فرمول ها و روابط حفظی :

کنترل: (دکتر میرزازاده)

تبدیلات لاپلاس :

$$F(S)=\int_0^\infty e^{-St}f(t)\,dt$$

$f(t)$	1	t^n	$e^{\pm at}$	$\sin\omega t$	$\cos\omega t$
$F(S)$	$1/S$	$\frac{n!}{S^{n+1}}$	$\frac{1}{S\mp a}$	$\frac{\omega}{S^2+\omega^2}$	$\frac{S}{S^2+\omega^2}$

$f(t)$	$\sinh\omega t$	$\cosh\omega t$	$e^{\pm at}f(t)$	$\int_0^t f(t)\,dt$
$F(S)$	$\frac{\omega}{S^2-\omega^2}$	$\frac{S}{S^2-\omega^2}$	$F(S\mp a)$	$\frac{F(S)}{S}$

$f(t)$	$t^n f(t)$	$\frac{f(t)}{t}$	$f'(t)$
$F(S)$	$(-1)^n \frac{d^n F(S)}{dS^n}$	$\int_S^\infty F(S)\,dS$	$SF(S)-f(0)$

$f(t)$	$f''(t)$	$f'''(t)$
$F(S)$	$S^2F(S)-Sf(0)-f'(0)$	$S^3F(S)-S^2f(0)-Sf'(0)-f''(0)$

لاپلاس معکوس :

مثال: $\frac{1}{S(S+1)^3} \rightarrow X(t)=A+e^{-t}\left[\frac{B}{2}t^2+Ct+D\right]$

وقتی که یک ریشه تکرار شود (به توان n) لاپلاس معکوس آن می شود معکوس آن ریشه ضرب در یک چند جمله ای به توان n-1 .

$$X(S)=\frac{1}{S(S^2+1)}=\frac{A}{S}+\frac{a+bi}{S+i}+\frac{a-bi}{S-i}\rightarrow X(t)=A+(a+bi)e^{-it}+(a-bi)e^{+it}$$

وقتی یکی از ریشه ها مختلط است ثابت مربوط هم باید عدد مختلط باشد تا i در معادله باقی نماند. هر عدد مختلط که ریشه معادله است زوج آن نیز ریشه معادله است و ثابت های آن ها نیز زوج یکدیگر هستند

در حالت کلی:

$$e^{\pm i\theta}=\cos\theta\pm i\sin\theta$$

$$X(S)=\frac{1}{(S+k_1+ik_2)(S+k_1-ik_2)}=\frac{a+bi}{S+k_1+ik_2}+\frac{a-bi}{S+k_1-ik_2}$$

$$X(t)=(a+bi)e^{-(k_1+ik_2)t}+(a-bi)e^{-(k_1-ik_2)t}$$

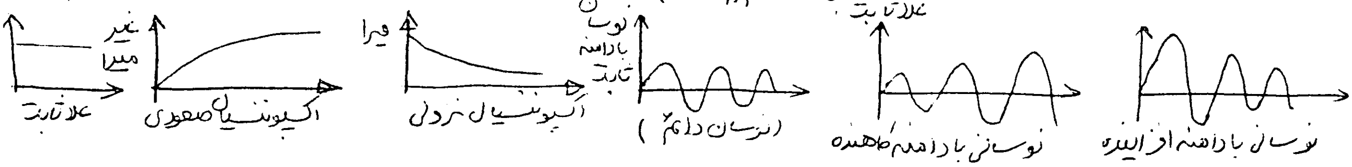
$$X(t)=2e^{-k_1t}\left[a\cos k_2t+b\sin k_2t\right]$$

آنالیز کیفی ریشه‌ها :

$$\frac{1}{S+a+bi} \Rightarrow \underbrace{S = A + Bi}_{\text{ریشه‌ها}}$$

A:
- $+$: غیرمیرا
- $-$: میرا
- صفر : نوسان دائم (اگر موهومی باشد) / علامت ثابت

B:
- صفر: غیرنوسانی
- غیرصفر: نوسانی



قضایای تبدیل لاپلاس :

۱) مقدار نهایی

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = ?$$

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{S \to 0} SF(S)$$

۲) قضیه مقدار اولیه: $\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{S \to \infty} SF(S)$

۳) قضیه تابع انتقال یافته

: Transfered Function

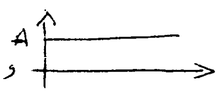
$$\boxed{L\{f(t-t_0)\} = e^{-St_0} F(S)}$$

$f(t)$ با تأخیر t_0

ورودی های استاندارد :

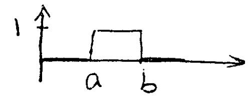
۱) ورودی پله ای :

$$X(t) = Au(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ A & t>0 \end{cases} \quad , \quad X(S) = \frac{A}{S}$$



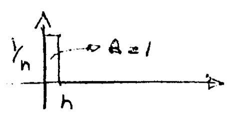
۲) ورودی پالس :

$$X(t) = \begin{cases} 0 & t<a \\ 1 & a<t<b \\ 0 & t>b \end{cases}$$



۳) ورودی ضربانی :

$$X(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ \frac{1}{h} & 0<t<h \\ 0 & h<t \end{cases} \quad , \quad X(S) = 1$$

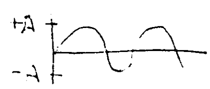


مثال : $F(S) = aS + b$

$$f(t) = a\frac{d\delta}{dt} + b\delta(t)$$

۴) ورودی سینوسی :

$$X(t) = A\sin(\omega T) \quad , \quad X(S) = \frac{A\omega}{S^2+\omega^2}$$



*مثال های صفحات ۷ و ۸ جزوه دیده شود .

سیستم درجه اوّل : معادله دیفرانسیل آن از مرتبه اول

$$\boxed{\tau \frac{dy}{dt} + y = kx}$$

τ ← ثابت زمانی

K ← ۰/۲

$$\boxed{\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{\tau s + 1}}$$

τ : ثابت زمانی : زمانی که سیستم در آن زمان ۶۳.۲٪ مقدار نهایی می رسد

K : ۰/۲ : نسبت ورودی به خروجی در حالت پایدار.

مقاومت = R
ظرفیت (خازن) = C

$\tau = RC$

τ = ظرفیت × مقاومت

$R = \frac{V \text{ نیروی محرکه}}{I \text{ جریان}}$

C (ظرفیت) = $\frac{\text{ذخیره}}{\text{نیروی محرکه}} = \frac{q}{V}$

	نیروی محرکه	جریان	مقاومت	ذخیره	ظرفیت	τ	نکات :
							ثابت زمانی راکتور درجه اول mixed : $\tau = \frac{V/q}{1+\frac{V}{q}K}$ ، $-r_A = KC_A$
مدار الکتریکی	V	I	R	q	C	RC	تابع انتقال مخزن یکی دارد : $\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{As}$ ، مانند زمانی که اتلاف ندارد.
سطح مایع	h	q	$R = \frac{h}{q}$	Ah	$\frac{Ah}{h} = A$	RA	شیر خطی : $h = \frac{q}{R}$
دماسنج	ΔT	$hA\Delta T$	$\frac{1}{hA}$	$mc_p\Delta T$	mc_p	$\frac{mc_p}{hA}$	ثابت زمانی راکتور درجه دوم mixed : $\tau = \frac{V/q}{1+\frac{2VC_{AS}K}{q}}$ (درجه اول غیرخطی است)
تانک اختلاط	ΔC	qC	$\frac{1}{q}$	CV	V	$\frac{V}{q}$	خطی کردن :

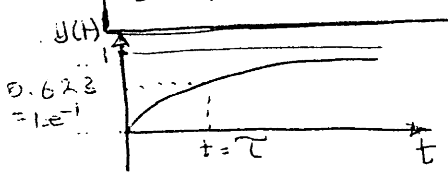
* همواره برای جمله غیرخطی متغیر انحرافی ضرب در مشتق در حالت steady قرار می دهیم :

مثال : $\frac{dh^3}{dt} \rightarrow 3h_s^2 \frac{dH}{dt}$ $\quad F(x) - F(x_s) = (x - x_s) F'(x_s)$

پاسخ سیستم درجه اوّل به ورودی های استاندارد :

۱) ورودی پله : $X(t) = u(t)$ و $X(s) = \frac{1}{s}$ ←

$$\boxed{y(t) = 1 - e^{-t/\tau}}$$



پله ای غیر واحد : (بهره K) : $X(t) = Au(t)$ و $X(s) = \frac{A}{s}$

$$y(t) = AK_p\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

$$\underset{t \to \infty}{\text{مقدار نهایی}} = AK_p$$

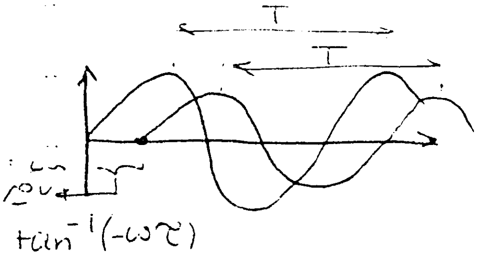
* مثال ص ۱۳ توجه شود.

۲) ورودی ضربه ای :

$$y(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$y(t) = \frac{AK}{\tau} e^{-t/\tau}$$

۳) ورودی سینوسی :



$$X(t) = A\sin\omega t$$

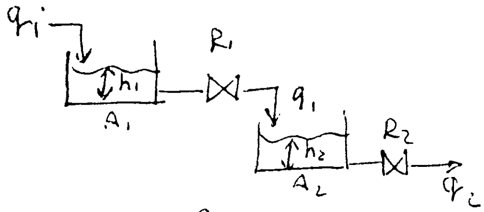
$$X(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$Y(s) = \frac{A\omega}{(s^2+\omega^2)(\tau s + 1)}$$

$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}} A\sin\left(\omega t + \tan^{-1}(-\omega\tau)\right)$$

پاسخ حالت گذرا : پاسخ یک سیستم درجه اول به یک ورودی سینوسی (زمان های طولانی) سینوسی با همان فرکانس ورودی است اما دامنه ای که دارد کوچکتر از دامنه ورودی و با تأخیر زمانی.

کنترل / ص ۲



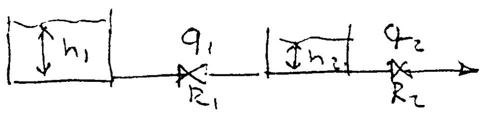
سیستم های درجه اول متوالی :

غیر تداخلی : سیستمی که در خروجی یک واحد دیگر قرار دارد و بر روی قبلی تأثیری ندارد .

$$\frac{H_2}{Q_i} = \frac{R_2}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)} \quad , \quad \frac{H_2}{H_1} = \frac{R_2/R_1}{\tau_2 s+1}$$

$$\to \tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2)s+1$$

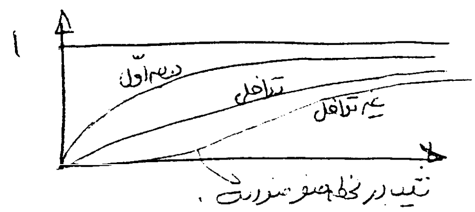
دو سیستم درجه اول متوالی یک سیستم درجه دوم تشکیل می‌کنند .



سیستم تداخلی :

معادلات دیفرانسیل دو دستگاه کوپل هستند .

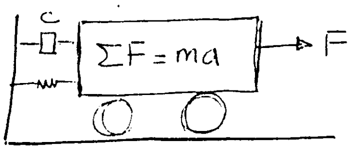
$$\begin{cases} q_1-q_2 = A_2\dfrac{dh_2}{dt} \\ \dfrac{(h_1-h_2)}{R_1} - \dfrac{h_2}{R_2} = A_2\dfrac{dh_2}{dt} \end{cases} \xleftrightarrow[\text{همزمان}]{\text{حل}} \frac{H_2}{Q_1} = \frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2+\underbrace{A_1R_2}_{\text{نشان دهنده غیر تداخلی بودن}})s+1}$$



* سیستم‌های درجه اول متوالی خواه تداخلی ، خواه غیر تداخلی هیچ گاه رفتار نوسانی ندارند یعنی ریشه موهومی ندارند .

ازدیاد درجه سیستم موجب کندی پاسخ می‌شود .

$$\boxed{r = \underset{\text{درجه مخرج}}{n} - \underset{\text{درجه صورت}}{m}}$$: هرچه بیشتر باشد پاسخ کندتر است .



معادله دیفرانسیل از درجه دوم.

سیستم درجه ۲ : هر جا K به دو پارامتر دیگر نیاز داریم.

$$F(t) - KY - c\frac{dY}{dt} = \frac{W}{g_c}\frac{d^2Y}{dt^2}$$

$$\rightarrow \frac{W}{g_c K}\frac{d^2Y}{dt^2} + \frac{c}{K}\frac{dY}{dt} + Y = \frac{F(t)}{K} = X(t)$$

$$\rightarrow \tau^2 Y'' + 2\xi\tau Y' + Y = X \xrightarrow{\text{لاپلاس}} \tau^2 s^2 Y(s) + 2\xi\tau s Y(s) + Y(s) = X(s)$$

τ ← ثابت زمانی ، ξ ← Damping Factor ضریب میرایی

$$\boxed{\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}}$$

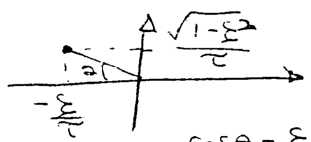
$\xi = \sqrt{\frac{g_c}{4WK}}$ ، $\tau = \sqrt{\frac{W}{g_c K}}$: در مثال فنر

چند فنر K : $K_{\text{موازی}} = \sum K_i$ و $\frac{1}{K_{\text{سری}}} = \sum \frac{1}{K_i}$

رفتار سیستم درجه دوم از نظر نوسانی و غیر نوسانی بودن به ξ بستگی دارد.

$$\rightarrow Y(s) = \frac{X(s)}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

ریشه مخرج : $-\frac{\xi}{\tau} \pm i\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$



$\xi = 0 \rightarrow$ طول قوس $= \frac{1}{\tau_n}$

برای ثابت $\xi < 1$

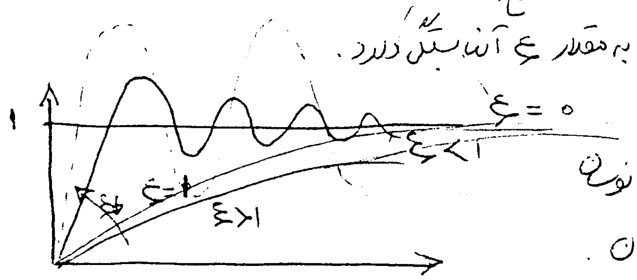
$\cos\theta = \xi$ و طول قوس $= \frac{1}{\tau}$

پرمیرا $\xi \cancel{<} 1$: نوسانات میرا

میرای بحرانی $\xi = 1$: اکسپوننشیال میرا

کم میرا $\xi \cancel{>} 1$: " میرا

* سیستم های درجه دوم رفتار پاسخ به ورودی های مختلف به مقدار ξ آنها بستگی دارد.



پاسخ سیستم درجه دوم به ورودی پله ای :

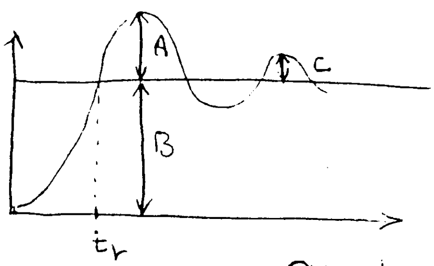
$\xi = 1$: میرای بحرانی ، سریع ترین راه رسیدن بدون نوسان به پاسخ ، حداکثر سرعت ، حداقل نوسان.

* هرچه ضریب میرایی کوچک تر شود پاسخ سیستم نوسانی تر می گردد. و ξ در سیستم های درجه اول متوالی هیچ گاه کمتر از یک نمی شود و $\xi_{\text{تداخلی}} < \xi_{\text{غیر تداخلی}}$ یعنی نمودار غیر تداخلی پایین تر قرار می گیرد.

$$\xi_{\text{غیر تداخلی}} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\sqrt{\tau_1 * \tau_2}} \qquad \tau_{\text{تداخلی و غیر تداخلی}} = \sqrt{\tau_1\tau_2} \qquad \xi_{\text{تداخلی}} = \frac{(\tau_1 + \tau_2 + A_1R_1)}{2\sqrt{\tau_1\tau_2}}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s) \qquad \begin{matrix} X(s) = \frac{1}{s} \\ X(s) = 1 \end{matrix} \Rightarrow \underset{\text{ضربانی}}{Y_2(s)} = s\underset{\text{پله ای}}{Y_1(s)} \Rightarrow Y_2(t) = \frac{dY_1}{dt}$$

$$\frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$



$\xi < 1$
پاسخ ورودی پله ای.

① فرارفت : Overshoot

$$overshoot = \frac{A}{B} = \exp\left[\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]$$

← هرچه ξ کمتر $\frac{A}{B}$ بیشتر : $\downarrow\xi$ $\uparrow$ overshoot

② نسبت فروکش : Decay Ratio

$$\frac{C}{A} = \exp\left[-\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right] \Rightarrow \frac{C}{A} = \left(\frac{A}{B}\right)^2$$

③ زمان صعود : rising time : t_r (زمان صعود): زمانی که پاسخ سیستم برای اولین بار به مقدار نهایی خود می‌رسد.

$$t = \frac{\left[n\pi - \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right]\tau}{\sqrt{1-\xi^2}} \xrightarrow{n=1} t_r = \frac{\left[\pi - \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right]\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

④ زمان پیک : Peack time : t_p ؛ زمانی است که پاسخ سیستم حداکثر است. دارای max یا min

$$\frac{dy}{dt} = 0 \longrightarrow t_p = \frac{n\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

$n = 1$ اولین باری که به max می‌رسد.

$$\omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \rightarrow f = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{2\pi\tau}, \quad T = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}} \qquad T = 2t_p$$

ω : فرکانس زاویه‌ای :

* در حالت $\xi = 0$: $\omega|_{\xi=0} = \omega_n = \frac{1}{\tau}$ ← $f_n = \frac{1}{2\pi\tau}$ و $T_n = 2\pi\tau$

فرکانس = $\frac{1}{\tau}$

⑤ زمان پاسخ (Responce time) : زمانی است که پاسخ سیستم درجه ۲ با تقریب ±95% یا ±98% به جواب می‌رسد.

پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی های استاندارد. (پله‌ای در صفحه قبل)

$$\frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی سینوسی:

$$x(t) = A\sin\omega t, \quad X(S) = \frac{A\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$\rightarrow Y(S) = \frac{A\omega}{s^2+\omega^2} \times \frac{1}{(S-S_1)(S-S_2)}$$

$$S_{1,2} = -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} i \qquad \xi<1$$

$$= -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau} \qquad \xi>1$$

$$= -\frac{1}{\tau} \qquad \xi=1$$

* در تمام سه حالت ریشه در سمت چپ محور موهومی است.

بنابراین پاسخ مربوط به S_1 و S_2 همواره میراست.

و جواب پس از زمان طولانی نوسان دائم است.

$\xi < \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707 \rightarrow$ دامنه پاسخ $<$ دامنه ورودی

$\xi > \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \quad >$

$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad =$

$$= \underbrace{\frac{a+bi}{s+i\omega} + \frac{a-bi}{s-i\omega}}_{\text{نوسان دائم}} + \frac{}{s-s_1} + \frac{}{s-s_2}$$

$$y(t) = AR.A\sin(\omega t + \Phi)$$

دامنه پاسخ $AR.A = \frac{A}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\tau\omega)^2}}$ و $\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{-2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}\right)$

$$\rightarrow y(t) = \frac{A}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\tau\omega)^2}} \sin\left(\omega\tau - \tan^{-1}\frac{-2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}\right)$$

1. فرکانس نوسان پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی سینوسی با فرکانس ورودی یکی است.
2. پاسخ سیستم درجه ۲ دارای یک تأخیر زمانی به فرم $\tan^{-1}\frac{-2\xi\tau\omega}{1-\tau^2\omega^2}$ خواهد بود.
3. دامنه پاسخ هم می‌تواند بزرگتر و کوچکتر دامنه ورودی باشد.

$\xi < \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.702$ دامنه پاسخ $<$ دامنه ورودی

$\xi > \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow \quad >$

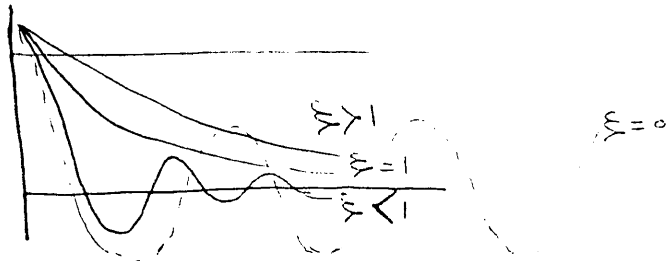
$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad =$

پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی ضربانی.

$$y_2(t) = \frac{dy_1(t)}{dt}$$

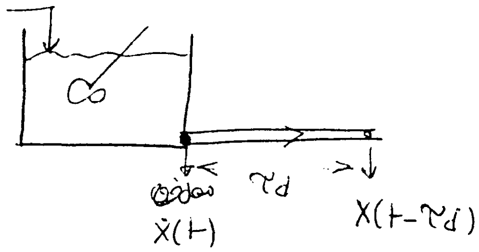
y_1: پاسخ به ورودی پله‌ای

y_2: پاسخ به ضربانی.



* توجه: $\xi=0$: overshoot max است

$1 = \exp\left[\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]$ پس در تمامی حالات overshoot همواره کوچکتر از یک است.



Lag Time : تأخیر زمانی :

$L\{x(t-\tau_d)\} = e^{-\tau s}X(s)$

تابع انتقال اندازه گیر : سازنده‌ی رهد یا آزمایش تناسبی $G_m(s) = \frac{K_m}{\tau_m s+1}$

شیر کنترل : ۱. نیوماتیک $P = 3-15\,psi$

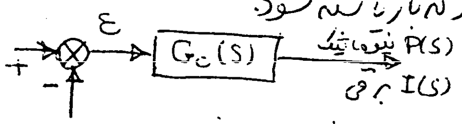
$P\uparrow \Rightarrow Q\downarrow$ Air to close

$P\uparrow \Rightarrow Q\uparrow$ Air to open

۲. شیر کنترل برقی : $I = 4mA \sim 20mA$ (کاملاً باز ~ کاملاً بسته) : برای جاییکه خطر آتش‌سوزی دارد توصیه نمی‌گردد. . .

تابع انتقال شیر کنترل‌ها : شیر درجه اول $\frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{K_v}{\tau_v+1}$ ، gain only $= K_v$: هرچه ثابت زمانی شیر کمتر باشد پاسخ سریع‌تر است.

کنترل‌کننده‌ها : کنترلر براساس میزان خطا به شیر کنترل دستور می‌دهد که باز یا بسته شود.



کنترل‌کننده تناسبی : متناسب با مقدار خطا از خود واکنش نشان می‌دهد. (K_c می‌تواند + یا - باشد).

P

واحد K_c : $\frac{mA}{Error}$ یا $\frac{psi}{Error}$: کنترلر فشار مایع = کنترل سطح $= \frac{psi}{m}$ . . .

$$\boxed{P(t) = P_s + K_c\,\varepsilon(t)}$$

$P - P_s = \mathcal{P}$

$$\rightarrow \boxed{\frac{\mathcal{P}(s)}{\varepsilon(s)} = K_c}$$

کنترل کننده تناسبی مشتق : **PD**

$$\boxed{P(t) = P_s + K_c\left[\varepsilon(t) + \tau_D\frac{d\varepsilon(t)}{dt}\right]}$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{P(s)}{\varepsilon(s)} = K_c\left[1 + \tau_D s\right]}$$

کنترل‌کننده **PID** :

$$\boxed{P(t) = P_s + K_c\left[\varepsilon(t) + \tau_D\frac{d\varepsilon(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_I}\int_0^t \varepsilon(t)dt\right]}$$

مقدار مطلق خطا ← ، روند تغییرات خطا ← ، انتگرال خطا ←

انتگرال خطا: مدت زمانی را بیان می‌کند که خطا داریم به عبارتی مجموع خطاها را نشان می‌دهد.

$$\text{PID:}\ \boxed{\frac{P(s)}{\varepsilon(s)} = K_c\left[1 + \tau_D s + \frac{1}{\tau_I s}\right]}$$

کنترل‌کننده **PI** :

$$\text{PI:}\ \boxed{\frac{P(s)}{\varepsilon(s)} = K_c\left[1 + \frac{1}{\tau_I s}\right]}$$

Proportional Band : باند تناسبی : درصد تقسیم خطا تقسیم بر رنج. هرچه کوچکتر باشد کنترل مشکل‌تر است.

min ، 3psi ، 15psi ، max

$$\boxed{PB\% = \frac{Error}{Range}\times 100}$$

$PB = \frac{Error}{Range}\times 100$ و $K_c = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{15-3}{\varepsilon} = \frac{12}{Error} \rightarrow$ Error =

$PB = \frac{1}{K_c}\times$ ضریب ← $PB\%$ با K_c نسبت عکس دارد.

کنترل

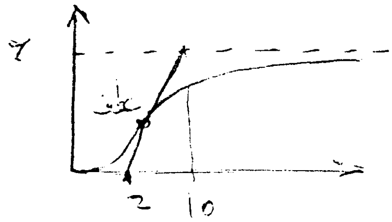
هفته آخر دوره مالی / کنترل .

سیستم های درجه اول، دوم ، کنترل ، بلاک دیاگرام .

۱۳۸۳

۸۶ ۰

۸۹ روش پله ای ۲ :



$$\frac{3e^{-2s}}{3s+1}$$

۹۲ دوباره صاف شود

۴۴ کنترل دمای راکتور پلیمریزاسیون : کنترل دما به علت کندی نیاز به عامل مشتق دارد .

/ PID با بهره بالا .

ع ۹۵ ابتدا کمترین ... به ترتیب

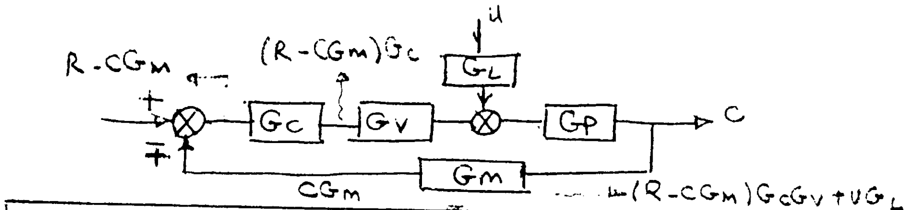
۹۷

۹۸ ۵۹

سال ۱۳۸۲

۸۷ ۰ xxx

کنترل / ص ۵



ساده سازی بلاک دیاگرام :

* راه حل کوتاه : با صفر قرار دادن بلاک های زائد گزینه را اثبات می‌کنیم . (صفر قرار دادن شاخه های مزاحم) .

$$\text{Servo}: \frac{C}{R} = \frac{G_cG_vG_p}{1+G_cG_vG_pG_m}$$

$$\text{Regulator}: \frac{C}{u} = \frac{G_LG_p}{1+G_cG_vG_mG_p}$$

Load ← u

← حاصلضرب توابع پیشرو

← حاصلضرب توابع مدار بسته

آفست کنترل Offset : خطای حالت ماندگار یا Steady state Error :

$$R_{\text{مقدار مقرر}} - C\Big|_{t=\infty} = \text{خطای حالت ماندگار}$$

عواملی که موجب تغییر می‌شوند :

1) Servo Mechanism : set Point را تغییر می‌دهیم ← $\frac{C}{R} = ?$ ، تغییر R داریم ، u نداریم

2) Regulator Mechanism : اغتشاشات (بار) باعث تغییر می‌شوند ← $\frac{C}{u} = ?$ ، تغییر u داریم ، R نداریم

هدف کنترل : یکی بودن C و R ، چه R تغییر کند چه تغییر نکند .

تعریف کلی : $$\boxed{\text{offset} = R(\infty) - C(\infty) = \lim_{s\to 0} sR(s) - sC(s)}$$

Servo $$\boxed{\text{offset} = sR(s)\left[1 - \frac{C}{R}\right]_{s\to 0}}$$ ← آفست کنترل هم R تغییر کند و u ثابت ← Servo

$$\text{offset} = R(\infty) - C(\infty) = 0 - C(\infty) = -sC(s)_{s\to 0} \Rightarrow \text{offset} = -su(s)\frac{C}{u}$$

Regulator $$\boxed{\text{offset} = -su(s)\frac{C}{u}}$$

بنابراین : $\text{offset} = R(\infty) - C(\infty)$

- $R\neq 0, u=0$: $\text{offset} = sR(s)\left[1-\frac{C}{R}\right]$
- $R=0, u\neq 0$: $\text{offset} = -su(s)\frac{C}{u}$

کنترل تناسبی

الف) تغییر پله‌ای در مقدار مقرر : $\text{offset} = \frac{1}{1+K_cK_vK}$ ← $\uparrow K_c$ ⟸ $\downarrow$ offset به شرطی که سیستم ناپایدار نباشد

ب) " " " در بار : $" = -\frac{K_LK}{1+K_cK_vK}$ ← $\uparrow K_c$ ⟸ " " "

* در بلاک های جای s ، صفر قرار دهید چون با s=0 صفر قرار می‌دهیم . ** اگر به جای تناسبی ، تناسبی مشتق قرار دهیم باز هم با تناسبی تفاوتی ندارد یعنی عامل مشتق اثری بر offset ندارد . $K_c \to K_c(1+\tau_D s)_{s\to 0}$

** افزایش عامل تناسبی موجب کاهش offset می‌گردد .

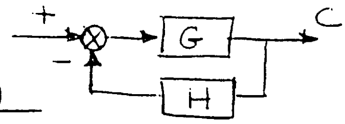
* کنترل با عامل انتگرالی :

$$K_c\left(1+\frac{1}{\tau_I s}\right) \to \frac{K_c(1+\tau_I s)}{\tau_I s} \to \boxed{\frac{K_c}{\tau_I s}}$$

$$\to \text{offset} = s\times\frac{1}{s}\left[1 - \frac{\frac{K_c}{\tau_I s}\times K_v\times K}{1+\frac{K_c}{\tau_I s}K_vK}\right] = 0 \quad \text{و} \quad \text{offset} = -s\times\frac{1}{s}\times\frac{K_LK}{1+\frac{K_c}{\tau_I s}K_vK} = 0$$

* وجود عامل انتگرال موجب حذف offset در هر دو صورت می‌گردد .

مثال افست کنترل :



$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1+GH}$$ تابع انتقال مدار باز : GH

$$GH = \frac{K(\tau_1 S+1)(\tau_2 S+1)\cdots(\tau_n S+1)}{S^N(\tau_a S+1)\cdots\cdots(\tau_2 S+1)}$$

: Unit Feedback $H(S)=1$

$$\text{offset} = SR(S)\left[\frac{S^N}{S^N+K}\right]$$

$$\frac{C}{R} = \frac{\frac{K}{S^N}}{1+\frac{K}{S^N}}$$

	$N=0$	$N=1$	$N>1$
پله‌ای	$\frac{1}{1+K}$	0	0
ضربانی	0	0	0
خطی	∞	$\frac{1}{K}$	0

اگر هم بار و هم R تغییر کند :

$$C = \frac{C}{R}\times R + \frac{C}{u}\times u$$

$$\text{offset} = R(\infty) - C(\infty) = \lim_{S\to 0} SR(S) - S\left[\frac{C}{R}\times R + \frac{C}{u}\times u\right]$$

روابط و فرمول های حفظی پایداری .

* مفهوم پایداری : اگر ورودی محدودی وارد سیستم کنیم باید خروجی محدود بگیریم .

* معادله مشخصه سیستم : $1+GH(s)=0$

* هدف از بحث پایداری : آیا معادله $1+GH=0$ ریشه ای با جزء حقیقی مثبت (در سمت راست محور موهومی) دارد ، به تعداد این ریشه ها (سمت راست) ریشه ناپایدار کننده داریم .

آزمون روث (Routh test) :

* معادله را بصورت نزولی مرتب می کنیم $1+GH=0$

a	b	e
c	d	f
?	??	

$$? = \frac{cb-ad}{c} \qquad ?? = \frac{ce-af}{c}$$

* به تعداد تغییر علامت در ستون اول جدول ریشه ناپایدار کننده داریم .

نحوه دادن سؤال : (1) تعداد ریشه ناپایدار کننده (2) k ? (3) ریشه مرز پایداری را بیابید .

$$1+GH = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$$

ردیف اول	s^n	
دوم		
...		
ردیف n ام	s	
ردیف n+1 ام	s^0	

برای ریشه مرز پایداری :

سطر n ام را برابر صفر قرار می دهیم و k را بدست می آوریم با k بدست آمده معادله سطر بالایی را حل می کنیم

* یعنی برای ریشه مرز پایداری از سطر n ام k را بدست می آوریم و از سطر n-1 مقدار ریشه را بدست می آوریم .

مثال :

1	1	11
2	6	6+k
3	$\frac{66-6-k}{6}$	
4	6+k	

سطر n ام = سطر سوم : $\frac{60-k}{6}=0 \quad k=60$

سطر n-1 : $6s^2+6+\underset{60}{k}=0$

$6s^2+66=0 \longrightarrow s$ √

حالات خاص :

(1) اولین عنصر یک ردیف برابر صفر شود جای آن ε می گذاریم و محاسبات را ادامه می دهیم .

(2) اگر همه عناصر یک سطر صفر شوند جمله مربوط به ردیف بالایی را می نویسیم و از آن مشتق می گیریم

* اگر سطر n ام صفر باشد می گوییم سیستم در مرز پایداری و ناپایداری است .

کنترل اصت ۷

مکان هندسی ریشه ها :

$GH =$ ①

ریشه‌های صورت مدار باز را صفرهای مکان هندسی می نامیم و با ∘ نمایش می دهیم . (Z_i)

" مخرج " " " قطب های " " " " $\times$ " " . (P)

② در قطب ۰ = K و در صفر $\infty = K$ است . بنا براین مکان از قطب آغاز و به صفر ختم می شود .

③ n قطب و m مقدار صفر : $n-m$ مجانب داریم .

④ محل هم رسی مجانب ها : $\gamma = \dfrac{\sum P_i - \sum Z_i}{n-m}$

⑤ زاویه مجانب ها : $k = 0, 1, 2, \ldots, n-m-1$ و $\Theta = \dfrac{(2k+1)\pi}{n-m}$

⑥ آن قسمتی از محور حقیقی جزء مکان است که مجموع عدد صفرها و قطب ها سمت راست آن فرد باشد .

⑦ اگر فاصله بین دو قطب مجاور جزء مکان باشد نقطه BEP یا نقطه جدایی داریم .

نقطه جدایی : $\sum \dfrac{1}{S-P_i} = \sum \dfrac{1}{S-Z_i}$

* پایدار و ناپایدار بودن با نوسانی و غیرنوسانی بودن تفاوت دارد .

* اگر Feed back مثبت داشته باشیم : ① $\Theta = \dfrac{2k\pi}{n-m}$ ② قسمتی از محور جزء مکان که مجموع صفر و قطب سمت راست آن زوج باشد

* اگر تابع انتقال به صورت $e^{-\tau_d S}$ داشت : تقریب Pad :

$$e^{-\tau_d S} = \frac{1-\frac{\tau_d}{2}S}{1+\frac{\tau_d}{2}S} = -\frac{S-\frac{2}{\tau_d}}{S+\frac{2}{\tau_d}}$$

اثر تأخیر :

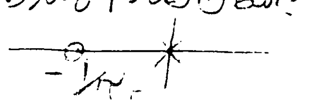
* یعنی ترم تأخیر زمانی وقتی از تقریب Pad استفاده شود باعث افزودن یک صفر در سمت راست و یک قطب در سمت چپ و همچنین علامت تابع را تغییر می دهد ← سیستم را ناپایدار می کند. محدوده K پایداری را کوچک می کند .

اثر کنترل ها :

● عامل مشتق : $\dfrac{K(\tau_D S+1)}{\cdots} \leftarrow Z_1 = -\dfrac{1}{\tau_D}$: ① یک صفر در سمت ~~چپ~~ چپ ایجاد می کند (سمت چپ محور موهومی) که موجب پایداری سیستم می شود (K پایداری افزایش) ② تعداد مجانب ها ↓ ③ نوسان ↓ ④ سرعت ↑

⑤ محل هم رسی را به سمت راست می رساند که ممکن است به ضرر باشد .

● عامل انتگرال : یک قطب در صفر و یک صفر در $-\dfrac{1}{\tau_I}$ به مکان اضافه می کند و محل هم رسی را به سمت راست می کشاند ، نمی توان گفت به پایداری کمک می کند یا نه .

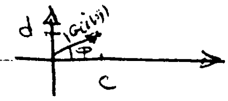


روابط و کنترل های خطی پاسخ فرکانسی:

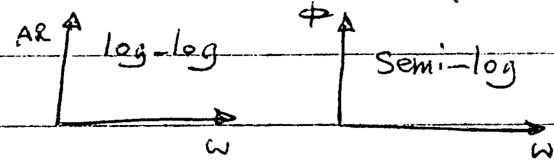
$X(t)=A\sin\omega t \rightarrow \boxed{G(S)} \rightarrow Y(t)$

پاسخ فرکانسی: $Y(t)=AR\cdot\sin(\omega t+\phi)$ ، نسبت دامنه ها = T

مراحل: 1) $S=i\omega$ 2) $G(i\omega)=c+di$ 3) $AR=|G(i\omega)|=\sqrt{c^2+d^2}$ 4) $\phi=\angle G(i\omega)=\tan^{-1}\frac{d}{c}$

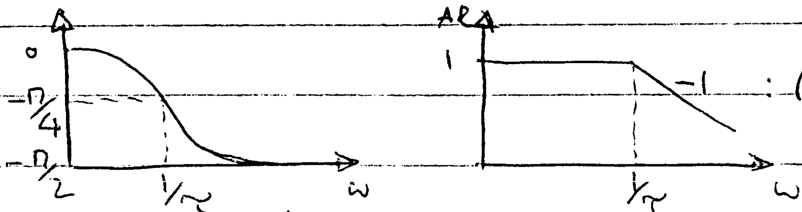


دیاگرام Bode: دیاگرامی است که AR و Φ برحسب ω رسم شده است. $0<\omega<\infty$



1) مثال: درجه اول (مخرج):

$$\boxed{G(S)=\frac{1}{S+1/\tau} \text{ یا } \frac{1}{\tau S+1}}$$

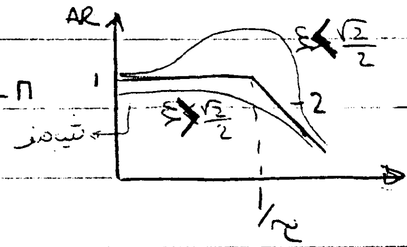


$0<\phi<-\pi/2$

2) مثال: درجه دوم (مخرج):

$$\boxed{G(S)=\frac{1}{\tau^2S^2+2\xi\tau S+1}}$$

$0<\phi<-\pi$

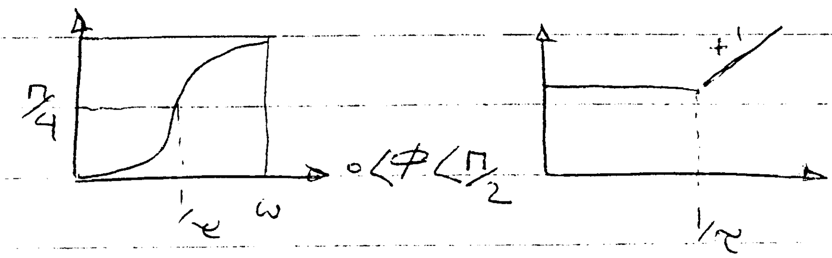


$$\omega_{max}=\frac{1}{\tau}\sqrt{1-2\xi^2}$$

$$\frac{dAR}{d\omega}=0\rightarrow\omega_{max}$$

3) مثال: درجه اول صورت:

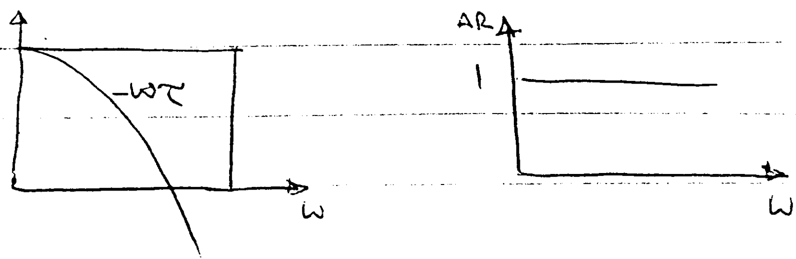
$$\boxed{G(S)=\tau S+1}$$



$0<\phi<\pi/2$

4) مثال: تابع تأخیر:

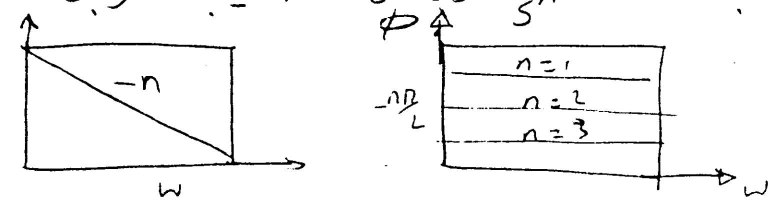
$$\boxed{G(S)=e^{-\tau_d S}}$$



5) مثال:

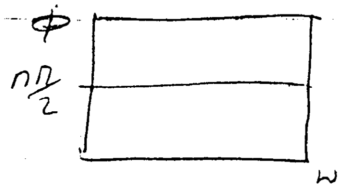
$$\boxed{G(S)=\frac{1}{S^n}}$$

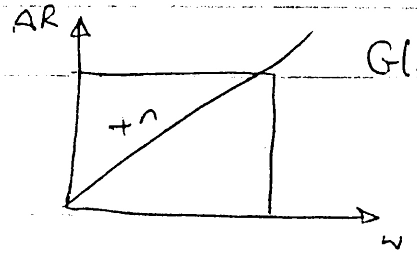
دیاگرام مجانب Bode $\frac{1}{S^n}$ همواره خطی است با شیب n- و بدون شکست



کنترل/۸۱۰

۶) مثال: $G(S)=S^n$





خلاصه دیاگرام Bode :

نکته: ۱) به ازای هر درجه یک واحد شیب داریم اگر در صورت بود ۱+ و اگر در مخرج بود ۱-.
اگر به فرم $\tau s+1$ بود فرکانس شکست دارد و اگر به فرم s بود فرکانس شکست ندارد.

* درجه: تعیین واحد شیب. * صورت یا مخرج بودن: تولید علامت * به فرم s یا $\tau s+1$: تعیین داشتن و نداشتن شکست

۲) به ازای هر درجه ۹۰ درجه زاویه داریم اگر در صورت بود ۹۰+ و اگر در مخرج بود ۹۰-
اگر $\tau s+1$ از صفر تا ۹۰ اگر s بود خود ۹۰.

* درجه اول در صورت زاویه بین ۰ تا ۹۰+ ، درجه اول در مخرج زاویه بین ۰ تا ۹۰-

* در یک سیستم درجه n: اگر در صورت باشد شیب مجانب Bode آن n+ و اگر در مخرج باشد شیب مجانب Bode آن n- است.

* اگر در صورت باشد زاویه بین ۰ و $\frac{n\pi}{2}$ و اگر در مخرج باشد زاویه بین ۰ و $-\frac{n\pi}{2}$

* ترم تأخیر زمانی اثری بر دیاگرام AR ندارد، ترم تأخیر زمانی فقط روی منحنی Φ اثر دارد.

* دیاگرام مجانب های بد سیستم $\frac{1}{s^n}$ همواره خط است با شیب $(-n)$ و بدون شکست.

* تفاوت $\frac{1}{s^n}$ با $\frac{1}{(\tau s+1)^n}$ در آن است که در اولی دیاگرام فاقد نقطه شکست است ولی در دومی بالعکس. در اولی زاویه خود $-\frac{n\pi}{2}$ است و در دومی از صفر تا $-\frac{n\pi}{2}$ است.

* دیاگرام Bode s^n خطی با شیب n+ و بدون شکست است.

* فرکانس گوشه $\frac{1}{\tau}=\omega_{co}=\omega_{corner}$

مثال صفحه ۴۵ ، ۴۴ صفحه ۴۵ ← مهم

بحث پایداری به کمک دیاگرام Bode : * برای محاسبه Φ : mod درجه ، mod رادیان

۱) P.M : $AR=1$ ← $\checkmark\omega$ ← $\checkmark\Phi$ ← $P.M=\Phi-(-180)$ $P.M>0$ (حال پایداری)

۲) G.M : $\Phi=-180$ ← $\checkmark\omega$ ← AR ← $G.M=\frac{1}{AR}$ $G.M>1$

* وقتی $G.M=1$ باشد $P.M=0$ است و بالعکس.

* پایداری را نشان می دهند یا جدول یا $G(S)$ ← صفحه ۴۷ و صفحه ۴۷ (شکل)

به کمک پایداری: ۱) $e^{-\tau s}$ ندارند ۲) $e^{-\tau s}$ دارند — ۱) k پایداری خواسته شده G.M ۲) τ پایداری خواسته شده P.M

$1+GH$ ← راست گیری از معادله شار جدول Routh استفاده می کنیم.

برای تعیین k پایداری :
* اگر تابع انتقال دارای ترم تأخیر زمانی بود از آزمون Routh استفاده نکنید
* در مسائلی که ترم تأخیر زمانی دارند و k مجهول نیست از G.M استفاده می کنیم
* در مسائلی که ترم تأخیر زمانی دارند و در آن τ مجهول باشد از روش P.M استفاده می کنیم (برای بررسی پایداری)

*) دیاگرام Bode، نایکوئیست، GM، PM و شکل مسیر همگی با تابع مدار باز GH سروکار دارند یعنی از مدار باز برای بررسی پایداری مدار بسته استفاده می‌کنند. فقط آزمون Routh با مدار بسته $(1+GH)$ سروکار دارد.

میزان کننده زیگلر نیکولز: $G_c = K_c\left(1+\tau_D s+\frac{1}{\tau_I s}\right)$

برای فرآیند $G(s)$، کنترلر G_c را انتخاب کرده‌ایم. این تنظیم کننده مقادیر K_c، τ_D و τ_I را ارائه می‌دهد.

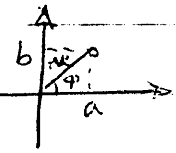
روش: 1) تابع تبدیل مدار باز سیستم بدون کنترلر را تشکیل می‌دهیم. 2) GM را محاسبه کنید.

3) $K_u = \frac{1}{G.M}$ $\quad P_u = \frac{2\pi}{\omega}$ به طور مثال: K_c برای یک کنترلر P: $\boxed{K_c = 0.5K_u}$

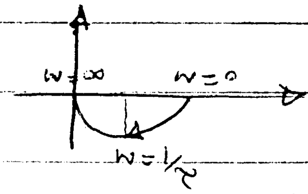
$\omega \rightarrow \phi = +180$?

نایکوئیست

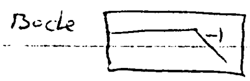
دیاگرام Bode است در مختصات قطبی. { شعاع نایکوئیست $= AR$ ؛ زاویه شعاع با محور حقیقی $= \phi$ }



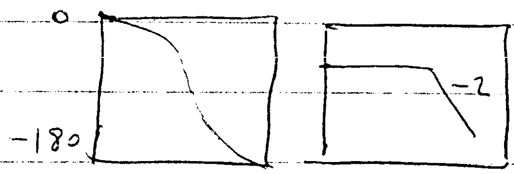
مثال 1): $GH(s) = \frac{1}{\tau s+1}$

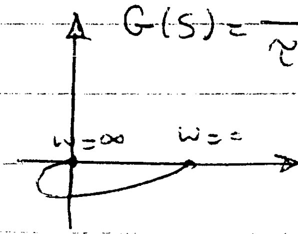


* جهت فلش زیاد شدن ω را نشان می‌دهد.



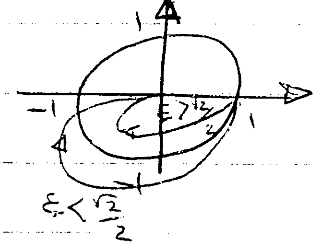
مثال 2): $G(s) = \frac{1}{\tau^2 s^2+2\xi\tau s+1}$

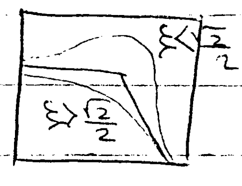




Bode: می‌گوید زاویه منتها 180- است.
φ و AR کاهش می‌یابد

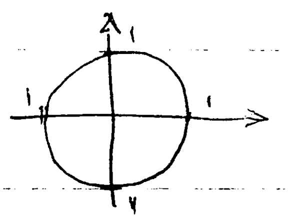
اگر ξ:

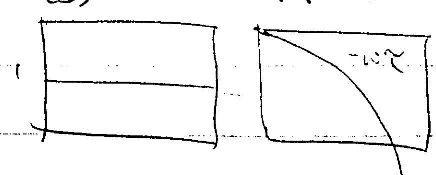




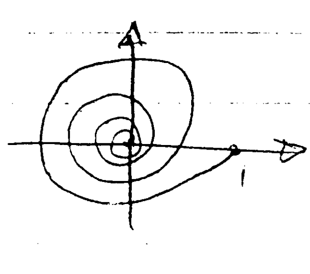
مثال 3): $G(s) = e^{-\tau_d s}$

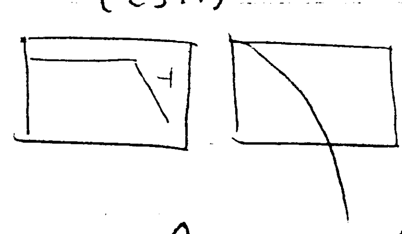
نایکوئیست:





مثال 4): $G(s) = \frac{e^{-\tau_d s}}{(\tau s+1)}$

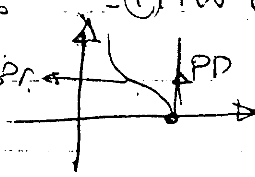




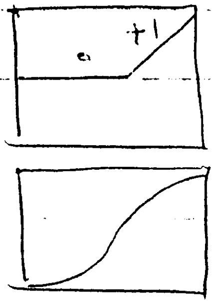
کنترل/ص ۹

مثال ۵) $G(s)=k_c(1+\tau s)$

$=1+i\omega\tau$ ← قسمت حقیقی مستقل از ω



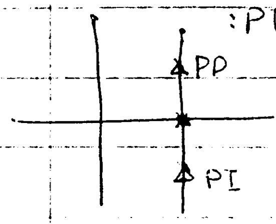
برخی به غلط این گونه رسم می‌کنند اگر در گذشته‌ها بود زاویه ثابت شود.

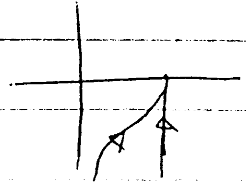


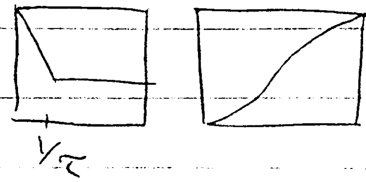
کنترل PI : $G(s)=k_c(1+\frac{1}{\tau_I s})$

توجه:

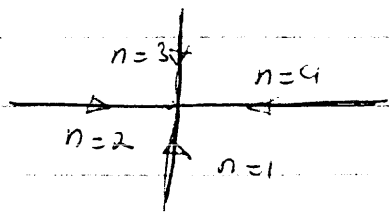
:PID



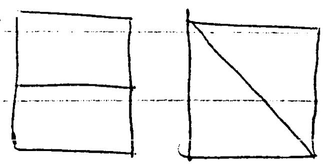




مثال ۶: $\frac{1}{s^n}$

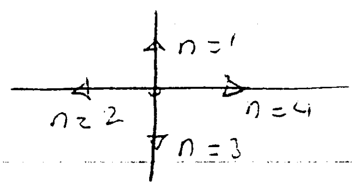


$-\frac{n\pi}{2}$

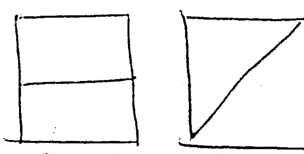


شعاع از ∞ می‌آید تا صفر

s^n

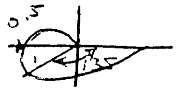


$\frac{n\pi}{2}$



GM و PM نایکوئیست

مثال:



$PM=-135-(-180)=40$

$GM=\frac{1}{0.5}=2$

* سیستم مرتبه اول و دوم همواره پایدار هستند (؟)

بطور کلی:

** روش بررسی پایداری { اگر تابع انتقال داده‌اند با Routh یا G.M یا P.M
اگر شکل داده‌اند با Bode یا نایکوئیست.

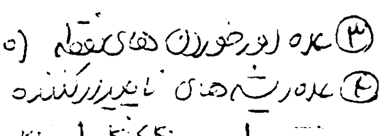
روش بررسی پایداری دیاگرام نایکوئیست: ① دیاگرام قرینه دیاگرام را در ناحیه ω از $-\infty$ تا صفر رسم می‌کنیم (قرینه آینه‌ای نسبت به محور حقیقی) این عمل را انجام می‌دهیم تا نایکوئیست به یک منحنی بسته تبدیل شود.

② عده قطب‌های مدار باز P که در سمت راست محور موهومی قرار دارد. P ← یا در صورت مسئله مشخص شده یا شکل داده شده — اگر داده نشد یعنی ندارد

③ عده دور خوردن‌های نقطه (0 و 1-) در جهت ساعتگرد را حساب کنید وقتی که $\omega = -\infty \to +\infty$.

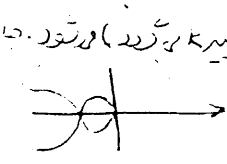
④ عده ریشه‌های ناپایدارکننده: $Z=N+P$ ** توجه: تغییر K موجب تغییر شعاع می‌شود و نه زاویه

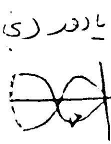
** اگر منحنی بسته تشکیل نشود (0^+ و 0^- بر هم منطبق نگردند) در این صورت نیم دایره‌ای فرضی رسم می‌کنیم که ۱) از 0^- به 0^+ است ۲) ساعتگرد است.

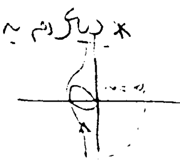


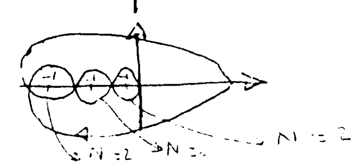
* دیاگرام به 1- نزدیک یا دور (با تغییر K) می‌گردد و جای 1- ثابت است.

* تحت چه شرایطی سیستم دارای یک قطب سمت راست خواهد بود ۱) N=-1 ۲) Z منفی شود









هفته دوم دوره نهایی / کنترل ۱۳۸۳ / .

* offset درجه صنعتی صوارت ؟

۸۶ ۹۴ ۹۵ ۹۷ ۹۸ ۱۰۰ ۱۰۴

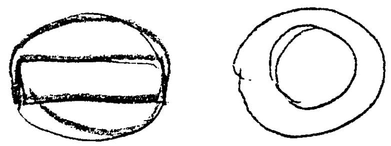
کنترل ۱۳۸۲ /

۸۷ ۹۱ ۹۲ ~~۹۴~~ ~~۹۵~~ ۹۶ ۹۷ ۹۸ ۱۰۰ ۱۰۲ ۱۰۴

کنترل ۸۱

* سرعت بیش از صد ممنوع : ۷ تست غلط

* سرعت از کار ممنوع است



۸۶ ~~۸۸~~ ~~۸۹~~ ۹۱ ~~۹۳~~

۹۴ ~~۹۶~~ ۹۷ ~~۹۸~~ ~~۹۹~~ ~~۱۰۱~~ ۱۰۲ ۱۰۳ ~~۱۰۴~~ ~~۱۰۵~~

کنترل / تست / صاف