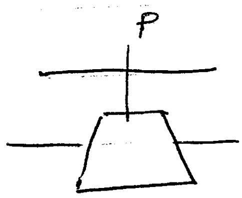


خط لوله بخار که قرار است ژاکت راکتور را گرم کند.

شیر کنترل
۱- پنوماتیک — باز و بسته شدن شیر توسط کنترل فشار هوای سر شیر انجام می‌شود. این فشار هوا بین 3 تا 15 psi، تغییر می‌کند.
۲-

$P = 3\text{–}15\ psi$

Air to close — یعنی با افزایش فشار، شیر را می‌بندیم.



Air to open:

3 psi	15 psi
کاملاً بسته	کاملاً باز

$$\begin{cases} P\uparrow \Rightarrow Q\downarrow & \text{Air to closed} \\ P\uparrow \Rightarrow Q\uparrow & \text{Air to open} \end{cases}$$

۲- شیر کنترل برقی ← $I = 4mA \sim 20mA$

4mA: کاملاً باز — 20mA: کاملاً بسته

شیر برقی برای جابجایی خط آتش سوزی داده توصیه نمی گردد.

تابع انتقال شیر کنترل ها:

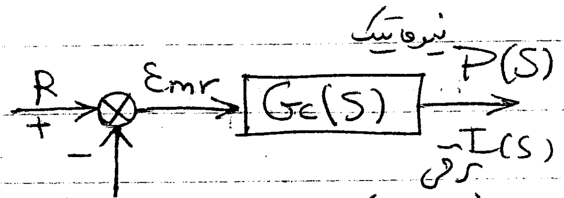
شیر معمولی:

$$\frac{Q(S)}{P(S)} = \frac{k_v}{\tau_v S+1}$$

یا $= k_v$ gain only.

هرچه ثابت زمانی شیر کمتر باشد پاسخ سریع تر است.

کنترلر:



کنترلر براساس میزان خطا به شیر کنترل دستور می دهد که باز یا بسته شود.

$$\underset{\text{فشار}}{P(t)} = \underset{\text{فشار حالت steady}}{P_s} + \underset{\text{متناسب با خطا}}{K_c\,\varepsilon(t)}$$

$$P - P_s = \underline{P}$$

کنترل تناسبی:

$$\frac{\underline{P}(S)}{\varepsilon(S)} = K_c$$

کنترلی که متناسب با مقدار خطا از خود واکنش نشان می دهد

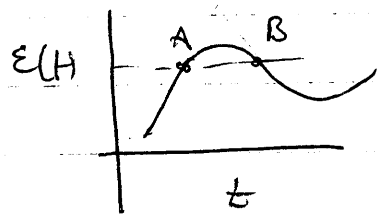
K_c می تواند + یا − باشد.

واحد K_c: $K_c = \frac{psi}{Error}$ یا $\frac{mA}{Error}$

$= in$ کنترل فشار، بی بعد $=$ کنترل سطح $= \frac{psi}{m}$ ، کنترل دما $= \frac{psi}{°C}$

$G_c(s)=k_c$ P تناسبی

در A و B خطا یکی است ولی آیا باید در هر دو حالت باید یک دستور به شیر کنترل داده شود؟



جهت تغییرات را باید در نظر گرفت:

$$P=P_s+k_c\left[\varepsilon(t)+\tau_D\frac{d\varepsilon(t)}{dt}\right]$$

مشتق خطا

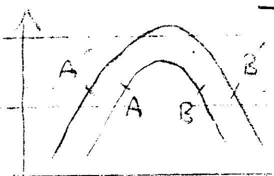
$$=\frac{P(s)}{\varepsilon(s)}=k_c\left[1+\tau_D s\right] \qquad PD$$

← زمان مشتق   تناسبی مشتق ،

هیچ گاه اطلاعات نقطه بعد را نداریم پس مشتق مفهوم ندارد. ← آینده هنوز نیامده

$$P'=\frac{P(t+\Delta t)-P(t)}{\Delta t}$$

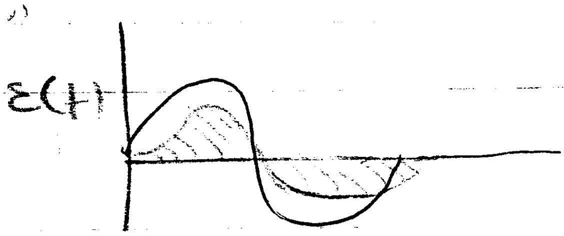
$$=\frac{P(t)-P(t-\Delta t)}{\Delta t} \qquad \text{توصیه}$$



روند خطا: نشان می دهد خطا زیاد و یا کم می شود ← مشتق

هم خطا و روند و انتگرال خطا نیز مهم است:

در A و B و A' و B' مقدار و جهت خطا یکسان است پس انتگرال خطا را نیز باید در نظر گرفت



انتگرال خطا: مدت زمان را به عبارتی بیان می کند که خطا داریم.

$$P(t)=P_s+k_c\left[\varepsilon(t)+\tau_D\frac{d\varepsilon(t)}{dt}+\frac{1}{\tau_I}\int_0^t\varepsilon(t)dt\right]$$

← مقدار مطلق خطا

← روند تغییرات خطا

← انتگرال خطا (مجموع پرت‌ها)

Pert

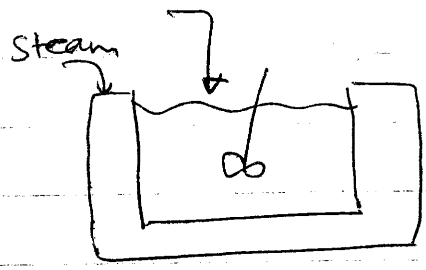
کنترل کننده

$$\frac{P(s)}{\varepsilon(s)} = K_c\left[1+\tau_D s+\frac{1}{\tau_I s}\right] : PID$$

$$\frac{P(s)}{\varepsilon(s)} = K_c\left[1+\frac{1}{\tau_I s}\right] \quad ; \text{PI کنترل کننده}$$

Proportional Band :

پهنه تناسبی



Range

مراحل دما: مثلاً دمای محیط ← 3 psi ، r_1 ، r_2 ، 15 psi ، حداکثر: دمای steam ۱۰۰

محدوده‌ای از Error قابل قبول است.

مثلاً محدوده‌ای از دما که قابل قبول است.

پهنه تناسبی: درصد محدوده خطا تقسیم بر رنج. هرچه کوچکتر باشد کنترل مشکل‌تر است.

فقط برای کنترل تناسبی:

$$PB\% = \frac{Error}{Range}\times 100 \qquad 18-4 \qquad K_c = 1\ \frac{mA}{°C}$$

$$K_c = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{(15-3)}{Error} = \frac{12}{Error} \longrightarrow Error = \frac{12}{K_c}$$

تغییرات فشار

$$= \frac{15-3}{72-68} = \frac{12}{4} = 3\ psi/°C$$

تغییرات خطا

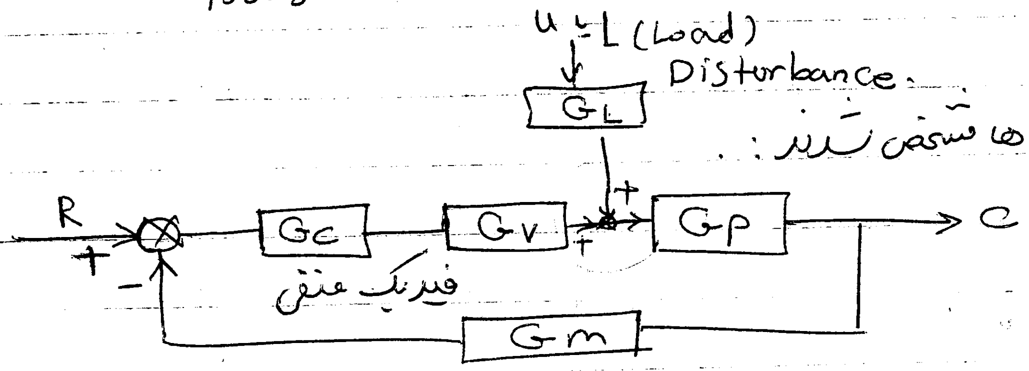
$$PB\% = \frac{12/K_c}{Range}\times 100 = \frac{1}{K_c}\times \text{ضریب}$$

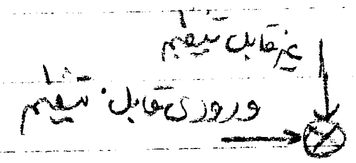
یعنی PB% با K_c نسبت عکس دارد

$\%PB = 0 \longrightarrow K_c = \infty \longrightarrow$ on-off کنترل

در این مثال: $PB\% = \frac{72-68}{100-30} = \frac{4}{70}\times 100 = \frac{400}{70} = 5/71\%$

تمامی بلاک‌ها مشخص شدند:





منشاء عدم خطا: Disturbance.

عواملی که موجب تغییر فرمی می‌گردند:

1) Servo Mechanism:

در این مسائل (مسئله Servo). Set Point را تغییر می‌دهیم.

یعنی تغییرات c براساس تغییرات R است. $\frac{C}{R}=?$

مسئله سرو: تغییر R داریم، تغییر U نداریم.

2) Regulator Mechanism:

اغتشاشات باعث تغییر فرمی می‌گردد $\frac{C}{U}=?$

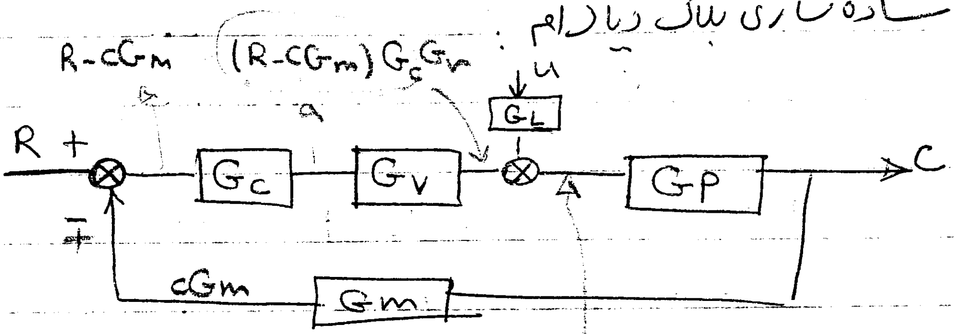
تغییر U داریم، تغییر R نداریم.

هدف کنترل: یکی بودن C و R، چه R تغییر کند چه نکند.

فرض: C باید همواره مقدار مورد نظر یا Set Point، R را دنبال کند.

$$\boxed{C \longrightarrow R}$$

ساده سازی بلاک دیاگرام:



$$\frac{C}{u} = ? \qquad \frac{C}{R} = ?$$

$$\{(R - CG_m)G_cG_v + uG_L\}G_p = C$$

$$(R - CG_m)G_cG_vG_p = C$$

$$\left(1 - \frac{C}{R}G_m\right)G_cG_vG_p = \frac{C}{R}$$

$$\frac{C}{R} = \frac{G_cG_vG_p}{1 + G_cG_vG_mG_p}$$

حاصلضرب توابع رفت

$$= \frac{\text{حاصلضرب توابع در مسیر پیشرو}}{1 + \text{حاصلضرب توابع در حلقه}}$$

Feedback +

منفی Feed back ←

regulator:

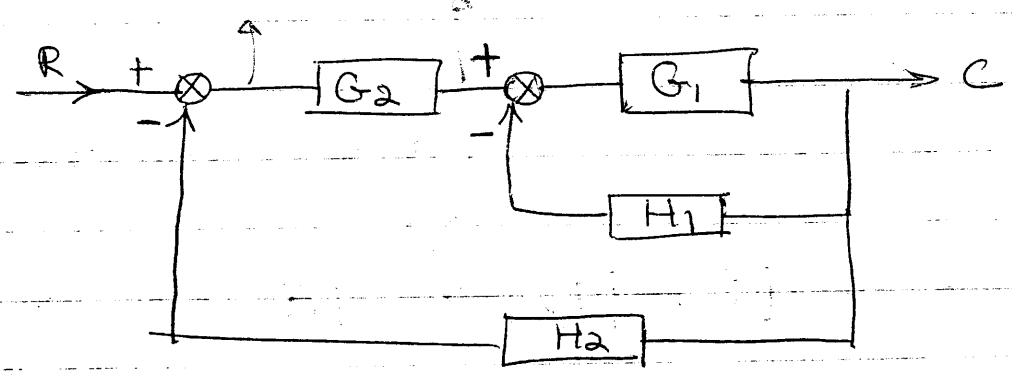
$$\frac{C}{U}=\frac{G_L G_p}{1+G_c G_v G_m G_p}$$

حاصلضرب توابع در مسیر پیشرو (از U به C)

از شکل

$$\left[(R-CH_2)G_2-CH_1\right]G_1=C \Rightarrow \frac{C}{R}=\checkmark$$

Error



$\frac{E}{R}=?$: Error Ratio.

1) ✓ $\dfrac{1-G_1H_1}{1-G_1H_1+G_1G_2H_2}$

2) $\dfrac{G_1G_2}{1-G_1H_1+G_1G_2H_2}$ ع

3) $\dfrac{G_1G_2H_1}{1-G_1H_1+G_1G_2H_2}$ ع

3) $\dfrac{G_1G_2H_2}{1+G_1H_1-G_1G_2H_2}$ ع

$$E=R-CH_2$$

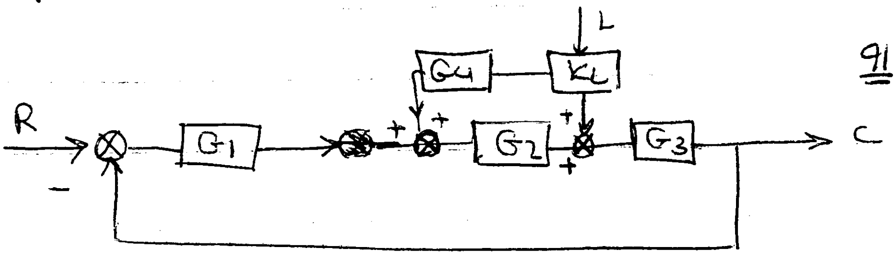
$$\rightarrow \frac{E}{R}=1-\frac{C}{R}H_2$$

* در حل این مسائل فقط از روش کوتاه استفاده کنید اگر به جواب نرسید تست را رها کنید.

اگر $H_2=0 \Longrightarrow \frac{E}{R}=1$ پس فقط گزینه 1 درست است.

مسائل بلوک دیاگرام .

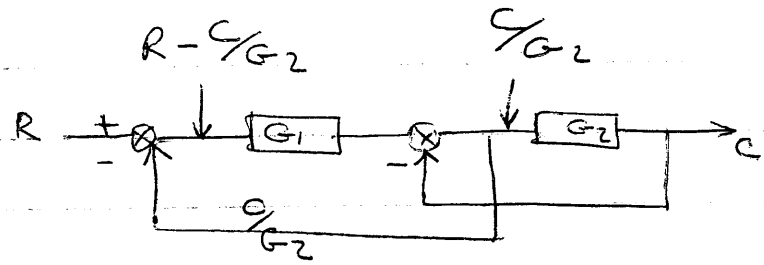
سال ۷۹ - تست ۹۱



1) $\dfrac{C}{L} = \dfrac{G_2G_3G_4 + K_LG_3}{1+G_1G_2G_3}$ 2) $\dfrac{1+G_1G_2G_3}{1+K_LG_3G_4}$

3) $= \dfrac{K_LG_2G_3}{1+G_1G_2G_3G_4}$ 4) $\dfrac{G_2G_3G_4}{1+G_1G_2G_3+K_LG_4}$

سال ۸۳ - تست ۹۲



1) $\dfrac{G_1+G_2}{1+G_1+G_2}$ 2) $\dfrac{G_1G_2}{1+G_1+G_2}$

3) $\dfrac{G_1+G_2}{1+G_1G_2}$ 4) $\dfrac{G_1G_2}{1+G_1G_2}$

راه اول : $G_1 = 0 \rightarrow C/R = 0$ ← پس ۱ یا ۳ یا ۴ .

راه دوم :

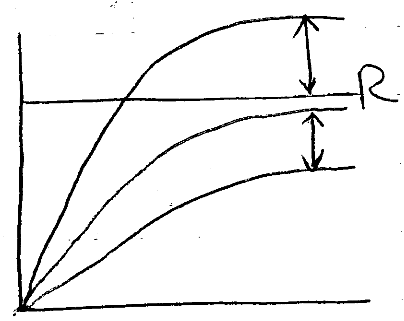
$$\left\{\left[\frac{R}{R} - \frac{C}{G_2 R}\right]G_1 - \frac{C}{R}\right\}G_2 = \frac{C}{R}$$

$$\rightarrow \frac{C}{R} = \frac{G_1G_2}{1+G_2+G_1}$$

راه حل: صفر قرار دادن قطب‌های فرا خم.

نحوه: offset: افت کنترل.

خطای حالت ماندگار یا : steady state Error



$$R - C\Big|_{t=\infty} =$$ خطای حالت ماندگار

(R: مقدار مورد)

$$\text{offset} = R(\infty) - C(\infty)$$
$$= \lim_{S\to 0} SR(S) - SC(S)$$

$$\text{offset} = SR(S)\left[1 - \frac{C}{R}\right]$$

وقتی که R تغییر نکند و u تغییر کند: $S \to 0$

$$\begin{cases} u \neq 0 \\ R = 0 \end{cases}$$

مساله:

$$\text{offset} = R(\infty) - C(\infty)$$

چه R تغییر کند چه u تغییر کند تعریف offset همین است.

$$= 0 - C(\infty)$$
$$= -\lim_{S\to 0} SC(S)$$

$$\text{offset} = -Su(S)\frac{C}{u}$$

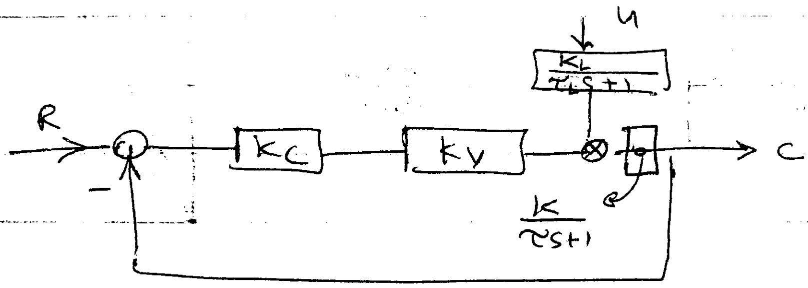
خلاصه :

$$offset = R(\infty) - C(\infty)$$

$R \neq 0 , U = 0 \longrightarrow offset = S\{R(S) \left[1 - \frac{C}{R}\right]$

$R = 0 , U \neq 0 \longrightarrow offset = -S\, U(S)\, C/U$

مثال :



الف) تغییر پله ای در مقدار مقرر داشته باشیم

$$offset = S R(S) \left[1 - C/R\right]_{S \to 0}$$

$$= S \times \frac{1}{S}\left[1 - \frac{K_C K_V K}{1+K_C K_V K}\right]_{S \to 0}$$

* نکته : در پله ها $S = 0$ را قرار دهید . چون بالا فرض خواهیم $S = 0$ را قرار دهیم .

$$= \frac{1}{1+K_C K_V K}$$

$K_C \uparrow \Longrightarrow offset \downarrow$

افزایش بهره کنترلر موجب کاهش offset شده به شرطی که سیستم ناپایدار نباشد .

ب)

$$offset = -S U(S) \frac{C}{U}$$

$$-S \times \frac{1}{S} \times \frac{K_L K}{1+K_C K_V K}$$

بازهم $K_C \uparrow$ موجب کمتر گردد offset به شرطی که سیستم ناپایدار نگردد .

توجه اگر بجای تناسبی، تناسبی مشتق قرار دهیم باز هم پاسخ تفاوتی ندارد.

$$k_c \xrightarrow[s\to 0]{} k_c(1+\tau_D s)$$

* یعنی عامل مشتق اثری بر offset ندارد. offset
* افزایش عامل تناسبی موجب کاهش offset می‌گردد.

$$\text{offset} = -s \times \frac{1}{s}\left[\frac{k_L k_F}{1+k_c k_v k}\right]$$

اگر کنترل تناسبی انتگرالی باشد:

$$k_c\left(1+\frac{1}{\tau_I s}\right) \rightarrow \frac{k_c(1+\tau_I s)}{\tau_I s} \rightarrow \frac{k_c}{\tau_I s}$$

هر دو مخرج را فعلا نمی‌توان صفر گذاشت.

$$\text{offset} = s \times \frac{1}{s}\left[1 - \frac{\frac{k_c}{\tau_I s}\cdot k_v k}{1+\frac{k_c}{\tau_I s} k_v k}\right]$$

$$= 1\left[1 - \frac{k_c k_v k}{\tau_I s + k_c k k}\right]_{s\to 0} = 1-1=0$$

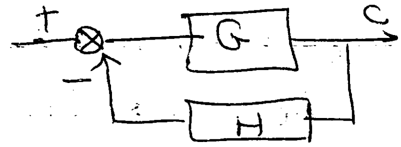
عامل انتگرال موجب ~~کاهش~~ حذف offset می‌گردد.

$$\text{offset} = -s \times \frac{1}{s}\, \frac{k_L k}{1+\frac{k_c}{\tau_I s} k_v k}$$

$$= -\frac{k_L k \tau_I s}{\tau_I s + k_c k_v k}$$

وجود عامل انتگرال موجب حذف offset در هر دو حالت می‌گردد.

$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1+GH}$$



GH : تابع ترنسفور مدار باز.

$$GH = \frac{K(\tau_1 S+1)(\tau_2 S+1)\cdots(\tau_n S+1)}{S^N(\tau_a S+1)\cdots(\tau_2 S+1)}$$

$H(S)=1$ unit feedback

پله $R(S) = \frac{1}{S}$

ضربه $= 1$

خطی $= \frac{1}{S^2}$

$$\text{offset} = \lim_{S \to 0} S R(S)\left[1 - \frac{C}{R}\right] = SR(S)\left[1 - \frac{K/S^N}{1+\frac{K}{S^N}}\right]$$

$$\text{offset} = SR(S)\left[\frac{S^N}{S^N+K}\right]$$

	$N=0$	$N=1$	$N>1$
پله	$\frac{1}{1+K}$	$S\times\frac{1}{S}\times\frac{S}{S+K}=0$	$S\times\frac{1}{S}\times\frac{S^2}{S^2+K}=0$
ضربانی	0	0	0
خطی	∞	$\frac{1}{K}$	0

$N=0$ و ضربانی $\longrightarrow S\times 1\times\left[1-\frac{1}{1+K}\right]=S\times\frac{K}{1+K}=0$

$N=1$ و ضربانی $\longrightarrow S\times 1\times\left[\frac{S}{S+K}\right]=0$

$N=0$ و خطی $\longrightarrow S\times\frac{1}{S^2}\left[\frac{1}{1+K}\right]$

$N=1$ و خطی $\longrightarrow S\times\frac{1}{S^2}\,\frac{S}{S+K}=1/K$

$N>1$ و خطی $\longrightarrow S\times\frac{1}{S^2}\times\frac{S^2}{S^2+K}=0$

مثال:

$$R \longrightarrow \boxed{\frac{K}{\tau s+1}} \longrightarrow C$$

ساده شده بلاک دیاگرام‌ها:

تغییر خطی در مقدار مقرر

$R(t)=t$

$$\text{offset}=\underset{t\to 0}{SR(S)-SC(S)}$$

$$=SR(S)\left[1-\frac{C}{R}\right]$$

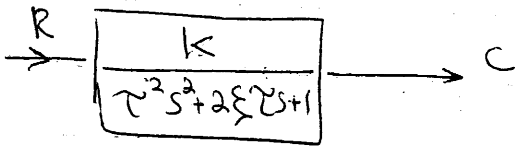
$$\text{offset}=S\times\frac{1}{S^2}\left[1-\frac{K}{\tau s+1}\right]$$

$$=\frac{1}{S}\times\frac{\tau s+1-K}{\tau s+1}$$

$K=1 \Rightarrow \text{offset}=\tau$

$K\neq 1 \Rightarrow \text{offset}=\begin{cases}+\infty & K<1\\ -\infty & K>1\end{cases}$

مثال :



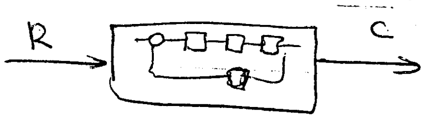
$$offset = S \times \frac{1}{S^2}\left[1 - \frac{C}{R}\right] =$$

$$= S \times \frac{1}{S^2}\left[1 - \frac{K}{\tau^2 S^2 + 2\xi\tau S + 1}\right]$$

$$= \frac{1}{S}\,\frac{\tau^2 S^2 + 2\xi\tau S + 1 - K}{\tau^2 S^2 + 2\xi\tau S + 1}$$

$$K = 1 \longrightarrow offset = 2\xi\tau$$

$$k \neq 1 \longrightarrow off = \pm\infty$$



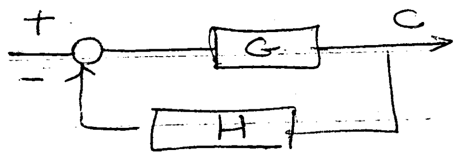
اگر هم بار و هم R تغییر کنند :

$$C = \frac{C}{R} \times R + \frac{C}{u} \times u$$

$$offset = R(\infty) - C(\infty)$$

$$= SR(S) - S\left[\frac{C}{R} \times R + \frac{C}{u} \times u\right]$$

$$S \to 0$$



$$\frac{C}{U} = \frac{---}{1+GH}$$

چه U تغییر کند چه R داریم:

$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1+GH}$$

$$C = U \times \frac{---}{1+GH}$$

$$C = R \times \frac{G}{1+GH} = \frac{\quad}{s-r_1} + \cdots + \frac{\quad}{s-r_n}$$

تجزیه کسر

r_1 تا r_n ریشه های $1+GH=0$ می باشند.

با لاپلاس معکوس گیری

فرض: $C(t) = A + \underbrace{a_1 e^{r_1 t} + a_2 e^{r_2 t} + \cdots + a_n e^{r_n t}}_{\text{جملات ناشی از ریشه های } 1+GH=0}$

اثر ورودی

مفهوم پایداری: اگر ورودی محدود وارد سیستم کردیم باید خروجی محدود بگیریم.

یک مفهوم BIBO است.

B I → Bounded Input

B O → Bounded output

$$C(t) = \text{جملات مربوط به ورودی} + \sum_{n=1}^{...} a_n e^{r_n t}$$

r_1 تا r_n ریشه های $1+GH(S)=0$ هستند.

که معادله مشخصه سیستم.

زمان سیستم پایدار نیست که $\quad r_m > 0 \quad \exists\, r_m$

در این صورت با زمان جمله مورد نظر حذف شده و افزایش می یابد

* قسمت نوسانی در این بحث تاثیری ندارد .

هدف از بحث پایداری: آیا معادله $1 + GH = 0$ ریشه ای با جزء حقیقی مثبت (در سمت راست محور موهومی دارد) .

به تعداد ریشه هایی که در سمت راست محور موهومی داریم ریشه ناپایدار کننده داریم

عامل ناپایداری : داشتن ریشه ای با جزء حقیقی مثبت .

روش های بررسی پایداری :

1) $1 + GH(S) = 0 \longrightarrow r_1, r_2, \ldots$ عملاً این روش غیر قابل انجام است . رابورت آوریم .

مثال : $1 + GH = S^3(S+1)(S+2)(S+3) + K = 0$

2) روش هایی که معادله را حل نمی کنند تشخیص می دهند چند ریشه در سمت راست محور موهومی است :

2) آزمون روث Roth Test

3) مکان هندسی ریشه ها Root Locus

4) پاسخ فرکانسی ریشه ها Bode

5) دیاگرام نایکوست Nyquist Diag.

* روث + لغت کنترل = 25٪ سؤالات .

✓ آزمون روث : Routh Test :

$1+GH(S)=0$ معادله مشخصه حلقه بسته .

$$1+GH(S)=a_n S^n+a_{n-1}S^{n-1}+\cdots+a_1 S+a_0$$

$1+GH$ یک چندجمله‌ای با ضرائب ثابت است .

۱) چندجمله‌ای بصورت نزولی Sort شود

۲) بجای جملاتی که نداریم صفر قرار دهیم .

۳) تشکیل جدول .

ردیف اول	S^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	----
ردیف دوم	S^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	----
		b_1	b_2		
ردیف nام	S				
ردیف n+1ام	S^0				

$$b_1=\frac{a_{n-1}a_{n-2}-a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

$$b_2=\frac{a_{n-1}a_{n-4}-a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$$

همیشه بر درایه اول سطر بالا تقسیم می‌گردد .

۴) ستون اول جدول را نگاه کنید . به تعداد تغییر علامت ها ریشه ناپایدار کننده داریم.

مثال:

$$1+GH(s) = s^3+2s^2+3s+1$$

	1	3
	2	1
	$\frac{5}{2}$	
	1	

مثال:

	2
	-1
	3
	4

* دو تا ریشه ناپایدار کننده

	1
	-1
	$\frac{-1}{3}$

2*

	1
	2
	3
	-1

1

نحوه سؤال: 1) چک کردن پایداری Roth →

$n = ?$ عده ریشه های ناپایدار

2) حالت

$$1+GH = 1+\frac{K}{S(S+1)(S+2)}$$

K چند باشد تا پایدار باشد؟

$$\longrightarrow 1+GH = S(S+1)(S+2)+K = 0$$

$$S^3+3S^2+2S+K = 0$$

	1	2
	3	K
برای پایداری →	$\frac{6-K}{3} > 0$	
	$K > 0$	

$6-K>0$

$K>0$

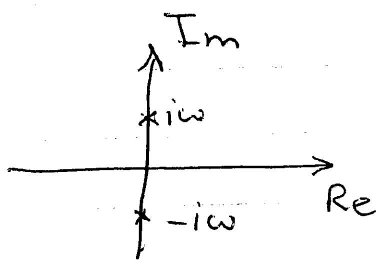
$0<K<6$

یعنی K را برای کاهش offset تا 6 می توان زیاد کرد

آزمون روث فقط ریشه های مرز پایداری را می دهد.

آزمون روث ⟵
- عده ریشه های ناپایدار را می دهد و نه خود ریشه ~~بجز ریشه های مرز پایداری~~
- بجز ریشه های مرز پایداری و ناپایداری.

حالت 3) ریشه روی مرز ناپایداری را بیابید؟



$(s+i\omega)(s-i\omega)$
$= s^2+\omega^2$

1	s^n	
2	s^{n-1}	
	s^2	C D
n	s	
n+1 ام	s^0	

اگر سطر nام جدول روث صفر شود سیستم روی مرز پایداری و ناپایداری است.

1) سطر nام را برابر صفر قرار می دهیم ⟵ k√

$$Cs^2+D=0$$

$$s=\pm i\sqrt{\frac{D}{C}}$$

مثال:

1	1	2
2	3	k
3	6−k	
4	k	

$3s^2+k=0 \longrightarrow s=\pm i\sqrt{2}$

$6-k=0 \longrightarrow k=6$

$$1+GH = 1+\frac{k}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$(s+1)(s+2)(s+3)+k=0$$

$$(s+1)(s^2+5s+6)+k=0$$

$$s^3+6s^2+11s+6+k$$

1	1	11
2	6	6+k
3	$\frac{66-6-k}{6}$	
4	6+k	

سطر n ام $=0$

یعنی سطر سوم $=0$

$$\frac{66-6k}{6}=0 \longrightarrow \boxed{k=60}$$

k مرز پایداری .

$6s^2+(6+k)=0 \longleftarrow$ سطر n-1 ام را می‌نوشتیم

$6s^2+66=0$ برای پیدا کردن ریشه

$$s=\pm i\sqrt{11}$$

- تکنیک معمول ← قطب داشتن سطر n ام $=0$ ← k بدست می‌آید ← معادله سطر n ام را می‌نویسیم

→ S را بدست می‌آوریم ریشه‌ها را.

حالات خاص :

اگر ستون اول یکی از ردیف ها صفر شود.

x	x	
0		

راه حل ←

۱) اگر همه عناصر آن ردیف خاص صفر نباشد در این صورت صفر را به ε تبدیل کنید $0 \to \varepsilon$

و جدول را با ε ادامه دهید

در انتهای کار $\varepsilon \to 0^+$ میل دهید

۲) اگر همه عناصر آن سطر خاص صفر شود. در این حالت :

چند جمله ای مربوط به ردیف بالای این سطر را تشکیل دهید.

$P(S)$

$$\frac{dP}{dS} = \bigcirc s^m + \dots$$

چند جمله ای [illegible].

ضرائب این چند جمله ای را بعنوان ضرائب سطری که همه عناصر آن صفر شده بود استفاده کنید و ادامه جدول.

مثال :

1	2	3
2	4	5
$0 \to \varepsilon$	$\frac{1}{2}$	
$\frac{4\varepsilon-1}{\varepsilon}$	5	

تغییر علامت

عدد منفی

تغییر علامت

$$\frac{\left(\frac{4\varepsilon-1}{\varepsilon}\right)\frac{1}{2}-5\varepsilon}{\frac{4\varepsilon-1}{\varepsilon}} = \frac{1}{2} - \frac{5\varepsilon^2}{4\varepsilon-1} > 0$$

توجه: اگر سطر nام صفر باشد می‌گوییم سیستم در مرز پایداری و ناپایداری است.

مثال:

سطر دوم مضرب از سطر اول است.

۴ جمله بوده ← پس یک چند جمله‌ای درجه ۴ بوده.

s^5	1	2	3
s^4	2	4	6
s^3	8	8	0

$$P(s) = 2s^4 + 4s^2 + 6$$

$$\frac{dP}{ds} = 8s^3 + 8s$$

s^5	1	2	3
s^4	2	4	6
s^3	8	8	
s^2	2	6	
s	-16		
s^0	6		

مکان هندسی ریشه ها

در پایداری به دنبال این سوال هستیم که مخرج حلقه بسته ($1+GH$) دارای ریشه ای در سمت راست محور موهومی هست یا خیر؟

تابع حاصلضرب مدار باز

$$1+GH(s)=0$$

$$1+\frac{KN(s)}{D(s)}=0$$

در مکان هندسی هدف این است که به کمک تابع مدار باز بطور کیفی موقعیت ریشه های $1+GH=0$ را در صفحه مختصات موهومی نشان دهیم.

قواعد رسم مکان :

$$1+GH(s)=1+\frac{KN(s)}{D(s)}=0$$

$$\frac{D(s)+KN(s)}{D(s)}=0$$

۱) ریشه های $N(s)=0$ (صورت مدار باز) صفرهای مکان هندسی و با o نمایش می دهیم و ریشه های $D(s)=0$ (مخرج مدار باز) قطب های مکان هندسی و با × نمایش می دهیم.

۲) وقتی $K=0 \Leftarrow D+KN=0$

$D(s)=0$

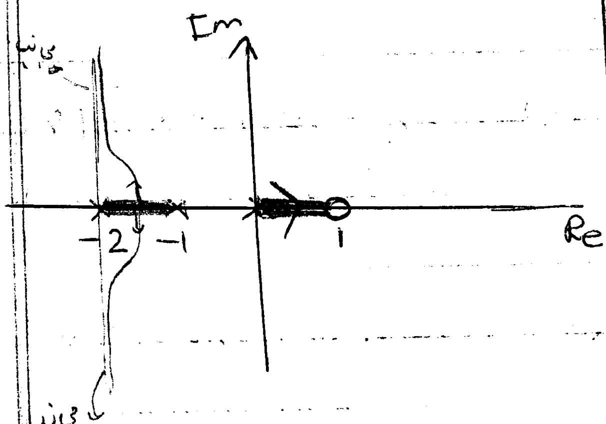
مکان هندسی از قطب آغاز می شود. پس قطب ها شروع مکان هستند و متناظر با $K=0$

وقتی $K=\infty \Leftarrow N(s)=\frac{-D(s)}{K}=0$

مکان هندسی به صفرها ختم می شود.

$$GH(s)=\frac{K(s-1)}{s(s+1)(s+2)}$$

۱) $s-1=0 \rightarrow s=1$ صفرهای مکان



۳) $n=3,\ m=1 \rightarrow n-m=2$ دو تا مجانب داریم.

۴) $\sigma=-2$

۵) $\theta=\frac{(2k+1)\pi}{3-1} \nearrow \frac{\pi}{2}$, $\searrow \frac{3\pi}{2}$

۳) اگر n عده قطب ها و m عده صفرها باشد .
به m تا از صفرها ختم می شوند ⟵ m تا از قطب ها
به موازات مجانب به ∞ می روند ⟵ n−m باقی مانده

۴) محل هم راس مجانب ها :

$$\gamma = \frac{\sum P_i - \sum Z_i}{n-m}$$

$$\gamma = \frac{[0-1-2]-[1]}{3-1} = -2$$

۵) زاویه مجانب ها با محور حقیقی :

$$\theta = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-m-1$$

۶) آن قسمتی از محور حقیقی جزء مکان است که مجموع عده صفرها و قطب های سمت راست آن فرد باشد .

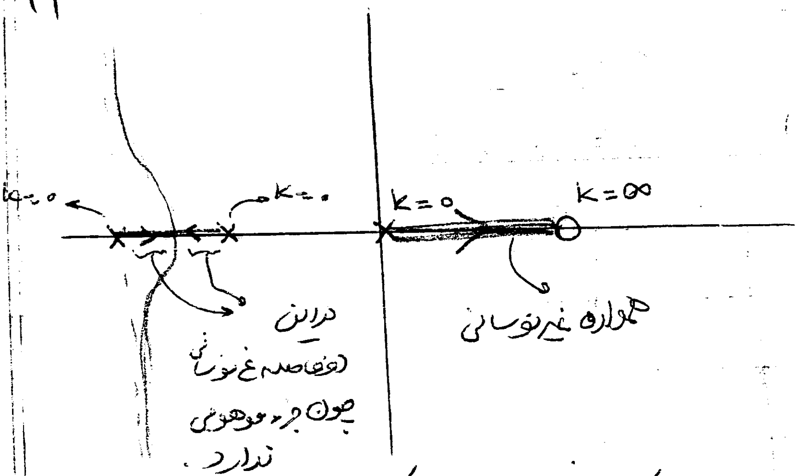
۷) اگر فاصله بین دو قطب مجاور جزء مکان باشد نقطه BEP (Break away Point) یا نقطه جدائی داریم .

$$\text{نقطه جدائی} = \sum \frac{1}{s - z_i} = \sum \frac{1}{s - p_i}$$

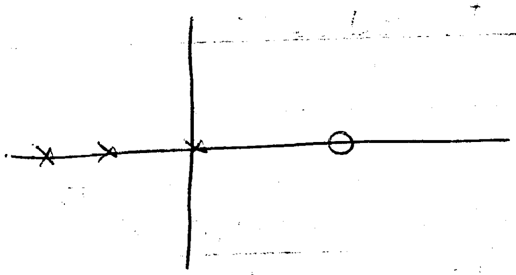
در این مثال :

$$\frac{1}{s-1} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+2}$$

$$\boxed{-2 < s < -1} \text{ و نتیجه}$$



* این سیستم همواره (بازای جمیع مقادیر K) یک ریشه ناپایدار کننده است.
* در مقادیر کم K غیرنوسانی
* در K زیاد نوسانی



$1+GH=0$ را بدست آورید.

$$1+\frac{k(s-1)}{s(s+1)(s+2)}=0$$

$$s(s+1)(s+2)+k(s-1)=0$$

$$s^3+3s^2+2s+ks-k$$

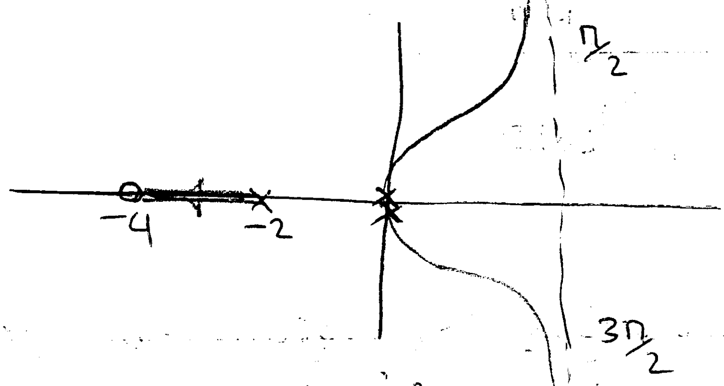
$$s^3+3s^2+(2+k)s-k=0$$

حل از آزمون روث:

1	2+k
3	-k
$\frac{6+4k}{3}$	
-k	

یک ریشه ناپایدار کننده از مکان هندسی هم همین بدست می‌آید.

$$GH(s) = \frac{k(s+4)}{s^2(s+2)} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow z_i = -4 \\ \longrightarrow P_i = 0, 0, -2 \end{array}$$



عده مجانب ها : عده مجانب ها $= 3-1 = 2$

$$\text{محل همرسی} = \frac{[0+0-2]-[-4]}{3-1} = 1$$

$$\theta = \frac{(2k+1)\pi}{n-m} = \frac{(2k+1)\pi}{2} \quad \begin{array}{l} \nearrow \pi/2 \\ \searrow 3\pi/2 \end{array}$$

دوم : $1+GH = s^2(s+2)+k(s+4)=0$

سه ریشه دارد که به شکل 3 تا شاخه در شکل نشان داده شده.

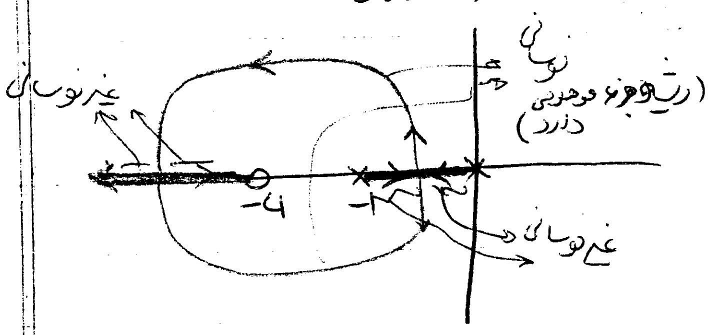
همواره دو ریشه سمت راست محور موهومی است پس سیستم ناپایدار است:

همواره ،، ،، ناپایدار کننده دارد.

از آزمون روث :

1	k
2	4k
-k	
4k	

$$GH(s) = \frac{k(s+4)}{s(s+1)}$$



تعداد مجانب ها : $1 = 2-1$

$$\theta = \frac{(2k+1)\pi}{n-m} = \pi$$

پایداری سیستم : همواره پایدار است .

$$1+GH=0 \longrightarrow 1+\frac{k(s+4)}{s(s+2)}=0$$

$$s^2+(2+k)s+4k=0$$

	1	4k
	2+k	
	4k	

نوسانی و غیرنوسانی بودن سیستم :

در مقادیر خیلی کم و خیلی زیاد k غیرنوسانی است و در مقادیر متوسط k نوسانی است

مثال:

$$\frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$

$P_i = 0$ و -1 و -2

صفر هم نداریم.

$n = 3$

$m = 0$

عده مجانب ها $= 3$

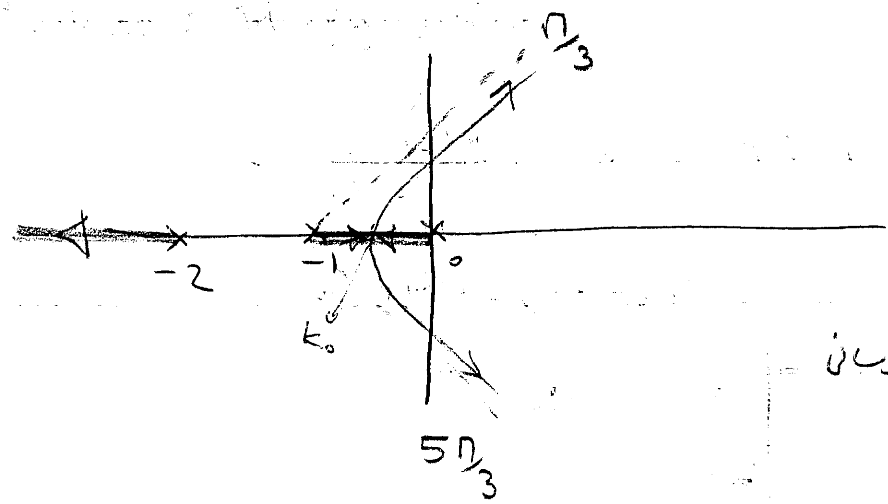
$$\theta = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}$$

$\pi/3$

π

$5\pi/3$

$$\gamma = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n-m} = \frac{[0-1-2]-[0]}{3} = -1$$



$0 < K < K_0$ غیر نوسانی

$K_0 < K$ نوسانی

آنالیز ریشه ها:

پایداری: در بهره های پایین پایدار و در بهره های بالا ناپایدار است،

K پایداری:

$$1 + \frac{k}{s(s+1)(s+2)} = 0$$

$$\to s(s+1)(s+2) + K = 0$$

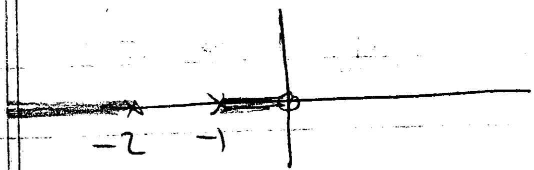
بجای مخرج مشترک گرفتن مخرج را با K جمع کنید (به صورت جمع کنید).

1	2
3	k
$\frac{6-k}{3}$	
k	

پایدار $0<k<6$

ناپایدار $k>6$

تست ۱۰۲ ، سال ۸۳ :



1) $-\sqrt{2}$ 3) -3

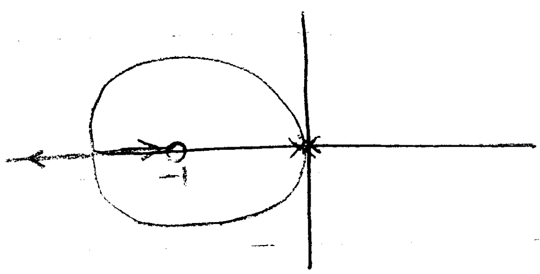
2) $-\frac{3}{2}$ ✓4) نقطه جدایی ندارد.

تست ۱۰۰ سال 83

$$G(s)=\frac{k(s+1)}{s^2}$$

نقطه جدایی : 1) -3 3) -2.5

2) -2 4) -1



دوتا صفر (0) داریم

$$\frac{1}{s+1}=\frac{1}{s}+\frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s+1}=\frac{2}{s} \Rightarrow s=2s+2$$

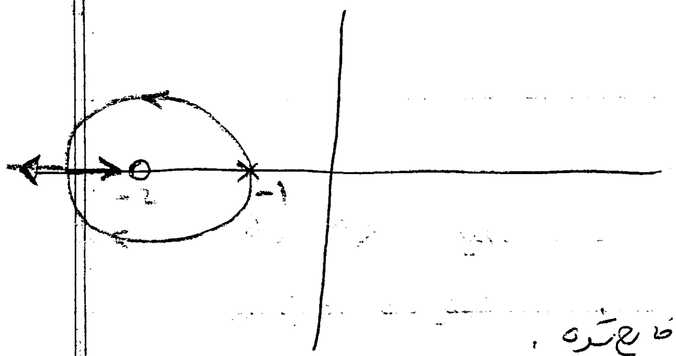
$$\Rightarrow \boxed{s=-2}$$

توجه : هم جدایی هم به هم رسیدن از فرمول :

$$\cancel{\frac{1}{\Sigma p_i}=\frac{1}{\Sigma z_i}}$$

$$\Sigma\frac{1}{s-p_i}=\Sigma\frac{1}{s-z_i}$$

سال 82، تست 101 :



$$GH(s) = \frac{k(s+2)}{(s+1)^2}$$

۱ چون دوتا شاخه از ۱- خارج شده .

* برای سؤالات نقطه جدایی مکان را رسم کنید:

تست 103، سال ۸۲

$$G(s) = \frac{k}{s(s+2)(s+3)}$$

1) -0.78 ✓

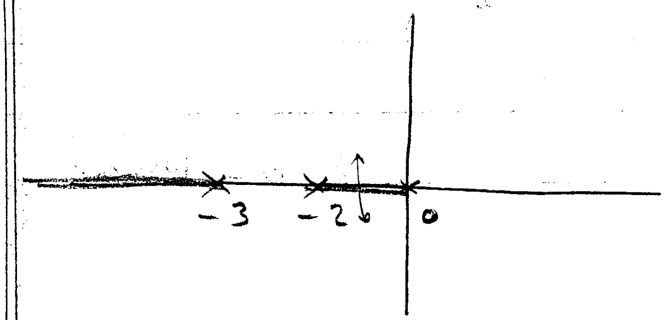
2) -2.54

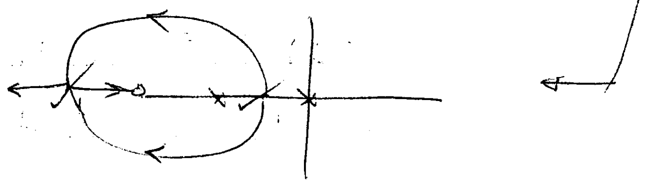
3) $0.78, -3.54$

4) $-0.78, -2.54$

* توجه: نقطه به هم رسیدن هم در نظر بگیرید.

[illegible]





← مفهوم فیزیکی ندارد.

* اگر Feed back مثبت داشته باشیم قواعد رسم مکان :

دو تغییر داریم : 1) $\theta = \frac{2k\pi}{n-m}$

2) آن قسمتی از محور حقیقی جزو مکان است که عده صفرها و قطب های سمت راست آن زوج باشد.

* اگر تابع انتقال در صورت $e^{-\tau_d s}$ (ترم تأخیر زمانی) داشت.

نقص : اگر سیستمی ترم تأخیر زمانی داشته باشد پایداری آن با آزمون روث قابل بررسی نیست.

$$G(s) = \dots e^{-\tau_d s}$$

تقریب Pad :
$$e^{-\tau_d s} = \frac{e^{-\tau_d/2 \times s}}{e^{+\tau_d/2\, s}}$$

$$= \frac{1-\tau_d/2\, s}{1+\tau_d/2\, s} = -\frac{s-\frac{2}{\tau_d}}{s+\frac{2}{\tau_d}}$$ از بسط تیلور خطی

یعنی ترم تأخیر زمانی وقتی از تقریب Pad استفاده شود باعث افزودن یک صفر در سمت راست و یک قطب در سمت چپ می گردد و همچنین علامت فیدبک را تغییر می دهد.

چون ترم تأخیر زمانی ~~قطب~~ صفر در سمت راست ایجاد می کند و از آنجا که مکان به صفر ختم می شود پس پایداری سیستم را تحت تأثیر قرار می دهد یعنی یا کلاً سیستم را ناپایدار می کند یا حد K پایداری را کاهش می دهد (محدوده K پایداری را کوچک می کند).

* اثر کنترلرها بر مکان هندسی :

$$K_c \longrightarrow k_c(1+\tau_D s)$$

عامل مشتق چه اثری بر مکان دارد :

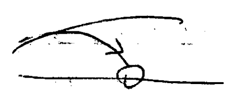
$$GH = \frac{k(\tau_D s+1)\cdots}{\cdots}$$

عامل مشتق یک صفر در سمت چپ محور موهومی ایجاد می‌کند.

$$z_1 = -\frac{1}{\tau_D}$$

عامل مشتق باعث :

1) ایجاد یک صفر در سمت چپ محور موهومی می‌گردد.
2) موجب بهبود پایداری سیستم می‌شود یعنی یا سیستم را پایدار می‌کند یا k پایداری را افزایش می‌دهد.
3) تعداد مجانب‌ها را یکی کم می‌کند
4) نوسانات سیستم را کاهش می‌دهد. چون ،



5) سرعت پاسخ را زیاد می‌کند (اضافه و صفر مخرج و صورت کم شود سرعت پاسخ زیاد می‌شود).
6) محل هم‌رأسی مجانب‌ها را به سمت راست محور موهومی شیفت می‌دهد. ← ممکن است به صفر برسد.

$$\gamma_{\text{قبلی}} = \frac{\sum P_i - \sum z_i}{n-m}$$

$$\gamma^* = \frac{\sum P_i - \left[\sum z_i - \frac{1}{\tau_D}\right]}{n-(m+1)}$$

صورت بزرگ شد و مخرج کوچک

τ_D اگر خیلی کوچک باشد هم‌رأسی به سمت راست انتقال یافته و ناپایدار می‌گردد

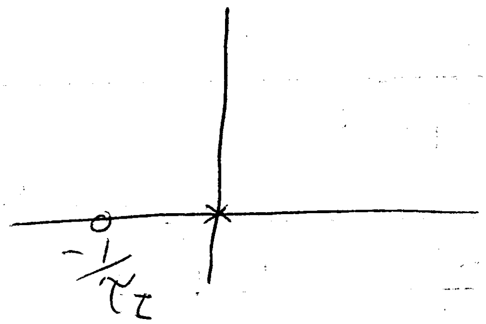
یادآوری: عامل مشتق بر offset تأثیری ندارد.

* اثر عامل انتگرالی:

$$K_c\left(1+\frac{1}{\tau_I s}\right)$$

$$=K_c\,\frac{\tau_I s+1}{\tau_I s}$$

$$\rightarrow\quad GH(s)=\frac{k(\tau_I s+1)\cdots}{\tau_I s\cdots}$$



عامل انتگرالی یک قطب در $s=0$ و یک صفر در $-\frac{1}{\tau_I}$ به مکان اضافه می‌کند

نمی‌توان گفت به پایداری کمک می‌کند یا نه، محل ~~اثر~~ هرسی مجانب‌ها را به سمت محور موهومی شیفت می‌دهد.

$$\gamma=\frac{\sum P_i-\sum Z_i}{n-m}$$

با کنترل PI

$$\gamma^*=\frac{\left(\sum P_i+0\right)-\left(\sum Z_i-\frac{1}{\tau_I}\right)}{(n+1)-(m+1)}$$

$$=\frac{\sum P_i-\sum Z_i}{n-m}+\frac{1}{\tau_I(n-m)}$$

$$\gamma^*=\gamma+\frac{1}{\tau_I(n-m)}\longrightarrow$$ میزان ~~هرسی~~ جابجایی هرسی مجانبها به سمت راست محور موهومی

← میزان جابجایی هرسی مجانبها به سمت راست محور موهومی.

پاسخ فرکانسی

$$x(S) \longrightarrow \boxed{G(S)} \longrightarrow y(S)$$

* از آنجا که تمامی ورودی‌های دیگر را می‌توان بصورت بسط sin نوشت سیستمی که به ورودی سینوسی پایدار است به بقیه ورودی‌ها هم پایدار است.

$$x(t) = A\sin\omega t$$

$$y(t) = ?$$

$$\frac{y(S)}{X(S)} = G(S)$$

$$X(S) = \frac{A\omega}{S^2+\omega^2}$$

$$y(S) = \frac{A\omega}{S^2+\omega^2}\, G(S) \qquad G(S) = \frac{kN(S)}{D(S)}$$

$$= \underbrace{\frac{}{S+i\omega} + \frac{}{S-i\omega}}_{\text{تابع سینوسی با دامنه ثابت}} + \frac{}{S-r_1} + \cdots + \frac{}{S-r_n}$$

چون جزء حقیقی ندارد.

$$e^{r_1 t} + \cdots + e^{r_n t}$$

$$t \to \infty$$

اگر سیستم پایدار باشد تمام سایر ریشه‌ها در طول زمان حذف می‌شوند

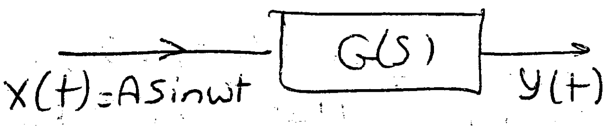
$$y(s) = \frac{a+bi}{s+i\omega} + \frac{a-bi}{s-i\omega}$$

باید طرفین را $s-i\omega$ ضرب کرده

$$\frac{A\omega}{s+i\omega} \times (s-i\omega) \longrightarrow G(s) = \frac{(a+bi)(s-i\omega)}{s+i\omega} + a-bi$$

$$s = i\omega \longrightarrow \frac{A\omega}{2i\omega} G(i\omega) = 0 + a - bi$$

خلاصه پاسخ فرکانسی



$$y(t) = \underbrace{AR}_{\text{نسبت دامنه‌ها}} \cdot \sin(\omega t + \Phi)$$

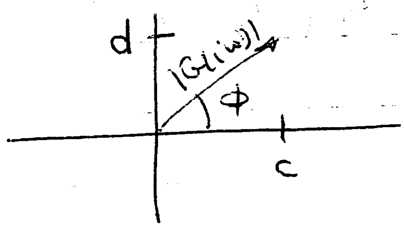
داریم:

1) $s = i\omega$

2) $G(i\omega) = c + di$ (درنهایت $G(i\omega)$ را به این صورت بدست می‌آوریم)

3) $AR = |G(i\omega)| = \sqrt{c^2+d^2}$

4) $\Phi = \angle G(i\omega) = \tan^{-1}\frac{d}{c}$



مثال:

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1}$$

$$G(i\omega) = \frac{K}{\tau\omega i + 1} \times \frac{1-\tau\omega i}{1-\tau\omega i}$$

$$= \frac{1}{1+\tau^2\omega^2} - \frac{\omega\tau}{1+\tau^2\omega^2} i$$

$$AR = \sqrt{\left[\frac{1}{1+\tau^2\omega^2}\right]^2 + \left[\frac{\omega\tau}{1+\tau^2\omega^2}\right]^2}$$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}$$

$$\Phi = \tan^{-1}[-\omega\tau]$$

مثال: (سیستم مرتبه ۲)

$$\frac{K}{\tau^2 s^2+2\xi\tau s+1}$$

$$s = i\omega$$

$$= \frac{1}{-\tau^2\omega^2+2\xi\tau\omega i+1} \times \frac{(1-\tau^2\omega^2)-2\xi\tau\omega i}{(1+\tau^2\omega^2)-2\xi\omega\tau i}$$

$$= \frac{1-\tau^2\omega^2}{(1-\tau^2\omega^2)^2+(2\xi\omega\tau)^2} - \frac{2\xi\omega\tau}{(1-\tau^2\omega^2)^2+(2\xi\omega\tau)^2}i$$

$$= a+bi$$

$$AR = \sqrt{a^2+b^2} = \frac{1}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2+(2\xi\omega\tau)^2}}$$

$$\Phi = \tan^{-1}\left[\frac{-2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}\right]$$

$$X(S) \longrightarrow \boxed{G(S)} \longrightarrow Y(S)$$

$x(t) = A\sin(\omega t)$

$y(t) = ?$

1) $S = i\omega$

2) $G(i\omega) = a + bi$

3) $AR = |G(i\omega)| = \sqrt{a^2+b^2}$

4) $\varphi = \measuredangle G(i\omega) = \tan^{-1}\frac{b}{a}$

5) $y(t) = AR \cdot A\sin(\omega t + \varphi)$

مثال:

$G(S) = e^{-\tau_d S}$

1) $S = i\omega$

2) $G(i\omega) = e^{-i\omega\tau_d} = \cos\omega\tau_d - i\sin\omega\tau_d$

3) $AR = \sqrt{\cos^2\omega\tau_d + \sin^2\omega\tau_d} = 1$

4) $\varphi = \tan^{-1}\left[\frac{-\sin\omega\tau_d}{\cos\omega\tau_d}\right] = -\tan^{-1}\left[\tan\omega\tau_d\right]$

$\varphi = -\omega\tau_d$

5) $y(t) = 1 \times A\sin(\omega t - \omega\tau_d)$

مثال: √ مهم

$G(S) = \frac{\sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4}S}}{S(S+1)}$

$x(t) = 2\sin t$

$y(t) = ?$

1) $S = i\omega$

2) $\cos(i\omega) = \dfrac{\sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4}\omega i}}{(i\omega)(i\omega+1)}$

به سادگی قابل انجام نیست.

تضمین : (برای اعداد مختلط) :

I) $|Z_1 . Z_2| = |Z_1|\,|Z_2|$

II) $\left|\dfrac{Z_1}{Z_2}\right| = \dfrac{|Z_1|}{|Z_2|}$

III) $\measuredangle Z_1 Z_2 = \measuredangle Z_1 + \measuredangle Z_2$

IV) $\measuredangle \dfrac{Z_1}{Z_2} = \measuredangle Z_1 - \measuredangle Z_2$

ادامه مثال :

3) $AR = |G(i\omega)| =$

$$= \frac{\sqrt{2} * 1}{\omega * \sqrt{\omega^2+1}} = \frac{\sqrt{2}}{1 \times \sqrt{2}} = 1$$

4) $\varphi \measuredangle G(i\omega) = \underbrace{\left\{0 + \left(-\frac{\pi}{4}\omega\right)\right\}}_{\text{زاویه صورت}} - \underbrace{\left\{\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\omega\right\}}_{\text{زاویه مخرج}}$

$$= -\frac{\pi}{4}\omega - \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\omega = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} 1$$
$$= -\pi$$

$$y(t) = 1 \times 2 \sin(t - \pi) = -\sin t$$

مثال :

$$G(S) = \frac{1}{\tau S + 1}$$

$$G(i\omega) = \frac{1}{\tau(i\omega)+1}$$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{\tau^2 S^2 + 1}} \qquad \phi = 0 - \tan^{-1}(\omega\tau)$$

مثال :

$$\frac{1}{\tau^2 \underset{\omega^2}{S^2} + 2\xi\tau \underset{i\omega}{S} + 1}$$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2\tau^2)^2 + (2\xi\omega\tau)^2}}$$

$$\phi = 0 - \tan^{-1}\left[\frac{2\xi\omega\tau}{1-\omega^2\tau^2}\right]$$

سال ۸۲ تست ۸۸ :

$$G(S) = \frac{1}{\underset{-16}{S^2} + \underset{4i}{S} + 1}$$

$$x(t) = 5\sin(4t)$$

دامنه خروجی = ؟

$$AR = \frac{1}{\sqrt{(1-16)^2 + 4^2}} = \frac{1}{\sqrt{241}}$$

Time constant Mode ؟ باید رادیان باشد

$$\text{دامنه خروجی} = AR \cdot A = \frac{1}{\sqrt{241}} \times 5$$

* یکی از سؤالات از همین قسمت می‌آید.

دیاگرام بُد : Bode diagram

$$X(s) \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow Y(s)$$

1) $s = i\omega$

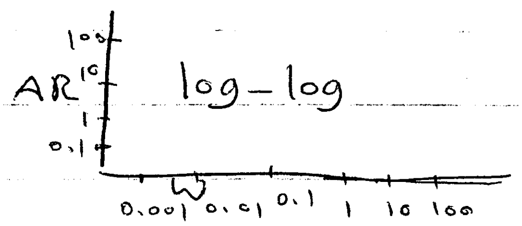
2) $G(i\omega) = a + bi$

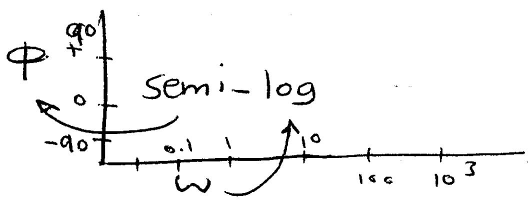
3) $AR = |G(i\omega)| = f(\omega)$

4) $\Phi = \angle G(i\omega) = g(\omega)$

دیاگرام بد دیاگرامی است که AR و Φ برحسب ω رسم شده است.

$$0 < \omega < \infty$$





مثال : سیستم مرتبه اول (معمولی)

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$G(i\omega) = \frac{1}{\tau \omega i + 1}$$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{\tau^2 \omega^2 + 1}} \qquad \Phi = -\tan^{-1}(\omega \tau)$$

$$\log AR = -\tfrac{1}{2}\log(1+\tau^2\omega^2)$$

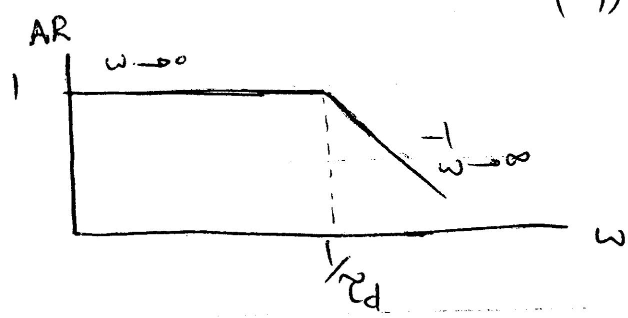
1) $\omega \to 0 \quad \longrightarrow \quad AR = 1 \longrightarrow \log AR = 0$

2) $\omega \to \infty \quad \longrightarrow \quad \omega\tau \gg 1$

$$\log AR = -\tfrac{1}{2}\log(\omega\tau)^2$$

$$\log AR = -\log \omega\tau$$

یعنی دیاگرام مجانب‌های بد برای سیستم مرتبه اول در ω‌های زیاد خطی است با شیب (1-)



محل تلاقی مجانب‌های Bode:

$$\begin{cases} AR = 1 \\ \log AR = -\log \omega\tau_d \end{cases}$$

$$\boxed{\omega = \frac{1}{\tau_d}}$$

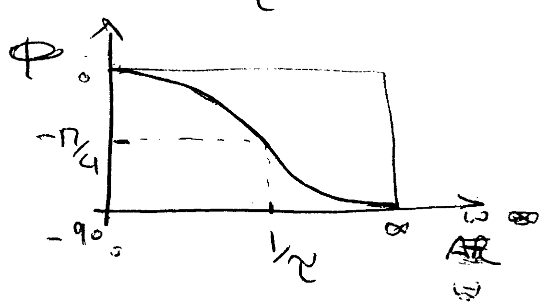
توجه شود

$$\varphi = -\tan^{-1}(\omega\tau)$$

$\omega = 0 \longrightarrow \varphi = 0$

$\omega = \infty \longrightarrow \varphi = -\pi/2$

$\omega = 1/\tau \longrightarrow \varphi = -\pi/4$



مثال: سیستم مرتبه 2 (ξ و τ)

$$G(s) = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega\tau)^2}}$$

$$\phi = -\tan^{-1}\frac{2\xi\tau\omega}{1-\tau^2\omega^2}$$

$$\log AR = -\frac{1}{2}\log\left[(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega\tau)^2\right]$$

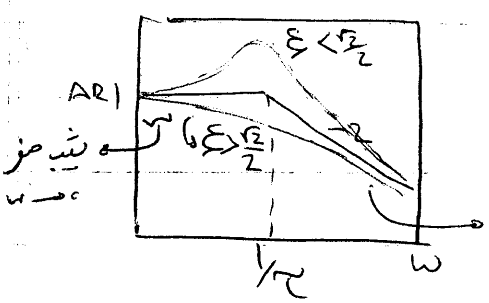
$\omega \to 0 \Rightarrow AR = 0$

$\omega \to \infty$. از ترم جملات بزرگتر است ($\omega \to \infty$)

$$\log AR = -\frac{1}{2}\log(\omega\tau)^4$$

$$\log AR = -2\log\omega\tau$$

یعنی دیاگرام مجانب های بر سیستم مرتبه 2 در ω های زیاد خطی است با شیب (-2).



سؤال: اثر ξ بر دیاگرام Bode چیست.

شیب $= -2$، $\omega \to \infty$

$AR > 1 \Leftarrow \xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$

$AR < 1 \Leftarrow \xi > \frac{\sqrt{2}}{2}$

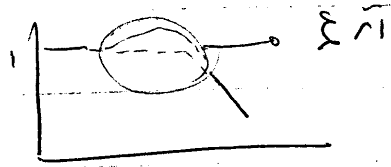
$$\frac{dAR}{d\omega} = 0$$

شرایطی که در آن

تحت آن شرایط $|AR| > 1$ را پیدا کنیم.

$$\boxed{\omega_{max} = \frac{1}{\tau}\sqrt{1-2\xi^2}}$$

در تمام حالات :



$$\frac{dAR}{d\omega} = 0 \longrightarrow \omega_{max} = \frac{1}{\tau}\sqrt{1-2\xi^2}$$

یعنی تک مرحله ξ، $_{max}$ نداریم و باید $\sqrt{1-2\xi^2} \geq 0 \longrightarrow \xi \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\phi = -\tan^{-1}\left[\frac{2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}\right]$$

$\omega = 0 \longrightarrow 0$

$\omega = 1/\tau \longrightarrow -\pi/2$

$\omega = \infty \longrightarrow -\pi$

$$\frac{1}{\tau^2 s^2 + \cdots} = \frac{1}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$$

اهمیت :

* یعنی مرحله اول بین ۰ تا ۹۰ . برای سیستم مرتبه دوم (مثل اینکه حاصلضرب دو سیستم مرتبه اول است) حاصلجمع دو سیستم مرتبه اول : ۰ تا ۱۸۰ است .

مثال : مرتبه یک بصورت :

$G(s) = \tau s + 1$

$G(i\omega) = \omega\tau i + 1$

$AR = \sqrt{\omega^2\tau^2 + 1}$

$\phi = \tan^{-1}(\omega\tau)$

$\log AR = \frac{1}{2}\log(1+\tau^2\omega^2)$

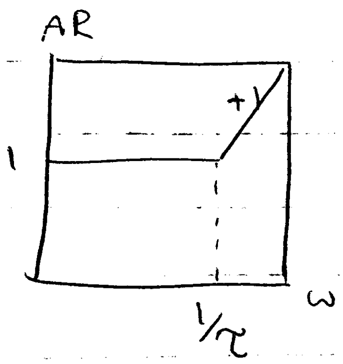
$\omega \to 0 \to AR = 1$

$\omega \to \infty \to \omega\tau \gg 1 \qquad \log AR = 1/2 \log(\omega\tau)^2$

$\log AR = \log \omega\tau$

یعنی دیاگرام جانب بر سیستم مرتبه اول بصورت خطی است با شیب (۱+) در فرکانس های بالا .

* درجه اول اگر در صورت باشد شیب ۱+ و اگر در مخرج باشد
شیب ۱- است.

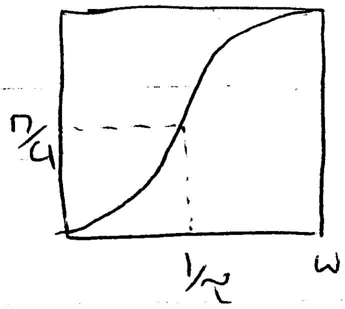


$$\phi = \tan^{-1}\omega\tau$$

$\omega = 0 \longrightarrow \phi = 0$

$\omega = \infty \longrightarrow \phi = \pi/2$

$\omega = 1/\tau \longrightarrow \phi = \pi/4$



* درجه اول باشد در صورت زاویه بین ۰ تا 90+
" " در مخرج " " ۰ تا 90-

* درجه یک سیستم اگر n باشد در این صورت:

الف) اگر این عبارت در صورت باشد شیب مجانب آن Bode $+n$.
" " " مخرج باشد " " " " $-n$.

ب) اگر در صورت باشد زاویه بین ۰ و $\frac{n\pi}{2}$
مخرج باشد زاویه بین ۰ و $-\frac{n\pi}{2}$

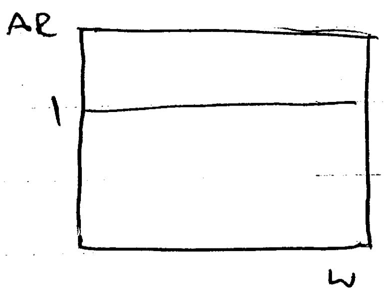
مثال :

$$G(S) = e^{-\tau_d s}$$

$$AR = 1$$

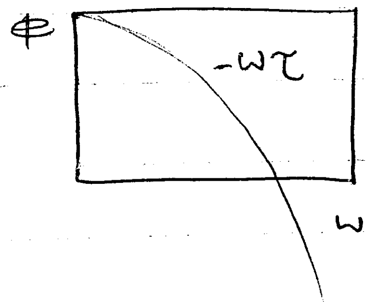
$$\Phi = -\omega \tau_d \quad \begin{cases} \omega = 0 \rightarrow \Phi = 0 \\ \omega = \infty \rightarrow \Phi = -\infty \end{cases}$$

* ترم تأخیر زمانی اثری بر دیاگرام AR ندارد.



$\Phi = -\infty$ یعنی در فرکانس‌های $\omega \rightarrow \infty$: بالا زاویه به سمت عدد خاصی میل نمی‌کند.

* ترم تأخیر زمانی فقط بر منحنی Φ اثر دارد.



مثال :

$$G(S) = \frac{1}{S^n}$$

$$G(i\omega) = \frac{1}{(i\omega)^n} \rightarrow \underbrace{(i\omega)\cdots(i\omega)}_{n\ \text{مرتبه}} \rightarrow \Phi = \frac{\pi}{2}, \quad \Phi = \frac{n\pi}{2}$$

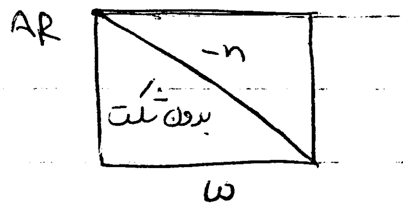
$$AR = \frac{1}{\omega^n}$$

$$\Phi = 0 - \left\{\frac{n\pi}{2}\right\}$$

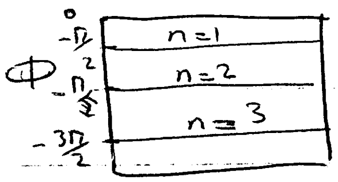
$$\Phi = -\frac{n\pi}{2}$$

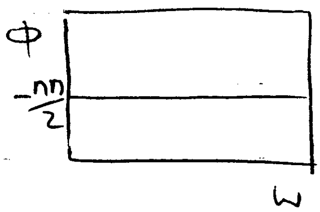
$$AR = \frac{1}{\omega^n} \rightarrow \log AR = -n \log \omega$$

نتیجه : * دیاگرام جانب‌ها بر سیستم $\frac{1}{s^n}$ همواره خطی است با شیب $(-n)$ و بدون شکست.



* حالت کل





* تفاوت S^N با $\frac{1}{S^N}$ یا $\frac{1}{(\tau S+1)^n}$ آن است که در اولی دیاگرام بُد فاقد نقطه شکست است ولی در دومی بالعکس.

در اولی زاویه خود $-\frac{n\pi}{2}$ است و در دومی از صفر تا $-\frac{n\pi}{2}$ است.

مثال :

$$G(S) = S^n$$

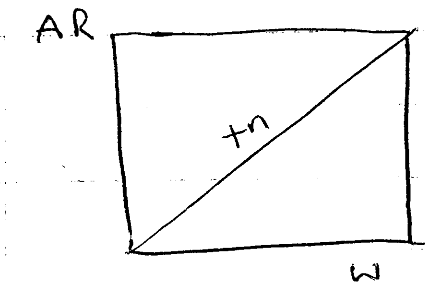
$$S = i\omega$$

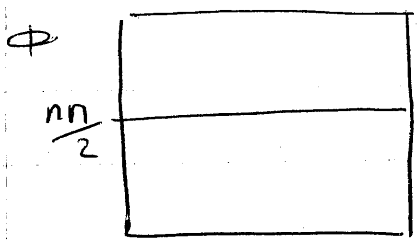
$$G(i\omega) = (i\omega)^n = \overbrace{\underbrace{(i\omega)}_{\pi/2} \cdots (i\omega)}^{n \text{ جمله}}$$

$$AR = \omega^n \longrightarrow \log AR = n \log \omega$$

$$\Phi = \frac{n\pi}{2}$$

* دیاگرام Bode S^n خطی با شیب $+n$ و بدون شکست است.





خلاصه :

نکته :

۱) به ازای هر دهه یک واحد شیب داریم اگر در صورت بود +۱ و اگر در مخرج بود -۱ اگر به فرم $\tau s+1$ بود نمودارش شکست دارد و اگر به فرم s بود نمودارش شکست ندارد.

* دهه : تعیین واحد شیب   * صورت یا مخرج بودن : علامت
* s یا $\tau s+1$: تعیین داشتن و نداشتن شکست .

۲) به ازای هر دهه ۹۰ درجه زاویه داریم اگر در صورت بود +۹۰ ، اگر در مخرج بود -۹۰ .
اگر $\tau s+1$ بود از صفر تا ۹۰
اگر s بود خود ۹۰ .

فرکانس شکست

$+1 , \omega_{co} = 1/2 = \frac{1}{\tau}$ فرکانس گوشه (Corner)

$$G(S) = \frac{2S+1}{S(S+1)}$$

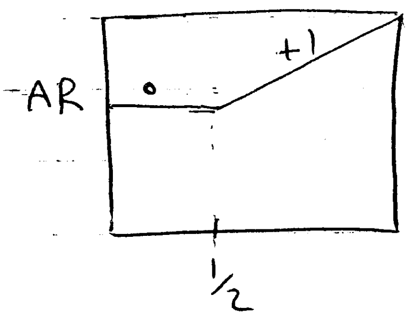
$-1 , \omega_{co} = 1$

چون AR برحسب ω لگاریتمی است پس

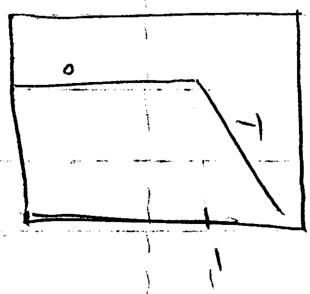
$$\log z_1 z_2 = \log z_1 + \log z_2$$

$$\log \frac{z_1}{z_2} = \log z_1 - \log z_2$$

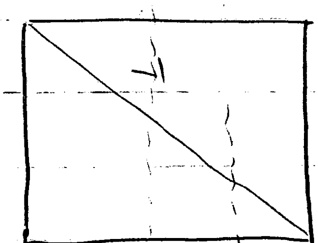
* یعنی شیب ها با هم جمع و تفریق جبری می‌شوند.



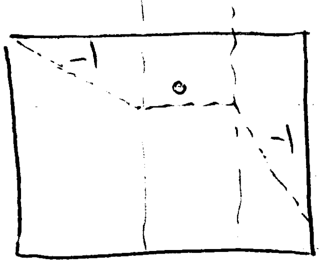
: $2S+1$



: $\frac{1}{S+1}$



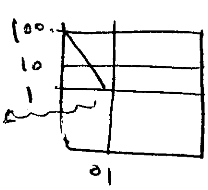
: $\frac{1}{S}$



* در نقاط شکست تغییر شیب داریم.

* اگر این سیستم $e^{-\tau_d s}$ داشته باشد منحنی تغییر نمی‌کند.

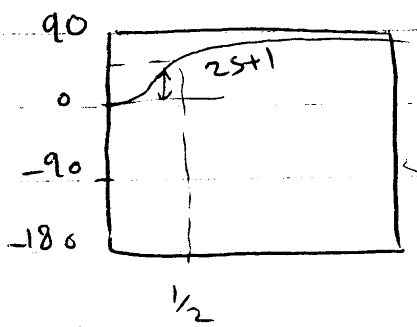
* توجه :



فاصله شیب

$$-2 = \frac{-(y\ \text{واحد}\ 2)}{+\ n\ \text{یک واحد}}$$

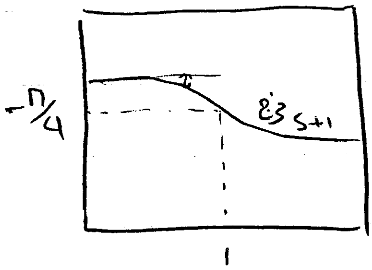
شیب



تا $+90$

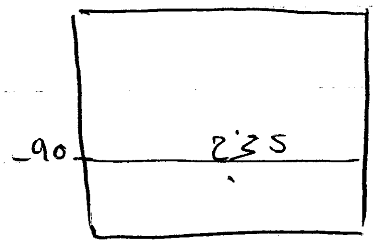
$$\frac{(2S+1)\,(}{S(S+1)}$$

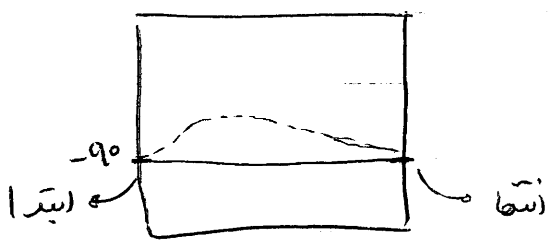
-90 تا -90 تا



شیب تند عوامل اول تند تر است.

پس مجموع ابتدا بالا می رود سپس پایین می آید.





برای پیدا کردن max :

$$\frac{d\Phi}{d\omega}=0$$

$$\Phi=\tan^{-1}2\omega-\left\{\frac{\pi}{2}+\tan^{-1}\omega\right\}$$

$$\frac{d\Phi}{d\omega}=\frac{2}{1+4\omega^2}-\frac{1}{1+\omega^2}=0\longrightarrow\omega=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

برای رسم Bode از قضیه پیریم :

AR

1) شیب = ؟ ← n ← $+n$ / $-n$

2) مخرج یا صورت ؟ ← صورت $+n$ ، مخرج $-n$

3) به شکل $\tau s+1$ ← $\omega_{co} = 1/\tau$

s ← $\omega_{co} = 0$

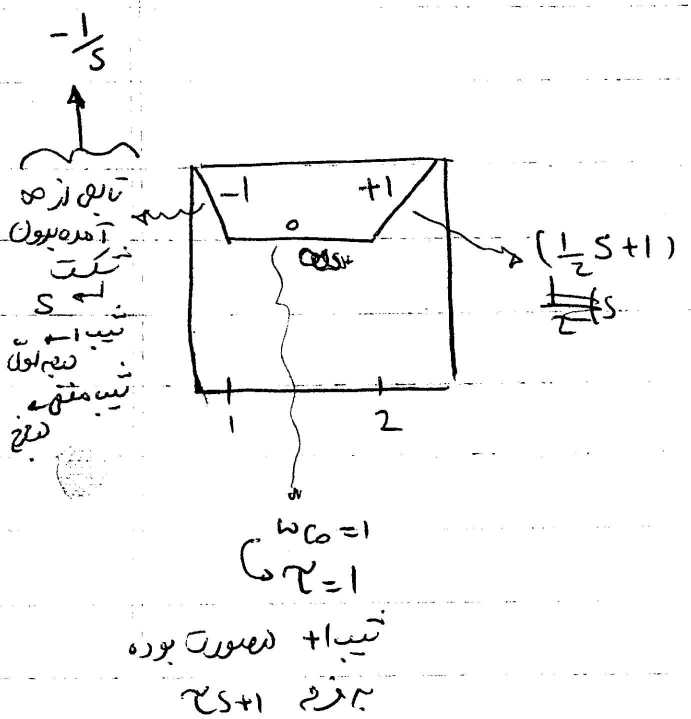
برای φ :

شیب = ؟ n

	صورت	مخرج
$\tau(s+1)$ →	$0 \to \frac{n\pi}{2}$	$0 \to -\frac{n\pi}{2}$
s →	$\frac{n\pi}{2}$	$-\frac{n\pi}{2}$

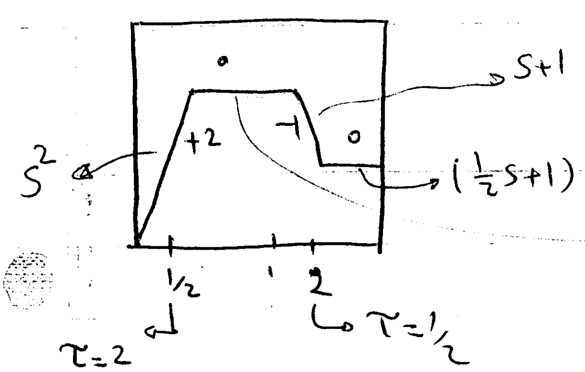
مثال :

$G(s) = ?$



$$G(s) = \frac{(s+1)(\frac{1}{2}s+1)}{s}$$

مثال :



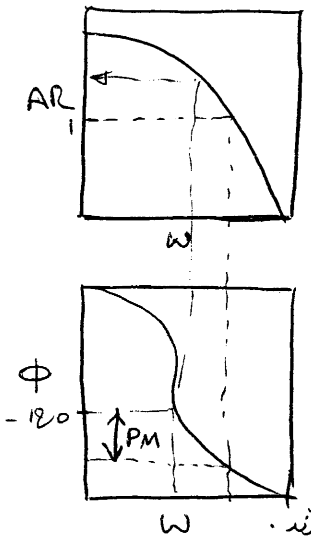
$$G(s) = \frac{s^2(\frac{1}{2}s+1)}{(2s+1)^2(s+1)}$$

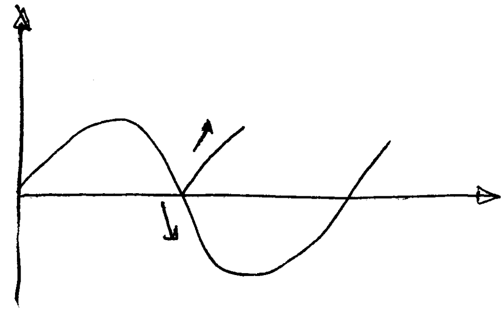
* توجه : $2s+1$ همان $s+0.5$

$\frac{1}{2}s+1$ همان $s+2$

می‌تواند همین $G(s)$ ، $e^{-\tau_d s}$ هم داشته باشد (هر دو گزینه صحیح است).

بحث پایداری به کمک نمودار Bode :





اگر در حالت با تأخیر فاز $\Phi = -180$ سیستم پایدار باشد

در تمام شرایط پایدار خواهد شد ... در -180 بدترین حالت است
چون ورودی و خروجی در جهت مخالف هستند

اگر در سیستمی $AR > 1$ باشد سیستم ناپایدار است. ... چون سیستم استعداد ناپایداری دارد.

یعنی تابع انتقال سیستم، دامنه را زیاد کرده است.

بنابراین در $AR|^{\omega}_{\Phi=-180}$ را می‌خوانیم. (در -180، ω را می‌خوانیم و در همان ω، AR را).

Gain Margin حاشیه بهره: $G.M = \dfrac{1}{AR|_{\Phi=-180}}$

شرط پایداری:

شرط اول (1 $\quad G.M > 1$ و $AR < 1$

شرط دوم (2 $\quad PM > 0$

راه دوم:

در $AR=1$ ← ω را بدست آورده و در همان ω، Φ_g را می‌خوانیم.

Φ_g وقتی است که $AR=1$

~~شرط دوم~~ Phase Margin حاشیه فاز $PM = \Phi_g|_{AR=1} - (-180)$

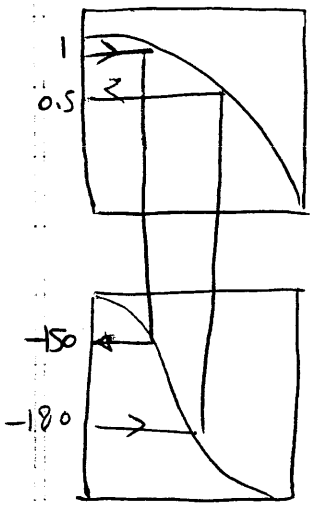
← یعنی اختلاف Φ وقتی $AR=1$ با -180.

شرط پایداری عملی: (در کنکور ملاک نیست):

1) $G.M > 1.7$

2) $PM > 30$

مثال :



$$G.M = \frac{1}{0.5} = 2$$

$$P.M = [-150] - (-180) = 30$$

مثال ۲ :

ω	0.1	0.5	1.2	2.8
AR	2.5	1	0.4	0.2
Φ	-117	-150	-180	-230

فقط این دوستون مهم است .

$$GM = \frac{1}{0.4} = 2.5 \qquad PM = (-150) - (-180) = 30$$

مثال ۳ : مهم

$$GH(S) = \frac{\sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4} s}}{s(s+1)}$$

نکته :

- Bode
- Nyquist
- G.M
- P.M
- Root locu.. (مکان هندسی)

همگی با مدار باز سروکار دارند یعنی از مدار باز برای بررسی پایداری مدار بسته استفاده می‌کنند .

* فقط آزمون روث Routh با مدار بسته $(1+GH)$ سروکار دارد .

برای $G.M$

$$G.M = \frac{1}{AR|_{\text{when } \varphi=-180}} \leftarrow AR|_{\omega=?} \checkmark \leftarrow \omega \checkmark \leftarrow \varphi = -180 \quad *$$

برای $P.M$

$$P.M = \varphi_g - (-180) \leftarrow \varphi_g|_{\omega=?} \checkmark \leftarrow \omega \checkmark \leftarrow AR = f(\omega) = 1 \quad *$$

حل مثال ۳:

$$G(i\omega) = \frac{\sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4}\omega i}}{(i\omega)(i\omega+1)}$$

$$AR = \frac{\sqrt{2} \times 1}{\omega\sqrt{\omega^2+1}}$$

$$\varphi = \left\{0 - \frac{\pi}{4}\omega\right\} - \left\{\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\omega\right\}$$

$$\varphi = -180 \longrightarrow -\frac{\pi}{4}\omega - \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\omega = -\pi \longrightarrow \omega = 1$$

* حدس اول را برای $\omega = \frac{1}{2}$ قرار دهید.

$$AR = \frac{\sqrt{2} \times 1}{1 \times \sqrt{1+1}} = 1$$

$$G.M = \frac{1}{1} = 1 \qquad G.M = 1 \longrightarrow P.M = 0$$

* وقتی $G.M=1$ باشد $P.M=0$ است و بالعکس

محاسبه $P.M$ مثال ۳:

$$\frac{\sqrt{2}}{\omega\sqrt{\omega^2+1}} = 1 \longrightarrow \omega = 1 \longrightarrow \varphi_g|_{\omega=1} = \cancel{\frac{\pi}{4}} \times \pi$$

$$\varphi_g|_{\omega=1} = -\frac{\pi}{4} \times 1 - \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} 1 = -\pi$$

$$P.M = -\pi - (-\pi) = 0$$

مثال های پایداری به کمک PM و GM:

مثال ۱) : k پایداری را حساب کنید.

$$G(s) = \frac{k e^{-\frac{\pi}{4}s}}{s(s+1)}$$

راه اول : آزمون Routh ← وجود $e^{-\tau_d s}$ مشکل ساز است.
اگر تابع انتقال تأخیر زمانی داشت از Routh استفاده نمی‌کنیم. و اگر $\tau_d s$ نداشتیم از آزمون Routh استفاده می‌کنیم.

راه حل دوم : $P.M > 0$

$$AR = 1$$

$$AR = \frac{k e^{-\frac{\pi}{4}(i\omega)}}{i\omega(i\omega+1)} \longrightarrow AR = \frac{k \times 1}{\omega\sqrt{\omega^2+1}} = 1$$

در مسائلی که ترم تأخیر زمانی دارند و k معلوم نیست از Gain Margin استفاده می‌کنیم.

$$\Phi = \left\{-\frac{\pi}{4}\omega\right\} - \left\{\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\omega\right\} = -180$$

صدق می‌کند ← $\omega = 1$ ✓

$$\omega = 1 \longrightarrow AR = \frac{k \times 1}{1 \times \sqrt{1^2+1^2}} = \frac{k}{\sqrt{2}}$$

$$\longrightarrow G.M. = \frac{\sqrt{2}}{k} > 1 \longrightarrow \boxed{k < \sqrt{2}}$$

شرط پایداری ↑   شرط پایداری.

مثال ۲:

$$GH(S)=\frac{\sqrt{2}\,e^{-\tau_d s}}{s(s+1)}$$

به ازای چه مقادیری از τ_d سیستم پایدار است:

$e^{-\tau_d s} \longrightarrow$ Routh بکار نمی رود

G.M:

$$\phi=-180$$

$$=-\tau_d\omega-\left\{\frac{\pi}{2}+\tan^{-1}\omega\right\}=-180$$

ω و τ_d را نداریم.

در مسائلی که ترم تأخیر زمانی دارد و در ضمن τ_d معلوم نباشد از روش P.M برای بررسی پایداری استفاده می شود

P.M:

$$AR=1=\frac{\sqrt{2}\times1}{\omega\sqrt{\omega^2+1}}\longrightarrow\omega=1$$

$$\omega=1\longrightarrow\phi_g\big|_{\omega=1}=-\tau_d\times1-\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}1$$

$$P.M=\phi_g-(-\pi)=-\tau_d-\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}+\pi$$

$$\underset{\text{شرط پایداری}}{P.M>0}\longrightarrow-\tau_d+\frac{\pi}{4}>0\longrightarrow\boxed{\tau_d<\frac{\pi}{4}}$$

درجه پایداری:

I) $e^{-\tau_d s}$ دارند

1) K پایداری خواسته می شود $\longrightarrow$ G.M

2) τ_d پایداری خواسته می شود $\longrightarrow$ P.M

II) $e^{-\tau_d s}$ ندارند $\longrightarrow$ $1+GH$ را تشکیل می دهیم و از جدول Routh استفاده می کنیم

مثال ۳ :

$$G(s)=\frac{2e^{-0.1s}}{s(2s+1)} \quad s \to i\omega$$

$G.M = ?$

$$\Phi = -180 = -0.1\omega - \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}2\omega$$

$\times 57.2$ $\qquad$ 90 $\qquad$ mode درجه degree

$2\pi^{rad}$ $\quad 360^\circ$

1^{rad} $\quad x$

برای نوشتن برحسب درجه :

$$x = \frac{360}{2\pi} = \frac{180}{\pi} = 57.2$$

بنابراین اگر mod ماشین حساب درجه است می‌نویسیم :

$$\Phi = -57.2\times 0.1\omega - 90 - \tan^{-1}2\omega = -180$$

برحسب rad :

Mode (Rad) $\leftarrow$ $-\pi = -0.1\omega - \pi/2 - \tan^{-1}2\omega$

(3.14)

$$\pi - 0.1\omega - \pi/2 - \tan^{-1}2\omega = 0$$

میزان کننده زیگلر نیکولز :

$$G_c = k_c\left(1+\tau_D S+\frac{1}{\tau_I S}\right)$$

می‌گویید برای فرآیند $G(S)$ ، کنترلر G_c را انتخاب کنید مقادیر k_c ، τ_D و τ_I را ارائه دهید.

روش زیگلر نیکلز :

۱) تابع تبدیل مدار باز سیستم بدون کنترلر را تشکیل دهید.

$GH(S) = ----$ بدون کنترلر

۲) $G.M$ را محاسبه کنید. ← $\varphi=-180$ ← ω_{co} ✓ (Cross over) ← $AR|_{\omega_{co}}$ ✓ ←

حاشیه بهره را حساب کنید.

$$G.M = \frac{1}{AR|_{\omega_{co}}}$$

۳) $P_u = \dfrac{2\pi}{\omega_{co}}$ $\qquad K_u = \dfrac{1}{G.M}$

که همان ω که در $\varphi=+180$.

که بعضی کتاب‌ها AR را در نظر می‌گیرند.

مهم

	k_c	τ_D	τ_I
P	0.5ku حفظ شود	—	—
PD			
PI			
PID	---ku	$\frac{P_u}{---}$	$\frac{P_u}{---}$

Ultimate Gain : Ku

تست 104: ص 82.

$$G(S)=\frac{S+2}{(S+1)(S-1)}$$

$S \to jw$

$\Phi = ?$

$$\Phi = \left\{\tan^{-1}\frac{w}{2}\right\} - \left\{\cancel{\tan^{-1} w + \tan^{-1}\frac{w}{-1}}\right\}$$

$$\Phi = \tan^{-1}\frac{w}{2}\ \cancel{-\tan^{-1} w +}$$

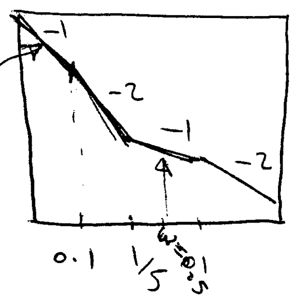
تست 99 ص 79.

$$G(S)=\frac{K e^{-2S}(5S+1)}{S(S+1)(10S+1)}$$

$w_{co}=1/5$ ، $w=1$ ، $w=\frac{1}{10}$

شکست ندارد.

در $w=0.5$ ← شیب مجانب Bode چقدر است.



* ترم تاخیر زمانی بر AR تاثیر نمی‌گذارد.

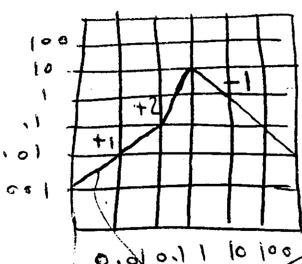
که در مخرج از بالا آید و در صورت از پایین

در $w=0.5$ شیب -1 است.

تست 100:

$$G(S)=1$$

$+1$ شیب ← دو واحد / دو واحد



n واحد شیب را تغییر دهد

$(\tau S+1)^3$

در مخرج است چون شیب را کم کرده

$\tau = 1$ ، $w = 1$

چون شیب را یک واحد تغییر داده

$w=0.1$ ، $\tau = \frac{1}{10}$ → $(10S+1)$

چون ۱ است

$$G(S)=\frac{S^1(10S+1)\,e^{-\tau_d S}}{(S+1)^3}$$

ابتدا خط بدون شکست

و چون شیب + در صورت است

چون شیب را زیاد کرده پس در صورت است

می‌تواند باشد، می‌تواند نباشد.

نایکوئیست :

پاسخ فرکانسی :

$$x(t) \xrightarrow{} \boxed{G(s)} \xrightarrow{} y(s)$$

$$x(t)=A\sin(\omega t)$$

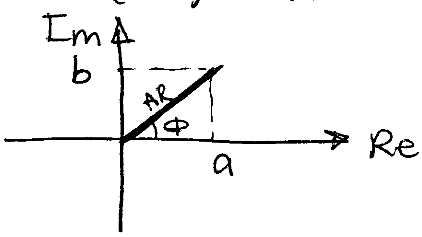
$$y(t)=AR.A\sin(\omega t+\Phi)$$

$$AR=|G(i\omega)|$$

$$\Phi=\angle G(i\omega)$$

در $\underline{\text{Nyquist}}$:

$$G(i\omega)=a+bi$$



$$AR=\sqrt{a^2+b^2}$$

$$G(i\omega)=a+bi$$

نایکوئیست دیاگرام Bode است در مختصات قطبی

AR = شعاع نایکوئیست

Φ = زاویه شعاع با محور حقیقی

بنابراین Nyquist و Bode کاملاً به هم مربوطند.

مثال ۱ :

دیاگرام نایکوئیست را رسم کنید:

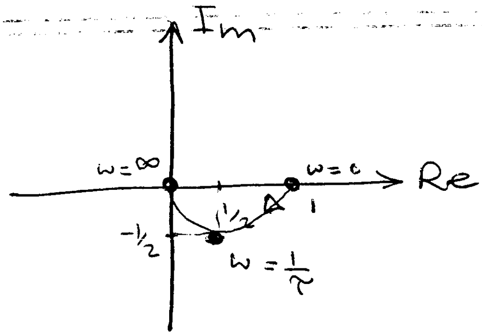
$$GH(s)=\frac{1}{\tau s+1}$$

$$s=i\omega$$

$$G(i\omega)=\frac{1}{\tau\omega i+1}$$

برای درآوردن به شکل $a+bi$:

$$\frac{1}{\tau\omega i+1}\times\frac{1-\tau\omega i}{1-\tau\omega i}=\underbrace{\frac{1}{1+\tau^2\omega^2}}_{a}-\underbrace{\frac{\omega\tau}{1+\tau^2\omega^2}}_{b}i$$



$w=0 \longrightarrow G(iw)=1-0i$

$w=\frac{1}{\tau} \longrightarrow \quad =\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$

$w=\infty \longrightarrow \quad =0-0i$

فلش روی دیاگرام جهت زیاد شدن w است.

مثال ۲ : دیاگرام نایکوئیست درجه ۲.

$$G(S)=\frac{1}{\tau^2S^2+2\xi\tau S+1}$$

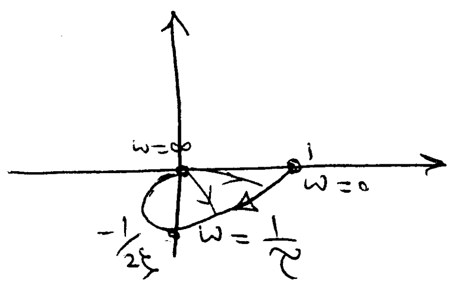
$$G(iw)=\frac{1}{(1-\tau^2w^2)+2\xi w\tau i}\times\frac{(1-\tau^2w^2)-2\xi w\tau i}{(1-\tau^2w^2)-2\xi w\tau i}$$

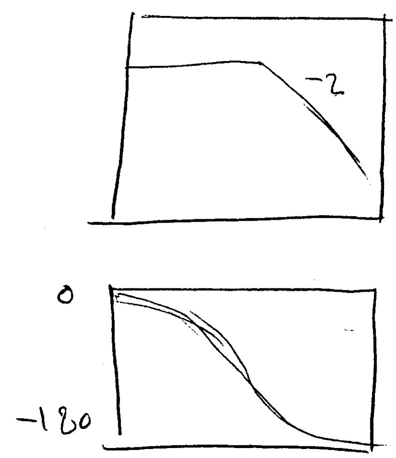
$$=\frac{1-\tau^2w^2}{(1-\tau^2w^2)^2+(2\xi w\tau)^2}-\frac{2\xi w\tau}{——}i$$

$w=0 \qquad G(iw)=1-0i$

$w=1/\tau \qquad G(iw)=0-\frac{1}{2\xi}i$

$w=\infty \qquad =0-0i$





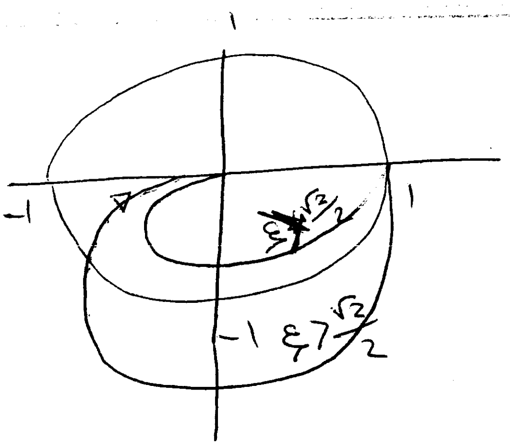
Bode می‌گوید : محدوده زاویه از 0 تا 180- است و با افزایش ϕ ، AR کاهش می‌یابد.

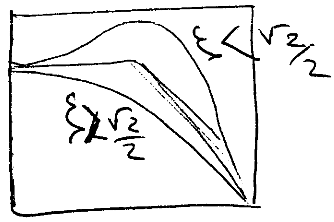
اگر از مبداء به هر نقطه Nyquist رسم کنید شعاع AR است و زاویه با محور ϕ

اگر ξ :

وقتی $\xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد

$\xi > \frac{\sqrt{2}}{2}$



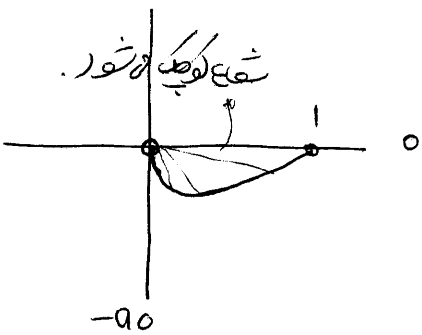


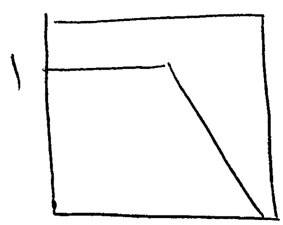
$$AR = f(\omega, \tau, \xi)$$

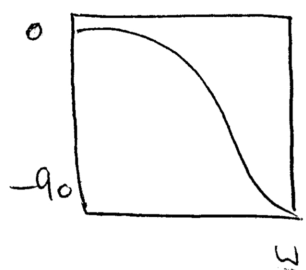
$$\frac{dAR}{d\omega} = 0$$

$$\omega\tau\big|_{max} = \underbrace{\sqrt{1-2\xi^2}} \rightarrow \geq 0$$

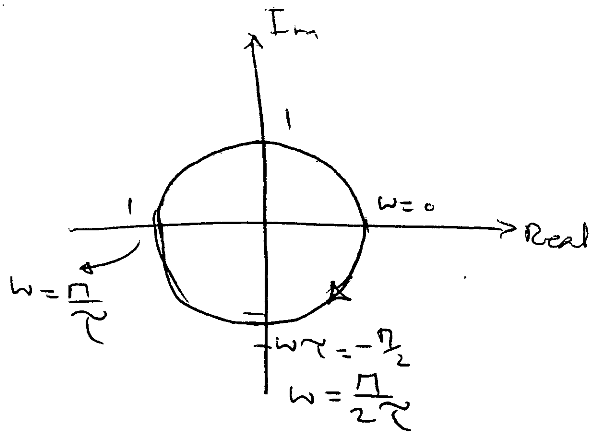
$$1 - 2\xi^2 \geq 0$$

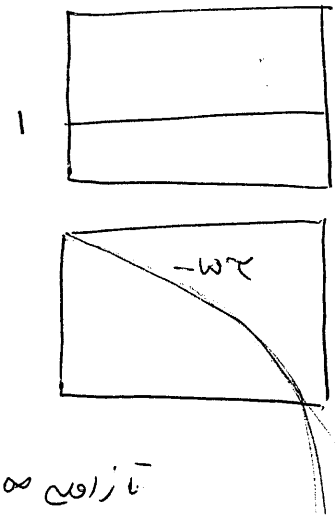






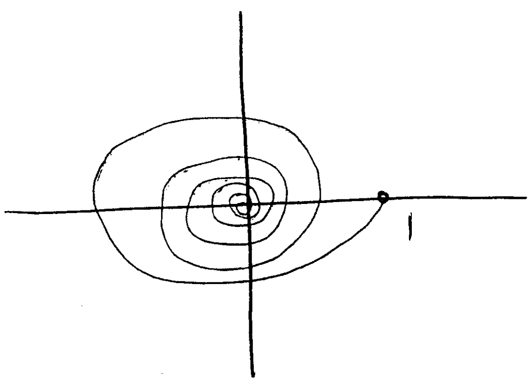
مثال ۳ : $G(s)=e^{-\tau_d s}$

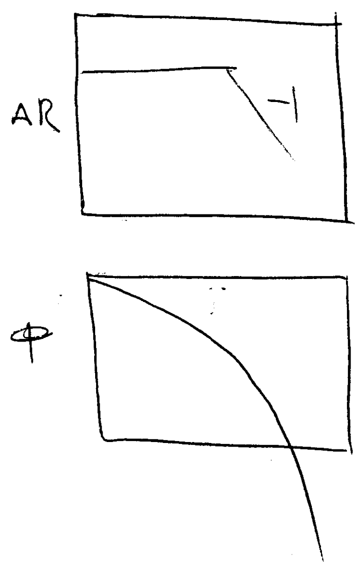




تا زمانی مـ ـول با AR=1 می‌چرخد .

مثال ۴ : $G(s)=\dfrac{e^{-\tau_d s}}{(\tau s+1)}$

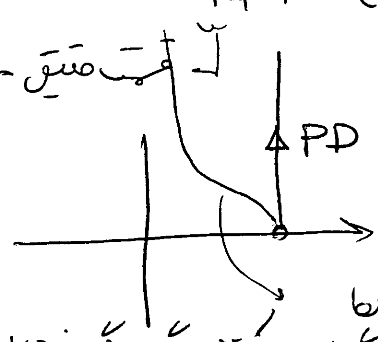


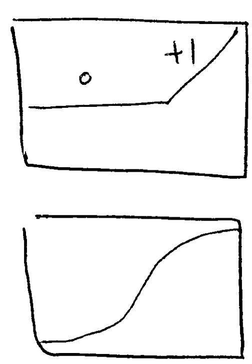


مثال ۵ : $G(s)=k(1+\tau_D s)$

$1+i\omega\tau$

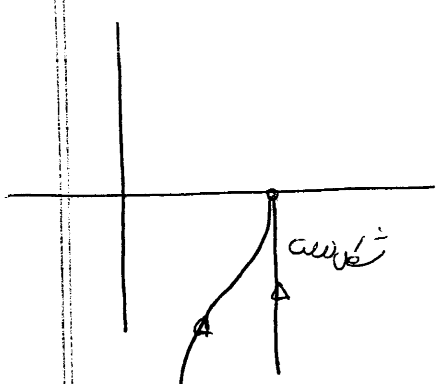
قسمت مشتق مستقل از ω است .





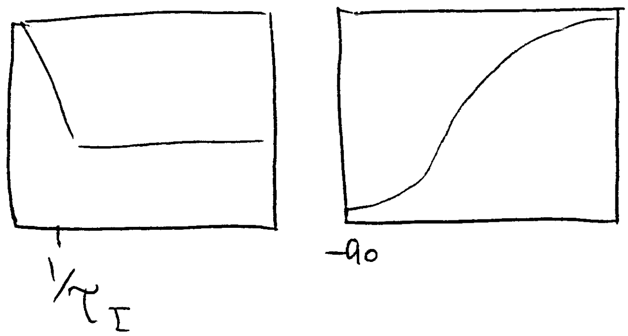
بعضی به غلط این گونه رسم کنند اگر در کسرها اول یک نبود این را اشتباه نکنید .

کنترلر $PI = K_c\left(1+\frac{1}{\tau_I s}\right) = \frac{K_c}{\tau_I} \times \frac{\tau_I s+1}{s}$ ($s = i\omega$)

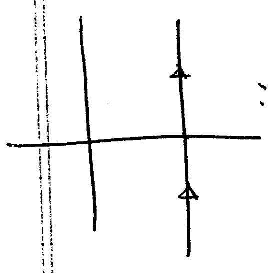


شکل غلط
قابل قبول نیست
پس از اون لیک.

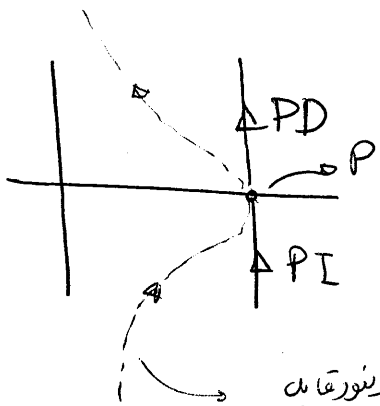
ربع اول



$$\frac{K_c}{\tau_I}\times\frac{1+i\omega\tau_I}{i\omega} \quad \frac{K_c}{\tau_I}\,\frac{i-\omega\tau_I}{-\omega} = \left(-\frac{1}{\omega}i+\tau_I\right)\frac{K_c}{\tau_I}$$



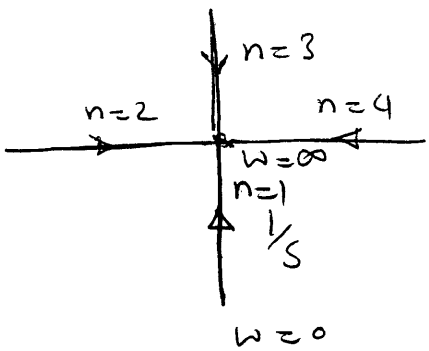
: PID

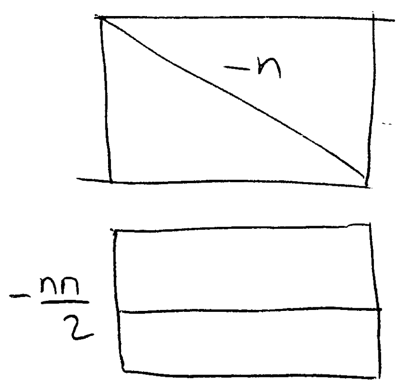


P یک نقطه است.

اگر نمودار قابل قبول.

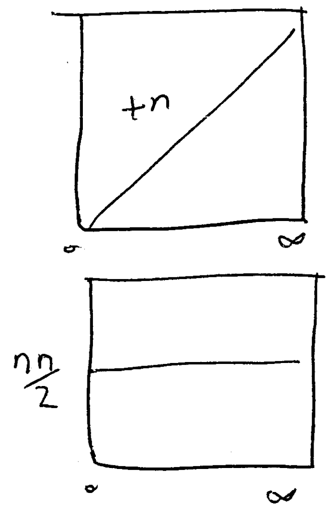
$$\frac{1}{s^n}$$

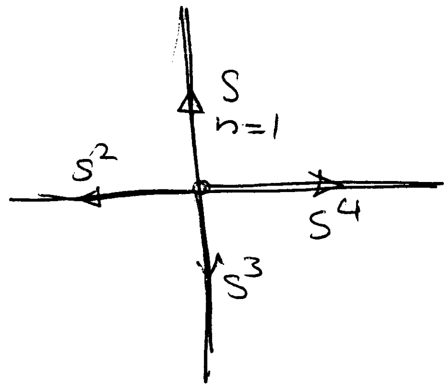




شعاع از ∞ می‌آید تا صفر

مثال : S^n





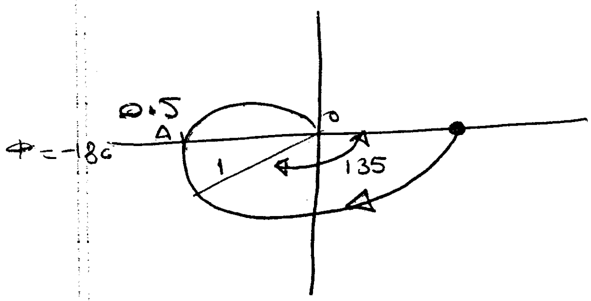
S^5 می افتد روی S^1 .

~~حاصل پایداری~~

P.M و G.M به کمک نایکوئیست :

مثال : G.M = ?

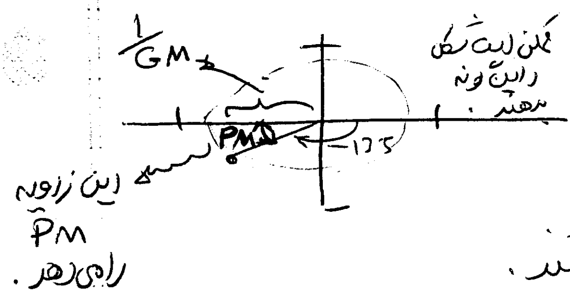
P.M = ?



$OA = AR\big|_{\phi=-180} = 0.5 \to GM = 2$

~~PM =~~

$PM = -135 - (-180) = 45$



** سیستم درجه اول و سیستم درجه ۲ همواره پایدار هستند.

روش بررسی پایداری نایکوئیست :

اگر تابع انتقال دادند یا Routh یا G.M یا PM

اگر شکل دادند یا شکل می دهند Bode و یا Nyquest.

① دیاگرام قرینه دیاگرام را در ناحیه ۳ از $-\infty$ تا ~~$+\infty$~~ صفر را رسم کنید.
(قرینه آینه ای نسبت به محور حقیقی). این کار را می کنیم تا نایکوئیست به مکان بسته تبدیل گردد.

② عده قطب های مدار باز P که در سمت راست محور موهومی قرار دارد.

P ← یا بصورت مسئله مشخص شده

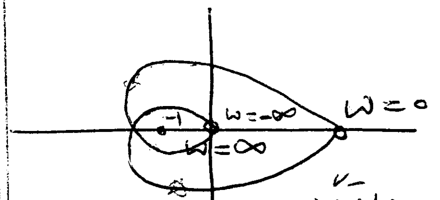
← یا تابع انتقال داده شده.

* اگر هیچ اشاره ای تعریفی ندارد

③ عده دور خوردن های نقطه $(-1,0)$ در جهت ساعتگرد را حساب کنید وقتی که $\omega = -\infty \longrightarrow +\infty$

④ عده ریشه های ناپایدار کننده Z

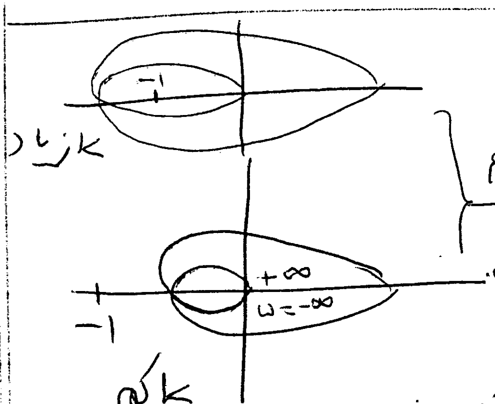
$$Z = N + P$$



اگر با دست عکس گردد می زد -2 می نوشتیم

$N = 2$

$Z = 2 + P$



تعداد دور خوردن: صفر

بنابراین این سیستم در بهره کم پایدار و در بهره زیاد ناپایدار است.

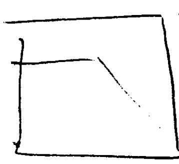
مثال: چه زمانی -1 خارج حلقه می افتد:

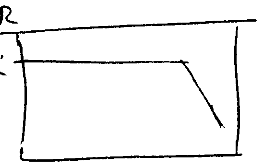
$G(s$

سؤال اگر $G(s) = \frac{1}{\tau s+1}$
$G(s) = \frac{K}{\tau s+1}$ چه تفاوتی با سیستم قبلی دارند.

$$AR = \frac{K}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}}$$

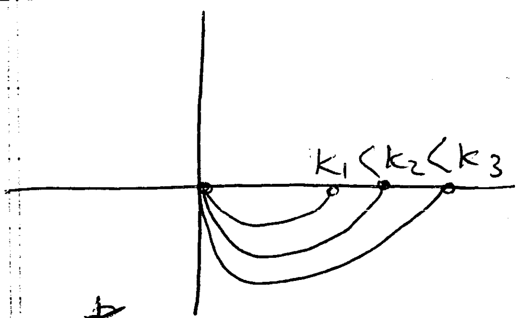
یا باید $\frac{AR}{K}$ را رسم کرد یا

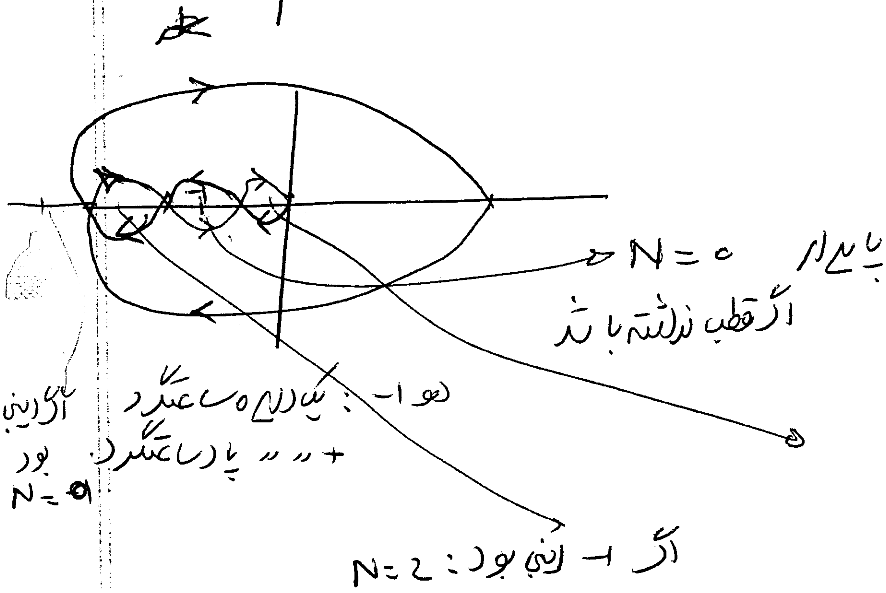




بنابراین تغییر K (بهره) موجب تغییر شعاع می شود نه تغییر زاویه.

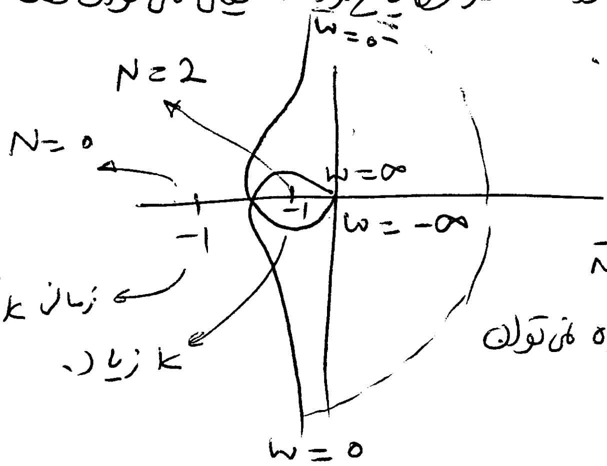
آنگاه k :





بنابراین به صورت مشروط پایدار است یعنی نمی‌توان گفت در k کم پایدار یا k زیاد ناپایدار یا بالعکس.

مثال :



چون منحنی بسته تشکیل نشده نمی‌توان گفت :

اگر صفر 0^+ و 0^- برهم منطبق نگردد در این صورت نیم دایره ای فرض رسم می‌شود که :

1) از صفر 0^- به 0^+ است.

2) ساعتگرد باشد.

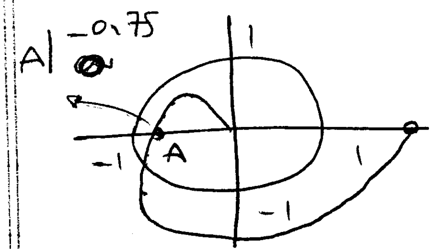
* کل دیاگرام به سمت -1 می‌رود :
-1 به دیاگرام نزدیک یا دور می‌شود.
این تغییر با تغییر k رخ می‌دهد.

تحت چه شرایطی سیستمی که مدار باز آن دارای یک قطب در سمت راست است می تواند پایدار باشد.

$$Z = N + P$$
$$0 = N + 1$$

* اگر $N=-1$ باشد پایدار می شود.
* اگر Z منفی شود هم سیستم پایدار است.

تست ۱۰۲ سال ۷۹ :



$G.M = ?$

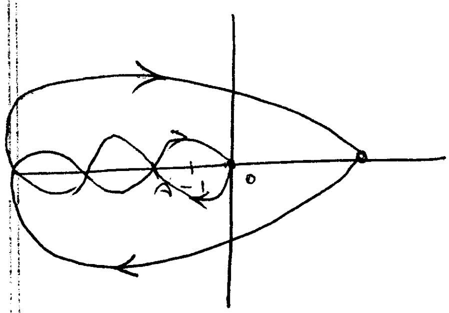
پایدار است یا نه :

$$GM = \frac{1}{0.75} = 1.33$$

$N = 0$ و سیستم پایدار است.

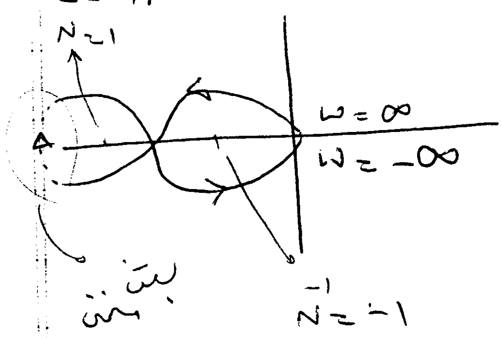
چون قطب ندارد $P = 0$.

تست ۱۰۳ .

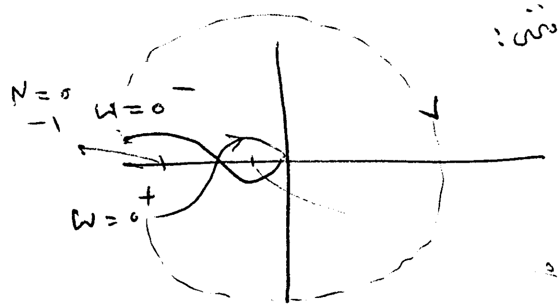


$OA = 2$

مثال : بسته منفی :



$Z = -1 + P$



-1

$N = 2$

سال ۸۲

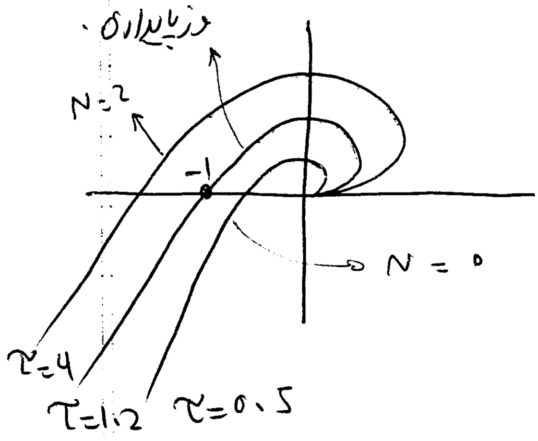
شرط پایداری: ؟

1) $\tau = 1.2$

2) $1.2 < \tau$

3) $\tau > 1.2$

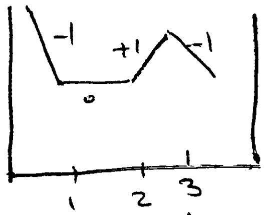
4) $1.2 < \tau < 4$



$$\boxed{\tau < 1.2}$$

شرط پایداری

mirzazadeh_m@yahoo.com
m.mirzazadeh@cic.aut.ac.ir
mirzazdde@Hirbodan.com



$\tau = 1$ $\tau = 0.5$ $\tau = 1/3$

AR (چون روی S-1 یا) عین S+1 (است).

یا S+2

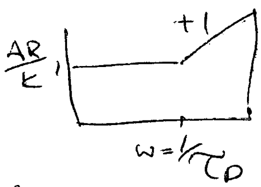
$$\frac{(S+1)\left(\frac{1}{2}S+1\right)}{S\left(\frac{1}{3}S+1\right)^2}$$

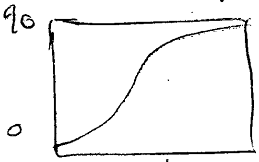
یا S+3

کنترل مشتق : PD $\quad K_c(1+\tau_D S)$

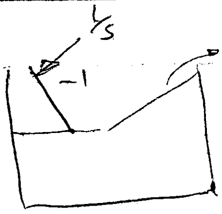
$$AR = K_c\sqrt{1+(\tau_D\omega)^2}$$

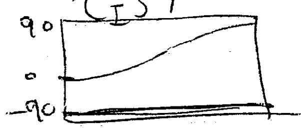
$$\phi = \tan^{-1}(\omega\tau_D)$$



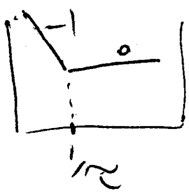


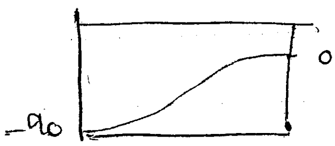
کنترل : PI $\quad K_c\left(1+\frac{1}{\tau_I S}\right)$





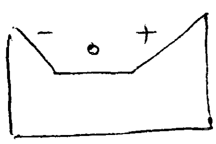
جمع دو نمودار : $\quad$: کنترل PI :

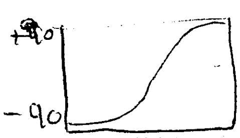




نتیجه: $\tau_D < \tau_I$

کنترل : PID :





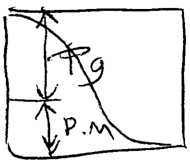
پایداری :
$$\begin{cases} GM>1 \\ PM>0 \end{cases}$$

درجه اول

سیستم های درجه دوم و درجه اول حتماً پایدارند چون زاویه بین ۰ تا ۹۰- است. و $GM>>1$

$GM>>1$ ولی ترم تأخیر ناپایداری را به هم وزند.

درجه 2 ، φ بین صفر و -180 و $GM>>1$



مثال:

$$\frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\tau\omega)^2}} \qquad \phi = \tan^{-1}\frac{-2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}$$

$$\log AR = -\tfrac{1}{2}\log\left[(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\tau\omega)^2\right]$$

$\omega \longrightarrow 0 \implies \log AR = 0 \longrightarrow AR = 1$ ①

$\omega \longrightarrow \infty \implies$ (مؤثرترین جمله $\omega\tau^4$) $\implies \log AR = -2\log\omega\tau$ ②

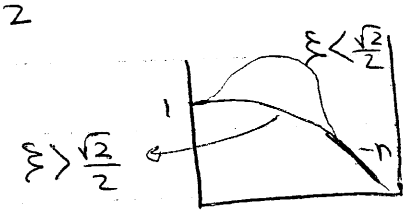
در یک محدوده از ξ، AR دارای max است:

$$\frac{dAR}{d\omega} = 0 \qquad \omega\big|_{max} = \frac{1}{\tau}\sqrt{1-2\xi^2}$$

پس

$$1 - 2\xi^2 \geq 0$$

$$\xi \leq \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$$



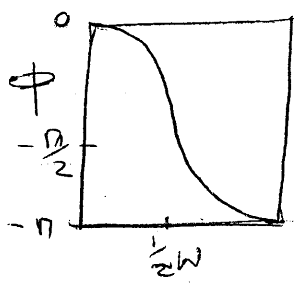
① و ② $\longrightarrow$ $\omega_{\text{شکست}} = \frac{1}{\tau}$

حل دو معادله تشکیل دو

$\omega = 0 \longrightarrow \phi = 0$

$= \frac{1}{\tau} \longrightarrow = -\pi/2$

$\infty \qquad = -\pi$



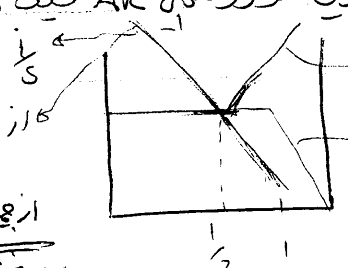
مثال: از آنجا که $\log\frac{A}{B} = \log A - \log B$ و $\log AB = \log A + \log B$

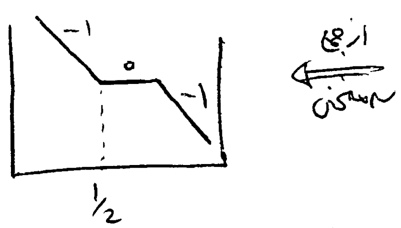
در نمودارها جمع و تفریق و در منحنی AR شیب ها را جمع و تفریق می کنیم.

مثال:

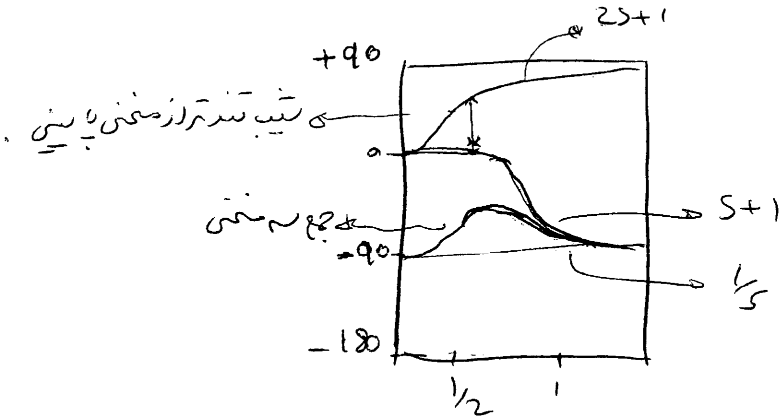
$$G(S) = \frac{(2S+1)}{S(S+1)}$$

اگر تک تک اجزا را رسم کنیم:





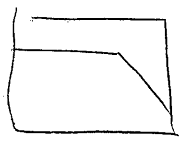
برای رسم Φ :

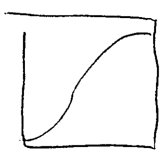


اگر جای 2S+1 و S+1 را عوض می‌کردیم (در مخرج را می‌بردیم به صورت و بالعکس) منحنی ابتدا پایین می‌رفت و سپس بالا می‌آمد.

مثال : $\frac{1}{S-1} \longrightarrow AR = \frac{1}{\sqrt{\omega^2+1}}$

AR عین $\frac{1}{S+1}$ است.

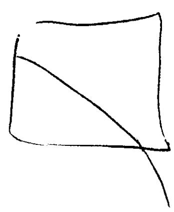




$$\phi = 0 - \left[\tan^{-1}\frac{\omega}{-1}\right]$$

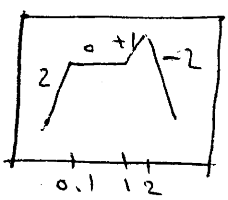
$$\phi = \tan^{-1}\omega = +\tan^{-1}\omega$$

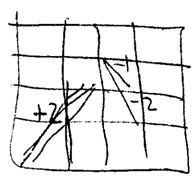
هرگاه هم تأخیر زمانی داریم AR تغییری نمی‌کند ولی شکل Φ به صورت



می‌گردد. که نقطه شروع Φ بستگی به سایر عبارت‌های موجود دارد.

مثال : تابع انتقال ؟ :





$\tau=10$

$\tau=1$

$\tau=\frac{1}{2}$

$$\frac{S^2\,(S+1)\quad e^{-\tau_d S}}{(10S+1)^2\,\left(\frac{1}{2}S+1\right)^3}$$

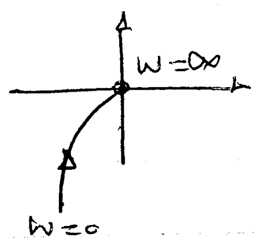
می‌توانند داشته باشد یا نداشته باشد

یا S+2

یا S+0.1 هم می‌توانند بنویسید.

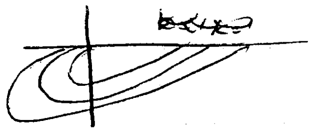
* اگر شکل Φ را داده‌اند و تابع انتقال را خواسته‌اند شرایط مرزی ($\omega \to 0$ ، $\omega \to \infty$) را از روی شکل بنویسید و در گزینه‌ها امتحان کنید.

مثال:

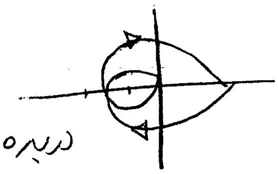


$$\frac{1}{S(\tau S+1)}$$

* k شکل نایکوئیست را عوض نمی‌کند فقط شعاع را زیاد و کم می‌کند مثلا به ازای k های مختلف:



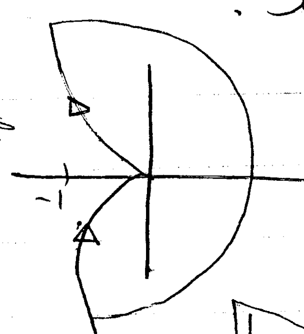
مثال:



در بهره‌های کم پایدار و بهره زیاد ناپایدار.

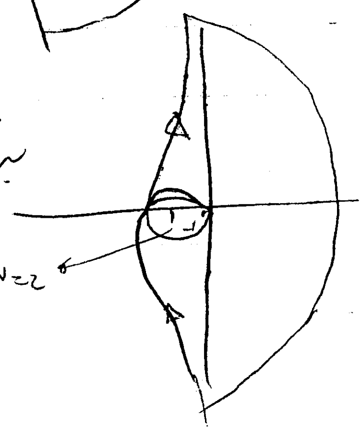
* منطبق نشدن 0^+ و 0^- به دلیل وجود ترم $\frac{1}{s}$ است هر $\frac{1}{s}$ باعث دوری 180 دو انتها از هم است.

مثال:



همواره پایدار است

مثال:



بهره کم پایدار و بهره زیاد ناپایدار است.

سال ۷۸

۴۶) الف

۴۷) ۲ سیستم غیر تداخلی: غلظت ورودی تانک دوم اثری روی تانک اول ندارد.

صورت باید یک باشد   * Gain برای ارتفاع یک نمی‌شود.

$\tau = \frac{V}{F}$

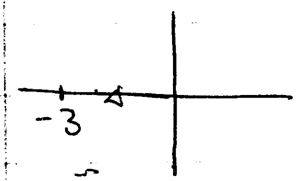
۴۸) ۳

۴۹) $1+K\frac{s+3}{s(s+1)(s+2)} = 0$

ممکن است بیرسد K در نقطه‌ای که روی شاخه‌های داریم (باز هم می‌شد نقطه A).

$s(s+1)(s+2)+K(s+3) = 0$

۷۰) ۴



۷۱) * $\gamma = \frac{\sum P_i - \sum z_i}{n-m}$

3 = ریشه

$\to \tau = 1/3$

$\xi = 1$

۷۲) ۴

۷۳) ۲

۷۴) * ترم تأخیر ندارد ← آزمون روث.

$s^3+2s^2+s+4-k+1=0$

1	1
2	$5-k$
$\frac{-3+k}{2}$	
$5-k$	

$5-k>0 \to 5>k$

$-3+k>0 \to k>3$

۷۵) ۲ *

$$AR = \frac{1\times\sqrt{\omega^2+1}}{\omega\sqrt{\omega^2+1}} = \frac{1}{\omega} = 1$$

$$\phi = \left[-\pi\omega - \tan^{-1}\omega\right] - \left[\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\omega\right] = -2\pi$$

$$\to y(t) = 1\times\sin(t-2\pi)$$

$$= \sin t$$

۷۶) آزمون روث :

$$s(s+1)(s+3)+K=0$$

$$s^3+4s^2+3s+K=0$$

$$\begin{array}{l|ll} & 1 & 3 \\ & 4 & K \\ & \frac{12-K}{4} & \\ & K & \end{array}$$

سطر n ام باید صفر شود (یک سطر مانده به آخر).

$\longrightarrow \boxed{K=12}$

اگر ریشه های مرز پایداری را می خواهید :

$4s^2+12=0 \qquad s=\pm i\sqrt{3}$

۷۷) $PB=\frac{110-95}{120-0}=\frac{15}{120}=12.5\%$

اگر K_c را می خواهید :

$K_c=\frac{120\,kN/m^2-20}{110-95}$

$=\frac{100}{15}=6.6\ kN/m^2\,{}^\circ C$

~~۷۸~~

۷۸) به تعداد قطب شاخه داریم :

$P=0,0,0,-1,-1$

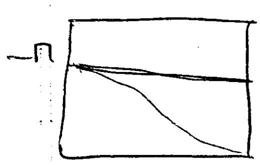
$\gamma=\frac{[0+0-1-1]}{4-0}=-1/2$

۷۹) ۴ ترم تأخیر زمانی دارد ← k پایداری خواسته شده ← G.M ← از این راه حل شود

$\phi=-180 \rightarrow \omega\ \checkmark \rightarrow AR|_{\omega=\omega}=\checkmark \rightarrow G.M=\frac{1}{AR}>1$

تکیه حل دوم : $\frac{1}{s^2}$ ← بخاطر s^2 در مخرج زاویه از $-\pi$ شروع می شود

یعنی ← ϕ $PM<0$ چون :



۸۰)

سه نمودار

۱) Nyquist ۱ و ۲ به PM ، GM

۲) $\left\{ \begin{array}{l} GM \\ PM \end{array} \right.$ $e^{-\tau s}$ ← K با پایداری

" τ

پایداره

۳) رسم Bode.

۴) $x(t) = A\sin\omega t$

$x(t) \rightarrow \boxed{G(s)} \rightarrow y(t) = ?$

۵) آزمون روث ← خوب پایداری؟

تا سؤال ۵. ← k پایداره

ریشه های ورز

۶) offset ← Load

← به میزان مقرر

۷) ساده سازی Block ← $H=0$

← خیلی ساده است.

۸) $\frac{1}{\tau}$ = موثر

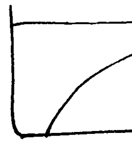
$\xi = \cos\theta$

۹) تابع مرتبه ۲ = $\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1$

محاسبه τ و ξ

۱۰) پاسخ ضربه = مشتق پله

پله = انتگرال ضربه.



$$\frac{Ke^{-\tau_d s}}{\tau s+1}$$ (11

1

(۸۸

$$q = 5\sqrt[3]{h^2} = 5 \times \frac{2}{3} h_s^{-1/3} \times H$$

$$= \underbrace{\frac{10}{3\sqrt[3]{h_s}}}_{\frac{1}{R}} \times H$$

۲ ✗ (۸۹

$$\frac{H}{Q} = \frac{R}{\underbrace{\tau_1\tau_2}_{1} s^2 + (\underset{1}{\tau_1} + \underset{1}{\tau_2} + \underset{1}{A_1 R_2})s + 1}$$

توضیح نکته در راضوانه.

$$s^2 + 3s + 1$$

(۹۰

$$A \times K = \frac{\text{واحد متغیر } q}{(12-3)}$$

متغیر داخلی

K ← یک واحد. (گفته پایه ای واحد).

چون نوسان داریم ← $\xi < 1$

(۹۱

$$G_4 = 0 \longrightarrow \frac{C}{L} = \frac{k_1 G_3}{1 + G_1 G_2 G_3}$$

(۹۲

حلقه داخل:

$$\frac{\frac{16}{s+0.8}}{1 + \frac{16K}{s+0.8}} = \longrightarrow = \frac{16}{s + 0.8 + 16K}$$

$$\frac{C}{R} = \frac{}{1 + \frac{1}{s} \times \frac{16}{s + 0.8 + 16K}}$$

$$\text{مخرج} = s^2 + (0.8 + 16k)s + 16$$

$$\frac{1}{16} s^2 + \frac{0.8 + 16K}{16} s + 1$$

$$2\xi\tau = \frac{0.8 + 16K}{16}$$

(۹۳

$$PB\% = \frac{\text{Error}}{\text{Range}} \times 100 = \frac{110 - 95}{120 - 0} \times 100$$

$$= 12.5\%$$

$$K_c = \frac{15 - 3}{110 - 95} = \frac{12}{15} = 0.75 \ \text{Psi}/{}^{\circ}C$$

۲(۹۴ $\uparrow K$ $\quad \downarrow OFF_{set}$

مخرج مداربسته = $\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1 + K_c K_p$ پاسخ

مخرج + صورت = " " " " سیستم مداربسته سریع تر از مدار باز

$$\frac{\tau^2}{1+K_cK_p}s^2+\frac{2\xi\tau}{1+K_cK_p}s+1$$

ثابت زمانی مداربسته کمتر از مدار باز است.

$\uparrow K$ $\downarrow \tau$ سرعت پاسخ $\uparrow$

۹۵) تأخیر زمانی ندارد ← آزمون روث

1	$K-5$	2
2	5	
$+$ $K_c-7.5$		
$+$ $\frac{5K_c-41.5}{K_c-7.5}$		
2		

$K_c>7.5$

	7.5		8.3	
$5K_c-41.5$	$-$	$-$	0	$+$
$K_c-7.5$	$-$ 0	$+$		$-$
	$+$	$-$		$+$

$K_c>8.3$

۲(۹۴ تأخیر زمانی ندارد ← $1+GH=s^2(s+2)+k(s+a)$

مخرج $\quad$ صورت

چون $a>0$ نمی‌تواند بزرگتر از 2 باشد.

$s^3+2s^2+ks+ak$ $\qquad ak>0$

$a<0, k<0$

1	k
2	ak
$\frac{2k-ak}{2}$	
ak	

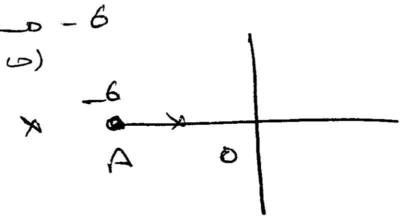
$ak>0 \rightarrow a>0, k>0$

$k(2-a)>0 \rightarrow k>0, a<2$

$\rightarrow k<0, a>2$

۴(۹۷

۶- ← محل همرسی مجانب ها
(حاب می شود)



$OA = 6$

$\rightarrow \tau = \frac{1}{6}$

$\xi = 1 = \cos\theta$

۴(۹۸

$\tau_N \quad T_n = ?$

$\xi = 0$ (پریود طبیعی نوسان)

$\theta = 90$

$\omega_n = \frac{1}{\tau} = 2 =$ وتر

$\omega_n = 2 = \frac{2\pi}{T_n} \rightarrow \boxed{T_n = \pi}$

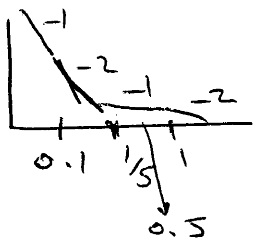
۳(۹۹

$S \rightarrow$ بدون شکست $\frac{1}{\tau}\ \omega_c = 0$ ①

$5S+1 \rightarrow$ $= 1/5$ ③

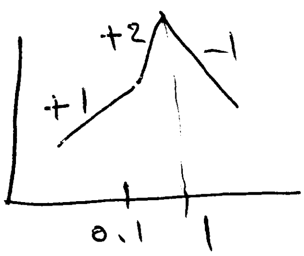
$S+1$ $= 1$ ④

$10S+1$ $= 0.1$ ②



هر عبارت اثرش موقعی است که بر فرکانس شکست برسیم.

۱ (۱۰۰



$\tau = 10$

$$\frac{S(10S+1)}{(S+1)^3}$$

با همان S در صورت معلوم بود (زینه تک).

(۱۰۱

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\frac{1}{T_1}}\right)$$

$$-\tan^{-1}\left[\frac{\omega}{1/T_2}\right] = \tan^{-1}\omega\tau_1 - \tan^{-1}\omega\tau_2$$

$\tau_1 > \tau_2 \rightarrow$ عبارت + می شود.

۱) ۱۰۲

$OA = 0.75$

$GM = \frac{1}{0.75} = 1.33 \rightarrow > 1$ سیستم پایدارد.

۱) ۱۰۳ صورتش ناپایدار کند ⊣ دوبار دور می‌خورد.

$Z = N + P$

صورت مخرج ← $2+0$ ← تعداد دورخورد ۲.

۴) ۱۰۴ سیستم ترافیل رفتار نوسانی ندارد.

سیستم نوع حالت ۲ شکل شیب درمبدا صفر.

۱۰۵) te^{-t} $\xrightarrow{\text{مشتق}}$

سال ۸۰

۳) ۸۶ ترم تأخیر زمانی ← چرخش در نایکوئیست.

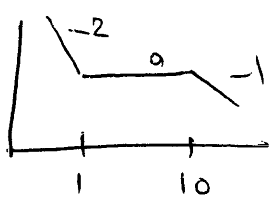
۸۷) $\phi = -\frac{\pi}{2}\omega - 2\tan^{-1}\omega = -180$

$\boxed{\omega = 1}$

$AR = \frac{k \times 1}{(\sqrt{\omega^2+1})^2} = \frac{k}{2}$

$GM = \frac{2}{k} = 2 \rightarrow k = 1$

۱) ۸۸



۲) ۸۹

$H = 0 \longrightarrow G, \frac{G^2}{1+G^2}$

چون یک H وارد G می‌شود که یک GH^3 و یک GH^2 می‌خواهیم.
H دیگر وارد صورت G شده. که حلقه داخلی.

۱۹۰) ۴

۱۹۱) ۱ سیستم غیرتداخلی. بهره باید یک باشد.

((۵ و ۵) نقطه غیرتداخلی).

بایدونه زمان $\tau = \frac{\text{جرم}}{\text{دبی جرمی}}$

۱۹۲) ۱

۱۹۳) آنالیز کمی ریشه‌ها: ریشه‌ها:

$\frac{-3}{-1}$

$-\frac{1}{2} \pm i\sqrt{\frac{3}{2}}$

نوسانی با دامنه کاهنده.

(۱م).

۱۹۴) شرط: $PM > 0$

$$AR = 1 = \frac{\sqrt{2} \times 1}{\sqrt{\omega^2+1}} \rightarrow \omega = 1$$

$$\phi_g = -\tau\omega - [\tan^{-1}\omega]$$

$$P.M = \phi_g - (-180) =$$

$$-\tau + \pi/4 + \pi > 0 \qquad \tau > \frac{3\pi}{4}$$

۱۹۵) ۳ ورودی سینوسی ← نوسان دائم.

سیستم اول رفتار نوسانی ندارد)

۱۹۶)

$A \times K = 2 \qquad K = \frac{2}{1} = 2$

← پله‌ای واحد.

تأخیر زمانی: $e^{-10s} \leftarrow 10s$

$$\tau = 18s - 10s = 8s$$

۱۹۷) ۲

$t = 0 \quad C_A = C_{A0}$

$t = \infty \quad C_A = 0$

$\tau = \frac{V}{v}$

(۹۸

جمله آخر مخرج حتماً باید یک باشد :

$$\underbrace{\frac{1}{100}}_{\tau^2} s^2 + \frac{20}{100} s + 1$$

$$\rightarrow \tau = 0.1 \qquad 2\xi\tau = 0.2$$

$$\boxed{\xi = 1}$$

(۹۹

$$1 + GH = 0$$

$$s^2 + K(s+2) = 0$$

مخرج صورت

$$s^2 + Ks + 2K$$

$$\Delta = 0 = K^2 - 8K = 0$$

$$K = 0 \quad \boxed{K = 8}$$

(۱۰۰

در تابع انتقال $\frac{1}{s}$ داریم

تغییر Load ← $\text{offset} = 0$

تغییر Set Point ← Feedback واحد ← $\text{offset} = 0$

Feedback غیرواحد ← چک شود.

۲ (۱۰۱

نوسان داریم $s = i\omega = 2i$

$$(2i)^3 + a(2i)^2 + b(2i) + a + 1 = 0$$

$$[-4a + a + 1] + [-8 + 2b]\,i = 0$$

$$a = 1/3 \qquad b = 4$$

(۱۰۲

1	K	1
1	2	
K−2	1	
$\frac{2K-5}{K-2}$		
1		

$K > 2$ ← $K-2$

$$\frac{2K-5}{K-2} > 0$$

	2		2.5	
	−	−	0	+
	−	0 +		+
	+	−		+

$K > 2.5$

۱۰۳)

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 11 & K \\ & 6 & 6 & \\ & 10 & K & \\ & \frac{60-6K}{10} & & \\ & K & & \end{array}$$

$K<10$

$K>0$

۴) ۱۰۴ نقطه نوسانی شدن = τ و ξ متعالی که دو ریشه مساوی دارد =

وتر $= OA = 0.85$

$\tau = \frac{1}{0.85}$ $\quad \cos\theta = 0 \longrightarrow \xi = 1$

۳) ۱۰۵

$S(S-1) + K_c S + 1$

$S^2 + (K-1)S + K$

$$\begin{array}{c|cc} & 1 & K \\ & K-1 & \\ & K & \end{array}$$

$K>1$

$K>0$

سال ۸۱

۴) ۸۶

$AR = 1$

$$\frac{K^2+1}{\left(\sqrt{\omega^2+1}\right)^2} = 1$$

$\varphi_g + 180 = 60$

$\varphi_g = -120$

$\varphi_g = 0 - 2\tan^{-1}\omega = -120$

$\boxed{\omega = \sqrt{3}}$

$K = \sqrt{3}$

۴) ۸۷

$GM = 2 \quad PM = 40$

۸۸) ۳

$$\frac{(s+1)^2}{(10s+1)(0.1s+1)^2}$$

۸۹)

$$PM > 30$$
$$\Phi_g + 180 > 30$$
$$\Phi_g > -150$$

$$\frac{AR}{k_c} > 2 \rightarrow \frac{1}{k_c} > 2$$

$$k_c < \frac{1}{2}$$

۹۰) ۲ بدلیل داشتن ترم تاخیر زمانی

۹۱) ۲

۹۲) ۱

$$\Phi = -180 \quad AR = 0.5$$
$$PM = 45$$

۹۳)

$$s(s+1)(2s+1) + k = 0$$
$$2s^3 + 3s^2 + s + k = 0$$

	2	1
	3	k
	$\frac{3-2k}{3}$	
	k	

$$\frac{3-2k}{3} = 0 \rightarrow k = 3/2$$

$$3s^2 + \frac{3}{2} = 0$$
$$s = \pm i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۹۴) آزمون روث:

$$e^{-2s} = \frac{s-1}{s+1}$$

$$= -\frac{s - 2/\tau_d}{s + 2/\tau_d}$$

۹۵)

1	1	2
2	2	
$0 \to \varepsilon$	2	
$\frac{2\varepsilon-4}{\varepsilon}$		
2		

$\frac{2\varepsilon-4}{\varepsilon} \to 2-\frac{4}{\varepsilon}$, $\varepsilon \to 0^+$

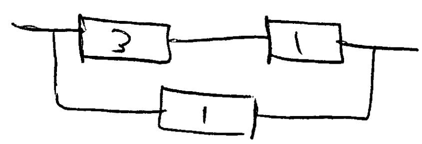
دو ریشه ناپایدارکننده دارد.

۹۶) ۴

۹۷) آزمون روث

۹۸)

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} s \times \frac{1}{s}\left[1-\frac{3}{1+3}\right] = \frac{1}{4}$$



۹۹)

$$e_{ss} = -s \times \frac{1}{s} \times \frac{k}{s(s+1)^2(s+2)} = -\infty$$

همینطور گفته که تابع مسیر بسته است.

۱۰۰)

حداکثر سرعت + $\zeta = 1$

برای جواب.

$\tau = 2$

$2\zeta\tau = B$

(صفحه ۱ مسئله) $\to \tau = 2$

۱۰۱)

مخرج معادله $= s(s+1)+k$

s^2+s+k

$= \frac{1}{k}s^2 + \frac{1}{k}s + 1$

$\frac{1}{k} = \tau^2 \;\; \tau = \frac{1}{\sqrt{k}}$

$$2\zeta\tau = \frac{1}{k} \to 2\zeta\frac{1}{\sqrt{k}} = \frac{1}{k}$$

$$\boxed{k = \frac{1}{4}}$$

۱۰۲) ۴ $\qquad \xi = 1$

حلقه درونی :
$$\frac{1}{S+K} = \frac{\frac{1}{S}}{1+\frac{K}{S}}$$

$$\text{مخرج حلقه بسته} = 1 + \frac{16}{S} \times \frac{1}{S+K}$$

$$1+GH = S(S+K)+16$$

$$S^2+KS+16 \longrightarrow \frac{1}{16}S^2 + \frac{K}{16}S + 1$$

$$\tau = 1/4 \qquad 2\xi\tau = \frac{K}{16}$$

$$K = 8$$

۱۰۳) ۱

سال ۸۲

۹۲) ۳

۹۳) ۴

$\cancel{H_1} = H_2 = 0 \longrightarrow$

۹۴) ۱ $\quad \frac{1}{S}$ باید داشته باشد.

$\frac{1}{S}$ ← تغییر بار ← off = 0

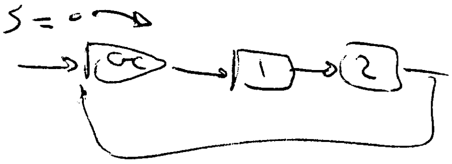
موثر ← Feed علاوه off = 0

غیر علاوه چک شود ← "

۹۵)

$$\text{off} = 0.2 = S \times \frac{1}{S} \left[1 - \frac{C}{R}\right]$$

$S = 0 \rightarrow$



$$S \times \frac{1}{S}\left[1 - \frac{2K_c}{1+2K_c}\right]$$

$$= \frac{1}{1+2K_c} \qquad K_c = 2$$

۶

(۹۶ $\quad e_{ss} = s \times \frac{1}{s}\left[1 - \frac{3}{1+3}\right] = \frac{1}{4}$

(۹۷ سیستم درجه ۲ همواره پایدار و

$\xi < 1$ ξ معادله بسته کمتر از یک .

سیستم درجه اول و دوم مدار بسته همواره پایدار است.

$$\text{مخرج} = \tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1 + k_c$$

$$\frac{\tau^2}{1+k_c} s^2 + \frac{2\xi\tau}{1+k_c} + 1$$

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1+k_c}} \qquad \xi = \frac{\xi}{\sqrt{1+k_c}}$$

(۹۸ آزمون روث

سطر ما صفر = ۰

(۹۹ Air To open

~~R~~ 36

(۱۰۰ مدل کنترل PID بود

$$P(S) = \frac{k_c}{s^2}\left[1 + \tau_D S + \frac{1}{\tau_I S}\right]$$

$$= \frac{k_c}{s^2} + \frac{k_c \tau_D}{s} + \frac{k_c}{\tau_I s^3}$$

k_c شیب t که   عرض ثابت   ~~t^2~~

$k_c \tau_D$ عرض از مبدا

$k_c = 1 \quad \tau_D = 1$ شیب مشتق باید یک .

(۱۰۱ $\quad \dfrac{\text{صورت}\ (S+2)}{\text{مخرج}\ (S+1)^2}$

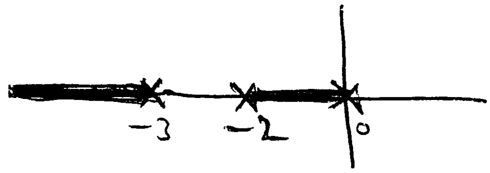
۱۰۳)

$$1+GH=1+K\left(1+\frac{1}{s}\right)$$

$$s+Ks+K=0$$

$$s=-\frac{K}{1+K}=-0.5 \rightarrow \boxed{K=1}$$

۱۰۴)



~~۱۰۵~~)

$$\tan^{-1}\frac{\omega}{2}-\left[\tan^{-1}\omega+\tan^{-1}(-\omega)\right]$$

$$=\tan^{-1}\frac{\omega}{2}$$

~~۱۰۴~~)

۱۰۵)

سال ۸۳

۸۶)

$$\frac{H}{Q}=\frac{R}{(\tau s+1)^3}$$

روش تکراری : چند جمله‌ای درجه ۲ × e^{-t}

۸۷)

سیستم ضربانی در لحظه صفر

$$y(t)=\frac{Ak}{\tau}e^{-t/\tau}$$

حداکثر پاسخ $=\frac{Ak}{\tau}$

$$A=1$$

$$\frac{1\times k}{\tau}=3$$

$$\frac{3k}{\tau}=9$$

۱۸۸)

۱۸۹)

۱۹۰) کندتر و غیر نوسانی
پوشش موضعی کاهش τ طول بعد سیستم تغییر نمی‌کند.

۱۹۱) ۳

۱۹۲)

۱۹۳) PI و PID یک $\frac{1}{s}$ در مخرج اضافه می‌کنیم.

۱۹۴) PID

۱۹۵)

۱۹۶) ۱) با $\frac{1}{s}$ Feed back واحد offset صفر

۱۹۷)

$$\text{مخرج} = S(S+8)+25$$
$$= S^2+8S+25$$
$$\frac{1}{25}S^2+\frac{8}{25}S+1 = \frac{1}{5}$$
$$2\xi\tau = \frac{8}{25} \rightarrow \xi = \cancel{4}\ 0.8$$

۱۹۸)

$$2\tau_I S^2+1$$
$$\xi = 0 < 1 \quad \text{نوسانی}$$

۹۹) روش

۱۰۰)

لبوع

$$\sum \frac{1}{s-p_i} = \sum \frac{1}{s-z_i}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s} = \frac{1}{s+1}$$

$$\frac{2}{s} = \frac{1}{s+1}$$

۱۰۱) رهف

۱۰۲) ۴

۱۰۳) مر

$$AR = \frac{1}{\sqrt{\omega^2+1}}$$

$$\varphi = -\pi - \tan^{-1}\omega$$

۱۰۴) مرم اگر $\pi/2$ نوشته بود 57.3 می‌خواند

حل تست های کنکور :

سال ۸۳

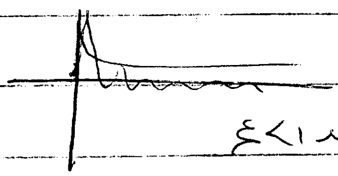
۸۶) ۲

$$3\delta(t) \leftarrow \frac{H}{Q} = \frac{R}{(\tau s+1)^3}$$

$$= \frac{3R}{(\tau s+1)^3} \xrightarrow{\text{پس جواب}} (At^2+Bt+C)e^{-t}$$

گزینه ۴ : قبول نیست چون گفته تغییرات در لحظه یک

۸۷) ۱



حالت متقارن در مبدا

در هر صورت حال ممکن نوسانی باشد $\varepsilon<1$

~~اسپایک اولیه~~ : $y(t) = \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}$

$A=1 \to t=0 \to \frac{A}{\tau} = \frac{1}{\tau} = 3$

$A=3 \to \frac{A}{\tau} = \frac{3}{\tau} = 3\times3 = 9$

۸۸) ۳

انتگرال ضربه = پاسخ پله

مشتق پله = پاسخ ضربه

$$\int te^{-t}dt = -te^{-t} + \int e^{-t}dt$$

۸۹) ۳

۹۰) ۳ $\tau = \frac{mc}{hA} = \frac{\rho V C_p}{hA}$ ثابت زمانی ↑ و پاسخ کندتر

حل سیستم درجه اول

۹۱) ۳

۹۲)

۹۳) ۴ باید انتگرالی بگذاریم تا s^2 ظاهر شود.

$$\frac{\frac{k}{\tau s+1}}{1+\frac{k}{\tau s+1}}$$

* برای سیستم کند اول باید PDI گذاشت.

۹۴) ۱ کنترل دما ← به علت کندی ← نیاز به عامل مشتق دارد

از PID بهتر است PD چون به خاطر I ، offset نداریم.

PID با بهره پایین هم کاربردی است.

دوم

۹۶) ۱ ✗ اشتباه به بررسی بیت ~~offset~~

چون حاصل انتگرالی دارد. دلیل ندارد $\frac{1}{s}$ در کنترلر باشد

* وجود $\frac{1}{s}$: $\frac{1}{s}$ ← { تغییر بار ← $offset=0$ ؛ مقدار مقرر ← { $H=1$ (اصیر برگشت) ← $offset=0$ ؛ $H\neq1$ ← چک شود.

۹۷) ۲ مخرج $= S(S+8)+25$

$S^2+8S+25$

$2\xi\left(\frac{1}{5}\right)=\frac{8}{25}$, $\tau=\frac{1}{5}$ → $\frac{1}{25}S^2+\frac{8}{25}S+1$

$\boxed{\xi=\frac{4}{5}} = 0.8$

۹۸) ۳ محاسبه ξ :

مخرج را بنویسید :

$$= \frac{\quad}{1+\frac{1}{\tau_I S}*\frac{1}{2S}}$$

$\longrightarrow 2\tau_I S^2+1 \Longrightarrow \boxed{\xi=0}$

۹۹) ۴ lag ندارد ← روش :

$S(S-1)+K(S+1)$

مخرج را در کنار صورت می‌گذاریم.

$S^2+(K-1)S+K$

1	K
K-1	
K	

$K-1 \longrightarrow K>1$

$K \longrightarrow K>0$

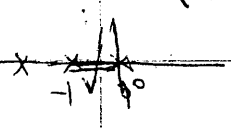
$\} \to K>1$

~~$0<K<1$ شرط ناپایداری~~

۱۰۰) پایا

نقطه جدایی : $\sum\frac{1}{S-Z_i}=\sum\frac{1}{S-P_i}$

از مشکل شد منظور واقع
این است که کدام فاصله نقطه جدای
کدام در این حل ساده است
(رسم مکان) : مثال :



$\to \frac{1}{S+1}=\frac{1}{S}+\frac{1}{S}$

$\frac{1}{S+1}=\frac{2}{S}$ $\quad S=2S+2 \longrightarrow \boxed{S=-2}$

۱۰۱) آزمون روت

همه‌ی مخرج‌ها ناپایدار کننده.

1	1	4
1	4	
-3	4	
+4		
4		

به روش AR و ϕ

۱۰۲) ۴

$$\frac{1}{s+1}+\frac{1}{s+2}=\frac{1}{s}$$

$$AR=\frac{1}{\sqrt{\omega^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\phi=-\pi\omega-\tan^{-1}\omega$$

$$=-\pi-\frac{\pi}{4}=-\frac{5\pi}{4}$$

۱۰۴) ۲

$$AR=\frac{1}{\omega\sqrt{\omega^2+1}} \qquad \phi=-\omega-\left\{\frac{\pi}{2}+\tan^{-1}\omega\right\}$$

چون ترم تأخیر به شکل $e^{-\pi s}$ نیست. $\phi=-\omega\times ۵۷٫۲-۹۰-\tan^{-1}\omega$

۱۰۵) ۱

سال ۸۰

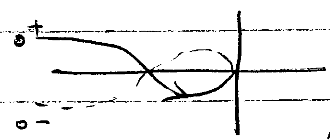
۸۶) به ازای هر صفر S دو ۱۸۰ فاصله بین 0^- و 0^+ ایجاد می‌شود. عکس کامل هم منطبق می‌گردد.

گزینه ۳، $\Rightarrow$

$\omega=0 \quad \phi=-90$: ازاول ربع

$\omega=\infty \quad \phi=-180$

بین گزینه ۳ و ساده است.



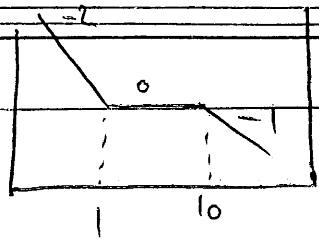
اگر به شکل بود 360° اختلاف باید $\frac{1}{2}$ دور دارد.

۸۷) ۱ G.M: $\phi=-180 \rightarrow -\frac{\pi}{2}\omega-2\tan^{-1}\omega$

$\omega=1$ ساده: $\omega=\frac{1}{\tau}$

$$AR=\frac{K\times 1}{\left(\sqrt{\omega^2+1}\right)^2}$$

$$GM=2=\frac{1}{K/2} \Rightarrow \boxed{K=1}$$



$\Rightarrow \omega = 5 \longrightarrow 5$ شیب   ۱ (۸۸

$H=0 \longrightarrow G \times \frac{G^2}{1+G^2} = \frac{G^3}{1+G^2}$ ۳ (۸۹

بوی ۳ چون نوسانی نمی‌تواند باشد   ۴ (۹۰

مرتبه سیستم یک است، پس ۱ یا ۳   ۱ (۹۱

سیستم غیر ترازمند است. اگر علامت هم بود جمله ببرد فقط فاز

ترازمند است (دبی).

$$\boxed{\tau = \frac{V}{q} = \frac{V}{w/\rho}}$$

$e^{-2s} \times \frac{1}{s^2}$ ۱ (۹۲

$$\frac{1}{(s+3)(s+1)(s^2+s+1)}$$ ۲ (۹۳

سریع اکسپوننشیل‌ها میرا از بین می‌روند

نوسانات میرا $s = -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2} \; e^{-2s} \longleftarrow s = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$

(۹۴

$P.M: \quad AR = 1$

$$\frac{\sqrt{2}\times 1}{\sqrt{\omega^2+1}} = 1 \longrightarrow \omega = 1$$

$$\varphi_g = \{0 - \tau\omega\} - \{\tan^{-1}\omega\}$$
$$= -\tau - \frac{\pi}{4}$$

$$PM > 0 \quad (-\tau - \pi/4) - (-\pi) > 0$$

$$\boxed{\tau < \frac{3\pi}{4}}$$

۹۵) ۳ نوسانی ← دمپ یک ثابت

یا دمپ یک سینوسی که دامنه آن با زمان تغییر کند.

دمپ ۲ است ولی سینوسی ثابت چون دامنه آن با زمان تغییر کرده است.

۹۶) ۲

۹۷) ~~۳~~ ۴

$t=0 \quad C_A = C_{A_0}$

$t=\infty \quad C_A = 0$

۹۸) ۴

$\frac{1}{100}s^2 + \frac{1}{5}s + 1$

$\tau = \frac{1}{10} \qquad 2\xi\left(\frac{1}{10}\right) = \frac{1}{5}$

$\boxed{\xi = 1}$

۹۹) ۳

$\begin{cases} s^2 + k(s+2) \\ s = 0 \end{cases}$

۱۰۰) ۴

PI (انتگرالی) + $H=1$ ← $\text{offset}=0$

۱۰۱)

دوره نوسان (نوسان دائم) ← $s = i\omega$ → $s = 2i$

$(2i)^3 + a(2i)^2 + b(2i) + a + 1 = 0$

$-8i - 4a + 2bi + a + 1$

$(a+1-4a) + i(2b-8) = 0$

$a = \frac{1}{3} \qquad b = 4$

۱۰۲) آزمون روث:

1	k	1
1	2	
k−2	1	
$\frac{2k-5}{k-2}$		
1		

$\boxed{K>2}$ ← $k-2$

	2		2.5	
2k−5	−	−	+
k−2	−	+	+
	+	−	+

$K<2$

$K>2.5$

۱۰۳) ۳

$$\begin{array}{c|cc} & 1 & 11 & k \\ & 6 & 6 & \\ & 10 & k & \\ & \frac{60-6k}{10} & & \\ & k & & \end{array}$$

$\frac{60-6k}{10} \longrightarrow 60-6k>0$

$60>6k \longrightarrow k<10$ } $\longrightarrow 0<k<10$

$k \longrightarrow k>0$

۱۰۴) ۴ نوسانی شدن : نقطه جدایی

* در نقطه جدایی دو ریشه مساوی داریم ← نکته

$\text{ترم} = 0.85 \longrightarrow \tau = \frac{1}{0.85}$

$\theta = 0 \longrightarrow \xi = \cos\theta = 1$

۱۰۵) آزمون روث ، چون ترم تأخیر زمانی ندارد.

سال ۸۲

۸۶) ۴ P.M :

$AR = 1 \quad 1 = \frac{k^2+1}{(\sqrt{w^2+1})^2} \qquad \frac{k^2+1}{w^2+1} \Rightarrow \boxed{k = w}$

$\Phi_g \quad \cancel{P.M} = 0 - 2\tan^{-1}(w) = -2\tan^{-1}w$

$P.M = -2\tan^{-1}w + 180 = 60$

$-2\tan^{-1}w = 120 \qquad \tan^{-1}w = 60$

$\boxed{w = \sqrt{3}}$

۸۷) ۴ $G.M = 2$

$P.M = AR = 1 \quad \cancel{-180 = (-180)}$

۸۸) ۳ ۱۰ $\tau =$ ← چون دو ریشه تکراری و برابر دارد (?)

$(s+1)^2$

در ۱۰ با توان ۲ - صحیح

۸۹)

$$\varphi_G + 180 > 30$$

$$\varphi_G > -150 \qquad \frac{AR}{K} > 2$$

$$\frac{1}{K} > 2 \implies \boxed{K < \tfrac{1}{2}}$$

۲) ۹۰ لحم اول و دوم حتماً پایدار است.

ترم تأخیر زمانی پایداری را دچار مشکل می‌کند.

۹۱)

$$PM = 30 \longrightarrow \varphi_g = -130$$

$$\varphi_g = \frac{K \times 1}{(\sqrt{\omega^2+1})^2} = 1$$

$$-\pi/3\,\omega - 2\tan^{-1}\omega = -150$$

$$\rightarrow \boxed{\omega = 1}$$

$$\longrightarrow \omega = 1 \longrightarrow K = (\sqrt{2})^2 = 2$$

۱) ۹۲

$$S(S+1)(2S+1) + K = 0$$

$$2S^3 + 3S^2 + S + K$$

۳) ۹۳

2	1	
3	K	$\rightarrow 3S^2 + \frac{3}{2} = 0$
$\frac{3-2K}{3} = 0$		$S = \pm j\frac{\sqrt{2}}{2}$

۹۴)

$$e^{-2S} = \frac{S - 2/\tau_d}{S + 2/\tau_d} \longrightarrow \text{Routh}$$

حل طولانی:

$$= -\frac{S-1}{S+1}$$

$$1 + GH \longrightarrow$$ روش

۹۵) آزمون روت.

۴) ۹۶

$$G_2 = 0 \qquad \frac{G_1}{1 + G_1 H_1}$$

$$H_1 = 0 \longrightarrow G_1 + G_2$$

آزمون ۹۷

۹۸) عامل مشتق اثری بر offset ندارد.

$$off = 5 \times \frac{1}{5} \times \left[1 - \frac{3}{4}\right] = \frac{1}{4}$$

۹۹) $-5 \times u(s) \times \frac{c}{4}$

تابع تبدیل مداربسته $\frac{c}{4}$

$$-5 \times \frac{1}{s} \times \frac{k_c}{0} = -\infty$$

اگر servo بود $\frac{c}{R}$ می‌گرفتیم

۲) ۱۰۰

$$B = 2\xi\tau = 2\tau$$

$\boxed{\xi = 1}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\tau = 1}$

$$B = 4$$

۱) ۱۰۱

$$S(S+1) + k$$

$$S^2 + S + k$$

$$\frac{1}{k}S^2 + \frac{1}{k}S + 1$$

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{k}} \qquad 2\xi\tau = \frac{1}{k}$$

$$2 \times 1 \times \frac{1}{\sqrt{k}} = \frac{1}{k} \rightarrow \sqrt{k} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{k = \frac{1}{4}}$$

۱۰۲) پاسخ ۱ پاسخ مداربسته تشکیل داده $\xi = 1$

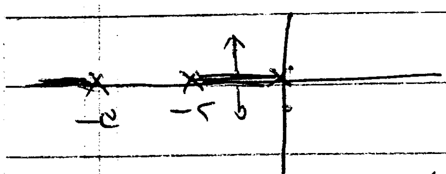
۱۰۳)

۱۰۱) ۱ — در ۱- قطب صفر $\underline{(S+2)}$

۱۰۲) ۳ — $1+GH$ $\quad \dfrac{K(1+\frac{1}{S})}{1+K(1+\frac{1}{S})} \rightarrow \dfrac{K(S+1)}{S+K(S+1)}$

$K=1 \Leftarrow S=-0.5$

۱۰۳) ۱ — $\dfrac{1}{S}+\dfrac{1}{S+2}+\dfrac{1}{S+3}=0$



پس نقطه‌ی ریشه بین صفر و ۲- است

۱۰۴)

۱۰۵)

۹۴) ۱ — $\frac{1}{S}$ سه در $H=1$ موثر

ولی بار هموله صفر.

۹۵) $offset = S \times \frac{1}{S}\left[1-\frac{C}{R}\right]$

$\left[1-\dfrac{2K_c}{1+2K_c}\right]$

$=0.2=\dfrac{1}{1+2K_c} \rightarrow \boxed{K_c=2}$

۹۶) $off = S\times\frac{1}{S}\left[1-\dfrac{3}{1+3}\right]=\frac{1}{4}$

۹۷) ۴ — همواره پایدار. ضریب میرایی را تشخیص بدهیم $\xi>1$

تا پاسخ غیرنوسانی

۹۸) آزمون روش:

۹۹) ۴ — $Air\ to\ open \leftarrow \uparrow Q \leftarrow \uparrow P$

۱۰۰) کنترلر را PID گرفته

$\dfrac{P}{\varepsilon}=K_c\left(1+\tau_D S+\dfrac{1}{\tau_I S}\right)$

$K_c\left(\dfrac{1}{S^2}+\dfrac{\tau_D}{S}+\dfrac{1}{\tau_I S^3}\right)$

$\dfrac{1}{S^2}$

P(t) را بدست آورده مقایسه میکنیم

$K_c\left[t+\tau_D+\dfrac{1}{2\tau_I}t^2\right]$

شیب: K_c

عرض از مبدا: $K_c\tau_D$

$\rightarrow \tau_D=1$