

مهندسی صنایع غذایی

مهندسی صنایع غذایی

فهرست مطالب

11	آحاد و ابعاد
21	نیرو
23	انرژی پتانسیل
23	انرژی جنبشی
27	موازنه ماده و انرژی
32	قانون گازهای کامل (ایده آل)
33	قانون بویل
33	قانون شارل
33	قانون آووگادرو
34	محاسبات مربوط به مخلوط گازها
38	دمای واکنش
40	تعاریف و مفاهیم اولیه
40	خواص ترمودینامیکی
41	فرایندها و سیکلها
41	قانون صفرم ترمودینامیک
41	ماده خالص
43	معادلات حالت برای فاز بخار
44	کیفیت و رطوبت
45	مجموعه نکات
46	کار و گرما
46	محاسبه کار در سیستمهای مختلف
47	گرما
48	مجموعه نکات
49	قانون اول ترمودینامیک
50	انرژی داخلی
51	گرمای ویژه حجم ثابت و گرمای ویژه فشار ثابت
51	انرژی داخلی و آنتالپی و گرماهای ویژه گازهای ایده آل
52	قانون اول ترمودینامیک به صورت معادله آهنگ
53	فرایند حالت پایدار - جریان پایدار (STADY STATE STEADY FLOWPROCESS)
53	فرایند حالت یکنواخت - جریان یکنواخت
55	مجموعه نکات

57 قانون دوم ترمودینامیک
57 بازده موتور گرمایی و یخچال
58 بیان قانون دوم ترمودینامیک
58 عوامل ایجاد بازگشت پذیری
59 سیکل کارنو
59 مقیاس ترمودینامیکی دما
61 نامساوی کلاریوس
63 روابط خواص ترمودینامیک
63 اصل افزایش آنتروپی
64 تغییرات آنتروپی در جامدات و مایعات
65 فرایند پلی تروپیک برگشت پذیر برای گاز کامل
65 تحلیل قانون دوم ترمودینامیک در مورد حجم کنترل
66 فرایند برگشت پذیر حالت پایدار - جریان پایدار
66 راندمان ایزنتروپیک
67 برگشت ناپذیری و قابلیت کاردهی
68 مجموعه نکات
69 سیکل های ترمودینامیک
69 سیکل های توان و تبرید
70 سیکل رانکین
71 تأثیر عوامل مختلف بر راندمان سیکل رانکین
72 چرخه رانکین با گرمایش مجدد
72 چرخه رانکین با باز یاب
72 چرخه های توان استاندارد هوا
73 چرخه برایتون
74 سیکل توربین گاز همراه با باز یاب
74 سیکل استاندارد هوا برای دانش جت
74 سیکل اتو
75 سیکل دیزل
76 سیکل تبرید استاندارد هوایی
77 مجموعه نکات
80 مخلوط های گازی
81 مدل دالتون
81 مدل آماگات
82 خواص ترمودینامیکی مخلوط ها
82 مدل ساده شده مخلوط گاز و بخار
82 $f = (\text{Relative humidity})$ رطوبت نسبی
83 $W = (\text{Humidity Ratio})$ (نسبت رطوبت) رطوبت مخصوص
83 فرایند اشباع آدیباتیک
83 دمای حباب خشک (<i>Dry bulb temperature</i>) و دمای حباب تر (<i>Wet bulb temperature</i>)

84	مجموعه نکات
85	روابط ترمودینامیکی
85	معادله کلاپیرون
85	روابط ریاضی برای فاز همگن
85	روابط ماکسول
86	انبساط پذیری حجمی و تراکم پذیری آدیاباتیک و هم‌ما
87	مجموعه نکات
89	مجموعه تست
92	حل تست های
94	مجموعه تست
96	حل: تست
98	مجموعه تست
101	حل
104	مجموعه تست
109	حل تست
112	مجموعه تست
117	حل تست
121	مجموعه تست
127	مجموعه تست
128	حل
129	مجموعه تست
130	حل تست
131	مجموعه تست
133	حل تست
135	خواص سیال:
135	محیط پیوسته:
136	مسیر پویش آزاد:
136	تعریف سیال:
138	سیالات غیرنیوتنی
139	سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان:
141	سیالات غیر نیوتنی تابع زمان
142	سیالات ویسکوالاستیک
142	معرفی سیالات ویسکوالاستیک
143	برخی رفتارهای سیال ویسکوالاستیک
143	تغییر شکل سطح آزاد یک سیال در حال چرخش:
144	تغییر جهت جریانهای ثانویه یک جریان در حال چرخش
145	آماسیدگی جت
145	جریان یک سیال ویسکوالاستیک در یک کانال باز شیب دار

- 146..... جریانه‌های ثانویه در مجراهای غیرمدور
- 146..... بازگشت فنی
- 147..... سیفون بدون لوله
- 147..... لزجت
- 148..... لزجت سینماتیکی
- 148..... روابط میان چگالی، درجه حرارت و غلظت
- 149..... ضریب کشسانی حجمی
- 150..... فشار بخار (تبخیر و جوشش)
- 150..... چگالی نسبی
- 150..... کشش سطحی موئینگی
- 151..... خاصیت موئینگی:
- 153..... ایستایی سیالات
- 155..... معادلات اساسی ایستایی سیالات
- 155..... تغییرات فشار در یک سیال ساکن:
- 157..... تغییرات فشار در یک مایع با لایه های مختلف
- 158..... دستگاه های اندازه گیری فشار:
- 159..... مفاهیم جریان و سینماتیک
- 159..... روش های تحلیل
- 160..... توصیف حرکت سیال
- 160..... معادله خط جریان:
- 161..... توصیف فرایندهای سیال و ساده سازی آنها:
- 162..... جریان یکنواخت:
- 163..... مفاهیم سیستم و حجم کنترل و کاربردهای آن:
- 164..... معادله عمومی انتقال رینولدز:
- 165..... قانون پیوستگی:
- 168..... معادله اندازه حرکت:
- 169..... کاربردهای معادله اندازه حرکت:
- 169..... * تیغه های متحرک: (بسیار مهم)
- 171..... اتلافات ناشی از انبساط ناگهانی لوله:
- 173..... پرش هیدرولیکی
- 174..... جریان لزج: لوله ها و کانالها
- 174..... جریان های آرام و درهم
- 175..... جریانه‌های درونی و بیرونی
- 175..... لوله با سطح مقطع مدور، معادله HAGEN-POISUILLE:
- 177..... افت هد در لوله ها:
- 178..... افت هد در جریان آرام:
- 178..... افت های فرعی:
- 179..... افت هد ناشی از انبساط تدریجی:
- 179..... افت هد ناشی از انقباض ناگهانی:

180	خوردگی فلزات
180	تمایل به خوردگی و مقیاس پتانسیل
180	انواع پیل
181	قرار دادهای الکتروشیمیایی
181	معادله نرنست
184	مفهوم پتانسیل اضافی
185	پلاریزاسیون
186	شدت جریان مبادله (تبادلی)
187	انواع خوردگی
195	حفاظت آندی
197	یادآوری نکات ضروری:
199	مقدمه
199	1-1 رسانایی (CONDUCTION)
201	حالت جامد
201	حالت سیال
203	2-1- جابه‌جایی (CONVECTION)
204	3-1- تابش (RADIATION)
205	4-1- مقایسه انتقال گرما و ترمودینامیک
206	خلاصه نکات
208	خودآزمایی
210	پاسخ تست
211	انتقال حرارت هدایتی
211	1-2- معادله نرخ رسانایی
212	2-2- معادله پخش گرما
215	3-2- شرایط مرزی و اولیه
218	4-2- سطوح گسترش یافته (پره‌ها)
219	5-2- شکل کلی معادله انرژی برای یک سطح گسترش یافته یک بعدی
228	مجموعه نکات
229	مجموعه تست
230	پاسخ
231	رسانایی گرمایی دائم و یک بعدی
231	1-3- رسانایی گرمای دائم و یک بعدی بدون تولید انرژی گرمایی
236	2-3- مقاومت گرمایی
237	3-3- دیوار مرکب
238	4-3- مقاومت سطح تماس
239	5-3- شعاع بحرانی:
240	6-3- رسانایی با تولید انرژی داخلی
247	7-3- روش دیگر برای تحلیل رسانایی

248.....	مجموعه نکات
251.....	مجموعه تست
261.....	پاسخ تستها

آحاد و ابعاد

برای بیان و توصیف کمیت‌های فیزیکی به ابعاد و آحاد نیازمندیم که طبق تعریف ابعاد همان مفاهیم اساسی در اندازه‌گیری کمیت‌های اصلی مانند جرم، طول و زمان هستند.

واحدها نیز به دو دسته‌ی کلی تقسیم‌بندی می‌شوند: واحدهای اصلی و واحدهای فرعی

واحدهای اصلی: واحدهایی هستند که به طور مستقل تعریف می‌شوند مثل طول، جرم و ...

واحدهای فرعی: واحدهایی هستند که از واحدهای اصلی تعریف و مشتق می‌شوند.

آنچه که واضح است این است که هر کمیت فیزیکی بوسیله‌ی یک بعد بیان می‌شود که برخی از آنها به شرح زیر است:

کمیت فیزیکی	بعد
طول	l
جرم	M
زمان	T
سرعت	lT^{-1}
شتاب	lT^{-2}
نیرو	MT^{-2}
فشار	$MI^{-1}T^{-2}$
کار	MI^2T^{-2}

آحاد و ابعاد

آنچه که در این بخش مد نظر است بازنگری و ارائه‌ی مجدد برخی اصول و مفاهیم اساسی شیمیایی و فیزیکی است که اگر چه این مفاهیم در ظاهر آسان به نظر می‌رسند اما کاربرد آن‌ها برای درک و حل مسائل صنعتی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

به طور کلی برای بیان و توصیف کمیت‌های فیزیکی به ابعاد و واحدها نیازمندیم. طبق تعریف ابعاد مفاهیم اساسی در اندازه‌گیری کمیت‌هایی مثل جرم، طول و زمان و ... هستند.

قاعده ی کلی این است که دو بعد تنها در صورتی قابل جمع و تفریق اند که همسان باشند، در حالی که برای دو بعد غیر هم سان انجام اعمال ضرب و تقسیم امکان پذیر است. به عنوان مثال بعد طول با زمان قابلیت جمع یا تفریق شدن را ندارند اما قابلیت تقسیم شدن بر هم را دارند که در صورت تقسیم شدن بعد طول بر زمان مفهوم سرعت ($V = LT^{-1}$) بوجود می آید.

تست : در عبارت زیر متغیر β دارای چه بعدی است؟

$$A = \exp\left(\frac{\beta + 121^{0c}}{50^{0c}}\right)$$

(2) دما

(1) طول

(4) نمی توان اظهار نظر خاصی داشت.

(3) زمان

با توجه به این نکته که تنها دو بعد هم سان می توانند با هم جمع شوند بنابراین β دارای بعد دما است. (گزینه ی 2 پاسخ صحیح است.)

واحدها به دو دسته تقسیم بندی می شوند: واحدهای اصلی و واحدهای فرعی

واحدهای اصلی: واحدهایی هستند که به طور مستقل تعریف می شوند مانند طول، جرم، زمان

واحدهای فرعی: واحدهایی هستند که از واحدهای اصلی مشتق می شوند و لذا وابسته ی به واحدهای اصلی بوده و به طور مستقل قابلیت تعریف شدن ندارند.

در فیزیک 7 کمیت اصلی داریم که برخی از آن ها عبارتند از: مقدار ماده، طول، جرم، زمان و ... که هر یک از این کمیت ها بوسیله یک بعد بیان می شوند. در این بخش آشنایی با 3 کمیت طول، جرم و زمان و کاربرد ابعاد آن ها برای تعریف مفاهیم جدید الزامی است.

کمیت فیزیکی	طول	جرم	زمان
بعد	L	M	T

اکنون با توجه به این نکته، ابعاد غیر هم سان قابلیت ضرب و تقسیم شدن دارند می توان با سایر کمیت های فیزیکی نیز آشنا شد.

$$V = \frac{L}{T} \text{ یا } LT^{-1} \quad \text{سرعت} = \frac{\text{طول}}{\text{زمان}}$$

$$\frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2} \quad \text{شتاب} = \frac{\text{سرعت}}{\text{زمان}}$$

$$LT^{-2}.M : \text{جرم. شتاب} = \text{نیرو (F = m.a)}$$

$$\frac{M}{L^3} = ML^{-3} : \text{چگالی یا دانسیته} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$$

$$\frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2} : \text{فشار} = \frac{\text{نیرو}}{\text{سطح}}$$

$$MT^{-1} : \text{دبی جرمی} = \frac{\text{جرم}}{\text{زمان}}$$

$$L^3T^{-1} : \text{دبی} = \frac{\text{حجم}}{\text{زمان}}$$

$$LT^{-2}.M.L = ML^2T^{-2} : \text{فاصله. نیرو} = \text{کار}$$

بنابراین با داشتن ابعاد اصلی می توان به راحتی بعد بسیاری از کمیت های فیزیکی دیگر را استخراج نمود.

$$\frac{ML^2T^{-2}}{T} = ML^2T^{-3} : \text{کار} = \frac{\text{کار}}{\text{زمان}}$$

با داشتن بعد یک کمیت فیزیکی به راحتی می توان واحد آن را در سیستم دلخواه بدست آورد. به عنوان مثال:

تست - واحد توان P در سیستم CGS کدام است؟

$$(1) \text{ gcm}^2\text{s}^{-3} \quad (2) \text{ gcm}^2\text{s}^{-2} \quad (3) \text{ Lbft}^2\text{S}^{-2} \quad (4) \text{ gcm}^2\text{s}^3$$

همانطوری که بیان شد توان دارای بعد ML^2T^{-3} است که واحد این بعد در سیستم CGS گزینه 1 است.

طبق تعریف ویسکوزیته عبارت است از مقداری از ماده که از واحد زمان از واحد طول عبور می کند بنابراین خواهیم

داشت:

$$(1) : ML^{-1}T^{-1} : \text{ویسکوزیته} = \frac{\text{جرم}}{\text{زمان} \cdot \text{طول}}$$

نکته اینجاست که اگر بعد ویسکوزیته را بر اساس تعریف آن از قانون نیوتن در بحث مکانیک سیالات استخراج کنیم،

ظاهراً بعد آن متفاوت از فرم بالا خواهد بود:

$$T = \frac{F}{A} = \mu \frac{dv}{dy} \quad \text{قانون نیوتن}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{T}{\frac{dv}{dy}} = \frac{F.L^{-2}}{L.T^{-1}/L} = \frac{F.T}{L^2} \quad (2)$$

این رابطه نیز بیانگر بعد ویسکوزیته ی دینامیکی یا مطلق است که اگر نیرو را در آن جایگزین کنیم به همان رابطه ی (1) خواهیم رسید:

$$\frac{F.T}{L^2} = \frac{L.T^{-2}.M.T}{L^2} = \frac{M}{L.T} = ML^{-1}T^{-1}$$

اما بیان ویسکوزیته طبق رابطه ی (2) در سیستم CGS بیانگر واحد ویسکوزیته ی مطلق یا همان پویز است.

$$\text{پویز} \rightarrow \text{poise} \quad \text{واحد} \quad \text{CGS: } \mu = \frac{\text{ثانیه} \times \text{نیوتن}}{\text{cm}^2}$$

تست - واحد ویسکوزیته ی مطلق در سیستم SI کدام است؟

$$(1) \quad (2) \text{ ثانیه. پاسکال} \quad (3) \text{ سانتی پویز} \quad (4) \frac{\text{kg}}{\text{cm.s}}$$

بیان شد که بعد ویسکوزیته به شکل $\frac{F.T}{L^2}$ است، از طرفی می دانیم که L^2 بیانگر مفهوم سطح است و لذا نیرو تقسیم

بر سطح همان فشار خواهد بود که دارای واحد پاسکال در سیستم SI است:

$$\frac{F.T}{L^2} = \frac{F.T}{A} = P \cdot T$$

بنابراین گزینه ی 2 پاسخ صحیح است.

تست - کدام رابطه برای بیان واحد ویسکوزیته صحیح می باشد؟

$$1P_0 = 0/1N.sec/m^2 \quad (2) \quad 1P_0 = N.sec/m^2 \quad (1)$$

$$1P_0 = 1kg/cm.sec \quad (4) \quad 1P_0 = 242lb/in.sec \quad (3)$$

$$\text{بعد ویسکوزیته در CGS: } \frac{F.T}{L^2} = \frac{\text{dya.sec}}{\text{cm}^2} \Rightarrow \frac{10^{-5}N}{1\text{dg}} \times \frac{(100\text{cm})^2}{(1\text{m})^2} = 0/1N.sec/m^2$$

بنابراین گزینه 2 پاسخ صحیح است.

تست - می دانیم واحد ویسکوزیته، پواز از نظر ابعادی $ML^{-1}T^{-1}$ می باشد. با توجه به سیستم انتخابی کدام

گزینه قابل قبول می باشد

$$1\text{poise} \Rightarrow 0/1N \cdot \frac{\text{sec}}{\text{m}^2} \quad (2)$$

$$1\text{poise} \Rightarrow 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{sec}} \quad (1)$$

$$1\text{poise} \Rightarrow 242 \frac{\text{Lb}}{\text{in} \cdot \text{hr}} \quad (4)$$

$$1\text{poise} \Rightarrow 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \cdot \text{sec}} \quad (3)$$

می دانیم که، پواز در سیستم CGS تعریف می شود و طبق تعریف آن داریم:

$$\text{poise} : \frac{\text{dya.S}}{\text{cm}^2} \times \frac{10^{-5} \text{N}}{1\text{dg}} \times \frac{(100\text{cm})^2}{(1\text{m})^2} = 0/1 \frac{\text{N} \cdot \text{sec}}{\text{m}^2}$$

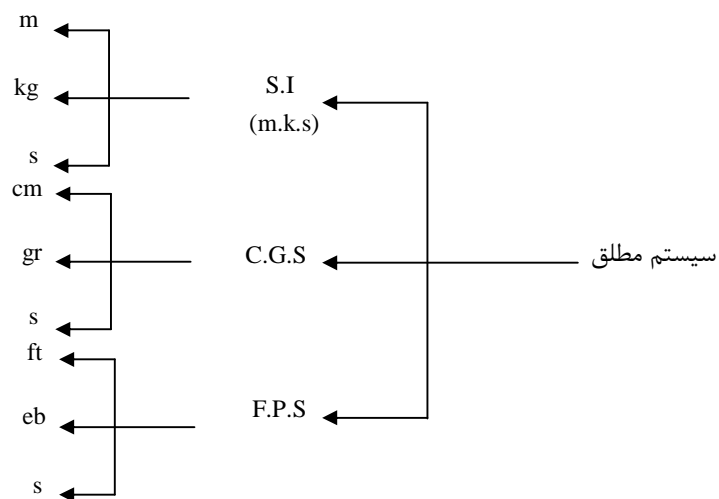
بنابراین گزینه 2 پاسخ صحیح است.

ویسکوزیته دارای انواع دیگری نیز می باشد که در مباحث بعدی قید خواهد شد.

کمیت های اصلی در 2 قالب یا 2 سیستم مورد بررسی قرار می گیرند و بیان می شوند: سیستم نسبی یا مطلق یا

دینامیک Absolut system سیستم نسبی یا ثقلی

هر یک از این سیستم ها خود به انواع مختلفی دسته بندی می شوند:



سیستم مهندسی انگلیسی

(English or British Engineering) E.E سیستم مهندسی انگلیسی

سیستم نسبی یا

(American Engineering) A.E سیستم مهندسی امریکایی

در جدول زیر معمول ترین واحدهایی که در سیستم های مختلف مورد استفاده قرار می گیرند ارائه شده است.

unit system	طول	زمان	جرم	نیرو	انرژی
CGS	cm	Sec	gr	dyne	Cal, erg
SI	m	Sec	Kg	N	J, cal
FPS	ft	Sec	Lb	poundal	Ft. poundal
E.E	ft	Sec	slug	Pound weight	Btu
AE	ft	Sec	Lbm	lbf	Btu

با استفاده از این جدول می توان اطلاعات بسیار مفیدی استخراج نمود که از آن جمله تعریف برخی از واحدهاست. به عنوان مثال می توان با استفاده از جدول فوق dyne را که واحد نیرو در سیستم CGS است به این شکل تعریف نمود که این عبارت است از نیرویی که به جسمی به جرم 1gr وارد شده و به آن شتابی معادل $1\frac{cm}{s^2}$ می دهد. به همین شکل می توان سایر کمیت های مهم موجود در جدول را نیز توصیف نمود.

تست - پاندال (poundal) عبارت است از:

(1) نیرویی که جسمی به جرم 1kg وارد شده و به آن شتابی معادل $1\frac{m}{s^2}$ می دهد.

(2) نیرویی که جسمی به جرم 1Lb وارد شده و به آن شتابی معادل $1\frac{m}{s^2}$ می دهد.

(3) نیرویی که جسمی به جرم 1Lb وارد شده و به آن شتابی معادل $1\frac{ft}{s^2}$ می دهد.

(4) نیرویی که جسمی به جرم 1g وارد شده و به آن شتابی معادل $1\frac{cm}{s^2}$ می دهد.

طبق توضیحات ارائه شده و توجه به جدول فوق می توان به آسانی نتیجه گیری کرد که پاسخ صحیح گزینه 3 است. کاربرد دیگر جدول بالا تبدیل واحد از یک سیستم به سیستم دیگر است. به عنوان مثال تبدیل واحد انرژی erg از سیستم CGS به واحد انرژی ژول (j) در سیستم SI است که برای این منظور نیاز است ابتدا ضرایب تبدیل مورد نیاز بیان شوند:

عامل های تبدیل یا ضرایب تبدیل مورد نیاز برای جرم:

$$1\text{Lb} = 454\text{gr} = 0/454\text{kg}$$

$$1\text{kg} = 2/2\text{Lb}$$

$$1\text{ton} = 2000\text{Lb}$$

ضرایب تبدیل مورد نیاز برای طول:

$$1\text{ft} = 12\text{in}$$

$$1\text{ft} = 30/48\text{cm} = 0/3048\text{m}$$

$$1\text{in} = 2/54\text{cm}$$

$$1\text{yd} = 3\text{ft}$$

$$1\text{m} = 1/096\text{yd}$$

$$1\text{mile} = 1609\text{m}$$

ضرایب تبدیل مورد نیاز برای حجم:

$$1\text{lit} = 1000\text{cm}^3$$

$$1\text{m}^3 = 1000\text{lit}$$

$$1\text{m}^3 = 35/31\text{ft}^3$$

$$1\text{ft}^3 \text{H}_2\text{O} = 7/48\text{gal}$$

$$1\text{lit} = 1\text{dm}^3$$

$$1\text{gal} = 3/785\text{lit}$$

$$1\text{bbl} = 42\text{gal} = 158\text{lit}$$

از صنایع نفت

ضرایب تبدیل مورد نظر برای انرژی:

$$1\text{cal} = 4/184\text{j}$$

$$1\text{kcal} = 4/184\text{kJ}$$

$$10\text{tu} = 252\text{cal}$$

$$1 \text{ اسب بخار} = 746 \text{ وات} = 00/746\text{Kw}$$

همانطور که ذکر شد می توان کمیت اندازه گیری شده برحسب یک واحد را به واحد هم ارز آن در سیستم دیگری تبدیل کرد، برای این منظور از ضرایب یا عامل های تبدیل استفاده می شود.

تست - یک نیوتن معادل چند dyne است؟

10^7 (4)

10^{-7} (3)

10^5 (2)

10^{-5} (1)

واحد نیرو در سیستم SI



$$1\text{N} = ? \text{ dyn} \Rightarrow \text{kgm/s}^2 = ? \text{gr.cm/s}^2$$

↓
واحد نیرو در سیستم CGS

$$1\text{kg.m/s}^2 = \frac{1000\text{gr}}{1\text{kg}} \times \frac{100\text{cm}}{1\text{m}} = 10^5 \text{ gr.cm/s}^2$$

$$\Rightarrow 1\text{N} = 10^5 \text{ dyn}$$

$$1\text{dyn} = 10^{-5} \text{ N}$$

گزینه ی 2 صحیح است.

تست - یک ژول (j) معادل چند erg است؟

10^{-7} (4)

10^7 (3)

10^{-5} (2)

10^5 (1)

واحد انرژی در سیستم CGS



$$1\text{j} = ? \text{ erg} \Rightarrow \text{kgm}^2 / \text{s}^2 = ? \text{gr.cm}^2 / \text{s}^2$$

↓
واحد انرژی در سیستم CGS

$$1\text{kg.m}^2 / \text{s}^2 = \frac{1000\text{gr}}{1\text{kg}} \times \frac{(100\text{cm})^2}{(1\text{m})^2} = 10^7 \text{ gr.cm}^2 / \text{s}^2$$

$$\Rightarrow 1\text{j} = 10^7 \text{ erg}$$

$$1\text{erg} = 10^{-7} \text{ j}$$

گزینه ی 3 صحیح است.

از مثال بالا می توان نتیجه گیری کرد که علاوه بر اعداد، ابعاد نیز می توانند به توان برسند.

مثال - تبدیل واحدهای زیر را انجام دهید.

(الف) $25\text{ft}^3 / \text{sec} = ? \text{m}^3 / \text{hr}$

$$25\text{ft}^3 / \text{sec} \times \frac{(0.3048\text{m})^3}{(1\text{ft})^3} \times \frac{3600\text{sec}}{1\text{hr}} \cong 102 \Rightarrow 25\text{ft}^3 / \text{s} \cong 102\text{m}^3 / \text{hr}$$

(ب) $400\text{in}^3 / \text{day} = ? \text{cm}^3 / \text{min}$

$$400\text{in}^3 / \text{day} \times \frac{(2.54\text{cm})^3}{(1\text{in})^3} \times \frac{1\text{day}}{24\text{hr}} \times \frac{1\text{hr}}{60\text{min}} = 4/55\text{cm}^3 / \text{min}$$

تست - $42\text{ft}^2 / \text{hr}$ معال چند cm^2 / sec است؟

1/083 (4)

10/83 (3)

108 (2)

100/8 (1)

$$42\text{ft}^2 / \text{hr} \times \frac{(30.48\text{cm})^2}{(1\text{ft})^2} \times \frac{1\text{hr}}{3600\text{sec}} = 10/83\text{cm}^2 / \text{sec}$$

گزینه 3 پاسخ صحیح است.

تست - سرعت یک واکنش شیمیایی طبق رابطه ی آرینوس به صورت $k = k_0 e^{\frac{E}{A(t+\beta)R}}$ است که E انرژی

اکینوآسیون بر حسب $\frac{\text{J}}{\text{gr mole}}$ ، t دما و R ثابت گازهاست. (یادآوری: k سرعت واکنش در دمای t بر حسب

$\text{gr.mol/cm}^3 \cdot \text{s}$ می باشد).

واحد A و b به ترتیب عبارتند از:

(2) $[\text{A}]$ و gr mole/j و $[\text{B}]$ بدون بعد

(1) $[\text{A}]$ و gr mole/j و $[\text{B}]$ سانتی گراد

(4) $[\text{A}]$ بدون بعد و $[\text{B}]$ سانتی گراد

(3) هر دو بدون بعد هستند.

برای پاسخ به این سؤال باید به 2 نکته توجه داست:

1- دو کمیت تنها زمانی قابلیت جمع و تفریق شدن دارند که دارای بعد یکسان باشند.

2- همواره یک عبارت بدون بعد می تواند به توان برسد.

از نکته ی اول استفاده می شود که کمیت B نیز دارای بعد دما بوده لذا دارای واحد سانتی گراد خواهد بود و با استفاده

از نکته ی دوم در خواهیم یافت که کل عبارت $\frac{E}{A(t+\beta)R}$ باید بدون بعد باشد. با جایگذاری داده های صورت مسئله خواهیم داشت:

$$\frac{E}{A(t+\beta)R} : \frac{j/\text{gr.mol}}{A(^{\circ}\text{C})\left(\frac{j}{\text{gr.mol } ^{\circ}\text{C}}\right)} : \frac{1}{A} \Rightarrow \text{بدون بعد A}$$

بنابراین گزینه 4 پاسخ صحیح است.

تست - ضریب هدایت حرارتی بنزن مایع $29 \times 10^{-5} \frac{\text{cal}}{\text{s.cm}^{\circ}\text{C}}$ است. این ضریب بر حسب واحد $\frac{\text{w}}{\text{m}^{\circ}\text{C}}$ چقدر است؟

- (1) 29×10^{-3} (2) 0/121 (3) 0/221 (4) 2/21

نکته ی حائز اهمیت در پاسخ به این سؤال این است که می دانیم وات واحد توان بوده و معادل $\frac{j}{s}$ است.

$$29 \times 10^{-5} \frac{\text{cal}}{\text{s.cm}^{\circ}\text{C}} \times \frac{4/184j}{1\text{cal}} \times \frac{100\text{cm}}{1\text{m}} = 0/121 \frac{j}{\text{m}^{\circ}\text{C.s}} = 0/121 \frac{\text{w}}{\text{m}^{\circ}\text{C}}$$

بنابراین گزینه 2 پاسخ صحیح است.

تست - چگالی اسید سولفوریک غلیظ $1/96 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ است. چگالی آن در سیستم مهندسی $\left(\frac{\text{Lbm}}{\text{ft}^3}\right)$ برابر است

با:

- (1) 98/8 (2) 122/4 (3) 152/7 (4) 246/5

$$1/96 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \times \frac{1\text{Lbm}}{454\text{gr}} \times \frac{(30/48\text{cm})^3}{(\text{1ft})^3} = 122/4 \frac{\text{Lbm}}{\text{ft}^3}$$

گزینه 2 صحیح است.

تست - کسری که صورت آن ویسکوزیته و مخرج آن دانسیته باشد $\left[\frac{\mu}{\rho}\right]$ ، چه واحدی در سیستم SI دارد؟

- (1) $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (2) $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ (3) $\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ (4) $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\frac{\mu}{\rho} : \frac{\text{L.T}}{\text{L}^3} \longrightarrow \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m.s}}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \frac{\text{kg.m}^3}{\text{kg.m.s}} = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

سیستم SI

گزینه 2 صحیح است.

ذکر این نکته نیز قابل توجه است که نسبت ویسکوزیته ی دینامیکی یا مطلق به چگالی یا دانسیته را ویسکوزیته ی سینماتیکی می گویند که از پاسخ سؤال معلوم می شود ویسکوزیته ی سینماتیکی در سیستم SI دارای واحد $\frac{m^3}{s}$ می باشد.

تست- هرگاه مقدار شتاب ثقل برابر $g = 4/167 \times 10^8 \frac{ft}{hr^2}$ گزارش شده باشد، مقدار آن در سیستم CGS چه خواهد بود؟ (شیمی کاربردی دانشگاه آزاد - سال 82).

$$9/8 \frac{cm}{sec^2} \quad (4)$$

$$980 \frac{cm}{sec^2} \quad (3)$$

$$0/98 \frac{cm}{sec^2} \quad (2)$$

$$9/8 \frac{m}{sec^2} \quad (1)$$

$$4/167 \times 10^8 \frac{ft}{hr^2} \times \frac{30/48 cm}{1ft} \times \frac{(1hr)^2}{(3600sec)^2} = 980 \frac{cm}{sec^2}$$

گزینه 3 پاسخ صحیح است.

تست- کمیت B در عبارت زیر دارای چه واحدی است؟ (R ثابت جهانی گازها است).

$$k = L \exp\left(\frac{B}{R}\right)$$

$$j.gr.mol \text{ } ^\circ C \quad (4)$$

$$\text{بدون بعد} \quad (3)$$

$$\frac{gr.mol \text{ } ^\circ C}{j} \quad (2)$$

$$\frac{j}{gr.mol \text{ } ^\circ C} \quad (1)$$

واضح است که عبارت $\frac{B}{R}$ باید بدون بعد باشد و این تنها در صورتی امکان پذیر است که B و R دارای واحدهای یکسانی باشند:

$$\frac{B}{R} \text{ بدون بعد}$$

$$B \equiv R \equiv \frac{j}{gr.mol \text{ } ^\circ C}$$

بنابراین گزینه 1 پاسخ صحیح است.

نیرو

نیرو در سیستم SI دارای واحد نیوتن است و طبق تعریف یک نیوتن عبارت است از مقداری از نیرو که اگر به جسمی

به جرم یک کیلوگرم وارد شود شتابی معادل $1 \frac{m}{s^2}$ بر آن اعمال می کند. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتن خواهیم داشت:

$$f \times m a$$

برای تبدیل تناسب به تساوی عبارت را در ثابتی به نام C ضرب می کنیم.

$$F = cma$$

که در این رابطه F : نیرو، a شتاب، m جرم و C ثابتی است که مقدار عددی آن به واحدهای $m.F$ و a بستگی دارد.

$$F = cma$$

$$c = \frac{1}{g_c}$$

از طرفی:

$$\Rightarrow F = \frac{m.a}{g_c}$$

آنچه که حائز اهمیت است آن است که مقدار عددی g_c در سیستم های مختلف کدام است تا بر اساس آن بتوان مقدار نیرو و سایر پارامترهای مورد نیاز را محاسبه کرد.

$$F = cma = \frac{m.a}{g_c} \Rightarrow g_c = \frac{m.a}{F} \left\{ \begin{array}{l} \text{SI: } g_c = 1 \frac{\text{kg.m}}{\text{N.sec}^2} \\ \text{CGS: } g_c = 1 \frac{\text{gr.cm}}{\text{dya.sec}^2} \\ \text{FPS: } g_c = 1 \frac{\text{lbm.ft}}{\text{lbf.sec}^2} \\ \text{E.E: } g_c = 1 \frac{\text{s ln g.ft}}{\text{lbf.sec}^2} \\ \text{A.E: } g_c = 32/174 \frac{\text{lbm.ft}}{\text{lbf.sec}^2} \end{array} \right.$$

بنابراین تنها در سیستم مهندسی امریکایی است که برای انجام محاسبات باید به مقدار عددی g_c توجه کنیم و آن را برای انجام محاسبات در نظر بگیریم اما در سایر سیستم ها به علت مقدار عددی g_c ($g_c = 1$) در نظر گرفتن آن الزامی

ندارد. (به همین خاطر در محاسبات معمولی که در سیستم SI انجام می گیرند رابطه ی $F = \frac{m.a}{g_c}$ عملاً به شکل

$F = m.a$ بیان و مورد استفاده قرار می گیرد.)

سایر کمیت های فیزیکی نیز از همین قاعده برخوردارند. به عنوان مثال تغییر در میزان انرژی یا کار متناسب است با حاصلضرب نیرو در تغییر مکان یا جابجایی:

$$dw \times F \cdot dx$$

تست- برای تبدیل تناسب به تساوی عبارت را در $C = \frac{1}{g_c}$ ضرب می کنیم لذا:

$$w = \frac{F \cdot x}{g_c} = \frac{m \cdot a \cdot x}{g_c} \quad (\text{کار در یک بعد})$$

انرژی پتانسیل

تغییر در انرژی پتانسیل متناسب است با حاصلضرب نیرو در تغییر ارتفاع جسم از مبدأ.

$$d) E_p \times F \cdot dh \Rightarrow E_p = \frac{m \cdot g \cdot h}{g_c}$$

تست- انرژی پتانسیل یک مخزن به جرم 100lb که در ارتفاع 10ft از سطح زمین قرار دارد برحسب ft.lbf تقریباً کدام است؟

1 (4

1000 (3

100 (2

10 (1

$$E_p = \frac{m \cdot g \cdot h}{g_c}$$

چون صورت سؤال سیستم را مهندسی امریکایی در نظر گرفته است لذا g_c باید در محاسبات وارد شود. از طرفی

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$ است که برای استفاده در سیستم مهندسی باید تبدیل شود زیرا:

$$9.8 \text{ m/s}^2 \times \frac{1 \text{ ft}}{0.3048 \text{ m}} = 32.2 \text{ ft/s}^2$$

$$\Rightarrow E_p = 100 \text{ lbm} \times 32.2 \text{ ft/s}^2 \times 10 \text{ ft} \times \frac{1}{32.174 \frac{\text{ft} \cdot \text{lbm}}{\text{lb} \cdot \text{sec}^2}} \cong 1000 \text{ ft} \cdot \text{lb} \cdot \text{f}$$

پاسخ گزینه ی 3 است.

انرژی جنبشی

به شکل مشابه انرژی جنبشی نیز اینگونه تعریف می شود که:

$$E_c = \frac{m}{2g_c} \cdot v^2$$

تست - یکصد پوند آب در درون لوله ای با سرعت $10 \frac{ft}{sec}$ در جریان است. انرژی جنبشی آن بر حسب ft.lbf

کدام است؟

0/155 (4)

1/55 (3)

15/5 (2)

155 (1)

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{m}{g_c} \cdot v^2$$

از آن جایی که صورت مسئله سیستم را مهندسی انتخاب کرده است لذا در نظر گرفتن g_c الزامی است.

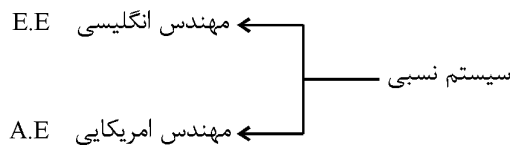
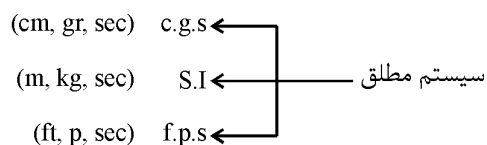
$$E_c = \frac{1}{2} \times 100lb \times \left(10 \frac{ft}{s}\right)^2 \times \frac{1}{32/174 \frac{ft \cdot lbm}{lbf \cdot sec^2}} = 155ft \cdot lbf$$

بنابراین گزینه 1 پاسخ صحیح است.

کمیت‌های اصلی در 2 قالب یا 2 سیستم مورد بررسی و بیان قرار می‌گیرند:

سیستم نسبی

سیستم مطلق



جداولی وجود دارد که واحدهای هر یک از این سیستم‌ها در آنها بیان شده است که با استفاده از آنها می‌توان ارتباطات

بین هر یک از سیستم‌ها و واحدهای آنها را بیان کرد.

برخی از تبدیل واحدهای مورد استفاده در این درس ذیلاً آمده است:

جرم

$$1lb_m = 454gr$$

$$1\text{lb}_m = 0.454\text{kg}$$

$$1\text{kg} = 2.2\text{lb}$$

$$1\text{ton} ; 2000\text{lb}$$

طول

$$1\text{in} = 2.54\text{cm}$$

$$1\text{ft} = 30.48\text{cm} = 0.3048\text{m}$$

$$1\text{ft} = 12\text{in}$$

$$1\text{m} = 1.0936\text{yd}$$

حجم

$$1\text{lit} = 1000\text{cm}^3$$

$$1\text{m}^3 = 1000\text{lit}$$

$$1\text{m}^3 = 35.31\text{ft}^3$$

$$1\text{lit} = 1\text{dm}^3$$

فشار

$$1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1\text{pa}$$

$$10^5\text{pa} = 1\text{bar}$$

$$1\text{atm} = 760\text{torr} = 76\text{cmHg} = 760\text{mmHg} = 1.01325\text{bar}$$

دما

$$^{\circ}\text{F} = 1.8^{\circ}\text{C} + 32$$

$$^{\circ}\text{R} = ^{\circ}\text{F} + 460$$

$$\text{k} = ^{\circ}\text{C} + 273$$

$$^{\circ}\text{R} = 1.8\text{k}$$

تست - سرعت یک واکنش شیمیایی طبق رابطه‌ی آرینوس به صورت $k = k_0 e^{\frac{E}{A.(t+B).R}}$ است که در آن E

انرژی اکتیواسیون بر حسب $\frac{\text{J}}{\text{gr.mol}}$ ، t دما و R ثابت گازهاست. (یادآوری: k سرعت واکنش در دمای t

بر حسب $\frac{\text{gr.mol}}{\text{cm}^3.\text{s}}$ است.)

واحد A و B به ترتیب عبارت‌اند از:

$$(2) \quad \frac{[\text{A}]}{\text{gr.mole}} \quad \text{و} \quad \frac{[\text{B}]}{\text{gr.mole}} \quad \text{بدون بعد}$$

$$(1) \quad \frac{[\text{A}]}{\text{gr.mole}} \quad \text{و} \quad \frac{[\text{B}]}{\text{gr.mole}} \quad \text{سانتی‌گراد}$$

(3) هر دو بدون بعد

(4) [A] بدون بعد و [B] سانتی‌گراد

حل: واضح است که کمیت نمایی باید بدون بعد باشد، از طرفی می‌دانیم که ثابت گازها دارای بعد زیر است:

$$R : \frac{j}{\text{gr mole} \cdot ^\circ\text{C}}$$

بنابراین برای عبارت زیر خواهیم داشت:

$$\frac{E}{e^{A(+(B) \cdot R)} : \frac{\frac{j}{\text{gr mole}}}{A \cdot (^\circ\text{C} + B) \cdot \frac{j}{\text{gr mole} \cdot ^\circ\text{C}}}}$$

نکته: دو کمیت تنها زمانی با یکدیگر جمع می‌شوند که دارای بعد یکسان باشند بنابراین B دارای بعد درجه سانتی‌گراد خواهد بود.

$$\frac{1}{A} : \text{بدون بعد} \Rightarrow A : \text{بدون بعد}$$

تست - چگالی اسیدسولفوریک غلیظ $\frac{1}{96} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ است. چگالی آن در سیستم مهندسی $\frac{\text{lbm}}{\text{ft}^3}$ برابر است با:

246/5 (4)

152/7 (3)

122/4 (2)

98/8 (1)

$$\frac{1}{96} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ lbm}}{454 \text{ gr}} \times \frac{(30/48)^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ ft}^3} = 122/24$$

تست - کسری که صورت آن ویسکوزیته و مخرج آن دانسیته باشد $(\frac{M}{\rho})$ ، چه واحدی در SI دارد؟

$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$ (4)

$\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ (3)

$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ (2)

$\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (1)

همانطور که ذکر شد ویسکوزیته می‌تواند دارای بعد $\text{MI}^{-1}\text{T}^{-1}$ باشد، دانسیته نیز دارای بعد MI^{-3} است بنابراین:

$$\frac{\text{MI}^{-1}\text{T}^{-1}}{\text{MI}^{-3}} = \frac{\text{l}^2}{\text{T}} \xrightarrow{\text{SI}} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

سیستم SI

موازنه ماده وانرژی

یکی از مفاهیم اساسی مورد استفاده در طراحی سیستم های مهندسی مفهوم موازنه‌ی مواد است. این بحث بر پایه‌ی قانون بقای ماده استوار است که طبق این قانون جرم نه به وجود می‌آید و نه از بین می‌رود بلکه مقداری است ثابت.

برای انجام موازنه‌ی جرم ابتدا لازم است سیستم مورد بررسی مشخص شود. (سیستم یک قسمت دلخواه از فرآیند یا کل

فرآیند است که مهندس جهت تجزیه و تحلیل در نظر می‌گیرد).

سیستم بوسیله‌ی مرز از سایر قسمت‌ها یا از محیط جدا می‌شود.

طبق یک تقسیم‌بندی سیستم به 2 نوع سیستم بسته و باز تقسیم می‌شود که سیستم باز یا پیوسته به سیستمی گفته می‌شود که مواد از حدود آن یا مرز آن عبور می‌کنند ولی در سیستم ناپیوسته یا بسته مواد از حدود سیستم خارج نمی‌شوند.

غالباً سیستم‌های باز یا پیوسته در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرند، این سیستم‌ها دارای جریان ورودی و خروجی مواد

بوده و از همین رو تجمع جرم در این سیستم‌ها وجود ندارد به این معنی که:

$$0 = \text{تجمع} \Rightarrow \text{جریان جرم پیوسته}$$

معادله‌ی عمومی موازنه‌ی مولی بر روی سیستم‌های مختلف به شکل زیر است:

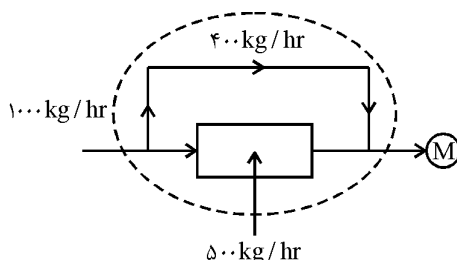
$$\text{مصرف ماده در داخل سیستم} - \text{تولید ماده در داخل سیستم} + \text{جرم خروجی از محدوده‌ی سیستم} - \text{جرم ورودی به داخل حدود سیستم} = \text{جرم تجمع یافته در سیستم}$$

با توجه به نکات فوق‌الذکر و با در نظر گرفتن حالت پایا steady state خواهیم داشت:

$$\text{جرم خروجی از سیستم} = \text{جرم ورودی به سیستم} \Rightarrow 0 = \text{تجمع}$$

(مشروط بر اینکه تولید و مصرف مواد وجود نداشته باشد).

تست - مقدار جریان M بر حسب $\frac{\text{kg}}{\text{hr}}$ چقدر است؟



1900 (1)

1500 (2)

1100 (3)

900 (4)

حل: همانگونه که ذکر شد اولین مرحله مشخص کردن سیستم مورد بررسی است که در شکل با خط چین نمایش داده شده است. واضح است جریانهایی که داخل سیستم قرار می گیرند در معادلات موازنه وارد نمی شوند بنابراین:

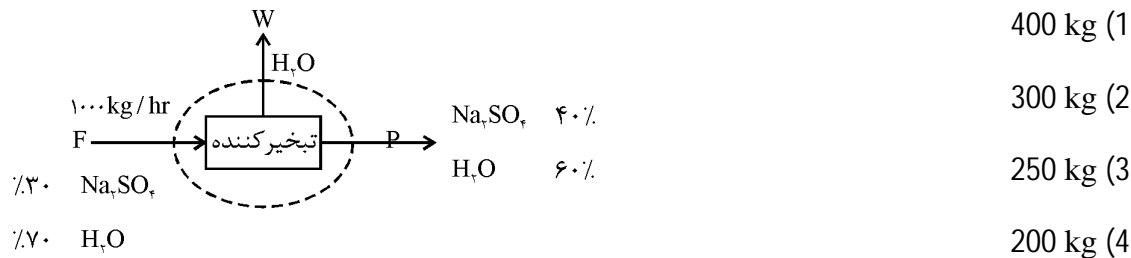
خروجی = ورودی

$$1000 + 500 = M \Rightarrow M = 1500 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

انجام موازنه حول یک سیستم به روشهای متفاوتی امکان پذیر است اما با توجه به شرایط ممکن است محدودیت هایی ایجاد شود. بطور کلی چنانچه در سیستم موجود بررسی واکنش شیمیایی اتفاق نیفتد می توان انواع موازنه ها را انجام داد. (شامل موازنه ی کلی، موازنه ی مؤلفه و یا موازنه ی عنصری) اما اگر در سیستم مورد بررسی واکنش شیمیایی انجام گیرد آن گاه فقط می توان موازنه ی کلی و موازنه ی عنصری انجام داد.

* در حل مسائل مربوط به موازنه باید از منحصر به فرد بودن جواب معادلات اطمینان حاصل کنیم یعنی باید تعداد معادلات مستقل با تعداد مجهولات که مقادیر آنها با حل معادلات بدست می آید برابر باشد.

تست - در عمل تبخیر و تغلیظ زیر میزان W چه می باشد؟ (درصدها وزنی می باشد).



حل: ابتدا سیستم را مشخص می کنیم.

جریانها را نام گذاری می کنیم.

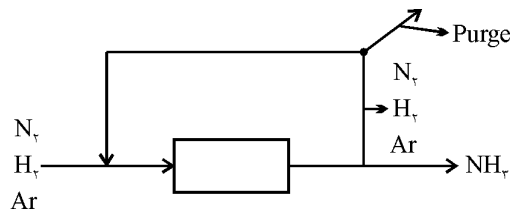
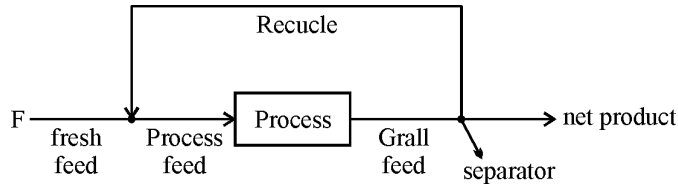
موازنه ی کلی $F = P + W$

موازنه ی Na_2SO_4 $0/3 \times 1000 = 0/4 P \Rightarrow P = 750 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$

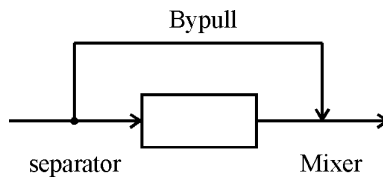
موازنه ی H_2O $0/7 \times 1000 = 0/6 \times 750 + w \Rightarrow 700 = 450 + w \Rightarrow w = 250 \text{kg}$

جریان برگشتی Recycle: گاهی قسمتی از مواد خروجی از رآکتور جهت بهینه سازی نتایج فرآیند به رآکتور برگردانده می شود که به این جریان برگشت داده شده جریان Recycle می گویند.

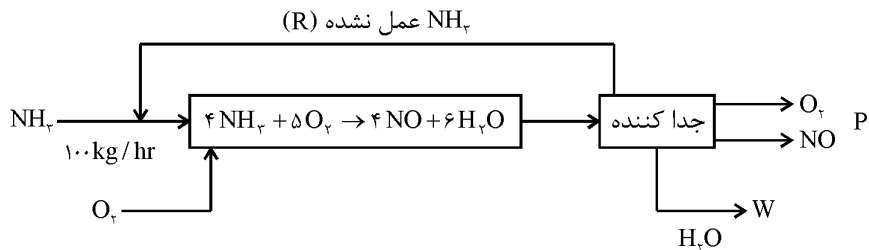
جریان زدایش Purge: جریانی است که به منظور حذف تجمع مواد بی اثر یا نامطلوب که در اثر جریان برگشتی ایجاد می شود از سیستم جدا می شود. (جریانی که از سیستم جدا شده است جریان زدایش می گویند).



جریان کنار گذار Bypass: جریانی که به هر دلیلی وارد رآکتور نمی شود و از کنار فرآیند عبور کرده و نهایتاً وارد جریان محصول می گردد.



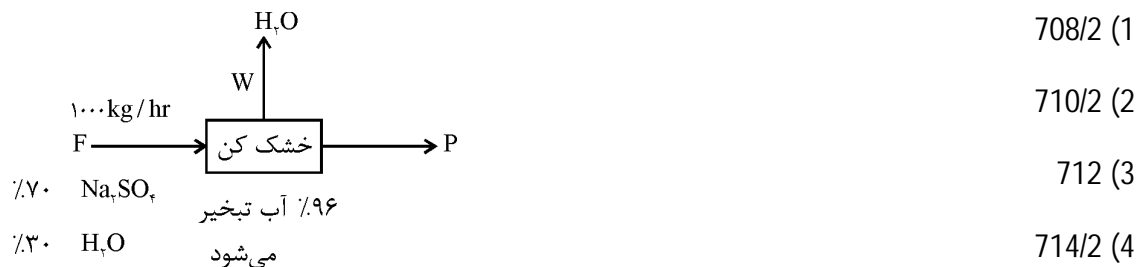
تست - یک سیستم واکنش شیمیایی با عمل برگشت (Recycle) در شکل زیر نشان داده شده است. مقادیر معادل P به ترتیب در هر ساعت چقدر می باشند.



- | | | | | | | | |
|---------|----|---------|----|---------|----|--------|----|
| w = 100 | (4 | w = 150 | (3 | w = 100 | (2 | w = 50 | (1 |
| p = 150 | | p = 100 | | p = 100 | | p = 50 | |

حل: از طرح رآکتور واضح است که واکنش شیمیایی انجام می‌گیرد بنابراین می‌توان از موازنه‌ی عنصری استفاده کرد:
 موازنه‌ی جرم برای عنصر نیتروژن نشان می‌دهد که به ازای هر مول از NH_3 ورودی نیتروژن فقط به شکل NO خارج می‌شود بنابراین چون داریم خروجی = ورودی لذا به میزان NH_3 ورودی یعنی $100 \frac{\text{mole}}{\text{hr}}$ خروجی NO هم داریم.
 خروجی هیدروژن نیز تنها به شکل H_2O است بنابراین با توجه به ضریب هیدروژن در NH_3 و H_2O خروجی معادل $\frac{3}{2}$ ورودی خواهد بود. یعنی $150 \frac{\text{mole}}{\text{hr}}$ آب تولید می‌شود.

تست - در عمل خشک کردن زیر مقدار جریان خروجی P چند کیلوگرم در ساعت است؟



$$0/3 \times 1000 = 300 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

کل آب ورودی به سیستم

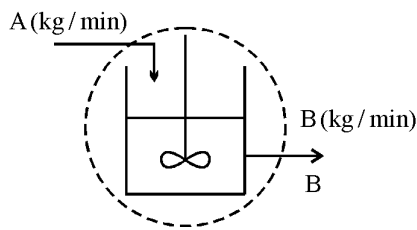
$$0/96 \times 300 = 288 \text{ (جریان شده آب تبخیر شده)}$$

$$F = P + W \text{ : موازی کلی}$$

$$1000 = 288 + P$$

$$P = 712 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

تست - در یک مخزن همزن دار مطابق شکل زیر، جریان ورودی به مخزن با دبی A کیلوگرم در دقیقه و با کسر وزنی x_A نسبت به نمک همراه آن می باشد. در حالی که دبی جریان خروجی از مخزن B کیلوگرم بر دقیقه و با کسر وزنی x_B نسبت به نمک موجود در آن است. هرگاه جرم کل نمک موجود در مخزن را با y نمایش دهیم کدام یک از روابط زیر صحیح است؟ (سیستم بطور پیوسته ناپایا عمل می کند. در این مخزن واکنش شیمیایی صورت نمی گیرد.)



$$\frac{dy}{dt} = A \cdot x_A + B \cdot x_B \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = A \cdot x_A - B \cdot x_B \quad (2)$$

$$\frac{dy}{dt} = B \cdot x_B - 2A \cdot x_A \quad (3)$$

$$\frac{dy}{dt} = B \cdot x_A + A \cdot x_B \quad (4)$$

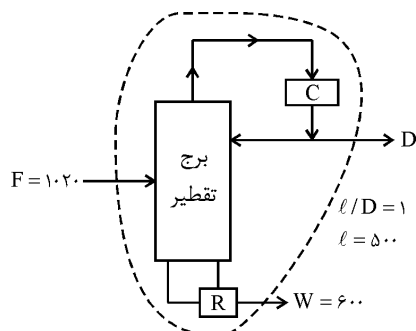
چون سیستم به شکل پیوسته عمل می کند لذا تغییرات y نسبت به زمان به شکل دیفرانسیلی است و از طرفی در هر سیستمی خروج - ورود = تجمع

$$\frac{dy}{dt} = A \cdot x_A - B \cdot x_B \quad \text{بنابراین:}$$

* معادله عمومی موازنه ی مولی حول هر نوع رآکتور و سیستمی به طور کلی به شکل زیر است:

$$\frac{dN_j}{dt} = F_{j0} - F_j + \int r_j \cdot v$$

تست - در شکل مقابل مقدار D چقدر است؟ تمام ارقام بر حسب



می باشند. mole/hr

500 (1)

750 (2)

1500 (3)

(4) بیلان اشتباه است.

طبق داده‌های مسأله مقدار رفلاکس یک گزارش شده است: $R = \frac{I}{D} = 1$

$$\frac{500}{D} = 1 \Rightarrow D = 500$$

اکنون با انتخاب سیستم مطابق شکل فوق و انجام موازنه‌ی کلی حول سیستم خواهیم داشت:

$$F = D + W$$

$$1020 \neq 600 + 500$$

بنابراین واضح که بیلان داده‌ها اشتباه است.

تست - برای تهیه‌ی محلول اسیدسولفوریک 50% چه مقدار از اسید سولفوریک 96% باید به 100kg محلول

اسیدسولفوریک 28% اضافه نمود؟ (کلیه درصدها وزنی هستند.)

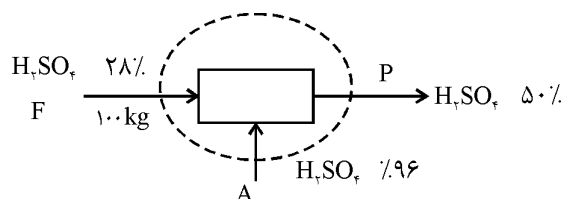
84/2 (4)

63/7 (3)

47/8 (2)

21/8 (1)

برای حل این مسأله می‌توان سیستمی به شکل زیر طراحی کرد:



$$F + A = P \quad \text{موازنه‌ی کلی حول سیستم:}$$

$$100 + A = P \rightarrow A = P - 100$$

$$H_2SO_4 \text{ موازنه‌ی: } 0/28(100) + 0/96(A) = 0/5(P) \rightarrow 28 + 0/96A = 0/5P$$

$$28 + 0/96(P - 100) = 0/5P \rightarrow 28 + 0/96P - 96 = 0/5P$$

$$0/46P = 68 \rightarrow P = 147/82$$

$$100 + A = P \rightarrow 100 + A = 147/82 \Rightarrow A = 47/82$$

قانون گازهای کامل (ایده‌آل)

گاز ایده‌آل در حقیقت گازی خیالی است که به طور کامل از برخی قوانین ساده مانند قانون بویل، قانون شارل دالتون و

آماگات پیروی می‌کند.

قانون بویل

طبق این قانون حجم یک گاز در دمای ثابت با معکوس فشار متناسب است.

$$\left. \begin{array}{l} T : \text{const.} \\ v \propto \frac{1}{p} \end{array} \right\} \Rightarrow p.v = \text{const.}$$

قانون شارل

طبق این قانون در فشار ثابت حجم جرم یعنی از گاز به طور مستقیم با دمای مطلق تغییر می کند.

$$\left. \begin{array}{l} P : \text{const.} \\ v \propto T \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{v}{T} = \text{const.}$$

قانون آووگادرو

در دما و فشار ثابت حجم گاز با تعداد مول جرم معین از گاز متناسب است.

$$\left. \begin{array}{l} T, P : \text{const.} \\ v \propto n \end{array} \right\} \frac{v}{n} = \text{const.}$$

از ترکیب روابط بالا: $pv \propto nT$

$pv = nRT$ قانون گازهای کامل

R: ثابت جهانی گازها

که در سیستم های مختلف مقادیر متفاوتی دارد، بعنوان مثال:

$$R = 8/314 \frac{\text{j}}{\text{gr mole.k}} \quad , \quad R = 1/987 \frac{\text{cal}}{\text{gr mole.k}} \quad , \quad R = 82/06 \frac{\text{atm.cm}^3}{\text{gr mole.k}}$$

قانون گازهای کامل کاربردهای زیادی می تواند داشته باشد که از جمله ی آنها:

1- استفاده مستقیم از قانون $pv = nRT$

2- استفاده از نسبت های موجود بین پارامترها

$$\begin{array}{l} n, T : \text{const.} \rightarrow p_1 v_1 = p_2 v_2 \\ p_1 v_1 = n_1 R T_1 \\ p_2 v_2 = n_2 R T_2 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} n, p : \text{const.} \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2} \\ n, v : \text{const.} \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \end{array}$$

3- محاسبه‌ی دانسیته‌ی گازها

$$pV = nRT \rightarrow \frac{n}{v} = \frac{p}{RT} \xrightarrow{n = \frac{m}{M}} \frac{m}{M \cdot v} = \frac{p}{RT} \Rightarrow \frac{\rho}{M} = \frac{p}{RT}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{p \cdot M}{RT}$$

تست - دانسیته‌ی گازی که وزن مولکولی 22/4 دارد در شرایط 0°C و 0/5 atm فشار چقدر است؟

$$44/8 \frac{\text{gr}}{\text{lit}} \quad (4)$$

$$1 \frac{\text{gr}}{\text{lit}} \quad (3)$$

$$0/5 \frac{\text{gr}}{\text{lit}} \quad (2)$$

$$0/001 \frac{\text{gr}}{\text{lit}} \quad (1)$$

طبق فرمول فوق $\rho = \frac{p \cdot M}{RT}$

از پاسخها معلوم می‌شود که واحد R باید برحسب lit باشد: $R = 0/082 \frac{\text{atm} \cdot \text{lit}}{\text{gr mole} \cdot \text{k}}$

$$\rho = \frac{0/5 \times 22/4}{0/082 \times 273} = 0/5 \frac{\text{gr}}{\text{lit}}$$

تست - دانسیته‌ی گاز متان در 10 atm و 27°C چقدر است؟ (گاز ایده‌آل است.)

$$160 \frac{\text{gr}}{\text{lit}} \quad (4)$$

$$16 \frac{\text{gr}}{\text{lit}} \quad (3)$$

$$6/5 \frac{\text{gr}}{\text{lit}} \quad (2)$$

$$1/6 \frac{\text{gr}}{\text{lit}} \quad (1)$$

$$M_{\text{CH}_4} = 16$$

$$\rho = \frac{p \cdot M}{RT} = \frac{10 \times 16}{0/082 \times 300} = 6/5 \frac{\text{gr}}{\text{lit}}$$

محاسبات مربوط به مخلوط گازها

الف - قانون فشارهای جزئی دالتون: این قانون در مورد فشارهای جزئی در حجم و دمای ثابت است و بیان می‌کند،

فشار کل یک مخلوط از گازهای کامل برابر با مجموع فشارهای جزئی هر گاز است. $p_t = \sum p_i$

$$p_1 v = n_1 RT \Rightarrow \frac{p_1}{p_t} = \frac{n_1}{n_t} = y_1 \Rightarrow \frac{p_1}{p_t} = y_i \quad \text{یا} \quad p_i = p_t \cdot y_i$$

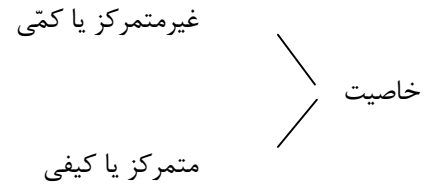
ب - قانون آماگات: این قانون در مورد حجم‌های جزئی است در فشار و دمای ثابت که بیان می‌کند حجم یک مخلوط از

گازهای کامل یا ایده‌آل برابر است با مجموع حجم‌های جزئی هر یک از گازها.

$$v_t = \sum v_i$$

$$pv_1 = n_1RT \Rightarrow \frac{v_1}{v_t} = \frac{n_1}{nt} = y_1 \Rightarrow \frac{v_i}{v_t} = y_i \quad \text{یا} \quad v_i = v_t \cdot y_i$$

خاصیت: به هر یک از مشخصات قابل اندازه‌گیری یک سیستم مانند فشار، حجم، دما و ... و یا هر مشخصه‌ی قابل محاسبه‌ی سیستم نظیر برخی از انواع انرژیها خاصیت گفته می‌شود.



خواص کمی: خاصیتی است که مقدار آن در یک سیستم برابر مجموع مقادیر همان خاصیت در ریز سیستم‌های تشکیل دهنده‌ی سیستم اصلی است، مانند جرم یا حجم.

خواص کیفی: خاصیتی است که مقدار آن جمع‌پذیر نبوده و مقدار کلی آن در سیستم از حاصل جمع مقادیر ریزسیستم‌ها بدست نمی‌آید، مانند دما، فشار و ...

تست - کدام یک از کمیت‌های ترمودینامیکی زیر از نوع مقداری است؟

- (1) فشار (2) حجم (3) پتانسیل شیمیایی (4) کسر مولی

پاسخ صحیح گزینه‌ی 2 است.

تست - کدام یک از خواص زیر یک خاصیت شدتی نیست؟

- (1) آنروپی (2) دما (3) پتانسیل شیمیایی (4) حجم مولی

پاسخ صحیح گزینه‌ی 1 است.

برروی سیستم مورد مطالعه همانگونه که می‌توان موازنه‌ی جرم نوشت می‌توان حول یک سیستم دلخواه موازنه‌ی انرژی نیز برقرار کرد. معادله‌ی عمومی موازنه‌ی انرژی به قرار زیر است:

معرف انرژی - تولید انرژی + مجموع انرژیهای خروجی - مجموع انرژیهای ورودی = تجمع انرژی در سیستم
زمانی که سیستم مورد مطالعه به شکل غیریکنواخت باشد رابطه به شکل زیر خواهد بود:

$$E_2 - E_1 = \Delta E_{t_2-t_1} = E_{in} - E_{out}$$

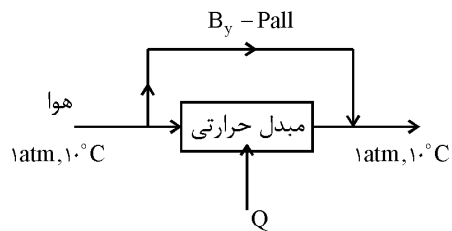
در همین سیستم رابطه‌ی دیفرانسیلی به این شکل است که: $\frac{dE}{dt} = E_{in} - E_{out}$

زمانی که سیستم به شکل یکنواخت باشد و جریان پیوسته‌ی انرژی وجود داشته باشد آن‌گاه:

$$\Delta E_{\text{تجمع}} = 0 \Rightarrow E_{\text{in}} = E_{\text{out}}$$

تست - اگر مقدار جریان کناری (by pass) معادل با میزان عبور هوا از مبدل حرارتی باشد، مقدار a (انرژی

حرارتی) در این شکل چقدر است؟ هدر رفتن انرژی در این



سیستم صفر است.

$$Q = 0 \quad (1)$$

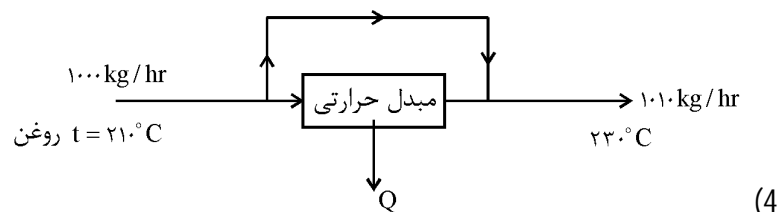
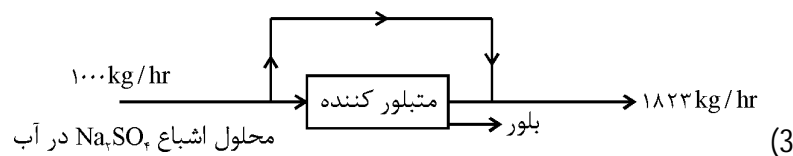
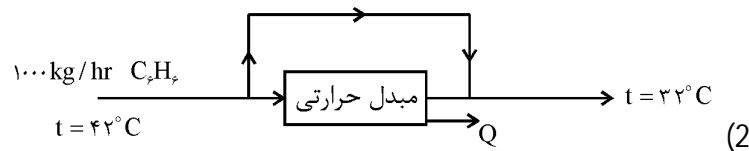
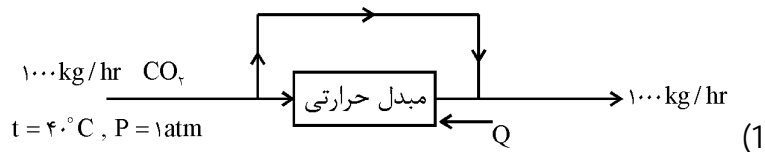
$$Q > 0 \quad (2)$$

$$Q = 20 \quad (3)$$

$$Q = 10 \quad (4)$$

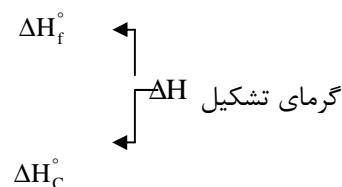
طبق توضیحات بالا و توجه به رابطه‌ی $E_{\text{in}} = E_{\text{out}}$ واضح است که گزینه‌ی 1 پاسخ صحیح خواهد بود.

تست - کدام یک از فلودیگرام‌های زیر که یک جریان موازی (By pass) را نشان می‌دهند صحیح است؟



در گزینه‌های 3 و 4 موازی جرم رعایت نشده است و ورودی و خروجی با هم دارای اختلاف هستند لذا این گزینه‌ها غلط است.

گزینه‌ی 2 اطلاعاتی از نظر موازنه‌ی جرم نداده است اما موازنه‌ی حرارتی در آن رعایت نشده است. بنابراین به نظر گزینه‌ی الف بهترین پاسخ می‌تواند باشد.



الف- گرمای استاندارد تشکیل $\Delta H^{\circ}F$ که عبارت است از حرارت تشکیل یک مول جسم یا ترکیب از عناصر سازنده‌ی آن در حالی که محصولات واکنش در دمای $25^{\circ}C$ و فشار 1atm باشند.

نکته: گرمای تشکیل عناصر در پایدارترین حالت آنها برابر با صفر است.

ب- گرمای استاندارد احتراق: عبارت است از حرارت واکنش سوختن یک مول جسم در دمای $25^{\circ}C$ و فشار 1 atm و یا به عبارت دیگر مقدار گرمای آزاد شده یا جذب شده در اثر سوختن یک جسم سوختی.

نکته: در محاسبه‌ی گرمای واکنش با استفاده از گرمای استاندارد احتراق نکات زیر حائز اهمیت است:

1- جسم توسط اکسیژن یا دیگر اکسید کننده‌ها به محصولاتی نظیر CO_2 ، H_2O ، HCl و ... تبدیل می‌گردد.

2- شرایط مبنا در $25^{\circ}C$ و 1 atm است.

3- برخی از محصولات حاصل از اکسید شدن مثل CO_2 یا O_2 دارای $\Delta H_c^{\circ} = 0$ هستند.

تست - کدام یک از عناصر زیر حرارت احتراق صفر دارند؟

CaO (1) NH_4OH (2) $CuSO_4$ (3) هر سه ترکیب (4)

پاسخ صحیح گزینه‌ی 4 است.

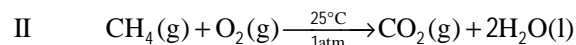
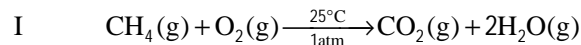
تست - کدام عبارت مفهوم ارزشی حرارتی **Heating value** را نشان می‌دهد؟

$\Delta H^{\circ}C$ (1) $2\Delta H^{\circ}C$ (2) $\Delta H^{\circ}F$ (3) $2\Delta H^{\circ}F$ (4)

طبق توضیحات فوق گرمای استاندارد احتراق همان مفهوم ارزش حرارتی را می‌رساند.

پاسخ صحیح گزینه‌ی 1 است.

تست - گرمای به دست آمده از کدام واکنش بیشتر است؟



(2) واکنش II

(1) واکنش I

(3) گرمای هر دو واکنش کاملاً یکسان است. (4) گرمای هر دو واکنش تقریباً یکسان است.

مشاهده می‌شود که شرایط فشار و دما در هر دو واکنش یکسان است، ماده‌ی سوختی اولیه و شرایط آنها نیز کاملاً یکسان است بنابراین اختلاف باید در محصولات باشد، توجه به حالت محصولات نشان می‌دهد که در واکنش II آب به شکل مایع تولید می‌شود در حالی که در واکنش I آب به شکل بخار تولید شده است و این یعنی مصرف بیشتر انرژی در واکنش I، لذا میزان گرمای حاصل شده از واکنش II بیشتر خواهد بود.

یادآوری: فرآیند ایزوترم به فرآیندی اطلاق می‌شود که دمای سیستم در طی انجام فرآیند ثابت باشد و فرآیند ایزوبار نیز به حالتی اطلاق می‌شود که فشار سیستم در طی انجام فرآیند ثابت بماند.

سیستم زمانی آدیاباتیک تلقی می‌شود که هیچ گونه مبادله‌ی حرارت و انرژی بین سیستم و محیط وجود نداشته باشد.

دمای واکنش

دمای واکنش آدیاباتیک زمانی در یک فرآیند مشاهده می‌شود که: واکنش در شرایط آدیاباتیک صورت گیرد یعنی تبادل حرارتی بین ظرف و محیط انجام نشود و عواملی مانند رادیکالهای آزاد و ... نیز مشاهده نشوند.

با فرض احتراق کامل دمای آدیاباتیک تعیین می‌شود که عبارت است از حد بالای یک تحول که به دمای بالاتر از آن نمی‌توان رسید که به آن دمای تئوری شعله نیز گفته می‌شود.

تست - در احتراق متان، اگر عمل به طور آریاباتیکی انجام شود، بالاترین درجه حرارت گازهای احتراق

(درجه حرارت نظری شعله) وقتی بدست می‌آید که:

(1) احتراق به طور کامل و استوکیومتری انجام شود.

(2) احتراق به طور کامل و با 100% هوای اضافی انجام شود.

(3) احتراق به طور کامل و با 60% هوای اضافی انجام شود.

(4) احتراق به طور کامل و با 25% هوای اضافی انجام شود.

طبق نکات فوق شرایط اساسی آدیاباتیک بودن، احتراق کامل و انجام استوکیومتری واکنش است. به این نکته نیز توجه داشته باشیم که وجود هوای اضافی باعث کاهش دمای شعله می‌شود، بنابراین گزینه‌ی 1 صحیح است.

تست - ارزش حرارتی (Heading Value) یک سوخت چه می‌باشد؟

(1) انرژی که از سوزاندن سوخت با 100% هوای اضافی بدست می‌آید.

(2) انرژی که از سوزاندن سوخت در 1 atm و 0°C و با 100% هوای اضافی بدست می‌آید.

(4) حرارت استاندارد احتراق را ارزش حرارتی گویند.

همان‌طور که ذکر شد آنتالپی استاندارد احتراق $\Delta H^\circ\text{C}$ یک سوخت را ارزش حرارتی آن سوخت می‌گویند.

تست - برای محاسبه‌ی درجه حرارت تئوری شعله‌ی یک سوخت، کدام یک از موارد زیر را به طور کامل باید در نظر گرفت؟

(1) واکنش احتراق کامل باشد.

(2) واکنش احتراق کامل و ایزوترمال باشد.

(3) واکنش احتراق کامل و عمل آریاباتیکی باشد.

(4) واکنش کامل و مقدار اکسیژن به میزان

استوکیومتری باشد.

ذکر شد که شرایط برای رسیدن به دمای واکنش کامل بودن احتراق و آریاباتیکی بودن فرآیند است، بنابراین گزینه‌ی 3 جواب صحیح است.

تعاریف و مفاهیم اولیه

ترمودینامیک علم انرژی و آنتروپی است. علم ترمودینامیک، علمی است که با گرما (انرژی) و کار سر و کار دارد و اساس این علم بر مشاهدات تجربی است.

سیستم: شامل مقداری ثابت از جرم است که مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. هیچ جرمی از مرزهای سیستم عبور نمی‌کند ولی حرارت و کار از مرزهای سیستم عبور می‌کند. به آن جرم کنترل نیز گفته می‌شود.

حجم کنترل: حجمی است که در فضا در نظر گرفته می‌شود و جرم می‌تواند از مرزهای سیستم عبور کند هم چنین کار یا انتقال حرارت هم می‌تواند از مرزهای سیستم عبور کند و سطح محدود کننده حجم کنترل را سطوح کنترل (Control surface) می‌نامند و این سطوح می‌توانند متحرک یا ثابت باشند.

پیرامون یا محیط: هر چیزی خارج از حجم کنترل را پیرامون یا محیط می‌نامیم.

در یک ظرف تعداد اتمهای زیادی وجود دارد که برای مشخص کردن وضعیت آنها باید تعداد معادلات بسیار زیادی حل شود. برای جلوگیری از این عمل دو روش وجود دارد. 1- روش آماری 2- روش میکروسکوپی: ما با مقادیر میانگین داده‌ها کار می‌کنیم که با ابزارها قابل اندازه‌گیری است. در واقع ما میانگین زمانی تعداد زیادی مولکول را مشاهده می‌کنیم. پس ما با مواد به صورت مواد پیوسته برخورد می‌کنیم (علم Continuum) این فرض در زمانی که مسیر آزاد میانگین (mean freepath) مولکولها مقداری معقول داشته باشد قابل استفاده است. برای مثال اگر این فاصله از (order) ابعاد ظرف باشد استفاده این فرض بسیار نادرست است.

فاز: کمیتی از ماده است که در سرتاسر جسم همگن باشد.

خواص ترمودینامیکی

این خواص را می‌توان به دو گروه عمده تقسیم کرد:

1- **خواص متمرکز یا شدتی (intensive):** خواصی هستند که مستقل از جرم هستند مانند فشار، گرما و چگالی و حجم مخصوص

2- **خواص گسترده یا مقداری (Extensive):** خواصی هستند که به مقدار جرم ماده بستگی دارند. مانند جرم و حجم مجموعه‌ای از گازهای مختلف.

توجه کنید که خواص مقداری در واحد جرم، خواص متمرکز می‌شوند.

فرایندها و سیکلها

انواع فرآیندها

1 – isothermal process (فرایند همه ما): فرایندی دما ثابت است. $T = Cte$

2 – isobaric process (فرایند هم فشار): فرایندی فشار ثابت است. $P = Cte$

3 – isochoric process (فرایند هم حجم): فرایندی است که در طی آن حجم ثابت است. $V = Cte$

4 – Polytropic process (فرایند پلی تروپیک): که فشار و حجم با رابطه $PV^n = cte$ با هم ارتباط دارند.

وقتی که سیستم از حالت اولیه داده شده طی تغییر حالت‌های مختلف (در فرایندهای متفاوت) نهایتاً به حالت اولیه برمی‌گردد، سیستم یک سیکل را طی کرده است. بنابراین همه خواص مقادیری برابر مقدار آغازین خواهند داشت. به تفاوت بین سیکل ترمودینامیکی و سیکل مکانیکی توجه داشته باشید برای مثال در سیکل مکانیکی موتور چهار زمانه درست است که پیستون حرکت دائم انجام می‌دهد اما سیال به حالت اولیه‌اش بر نمی‌گردد.

قانون صفرم ترمودینامیک

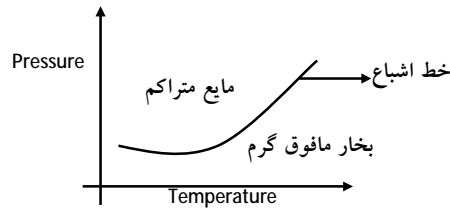
وقتی دو جسم با جسم سومی در تعادل باشند آن دو جسم نیز با هم در تعادل دما هستند. این قانون برای اندازه‌گیری دما استفاده می‌شود و از آنجا که یک مفهوم است و آن را نمی‌توان از چیز دیگری نتیجه گرفت به عنوان قانون صفرم ترمودینامیک قبل از قانون اول ترمودینامیک مطرح می‌شود.

ماده خالص

ماده‌ای است که ترکیب شیمیایی نامتغیر و همگن داشته باشد. ممکن است در بیش از یک فاز وجود داشته باشد اما ترکیب شیمیایی آن در تمام فازها یکسان است. بنابراین سیال آب که ترکیبی از آب مایع و بخار آب است ماده‌ای خالص است چرا که ترکیب شیمیایی آب در هر دو حالت یکسان است اما ترکیب هوای مایع و هوای گازی ماده خالص نیست چرا که ترکیب فاز مایع متفاوت از فاز بخار است.

دمای اشباع: دمایی است که در آن تبخیر در فشاری معین رخ می‌دهد به همین ترتیب این فشار هم **فشار اشباع** برای آن دما خواهد بود. رابطه‌ای مشخص بین دما و فشار اشباع وجود دارد. چنین منحنی که فشار بخار نامیده می‌شود در زیر آمده است.

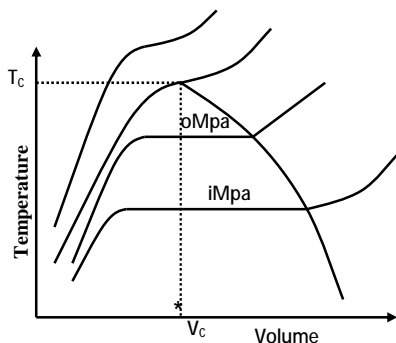
منحنی فشار بخار برای ماده خالص



چنانچه دمای سیال کمتر از دمای اشباع در فشار مشخص باشد، مایع متراکم نامیده می‌شود.

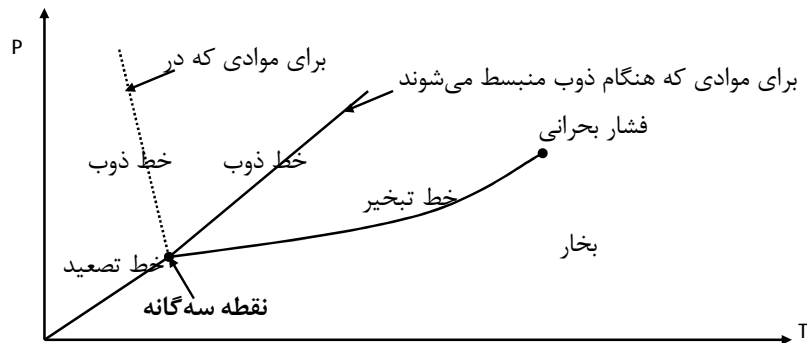
یا به صورت نمادین $(T)_p < (T_{sat})_p$ مایع متراکم است. یا این که در دمای موردنظر فشار بیشتر از فشار اشباع باشد یا به صورت نمادین $(T)_p > (T_{sat})_p$ باشد. وقتی که در حالت اشباع قسمتی از جسم به صورت مایع و قسمتی دیگر به صورت بخار است کیفیت به صورت نسبت جرم بخار به کل جرم تعریف می‌شود. آن را با نماد x نمایش می‌دهیم و خاصیتی شدنی (متمرکز) است و اگر هیچ مایعی در ظرف باقی نماند $x = 100\%$ بخار اشباع خشک نامیده می‌شود و زمانی که بخار در دمای بالاتر از دمای اشباع در فشار مشخص باشد، آن را بخار مافوق گرم می‌نامیم.

برخلاف حالت اشباع دما و فشار سیال در این حالت مستقل از همدند. برای مثال ممکن است در حالی که فشار ثابت است دما زیاد شود در واقع موادی که ما آنها را گاز می‌نامیم همان بخارهای خیلی مافوق گرم هستند. با بالا بردن فشار نهایتاً به نقطه‌ای می‌رسیم که در آن تمام مایع در یک نقطه به بخار تبدیل می‌شود، این نقطه، نقطه بحرانی نامیده می‌شود و فشار و دما و حجم آن را به ترتیب با V_c, T_c, P_c نشان می‌دهیم. در این نقطه فرایند تبخیر در فشار ثابت انجام نمی‌شود. فشارهای بالاتر از فشار بحرانی را فشار فوق بحرانی گوئیم در این فشارها فاز مایع و بخار از هم قابل تمایز نیست به همین دلیل ماده را سیال می‌نامیم.



فرایندهای فشار ثابت

نمودار فشار بخار سیالات مختلف در زیر نشان داده شده است.



در نمودار فشار بر حسب دما سه منحنی داریم:

1 - خط تصعید: فازهای جامد و بخار در راستای آن در حال تعادلند.

2 - خط ذوب: فازهای جامد و مایع در راستای آن در حال تعادلند.

3 - خط تبخیر: فازهای مایع و بخار در راستای آن در حال تعادلند.

نقطه سه گانه (Triple point) نقطه‌ای است که در آن هر سه فاز جامد، مایع و بخار با هم در حال تعادل هستند. ماده خالص می‌تواند چند نقطه سه گانه داشته باشد (مثلاً تعادل در فاز جامد با یک فاز مایع و ...). اما فقط در یکی از آنها سه فاز (جامد، مایع، گاز) در حال تعادلند.

خط تبخیر در نقطه بحرانی خاتمه می‌یابد به این علت که تغییر خاصی بین فاز مایع و فاز بخار در بالای نقطه بحرانی وجود ندارد.

دلیل مهمی که برای تعریف ماده خالص وجود دارد این است که حالت ماده خالص ساده تراکم‌پذیر را می‌توان بوسیله دو خاصیت مستقل تعریف کرد. اما با این حال در حالت اشباع فشار و دما خواص مستقل از هم نیستند بنابراین باید در این حالت دو خاصیت مستقل از هم باشند مانند فشار و حجم مخصوص یا فشار و کیفیت تا حالت ماده را مشخص کنند.

معادلات حالت برای فاز بخار

$$P\bar{v} = \bar{R}T \quad , \quad \bar{R} = 8/3145 \frac{kJ}{Kmol.K}$$

$$PV = n\bar{R}T$$

\bar{V} حجم مخصوص بر واحد مول است ($\frac{m^3}{mol}$)

یا برای گاز با جرم مولکولی M خواهیم داشت:

$$R = \frac{\bar{R}}{M}$$

$$Pv = RT \quad \text{حجم مخصوص } v$$

$$Pv = RT^*$$

در حالت کلی رابطه بین دو حالت را از فرمول $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ می‌توان یافت. در حالت کلی معادلات بالا صادق نیست.

(معادلات بالا تقریبی هستند) البته معادلات بالا زمانی که چگالی گاز کم باشند، مفید هستند ولی چنانچه چگالی گاز

بالاتر برود رفتار گاز از ایده‌آل فاصله می‌گیرد. بنابراین ضریب تراکم‌پذیری گاز Z را به صورت $Z = \frac{P\bar{V}}{RT}$ تعریف

می‌کنیم. توجه داشته باشیم برای گاز ایده‌آل $Z = 1$ است) در حالت کلی وقتی که $P \rightarrow 0$ ، $Z \rightarrow 1$ می‌رود. بنابراین

نمودارهایی برای Z ترسیم شده است که در آنها $T_r = \frac{T}{T_C}$ و $P_r = \frac{P}{P_C}$ (مقادیر بحرانی فشار و دما هستند) که

از روی آنها می‌توان Z دقیق را خواند و ضمناً نمودار برای اکثر گازها مطابقت خوبی دارد به P_r و T_r فشار و دمای کاهش می‌گویند.

کیفیت و رطوبت

همانطور که قبلاً ذکر شد دما و فشار در حالت اشباع به هم وابسته‌اند بنابراین کیفیت (x) را تعریف کردیم.

V حجم مخصوص را به صورت $V = \frac{V}{M}$ تعریف می‌کنیم.

$$V = \frac{V}{m} \quad \text{و} \quad x = \frac{\text{جرم بخار}}{\text{جرم مایع} + \text{جرم بخار}} = \frac{M_g}{M_g + M_f}$$

$$V = V_{fluid} + V_{gas}$$

$$mV = m_f V_f + m_g V_g$$

$$V = \frac{mL}{m} V_f + \frac{m_g}{m} V_g = (1-x)V_f + xV_g = V_f + x(V_g - V_f)$$

$$V_{fg} = V_g - V_f \Rightarrow V = V_f + xV_{fg}$$

مجموعه نکات

نکته 1: اصطلاح سیستم بسته Closed system برای جرم کنترل (سیستم) به معنای جرم ثابت به کار می‌رود.

نکته 2: اصطلاح سیستم باز Open system برای حجم کنترل که شامل جریان جرمی است استفاده می‌شود.

نکته 3: رابطه بین درجه سانتیگراد و درجه فارنهایت است:

$$t(^{\circ}F) = 1/8 + (^{\circ}C) + 32$$

$$\Delta + (R) = 1/8\Delta + (K)$$

را بین را نکنین و کلونین:

نکته 4: در فشارهای بالاتر از فشار بحرانی هرگز فازهای بخار و مایع یک ماده خالص در حال تعادل نخواهند بود.

نکته 5: نقطه سه‌گانه نقطه‌ای است که هر سه فاز ماده در تعادل با هم هستند.

نکته 6: تبدیل از یک فاز جامد به فاز دیگر تبدیل آلوتروپیک نامیده می‌شود.

نکته 7: در دماهای حدود $300K$ و بالاتر و تا فشار حدود $10Mpa$ (فشار کمتر از $10Mpa$)، Z حدود یک باقی

می‌ماند.

نکته 8: مقدار $Z < 1$ در رابطه $P\bar{v} = ZRT$ نشان می‌دهند که چگالی واقعی از رفتار پیش‌بینی شده توسط گاز ایده‌آل

بزرگتر خواهد بود.

نکته 9: گازهای واقعی را با تقریب خوبی می‌توان گاز ایده‌آل در نظر گرفت به شرط آنکه $P \ll P_C$ یا $P < \frac{1}{5}P_C$ و یا این

که در فشار کمتر از $10Mpa$ ، $T > 2T_C$ باشد.

نکته 10: ظرفی حاوی مایع اشباع و بخار است با حرارت دادن سطح مایع چه تغییری می‌کند: اگر $v_1 < v_C$ باشد با

حرارت دادن سطح مایع بالا می‌رود و اگر $v_1 > v_C$ باشد سطح مایع پایین می‌آید.

نکته 11: فرمول حالت و اندرواس به جای استفاده از Z از رابطه زیر استفاده می‌کند:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

نکته 12: فرمول حالت ویریال عبارتست از:

$$P = \frac{RT}{V} + \frac{a(T)}{V^2} + \frac{b(T)}{V^3} + \frac{C(T)}{V^4} + \dots$$

نکته 13: برای اندازه‌گیری فشار از بارومتر استفاده می‌شود و تورپچلی نشان داد که طول یا سطح مقطع لوله بارومتر در

این موضوع تأثیری ندارد.

کار و گرما

کار معمولاً به صورت حاصلضرب نیرو در جابجایی تعریف می‌شود. (جابجایی در جهت نیرو)

$$W = \int_1^2 F dx$$

در ترمودینامیک می‌گوئیم کار توسط سیستم انجام می‌شود اگر تنها اثر آن (بر هر چیز خارج سیستم) بر محیط بالا بردن وزنه باشد. کار انجام شده توسط سیستم مثبت در نظر گرفته می‌شود و کار انجام شده روی سیستم منفی در کار گرفته می‌شود. برای مثال کاری که توسط گاز منبسط شوند. در مقابل پیستون انجام می‌شود مثبت و کاری که برای متراکم کردن گاز انجام می‌شود منفی است. بنابراین کار مثبت به این معنی است که انرژی سیستم را ترک می‌کند و کار منفی بدین معنی است که انرژی به سیستم اضافه می‌شود. واحد کار ژول است.

$$1j = 1N.m$$

توان نرخ زمانی انجام کار است که با نماد \dot{W} نمایش داده می‌شود:

$$\dot{W} = \frac{dW}{dt} \leftarrow \text{وات}$$

$$dW = PAdl = pdV$$

$${}_1W_2 = \int_1^2 dW = \int_1^2 pdV$$

بنابراین مقدار کار انجام شده با انتگرال

بدست می‌آید. کار انجام شده در خلال یک فرایند، تنها تابعی از حالات پایانی فرایند نسبت بلکه تابعی از مسیری است که بین دو حالت طی می‌شود. به همین دلیل کار تابع مسیر نامیده می‌شود.

محاسبه کار در سیستمهای مختلف

1- فرایند پلی تروپیک: برای این فرایند رابطه $pV^n = CTe$ برقرار است.

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^n = \frac{p_1}{p_2}$$

با انتگرال گیری کار در این فرایند بدین صورت محاسبه می‌شود:

$$\int pdV = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1-n} = \frac{MR(T_2 - T_1)}{1-n}$$

2- فرایند همدمما:

$$P_1V_1 = P_2V_2 = cte$$

$$W = \int_1^2 p dv = P_1V_1Q_n \frac{V_2}{V_1} = P_1V_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = MRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

3- فرایند فشار ثابت:

$$P = cte$$

$$W = \int_1^2 p dV = P(V_2 - V_1)$$

4- فرایند حجم ثابت:

$$W = \int_1^2 p dV = 0$$

گرما

گرما نوعی از انرژی است که از مرزهای سیستم در دمایی معین به سیستم دیگر (یا محیط) با دما پائین‌تر منتقل می‌شود. گرما هم مانند کار نوعی انرژی است که به سیستم (از سیستم) منتقل می‌شود (گرفته می‌شود) واحد آن مانند کار از نوع ژول است. گرمای منتقل شده به سیستم مثبت و گرمای گرفته شده از سیستم منفی در نظر گرفته می‌شود. تشابهات زیادی بین کار و گرما وجود دارد.

1- هر دو پدیده‌های گذرا هستند و از مرز سیستم می‌گذرند و سیستم هیچ وقت حاوی کار یا گرما نیست.

2- هر دو پدیده‌های مرزی هستند و هر دو در مرزهای سیستم قابل شناسایی‌اند.

3- هر دو تابع مسیر و دیفرانسیل غیر دقیق دارند.

مجموعه نکات

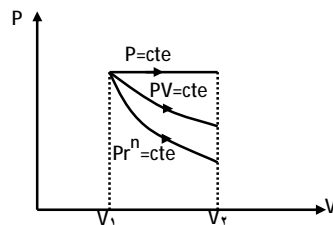
نکته 1: از آنجایی که W_{1-2} تابعی از مسیر است و تعریف آن برای حالات پایانی بی‌معناست استفاده از کلمات $W_2 - W_1$ بی‌معناست.

نکته 2: کار تنها بوسیلهٔ مرزهای سیستم قابل شناسایی است.

نکته 3: مکعبی را در نظر بگیرید که نیمی از آن گاز و نیمه دیگر خلأ باشد و بوسیله غشا این دو از هم جدا شده‌اند چنانچه این پرده پاره شود و گاز کل حجم دایر کند. در این حالت هیچ کاری انجام نشده است به این علت که کاری از مرزهای سیستم (که کل مکعب باشد) عبور نکرده است ولی اگر گاز را به تنهایی سیستم بگیریم و بخواهیم از رابطه $\int_1^2 pdV$ کار را محاسبه کنیم اما از آنجا که مقاومتی در برابر حرکت مرزهای سیستم با افزایش حجم وجود نخواهد داشت نتیجه می‌گیریم کاری برای افزایش حجم و پر کردن خلأ انجام نمی‌شود.

نکته 4: در انبساط می‌توان گفت:

کار انجام شده توسط فرایند فشار ثابت < کار انجام شده توسط فرایند دما ثابت < کار انجام شده توسط فرایند پلی‌تروپیک.



نکته 5: جنبه دیگری از تعریف گرما این است که جسم خودش به تنهایی حامل گرما نمی‌باشد. یعنی هیچ سیستمی به تنهایی حاوی گرما نیست.

نکته 6: گرما هم در مرزهای سیستم مشخص می‌شود و انرژی است که از مرزهای سیستم عبور می‌کند.

نکته 7: کالری میزانی از گرماست که برای افزایش دمای gr آب از $14/5^{\circ}C$ به $15/5^{\circ}C$ نیاز است.

نکته 8: فرآیند آریباتیک فرایندی است که هیچ گرمایی از مرزهای آن عبور نمی‌کند یا مرزهای آن عایق است.

نکته 9: گرما مانند کار تابعی از مسیر است و مانند کار تابعی دیفرانسیل ناکامل است. به همین دلیل به علامت dQ

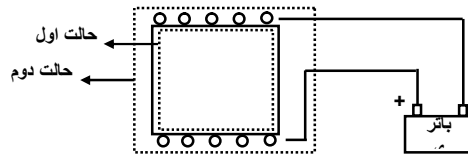
نمایش داده می‌شود و با انتگرال گیری می‌نویسیم:

$$\int_1^2 dQ = Q_2 - Q_1$$

نکته 10: توجه داشته باشید که Q + نمایشگر انرژی است که به سیستم منتقل می‌شود و سبب افزایش انرژی می‌شود در حالی که W + کار است که توسط سیستم انجام می‌شود لذا از انرژی سیستم کاسته می‌شود.

نکته 11: شکل زیر را در نظر بگیرید چنانچه فقط گاز را به عنوان سیستم در نظر بگیریم چیزی که به گاز منتقل می‌شود گرماست چرا که ناشی از افزایش دمای دیواره است ولی چنانچه گاز و ظرف را سیستم در نظر بگیریم چیزی که از مرزهای سیستم عبور می‌کند کار است نه گرما.

نکته 12: گرمای ویژه به صورت $q = \frac{Q}{m}$ نشان داده می‌شود.



قانون اول ترمودینامیک

این قانون، قانون بقای انرژی است. قانون اول ترمودینامیک بیان می‌کند که در خلال هر سیکل، انتگرال چرخه‌ای گرما متناسب با انتگرال چرخه‌ای کار است.

$$\oint Q = \oint W$$

علامت $\oint Q$ نمایانگر انتقال حرارت خالص به سیکل و $\oint W$ انتگرال چرخه‌ای کار نمایانگر کار خالص منتقل شده به سیکل است. پایه این قانون هم بر اساس مشاهدات تجربی است. معادله بالا در صورتی کاملاً درست است که واحد هر دو یکسان باشد. در اینجا ما فرض می‌کنیم که ژول باشد. اگر بین دو حالت 1 و 2 فرایندهای مختلفی را داشته باشیم مشاهده می‌کنیم که کمیت $dQ - dW$ تنها به حالات اولیه و نهایی فرایند بستگی دارند و به مسیر بین دو حالت بستگی ندارند. نتیجه می‌گیریم که این تابع، تابع نقطه‌ای است در نتیجه نام این خاصیت را انرژی می‌نامیم و با علامت E آن را نشان می‌دهیم.

$$dE = dQ - dW$$

$$dQ = dE + dW$$

از آن جا که E یک خاصیت است آن را به صورت مشتق dE نوشته‌ایم.

$$Q_2 = E_2 - E_1 + {}_1W_2$$

در حالی E_1 و E_2 مقادیر انرژی در حالت اولیه و نهایی هستند، Q_2 مقدار انرژی منتقل شده به سیستم بین حالت 1 و 2 و ${}_1W_2$ کار انجام شده توسط سیستم در خلال فرایند است.

$$E = \text{انرژی پتانسیل} + \text{انرژی جنبشی} + \text{انرژی داخلی}$$

$$\begin{aligned} E &= u + KE + PE \\ &= mu + \frac{1}{2}mV^2 + mgz \end{aligned}$$

انرژی سیستم با تغییر هر یک از سه جمله بالا تغییر خواهد کرد.

بنابراین تغییرات انرژی داخلی بدین صورت محاسبه می‌شود:

$$E_2 - E_1 = u_2 - u_1 + \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_2 - mgz_1$$

$$E_2 - E_1 = {}_1Q_2 - {}_1W_2 \text{ از طرف دیگر}$$

$$\Rightarrow {}_1Q_2 - {}_1W_2 = u_2 - u_1 + \frac{m(V_2^2 - V_1^2)}{2} + mg(z_2 - z_1)$$

در مورد انرژی داخلی باید ذکر شود که به طور فرضی نقطه‌ای را به عنوان انرژی داخلی صفر در نظر می‌گیریم چرا که فقط تغییرات آن برایمان مهم است و چنانچه جسم سرعتی برابر صفر داشته باشد انرژی جنبشی آن صفر است و مقدار انرژی پتانسیل زمانی که هم ارتفاع با مرجع مختصات باشد، صفر می‌شود.

انرژی داخلی

کمیتی مقداری است به این علت که به جرم سیستم وابسته است. اما حرف کوچک انگلیسی u نشان دهنده انرژی داخلی بر واحد جرم است و آن را انرژی داخلی مخصوص می‌نامیم.

$$U = U_{liq} + U_{vap}$$

$$Mu = M_{liq}u_f + m_{vap}u_g$$

$$u = (1-x)u_f + xu_g \Rightarrow u = u_f + xu_{fg}$$

آنتالپی

سیستمی که فرایند فشار ثابت را طی می‌کند در نظر بگیرید.

$$(W_2 = \int_1^2 p dV = P(V_2 - V_1))$$

$${}_1Q_2 = u_2 - u_1 + p_2v_2 - p_1v_1 = (u_2 + p_2v_2) - (u_1 + p_1v_1)$$

خواص ترمودینامیکی تنها تابعی از حالت سیستم هستند بنابراین ترکیبی از آنها نیز چنین خاصیتی خواهند داشت. بنابراین خاصیت مقداری جدیدی برای آنتالپی به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$H = U + PV$$

که بر واحد جرم به صورت $h = u + pv$ تعریف می‌شود. پس در فرایند فشار ثابت ${}_1Q_2 = \Delta H$ البته اهمیت پدیده آنتالپی تنها مربوط به فرایندهای فشار ثابت نمی‌شود بلکه همه جا قبل استفاده است. اما در موارد به غیر از فرایند فشار ثابت Δh معنی فیزیکی ندارد.

$$h = h_f + xh_{fg}$$

گرمای ویژه حجم ثابت و گرمای ویژه فشار ثابت

گرمای ویژه مقدار گرمایی بر واحد جرم است که برای یک درجه افزایش دما به آن نیاز داریم.

۱. گرمای ویژه حجم ثابت: کار انجام شده برای این فرایند صفر است.

$$C_V = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_V$$

۲. گرمای ویژه فشار ثابت:

$$C_P = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P$$

توجه داشته باشید از آنجا که در محاسبه C_V و C_P تنها با خواص ترمودینامیکی کار می‌کنیم آنها نیز خاصیت ترمودینامیکی هستند و در ضمن از این مقادیر همواره می‌توان بر محاسبه خواص دیگر استفاده کرد و ربطی به فرایند انجام شده ندارند.

انرژی داخلی و آنتالپی و گرماهای ویژه گازهای ایده آل

انرژی داخلی تنها تابعی از دماست. ژول با آزمایش خود در سال 1843 این موضوع را به اثبات رساند وی با غوطه‌ور کردن دو ظرف تحت فشار که با لوله و شیر به همدیگر وصل شده بودند. آب این موضوع را به اثبات رساند ظرف A دارای فشار بالا و ظرف B خلا بود. بعد از ایجاد تعادل شیر را باز کردیم و دوباره به حالت تعادل رسیدیم تغییری در

دمای وان آب پیدا نکرد. که نشان می‌داد گرمایی به آب منتقل شده و کاری هم انجام نشده بود پس تغییری در انرژی داخلی وجود نداشت.

از آنجا که در این آزمایش تغییری در انرژی داخلی ضمن تغییر فشار و حجم مشاهده نشد می‌توان نتیجه گرفت انرژی داخلی تنها تابعی از دماست و تابعی از فشار و حجم نمی‌باشد.

$C_V = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_V$ از آن جا که u گاز ایده‌آل تنها تابعی از دماست و بستگی به حجم ندارد برای گاز ایده‌آل C_u را با C_{V_0}

نشان می‌دهیم و نیازی به پرنانتز بیرونی نیست:

$$du = mC_{V_0}dT \quad \text{و} \quad du = C_{V_0}dT, C_{V_0} = \frac{du}{dt}$$

برای گاز ایده‌آل: $h = u + pv = u + RT$ از آنجا که R مقداری ثابت دارد و u تنها تابعی از دماست، این موضوع نشان می‌دهد که آنتالپی، h ، نیز تنها تابعی از دماست. قبلاً داشتیم $C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P$ ولی برای گاز ایده‌آل

$$dh = mc_{p_0}dT \quad \text{و} \quad dh = C_{p_0}dt, C_{p_0} = \frac{dh}{dT}$$

$$\begin{aligned} C_{p_0} = f(T) & \Rightarrow C_{p_0} = \frac{dh}{dT} \Rightarrow dh = C_{p_0}dT \\ C_{v_0} = f(T) & \Rightarrow C_{v_0} = \frac{dh}{dT} \Rightarrow dh = C_{v_0}dT \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h = u + pv = u + RT & \Rightarrow \frac{dh}{dT} = \frac{du}{dT} + \frac{d}{dT}(RT) \\ \Rightarrow C_{p_0} = C_{v_0} + R \end{aligned}$$

قانون اول ترمودینامیک به صورت معادله آهنگ

$$\dot{Q} = \frac{dE}{dt} + \dot{W}$$

بقای جرم و حجم کنترل

حجم کنترل حجمی است در فضا که برای تحلیل یا مطالعات در نظر گرفته می‌شود. سطح این حجم کنترل را به عنوان سطح کنترل و همواره به صورت یک سطح بسته در نظر می‌گیریم. این سطح می‌تواند ثابت و یا متحرک باشد و نیز انبساط داشته باشد. جرم نیز همانند حرارت و کار می‌تواند از سطح کنترل عبور کند و جرم موجود در حجم کنترل می‌تواند با گذشت زمان تغییر کند.

قانون بقا جرم (پیوستگی)

$$\frac{dm_{c.v}}{dt} = \sum \dot{m}_i - \sum \dot{m}_e$$

خروجی - ورودی + نرخ تغییر

قانون اول ترمودینامیک برای حجم کنترل

این قانون را قبلاً برای جرم کنترل که حاوی جرم ثابتی بود بیان کردیم. که به صورت زیر بود.

$$E_2 - E_1 = Q_2 - W_2$$

$$\text{نرخ زمانی} \frac{dE_{c.m}}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$$

اما این قانون برای حجم کنترل به صورت زیر در می آید:

$$\frac{dE_{C.V.}}{dt} = \dot{Q}_{C.V.} - \dot{W}_{C.V.} + \sum \dot{m}_i \left(h_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i \right) - \sum \dot{m}_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right)$$

این معادله بیان می کند که نرخ تغییر انرژی در حجم کنترل ناشی از نرخ خالص انتقال حرارت نرخ خالص کار که به طرف بیرون مثبت در نظر گرفته می شود و حاصل جمع شارهای انرژی ناشی از جریان جرم به درون و خارج از حجم کنترل است.

فرایند حالت پایدار - جریان پایدار (steady state steady flow process)

حالت پایدار، جریان پایدار یعنی نسبت به زمان بدون تغییر است. شدت حرارت و کار عبور کرده از سطح کنترل ثابت باقی خواهد ماند. یعنی $\frac{dm_{c.v.}}{dt} = 0$ و نیز $\frac{dE_{c.v.}}{dt} = 0$ بنابراین معادله پیوستگی به صورت $\dot{m}_i = \dot{m}_e = \dot{m}$ و قانون اول به صورت

$$\dot{Q}_{C.V.} + \sum \dot{m}_i \left(h_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i \right) = \sum \dot{m}_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) + \dot{W}_{C.V.}$$

یا بر واحد جرم به صورت:

$$q + h_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i = h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e + W$$

که در آن $W = \frac{\dot{W}_{C.V.}}{\dot{m}}$ و $q = \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{\dot{m}}$ که هر دو واحد q و W بر حسب $\frac{Kj}{kg}$ است.

فرایند حالت یکنواخت - جریان یکنواخت

در این حالت جرم در حجم کنترل می تواند در طول زمان تغییر یابد ولی در هر لحظه، حالت در تمامی حجم کنترل (یا در چند ناحیه قابل تشخیص که تشکیل دهنده کل حجم کنترل هستند) به صورت یکنواخت می باشد و هم چنین حالت

جرم عبور کننده از هر ناحیه روی سطح کنترل، در طول زمان ثابت است.

$$\frac{dm_{C.V}}{dt} = \sum \dot{m}_i - \sum \dot{m}_e \quad (\text{برای نرخ زمانی})$$

یا برای زمانی مشخص:

$$(m_2 - m_1)_{C.V} + \sum m_e - \sum m_i = 0$$

$$Q_{C.V} - W_{C.V} = (E_2 - E_1)_{C.V} + \sum m_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \sum m_i \left(h_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i \right)$$

و در صورتیکه بتوان از تغییرات انرژی پتانسیل و جنبشی صرفنظر کرد معادله به صورت:

$$Q_{C.V} - W_{C.V} = (m_2 u_2 - m_1 u_1)_{C.V} + \sum m_e h_e - \sum m_i h_i$$

مجموعه نکات

نکته 1: انرژی داخلی خاصیتی مقداری است چرا که به جرم سیستم بستگی دارد. انرژی‌های جنبشی و پتانسیل هم مقداری هستند.

نکته 2: گرمای منتقل شده در فرایند فشار ثابت شبه تعادلی برابر با تغییر آنتالپی است که این گرما شامل هر دو تغییر انرژی داخلی و کار برای این فرایند است.

$${}_1Q_2 = \Delta H$$

نکته 3: برای جامد یا مایع داریم

$$dh = du + d(pv) \Leftarrow h = u + pu$$

$dh \approx du + pdv + vdp$ از آنجا که du صفر است و v حجم مخصوص بسیار کوچک است لذا برای جامد یا مایع داریم:

$$du = du = CdT$$

$$h_2 - h_1 \simeq u_2 - u_1 \simeq C(T_2 - T_1)$$

و از معادله بالا می‌توان انگرال گرفت

C تابعی از دماست.

نکته 4: از آنجایی که رفتار گازها وقتی $p \rightarrow 0$ برود به گاز ایده‌آل نزدیک می‌شود C_{vo} و C_{po} که ظرفیتهای گرمایی مربوط به گاز ایده‌آل هستند، گرمای ویژه فشار ثابت (حجم ثابت) در فشار صفر نیز گفته می‌شود.

نکته 5: انرژی انتقالی و چرخشی مولکولها به صورت خطی با دما زیاد می‌شوند پس تأثیر آنها بر گرمای ویژه تابع دما نیست ولی تأثیر مدهای الکترونی و ارتعاشی روی گرمای ویژه بستگی به دما دارد.

نکته 6: گرمای ویژه گازهای تک اتمی با دما تغییری نمی‌کند زیرا تنها انرژی انتقالی و چرخشی دارند. ولی گرمای ویژه گازهای دو اتمی با افزایش دما زیاد می‌شود که حاصل ارتعاش مولکولی است.

نکته 7: گرمای ویژه گازهای چند اتمی با افزایش دما خیلی بیشتر افزایش می‌یابد.

نکته 8: سیالی از داخل لوله‌ای عبور می‌کند برای محاسبه دبی حجمی از رابطه $\dot{V} = VA = \int V_{|a|} dA$ و برای محاسبه دبی

$$\dot{m} = \rho_{avg} \dot{V} = \frac{\dot{V}}{v} = \int \left(\frac{V_{local}}{v} \right) dA = \frac{VA}{v}$$

حجمی از رابطه استفاده می‌شود.

$$W = h_i = h_e$$

نکته 9: در توزین‌ها و کمپرسورها:

نکته 10: نازل وسیله‌ای SSSF است که هدف از آن ایجاد جریان سیال با سرعت بالا با تغییر در فشار آن است. از این وسیله برای انبساط سیال در حال جریان تا فشار پائین و در نتیجه افزایش سرعت آن استفاده می‌شود. از آنجا که وسیله

متحرکی وجود ندارد، وسیله‌ای برای انجام کار وجود ندارد. تغییری در انرژی پتانسیل صورت نمی‌گیرد و به علت سرعت

$$\dot{W}_{C.V.} = 0, \quad \dot{Q}_{C.V.} = 0 \quad \text{بنابراین}$$

نکته 11: لذا برای شیپروه و نازل معادله قانون بقا اول به صورت زیر در می‌آید.

$$h_i + \frac{V_i^2}{2} = h_e + \frac{V_e^2}{2}$$

نکته 12: در یک پخش کننده انرژی جنبشی در خروجی کوچک و معمولاً غیر قابل صرفنظر است.

نکته 13: در شیپروه‌ها فشار کاهش و سرعت افزایش می‌یابد. در دینیزوها فشار افزایش و سرعت کاهش می‌یابد. انتقال حرارت و کار هر دو صفر است.

$$\sum \dot{m}_i = \sum \dot{m}_e, \quad \sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e \quad \text{نکته 14: برای مبدل‌های حرارتی}$$

نکته 15: فرایند اختناق وقتی صورت می‌گیرد که سیال جاری در یک مسیر جریان، به طور ناگهانی با مانعی در مسیر جریان مواجه شود. این مانع می‌تواند یک صفحه باشد که دارای سوراخی در مرکز است و یا یک شیر که اندکی بسته شده و در مسیر جریان قرار گرفته است و یا لوله‌ای یا قطر بسیار کمتر که لوله موئین نامیده می‌شود و معمولاً در یخچالها مشاهده می‌گردد. حاصل این انسداد ایجاد یک افت فشار در سیال است زیرا نیرویی برای خروج از طریق مسیر عبور کوچکتر اعمال می‌کند.

نکته 16: انرژی‌های جنبشی ورودی و خروجی هر دو معمولاً کوچکتر دو برابر، وسیله‌ای برای انجام کار ندارد ($\dot{W}=0$) و تغییر در انرژی حرارت هم قابل صرفنظر است. بنابراین فرایند اختناق $SSSF$ تقریباً یک افت فشار در آنتالپی ثابت است.

$$\text{بنابراین ضریب ژول - تامسون به صورت } m_j = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h \text{ تعریف می‌شود.}$$

نکته 17: برای فرایند اختناق قانون اول ترمودینامیک به صورت $h_i = h_e$ در می‌آید.

نکته 18: از آنجا که افت فشار در اختناق همیشه وجود دارد پس Δp منفی است پس m_j مثبت بدان معنی است که دما کاهش می‌یابد (ΔT منفی است).

نکته 19: برای گازهای ایده‌آل $m_j = 0$ ، دمای ورودی و خروجی برابر است. علت صفر بودن ضریب ژول تامسون برای گازهای ایده‌آل اینست که در فرایند آنتالپی ثابت از آنجا که آنتالپی گاز ایده‌آل تنها تابعی از دماست نتیجه می‌شود که دما ثابت است.

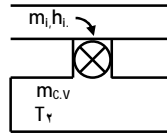
نکته 20: مثال متداول برای حالت (uniform state uniform flow) زمانی است که خط لوله‌ای با شیری به

سر مخزنی خالی وصل شود. در این صورت مطابق قانون بقاء انرژی

$$Q_{C.V} = W_{C.V} = 0, m_i = m_{C.V}$$

$$0 = m_{C.V}u_2 - m_i h_i \Rightarrow u_2 = h_i$$

$$C_{v_0} T_2 = C_{p_0} T_i \Rightarrow T_2 = \frac{C_{p_0}}{C_{v_0}} T_i$$



بنابراین درجه حرارت گاز انباشته شده در ظرف بیشتر از درجه حرارت ورودی خواهد بود.

قانون دوم ترمودینامیک

همان طور که قبلاً هم بیان شده قانون اول بیان می کند که انتگرال سیکنلی گرما برابر انتگرال سیکنلی کار است اما قانون اول هیچ محدودیتی را برای جهت جریان گرما یا کار تعیین نمی کند ولی این که سیکنلی در قانون اول صدق کند تضمین نمی کند که حتماً روی دهد. بنابراین بوسیله قانون دوم مشخص می کنیم که سیکنل تنها در یک جهت قابل انجام است. **موتور گرمایی**: در این موتور، سیستم چرخه ای را طی می کند و کار مثبت خالص و انتقال گرمایی مثبت انجام می دهد. **پمپ گرمایی (یخچال)**: سیستم چرخه ای را طی می کند و با دریافت کار، گرما را از جسم دما پائینتر، به جسم دما بالا انتقال می دهد.

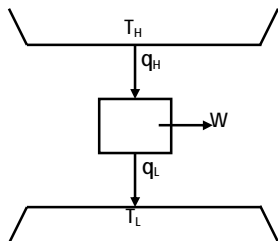
بازده موتور گرمایی و یخچال

در حالت کلی بازده نسبت خروجی (انرژی قابل فروش) به ورودی (انرژی که برای آن هزینه می کنیم) در موتور گرمایی انرژی قابل فروش کار و انرژی که برای آن هزینه می کنیم گرمای منبع دما بالاست.

$$h_{thermal} = \frac{W}{Q_H} \quad \begin{matrix} \text{(انرژی قابل فروش)} \\ \text{(انرژی هزینه)} \end{matrix}$$

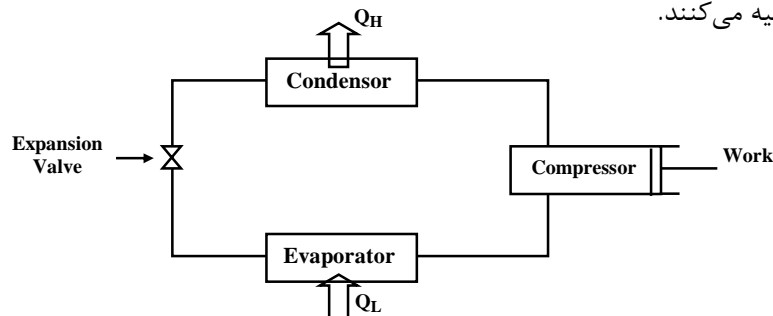
بنابراین بازده گرمایی به صورت

$$h_{thermal} = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$$



به نمودار مهم زیر برای کار توجه داشته و آن را بخاطر بسپارید.

اما در مورد یخچالها همان طور که در شکل زیر آمده است با کار انجام شده توسط کمپرسور گرما را از محیط سرد گرفته و به محیط گرم تخلیه می کنند.



بنابراین ضریب عملکرد یخچال از رابطه:

$$b = \frac{Q_L}{W} \frac{\text{(انرژی قابل فروش)}}{\text{(انرژی که هزینه کردیم)}} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L} = \frac{1}{\frac{Q_H}{Q_L} - 1}$$

بیان قانون دوم ترمودینامیک

1- بیان کلوین پلانک: ساختن موتور گرمایی که در یک سیکل کار کند و از جسم دما بالا گرما دریافت کند و به همان اندازه کار انجام دهد، غیر ممکن است و به عبارت دیگر در یک سیکل تنها زمانی کار قابل انجام است که گرما از جسم دما بالا به موتور گرمایی و از موتور گرمایی به جسم دما پایینتر منتقل شود و در این بین کار انجام شود. یا به عبارت دیگر ساخت دستگاهی با بازده گرمایی 100% غیر ممکن است.

2- بیان کلازیوس: غیر ممکن است بتوان دستگاهی ساخت که در یک چرخه عمل کند و تنها اثر آن بر محیط این باشد که حرارت را از منبع با دمای پایین گرفته و به منبع با دمای بالا منتقل کند. این بیان به یخچال یا پمپ حرارتی مربوط می شود و نشان می دهد که نمی توان یخچالی بدون دریافت کار ساخت.

فرایند برگشت پذیر

فرایند برگشت پذیر برای یک سیستم یعنی فرایندی که وقتی صورت گرفت می تواند معکوس شود و برای انجام این کار تغییری در سیستم و محیط اطراف ایجاد نمی کند.

عوامل ایجاد بازگشت پذیری

۱. اصطکاک: بدلیل آنکه در طی فرایند مقداری حرارت ایجاد می شود با برگرداندن شرایط به حالت اولیه مشاهده می کنیم که انجام عمل غیر ممکن است و فرایند بازگشت ناپذیر است.

۲. **انبساط آزاد:** همان طور که در مثال ژول هم قبلاً ذکر شد وقتی غشاء بین خلاء و گاز در یک ظرف پاره شود کاری انجام نمی‌شود و گرمایی هم مبادله نمی‌شود اما برای برگرداندن این وضع به حالت اولیه یعنی برای برگرداندن گاز نیاز است که روی آن کار انجام دهیم و گرما را از گاز به محیط بدهیم تا دمای آن زیاد شود پس این فرایند هم برگشت‌ناپذیر است.

۳. **مخلوط شدن دو سیال متفاوت:** مقداری کاربری جدا کردن گازها از یکدیگر لازم است.

۴. **انتقال حرارت بین دو جسم یا اختلاف دمای زیاد:** پس از انتقال حرارت از جسم دما بالا به جسم دما پایین تنها راه باز گرداندن شرایط به حالت اولیه استفاده از یخچال یا پمپ حرارتی است که از خارج کار دریافت می‌کند، لذا این فرایند هم بازگشت‌ناپذیر است.

سیکل کارنو

با توجه به این که راندمان همه سیکلها کمتر از 100% است. بالاترین راندمان مربوط به کدام سیکل است؟ اگر هر فرایندی بازگشت‌پذیر باشد، سیکل هم برگشت‌پذیر خواهند بود، در این صورت چرخه موتور گرمایی به چرخه یخچال تبدیل خواهد شد. سیکل کارنو شامل چهار فرایند می‌شود.

۱. فرایند همدمای برگشت‌پذیری که در آن گرما به منبع دما بالا، انتقال یافته، یا از آن گرفته می‌شود.

۲. فرایند بی‌دررو (آدیاباتیک) برگشت‌پذیری که در آن دمای سیال دمای بالا به سیال دما پائین کاهش می‌یابد.

۳. فرایند همدمای برگشت‌پذیری که در آن گرما به منبع دما پائین داده شده یا از آن گرفته می‌شود.

۴. فرایند بی‌دررو (آدیا باتیک) برگشت‌پذیری که در آن دمای سیال، از دمای پائین به دمای بالا افزایش می‌یابد.

نتایجی که از بحث کار نوبدست می‌آید بدین صورت است که:

۱. غیر ممکن است موتوری بسازیم که بین دو منبع معلوم کار کند و راندمانی بالاتر از موتوری که بین همان دو منبع به صورت بازگشت‌پذیر کار می‌کند.

۲. تمام موتورهای کارنوبین دو دمای ثابت راندمانی برابر دارند.

مقیاس ترمودینامیکی دما

مقیاس دمایی که مستقل از هر نوع ماده‌ای است، مقیاس دمای مطلق نامیده می‌شود و بسیار مطلوب است. در این صورت راندمان سیکل کارنو مستقل از ماده‌ای می‌شود که در آن کار می‌کند و تنها به دما بستگی خواهد داشت. نهایتاً با

محاسبه این مقیاس ترمودینامیکی خواهیم داشت:

$$\frac{Q_H}{Q_L} = \frac{T_H}{T_L}, \quad \text{DZD} \quad h = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

اما این رابطه هیچ عددی را برای دما به ما نمی دهد برای این که بتوانیم دماسنجی را مدرج کنیم نیاز به اطلاعات بیشتری داریم. بنابراین اگر فرض کنیم که موتور گرمایی داریم که گرما را در دمای بخار می گیرد و در دمای T_L با یخ تبادل حرارتی انجام می دهد و راندمان این دستگاه را اندازه بگیریم راندمان محاسبه شده برابر $0/2680$ می شود. بنابراین:

$$h_m = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{T_{ice\ point}}{T_{steam\ point}} = 0/2680 \Rightarrow \frac{T_{ice\ point}}{T_{steam\ point}} = 0/7320$$

$$T_{steam\ point} - T_{ice\ point} = 100 \quad \text{بنابراین اگر فرض کنیم اختلاف این دو دما } 100^\circ K \text{ باشد:}$$

و دو معادله دو مجهول را حل کنیم:

$$T_{steam\ point} = 373/15K, T_{ice\ point} = 273/15K$$

نکته 1: یک چرخه تنها زمانی صورت می گیرد که قانون اول و دوم برآورده شود.

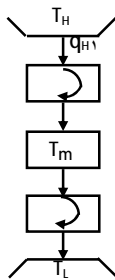
نکته 2: توربین های گازی، موتورهای احتراق داخلی و نیروگاه بخار، جزء موتورهای گرمایی می باشند.

نکته 3: معمولاً مخزنی که گرما از آن منتقل می شود منبع و مخزنی که گرما به آن منتقل می شود چاه نامیده می شود.

نکته 4: در یخچالها انرژی مفید Q_L در پمپهای حرارتی Q_H و در موتورهای گرمایی W است.

نکته 5: ضریب عملکرد پمپهای حرارتی با B' نمایش داده می شود.

$$B' = \frac{Q_H}{W} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} = \frac{1}{1 - \frac{Q_L}{Q_H}}$$



نکته 6: چنانچه B را ضریب عملکرد یخچال بگیریم در این صورت $B' - B = 1$ است.

نکته 7: دو بیان قانون دوم ترمودینامیک معادل یکدیگرند.

نکته 8: بیشترین بازده هنگامی است که تمام فرایندها برگشت پذیر باشند.

نکته 9: احتراق و اثرات هیستریزیس و اتلاف Ri^2 (در مدارهای الکتریکی) نمونه هایی از برگشت ناپذیری اند.

نکته 10: در سیکل کارنو دمای دو منبع حرارتی دما بالا و دما پائین ثابت است و ضمن انتقال حرارت نیز ثابت می ماند و

چون هر چهار فرایند بازگشت پذیرند پس کل چرخه بازگشت پذیر است.

نکته 11: راندمان سیکل کارنو تنها تابعی از دماهای منابع حرارتی دما ثابت است.

نکته 12: راندمان سیکل کارنو هیچ بستگی به سیال عامل و عوامل دیگر ندارد.

نکته 13: دو موتور حرارتی برگشت پذیر به صورت سری مطابق شکل کار می کنند. اگر بازده هر دو سیکل برابر باشد دمای T_M برابر با مقدار: $T_M = \sqrt{T_L T_H}$ خواهد شد.

آنتروپی

تابه حال به صورت کیفی با قانون دوم ترمودینامیک کار کردیم. در این فصل می خواهیم این قانون را به صورت کمی بررسی کنیم. قانون دوم را برای سیکل بیان کردیم ولی تعریف قانون دوم منجر به تعریف خاصیتی به نام آنتروپی می شود.

نامساوی کلاریوس

نامساوی کلاریوس بیان می کند که $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$ است. این نامساوی برای همه سیکلها (برگشت پذیر یا برگشت ناپذیر) برقرار است. چنانچه چرخه برگشت پذیر باشد $\oint \frac{dQ}{T} = 0$ می شود ولی هم در مورد موتورهای گرمایی و هم در مورد یخچالها $\frac{dQ}{T} \leq 0$ است. البته برای موتورهای گرمایی $\oint dQ \geq 0$ و برای یخچالها $\oint dQ \leq 0$ است.

آنتروپی و خاصیتی از سیستم

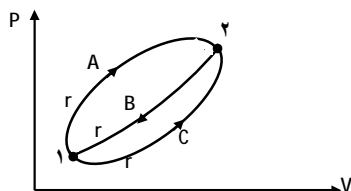
فرض کنیم بین دو حالت 1 و 2 فرایند برگشت پذیر به نام A وجود داشته باشد و سیکل با مسیر کامل و برگشت پذیر

$$0 = \oint \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T}\right)_A + \int_2^1 \left(\frac{dQ}{T}\right)_B \quad \text{B کامل شود. از آن جا که دو فرایند برگشت پذیرند داریم}$$

$$0 = \oint \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T}\right)_C + \int_2^1 \left(\frac{dQ}{T}\right)_B \quad \text{و اگر فرایند برگشت پذیر C را به جای A در نظر بگیریم مجدداً داریم:}$$

$$\int_1^2 \left(\frac{dQ}{T}\right)_A + \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T}\right)_C \quad \text{پس می توان نتیجه گرفت}$$

پس از آنجایی که مقدار $\int \frac{dQ}{T}$ برای همه فرایندهای برگشت پذیر بین دو حالت 1 و 2 یکسان است. پس نتیجه



می گیریم که مستقل از مسیر است و تنها تابعی از نقاط انتهایی است.

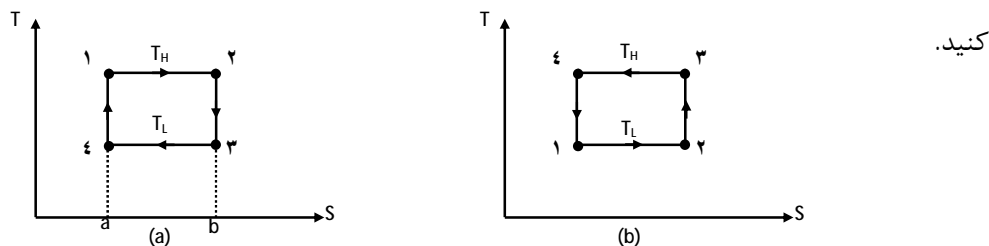
بنابراین یک خاصیت است.

بنابراین: $ds \equiv \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev}$

آنتروپی را می‌توان از رابطه $S_2 - S_1 = \int_h^2 \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev}$ محاسبه کرد که این مقدار هم برای فرایندهای برگشت پذیر و هم

برگشت ناپذیر صدق می‌کند. به آنتروپی همه مواد خالص می‌توانیم در دمای صفر مقدار صفر را نسبت بدهیم و با این کار قادر خواهیم بود، آنتروپی مطلق را محاسبه کنیم در هر صورت با نسبت دادن صفر به آنتروپی در دمای مشخص قادر خواهیم بود مقادیر آنتروپی را به آن نسبت دهیم. در حالت اشباع از فرمول $S = S_f + xS_{fg}$ مقدار آنتروپی را حساب می‌کنیم.

می‌خواهیم آنتروپی را در موتور گرمایی و یخچالی که در سیکل کارنو کار می‌کند، بررسی کنیم. نمودار زیر را ملاحظه



سیکل a، سیکل موتور گرمایی است. در فرایند (1-2) گرما به سیستم منتقل می‌شود و مقدار تغییر آنتروپی را می‌توان

از رابطه $S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev}$ محاسبه کرد و فرایند 2-3، فرایند آدیباتیک برگشت پذیر است لذا مشهود است که

تغییر آنتروپی وجود ندارد و فرایند 3-4 نیز فرایند دما ثابت برگشت پذیر است بنابراین $S_4 - S_3 = \int_3^4 \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev}$ که آن

را می‌توان ساده کرد (دما ثابت است) و به صورت $S_4 - S_3 = \frac{Q_4}{T_L}$ درآورد و هم چنین در فرایند 1-2،

$$S_2 - S_1 = \frac{Q_2}{T_H} \text{ است.}$$

فرایند 1-4، هم فرایند آدیباتیک برگشت پذیر است لذا تغییر آنتروپی در آن وجود نخواهد داشت. و از آنجا که فرایند

برگشت پذیر بوده لذا ΔS کل باید صفر باشد پس دو مقدار افزایش آنتروپی در فرایند 1-2 و کاهش آنتروپی در

فرایند 3-4 می‌بایست با هم کاملاً برابر باشند.

$$W_{net} = Q_H - Q_L$$

کار در چرخه کارنو برابر است با

لذا مساحت مستطیل 1-2-3-4 برابر کار می باشد و مساحت $12bal$ مقدار گرمای Q_H منتقل شده را نشان می دهد.
 بنابراین راندمان از فرمول $h_{+h} = \frac{W_{net}}{Q_H}$ محاسبه می شود. اما در شکل b که مربوط به یخچال است در فرایند 1-2 با گرفتن گرما آنتروپی افزایش می یابد و بر عکس در فرایند 3-4 با از دست دادن گرما آنتروپی کاهش می یابد.

روابط خواص ترمودینامیک

$$\begin{cases} tds = dU + pdV \\ tds = dH - Vdp \end{cases}$$

اثبات رابطه بالا:

$$dQ = du + dW \quad \text{قانون اول ترمودینامیک}$$

$$dQ = Tds, \quad dW = pdV \rightarrow Tds = du + pdV$$

$$H = u + PV \Rightarrow dH = du + pdV + Vdp$$

$$\Rightarrow dH - Vdp = du + pdV \Rightarrow Tds = dH - Vdp$$

تغییر آنتروپی از رابطه $S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev}$ محاسبه می شود این مقدار محاسبه شده بزرگتر $\int_1^2 \left(\frac{dQ}{T}\right)_{irr}$ است یعنی

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T}\right) \quad \text{که جمله آخر مثبت}$$

است. $dS_{gen} \geq 0$ تولید آنتروپی در فرایند به خاطر برگشت ناپذیریهای داخل سیستم است. این تولید آنتروپی می تواند ناشی از اصطکاک، انبساط نامحدود، انتقال انرژی بین دو دمای متفاوت باشد.

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{dQ}{T} + S_{Zgen} \quad \text{بنابراین}$$

اصل افزایش آنتروپی

این اصل می گوید که تغییرات خالص آنتروپی که شامل تغییر آنتروپی جرم کنترل (سیستم) می باشد همواره بزرگتر یا مساوی صفر است که مساوی صفر برای فرآیندهای برگشت پذیر و نامساوی برای فرآیندهای برگشت ناپذیر صادق است.

$$ds \geq 0 \quad \text{محیط} + ds + \text{جرم کنترلی} = ds \quad \text{خالص}$$

تغییر آنتروپی گاز ایده آل

$$Tds = du + pdV = C_{V_o}dT + pdV = C_{V_o}dT + \frac{RT}{V}dV$$

$$ds = C_{V_o} \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V}$$

اگر C_{V_o} ثابت $s_2 - s_1 = C_{V_o} \left(\ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right)$

$$Tds = dH - Vdp = C_{p_o}dT - \frac{RT}{p}dp \Rightarrow ds = C_{p_o} \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

اگر C_{p_o} ثابت $s_2 - s_1 = C_{p_o} \left(\ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{P_2}{P_1} \right)$

تغییرات آنتروپی در جامدات و مایعات

در جامدات و مایعات تغییرات حجم خیلی کوچک است و رابطه $Tds = du + pdV$ را می توان با در نظر گرفتن

$dV \cong 0$ به صورت زیر ساده کرد:

$$Tds \approx dc = CdT \Rightarrow ds = C \frac{dT}{T} \Rightarrow s_2 - s_1 = C \ln \frac{T_2}{T_1}$$

فرآیند ایزنتروپیک: $\Delta s = 0$ است در روابط زیر برقرار است:

$$PV^K = cte \quad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^K, \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1}$$

هم چنین با در نظر گرفتن $K = \frac{C_{p_o}}{C_{V_o}}$ و $R = C_{p_o} - C_{V_o}$ می توان C_{V_o} و C_{p_o} را بر حسب K و R محاسبه کرد.

$$C_{V_o} = \frac{R}{K-1}, C_{p_o} = \frac{KR}{K-1}$$

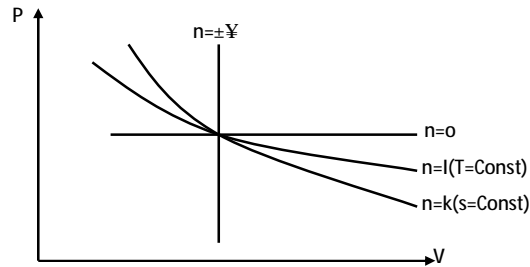
فرایند پلی تروپیک برگشت پذیر برای گاز کامل

وقتی که فرایندی آدیاباتیکی و بازگشت پذیر باشد در رابطه (ثابت $PV^K =$) صدق می کند اما چنانچه فرایند بازگشت پذیر و غیر آدیاباتیکی باشد در رابطه (ثابت $PV^n =$) صدق می کند.
آن گاه روابط زیر را داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}$$

$${}_1W_2 = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-n} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n}$$



فرایند پلی تروپیک به ازای n های مختلف در زیر نمایش داده شده است:

$$n=0 \text{ فرایند فشار ثابت } P = \text{const}$$

$$n=1 \text{ فرایند دما ثابت } T = \text{const}$$

$$n=K \text{ فرایند ایزونتروپیک } P = \text{const}$$

$$n=\infty \text{ فرایند هم حجم } V = \text{const}$$

تحلیل قانون دوم ترمودینامیک در مورد حجم کنترل

$$\text{برای سیستم} \quad \frac{ds_{c.m.}}{dt} = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{S}_{gen}$$

$$\text{برای حجم کنترل} \quad \frac{ds_{C.V.}}{dt} = \sum \dot{m}_i s_i - \sum \dot{m}_e s_e + \sum \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} + \dot{S}_{gen}$$

از آن جا که همه جملات معادله بالا الزاماً باید مثبت (یا صفر) باشند می توان معادله بالا را به صورت نابرابری زیر نوشت:

$$\frac{ds_{C.V.}}{dt} = \sum \dot{m}_i s_i - \sum \dot{m}_e s_e + \sum \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T}$$

در معادله بالا علامت تساوی مربوط به فرایندهای بازگشت پذیر داخلی و علامت نامساوی مربوط به فرایندهای بازگشت ناپذیر داخلی می باشد.

برای فرایند حالت پایدار - جریان پایدار، آنتروپی واحد جرم در هر نقطه حجم کنترل هیچ گونه تغییری نسبت به زمان

نخواهد کرد.

$$\frac{ds_{C.V.}}{dt} = 0$$

پس برای فرایند SSSF داریم:

$$\sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i = \sum \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} + \dot{S}_{gen}$$

در صورتی که یک جریان ورودی و خروجی داشته باشیم: $\dot{m}_i = \dot{m}_e$

$$\dot{m}(s_e - s_i) = \sum \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} + \dot{S}_{gen}$$

با این فرضها در مورد یک فرآیند آدیاباتیک نتیجه می‌شود $S_e \geq S_i$ که علامت تساوی در مورد فرآیند آدیاباتیک بازگشت پذیر صادق است.

فرایند برگشت پذیر حالت پایدار - جریان پایدار

رابطه زیر برای هر فرایند برگشت پذیری صادق است.

$$W = -\int_i^e v dp + \frac{V_i^2 - V_e^2}{2} + g(z_i - z_e)$$

و چنانچه بتوان از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل صرف نظر کرده خواهیم داشت:

$$W = -\int_i^e v dp$$

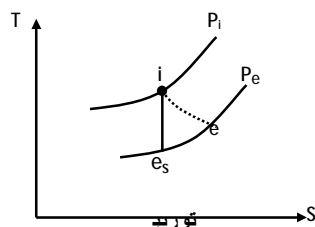
رابطه بالا نشان می‌دهد که کار محوری مربوط به این گونه فرایندها رابطه نزدیکی با حجم مخصوص سیال فعال در طی فرایند دارد.

راندمان ایزنتروپیک

چنانچه حالت ایده‌آل بین حالت ورودی و فشار خروجی توربین را فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (ایزنتروپیک) در نظر

بگیریم، می‌توان راندمان توربین را از رابطه

$$h_{\text{توربین}} = \frac{W}{W_s}$$

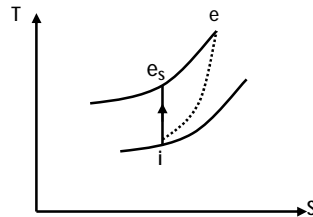


حساب کرد.

$$h_{s,t} = \frac{W}{W_s} = \frac{h_i - h_e}{h_i - h_{es}}$$

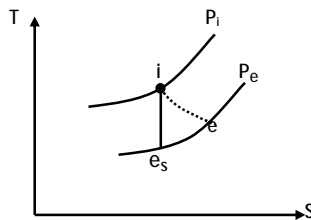
به همین ترتیب برای کمپرسور خواهیم داشت:

$$h_{\text{کمپرسور}} = \frac{W_s}{W} = \frac{h_i - h_{es}}{h_i - h_e}$$



$$h_{\text{nozzle}} = \frac{\frac{V_e^2}{2}}{\frac{V_{es}^2}{2}}$$

و راندمان ایزونتروپیک نازل در نمودار زیر از رابطه:



برگشت ناپذیری و قابلیت کاردهی

برای این که بیشترین بخش از Q ای که از منبع دما بالا دریافت می شود به کار تبدیل می شود، موتور باید کاملاً برگشت پذیر باشد و انتقال حرارت با اطراف نیز به صورت برگشت پذیر باشد. چون در فرایند واقعی کاری کمتر از کار برگشت پذیر ایده آل ایجاد می شود اختلاف بین این دو به صورت بازگشت ناپذیری تعریف می شود:

$$I = W_{rev} - W_{C,V}$$

مقدار کار برگشت پذیر برای سیستم را از رابطه زیر محاسبه می کنیم:

$${}_1W_2^{rev}{}_{\text{system}} = m(u_1 - T_o s_1) - m(u_2 - T_o s_2) + Q \left(1 - \frac{T_o}{T_H}\right)$$

هم چنین مقدار کار برگشت پذیر برای یک فرایند $SSSF$ را می توان از رابطه زیر حساب کرد.

$$W^{rev} = m(h_i - T_o s_1) - m(h_e - T_o s_e) + Q \left(1 - \frac{T_o}{T_H}\right)$$

مجموعه نکات

نکته 1: تغییر آنترופی را می‌توان از رابطه $S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev}$ محاسبه کرد.

نکته 2: از آنجایی که آنترופی یک خاصیت است، تغییر آنترופی ماده از یک حالت به حالت دیگر برای همه فرایندها

یکسان است (چه برگشت پذیر باشد چه برگشت ناپذیر) و مقدار محاسبه شده توسط رابطه $S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev}$ برای

تمام فرایندها یکسان است.

نکته 3: آنترופی خاصیتی مقدری (گسترده) است. مقادیر آنترופی مخصوص (آنترופی بر واحد وزن) در جداول

ترمودینامیکی آورده می‌شود.

نکته 4: مقادیر آنترופی مایع متراکم را می‌توان از مقادیر آنترופی مایع اشباع در همان دما تقریب زد.

نکته 5: نمودارهای مولیر نمودارهایی هستند که مواد بر اساس خواص دما (T-S) آنترופی یا بر اساس آنتالپی -

آنترופی (h-s) نمایش داده می‌شوند.

نکته 6: از فرمول راندمان کار نو مشاهده می‌شود که افزایش T_H و یا کاهش T_L راندمان کل سیکل را افزایش می‌دهد.

نکته 7: راندمان سیکل کارنو به 100% نزدیک می‌شود اگر $T_L \rightarrow 0$ برود.

نکته 8: در موتور کارنو در دمای T_H و در یخچال کارنو در دمای T_L آنترופی سیال زیاد شده و آنترופی منبع گرم یا

سرد کاهش می‌یابد.

نکته 9: در چرخه‌های ساعتگرد انتقال حرارت خالص و کار تولیدی خالص مثبت است. (چرخه تولید قدرت)

نکته 10: در چرخه‌های پاد ساعتگرد انتقال حرارت خالص و کار تولیدی خالص منفی است. (پمپ حرارتی یا یخچال)

نکته 11: فرایند آدیاباتیکی برگشت پذیر فرآیند هم آنترופی (ایزنتروپیک) است.

نکته 12: دو راه برای افزایش آنترופی سیستم وجود دارد: 1 - انتقال گرما 2 - بازگشت ناپذیری‌ها

نکته 13: تنها یک راه برای کاهش آنترופی وجود دارد آن هم گرفته گرما از جسم است.

نکته 14: بازگشت ناپذیری‌ها باعث می‌شوند که کار کمتر از کار بازگشت پذیر باشد.

نکته 15: برای فرایند بازگشت ناپذیر نمی‌توان از رابطه $\int pdV$ برای محاسبه کار و از انتگرال $\int Tds$ برای گرما استفاده

کرد.

نکته 16: در واقع قانون دوم بیان می‌کند که تنها فرایندهایی صورت می‌گیرند که در آنها تغییر آنترופی خالص جرم

کنترلی و محیط اطراف آن افزایش یابد و فرایند معکوس که تغییر آنتروپی خالص جرم کنترلی و محیط اطراف آن منفی است هرگز نمی‌تواند انجام شود. به این دلیل هر فرایند تنها در یک جهت انجام می‌شود.

نکته 17: مقدار کار انجام شده در فرآیند ایزنتروپیک را می‌توان از رابطه ${}_1W_2 = \frac{mR}{1-K}(T_2 - T_1) = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-K}$ حساب کرد.

نکته 18: $Tds = du + PdV$ برای فرایند حجم ثابت $V = const$ داریم

شیب فرایند حجم ثابت در نمودار $T-s$

$$Tds = C_{Vo}dt \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_V = \frac{T}{C_{Vo}} > 0$$

نکته 19: $Tds = dH - Vdp$ برای فرایند فشار ثابت $P = const$ داریم

شیب فرایند فشار ثابت در نمودار $T-s$

$$Tds = C_{Po}dt \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_P = \frac{T}{C_{Po}} > 0$$

نکته 20: مطابق رابطه $W = -\int_i^e vdp$ مشخص است که کار فرآیندها ssF رابطه نزدیکی با حجم مخصوص سیال فعال در طی فرایند دارد.

نکته 21- چون پمپ مایع را منتقل می‌کند که حجم مخصوص آن در مقایسه با بخار عبوری از توربین ناچیز است. توان ورودی به پمپ بسیار کمتر از توان خروجی از توربین است و تفاوت آنها برابر با توان خالص تولیدی نیروگاه می‌باشد.

نکته 22: پمپهای مایع از آنجا که مایع v مایع بسیار کوچکتر از گاز v است لذا نیاز به انرژی ورودی کمتری نسبت به کمپرسورها دارد.

سیکل های ترمودینامیک

سیکلهای توان و تبرید

سیکلهای توان به انواع مختلف تقسیم کرد: 1- تولید قدرت 2- ایجاد تبرید که با توجه به سیال عامل به دو صورت هستند: 1. سیکل تبرید بخار (دو فاز) یعنی در بویلر بخار تولید می‌شود در حالی که در پمپ مایع، پمپ می‌شود. 2- سیکلهای گازی: سیال عامل فقط در یک فاز گاز است.

از دیدگاه، دیگر سیکلها را می توان به انواع: 1 - سیکل باز: مانند موتور بنزینی که در آن گاز یک سیکل کامل را طی نمی کند. 2 - سیکل بسته: سیکل کامل طی می شود و سیال عامل مجدداً به چرخه باز می گردد مانند نیروگاه اتمی، سیکل یخچال

سیکل رانکین

شبيه ترين سیکل به نمونه های نیروگاه بخار است.



این سیکل از 4 قسمت تشکیل شده است:

- 1 - 2: فرایند پمپ کردن (ایزنتروپیک) فشار اب (یا سیال عامل) از فشار کم کند انسور به فشار زیاد تر بویلر می رسد.
- 2 - 3: انتقال گرمای فشار ثابت در بویلر (انتقال حرارت از منبع گرم به سیال عامل)
- 3 - 4: توربین، انبساط ایزنتروپیک انجام می شود و سیال عامل از فشار بالای بویلر به فشار پائین کند انسور می رسد.
- 4 - 1: از دست حرارت q_L و انتقال گرما به منبع سرد که ترکیب بخار و مایع به مایع اشباع تبدیل می شود این فرایند هم در فشار ثابت انجام می گیرد.

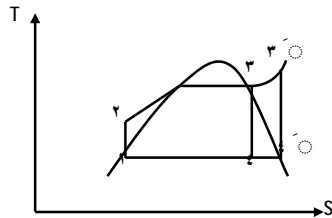
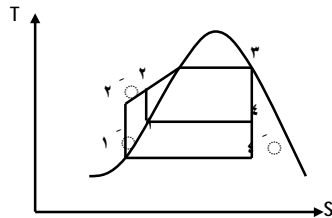
برای بررسی راندمان می توانیم با میانگین های دمای T_H و T_L کارکرد. افزایش T_H متوسط و کاهش T_L متوسط راندمان را زیاد می کند. فرایند $3-3'$ به نوعی گسترش دادن سیکل کارنوبه محدوده غیر دو فاز است و از آنجا که باید به بخار گرما بدهیم و هم افت فشار داشته باشیم فرایندی غیر عملی است. برای محاسبه راندمان سیکل از فرمول

$$h = \frac{W_{net}}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = \frac{1-2-2'-3-4-1}{a-2-2'-3-d-a} \quad \begin{matrix} \text{سطح} \\ \text{سطح} \end{matrix}$$

تأثیر عوامل مختلف بر راندمان سیکل رانکین

1- تأثیر کاهش فشار و دمای کندانسور: در این حالت با کاهش فشار W_{net} و Q_H زیاد می‌شود اما در کل راندمان افزایش می‌یابد، منتهی کیفیت بخار خروجی توربین کاهش می‌یابد رطوبت آن بالا می‌رود و سبب خرابی پره‌ها می‌شود. ضمن آنکه محدودیت هم داریم یعنی حداکثر تا جایی می‌توانیم دمای آن را کاهش دهیم که از دمای آب سرد کند

انسور بیشتر باشد.



حالت اول (1-2-3-4) و حالت بعد از کاهش فشار را با $1'2'3'4'$ نمایش می‌دهیم.

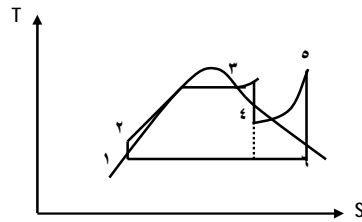
2- اثر سوپر هیت کردن بخار در بویلر:

با سوپر هیت کردن بخار در بویلر در حالی که T_L مقدار ثابتی است مشاهده می‌کنید که میانگین حرارتی T_H زیاد شده است. پس بازده حرارتی زیاد می‌شود و رطوبت بخار خروجی در نقطه $4'$ کم شده است. اما در این موضوع هم با محدودیت ناشی از جنس پره‌ها مواجه می‌شویم که معمولاً نمی‌توانند بیشتر از دماهای حدود $600^\circ C$ را تحمل کنند.

3- اثر افزایش فشار بویلر: به شرط آنکه دمای ماکزیمم ما محدودیت داشته باشد (ثابت باشد) این کار باعث افزایش راندمان حرارتی می‌شود چرا که میانگین T_H بالا می‌رود (حسن) ولی باعث می‌شود که سیال خروجی از توربین رطوبت بیشتری داشته باشد. (عیب)

چرخه رانکین با گرمایش مجدد

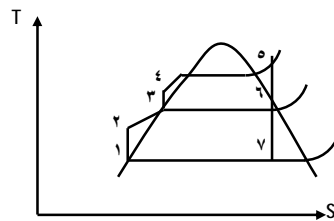
همان طور که ذکر شد می‌توان با افزایش فشار راندمان را افزایش داد که عیب افزایش رطوبت خروجی از توربین را نیز به همراه دارد. اما گرمایش مجدد سبب می‌شود که ضمن بهره‌گیری از افزایش راندمان در فشار بالاتر، ضمناً باعث می‌شود تا ما از شرایط افزایش رطوبت در خروجی توربین خلاص شویم.



روش عمل هم بدین صورت است که در میان توربین بخار را گرفته و در بویلر دوباره گرم می‌کنیم و بعد به طبقه بعدی توربین می‌رستیم.

چرخه را نکین با بازیاب

برای افزایش راندمان باید تا جای ممکن T_H میانگین را بالا برد. این کار را می‌توان با گرفته مقدار بخار از طبقات میانی توربین بخار و مخلوط کردن آن با خروجی پمپ انجام داد بدین ترتیب دیگر نیازی نیست که Q_H در دماهای پائین‌تری خرج شود ولی بعد از مخلوط شدن دو سیال نیاز به پمپ دیگری برای رساندن فشار مخلوط دو سیال به فشار بویلر است.



چرخه‌های توان استاندارد هوا

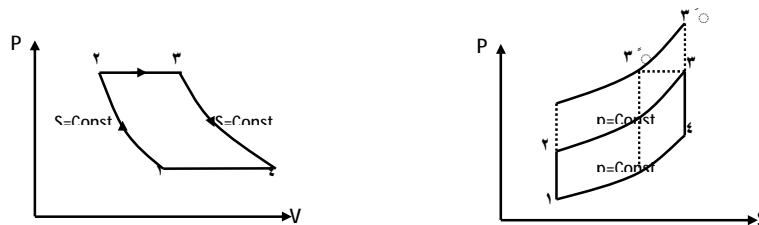
- 1 - سیال عامل آن هواست و مقدار جرم آن ثابت است و خواص آن تغییر نمی‌کند.
- 2 - به جای فرایند احتراق گرما از منبع خارجی تأمین می‌شود.
- 3 - فرایندهای سیکل با دادن گرما به محیط کامل می‌شود نه با تخلیه گاز به محیط.

4 - همه فرایندها برگشت پذیر داخلی اند.

5 - هوا گرمای ویژه ثابت دارد.

چرخه برایتون

این سیکل از دو فرایند فشار ثابت و ایزنتروپیک تشکیل شده است و در آن از سیال گاز تکفاز استفاده می‌شود.



$$q_h = h_3 - h_2 = c_p(T_3 - T_2) \Rightarrow h_{th} = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 1 - \frac{C_p(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)}$$

$$q_L = h_4 - h_1 = c_p(T_4 - T_1)$$

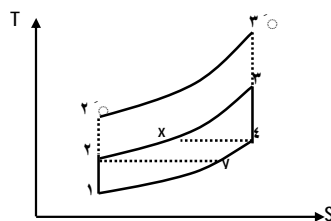
$$h_{th} = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)}$$

$$\frac{P_3}{P_4} = \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{K}{K-1}} = \left(\frac{T_3}{T_4} \right)^{\frac{K}{K-1}} \Rightarrow \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} - 1 = \frac{T_4}{T_1} - 1$$

$$h_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}}}$$

بنابراین با افزایش نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ راندمان زیاد می‌شود اما به علت محدودیت $T_3 = T_{max}$ به جای آنکه به T_3 برسیم

در نتیجه با این که این کار راندمان را افزایش می‌دهد اما سبب کاهش کار خروجی (قدرت) از چرخه می‌شود.



سیکل توربین گاز همراه با بازیاب

برای بالا بردن میانگین دمای T_H می‌توان گرمای گازهای خروجی را در بازیاب به هوا خروجی کمپرسور منتقل کرد. به این ترتیب هزینه‌ای صرف گرم کردن گاز در فاصله $2-x$ نداریم و فقط کافی است گاز را در فاصله $3-x$ گرم کنیم و البته این کار باعث می‌شود دمای گازهای خروجی از 4 به y افت کنند.

$$q_H = C_p(T_3 - T_x), W_t = C_p(t_3 - T_4), W_c = C_p(T_2 - T_1)$$

$$h_{th} = 1 - \frac{W_c}{W_t} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}$$

نه تنها به نسبت فشار بلکه به نسبت کمترین دما به بیشترین دما $\left(\frac{T_1}{T_3}\right)^L$ نیز بستگی دارد.

سیکل استاندارد هوا برای دانش جت

در این سیکل کار انجام شده توسط توربین تنها برای راندن کمپرسور کافی است و فشار خروجی از توربین بزرگتر از فشار محیط خواهد بود در نتیجه در یک نازل می‌توان آن را با سرعت زیاد و فشار محیط خارج کرد. عکس‌العمل خروج هوا از دهانه نازل به صورت نیروی جلو برنده بر بدنه موتور وارد می‌شود که از معادله مومنتوم قابل محاسبه است.

سیکل اتو

سیکل هوای استاندارد اتو، سیکلی ایده‌آل است که موتور احتراق داخلی جرقه‌ای را مدل می‌کند.

فرایند 1-2: تراکم ایده‌آل $S = \text{cost}$ که پیستون از نقطه مرگ پایین به نقطه مرگ بالا حرکت می‌کند. یا به عبارتی از

بیشترین حجم به کمترین حجم می‌رسد. در سیکل واقعی به جای بخار هوا، مخلوطی از هوا و بنزین متراکم می‌شود.

فرایند 2-3: در سیکل ما حرارت از بیرون به هوا در حجم ثابت منتقل می‌شود اما در موتور واقعی مخلوط بنزین و هوا

در حجم تقریباً ثابت از طریق جرقه منفجر می‌شود. و مقداری انرژی آزاد می‌شود که همان Q_H است)

فرایند 3-4: عکس فرایند 1-2 یا انبساط ایده‌آل (برگشت پذیر و آدیاباتیکی)، $S = \text{Const}$ حجم از نقطه مرگ بالا به

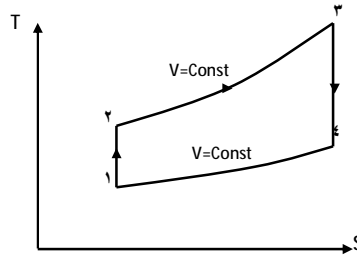
نقطه مرگ پایین انتقال می‌یابد و از کمترین حجم به بیشترین حجم می‌رسد. در واقع: مخلوط دود (محصولات احتراق)

از نقطه مرگ بالا به نقطه مرگ پایین منبسط می‌شود.

فرایند 4-1: هوا در حجم ثابت حرارت از دست می‌دهد تا به خواص نقطه (1) برسد (Q_L) اما در سیکل واقعی از طریق

تخلیه و تنفس به جای اولش برمی‌گردد.

$$h_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - (r_v)^{1-K} = 1 - \frac{1}{r_u^{K-1}}$$



که در آن r_u نسبت تراکم بوده و برابر است با: $r_u = \text{compression ratio} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$

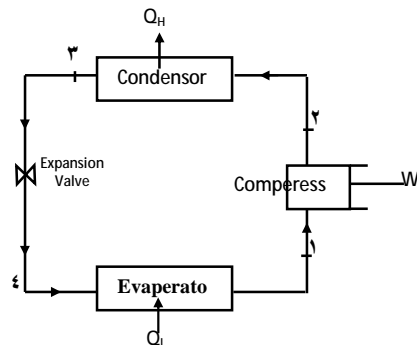
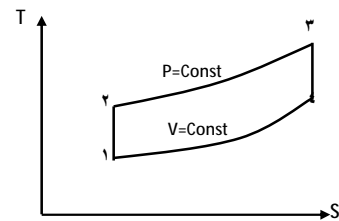
پس راندمان سیکل اتو تابعی از نسبت تراکم است و با افزایش آن زیاد می‌شود.

سیکل دیزل

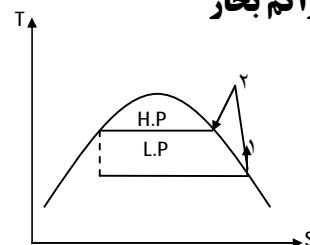
در این سیکل به جای فرایند حجم ثابت موتور بنزینی که q_H دریافت می‌کرد این حرارت در فشار ثابت منتقل می‌شود. یعنی در این حالت انتقال حرارت و افزایش حجم را با هم داریم.

بنابراین راندمان حرارتی از فرمول $Q_H = C_p(T_3 - T_2), Q_L = C_v(T_4 - T_1)$

$$h_{th} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{C_v(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)}$$



سیکل تبرید تراکم بخار



فرایند 1-2: تراکم بخار اشباع صورت می‌گیرد و از فشار کم به فشار بالا می‌رسد.

(تراکم ایزنتروپیک در کمپرسور)

فرایند 2-3: انتقال حرارت به منبع گرم (محیط) (Q_H) در فشار ثابت منتقل می‌شود این عمل در کند انسور انجام می‌شود.

فرایند 3-4: انبساط برگشت ناپذیری (اصطکاکی) در این مرحله همراه با افت فشار، افت دما در سیال عامل رخ می‌دهد.

فرایند 4-1: در Eraporator (تبخیر کننده)، مخلوط مایع بخار با جذب حرارت به بخار اشباع تبدیل می‌شود.

همان طور که می‌دانید ضریب عملکرد یخچال B از رابطه $B = \frac{q_L}{W_c}$ محاسبه می‌شود

در حالیکه ضریب عملکرد پمپ حرارتی از رابطه $B' = \frac{q_H}{W_c}$ محاسبه می‌شود.

سیکل تبرید استاندارد هوایی

برای تهیه هیدروژن مایع، اکسیژن مایع، سوخت موشک باید آنها را به دمای پایین برسانیم تا تقطیر شوند. این کار را نمی‌توان با افت دمایی که در شیر انبساط است انجام داد. چرا که به دماهای خیلی پائین تر نیاز است.

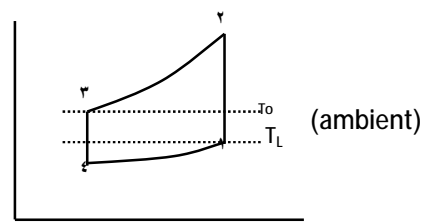
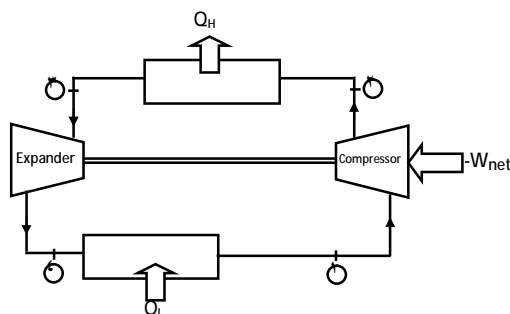
فرایند 1-2: هوای سرد وارد کمپرسور می‌شود و در فرایند ایزنتروپیک فشار آن به نقطه 2 می‌رسد.

فرایند 2-3: هوای داغ خروجی کمپرسور گرمای خود را به محیط می‌دهد تا به دمای محیط برسد. (فشار ثابت)

فرایند 3-4: انبساط آدیا باتیک و برگشت پذیر رخ می‌دهد که قادر است مقدار کمی از کار موردنیاز کمپرسور را جبران کند.

فرایند 4-1: فرایند فشار ثابت که گرما را از محیط موردنظر جذب می‌کند.

این سیکل در واقع عکس چرخه برایتون است.



مجموعه نکات

نکته 1: در بسیاری از موارد که در واقعیت سیکل موردنظر، سیکل باز است در ثنوری آن را سیکل بسته در نظر می‌گیریم. این کار مادر واقع نوعی ساده کردن مسأله است. این ساده کردن ممکن است نتایج مهم را حذف کند اما در هر صورت ما را به نتایج ارزشمندی می‌رساند.

نکته 2: در بررسی سیکلها وقتی می‌خواهیم بنیم راندمان چگونه تغییر خواهد کرد. می‌توانیم بررسی کنیم که میانگین دمای بالا و دمای پایین سیال چه تغییری خواهد کرد. اگر میانگین دمای بالای سیال زیاد شد یا میانگین دمای پایین سیال کاهش یافت راندمان زیاد می‌شود.

نکته 3: راندمان سیکل را نکین از راندمان سیکل کارنو متناظر کمتر است ولی در عوض این سیکل واقعی و قابل اجر است.

نکته 4: دو دلیل وجود دارد که سیکل را نکین عملی است ولی سیکل کارنو عملی نیست. دلیل اول: در سیکل کارنو تنها مایع در پمپ داریم ولی در سیکل کارنو دستگاهی که نداریم که فشار مایع و گاز را با هم بالا ببرد. دلیل دوم: در فرایند فشار ثابت در بویلر سیال عامل را گرم می‌کنیم نه در فرایند دما ثابت .

نکته 5: اساس کارتوربین و کلاً سیکل را نکین آن است که در پمپ $\int u dp$ کوچکتر است و از ما کار می‌گیرد ولی در توربین از آنجا که بخار $v < \text{مایع}$ است لذا $\int u dp$ مقدار کار بیشتری به ما تحویل می‌دهد.

نکته 6: راندمان چرخه کارنو از چرخه را نکین بیشتر است، چرا که در چرخه را نکین متوسط دمای T_H پایین‌تر است.

نکته 7: در سیکل را نکین کاهش فشار و دمای کند انسور سبب افزایش بازده می‌شود (حسن آن) ولی رطوبت بخار خروجی توربین را افزایش می‌دهد. (عیب آن)

نکته 8: در سیکل را نکین سوپر هیت کردن بخار باعث افزایش بازه می‌شود (حسن آن) و رطوبت بخار خروجی را نیز کاهش می‌دهد (حسن آن)

نکته 9: در سیکل را نکین گرمایش مجدد راندمان سیکل را به میزان اندکی افزایش می‌دهد و فایده اصلی آن در کاهش رطوبت خروجی از توربین است.

نکته 10: گرمکن‌های آب تغذیه به دو نوعند: 1 - گرمکن آب تغذیه باز 2 - گرمکن تغذیه بسته

نکته 11: گرمکن تغذیه باز، ساده و ارزان است و انتقال حرارت بهتری دارد (نسبت به گرمکن تغذیه بسته). اما در عوض نیاز به پمپ اضافی برای حمل مخلوط دو سیال دارند.

نکته 12: گرمکن تغذیه بسته، پیچیده تر و گران تر است و انتقال حرارت کمتر و برای هر گرمکن نیاز به پمپ اضافی نیست.

نکته 13: دقت کنید که در سیلکهای واقعی افت فشار وجود دارد که سبب کاهش راندمان می شود. هم چنین افزایش آنترופی را در پی دارد. یا در اثر انتقال حرارت در بعضی مسیرها افت حرارت و در نتیجه کاهش آنترופی خواهیم داشت.

نکته 14: اشکال سیکل برایتون آن است که هم در کمپرسور و هم در توربین بخار داریم و برای کمپرسور کار به مقدار $\int v dp$ نیاز داریم که کار توربین را به خود اختصاص می دهد و از راندمان می کاهد در حالی که در سیکل را نکین 1 تا 2% کار توربین برای گرداندن پمپها مصرف می شد.

نکته 15: راندمان سیکل برایتون از رابطه

$$h_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}}$$

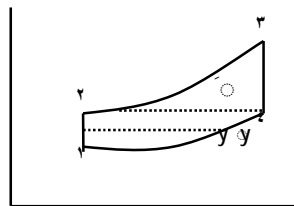
اما راندمان سیکل برایتون همراه با بازیاب عبارتست از:

$$h_m = 1 - \frac{T_1}{T_3} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}$$

نکته 16: در سیکل های با بازیاب مثلاً سیکل برایتون برای مبدل حرارتی راندمان هم تعریف می شود. که با توجه به

نمودار زیر بدین صورت می شود:

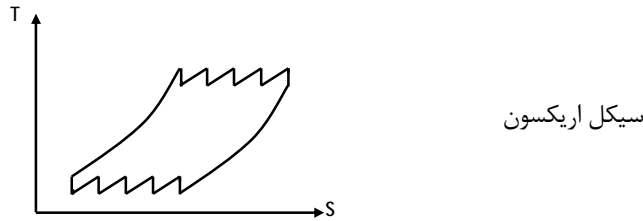
$$h_{reg} = \frac{h_x - h_2}{h_x' - h_2}$$



نکته 17: استفاده از فرایندهای همد ما در کمپرسور و توربین نسبت به فرایندهای آدیاباتیک رجحان دارد. سیکل حاصل، سیکل اریکسون نامیده می شود که از دو فرایند برگشت پذیر فشار ثابت و رو فرایند برگشت پذیر همد ما تشکیل شده است اما انتقال گرما از کمپرسور یا دادن گرما به توربین در حین کار غیر ممکن است و آنها به صورت آدیاباتیک کار می کنند.

نکته 18: بنابراین برای نزدیک شدن به سیکل اریکسون چاره آئی به جز چند طبقه تراکم همراه با خنک کن میانی و چند طبقه توربین همراه با گرمکن بین طبقات نداریم.

نکته 19: می توان اثبات کرد که سیکل اریکسون (که در دو نکته بالا توضیح داده شد) بیشترین راندمان را بین دو فشار معین دارد.



نکته 20: اگر به تعداد متوالی طبقات کمپرسور و توربین استفاده شود به سیکل اریکسون نزدیک می شویم اما چیزی که عملی است، دو تا سه بار است

نکته 21: راندمان سیکل اتو تابعی از نسبت تراکم است و با افزایش آن زیاد می شود.

$$n_{th} \setminus 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - (r_v)^{1-K} = 1 - \frac{1}{r_v^{K-1}}$$

نکته 22: در موتور واقعی با افزایش نسبت تراکم پدیده کوبش رخ می دهد یعنی سوخت به سرعت می سوزد و موجهای فشاری قوی در سیلندر پدید می آیند پس ماکزیمم نسبت تراکم توسط این پدیده در موتورهای بنزین محدود می شود.

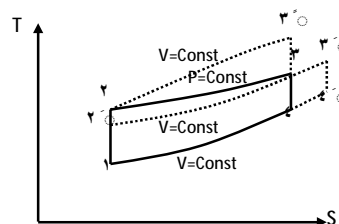
نکته 23: فشار متوسط مؤثر به صورت $mep = \frac{W_{ent}}{V_{max} - V_{min}}$ تعریف می شود.

نکته 24: در سیکل دیزل با افزایش دمای ماکزیمم راندمان سیکل کاهش می یابد. که این به دلیل همگرایی خطوط فشار ثابت و حجم ثابت است که سبب می شود با افزایش بیشتر گرمای Q_H تنها مقدار کمی به W_{net} افزوده شود.

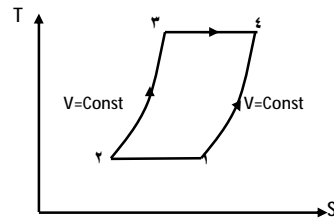
نکته 25: در مقایسه بین سیکل اتو و دیزل باید ذکر شود که چنانچه فرض کنیم نسبت تراکم هر دو یکی است مشاهده می شود که سیکل بنزینی 1-2-3'-4- راندمان بیشتری نسبت به سیکل دیزل 1-2-3-4 دارد.

که البته این موضوع واقعیت ندارد چرا که نسبت تراکم موتورهای بنزینی همواره کمتر است.

نکته 26: اما چنانچه به صورت واقعی آنها را مقایسه کنیم. از آنجا که نسبت تراکم سیکل بنزینی کمتر است پس سیکل 12'34 دارای راندمان کمتری نسبت به سیکل دیزل 1234 است.



نکته 27: سیکل ایده آل برای موتورهای بنزینی (سیکل اتو) سیکل هوای استاندارد استرلینگ می باشد. که به جای دو فرایند آنتروپی ثابت دو فرایند همدما دارد و در نتیجه راندمان آن برابر راندمان سیکل کارنو است.



سیکل هوای استاندارد استرلینگ

نکته 28: در سیکل تبرید تراکمی بخار از آنجا که فرایند انجام شده در شیر انبساط بازگشت ناپذیر است لذا سیکل بازگشت ناپذیر است.

نکته 29: در یخچال برای ایجاد افت فشار بجای شیر انبساط از لوله موئین استفاده می شود.

نکته 30: در کولر گازی eraporator در داخل اتاق و کندانسور در خارج اتاق قرار می گیرد و گرمای Q_L در eraporator جذب شده و در کندانسور Q_H تحویل محیط داده می شود.

نکته 31: اما در یخچال eraporator داخل محیط یخچال است و کندانسور در محیط قرار دارد.

مخلوطهای گازی

فرض کنیم که مخلوطی از N گاز وجود دارد، در این صورت:

$$m_{tot} = m_1 + m_2 + \dots + m_N = \sum m_i$$

$$m_{tot} = n_1 + n_2 + \dots + n_N = \sum n_i$$

$$C_i = \frac{m_i}{m_{tot}}: \text{کسر جرمی}$$

$$y_i = \frac{n_i}{n_{tot}}: \text{کسر مولی}$$

این دو مطابق رابطه زیر به هم مربوط می شوند:

$$C_i = \frac{m_i}{m_{tot}} = \frac{n_i M_i}{\sum n_j M_j} = \frac{n_i M_i / n_{tot}}{\sum n_j M_j / n_{tot}} = \frac{y_i M_i}{\sum n_j M_j / n_{tot}}$$

$$y_i = \frac{n_i}{n_{tot}} = \frac{\frac{M_i}{M_i}}{\sum \frac{m_j}{M_j}} = \frac{\frac{m_i}{M_i m_{tot}}}{\sum \frac{m_j}{M_j m_{tot}}} = \frac{\frac{C_i}{M_i}}{\sum \frac{C_j}{M_j}}$$

وزن مولکولی ترکیب به همین صورت محاسبه می‌شود:

$$M_{mix} = \frac{m_{tot}}{h_{tot}} = \frac{\sum n_i M_i}{n_{tot}} = \sum y_i m_i$$

مدل دالتون

خواص هر گاز در مخلوط همانند خواص هر جزء است که به صورت جداگانه در همان حجم و دمای مخلوط قرار داشته باشد.

$$pv = N\bar{R}T, n = n_A + n_B$$

$$P_A V = n_A \bar{R}T$$

$$P_B V = n_B \bar{R}T$$

با جایگذاری ما خواهیم داشت:

$$n = n_A + n_B$$

$$\frac{PV}{RT} = \frac{P_A V}{RT} + \frac{P_B V}{RT} \Rightarrow P = P_A + P_B$$

که P_A و P_B به عنوان فشارهای جزئی شناخته می‌شوند.

مدل آماگات

او فرض کرد که خواص هر جزء در مخلوط با خواص آن گاز در حالتی که جداگانه در همان دما و فشار مخلوط باشد برابر است.

$$PV = n\bar{R}T$$

$$n = n_A + n_B$$

$$PV_A = n_A \bar{R}T$$

$$PV_B = n_B \bar{R}T$$

$$n = n_A + n_B \Rightarrow \frac{PV}{RT} = \frac{PVA}{RT} + \frac{PV_B}{RT}$$

$$V = V_A + V_B$$

$\frac{V_A}{V}$ و $\frac{V_B}{V}$ را کسرهای حجمی می‌نامیم و از مقایسه روابط این صفحه با صفحه قبل به این نتیجه می‌رسیم که

$$y_A = \frac{V_A}{V} = \frac{n_A}{n} = \frac{P_A}{P}$$

خواص ترمودینامیکی مخلوط‌ها

هر چند که استفاده از هر دو روش مفید و کارا است ولی مدل دالتون با واقعیت بیشتر منطبق است.

$$u = n\bar{u} = n_A\bar{u}_A + n_B\bar{u}_B$$

$$H = n\bar{h} = n_A\bar{h}_A + n_B\bar{h}_B$$

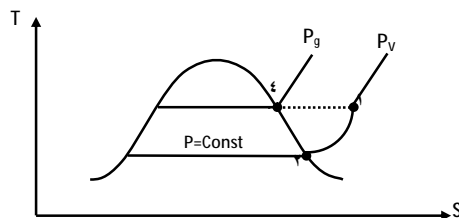
علامت بالای حروف h و u نشان می‌دهد که این مقادیر بر واحد مول بیان شده‌اند.

$$s = n\bar{s} = n_A\bar{s}_A + n_B\bar{s}_B$$

در رابطه بالا آنتروپی‌ها باید در فشار جزئی خود نشان در رابطه بالا ترار بگیرند چون آنتروپی تابع دما و فشار است.

مدل ساده شده مخلوط گاز و بخار

نقطه شبنم: نقطه شبنم مخلوط گاز بخار دمایی است که چنانچه بخار در فشار ثابت خنک شود شروع به تقطیر می‌کند.



رطوبت نسبی $f = (\text{Relative humidity})$

رطوبت نسبی f برابر نسبت کسر مولی بخار در مخلوط به کسر مولی بخار در مخلوط اشباع در همان دماست. از آنجا که

بخار را می‌توان گاز ایده‌آل در نظر گرفت این تعریف را می‌توان به صورت نسبت فشار جزئی بخار موجود در مخلوط P_v به

فشار اشباع بخار در همان دما، P_g تعریف کرد.

$$f = \frac{P_v}{P_g}$$

که در شکل بالا برابر است با $f = \frac{P_1}{P_4}$

رطوبت مخصوص (نسبت رطوبت) $W = (\text{Humidity Ratio})$

نسبت جرم بخار آب m_v به جرم هوای خشک m_a است، هوای خشک برای تأکید بر این موضوع است که بخار در هوا وجود ندارد.

$$w = \frac{m_v}{m_a}$$

$$m_v = \frac{P_v V}{R_v T} = \frac{P_v V M_v}{R T} \quad , \quad m_a = \frac{P_a V}{R_a T} = \frac{P_a V M_a}{R T}$$

$$w = \frac{P_v V / R_v T}{P_a V / R_a T} = \frac{R_a P_v}{R_v P_a} = \frac{M_v P_v}{M_a P_a} = 0.622 \frac{P_v}{P_a}$$

فرایند اشباع آدیاباتیک

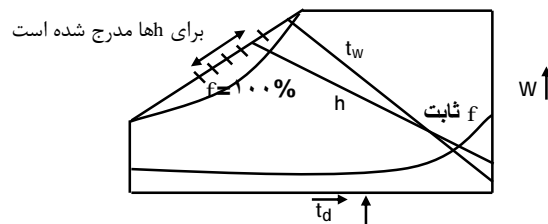
در این فرایند مخلوط بخار - هوا در با مایع داخل داکت عایق شده‌ای قرار خواهد گرفت. چنانچه رطوبت نسبی از 100% کمتر باشد مقداری از آب تبخیر می‌شود و دمای مخلوط کاهش خواهد یافت. چنانچه مخلوطی که مجرا را ترک می‌کند اشباع شده باشد و اگر فرایند آدیاباتیک باشد، دمای مخلوط را دمای اشباع آدیاباتیک می‌نامیم.

دمای حباب خشک (Dry bulb temperature) و دمای حباب تر (Wet bulb temperature)

رطوبت مخلوط آب و هوا از زمانهای گذشته با سایکر و متر اندازه‌گیری می‌شده است که از جریانی از هوا که از ترمومترها حباب خشک و تر می‌گذرد استفاده می‌کند. برای اندازه‌گیری دمای حباب تر پنبه‌ای آغشته بر آب حول مخزن دماسنج می‌پیچیم. چنانچه مخلوط هوا - بخار اشباع نباشد، مقداری از آب داخل فتیله تبخیر می‌شود. و در هوای محیط پخش می‌شود که باعث خنک شدن فتیله می‌شود و باعث می‌شود دمایی که ترمومتر نشان می‌دهد کاهش یابد به این دما که از دمای حباب خشک کمتر است دمای حباب تر می‌گوئیم.

نمودار رطوبت سنجی

خواص مخلوط بخار و هوا در نمودارهایی به نام نمودار سایکر و متریک رسم شده است. برای مشخص کردن همه خواص به سه خاصیت نیاز داریم مثل فشار و دما و ترکیب مخلوط. پس می‌توان نمودار را در یک فشار معین رسم کرد. بدین



ترتیب با دو خاصیت بقیه خواص را بیابیم.

مجموعه نکات

نکته 1: دمای اشباع آدیباتیک تابعی از فشار دما و رطوبت نسبی مخلوط بخار و هوای ورود و هم چنین تابعی از فشار خروجی است.

نکته 2: فرایند حباب‌تر بسیار شبیه فرایند دمای اشباع آدیباتیک است اما کاملاً یکسان نیست به همین خاطر دمای اشباع آدیباتیک، همان دمای حباب‌تر نامیده می‌شود.

نکته 3: دمای حباب‌تر که با سایکرومتر اندازه‌گیری می‌شود تحت تأثیر نرخ‌های جرم و گرما قرار دارد که برای مثال به سرعت جریان هوا بستگی دارد.

نکته 4: خطوط آنتالپی ثابت به موازات خطوط دما ثابت حباب‌تر هستند. این واقعیت به آن علت است که دمای حباب‌تر برابر دمای اشباع آدیباتیک است.

نکته 5: آنتالپی کلی مخلوط هوا - بخار را می‌توان از رابطه زیر که مجموع آنتالپی‌های هوای خشک و بخار آب موجود است محاسبه کرد.

$$H = H_a + H_v = m_a h_a + m_v h_v$$

$$h = h_a + w h_v$$

نکته 6: در دمای اشباع آدیباتیک باید f مخلوط برابر یک باشد.

نکته 7: جرم مقداری از بخار که تقطیر شده است را می‌توان از فرمول $m_a(w_1 + w_2) = m$ تقطیر شده m یافت

نکته 8: قانون اول برای فرایند اشباع آدیباتیک به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\dot{Q}_{C.V.} + \dot{m}_a h_{a1} + \dot{m}_{v1} h_{v1} = \dot{m}_a h_{a2} + \dot{m}_{v2} h_{v2} + \dot{m}_{l2} h_{l2}$$

نکته 9: رابطه بالا را با تقسیم کردن بر \dot{m}_a می‌توان به صورت زیر درآورد.

$$\frac{\dot{Q}_{C.V.}}{\dot{m}_a} + h_{a1} + w_1 h_{v1} = h_{a2} + w_2 h_{v2} + (w_1 - w_2) h_{l2}$$

روابط ترمودینامیکی

معادله کلاپیرون

یک سیکل کارنو که بین دو فشار p و $p - \Delta p$ یا دماهای T و $T - \Delta T$ کار می‌کند را در نظر بگیرید. یعنی در ناحیه اشباع دو فرایند فشار ثابت و دو فرایند ایزنتروپیک داریم. در این صورت با مقایسه روابط W_{net} که می‌شود برای این سیکل نوشت بدست می‌آوریم.

$$\frac{dp_{sat}}{dT} = \frac{s_{fg}}{v_{fg}} = \frac{h_{fg}}{TV_{fg}}$$

این رابطه را معادله کلاپیرون می‌نامند.

روابط ریاضی برای فاز همگن

یک متغیر (خاصیت ترمودینامیکی) که تابعی پیوسته از X و Y است را در نظر بگیرید:

$$Z = f(x, y)$$

$$dz = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x dy$$

$$dz = Mdx + Ndy$$

$$M = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y, N = \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x$$

$$\left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_y = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$$

رابطه ریاضی مهم دیگر بدین صورت است:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

روابط ماکسول

$$du = Tds - pdV$$

$$dh = tds + vdp$$

$$u = u(s, V), h = (s, p)$$

$$dz = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x dy$$

از مقایسه روابط ماکسول با رابط ریاضی:

به این نتایج می‌رسیم:

$$T = \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v \quad T = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p$$

$$P = -\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s \quad , \quad v = \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_s$$

$$A = u - Ts \quad a = u - Ts$$

تابع همولتز A را به صورت:

$$G = H - Ts \quad g = h - Ts$$

و تابع گیبس G را به صورت

تعریف می‌کنیم با دیفرانسیل گیری داریم:

$$da = -sdt - pdv$$

$$dg = -sdT + vdp$$

که اگر عمل بالا را تکرار کنیم داریم:

$$\left(\frac{\partial a}{\partial v}\right)_T = -P \quad , \quad \left(\frac{\partial a}{\partial T}\right)_v = -s$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_T = V \quad , \quad \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_P = -s$$

هم چنین با توجه به رابطه

$$\left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_y$$

داریم:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = -\left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_v \quad , \quad \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s = \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_P$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T \quad , \quad \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = -\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T$$

انبساط پذیری حجمی و تراکم پذیری آدیاباتیک و هم‌ما

ضریب انبساط حجمی نمایانگر تغییر حجم به دلیل تغییر درجه حرارت در حین ثابت ماندن فشار است.

$$a_p = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

قابلیت تراکم پذیری هم‌ما B_T بیانگر

$$B_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T$$

عکس تراکم پذیری هم‌ما را با مدول حجمی هم‌ما، B_T می‌نامند.

تراکم پذیری آدیباتیک B_s نمایش دهنده تغییر حجم ناشی از تغییر فشار در آنروپی ثابت می‌باشد.

$$B_T = -v \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T$$

مدول حجمی آدیباتیک B_s عکس تراکم‌پذیری آدیباتیک است:

$$B_s = -v \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_s$$

مجموعه نکات

نکته 1: با تعیین تجربی $\frac{dp_{sat}}{dT}$ می‌توان کمیت‌های h_{fg} و s_{fg} را از طریق معادله کلا پیرون تعیین کرد.

نکته 2: معادله کلا پیرون را می‌توان برای تغییر حالات مختلف استفاده کرد. در این صورت

$$\frac{dp_{fus}}{dT} = \frac{s_{if}}{v_{if}} = \frac{h_{if}}{TV_{if}}$$

نکته 3: در آنجا که V_{if} بسیار کوچک است. $(V_{if} - v_i = V_f)$ و در مورد آب منفی است لذا در مورد آب نه تنها شیب خط

بسیار تند است بلکه مقدار آن منفی هم هست.

$$C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p, Tds = dh - vdp$$

نکته 4: به روابط مهم زیر توجه کنید:

از آنجا که فشار ثابت است $dp = 0$ است.

$$Tds = C_p dt \Rightarrow C_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p$$

$$V_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v, Tds = du + pdv$$

نکته 5:

$$Tds = C_v dT \Rightarrow C_v = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_v$$

از آنجا که حجم ثابت است $dv = 0$ است.

نکته 6: C_p همیشه از C_v بزرگتر است یا $C_p - C_v > 0$ است. چرا که $\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p^2$ و $C_p - C_v = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)^2 \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T$

همیشه مثبت است و $\left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T$ برای تمام مواد شناخته شد، منفی است.

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}, a = \frac{27 R^2 T_c^2}{65 P_c}, b = \frac{RT_c}{8 P_c}$$

نکته 7: معادله و اندروالس:

$$P = \frac{RT}{v} + \frac{a(T)}{v^2} + \frac{b(T)}{v^3} + \frac{C(T)}{v^4} + \dots$$

نکته 8: معادله ویریا *Virial*

که *a* و *b* .. توابعی از دما هستند.

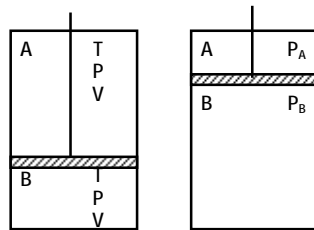
مجموعه تست

1- بر روی دیگی یک سوپاپ اطمینان نصب شده است که در فشار 5 اتمسفر باز می‌شود. فشار جو محل یک اتمسفر است. دیگ پر از آب است و آنرا حرارت می‌دهیم تا سوپاپ باز شود. اگر لحظه باز شدن سوپاپ درجه حرارت 100°C باشد. کدام گزینه صحیح است؟

- 1- فشار آب خروجی به یک اتمسفر می‌رسد و آب خروجی به بخار داغ تبدیل می‌شود.
- 2- فشار آب خروجی به یک اتمسفر و آب خروجی به بخار اشباع تبدیل می‌شود.
- 3- فشار آب خروجی به فشار تعادل می‌رسد و درجه حرارت آب افزایش می‌یابد.
- 4- فشار آب خروجی به فشار تعادل می‌رسد و درجه حرارت آب خروجی کاهش می‌یابد.

2- دو سیستم A و B شامل مایع و بخار اشباع آب با دمای T فشار P و حجم V موجود است. پیستون را می‌توان بوسیله میله آب‌بندی شده‌ای تغییر مکان داد. طی یک تحول ایزوترمال پیستون را از حالت (1) به حالت (2) می‌آوریم. اگر دو سیستم جدید کماکان در حالت اشباع بوده و فشار آنها به ترتیب P_A و P_B باشد.

کدام رابطه بین P_A و P_B و P_0 برقرار است؟



$$P_A > P_B - 1$$

$$P_A < P_B - 2$$

$$P_A = P_B = P - 3$$

$$P_A = P_B \neq P - 4$$

3- ضریب انبساط حجمی مطابق تعریف برابر $b = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ و ضریب قابلیت تراکم دما ثابت

$K = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ می‌باشد. مقدار این ضرایب برای گاز آرمانی به ترتیب کدام است؟ (مهندسی مکانیک 80)

$$K = P, b = T - 2$$

$$K = P, b = \frac{1}{T} - 1$$

$$K = \frac{1}{P}, b = \frac{1}{T} - 4$$

$$K = \frac{1}{P}, b = T - 3$$

4 – چرا غذا در دیگ زودپز سریعتر پخته می‌شود؟

1 – ضریب هدایت حرارتی و گرمای ویژه دیگ زودپز کم است. و در نتیجه حرارت بیشتری را عبور می‌دهد و حرارت کمتری را جذب می‌نماید.

2 – در دیگ زودپز فشار وارد بر سطح آب از طریق سوپاپها کم می‌شود و در نتیجه نقطه جوش آب کاهش می‌یابد.

3 – در دیگ زودپز آب تبدیل به بخار داغ می‌شود و بخار داغ به پخته شدن غذا کمک می‌کند.

4 – در دیگ زودپز فشار وارد بر سطح آب در حال افزایش است و در نتیجه جوش آب زیاد می‌شود.

5 – اگر فشار اشباع بخار آب در دمای 35°C برابر با 6KPa باشد. مقدار بخار آب موجود در $1/\text{thg}$ هوای

مرطوب در دمای 35°C با رطوبت نسبی 60 در عدد فشار کل 100KPa چند کیلوگرم است؟

0/96 – 4

0/6 – 3

%36 – 2

%23 – 1

6 – مخزن دیگ بخار شامل آب مایع و بخار در دمای T و فشار P و کیفیت x است. گرمای نهان تبخیر آب در این فشار h_{fg} است اگر مقدار Q ژول بر گرما به مخزن داده شود که تمام آب به بخار اشباع تبدیل شود. مقدار Q برابر است با:

$(m = \text{جرم آب } [kg], u = \text{انرژی داخلی } [J/kg], h = \text{انتالپی } [J/kg])$

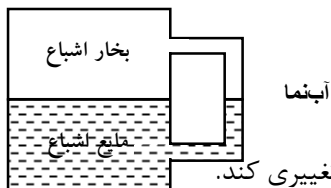
$Q = m(1-x)h_{fg}$ -4

$Q = mxh_{fg}$ -3

$Q = mxu_{fg}$ -2

$q = m(1-x)u_g$ -1

7 – مخزن صلبی شامل مخلوطی از مایع و بخار آب اشباع در دمای محیط است. سطح مایع آب در مخزن را می‌توان به وسیله یک آب نما مشاهده کرد. اگر به این مخزن حرارت داده شود سطح آب



1 – بالا می‌رود زیرا فشار داخل مخزن افزایش یابد.

2 – پایین می‌آید چون مقداری از مایع آب بخار می‌شود.

3 – بسته به جرم و مایع موجود در مخزن ممکن است بالا یا پایین برود و یا حتی تغییری کند.

4 – تغییری نمی‌کند. زیرا دمای مایع و بخار آب هر دو یکسان افزایش می‌یابند.

8- دمای اشیاء واقع بر سطح زمین در یک شب زمستان به زیر صفر درجه سانتیگراد می‌رسد. رطوبت هوا نسبتاً زیاد است. فرآیند تغییر فاز بخار آب هوا روی سطح اشیاء به کدامیک از صورتها است؟ (مهندسی مکانیک 75)

1- از بخار به جامد (انجماد بخار)

2- از بخار به جامد به مایع

3- از بخار به مایع (میعان)

4- از بخار به مایع به جامد.

9- مخلوطی از دو فاز مایع و بخار آب را در یک ظرف صلب و بسته در نظر بگیرید، به آن حرارت می‌دهیم. در این فرآیند می‌شود.

1- مقدار بخار زیاد

2- مقدار مایع زیاد

3- تغییر آنتالپی با تغییر انرژی داخلی برابر

4- اگر حجم مخصوص از مقدار بحرانی کمتر باشد، مایع زیاد

حل تست های

1- گزینه 2 صحیح است

2- گزینه 3 صحیح است

3 - گزینه (4) صحیح است معادله گاز آرمانی

$$-V = \frac{RT}{P}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P}, \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{RT^1}{P^2}$$

پس:

$$K = -\frac{1}{V} \left(\frac{-RT}{P^2}\right) = \frac{1}{P}$$

$$b = \frac{1}{V} \frac{R}{P} = \frac{1}{T}$$

4 - گزینه (4) صحیح است.

با افزایش فشار در داخل دیگ دمای جوشش یا تغییر فاز افزایش می یابد.

5 - گزینه (5) صحیح است.

$$P_g)_{35^\circ C} = 6kpa$$

- 2

$$f = \frac{P_v}{P_g} \Rightarrow P_v = fP_g = 0/6 \times 6 = 3/6kpa = P_v$$

$$v = \frac{mRT}{P} = \frac{(1/6)(0/287)(30/)}{100} = 1/41m^3$$

$$m = \frac{P_v v}{P_v T} = \frac{(3/6)(1/41)}{\frac{8/3143}{18} (308)} = 0/0357kg$$

3 - گزینه (4) صحیح است.

4 - گزینه (4) صحیح است.

5 - گزینه (2) صحیح است.

6 - گزینه (4) صحیح است

در دیگ بخار پروسه فشار ثابت است.

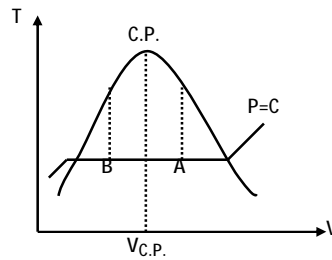
$$Q = m(h_2 - h_1)m(hg - [h_f + xh_{fg}])$$

$$= m[h_{fg} - xh_{fg}] = m(1-x)h_{fg}$$

7 - گزینه (3) صحیح است.

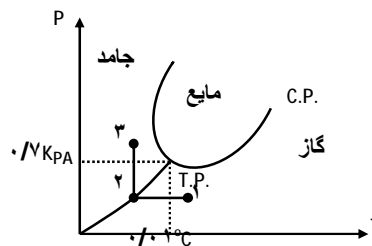
با توجه به منحنی اشباع شکل روبرو جرم آب و حجم ظرف ثابت است. لذا با گرم نمودن ظرف، حجم مخصوص آب، داخل ظرف ثابت باقی می ماند. اگر حجم مخصوص آب داخل ظرف سمت راست نقطه بحرانی باشد (مثل نقطه A) با افزایش

گرما درجه حرارت افزایش یافته و کیفیت داخل ظرف افزایش می یابد یا به عبارتی جرم بخار افزایش یافته و جرم آب کاهش پیدا می کند. یعنی گزینه 2 صحیح است و اگر $V < V_{ip}$ باشد. گزینه 1 صحیح است مثل نقطه B



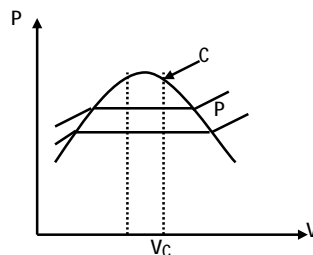
8 - گزینه (1) صحیح است

از آنجا که دمای اشیاء پایین تر از دمای سه گانه آب است، و با توجه به شکل، بخار آب موجود در هوا به جامد تبدیل می گردد.



9 - گزینه (4) صحیح است.

با توجه به شکل روبرو، زمانی که حجم مخصوص مخلوط از مقدار بحرانی کمتر باشد، چون فرآیند حجم ثابت است به شاخه مایع اشباع نزدیکتر می گردد.



مجموعه تست

1- اگر برای سیستم بسته $a = \frac{w}{q}$ ، $b = \frac{\Delta u}{q}$ باشد. برای تحول پلی تروپ $PV^{0.8} = const$ گاز کامل با

$K = cp / C_v = 1/4$ کدام گزینه صحیح است؟

$b = 0, a = 1 - 2$

$b = \frac{1}{3}, a = \frac{2}{3} - 1$

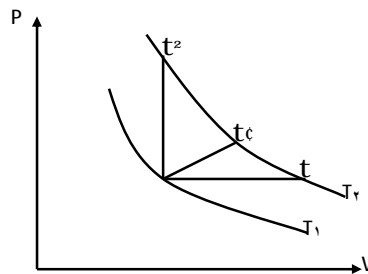
$b = 1, a = 0 - 4$

$b = \frac{2}{3}, a = \frac{1}{3} - 3$

2- یک مول از گازی ایده آل در دیاگرام PV در معرض فرآیندهای گوناگون مطابق شکل قرار می گیرد، نقطه

ابتدای فرآیندها (نقطه 1) بر روی خط همدمای T_1 و نقطه انتهایی فرآیندها نیز بر روی خط همدمای T_2 قرار

دارد، کدام رابطه در مورد انتقال حرارت طی این فرآیندها صحیح است؟



${}_1Q_2 < {}_1Q_2' < {}_1Q_2''$ (1)

${}_1Q_2 > {}_1Q_2' > {}_1Q_2''$ (2)

${}_1Q_2 < {}_1Q_2' < {}_1Q_2''$ (3)

${}_1Q_2 > {}_1Q_2' > {}_1Q_2''$ (4)

3- یک موتور احتراقی دارای قدرت محوری 200 کیلو وات در دور 4500rpm است. ارزش حرارتی سوخت

$40000 \frac{hj}{kg}$ است. بازده حرارتی موتور در این شرایط 27 درصد است. مصرف سوخت بر حسب kg/sec برابر

است با:

$\frac{1}{200} - 4$

$\frac{1}{100} - 3$

$\frac{1}{54} - 2$

$\frac{1}{27} - 1$

4- اگر $\oint dx = 0$ و x یکی از خصوصیات ترمودینامیکی سیستم باشد. در آن صورت در مورد پارامتر x کدام

عبارت صحیح است؟

1- اگر x خاصیت ترمودینامیکی باشد $\oint dx = 0$ می‌شود.

2- چون انتگرال بر روی مسیر بسته برابر با صفر شده است x می‌تواند پارامتری وابسته به مسیر باشد.

3- چون انتگرال بر روی مسیر بسته انجام شده است خواه x خاصیت ترمودینامیکی باشد و یا نباشد $\oint dx = 0$ است.

4- x نمی‌تواند خاصیت ترمودینامیکی باشد.

5- سیستمی با جرم ثابت منبسط شده، حجم آن 10 برابر و فشار آن $\frac{1}{10}$ برابر می‌شود (گاز کامل است).

انتقال گرما به سیستم برابر است با:

$$\Delta u - 1 \quad C_p \Delta T - 2 \quad CV \Delta T - 3 \quad \int pdV - 4$$

6- در یک فرایند پلی تروپیک حجم ثابت مقدار n برابر است با:

$$-1 \text{ صفر} \quad -2 \quad 1 \quad -3 \quad k \quad -4 \quad \infty$$

7- اگر کار در یک سیستم ادیاباتیکی انجام شود دما باید یابد

1- افزایش 2- افزایش و سپس کاهش 3- کاهش 4- کاهش و سپس افزایش

8- هوای داخل بادکنک را سیستم در نظر بگیرید. فشار داخل آن P_1 و فشار محیط P_0 است. اگر در اثر

تزریق هوا به داخل بادکنک فشارش به P_2 تغییر کند، کار انجام شده توسط سیستم بر محیط کدام است؟

$$\int_1^2 V dp - 1 \quad P_2 V_2 - P_1 V_1 - 2 \quad \int_1^2 p dV - 3 \quad P_0 (V_2 - V_1) - 4$$

حل: تست

1- گزینه (1) صحیح است.

$$q = w + \Delta y$$

$$W = \frac{R(\Delta T)}{1-n}, \Delta n = C_v \Delta T = \frac{R}{(K-1)} \Delta T, q = R\Delta T \left(\frac{1}{1-n} + \frac{1}{k-1} \right)$$

$$= R\Delta T(5) \quad = R\Delta T(2.5), = R\Delta T(7.5)$$

2- گزینه (2) صحیح است.

- فرآیند 1-2 همفشار است و طبق قانون اول ترمودینامیک:

$${}_1Q_2 = n \int_1^2 \bar{d}q = n \int_1^2 \bar{d}h = n(\bar{h}_2 - \bar{h}_1) = n\bar{c}_{p0}(T_2 - T_1)$$

فرآیند 1-2'' هم حجم است و طبق قانون اول ترمودینامیک:

$${}_1Q_{2'} = n \int_1^2 \bar{d}q = n \int_1^2 \bar{d}u = n(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) = n\bar{c}_{v0}(T_2 - T_1)$$

2- چون $\bar{C}_{p0} > \bar{C}_{v0}$ بنابراین: ${}_1Q_2 > {}_1Q_{2'}$

از طرف دیگر طبق روابط ترمودینامیک:

$$I \bar{d}q = Td\bar{s} = d\bar{h} - \bar{V}dp$$

$$II \bar{d}q = Td\bar{s} - d\bar{u} - pd\bar{V}$$

$${}_1Q_{2'} > {}_1Q_2$$

در فرآیند 1-2''، $dp > 0$ پس از رابطه I:

$${}_1Q_{2'} > {}_1Q_2$$

در فرآیند 1-2'، $dp < 0$ پس از رابطه II:

$${}_1Q_{2''} > {}_1Q_{2'}$$

بنابراین نهایتاً داریم ${}_1Q_2 > {}_1Q_{2'} < {}_1Q_{2''}$

3- گزینه (2) صحیح است.

$$\mathcal{Q}_H = \dot{W}_{ncl} / h_{th}$$

$$\mathcal{Q}_H = HV \times \eta_f \Rightarrow \eta_f = \frac{\mathcal{Q}_H}{HV} = \frac{\dot{W}_{ncl}}{h_{th} \times HV} = \frac{200}{40000 \times 0.27} = \frac{1}{54}$$

4- گزینه (1) صحیح است.

انتگرال روی یک مسیر بسته از یک خاصیت ترمودینامیکی برابر صفر است، پس: گزینه (1) صحیح است.

5- گزینه (4) صحیح است.

$$PV = mRT$$

رابطه گاز ایده‌آل:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 V_1 = mRT_1 \\ P_2 V_2 = mRT_2 \end{array} \right. \text{ لذا:}$$

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{10}, \frac{V_2}{V_1} = 10 \Rightarrow$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = 1$$

یا چون:

یا $T_1 = T_2$ در نتیجه برای گاز کامل، قانون اول

$$u_1 = u_2$$

$$Q_{12} + u_1 = u_2 + W_{12}$$

$$Q_{12} = W_{12} = \int_1^2 p dV$$

6- گزینه (4) صحیح است.

$n = \infty$ پروسه حجم ثابت است.

7- گزینه (3) صحیح است.

با فرض تولید کار در سیستم

$$\begin{array}{c} 0 \\ \nearrow Q - W = \Delta u = u_2 - u_1 \end{array}$$

$$W = u_1 - u_2 > 0 \Rightarrow u_1 > u_2$$

$$T_1 > T_2$$

8- گزینه (4) صحیح است. فشار محیط ثابت می‌ماند.

مجموعه تست

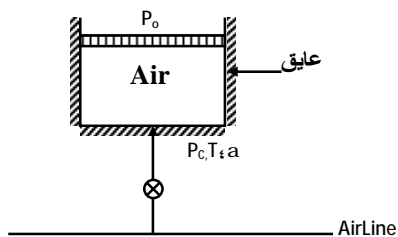
1- تغییرات آنتالپی یک سیستم طی یک فرآیند ایزنتروپیک گاز کامل بصورت کدامیک از روابط زیر است.

$$\frac{K}{K-1} P_1 V_1 \left[1 - \frac{P_2}{P_1} \right] \quad (2) \qquad \frac{K}{K-1} P_1 V_1 \quad -1$$

$$\frac{K}{K-1} P_1 V_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right] \quad (4) \qquad \frac{K}{K-1} P_1 V_1 \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right] \quad -3$$

2- سیلندری با یک پیستون مطابق شکل بارگذاری شده است و ابتدا حاوی هوا به جرم m ، فشار P_1 و درجه حرارت T_1 بوده و با یک شیر به خط جریان هوا متصل است. شیر بازشده و $\frac{m}{2}$ کیلوگرم هوا وارد سیلندر می شود. در صورتیکه مخزن آدیاباتیک باشد، درجه حرارت نهایی مخزن با فرض کامل بودن هوا برابر کدام

است؟



$$T_2 = \frac{T_1 + 2T_1}{3} \quad (1)$$

$$T_2 = \frac{T_1 + T_1}{2} \quad (2)$$

$$T_2 = \frac{2T_1 + T_1}{3} \quad (3)$$

$$T_2 = \frac{3T_1 + 2T_1}{2} \quad (4)$$

3- معادله انرژی داخلی یک سیستم بسته بدون جریان جرمی بوسیله رابطه زیر مشخص گردیده است.

$$u = A + B (pr)$$

(A و B ضرایب ثابت و P و V به ترتیب فشار و حجم سیستم می باشند) سیال درون سیستم طی یک فرآیند بدون انتقال حرارت از رابطه فشار و حجم $PV^X = C$ تبعیت می کند. در این صورت عدد ثابت (K) کدام است.

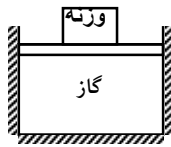
$$K = \frac{B}{B-1} \quad (4)$$

$$K = \frac{B-1}{B} \quad (3)$$

$$K = \frac{B}{B+1} \quad (2)$$

$$K = \frac{B+1}{B} \quad (1)$$

4- سیلندر مجهز به پیستون محتوی یک نوع گاز است. پیستون در ابتدا توسط یک خار ثابت نگهداشته شده است. خار را کنار کشیده و امکان می‌دهیم که در گاز داخل سیلندر تعادل برقرار گردد فرآیند را آدیاباتیکی فرض می‌کنیم. کدامیک از روابط زیر معرف شکلی نهایی قانون اول برای این فرآیند است؟



$$h_2 = h_1 \quad (1)$$

$$h_2 = u_1 - P_1 V_1 \quad (2)$$

$$h_2 = u_2 - P_2 V_2 \quad (3)$$

$$h_2 = u_1 + p_2 V_1 \quad (4)$$

5- برای گاز کاملی مقدار ثابت گاز $R = 270 \frac{J}{kg \cdot K}$ و نسبت گرماهای ویژه (ضریب الاسیته) $K=1/3$

مقدار C_V و C_P برای این گاز بر حسب $\frac{J}{Kg \cdot K}$ برابر است با:

$$C_V=800 \text{ و } C_P=1070 \quad (2)$$

$$C_V=500 \text{ و } C_P=770 \quad (1)$$

$$C_V=1000 \text{ و } C_P=1270 \quad (4)$$

$$C_V=900 \text{ و } C_P=1170 \quad (3)$$

6- $2kg/s$ هوا در دمای $500K$ با $1/6Kg/s$ هوا در دمای $900K$ در یک محفظه به صورت آدیاباتیکی مخلوط می‌شوند. مخلوط حاصل از مجرای سومی خارج می‌شود. جریان‌های ورودی و جریان خروجی شرایط حالت یکنواخت را دارا می‌باشند. هوا گاز کامل با گرمای ویژه ثابت در نظر گرفته می‌شود دمای هوای خروجی چقدر است؟

$$591K \quad (4)$$

$$677/8K \quad (3)$$

$$762/5K \quad (2)$$

$$812/5K \quad (1)$$

7- یک گاز ایده‌ال با دمای T_0 داخل لوله‌ای عایق‌کاری شده جریان دارد. مخزنی آدیاباتیکی و خالی به این خط لوله وصل است. پس از باز شدن شیر رابط مخزن پر از گاز می‌شود. دمای نهایی مخزن کدام است؟

(1) بیشتر از T_0 است.

(2) کمتر از T_0 است.

(3) برابر با T_0 است.

(4) ممکن است بیشتر یا کمتر از T_0 باشد و به گرمای ویژه بستگی دارد.

8- اگر راندمان حرارتی یک موتور برابر 0/25 و ارزش حرارتی سوخت مصرفی برابر 36000 کیلوژول بر

کیلوگرم باشد، مصرف مخصوص ترمزی سوخت (bsfc) موتور برابر است با:

0/4hr- Kg/Kw (2)

0/2hr- Kg/Kw (1)

2/5hr- Kg/Kw (4)

1hr- Kg/Kw (3)

9- تغییرات آنتالپی ((DH برای یک کیلوگرم آب در فشار ثابت 101Kpa، وقتی از درجه حرارت 343°K تا

403°K گرم می شود، کدام است؟

2509KJ (4)

2439KJ (3)

2369KJ (2)

2275KJ (1)

حل

-1

$$\begin{aligned} C_P \frac{KR}{K-1}, \Delta h = CP\Delta T &= \frac{KR}{K-1}(T_2 - T_1) \\ &= \frac{K}{K-1}(P_2V_2 - P_1V_1) \\ &= \frac{K(P_1V_1)}{(K-1)} \left(\frac{P_2V_2}{P_1V_1} - 1 \right) = \frac{KP_1V_1}{K-1} \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right) \end{aligned}$$

2- گزینه (1) صحیح است.

با توجه به حجم کنترل شکل روبرو:

$${}_1Q_2 - {}_1W_2 = (m_2u_2 - m_1u_1)_{C.V} + h_e - m_i h_i$$

قانون اول ترمودینامیک:

$$0 = (m_2 - m_1)C.V + m_e - m_i$$

بقای جرم:

$$\Rightarrow m_2 = m_1 + m_i = m + \frac{m}{2} = 3\frac{m}{2}$$

$$\Rightarrow P_1(\nabla_2 - \nabla_1) = \left[3\frac{m}{2}u_2 - mu_1 \right] - \frac{m}{2}h_i \quad (P_1 = P_2)$$

$$\Rightarrow -P_1 \left[\frac{3m}{2}V_2 - mV_1 \right] = \left[\frac{3m}{2}u_1 - mu_1 \right] - \frac{m}{2}h_i$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}h_2 = h_1 + \frac{1}{2}h_i \Rightarrow (h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(h_2 - h_i) = 0$$

$$\Rightarrow C_{P_0}(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}C_{P_0}(T_2 - T_1) = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{2T_1 + T_i}{3}$$

3- گزینه (1) صحیح است.

$${}_1Q_2 - {}_1W_2 = u_2 - u_1$$

قانون اول ترمودینامیک:

$$= [A + B(P_2\nabla_2)] - [A + B(P_1\nabla_1)]$$

$$\Rightarrow {}_1W_2 = B[(P_1\nabla_1) - (P_2\nabla_2)]$$

از طرف دیگر برای یک فرآیند پلی تروپیک ($n = K$)

$$\Rightarrow {}_1W_2 = \frac{P_2\nabla_2 - P_1\nabla_1}{1-K}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{-1+K} \Rightarrow K = \frac{B+1}{B}$$

4- گزینه (4) صحیح است.

$$Q_2 - W_2 = u_2 - u_1$$

قانون اول ترمودینامیک:

$$W_2 = u_1 - u_2$$

$$W_2 = mgh = P_2 Ah = P_2 A \left(\frac{V_2 - V_1}{A} \right)$$

$$P_2 (V_2 - V_1) = u_1 - u_2$$

$$u_2 + P_2 V_2 = u_1 + P_2 V_1$$

$$H_2 = u_1 + P_2 V_1$$

5- گزینه (3) صحیح است.

$$\begin{cases} C_{P_o} - C_{V_o} = R = 270 \\ C_{P_o} / C_{V_o} = 1/3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow C_{V_o} (1/3 - 1) = 270 \Rightarrow C_{V_o} = 900 \text{ J/kg.K}, C_{P_o} = 1170 \text{ J/Ks.K}$$

6- گزینه (3) صحیح است.

$$Q - W = \sum_e m_e h_e - \sum_i m_i h_i$$

قانون اول ترمودینامیک:

$$0 = m_2 h_3 - m_1 h_1 - m_2 h_2$$

$$0 = (m_1 + m_2) h_3 - m_1 h_1 - m_2 h_2$$

$$0 = m_2 (h_3 - h_1) + m_2 (h_3 - h_2)$$

$$0 = m_1 C_{P_o} (T_3 - T_1) + m_2 C_{P_o} (T_3 - T_2)$$

$$\Rightarrow T_3 = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 \times 500 + 1/6 \times 900}{2 + 1/6} = 677/8 \text{ K}$$

7- گزینه (1) صحیح است.

قانون اول ترمو

$$C.V. \downarrow$$

$$h_i = u_2$$

$$h_i = u_2 = 0$$

$$u_i + P_i V_i - u_2 = 0$$

$$C_V (T_i - T_2) = -P_i V_i$$

$$C_V (T_0 - T_2) = -P, V, < 0$$

$$\begin{cases} P_i > 0 \\ V_i > 0 \end{cases} \Rightarrow PV > 0 \text{ لذا } T_2 > 0$$

8- گزینه (2) صحیح است

$$W = 0.25 \times 36000 = 9000 \frac{KJ}{kg_{fuel}}$$

$$1KW - hr = 1 \frac{KJ}{s} \times 3600s = 3600KJ$$

$$\frac{kg}{x} \frac{KJ}{9000} \Rightarrow x = \frac{3600}{9000} = 0.4 \frac{kg}{KW - hr}$$

9- گزینه (3) صحیح است.

$$P = 101.3Kpa \rightarrow T_{بخار} = 373/15^\circ K$$

$$\Delta H = \Delta H_f + \Delta H_{fg} + \Delta H_g$$

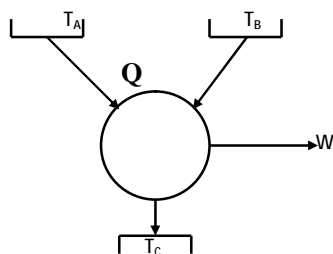
$$\Delta H = mc_p(T - T_1) + m\Delta h_{fg} + mC_p(T_1 - T)$$

$$= (1)(4/12)(373/15 - 343) + (1)(2257) + (1)(1/87)(403 - 373/15)$$

$$\Delta H = 2439KJ$$

مجموعه تست

1- یک موتور برگشت پذیر با سه منبع حرارتی A و B و C در تبادل گرما می باشد. این موتور به مقدار Q از منبع A در دمای T_A حرارت اخذ می کند و همین مقدار حرارت را از منبع B در دمای T_B می گیرد. مقداری حرارت به منبع C در دمای T_C دفع می گردد و کار خالص W محصول این تعاملات سه گانه موتور می باشد. بازده این موتور کدام است؟



$$1 - \frac{T^2 C}{T_A T_B} \quad (1)$$

$$1 - \frac{T_C}{2T_A} - \frac{T_C}{2T_B} \quad (2)$$

$$2 - \frac{T_C}{T_A} - \frac{T_C}{T_B} \quad (3)$$

$$1 - \frac{T_C}{T_A} - \frac{T_C}{T_B} \quad (4)$$

2- یک ماشین حرارتی برگشت پذیر که بین دو منبع با دمای ثابت T_H و T_L کار می نماید دارای بازده حرارتی 75% است اگر بین این دو منبع یک یخچال برگشت پذیر مشغول به کار شود، ضریب کارایی Cop آن چقدر است؟

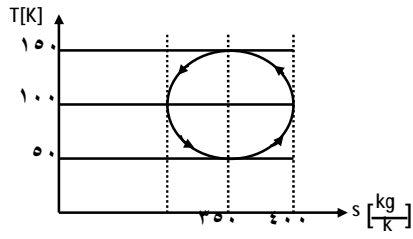
$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \left[\begin{array}{c} 1 \\ T_H \\ -1 \\ T \end{array} \right] \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \left[\begin{array}{c} 1 \\ T_H \\ -1 \\ T \end{array} \right] \quad (3)$$

3- ضریب عملکرد برودتی یخچال برگشت پذیر نشان داده شده در شکل کدام است؟



(1) 0/77

(2) 1/23

(3) 2/5

(4) 3/5

4- یک کیلوگرم آب صفر درجه سلسیوس در فشار ثابت یک اتمسفر به یخ در همان دما تبدیل می شود.

دمای محیط 27°C است. گرمای نهان ذوب یخ h_{if} است. حداقل کار لازم برای این فرایند تقریباً برابر است

با:

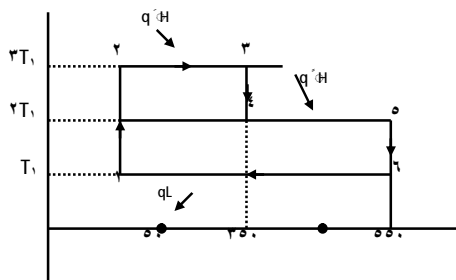
(2) $1/h_{if}$

(1) $\frac{h_{if}}{273}$

(4) $0/9h_{if}$

(3) $0/1h_{if}$

5- راندمان حرارتی سیکل مطابق شکل چند درجه است؟



(1) 40%

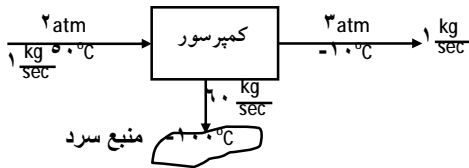
(2) 50%

(3) 60%

(4) 70%

6- امکان ساخت کمپرسور بدون کار محوری برای متراکم کردن مخلوط دی اکسید و منواکسید کربن در

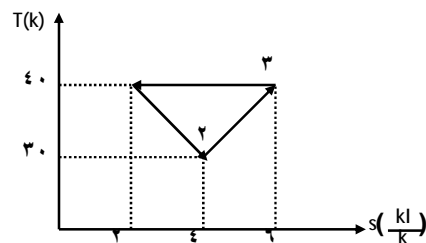
شرایط داده شده:



- (1) وجود ندارد زیرا قانون اول را نقض می نماید.
- (2) وجود ندارد زیرا قانون دوم را نقض می نماید.
- (3) وجود ندارد زیرا قانون اول و دوم را نقض می نماید.
- (4) وجود دارد زیرا قوانین اول و دوم ترمودینامیک نقض نمی گردد.

7- یک یخچال فرضی در یک سیکل ترمودینامیکی بازگشت پذیر مطابق شکل عمل می کند. ضریب عملکرد

این سیکل چقدر است؟



Cop=2 (1)

Cop=3 (2)

Cop=4 (3)

Cop=7 (4)

8- یک موتور حرارتی از یک منبع حرارتی به دمای 1500K گرمایی معادل 1200KJ دریافت می کند. دمای

سیال عامل سیکل ضمن ساخت گرما ثابت و معادل 1200K است. این موتور گرمایی معادل 500KJ به یک

منبع سرد به دمای 300K پس می دهد. دمای سیال عامل سیکل هنگام دفع گرما ثابت و برابر 500K است. در

این شرایط وضعیت موتور چگونه است؟

(1) اساساً امکان پذیر

(2) از لحاظ خارجی و داخلی بازگشت پذیر

(3) از لحاظ خارجی و داخل بازگشت ناپذیر

(4) از لحاظ خارجی بازگشت ناپذیر و از لحاظ داخلی بازگشت پذیر

9- یک موتور کارنو بین درجات حرارت 50K و 550K کار می کند. اگر موتور 300 کیلوژول کار تولید نماید،

تغییرات انتروپی در طی فرایند حرارت گرفتن از منبع گرم برابر است با:

$$\frac{27}{55} \quad (1)$$

$$\frac{300}{550} \quad (4)$$

10- کدام گزینه بیان کلوین پلانک در مورد قانون دوم را نقض نمی کند؟ چرخه ای می توان ساخت که

(1) فقط با یک منبع حرارتی تبادل حرارت داشته باشد و مقدار کار خالص آن در صفر یا منفی باشد.

(2) فقط با یک منبع حرارت داشته باشد و همه حرارت دریافتی را می شود به کار تبدیل کرد.

(3) برای آن $f \frac{8Q}{T}$ بزرگتر از صفر باشد.

(4) بدون دریافت کار صرفاً فرایندهای انتقال حرارت بین دو منبع با دماهای گوناگون داشته باشد.

11- آیا ممکن است یک موتور حرارتی ساخت که بین دو درجه حرارت 800K و 300K کار کرده و مقدار

گرمای گرفته شده از منبع گرم 500KJ و گرمای داده شده به منبع سرد 187/5KJ و کار انجام شده توسط

این موتور 200KJ باشد؟

(1) ممکن است.

(2) ممکن نیست زیرا قانون اول ترمودینامیک را نقض می کند.

(3) ممکن نیست زیرا قانون دوم ترمودینامیک را نقض می کند.

(4) ممکن نیست زیرا هر دو قانون اول و دوم ترمودینامیک را نقض می کند.

12- در یک سیکل توربین گازی ایده آل توان توربین 100KW و توان مصرفی کمپرسور 40KV است. اگر

راندمان توربین و کمپرسور هر دو 80 درصد باشد تخفیف توان خالص واقعی به حالت ایده آل چقدر است؟

$$0/64 \quad (4)$$

$$0/8 \quad (3)$$

$$0/5 \quad (2)$$

$$0/4$$

13- سه موتور کارنو را در نظر بگیرید که اولی بین درجه حرارت T_h و T_I و دومی بین T_i و T_e و سومی بین

T_e و T_h کار نماید، رابطه راندمان حرارتی بین این سه موتور بصورت زیر خواهد بود:

$$n_3 = n_1 + n_2 \quad (2)$$

$$n_3 = n_1 n_2 \quad (1)$$

$$n_3 = n_1 + n_2 - n_1 n_2 \quad (4)$$

$$n_3 = n_1 + n_2 + n_1 n_2 \quad (3)$$

14- سیکل کارنو از دو تحول تشکیل شده است.

(1) آنتروپی ثابت و دو تحول دما ثابت

(2) آدیاباتیک برگشت پذیر و دو تحول ایزوترم

(3) دما ثابت برگشت پذیر و دو تحول آنتروپی ثابت

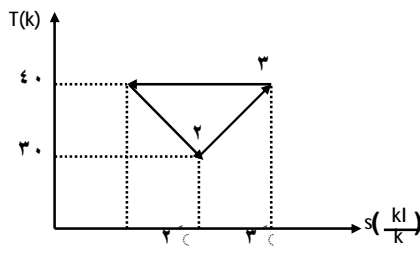
(4) فشار ثابت برگشت پذیر و دو تحول ایزوفتروپیک

حل تست

- 1- گزینه 2 صحیح است
- 2- گزینه 1 صحیح است
- 3- گزینه 1 صحیح است
- 4- گزینه 3 صحیح است
- 5- گزینه 1 صحیح است
- 6- گزینه 4 صحیح است
- 7- گزینه (4) درست است.

$$B = \frac{Q_L}{W_{net}} = \frac{Q_H - Q_{net}}{W_{net}} = \frac{Q_H}{W_{net}} = -1$$

$$B = \frac{Area(1-3-3'-1'-1)}{Area(1-3-2-1)} \Rightarrow B = \frac{400(\Delta S)}{\frac{1}{2}(400-200)(\Delta S)} - 1 = \frac{800}{100} - 1 = 7$$



8- گزینه (4) صحیح است.

راندمان حرارتی چرخه $n_m = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = \frac{700}{1200}$

$Q_H = 1200KJ$ $Q_L = 500KJ$

$T_{H,ext} = 1500KJ$ $T_{L,ext} = 300KJ$

$T_{H,int} = 1200KJ$ $T_{L,int} = 500KJ$

$h_{c,ext} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \Big|_{ext} = 1 - \frac{300}{1500} = \frac{1200}{1500}$

راندمان کارنو با دمای داخلی

$$h_{c,int} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \Big|_{int} = 1 - \frac{500}{1200} = \frac{700}{1200}$$

چون $h_m = h_{c,int} < h_{c,ext}$ ، چرخه از لحاظ داخلی برگشت پذیر و از لحاظ خارجی برگشت ناپذیر است.

9- گزینه (2) صحیح است.

$$h_{th} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = \frac{W_{net}}{q_H} \Rightarrow 1 - \frac{50}{550} = \frac{300}{q_H} = q_H = 330 \text{ KJ/Kg}$$

$$\Delta S_H = \frac{q_H}{T_H} = \frac{330}{550} = 0/6 \text{ KJ/Kg.K}$$

10- گزینه (1) صحیح است.

11- گزینه (2) صحیح است.

$$Q_H = 500 \text{ KJ}$$

$$Q_L = 187/5 \text{ KJ}$$

$$W_{net} = 200 \text{ KJ}$$

$$W_{net} = Q_H - Q_L = 500 - 187/5 = 312/5 \text{ KJ} \\ \neq 200 \text{ KJ}$$

لذا قانون اول ترمودینامیک را نقض کرده است.

$$h_{کارنو} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{800} = \frac{5}{8} = 0/625$$

$$h_{th} \text{ میکال فوق} = \frac{200}{500} = \frac{2}{5} = 0/4$$

ممکن است.

12- گزینه (2) صحیح است.

$$100 - 40 = 60 = \text{توان ایده آل خالص}$$

$$100 \times 0/8 = \frac{40}{0/8} = 30 = \text{توان واقعی خالص}$$

$$\frac{30}{60} = 0/5 = \text{نسبت}$$

13- گزینه (4) صحیح است.

$$h_1 = 1 - \frac{T_i}{T_h}$$

$$h_2 = 1 - \frac{T_c}{T_i}$$

$$h_3 = \frac{T_c}{T_h}$$

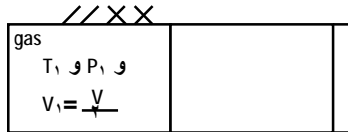
$$h_1 + h_2 - h_1 h_2 = 1 - \frac{T_i}{T_h} + 1 - \frac{T_c}{T_i} - \left(1 - \frac{T_c}{T_i} - \frac{T_i}{T_h} + \frac{T_c}{T_h}\right)$$

$$= 1 - \frac{T_c}{T_h} = h_3$$

14- گزینه (3) صحیح است.

مجموعه تست

1- گاز ایده‌آلی در دمای T_1 و فشار P_1 و حجم V_1 در یک سمت ظرف مطابق شکل قرار دارد. حجم V_1 نصف حجم کل ظرف است. حال اگر غشاء جداکننده دوسوی ظرف خودبخود پاره شود و گاز منبسط شده تمام ظرف را پر نماید، تغییرات انرژی داخلی و تغییرات آنتروپی بر واحد جرم در طی فرآیند انبساط بی‌دررو به ترتیب چقدر است؟



$$\Delta S = (CV_0 + R) \ln 2 \quad \Delta U = 0 \quad (1)$$

$$\Delta S = R \ln 2 \quad \Delta U = 0 \quad (2)$$

$$\Delta S = R \ln 2 \quad \Delta U = -\frac{P_1 V}{2} \quad (3)$$

$$\Delta S = CV_0 \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln 2 \quad \Delta U = \frac{P_1 V}{2} \quad (4)$$

2- یک سیستم بسته طی یک فرآیند ایزوترمال (T) با محیط به دمای (T_0) مقداری حرارت از محیط دریافت می‌کند. اگر S_1 و S_2 به ترتیب آنتروپی نهایی و اولیه سیستم باشد، بیشترین مقدار انتقال حرارت عبارت است از:

$$T_0 S_1 \quad (2) \quad T_0 S_2 \quad (1)$$

$$T_0 (S_1 - S_2) \quad (4) \quad T_0 (S_2 - S_1) \quad (3)$$

3- یک قطعه فلزی به جرم m و گرمای ویژه C را از دمای اولیه T تا دمای ثانویه T ، 10 درجه حرارت می‌دهیم. دمای منبع حرارتی $18T$ است. تغییر خالص آنتروپی (تغییر آنتروپی سیستم و محیط) کدام است؟ $\ln 10 = 2/3$

$$\frac{mc}{2} \quad (4) \quad 3/2mc \quad (3) \quad 2/3mc \quad (2) \quad 1/8mc \quad (1)$$

4- اگر یک کیلوگرم سوخت هیدروکربوری به ارزش حرارتی 44 مگاژول را بسوزانیم و فرآیند آدیاباتیک

باشد. کدام عبارت در مورد انحراف (قابلیت کاردهی) محصولات احتراق و انحرافی سوخت صحیح است؟

(1) انحرافی محصولات احتراق با انحرافی سوخت برابر است. (2) انحرافی محصولات احتراق بیشتر از انحرافی سوخت است.

(3) انحرافی محصولات احتراق کمتر از انحرافی سوخت است. (4) انحرافی محصولات احتراق همان 44 مگاژول می باشد.

5- در داخل مخزنی که جداره آن عایق حرارت است، گاز آرگون قرار دارد. شیر مخزن را کمی باز می کنیم تا

گاز به آرامی خارج شود. پس از اینکه نصف گاز خارج شد شیر را می بندیم. در این صورت آنتروپی کل گاز

داخل مخزن

(1) ثابت می ماند. (2) نصف می شود.

(3) کم می شود و مقدار آن به فشار اولیه گاز بستگی دارد. (4) کم می شود و مقدار آن به فشار نهایی گاز بستگی دارد

6- یک میله فلزی با دمای اولیه T_1 در محیط با دمای T_0 و فشار اتمسفر قرار داده می شود. $(T_1 > T_0)$ پس از

رسیدن به تعادل حرارتی با محیط، مقدار بازگشت ناپذیری در ضمن این فرآیند کدام است؟

جرم میله فلزی m و گرمای ویژه فلز C

$$I = m_c T_0 \left[\frac{T_1}{T_0} - \ln \frac{T_1}{T_0} - 1 \right] \quad (2) \qquad I = m_c T_0 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right) \quad (1)$$

$$I = m_c T_0 \left[\frac{T_1}{T_0} - \ln \frac{T_1}{T_0} + 1 \right] \quad (4) \qquad I = m_c T_0 \left[\frac{T_1}{T_0} + \ln \frac{T_1}{T_0} + 1 \right] \quad (3)$$

7- از منبع گرمایی A که دمای 600K قرار دارد 1000KJ حرارت به محیط منتقل می شود. (فرآیند A) از

منبع گرمایی B نیز که در دمای 900K قرار دارد 750KJ حرارت به محیط منتقل می شود. (فرآیند B) و

دمای محیط را 300K در نظر می گیریم. از مقایسه بازگشت ناپذیری در این دو فرایند داریم:

(مهندسی مکانیک 79)

(1) بازگشت ناپذیری در هر دو فرایند برابر صفر است. (2) بازگشت ناپذیری در فرایند A کمتر از B است.

(3) بازگشت ناپذیری در فرایند A بیشتر از فرایند B است. (4) بازگشت ناپذیری در هر دو فرایند یکسان است.

8- حجم 5 کیلوگرم هوا در ضمن یک فرایند آدیاباتیک انبساط آزاد (انبساط بدون مقاومت) دو برابر

می‌شود. تولید انتروپی در ضمن این فرایند تقریباً برابر است با:

$$(R_{\text{دز}} = 0/287 \frac{KJ}{Kg.K})$$

$$0/5 \frac{KJ}{K} \quad (2)$$

$$0/1 \frac{KJ}{K} \quad (1)$$

$$10 \frac{KJ}{K} \quad (4)$$

$$1 \frac{KJ}{K} \quad (3)$$

9- تغییر انتروپی گاز کامل را می‌توان از رابطه $S_2 - S_1 = CP_0 \ln \frac{P_2}{P_1}$ محاسبه کرد. اگر بتوان در یک تحول

پلی تروپیک، راندمان پلی تروپیکی را از رابطه $\frac{n}{n-1} = \frac{g}{g-1} h_{pol}$ تعریف کرد که در این رابطه n توان

پلی تروپیکی g توان ایزونتروپیکی و η_{pol} راندمان پلی تروپیکی هستند. میزان تغییر انتروپی از کدام رابطه

قابل محاسبه است؟

$$S_2 - S_1 = R(1 - h_{pol}) \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (2)$$

$$S_2 - S_1 = R_g(1 - gh_{pol}) \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (1)$$

$$S_2 - S_1 = \frac{R_g}{g-1} (1 - h_{pol}) \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (4)$$

$$S_2 - S_1 = (1 - \frac{g}{g-1} h_{pol}) \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (3)$$

10- یک قطعه مسی به جرم یک کیلوگرم را حرارت داده تا دمای آن از $27^\circ C$ به $327^\circ C$ برسد. گرمای ویژه

مس $0/4 \frac{KJ}{Kg.K}$ است. تغییر انرژی داخلی و تغییر انتروپی مس در ضمن این فرایند عبارت است از:

$$\Delta S = 0, \Delta U = 120KJ \quad (2)$$

$$\Delta S = -1 \frac{KJ}{K}, \Delta U = 120KJ \quad (1)$$

$$\Delta S = 1 \frac{KJ}{K}, \Delta U = 120KJ \quad (4)$$

$$\Delta S = 0/28 \frac{KJ}{K}, \Delta U = 120KJ \quad (3)$$

11- اگر تغییرات انتروپی سیستم برابر صفر باشد، ($D_{SYS} S = 0$) کدام عبارت در تمامی شرایط برای تغییرات

انتروپی کل (سیستم و محیط) صحیح می‌باشد؟

(1) بزرگتر و یا مساوی صفر

(2) بزرگتر از صفر

(3) کوچکتر و یا مساوی صفر

(4) برابر با صفر

12- انتروپی حالتهای ابتدایی و انتهایی یک سیستم طی یک فرایند برابرد (S₂ = S₁) کدام عبارت در مورد این

فرایند درست است؟

(1) انتقال گرما نمی تواند به محیط باشد. (2) انتقال گرما نمی تواند به سیستم باشد.

(3) تحول ایزنتروپیک است. (4) تحول آدیباتیک است.

13- در مورد S₂ - S₁ تغییر آنتروپی یک ماده خالص برابر است با:

$$f_1^2 CV \left(\frac{dT}{T}\right) + f_1^2 \left(\frac{aP}{aT}\right) V dV \quad (1)$$

$$f_1^2 Cp \left(\frac{dT}{T}\right) + f_1^2 \left(\frac{aV}{aT}\right) P dp \quad (2)$$

$$f_1^2 CV \left(\frac{dT}{T}\right) - f_1^2 \left(\frac{aP}{aT}\right) P dV \quad (3)$$

$$f_1^2 Cp \left(\frac{dT}{T}\right) - f_1^2 \left(\frac{aP}{aT}\right) V dV \quad (4)$$

14- دو قطعه بسیار بزرگ آهنی یکی با درجه حرارت 1200K و دیگری 600K به وسیله یک میله آهنی به هم

متصل شده اند. انتقال حرارت به صورت بازگشت پذیر از طریق این میله با نرخ 2KJ/s انجام می گیرد. نرخ

افزایش آنتروپی در این فرایند برابر با چند $\frac{J}{S.K}$ است؟

(1) -10 (2) صفر (3) 10 (4) 20

15- یک کیلوگرم هوا در ظرفی به حجم V₁ تحت فشار P₁ و دمای محیط قرار دارد. اگر فشار و دمای محیط

P₀ و T₀ باشند، ماکزیمم کار مفیدی که هوای منقبض می تواند انجام دهد برابر است با:

$$P_0 V_2 - P_1 V_1 \quad (1)$$

$$T_0 (S_2 - S_1) \quad (2)$$

$$T_0 (S_2 - S_1) - P_0 (V_2 - V_1) \quad (3)$$

$$T_0 (S_2 - S_1) - (P_1 V_1 - P_0 V_2) \quad (4)$$

16- کدام گزینه قانون دوم را نقض می کند؟

(1) انجام یک فرایند ایزونتروپیک غیرممکن است.

(2) در تحول برگشتناپذیر نمی توان کار را از $W = \int P dV$ به دست آورد.

(3) می توان ماشینی ساخت که فقط از یک منبع گرما بگیرد و بدون تبادل گرما با منبع دیگر کار انجام دهد.

(4) سیستمی به مقدار Q با محیط در دمای T₀ تبادل گرما می کند و تغییر آنتروپی سیستم کمتر از $\frac{Q}{T_0}$ است.

حل تست

1- گزینه (0) صحیح است.

$$Q_{1-2} - W_{1-2} = \Delta u \Rightarrow \Delta u = 0 \Rightarrow T_1 = T_2$$

$$\Delta S = C_V \ln \frac{T_2}{T_1 + R} \ln \frac{V_2}{V_1} = +R \ln 2$$

2- گزینه (3) صحیح است.

$$W_{Re} = T_0(S_2 - S_1) - \Delta u \quad \Rightarrow \quad q = w = T_0(S_2 - S_1)$$

3- گزینه (1) صحیح است.

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = mc \ln \frac{10T}{T} + \left[\frac{-Q}{T_H} \right]$$

$$= mc \ln 10 - mc \left[\frac{10T - T}{18T} \right] \Rightarrow \Delta S_{net} = mc \left[\ln 10 - \frac{1}{2} \right] = 1/8 mc \frac{J}{K}$$

4- گزینه (3) صحیح است.

به دلیل بازگشت ناپذیر بودن فرآیند احتراق اگزورژی کاهش می یابد.

5- گزینه (2) صحیح است.

چون مخزن عایق بندی شده است و عمل تخلیه به آرامی صورت می گیرد می توان فرض کرد که گاز داخل مخزن یک

فرآیند برگشت پذیر آدیاباتیکی را تجربه می کند. بنابراین انتروپی ویژه گاز داخل مخزن ثابت می ماند $S_1 = S_2 \Big|_{C.V}$ و در

نتیجه چون جرم نصف شده است، انتروپی کل نیز نصف شده است.

6- گزینه (2) صحیح است.

برگشت ناپذیری در این فرآیند با کار برگشت پذیر برابر است، چون سیستم کاری انجام نمی دهد:

$$I = W_{revM}$$

$$= u_1 - u_0 - T_0(S_1 - S_0)$$

$$= mc_{v0}(T_1 - T_0) - mT_0 \left[cp_0 \ln \frac{T_1}{T_0} - R \ln \frac{p_1}{p_0} \right]$$

$$c_{p0} = c_{v0} = c$$

$$I = mcT_0 \left[\frac{T_1}{T_0} - \ln \frac{T_1}{T_0} - 1 \right]$$

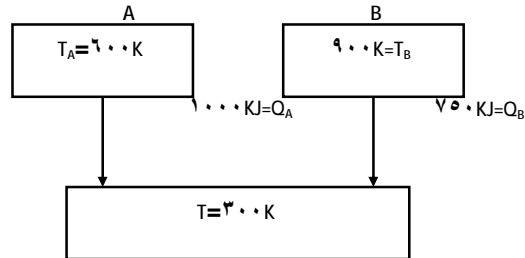
چون جسم جامد است:

7- گزینه (4) صحیح است.

$$(I_2) = T_0(S_2 - S_1)_A - Q_A = \frac{T_0}{T_A}(Q_A) - Q_A = Q_A\left(\frac{T_0}{T_A} - 1\right)$$

$$(I_2)_A = -1000\left(\frac{300}{600} - 1\right) = 500KJ$$

$$(I_2)_B = -750\left(\frac{300}{900} - 1\right) = 500KJ$$



8- گزینه (3) صحیح است.

قانون اول: $Q - W = U_2 - U_1$

(با فرض گاز ایده آل) $\Rightarrow U_2 = U_1 \Rightarrow T_2 = T_1$

$$\Delta S = m \left[C_{V0} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right] \Rightarrow \Delta S = 5 \times 0.287 \times \ln 2$$

$$\Delta S = 0.995 KJ/K$$

9- گزینه (4) صحیح است.

$$PV^n = C$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}}$$

$$S_2 - S_1 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}}$$

$$\begin{cases} C_p - C_v = g \\ \frac{C_p}{C_v} = R \rightarrow C_p = \frac{Rg}{g-1} \end{cases}$$

$$S_2 - S_1 = \frac{Rg}{g-1} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \frac{n}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

10- گزینه (3) صحیح است.

$$q + V_1 = V_2$$

$$Q = mc(T_1 - T_2)$$

$$Q = 1 \times 0.4(300)$$

$$Q = 120 \text{ KJ}$$

$$\Delta s = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = 0.4 \ln 0.777$$

$$\Delta S)_{sys} + |\Delta S)_{sur} > 0 \quad \text{11- گزینه (2) صحیح است.}$$

$$\text{12- گزینه (2) صحیح است.}$$

در یک پروسه که آنتروپی ثابت باشد، پروسه بازگشت پذیر آدیاباتیکی یا آیزنتروپیک است. چون برگشت ناپذیری تنها باعث افزایش آنتروپی می شود، حال که آنتروپی در ابتدا و انتهای فرایند باهم برابرند. انتقال حرارت تنها می تواند صفر باشد (در صورت برگشت پذیر بودن فرآیند) یا منفی (در صورت برگشت ناپذیر بودن فرآیند)

$$\text{13- گزینه (1) صحیح است.}$$

با استفاده از روابط ترمودینامیکی روابط زیر نتیجه می گردد.

$$T_{ds} = du + pd_v$$

$$T_{ds} = dh + Vd_p$$

$$ds = C_p \frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dp$$

$$ds = C_v \frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV$$

$$\text{14- گزینه (3) صحیح است.}$$

$$\Delta \dot{S}_A = \frac{-\dot{Q}}{T_A}$$

$$\Delta \dot{S}_B = \frac{-\dot{Q}}{T_B}$$

$$\Delta \dot{S}_{\text{کل}} = \Delta \dot{S}_A + \Delta \dot{S}_B = \dot{Q} \left(\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} \right)$$

$$= 1200 \left(\frac{1}{600} - \frac{1}{1200} \right) = 10 \text{ /SK}$$

$$\text{15- گزینه (3) صحیح است.}$$

$$\frac{\Delta KE}{\Delta PE} \sim 0$$

رابطه قابلیت کاردهی برای یک سیستم در شرایط:

$$f = (U_o - U_o) + P_o(V - V_o) - T_o(S - S_o)$$

هوا گاز ایده‌ال $T = T_o$ لذا:

$$U_1 = U_o = 0$$

$$\therefore f = P_o(V_1 - V_o) - T_o(S_1 - S_o)$$

$$f = T_o(S_2 - S_1) - P_o(V_2 - V_1)$$

با توجه به اینکه شرایط ثانویه گاز را P_2 و V_2 در نظر بگیریم:

16- گزینه (۴) صحیح است.

بیان کلرین پلانک: نمی‌توان ماشینی ساخت که فقط با یک منبع حرارتی تبادل انرژی گرمایی نماید و کار تولید کند.

$$S_{sys} + \Delta S_{sur} \geq 0 \text{ و } \Delta S_{sur} = -\frac{Q}{T} \Rightarrow \Delta S_{sys} \geq \frac{Q}{T_o} \text{ از طرفی:}$$

بنابراین گزینه (4) قانون را نقض می‌کند.

17- گزینه (2) صحیح است.

براساس قانون دوم ترمودینامیک $\Delta S_{sys} + \Delta S_{sur} \geq 0$ و چون سطح آب دریاچه خیلی زیاد است، قابلیت کاردهی سیستم

پایین می‌آید.

18- گزینه (4) صحیح است.

$$T_2 = T = 285^\circ K$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{-mc(T_2 - T_1)}{T}$$

$$\Delta S = (100)(0/45) \left(\frac{500}{285} - 1 \right) = 33/95 \text{ KJ/K}$$

19- گزینه (1) صحیح است.

$$\Delta S = mc \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S = 50 \times 0/25 \ln \frac{285}{500} = -7/02 \text{ KJ/K}$$

داده مسئله اشتباه است و $C_p = 0/45 \text{ KJ/kg-K}$

$$\Delta S = (50)(0/45) \ln \frac{285}{500} = -12/65 \frac{\text{KJ}}{\text{K}}$$

مجموعه تست

1- در یک اتاق کوچک در بسته با دیواره‌های عایق، یک یخچال در حال کار می‌باشد. حال درب یخچال را باز می‌کنیم، تغییرات دمای اتاق:

(1) بالا می‌رود. (2) ابتدا پایین می‌آید و سپس بالا می‌رود.

(3) ابتدا بالا می‌رود و سپس ثابت باقی می‌ماند. (4) ابتدا پایین می‌آید و سپس ثابت باقی می‌ماند.

2- در یک سیکل اتو حداکثر و حداقل درجه حرارت هوا به ترتیب 1350°C و 400°C می‌باشند. اگر راندمان سیکل اتو 85% راندمان سیکل کارنوبی باشد که بین همان درجه حرارتها کار می‌کند نسبت تراکم سیکل اتو چقدر است؟

(1) 1/99 (2) 4/98 (3) 5/58 (4) 6/73

3- یک چرخه ساده رانکین با فشار بخار خروجی از بویلر و فشار کندانسور ثابت در نظر است. با داغ‌تر نمودن بخار، اثر این عامل بر روی موارد زیر به ترتیب چگونه است؟

1- کار مصرفی پمپ، 2- کار خروجی از توربین، 3- حرارت تلف شده در کندانسور، 4- بازده چرخه

(1) ثابت، افزایش، کاهش، کاهش (2) کاهش، افزایش، کاهش، افزایش

(3) ثابت، افزایش، افزایش، افزایش (4) افزایش، ثابت، ثابت، افزایش

4- در یک سیکل ایده‌آل برایتون با ثابت نگهداشتن شرایط ورودی کمپرسور و دمای ورودی توربین نسبت فشار کمپرسور را تغییر می‌دهیم. کار خالص این سیکل (به ازای یک کیلوگرم سیال عامل سیکل) وقتی ماکزیمم است که دمای خروجی توربین خروجی کمپرسور باشد.

(1) مساوی دمای (2) دو برابر دمای

(3) برابر مجذور دمای (4) برابر جذر دمای

5- یک سیکل هوای استاندارد که روی یک سیستم بسته صورت می‌گیرد از چهار تحول زیر تشکیل شده

است:

الف) تراکم آدیاباتیک و برگشت‌پذیر از 100Kpa و 27°C تا 1mpa و درجه حرارت 307°C

ب) دریافت حرارت در فشار ثابت به مقدار $2840 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}$

ج) اتلاف حرارت در حجم ثابت تا فشار 100Kpa

د) انتقال حرارت در فشار ثابت تا شرایط اولیه

اگر $CP_o = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = 1/0 \text{KJ}/\text{kg.K}$ و $CV_o = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v = 0/713 \text{KJ}/\text{kg.K}$ باشند، حداکثر درجه حرارت چند کلوین

است؟

2840 (4

3420 (3

2040 (2

1840 (1

6- وقتی یک سیال تراکم‌ناپذیر از یک شیر نیمه باز می‌گذرد، دمای آن:

(2) ثابت می‌ماند.

(1) افزایش می‌یابد.

(4) ممکن است افزایش و یا کاهش پیدا کند.

(3) کاهش می‌یابد.

7- در یک کمپرسور با تراکم دو مرحله‌ای، سیال با فشار 60Kpa مکش شده و با فشار $1/5\text{mpa}$ از آن خارج

می‌شود. اگر کلیه پیستونها روی یک محور قرار گرفته باشند، فشار میانی (خروجی از سیلندرها) فشار

ضعیف) چند کیلو پاسکال باید باشد؟

780 (4

720 (3

300 (2

212 (1

8- یک سیکل گاز ایده آل شامل تحولات:

الف) تراکم همدمما در درجه حرارت T_1 ،

ب) افزایش گرما از T_1 به T_3 در فشار ثابت،

ج) انبساط آدیاباتیکی برگشت پذیر به درجه حرارت T_1 می باشد. راندمان حرارتی این سیکل کدام است؟

$$h = 1 - \frac{T_2 \ln\left(\frac{T_3/T_2}{T_3/T_1}\right)}{(T_1 - T_2)} \quad (2)$$

$$h = 1 - \frac{T_2 \ln\left(\frac{T_3/T_2}{T_3/T_1}\right)}{(T_3 - T_1)} \quad (1)$$

$$h = 1 - \frac{T_3 \ln\left(\frac{T_1/T_2}{T_3/T_2}\right)}{(T_3 - T_2)} \quad (4)$$

$$h = 1 - \frac{T_1 \ln\left(\frac{T_3/T_2}{T_3/T_1}\right)}{(T_3 - T_2)} \quad (3)$$

9- یکی از مزایای سیکل رانکین نسبت به سیکل کارنو آن است که:

(1) امکان سوپرهیت کردن بخار در سیکل کارنو نیست.

(2) راندمان سیکل رانکین به دلایل عملی بیشتر از کارنو است.

(3) می توان بخار را در سیکل رانکین در دمای ثابت سوپرهیت کرد.

(4) نیازی به پمپ کردن مخلوط دو نیاز نیست.

10- در موتور دیزل می توان از نسبت تراکم بالاتری استفاده کرد، زیرا:

(1) انفجار خودبخودی (detonation) به اندازه بنزین مسئله نیست.

(2) استحکام بدنه موتور بیشتر است.

(3) دمای اشتعال گازوئیل پایین تر از بنزین است.

(4) راندمان موتور دیزل بیشتر از بنزین است.

حل تست

1- گزینه 1 صحیح است

2- گزینه (3) صحیح است.

$$h_{th,o} = 1 - r_V^{1-K} \text{ و } h_{th,c} = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$$

$$\Rightarrow 0/85 \left[1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \right] = 1 - r_V^{1-K} \Rightarrow 0/85 \left[1 - \frac{400+273}{1350+273} \right] = 1 - r_V^{1-104} = r_V = 5/588$$

3- گزینه (3) صحیح است.

با رجوع به دیاگرام واضح است که:

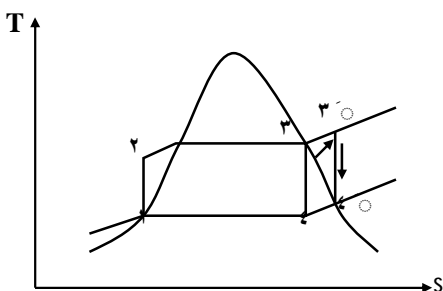
- کار پمپ تغییر نمی کند.

- کار خروجی از توربین افزایش می یابد.

- حرارت تلف شده در کندانسور افزایش می یابد.

- بازده چرخه افزایش می یابد.

4- گزینه (1) صحیح است.



$$W_{net} = h_{th} \cdot q_{Ht}$$

$$W_{net} = \left[1 - \frac{T_1}{T_2} \right] \times C_{Po} (T_3 - T_2)$$

$$W_{net} = C_{Po} \left[T_3 - T_3 \frac{T_1}{T_2} - T_2 - T_1 \right]$$

$$\frac{dW_{net}}{dT_2} = C_{Po} \left[\frac{T_3 T_1}{T_2} - 1 \right] = 0$$

$$\Rightarrow T_2 = \sqrt{T_3 T_1} \Rightarrow T_2 = \sqrt{T_4 \frac{T_3}{T_4} T_1} = \sqrt{T_4 \times \frac{T_2}{T_1} \times T_1}$$

$$\Rightarrow \sqrt{T_2} = \sqrt{T_4} \Rightarrow T_2 = T_4$$

5- گزینه (3) صحیح است.

$$K = \frac{C_D}{C_V} = \frac{1}{0.713} = 1.4025$$

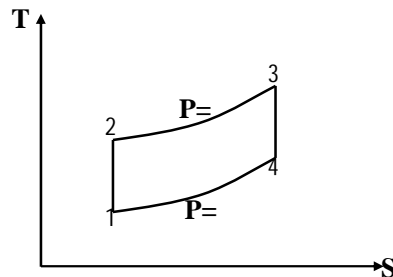
$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}$$

$$T_2 = 300 \left(\frac{1000}{100}\right)^{0.287} = 580.9K$$

$$Q_{2-3} = H_3 - H_2 = mC_p(T_3 - T_2)$$

$$2840 = 1 \times (T_3 - 580.9)$$

$$T_3 = 3420K$$



6- گزینه (1) صحیح است.

$$m_j \equiv \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_h = -\frac{T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - V}{C_p}$$

$$V = C$$

$$v_j < 0 \rightarrow \Delta T > 0$$

7- گزینه (2) صحیح است.

$$P_1 = 60Kpa$$

$$P_2 = ?$$

$$P_3 = 1/5 \quad MPa = 1500Kpa$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} \quad \frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{K-1}{K}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_2} \Rightarrow P_2 = \sqrt{P_1 P_3} = 300Kpa$$

$$h = 1 - \frac{q_L}{q_H}$$

$$-q_L = q_{12} = W_{12} + (U_2 - U_1) = \int_1^2 p dv = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

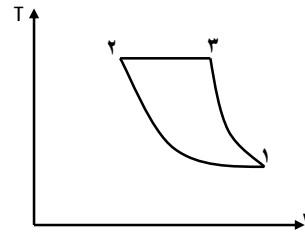
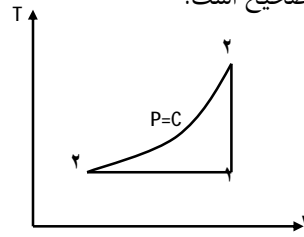
$$= RT_1 \ln \frac{P_1}{P_2}$$

$$q_H = q_{23} = W_{23} + (U_3 - U_2) = P_3 V_3 - P_2 V_2 + U_3 - U_2$$

$$= h_3 - h_2 = C_p (T_3 - T_2)$$

$$h = 1 + \frac{RT_1 \ln P_1 / P_2}{C_p (T_3 - T_2)} = 1 + \frac{\frac{vR}{v-1} (T_3 - T_2)}{C_p (T_3 - T_2)}$$

8- گزینه (3) صحیح است.



9- گزینه (4) صحیح است.

10- گزینه (1) صحیح است.

مجموعه تست

1- چرا خطوط فشار ثابت در نمودار s-h در ناحیه اشباع مستقیم‌اند؟

(1) زیرا نسبت $\frac{h_{fg}}{S_{fg}}$ تابع فشار نیست.

(2) زیرا با زیاد شدن فشار S_{fg} کم می‌شود.

(3) زیرا با زیاد شدن فشار h_{fg} کم می‌شود.

(4) زیرا نسبت $\frac{h_{fg}}{S_{fg}}$ تابع فشار است و در هر فشاری مقدارش ثابت است.

2- مخلوطی از هلیوم و دی‌اکسید کربن را در نظر می‌گیریم. نسبت مولهای هلیوم به دی‌اکسید کربن در این

مخلوط چقدر باید باشد تا جرم مولکولی مخلوط برابر جرم مولکولی اکسیژن شود؟

$$m_{He}=4 \quad , \quad m_{CO_2}=44 \quad , \quad m_{O_2}=32$$

$$\frac{3}{11} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{5}{8} \quad (4)$$

$$\frac{3}{7} \quad (3)$$

حل

1- گزینه 4 صحیح است

2- گزینه 3 صحیح است.

$$m_{mix} = m_{Co2} + m_{He}$$

$$n_{mix}M_{mix} = n_{Co2}M_{Co2} + n_{He}M_{He}$$

$$M_{mix} = y_{Co2}M_{Co2} + y_{He}M_{He}$$

$$M_{mix} = M_{o2} \text{ می خواهیم}$$

$$\Rightarrow 32 = y_{Co2}44 + (1 - y_{Co2})4$$

$$\Rightarrow y_{Co2} = \frac{7}{10}$$

$$\Rightarrow y_{He} = \frac{3}{10} \Rightarrow y_{He} / y_{Co2} = 3 / 7$$

مجموعه تست

1- اگر $S = S(P, T)$ و ضریب انبساط حجمی $\alpha_p = \frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_P$ باشد، برای $\left[\frac{\partial S}{\partial P} \right]_T$ کدام عبارت صحیح است؟

$$\left[\frac{\partial S}{\partial P} \right] = -\alpha_p V \quad (2) \qquad \qquad \qquad \left[\frac{\partial S}{\partial P} \right] = \alpha_p V \quad (1)$$

$$\left[\frac{\partial S}{\partial P} \right]_T = + \frac{V}{\alpha_p} \quad (4) \qquad \qquad \qquad \left[\frac{\partial S}{\partial P} \right] = - \frac{V}{\alpha_p} \quad (3)$$

2- از رابطه تعریف درجه حرارت $T = \left[\frac{\partial S}{\partial U} \right]_V$ کدام عبارت صحیح است؟

(1) درجه حرارت از $-\infty$ تا $+\infty$ تغییر می کند.

(2) در صفر مطلق انرژی و آنترابی صفر است.

(3) شیب منحنی تغییرات آنترابی با انرژی داخلی در حجم ثابت در صفر مطلق صفر است.

(4) شیب منحنی تغییرات آنترابی با انرژی داخلی در حجم ثابت وقتی $T=0$ باشد بی نهایت می شود.

3- اگر $dh = cpdt + \left[V - T \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p \right] dp$ باشد، ضریب ژول تامسون (μ) گاز در صورتی که معادله حالت آن

$$P_V = aT + bT^2 \quad \text{باشد، کدام است؟}$$

(1) صفر

(2) $\frac{bT^2}{pcp}$

(3) $\frac{aT}{pcp}$

(4) $\frac{abT^2}{cp}$

حل تست

-1

-2

3- گزینه (2) صحیح است.

$$m_f = \left. \frac{\partial T}{\partial P} \right|_h = \frac{- \left[V - T \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_P \right]}{C_p} \geq$$

از معادله حالت داده شده:

$$V = \frac{aT}{P} + \frac{bT^2}{P}$$

$$\left[\frac{V}{T} \right]_P = \frac{a2bT}{P}$$

$$\Rightarrow m_f = -\frac{1}{C_p} - \left[\frac{aT}{P} + \frac{bT^2}{P} - \frac{aT}{P} - \frac{2bT^2}{P} \right] \Rightarrow m = \frac{bT^2}{PC_p}$$

مجموعه تست

1- در مورد فرایند احتراق متان، کدام گزینه نادرست است؟

- (1) با افزایش دمای هوای احتراق، دمای آدیاباتیک شعله افزایش می‌یابد.
- (2) با افزایش مقدار هوای اضافی دمای آدیاباتیک شعله کاهش می‌یابد.
- (3) دمای آدیاباتیک شعله وقتی احتراق با اکسیژن خالص صورت گیرد در مقایسه با هوا کمتر است.
- (4) دمای آدیاباتیک شعله وقتی احتراق با اکسیژن خالص صورت گیرد در مقایسه با هوا بیشتر است.

2- با افزایش مقدار هوای اضافی در فرآیند احتراق سوخت ایزوکتان (C_8H_{18}) به ترتیب تغییرات ایجاد شده در موارد زیر کدام است؟

1- دمای آدیاباتیک شعله، 2- نقطه شبنم بخار آب در محصولات احتراق، 3- فشار جزیی CO_2 در

محصولات احتراق

- (1) کم می‌شود، کم می‌شود، کم می‌شود
- (2) کم می‌شود، زیاد می‌شود، کم می‌شود
- (3) زیاد می‌شود، زیاد می‌شود، زیاد می‌شود
- (4) زیاد می‌شود، کم می‌شود، زیاد می‌شود

3- دمای شعله آدیاباتیک در احتراق یک سوخت:

- (1) با افزایش تجزیه شیمیایی مولکولها افزایش می‌یابد.
- (2) با افزایش هوای اضافی زیاد می‌شود.
- (3) برای سوخت مایع بیش از سوخت گازی است.
- (4) در حجم ثابت بیشتر از احتراق در فشار ثابت است.

4- آنتالپی ترکیب بخار آب -241827 ، آنتالپی ترکیب CO_2 ، 343522 و آنتالپی ترکیب اتان (C_2H_6)

برابر است با 84667 - (همگی برحسب $\frac{KJ}{Kmol}$). ارزش حرارتی اتان برابر است با چند $\frac{KJ}{Kmol}$ ؟

- (1) 2822/2 (2) 47595 (3) 1427000 (4) 635349

5- احتراق متان (CH_4) در فشار اتمسفر را بار اول با اکسیژن خالص و بار دوم با هوا در نظر بگیرید. واکنش

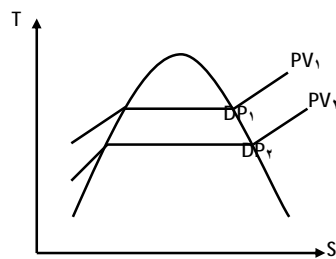
احتراق کامل و مخلوط استوکیومتریکی است. نقطه شبنم محصولات احتراق:

- (1) در واکنش اول بیشتر است.
(2) در واکنش دوم بیشتر است.
(3) در واکنش‌های اول و دوم یکسان است.
(4) بستگی به دمای محصولات احتراق دارد.

حل تست

1- گزینه (3) صحیح است.

در فرآیند احتراق آدیاباتیک انرژی شیمیایی آزاد شده ناشی از آنتالپی تشکیل CO_2 و H_2O و CH_4 می‌باشد و در احتراق کامل این انرژی بدون توجه به وجود گازهای اضافی از قبیل N_2 و O_2 مقدار ثابتی است. پس وجود گازهای اضافی در احتراق باعث تقسیم شدن این انرژی در بین محصولات احتراق و کاهش دما می‌شود. پس عبارت گزینه (3)



نادرست است.

2- گزینه (1) صحیح است.

- بدون نوشتن معادله واکنش می‌توان گفت که وجود هوای اضافی باعث افزایش مقدار نیتروژن و اکسیژن در محصولات احتراق شده بدون اینکه تأثیری در مقدار ترکیبات دیگر داشته باشد.

- دمای آدیاباتیک شعله کاهش می‌یابد چون حرارت آزاد شده صرف گرم کردن مقدار بیشتری از جرم می‌گردد.

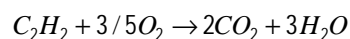
- دمای نقطه شبنم کاهش می‌یابد چون فشار جزئی بخار آب موجود در محصولات احتراق کاهش می‌یابد.

- فشار جزئی CO_2 در محصولات احتراق کم می‌شود. چون مقدار جرم کل محصولات احتراق افزایش می‌یابد، در حالیکه مقدار CO_2 تولیدی تغییر نمی‌کند.

3- گزینه (4) صحیح است.

4- گزینه (۹) صحیح است.

هیچ کدام از گزینه‌ها عدد صحیح نیست.



$$-H_oV_o = \bar{h}_{RP} = H_p - H_R = 2\bar{h}_{CO_2}^o + 3\bar{h}_{H_2O}^o - 3/5\bar{h}_{O_2}^o - \bar{h}_{C_2H_2}^o = 0$$

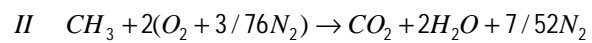
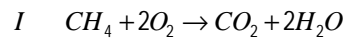
$$-H_oV_o = 2(-343522) + 3(-241827) - (-84667)$$

$$-H_oV_o = -1327898$$

$$H_oV_o = 1327898 \text{ kJ/Kmole } C_2H_2$$

البته آنتالپی تشکیل C_2H_6 برابر $393522 \frac{KJ}{Kmol}$ است، نه مقدار داده شده. با استفاده از این عدد گزینه (3) صحیح می باشد.

5- گزینه (1) صحیح است.



$$I \quad \frac{P_{H_2O}}{P_o} = \frac{2}{3} \quad P_{H_2O} = \frac{2}{3} P_o = \frac{200}{3} = 66.6 Kpa$$

$$II \quad P_{H_2O} = \frac{2}{10/5^2} \times P_o = \frac{200}{10/52} = 9 Kpa$$

به علت اینکه فشار جزئی H_2O در واکنش اول بیشتر است پس دمای نقطه شبنم در این حالت بیشتر خواهد بود.

در درس مکانیک تحلیلی که مربوط به حرکت اجسام صلب بود ، با اصول و قوانین نیوتن ، پایستگی تکانه ، انرژی و تکانه ی زاویه ای به خوبی آشنا شدیم و آنها را در حل مسایل مربوطه بکار بریم . مکانیک سیالات نیز بخشی از علم مکانیک است که در آن استاتیک و دینامیک مایعات و گازها مطالعه میشود . اگرچه این مطالعات نیز مانند مکانیک اجسام صلب بر اساس قوانین اصلی مکانیک استوار است ولی دو فرق عمده و مهم بین این دو مکانیک وجود دارد:

1. خواص و ویژگیهای سیالات با جامدات متفاوت است و این ویژگی ها اغلب با حرکت سیال تغییر می کند .
2. در مکانیک جامدات معمولا حرکت اجسامی با جرم و ابعاد مشخص بررسی میشود ولی در مکانیک سیالات مطالعه ی حرکت پیوسته ی سیال ، به صورت یک جریان مورد نظر می باشد. به بیان دیگر در مکانیک اجسام صلب مسیر حرکت ذره مشخص است ولی در مکانیک سیالات این مسیر نامشخص و امکان مطالعه ی حرکت ذره ی منفرد وجود ندارد . در نتیجه با توجه به نکات بالا حل کامل معادلات حرکت سیالات معمولا امکان پذیر نیست و در معادلات نظری آن ضروری است که فرض هایی در نظر گرفته شود تا در عمل این معادلات به معادلات آسانتری تبدیل شود . بنابراین استفاده از نتایج نظری بدست آمده هنگامی مسیر خواهد شد که آنها را با آزمایشهای تجربی تصحیح و تکمیل کرد .

خواص سیال:

خواص لزجت و چگالی در جریان درون کانالهای باز و بسته و جریان در اطراف اجسام شناور در سیال نقش اصلی را در مکانیک سیالات ایفا می کنند.

محیط پیوسته:

در بررسی جریان سیالات ، ساختمان واقعی مولکولی را می توان به شکل یک فضای پیوسته در نظر گرفت که آن را محیط پیوسته می نامند . به عنوان مثال ، سرعت در هر نقطه در فاصله بین دو مولکول برابر با صفر است و زمانی دارای سرعت می شود که مولکولی دیگر این فاصله خالی را اشغال کند . در محاسبه ی ویژگیهای سیال ، می توان علاوه بر نظریه ی مولکولی همراه با حرکات مولکولی ، روابط پیوستگی را نیز مورد استفاده قرار داد. در گازهای رقیق، مانند آتمسفر در ارتفاع 80 km از سطح دریا، از نسبت مسیر پویش آزاد متوسط گاز به عنوان یکی از مشخصه های طولی جسم یا مجرای عبور گاز جهت تشخیص نوع جریان استفاده به عمل می آید. هنگامی که نسبت مذکور خیلی کوچک باشد، رفتار جریان گاز را دینامیک گاز می گویند و رفتار لحظات بعدی را جریان لغزش می نامند.

نکته مهم: وقتی که این نسبت خیلی زیاد باشد حرکت را جریان آزاد مولکولی می نامند.

مسیر پویا آزاد:

مسیر پویا آزاد مسافت متوسطی است که یک مولکول بین دو برخورد متوالی طی می کند.

تعریف سیال:

سیال ماده ای است که در اثر تنش برشی حتی ناچیز به طور دائم تغییر شکل می دهد. تنش برشی متوسط برابر با تقسیم نیروی برشی بر سطح است.

توجه داریم که نیروی برشی همان مولفه ی مماسی نیرو بر سطح مزبور می باشد. حال اگر این سطح آنقدر کوچک شود که به یک نقطه تبدیل شود آنگاه حد نیروی برشی بر این سطح نقطه ای را تنش برشی در یک نقطه می گویند در شکل (1-1) ماده ای واقع در بین دو صفحه موازی و نزدیک به هم نشان داده شده است. این صفحات بقدری بزرگند که می توان از شرایط لبه های آنها صرف نظر کرد. صفحه پائینی ثابت است و صفحه بالایی با مساحت A توسط نیروی F کشیده می شود. به این ترتیب تنش برشی F/A بر ماده مورد نظر وارد می شود. زمانی که نیروی F (بدون توجه به مقدار آن) باعث شود صفحه فوقانی با سرعت یکنواخت مخالف صفر، حرکت کند می توان گفت که ماده موجود میان دو صفحه یک سیال است.

ذرات سیالی که در مجاورت صفحات قرار دارند سرعتی برابر با سرعت لایه های مرزی خواهند داشت و به بیان دیگر در این مرز هیچگونه لغزشی وجود ندارد. این واقعیتی است که به طور تجربی با آزمایشهای متعدد ثابت شده است. سیال موجود در سطح $abcd$ به موقعین جدید $ab'c'd$ می رسد.

هر ذره از سیال به موازات صفحه حرکت می کند و لذا سرعت u به طور یکنواخت از صفحه پائینی که سرعت آن صفر است تا صفحه بالایی که دارای سرعت U می باشد، تغییر می کند.

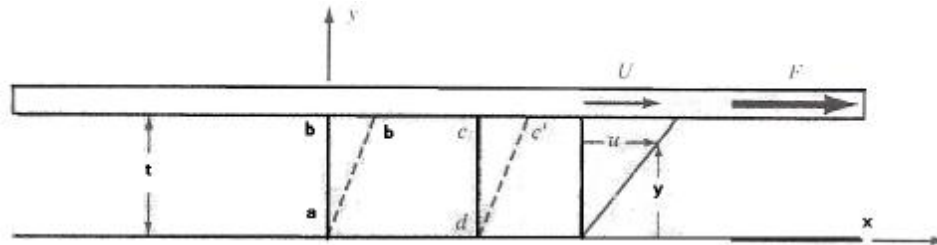
آزمایش نشان می دهد که با ثابت بودن سایر کمیات، F با A و U نسبت مستقیم و با ضخامت سیال (t) نسبت معکوس دارد. به شکل رابطه ای می توان نوشت:

$$F = m \frac{AU}{t}$$

μ ضریب تناسب بوده و نشان دهنده خاصیت ویژه ای از سیال است. اگر $t = F/A$ باشد، تنش برشی معادل است

با:

$$t = m \frac{U}{t}$$



شکل (1-1) نمودار سیلان مواد

نسبت U/t ، سرعت زاویه ای خط ab یا میزان تغییر شکل زاویه ای سیال یا به بیان ساده تر میزان کاهش زاویه bad است. سرعت زاویه ای را به صورت du/dy نیز می توان نشان داد زیرا نسبت U/t و du/dy هر دو حاصل تقسیم تغییرات سرعت بر مسافتی می باشند که این تغییرات در طول آن انجام گرفته است.

البته به دلیل آنکه سرعت زاویه ای در تمام موقعیتهای، تغییرات تنش برشی به نسبت y و میزان حرکت یک لایه نسبت به لایه مجاورش را بیان می کند نسبت du/dy گویاتر می باشد. شکل دیفرانسیلی رابطه به صورت زیر است:

$$t = m \frac{du}{dy}$$

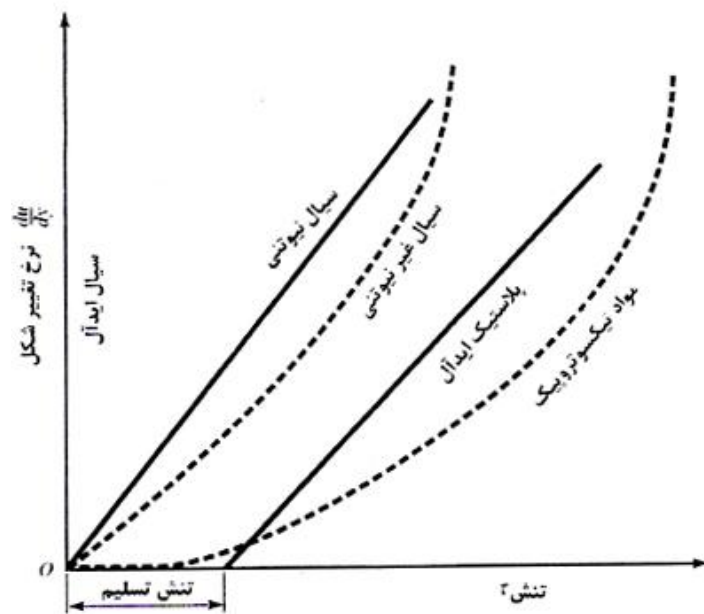
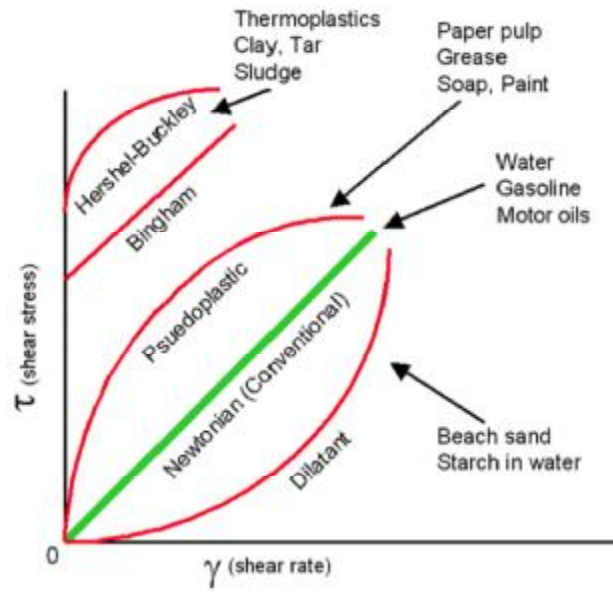
رابطه مذکور ارتباط میان تنش برشی و سرعت تغییر شکل زاویه ای برای جریان یک بعدی را نشان می دهد. تعریف سیال، مواد غیرسیال را دربر نمی گیرد. مثلاً یک ماده پلاستیکی متناسب با مقدار نیروی وارد بر آن به میزان معینی تغییر شکل می دهد ولی این تغییر شکل تا زمانی که به نقطه تسلیم نرسیده باشیم، دائمی نیست. اگر بین دو صفحه خلا کامل ایجاد شود، میزان تغییر شکل نهائی در هر لحظه صعودی خواهد بود ولی اگر بین صفحات ماسه قرار دهیم، به دلیل وجود اصطکاک کولمبی (اصطکاک خشک) به نیروی معینی برای ایجاد حرکت پیوسته نیاز خواهیم داشت. لذا پلاستیکها و مواد جامد، در طبقه بندی سیالات قرار نمی گیرد.

سیالات را می توان به دو گروه نیوتنی و غیرنیوتنی تقسیم کرد. بطوریکه در شکل (1-2) دیده می شود در سیالات

نیوتنی بین تنش برشی موثر و سرعت تغییر شکل زاویه ای، رابطه ای خطی وجود دارد (μ) در معادله $t = m \frac{du}{dy}$ ثابت

است) اما در سیالات غیرنیوتنی رابطه میان تنش برشی متوسط و سرعت تغییر شکل زاویه ای، غیرخطی است.

پلاستیکهای ایدآل دارای تنش تسلیم معینی می باشند و بین t و du/dy رابطه خطی ثابتی وجود دارد.



شکل (1-2) نمودار سیلان مواد

سیالات غیر نیوتنی

در قرن هفدهم میلادی همزمان با تولد مکانیک نیوتنی و حساب دیفرانسیل و انتگرال، دانش دینامیک سیالات نیز توسط اسحاق نیوتن معرفی گردید. نیوتن مدلی برای قانون پایه حاکم بر رفتار سینتیکی سیالات پیشنهاد نمود و

سیالاتی که از این قانون تبعیت می کردند به سیالات نیوتنی معروف شدند. سیال نیوتنی، ماده ای است که در آن تنش برشی بدون وجود تنش تسلیم (صفر بودن تنش برشی در نرخ برش صفر) تنها تابعی خطی از نرخ برش بوده و در این ماده نسبت تنش برشی به نرخ برش، ویسکوزیته نامیده می شود.

تا آغاز قرن بیستم، در مطالعات مربوط به جریان مواد، کلیه سیالات بصورت سیالات نیوتنی فرض می شدند. اما در همان زمان عدم انطباق این مدل سازی برای برخی محلولها و مذابهای پلیمری کاملاً آشکار بود. در سالهای بین دو جنگ جهانی توسعه مطالعات مربوط به مواد آتش زا مانند ناپالم و سایر مواد شعله افکن، منجر به شناسایی برخی رفتارهای متفاوت و بعضاً متضاد (نسبت به سیالات نیوتنی) گردید. بنابراین سایر سیالات که در تقسیم بندی سیالات نیوتنی نمی گنجیدند، جزء دسته سیالات غیر نیوتنی طبقه بندی گردیدند و دانشی که به مطالعه رفتار این سیالات می پرداخت، رئولوژی نامیده شد. این نامگذاری در سال 1928 توسط بینگهام (یک شیمیست معروف) ارائه گردید و به معنی علم جریان مواد (از ریشه یونانی رئو به معنی جریان) است. بطور کلی سیالات غیرنیوتنی به سه دسته سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان، سیالات غیرنیوتنی تابع زمان و سیالات ویسکوالاستیک تقسیم می شوند.

برخی صنایع که در آنها از سیالات غیرنیوتنی استفاده می شوند، عبارتند از: لاستیکها، پلاستیکها، رزینها، رنگها، الیاف مصنوعی، نفت و پتروشیمی، صابونها و شوینده ها، داروسازی، سیالات بیولوژیک (مانند خون، مایع مغزی نخاعی و مخاطها)، سیالات عامل در نیروگاههای اتمی، سیمان، صنایع غذایی، خمیر کاغذ، مواد شیمیایی سبک و سنگین، فرآیندهای تخمیری و

سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان :

سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان سیالاتی هستند که در آنها تنش برشی تنها تابعی غیرخطی از نرخ برش است. به عبارت دیگر در این سیالات ویسکوزیته تابعی از نرخ برش می باشد. مطابق شکل (2-1) خود این سیالات به دو دسته کلی سیالاتی دارا و فاقد تنش تسلیم تقسیم می شوند. در موادی که دارای تنش تسلیم هستند شرط جریان ماده، رسیدن تنش به حد مشخصی برای شروع سیلان آن است. برای مثال خمیردندان مثال بسیار مناسبی برای این مواد است به نحوی که تا زمانی که میزان فشردگی پوسته آن به حد مشخصی نرسد، خمیردندان از آن خارج نمی شود. علت این رفتار فیزیکی معمولاً به ساختمان سه بعدی ماده نسبت داده می شود. ساختمان این مواد قادر است که تنش برشی کمتر از حد تسلیم را بدون ایجاد جریان تحمل نماید ولی پس از آن، ساختمان داخلی شکسته شده و ماده اجازه حرکت

برشی را پیدا می کند. تصور می شود که ساختمان داخلی ماده پس از کاهش تنش به مقدار کمتر تسلیم دوباره ترمیم می شود.

معروف ترین این دسته از مواد ، پلاستیک بینگهام است. در واقع پلاستیک بینگهام یک سیال نیوتنی دارای تنش تسلیم است (ویسکوزیته آن ثابت است). نمونه هایی از سیالات دارای تنش تسلیم عبارتند از: برخی پلاستیکیهای مذاب، گل حفاری چاه نفت، مخلوط آب و شن، دوغ آبهای گچ و ماسه، شکلات مایع، کرم های طبی، خمیردندان، بتن تازه، مارگارین و گریسها.

سیالاتی که فاقد تنش تسلیم هستند، به دو دسته سیالات شبه پلاستیک¹ و سیالات دایلاتنت² تقسیم می شوند. تا کنون مدل های متعددی به عنوان قانون پایه برای این مواد ارائه شده است، اما پرکاربردترین و ساده ترین مدل حاکم بر آنها مدل قانون توانی است که در آن تنش برشی تابعی از توان n نرخ برش است.

در سیالات شبه پلاستیک، ویسکوزیته در نرخهای کوچک و بسیار زیاد تقریباً خطی است.

شیب منحنی تنش در برابر نرخ کرنش در شدتهای برش زیاد، به ویسکوزیته در برش بینهایت (m_{∞}) و در شدتهای برش کم به ویسکوزیته در برش صفر (m_0) موسوم است. در این مواد، نرخ افزایش تنش در برابر شدت برش ، مقداری منفی است (ویسکوزیته تابعی نزولی از شدت برش است). به عبارت دیگر چنانچه از مدل پاورلا به عنوان قانون پایه برای مواد شبه پلاستیک استفاده شود، در این صورت n مقداری کوچکتر از یک خواهد بود.

سیالات شبه پلاستیک عموماً در بین مواد زیر یافت می شوند: بسیاری از مواد با وزن مولکولی بالا، بسیاری از سوسپانسیونهای دارای غلظت متوسط، محلولهای لاستیک طبیعی و مصنوعی، چسبها، سوسپانسیونهای آهار، استات سلولز، محلولهای مورد استفاده برای ساخت رایون، مایونز، بعضی مرکبهای چاپ و رنگها.

درسیالات دایلاتنت با افزایش شدت برش، ویسکوزیته سیال افزایش می یابد و چنانچه از مدل پاورلا به عنوان قانون پایه برای آنها استفاده شود، در این صورت n مقداری بزرگتر از یک خواهد بود. در بین مواد زیر رفتار سیال دایلاتنت مشاهده شده است: برخی سوسپانسیونهای آبی اکسید سیلیکات پتاسیوم، شن مرطوب ساحل و بعضی رنگها.

1- Pseudoplastic

2- Dilatant

3- Power – Low

سیالات غیر نیوتنی تابع زمان

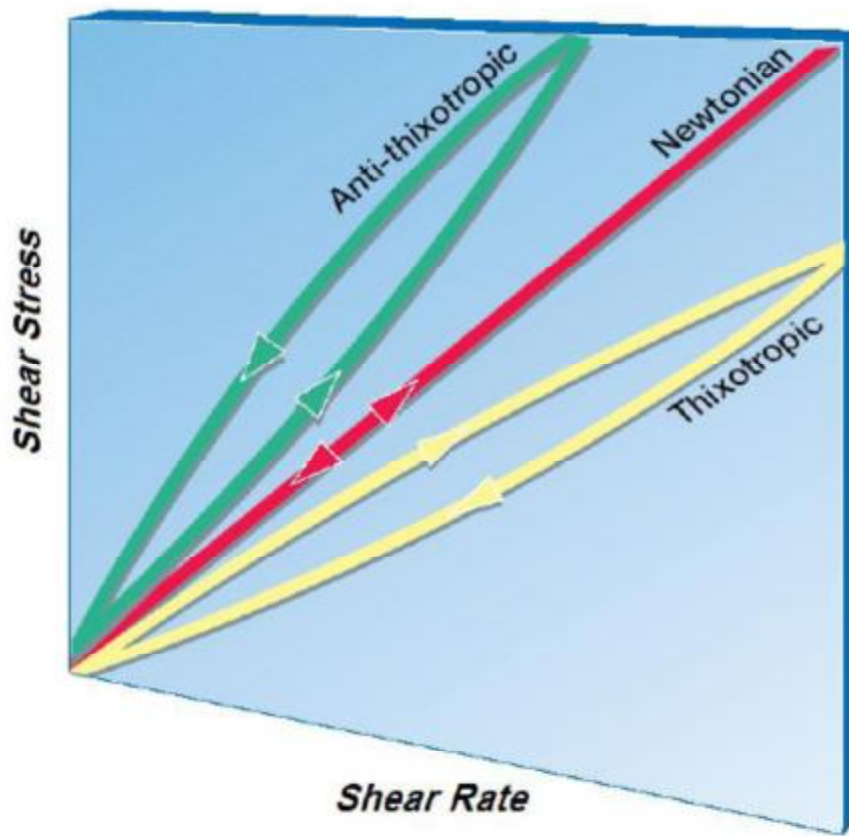
در بعضی از سیالات غیرنیوتنی، علاوه بر اینکه ویسکوزیته تابعی از شدت برش است، تابعی از زمان نیز می باشد. به عبارت دیگر در این سیالات، در حین یک نرخ برش ثابت، ساختمان مولکولی ماده بطور مداوم در حال تغییر است و لذا مقدار ویسکوزیته و تنش برشی نیز تابعی از زمان خواهد بود. بطور کلی این مواد به دو دسته سیالات تیکسوتروپیک³ و سیالات رئوپکتیک⁴ (آنتی تیکسوتروپیک⁵) تقسیم می شوند.

در سیالات تیکسوتروپیک چنانچه ماده در معرض یک شدت برش ثابت و دمای معین قرار داده شود، تنش برشی یک کاهش برگشت پذیر نسبت به زمان پیدا می کند. البته در نهایت ویسکوزیته به سمت یک مقدار حدی میل خواهد کرد. از دیدگاه مولکولی چنانچه یک سیال تیکسوتروپیک تحت یک برش ثابت قرار گیرد، بتدریج ساختمان مولکولهای آن شروع به شکستن می کند و لذا با افزایش زمان ویسکوزیته سیال کاهش می یابد. مولکولهای شکسته شده در صورت برخورد در جهت مناسب امکان بازگشت به ساختار اولیه خود را دارند و از آنجا که با گذشت زمان بر تعداد مولکولهای شکسته شده افزوده می شود، بنابراین امکان برخورد مولکولها و فعالتر شدن مکانیزم ترمیم افزایش می یابد. به همین دلیل پس از گذشت مدت زمان مشخصی تعادل بین فرایندهای شکست و ترمیم بوجود می آید و ویسکوزیته به سمت مقدار ثابتی میل می کند. به عنوان نمونه برخی پلیمرهای درشت مولکول و محلولهای مواد غذایی دارای این رفتار هستند. سیالات رئوپکتیک مواد بسیار نادری هستند که رفتار آنها کاملاً برعکس مواد تیکسوتروپیک است. از دیدگاه مولکولی، این مواد ساختار مولکولی اولیه ای ندارند ولی با ایجاد برش و برخورد مولکولها به یکدیگر شانس تشکیل یک ساختار را پیدا می کنند. بنابراین تحت برش ثابت و در شرایط ایزوترمال یک افزایش برگشت پذیر در تنش برشی و ویسکوزیته آنها مشاهده می شود. در بعضی سیالات نظیر سوسپانسیونهای رقیق اولئات آمونیوم رفتار رئوپکتیک مشاهده شده است. در شکل (1-3) منحنی تنش در برابر نرخ برش مواد رئوپکتیک و تیکسوتروپیک نشان داده شده است.

1- Thixotropic

2- Rheoplectic

3- Antithixotropic



شکل (1-3): منحنی های تنش برشی در برابر نرخ برش برای سیالات غیر نیوتنی تابع زمان

سیالات ویسکوالاستیک

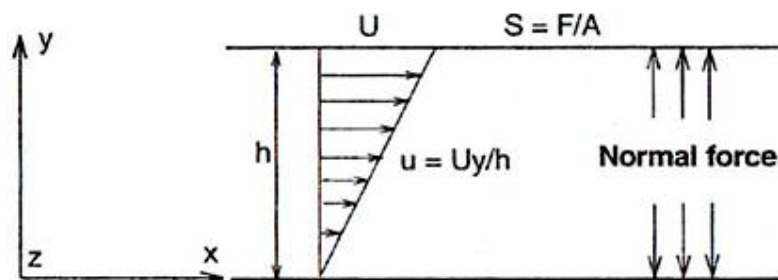
در این بخش ضمن معرفی سیالات ویسکوالاستیک و خواص عمومی آنها برخی رفتارهای متفاوتی که ناشی از رفتار الاستیک آنها هستند بررسی شده و در ادامه منشا رفتار ویسکوالاستیک در پلیمرها و کاربردهای این مواد تشریح شده است.

معرفی سیالات ویسکوالاستیک

سیالات ویسکوالاستیک موادی هستند که به طور توأمان خواص ویسکوز و الاستیک را دارا می باشند. از آنجا که در سیالات تنش تابعی از نرخ برش و در جامدات تابعی از خود برش است، لذا این مواد دارای خواص همزمان جامد و سیال هستند.

آزمایش معرفی که به بررسی رفتار جریان مواد ویسکوالاستیک می پردازد، آزمایش جریان کوئت (جریان برشی ساده) است. مطابق شکل (1-4)، چنانچه یک سیال ویسکوالاستیک بین دو صفحه تخت موازی قرار گیرد و صفحه بالایی با

سرعت ثابت U حرکت نماید، یک جریان برشی ساده ایجاد می شود. اگر عمل برش دهی قطع و حرکت صفحه بالایی بطور ناگهانی متوقف شود، برخلاف سیالات نیوتنی که در آنها تنش بطور آنی صفر می شود، در مواد ویسکوالاستیک کاهش تنش برشی دارای بازه زمانی یا به عبارت دیگر دارای زمان آسودگی از تنش است.



شکل (1-4): طرح شماتیک جریان برشی ساده (جریان کوئت)

همچنین برای سیال ویسکوالاستیک، چنانچه در حین حرکت صفحه بالایی، تنش برشی بطور آنی قطع شود (نیروی روی صفحه قطع و صفحه به حال خود رها گردد)، صفحه بالایی تا حدی به عقب برمی گردد، در حالیکه در سایر سیالات توقف صفحه بالایی نیز آنی است. در واقع بازگشت صفحه بالایی ناشی از خاصیت الاستیک ماده است، اما این بازگشت نسبت به مواد الاستیک (با خواص الاستیک یکسان) کندتر است که این موضوع ناشی از وجود مکانیزم ویسکوز در این مواد است. بر این اساس ادعا می شود که این مواد دارای یک حافظه جهت دار از تغییر شکل‌های خود بوده و از حالت قبلی خود آگاه هستند.

برخی رفتارهای سیال ویسکوالاستیک

در این بخش برخی رفتارهای سیالات ویسکوالاستیک که متفاوت از سایر سیالات هستند، معرفی شده است. این رفتارها ناشی از خواص الاستیک این سیالات است که بصورت اثر اختلاف تنش های نرمال و همچنین وجود حافظه در این مواد ظاهر شده است.

تغییر شکل سطح آزاد یک سیال در حال چرخش:

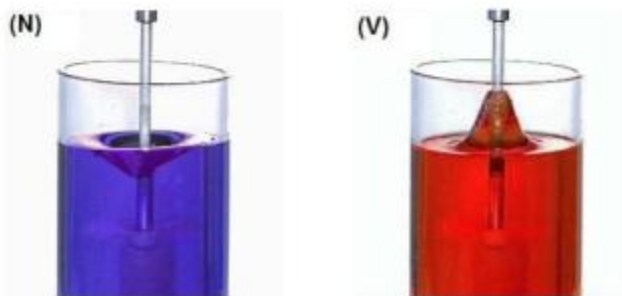
هنگامی که یک سیال نیوتنی در یک ظرف به وسیله یک میله چرخان، هم زده می شود، سطح سیال در وسط ظرف پایین و در نزدیکی دیواره بالا می آید. این پدیده ناشی از اثر نیروی گریز از مرکز بوده و سبب تبدیل سطح آزاد سیال به یک سطح مقعر با تقارن محوری می شود. چنانچه این آزمایش بوسیله یک سیال ویسکوالاستیک تکرار شود، سطح جریان به شکل یک سطح محدب درمی آید و اصطلاحاً گفته می شود که سیال تمایل به بالارفتن از میله چرخان را دارد.

این پدیده ناشی از اختلاف تنش های نرمال اول در این مواد است. طبق مطالعات انجام شده ، در این آزمایش مقدار (

$$\left(\frac{S_{qq} - S_{rr}}{r} \right)$$

مقداری غیرصفر و مثبت است که می تواند به اثر نیروی گریز از مرکز چیره شود و رفتار متضادی را به

نمایش بگذارد . این پدیده در شکل (5-1) نشان داده شده است.



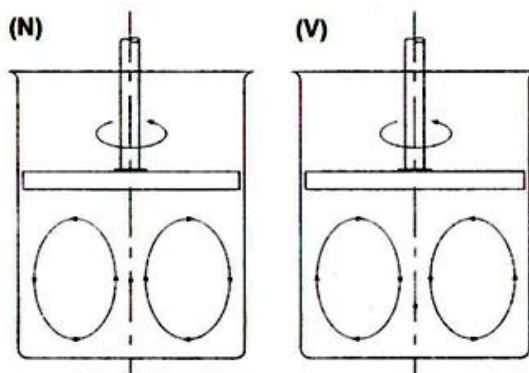
شکل (5-1): اعمال چرخش به سیال نیوتنی N و سیال ویسکوالاستیک V

تغییر جهت جریانهای ثانویه یک جریان در حال چرخش

چنانچه آزمایش معرفی شده در بخش 2-4-2-1 را دوباره تکرار کنیم، در عمق سیال، یک جریان ثانویه بین سطح

چرخنده و دیوارهای ثابت بوجود می آید. در اینجا نیز اثر اختلاف تنش های نرمال اول سبب بر عکس شدن جهت

جریان ثانویه در سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی شده است. شکل (2-6)

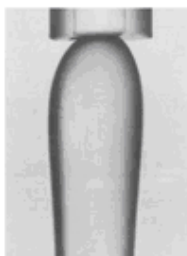


شکل (6-1): تغییر جهت های ثانویه در عمق یک جریان در حال چرخش

سیال نیوتنی N - سیال ویسکوالاستیک V

آماسیدگی جت

مطابق شکل (1-7) جریان جت یک سیال ویسکوالاستیک در نزدیکی نقطه خروج از سر نازل، تمایل بسیار زیادی به گسترش جانبی (تورم) دارد. در مواد ویسکوالاستیک این پدیده ناشی از وجود اختلاف تنش نرمال اول است. همچنین افزایش اینرسی جریان سبب ایجاد تاخیر در وقوع این پدیده می شود (شکل (1-8)).



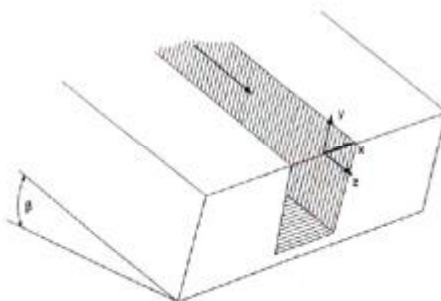
شکل (1-7) تورم جت یک سیال ویسکوالاستیک در نزدیکی سر نازل



شکل (1-8) دور شدن موقعیت تورم با افزایش عدد رینولدز از a تا c

جریان یک سیال ویسکوالاستیک در یک کانال باز شیب دار

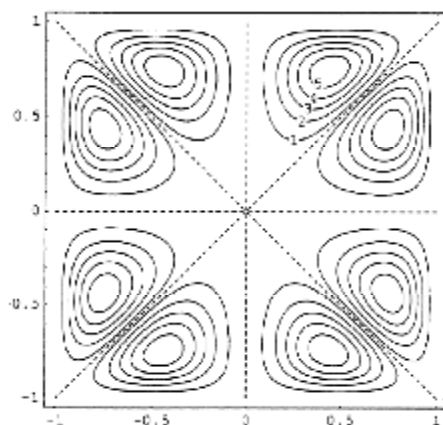
مطابق شکل (1-9) چنانچه یک سیال نیوتنی در یک کانال باز شیب دار جریان یابد، سطح آزاد جریان تقریباً به شکل یک صفحه تخت خواهد بود. ولی اگر در همین کانال یک سیال ویسکوالاستیک جریان یابد، سطح آزاد جریان به شکل محدب در می آید. این پدیده ناشی از وجود اختلاف تنش های نرمال دوم در این مواد است.



شکل (1-9): طرح شماتیک جریان روی یک کانال باز شیب دار

جریانهای ثانویه در مجراهای غیرمدور

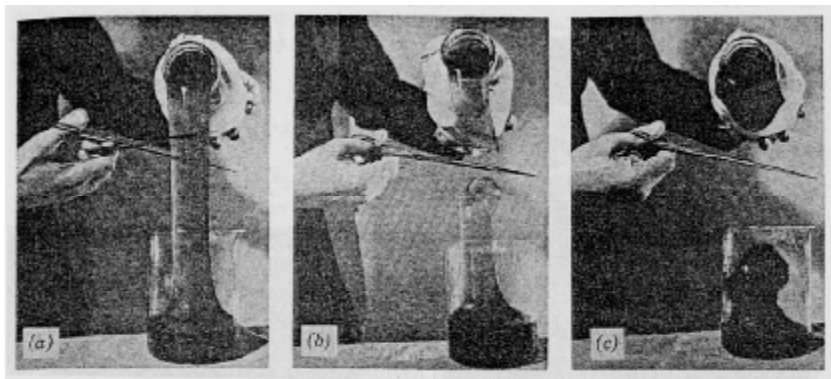
وجود اختلاف تنش های نرمال دوم سبب بروز جریانهای ثانویه در جریان آرام یک سیال ویسکوالاستیک در مجاری بسته غیرمدور می شود (مشابه جریانهای ثانویه ایجاد شده در جریان مغشوش سیالات نیوتنی در مجاری غیرمدور) شدت چرخش این جریانها به بزرگی و جهت آن نیز به مثبت یا منفی بودن N_2 وابسته است. (شکل 10-1)



شکل (10-1): جریانهای ثانویه در جریان پلی ایزو بوتیلن در $De = 70$

بازگشت فنری

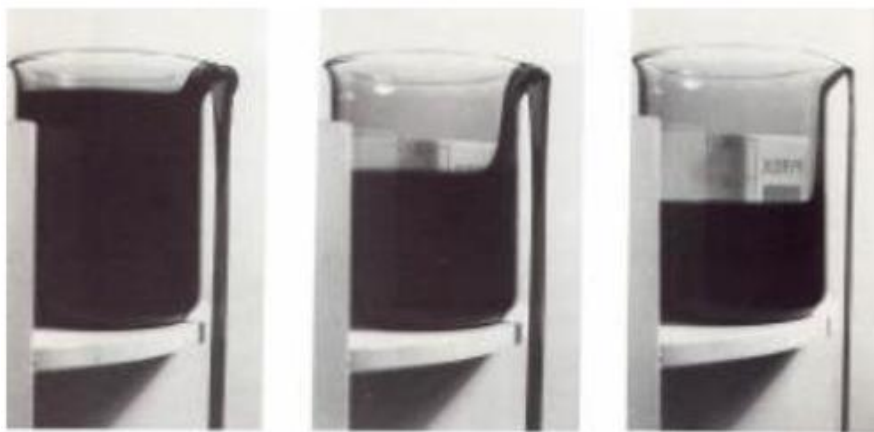
مطابق شکل (11-1) اگر یک سیال ویسکوالاستیک در حال خالی شدن از یک ظرف به ظرف دیگری باشد، چنانچه بوسیله یک قیچی جریان قطع شود، قسمتی از سیال که بالای قیچی قرار دارد دوباره به ظرف اول باز می گردد. این پدیده ناشی از خواص الاستیک ماده است و اصطلاحاً گفته می شود که سیال دارای حافظه است (یعنی به یاد می آورد که از کجا آمده است).



شکل (11-1): بازگشت فنری یک سیال ویسکوالاستیک

سیفون بدون لوله

پدیده جالب توجه دیگر در جریان مواد ویسکوالاستیک جریان سیفون بدون لوله در این مواد است. تخلیه سیفونی یک سیال نیوتنی از یک ظرف تنها بوسیله قرار دادن لوله در آن و ایجاد مکش کافی در سر آزاد لوله امکان پذیر است. اما ایجاد جریان سیفونی در سیالات ویسکوالاستیک حتی بدون وجود لوله نیز امکان پذیر است. این پدیده در پلیمرهای دارای مونومرهای بزرگتر (پلیمرهای درشت مولکول) با جریان بیشتری اتفاق می افتد. باور بر این است که کشیدگی مولکولهای طویل پلیمر در امتداد خط جریان سبب ادامه یافتن جریان سیفون می شود.



شکل (1-12): سیفون بدون لوله سیالات ویسکوالاستیک

لزجت

لزجت خاصیتی از سیال است که به واسطه آن، سیال در مقابل تنش برشی از خود مقاومت نشان می دهد.

نکته مهم: لزجت گازها با افزایش درجه حرارت افزایش می یابد، درحالی که لزجت مایعات با افزایش درجه حرارت، کاهش خواهد یافت.

نکته مهم: مقاومت یک سیال در مقابل نیروی برشی به جاذبه مولکولی و میزان انتقال اندازه حرکت مولکولها بستگی دارد.

نکته مهم: در یک مایع به دلیل کوچک بودن فواصل بین مولکولها، نیروی جاذبه مولکولی به مراتب بیشتر از گازها است. به نظر می رسد علت اصلی وجود لزجت در مایعات جاذبه مولکولی است زیرا با افزایش درجه حرارت جاذبه مولکولی کم شده و لزجت نیز کاهش می یابد. اما در مورد گازها، نیروهای جاذبه مولکولی بسیار کوچک هستند و آنچه باعث مقاومت در مقابل تنش برشی می شود، انتقال اندازه حرکت مولکولی آنها است.

نکته مهم: هنگامی که در یک سیال، لایه ای نسبت به لایه مجاورش حرکت می کند انتقال اندازه حرکت مولکول باعث انتقال اندازه حرکت از یک قسمت به قسمت دیگر می شود به نحوی که عامل ایجاد تنش برشی نیز می گردد.

نکته مهم: فعالیت مولکولی باعث ازدیاد تنش برشی در گازها می شود که بسیار مهم تر از نیروهای چسبندگی است و چون فعالیت مولکولی با درجه حرارت زیاد می شود، لزجت گازها نیز با درجه حرارت زیاد می شود.

نکته مهم: در فشارهای معمولی، لزجت مستقل از فشار بوده و فقط تابع درجه حرارت می باشد اما در فشارهای بالا لزجت گازها و بعضی از مایعات با تغییر فشار تغییر می کند.

نکته مهم: در یک سیال چه در حالت سکون و چه در حالت حرکت، اگر دو لایه مجاور نسبت به یکدیگر حرکتی نداشته باشد هیچ نوه تنش برشی ایجاد نخواهد شد، زیرا مقدار du/dy در کل سیال مساوی صفر است.

در نتیجه در هنگام مطالعه ایستائی سیالات، فقط تنش های عمودی یا فشارها بررسی می شوند.

در سیستم آحاد SI واحد لزجت نیوتن - ثانیه بر متر مربع $(N.S/m^2)$ یا کیلوگرم بر متر - ثانیه $(kg/m.s)$ است و نام خاصی ندارد. در واحدهای USC، واحد لزجت (بدون نام) معادل $1 lb.s/ft^2$ یا $1 slug/ft.s$ است که مشابه هستند.

واحد رایج لزجت در آحاد cgs را پواز (p) می نامند که معادل $1 dgn^{-2}/cm^2$ یا $g/cm.s$ است. واحد SI ده بار بزرگتر از واحد پواز است.

لزجت سینماتیکی

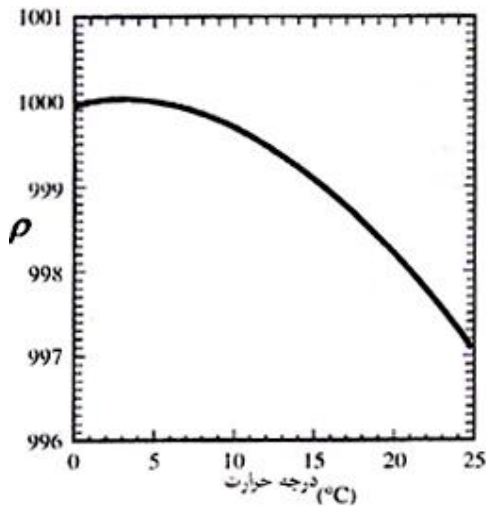
لزجت μ را غالباً لزجت مطلق یا لزجت دینامیکی می نامند و مقدار آن با لزجت سینماتیکی ν مساوی نیست بلکه رابطه زیر بین آنها وجود دارد:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

نکته مهم: لزجت سینماتیکی مایعات و گازها در یک فشار معین اساساً تابع درجه حرارت است.

روابط میان چگالی، درجه حرارت و غلظت

حداکثر مقدار چگالی برای آب تازه در شرایط استاندارد در $4^\circ C$ است در حالی که انجماد در $0^\circ C$ رخ می دهد.



نکته مهم: سیال ایدآل سیالی است که تراکم ناپذیر و بدون اصطکاک باشد، درحالی که گاز کامل گازی است که هم دارای لزجت است و هم قادر به ایجاد تنش های برشی می باشد و به علاوه برطبق رابطه $\rho v_s = RT$ تراکم پذیر نیز هست.

معادله $Pv_s = RT$ ، معادله حالت برای گاز کامل است و به صورت زیر نوشته می شود:

$$P = \rho RT$$

نکته مهم: گازهای حقیقی در درجه حرارت بیش از درجه حرارت بحرانی و در فشارهای کمتر از فشار بحرانی از قانون گازهای کامل تبعیت می کند.

ضریب کشسانی حجمی

معمولا یک مایع را سیال تراکم ناپذیر در نظر می گیرند و زمانی تراکم ناپذیری یک سیال اهمیت می یابد که به طور ناگهانی تغییرات فشار زیادی را تحمل کند. با تغییر درجه حرارت مسئله تراکم پذیری اهمیت می یابد.

نسبت $-dp/dv$ را ضریب کشسانی حجمی (k) گویند و برای هر حجمی مانند v از سیال، مقدار k از رابطه زیر بدست می آید:

$$k = -\frac{dp}{dv/v}$$

نکته مهم: از آنجا که مقدار dv/v بی بعد است می توان واحد k را برحسب فشار بیان کرد.

نکته مهم: هنگامی که یک مایع فشرده می شود، مقاومتش در برابر ازدیاد فشار افزایش می یابد.

فشار بخار (تبخیر و جوشش)

به دلیل فرار مولکولها از سطح مایع، مایعات تبخیر می شوند و فشاری که از طرف مولکولهای بخار در فضا ایجاد می شود، فشار بخار نامیده می شود. اگر فضای بالای سطح مایعی مسدود شود پس از مدت زمانی، تعداد مولکولهایی که قبلا از سطح مایع جدا شده اند با تعداد مولکولهایی که در اثر برخورد با سطح آزاد مایع تقطیر می شوند، مساوی خواهد شد و تعادل به وجود می آید.

از آنجائی که این پدیده به تحریک مولکولها بستگی داشته و این تحریک نیز تابعی از درجه حرارت می باشد، فشار بخار یک سیال با ازدیاد درجه حرارت افزایش خواهد یافت. هنگامی که فشار روی مایع مساوی با فشار بخار شود، مایع شروع به جوشیدن می کند.

در اغلب سیستم هایی که مایعات در آنها جریان دارند ، احتمال این که در نقاطی از این سیستم فشار بقدر کافی کاهش یابد که برابر با فشار بخار یا کمتر از آن شود وجود دارد و این باعث تبخیر سدیم مایع می شود و پدیده ای به نام حفره سازی بوجود می آید. حبابهای کوچک یا حفره های بوجود آمده، سریعا انبساط می یابند و از مکان اولیه خود به طرف منطقه ای که فشار بیشتری نسبت به فشار بخار دارد ، حرکت می کند و در آنجا از بین می روند. این پدیده رشد و نابودی در پمپ ها و توربین های هیدرولیکی باعث خوردگی فلزی می شوند و در نتیجه خساراتی به دنبال خواهند داشت.

چگالی نسبی

نسبت وزن مخصوص سیال به وزن مخصوص آب را چگالی نسبی گویند.

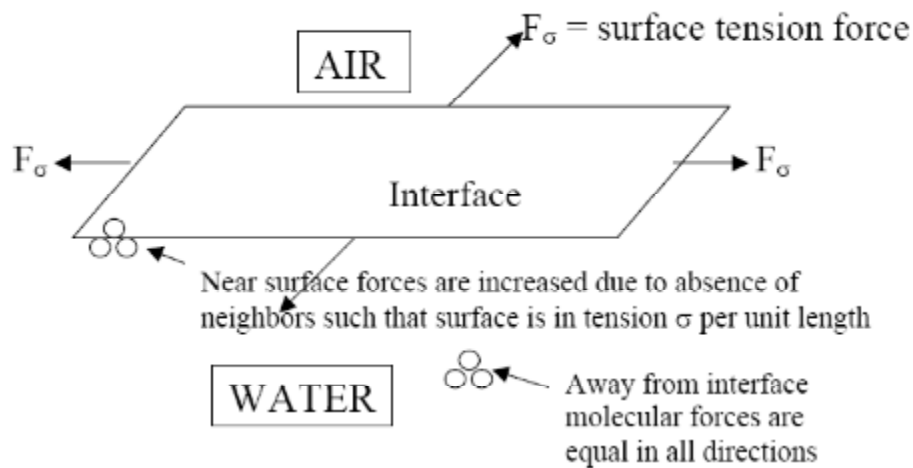
$$S = \frac{g_{fluid}}{g_{water}} = \frac{r_{fluid}}{r_{water}}$$

کشش سطحی موئینگی

پدیده کشش سطحی ناشی از اختلاف جاذبه بین ملکولهای یکسان (پیوستگی) و مولکولهای غیر یکسان (چسبندگی) است.

در داخل مایع، نیروهای پیوستگی یکدیگر را خنثی می کنند ولی در سطح آزاد مایع نیروهای پیوستگی که از پایین اثر می کنند از نیروهای چسبندگی محل تماس مایع و گاز بیشتر می شود. بدلیل تفاوت این نیروها مرز دو سیال شبیه یک پوسته تحت کشش عمل می کند.

کشش ناشی از خواص موئینگی از یک طرف به کشش سطحی و از طرف دیگر به میزان چسبندگی بین مایع و جامد و جاذبه بین ذرات مایع بستگی دارد.



اگر قطره ای به شعاع R و فشار نسبی داخلی P_i را در حال تعادل در نظر بگیریم، داریم:

$$- p_i (p R^2) + s (2pR) = 0$$

$$\Rightarrow P = \frac{2s}{R}$$

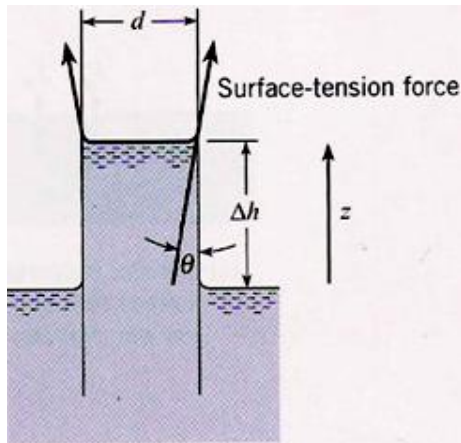
نکته مهم: در حباب کشش سطحی در هر دو وجه داخلی و خارجی (محلهای تماس با هوا) وجود دارد داریم:

$$- p_i (p R^2) + 2s (2pR) = 0$$

$$\Rightarrow P = \frac{4s}{R}$$

خاصیت موئینگی:

بدلیل وجود کشش سطحی یک سیال میتواند در داخل یک لوله باریک از سطح لوله بالا رود که برای محاسبه آن داریم:

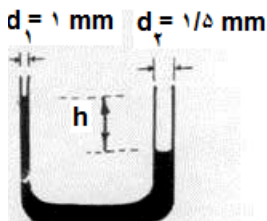


$$\begin{aligned} \sum F_z = 0 &\Rightarrow (pd)S \cos q - W = 0 \\ &\Rightarrow (pd)S \cos q - \frac{pd^2}{4} \times \Delta h \times g = 0 \\ &\Rightarrow \Delta h = \frac{4S \cos q}{g \times d} \end{aligned}$$

تست کنکور سراسری 90 عمران:

لوله U شکل مقابل از دو لوله موئین به قطرهای 1 میلی متر و $1/5$ میلی متر تشکیل شده است و به صورت قائم قرار دارد. اگر در این لوله، مقداری سیال با وزن حجمی $g = 10000 N / m^3$ و کشش سطحی $S = 0/06 N / m$ و زاویه تماس $q = 0$ ریخته شود، اختلاف ارتفاع بین ترازهای سیال در دو لوله ناشی از عملکرد موئینگی چند میلی متر

است؟



(2) صفر

(1) 16

(4) 8

(3) 4

پاسخ:

$$h_{c_1} = \frac{4S \cos q}{g d_1} = \frac{4 \times 0/06 \times 1}{10000 \times 0/001} = 0/024 m = 24 mm$$

$$h_{c_2} = \frac{4S \cos q}{g d_2} = \frac{4 \times 0/06 \times 1}{10000 \times 0/0015} = 0/016 m = 16 mm$$

$$h = h_{c_1} - h_{c_2} = 24 - 16 = 8 mm$$

ایستایی سیالات

استاتیک سیالات که در بخشهای قبل بحث شد تقریباً علم دقیقی است و تنها کمیتی که نیاز به آزمایش دارد وزن مخصوص است. از طرف دیگر طبیعت جریان یک سیال حقیقی بسیار پیچیده است و به آسانی نمی توان قوانین اساسی توصیف کننده حرکت کامل یک سیال را به روابط ریاضی تبدیل کرده و مورد استفاده قرار داد.

در اینجا حالات خلص جریانات یک سیال را بررسی مینماییم. یکی از حالات مهم سیال حالت استاتیکی آن است. این حالت زمانی رخ می دهد که سرعت ثابت و یا (در حالت بسیار خاصی) مقدار شتاب در تمام نقاط جریان ثابت باشد. حالت اول را ایستایی سیالات و حالت دوم را شتاب جسم صلب گویند.

نکته مهم: شرط لازم برای دستیابی به این دو موقعیت آنست که لایه های مجاور نسبت به یکدیگر حرکت نسبی نداشته و در نتیجه تنش های برشی صفر باشد.

نکته مهم: در یک سیال ساکن فشار در تمام جهات یکسان است. اگر حرکت سیال طوری باشد که دو لایه مجاور آن نسبت به هم حرکت داشته باشند، تنشهای برشی بوجود می آیند و در نتیجه تنش های عمودی حاصل در تمام جهت ها یکسان نخواهد بود. این فشار به صورت میانگین سه تنش فشاری عمود بر هم در یک نقطه به صورت زیر تعریف می شود:

$$P = \frac{P_x + P_y + P_z}{3}$$

می دانیم اگر نیروی عمودی وارد بر صفحه ای را تقسیم بر مساحت این صفحه کنیم، فشار متوسط بدست می آید. بنابراین فشار در یک نقطه از حد نسبت نیروی عمودی وارد بر سطح بدست می آید اگر مساحت آن سطح به سمت صفر میل کند. در نتیجه در هر نقطه از یک سیال ساکن، فشار در تمام جهت ها یکسان می باشد.

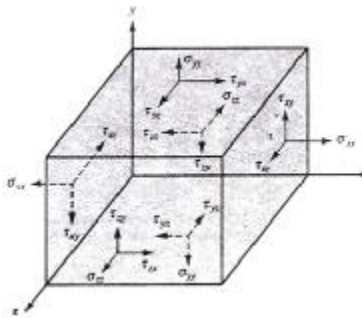
جهت اثبات این مطلب جسم کوچک آزادی به شکل گوه که دارای عرض واحد می باشد در نقطه (x, y) از یک سیال ساکن را در نظر بگیرید. فرض کنید که هیچ نیروی برشی وجود ندارد و فقط نیروی عمود بر سطح و نیروهای ثقل موجود باشند. بنابراین معادلات حرکت در جهت x و y به ترتیب عبارت اند از:

$$\sum F_x = p_x dy - p_s ds \sin q = \frac{dx dy}{2} r a_x = 0$$

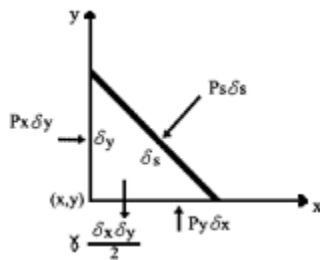
$$\sum F_y = p_y dx - p_s ds \cos q - g \frac{dx dy}{2} = \frac{dx dy}{2} r a_y = 0$$

که P_x و P_y و P_z فشارهای بر روی سه سطح، g وزن مخصوص سیال، ρ چگالی و a_x و a_y شتاب ها می باشند، وقتی که سطح مایل با حفظ زاویه θ به سمت نقطه (x,y) و در نتیجه اندازه جسم آزاد به سمت صفر میل کند، با استفاده از روابط هندسی زیر:

$$ds \cos q = dx \quad ds \sin q = dy$$



شکل (2-1) تعریف توزیع تنش



شکل (2 - 2) دیاگرام جسم آزاد ذره ای به شکل گوه

معادلات به شکل زیر ساده می شوند:

$$p_y dx - p_s dx - g \frac{dx dy}{2} = 0 \quad p_x dy - p_s dy = 0$$

جمله آخر در معادله دوم در مقایسه با سایر جملات بسیار کوچک است و از آن صرف نظر می شود. از تقسیم روابط فوق به ترتیب در d_x و d_y و ترکیب آنها خواهیم داشت:

$$P_z = P_x = P_y$$

چون زاویه θ اختیاری است. از این معادله درمی یابیم که در هر نقطه از یک سیال ساکن فشار در تمام جهات یکسان است. اگرچه اثبات فوق برای حالت دوبعدی انجام گرفت، ولی می توان آن را برای حالت سه بعدی نیز با در نظر گرفتن

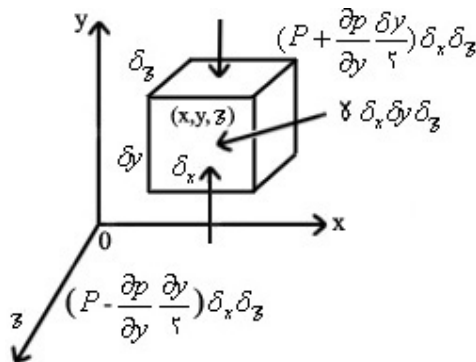
معادلات تعادل برای یک چهاروجهی کوچک از سیال که سه وجه آن در سه صفحه مختصات و وجه چهارمش به صورت مایل اختیار شود، اثبات کرد.

نکته مهم: در یک سیال ایده آل با لزجت صفر (یعنی در یک سیال بدون اصطکاک) برای هرگونه حرکت سیال هیچگونه تنش برشی به وجود نمی آید و در نتیجه در هر نقطه از سیال فشار در تمام جهات یکسان است.

معادلات اساسی ایستایی سیالات

تغییرات فشار در یک سیال ساکن:

نیروهایی که بر یک جزء از سیال ساکن وارد می شوند شامل نیروهای سطحی و نیروهای داخلی می باشند. با در نظر گرفتن محور y ها به طور عمود و به سمت بالا، تنها نیروی داخلی که بر جزء مورد نظر در جهت y وارد می شود $-gd_x d_y d_z$ خواهد بود.



$$\delta F_y = -\frac{\partial p}{\partial y} \delta_x \delta_y \delta_z - \gamma \delta_x \delta_y \delta_z$$

با در نظر گرفتن فشار p در مرکز این جزء کوچک (x, y, z) نیروی تقریبی وارد بر سطح عمود بر محور y که نزدیکتر به مبداء می باشد، تقریباً برابر است با:

$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz$$

و نیروی وارده بر سطح مقابل آن برابر است با:

$$\left(p + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz$$

که $dy/2$ فاصله از مرکز تا سطح عمود بر محور y است. حاصل جمع نیروهایی که در جهت y وارد می شوند عبارت است از:

$$dF_y = -\frac{dp}{dy} dx dy dz - g dx dy dz$$

در جهت X و Z چون هیچ نیروی داخلی وارد نمی شود، خواهیم داشت:

$$dF_z = -\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz \quad dF_x = -\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz$$

نیروی برداری موثر δF از رابطه زیر به دست می آید:

$$dF = i dF_x + j dF_y + k dF_z = -\left(i \frac{\partial p}{\partial x} + j \frac{\partial p}{\partial y} + k \frac{\partial p}{\partial z} \right) dx dy dz - j g dx dy dz$$

اگر ابعاد جزء در نظر گرفته شده به سمت صفر میل کنند و طرفین رابطه را بر $dx dy dz = dV$ تقسیم کنیم، به عبارت دقیق زیر خواهیم رسید:

$$dV \rightarrow 0 \quad \frac{dF}{dV} = -\left(i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \right) p - j g$$

این مقدار، نیروی وارد بر واحد حجم عنصر در هر نقطه است که برای سیال در حال سکون باید مساوی صفر قرار گیرد. کمیت داخلی پراونتز گرادیان می باشد که با علامت ∇ (del) نشان داده می شود:

$$\nabla = -\left(i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

و گرادیان منفی p (یعنی $-\nabla p$) میدان برداری f ، (نیروی فشار سطح در واحد حجم) می باشد.

$$f = -\nabla p$$

بنابراین قانون تغییرات فشار در سیال عبارت است از:

$$f - jg = 0$$

برای یک سیال لزج در حال حرکت یا سیالی که در آن تنش برشی در تمام نقاط صفر است، قانون دوم نیوتن به شکل زیر خواهد بود:

$$f - jg = ra$$

که a شتاب جزء فرضی انتخاب شده از سیال و $f - jg$ منتهجه نیروی سیال است هنگامیکه فقط نیروی جلو بر جسم اثر کند.

معادلات $f = -\nabla p$ و $f - jg = 0$ به شکل معادلات مولفه های زیر می باشد:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \frac{\partial p}{\partial y} = -g, \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \right)$$

نکته مهم: در جرمی پیوسته از یک سیال، اگر دو نقطه در ارتفاعهای یکسانی قرار داشته باشند، لزوما دارای فشارهای یکسانی خواهند بود.

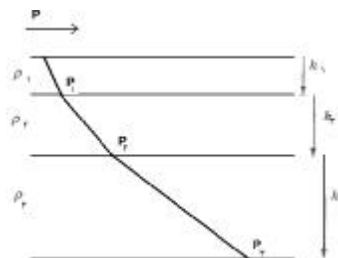
چون p تنها تابعی از y است، داریم:

$$dp = -gdy$$

این معادله دیفرانسیل ساده، رابطه تغییرات فشار را به وزن مخصوص و تغییرات ارتفاع نسبت می دهد و برای سیالات تراکم پذیر و تراکم ناپذیر قابل استفاده است.

تغییرات فشار در یک مایع با لایه های مختلف

اغلب به دلیل گرمایش یا حضور مواد افزودنی چون نمک یا مواد رسوبی، چگالی یا سیال تراکم ناپذیر همگن ممکن است لایه لایه شود. در این صورت لایه هایی تشکیل می شود و لایه سیال سنگینتر زیر لایه سبکتر قرار می گیرد. درون هر لایه چگالی ثابت باقی خواهد ماند و فشار به صورت خطی یا هیدرواستاتیکی نسبت به عمق تغییر می کند. شکل (2-3) نمودار ایدآل تغییرات چگالی برحسب عمق را برای آب نمک با سه ناحیه چگالی ثابت نشان می دهد.



شکل (2-3) توزیع فشار در یک سیال ساکن با چگالی لایه ای

همچنین در شکل مذکور نمودار تغییر فشار برحسب عمق ترسیم شده است و باید یادآور شد که فشار در سطح مشترک ها به صورت پیوسته است. اگرچه در عمل به دلیل نفوذ متلاطم و مولکولی نمک، گرادیان چگالی در سطح مشترک

ناحیه های چگالی ثابت بسیار ملایم خواهد بود، ولی تقریب لایه ای بودن توزیع فشار یک روش تحلیل اساسی برای اقیانوس شناسان در طی صدها سال بوده است.

از شکل (5) چند نکته قابل ذکر است. اولاً در هر لایه ای، فشار به صورت خطی با افزایش عمق، زیاد می شود. بنابراین تغییرات فشار در لایه 1 و لایه های بعدی عبارت است از:

$$p (0 < h < h_1) = p_0 + p_1 h(h)$$

$$p (h_1 < h < h_2) = p_1 + p_2 g(h - h_1)$$

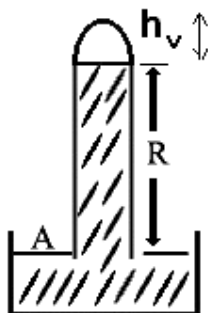
یا برای لایه n ام داریم:

$$p (h_{n-1} < h < h_n) = p_{n-1} + p_n g(h - h_{n-1})$$

دستگاه های اندازه گیری فشار:

فشار را می توان نسبت به هر مبنای دلخواهی بیان کرد. متداول این است که مبنای فشار، صفر مطلق و فشار اتمسفر محلی باشد. اگر فشار بر حسب اختلاف آن با خلاء کامل بیان شود آن را فشار مطلق می گویند و هنگامی که بر حسب اختلاف با اتمسفر محلی بیان شود، فشار نسبی می نامند.

فشار اتمسفر محلی را با بارومتر جیوه ای (شکل زیر) اندازه می گیرند که اختلاف فشار بین اتمسفر و خلاء یا لوله ای که هوای آن تخلیه شده باشد نشان می دهد. بارومتر جیوه ای شامل یک لوله شیشه ای محتوی جیوه است که یک سر آن بسته و سر باز آن در ظرفی پر از جیوه غوطه ور می باشد. بارومتر به گونه ای درجه بندی می شود که به کمک آن بتوان مقدار R را تعیین کرد.



فضای بالای جیوه حاوی بخار جیوه می باشد و اگر فشار بخار جیوه (h_v) را برحسب میلیمتر جیوه و R را برحسب همین آحاد در اختیار داشته باشیم، فشار در نقطه A برابر است با :

$$\text{mmHg} \quad h_v + R = h_A$$

هرچند h_v تابعی از درجه حرارت است ولی در درجه حرارت اتمسفر مقدار این وابستگی بسیار کم است. فشار بارومتر با تغییر محل فرق می کند، یعنی با تغییر ارتفاع و شرایط آب و هوا متغیر است.

مفاهیم جریان و سینماتیک

روش های تحلیل

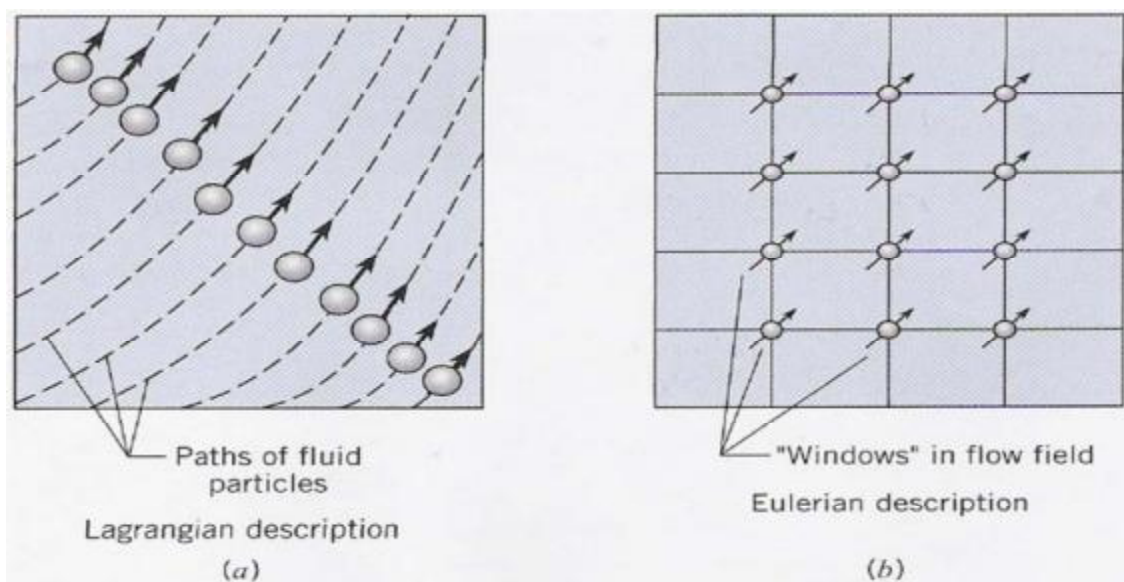
اگر نقطه ثابتی را در فضا به مختصات x_1 , y_1 و z_1 در نظر بگیریم، سرعت ذرات گذرنده از این نقاط در هر لحظه را می توان با استفاده از میدان سرعت $\mathbf{v}(x, y, z, t)$ ب دست آورد. به این روش که در یک نقطه ثابت از فضا سرعتهای رشته پیوسته ای از ذرات سیال که از آن نقطه می گذرند اندازه گرفته می شود، دیدگاه اولری گفته می شود. در دیدگاه لاگرانژی، حرکت هر یک از ذرات سیال را با دنبال کردن آن ذره تعقیب می کنیم. در این حالت برای هر یک از ذرات سیال سه تابع زمانی $x(t)$, $y(t)$ و $z(t)$ را خواهیم داشت که در حالت کلی با توابع زمانی سایر ذرات متفاوت است. $x(0)$, $y(0)$ و $z(0)$ موقعیت اولیه ذره را در لحظه $t = 0$ نشان میدهد. در توصیف لاگرانژی برای توصیف عمومی و کامل حرکت سیال مسیر تعداد بسیار زیادی از ذرات سیال باید مشخص گردد (شکل a) به همین دلیل اگر چه هر دو دیدگاه در دینامیک سیالات بکار میروند، در اکثر مسائل شکل جریانهای سیال توصیف اولری استفاده می شود.

نکته مهم:

دو دیدگاه اولری و لاگرانژی به دائمی یا غیر دائمی بودن جریان بستگی ندارد.

همانطور که بیان شد روش اولر برای اغلب تحلیل ها پذیرفته شده است. در این روش یک حجم کنترل ثابت یا یک نقطه ثابت در فضا اختیار می شود و معادلات مربوط به تغییرات جرم، اندازه حرکت و انرژی در هنگام عبور سیال از درون حجم یا نقطه ثابت به دست می آید. مرزهای حجم کنترل را سطح کنترل گویند. اندازه و شکل حجم کنترل کاملاً

دلخواه است ولی غالباً آن را منطبق بر مرزهای جامد و از طرفی برای ساده شدن آن را عمود بر جهت های جریان در نظر می گیرند.



توصیف حرکت سیال

در روش اولر بردار سرعت به صورت v (یا گاهی اوقات q) تعریف می شود:

$$\mathbf{v}(x, y, z, t) = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$$

در معادله بالا u , v , w سرعت ها در جهات x , y , z هستند و هریک ممکن است نسبت به زمان و مکان تغییر یابند.

نکته مهم: خط جریان عبارت است از خط پیوسته ای که می توان در سیال رسم کرد، بطوریکه نمایانگر جهت بردار سرعت در هر نقطه باشد.

معادله خط جریان:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

نکته مهم: در جریان پایدار چون جهت بردار سرعت در هر نقطه بدون تغییر است، خط جریان در هر نقطه دارای شیب ثابتی بوده و بنابراین در فضا ثابت می باشد.

نکته مهم: همواره هر ذره مماس بر خط جریان حرکت می کند و بنابراین در جریان پایدار مسیر هر ذره یک خط جریان است.

نکته مهم: در جریان ناپایدار چون جهت بردار سرعت در هر نقطه نسبت به زمان تغییر می کند ممکن است خط جریان در زمانهای مختلف تغییر کند.

توصیف فرایندهای سیال و ساده سازی آنها:

جریان یک سیال را می توان به صورتهای گوناگون مانند درهم در مقابل آرام، حقیقی در مقابل ایدآل، بازگشت پذیر در مقابل بازگشت ناپذیر، پایدار در مقابل ناپایدار، یکنواخت در مقابل غیریکنواخت و چرخشی در مقابل غیرچرخشی طبقه بندی کرد.

در جریان آرام، ذرات سیال در امتداد مسیرههای هموار که در درون غشاء یا لایهها قرار دارند حرکت می کنند و یک لایه به آرامی بر روی لایه مجاور می لغزد. تمایل به حرکت چرخشی یا جانبی به شدت توسط لزجت مستهلک خواهد شد. جریان آرام به وسیله قانون لزجت نیوتن یا بسط آن برای جریان سه بعدی که ارتباط دهنده تنش برشی به مقدار تغییر شکل زاویه ای است کنترل می شود.

هنگامی که لزجت کم، سرعت زیاد یا دبی جریان زیاد باشد، جریان آرام پایدار نبوده و تبدیل به جریان درهم خواهد شد. جریان درهم، شایعترین حالت موجود در مهندسی است. در جریان درهم، ذرات سیال (جرم های کوچک مولکولی) در مسیرههای بسیار نامنظمی حرکت می کنند و موجب می شوند که اندازه حرکت از یک بخش سیال به بخش دیگر انتقال یابد.

اغتشاش جریان موجب ایجاد تنشهای برشی بزرگتر گردیده و باعث بازگشت ناپذیری و افت های بیشتری خواهد شد. همچنین در جریان درهم افت ها متناسب با توان 1,7 تا 2 سرعت و در جریان آرام متناسب با توان اول سرعت تغییر می کند.

رابطه تنش برشی در یک جریان درهم را بصورت $t = m \left(\frac{du}{dy} \right)^n$ در نظر گرفته که میتوان آنرا بصورت

$t = m \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1} \left(\frac{du}{dy} \right)$ میتوان نوشت که در آن $h = m \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1}$ را لزجت گردابه ای گویند. لزجت گردابه

ای یک خاصیت سیال نیست و از نقطه ای به نقطه دیگر و از لحظه ای به لحظه دیگر تغییر خواهد کرد و باید برای هر میدان جریان مقدار آن بر حسب پارامترها نوشته شود.

نکته مهم: یک سیال ایدال، سیالی است تراکم ناپذیر و بدون اصطکاک.

تذکر: نباید سیال ایده آل را با گاز کامل اشتباه گرفت. فرض سیال ایدال برای تحلیل جریان بزرگ سیالات (مانند اقیانوس ها) مفید است.

نکته: سیال بدون اصطکاک فاقد لزجت می باشد و فرایند جریان آن بازگشت پذیر یا بدون افت است.

نکته مهم: لایه سیالی که در مجاورت جریان مرزی قرار دارد و تحت تاثیر نیروی برشی لزجت و نسبت به مرز جریان دارای سرعت نسبی خواهد بود را لایه مرزی گویند که در بحث های آتی بیشتر در مورد آن بحث خواهد شد.

نکته: اگر سیالی ساکن و بدون اصطکاک باشد هرگونه حرکتی که در آن ایجاد شود غیر چرخشی خواهد بود.

جریان آدیاباتیک عبارت است از جریان یک سیال که هیچگونه انتقال حرکت از سیال و یا به سیال صورت نگیرد. جریان آدیاباتیک بازگشت پذیر (آدیاباتیک بدون اصطکاک) را جریان ایزنتروپیک⁶ می گویند. (جریان آدیاباتیک حرارتی اشتباه نگیرید که انتقال حرارت در آن وجود ندارد)

جریان پایدار:

هنگامی رخ می دهد که در هیچ نقطه ای از سیال تغییری نسبت به زمان رخ ندهد.

در جریان پایدار تغییری نسبت به زمان و مکان در چگالی ρ ، فشار p ، درجه حرارت T یا غلظت C رخ نخواهد داد.

بنابراین:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0,$$

جریان یکنواخت:

هنگامی رخ می دهد که برای تمام نقاط، بردار سرعت یا هر متغیر دیگری (مقدار و جهت) در تمام لحظات یکسان باشد. این معادله بیانگر این است که در هر لحظه بردار سرعت در تمامی جهات یکسان است ولی درباره تغییر سرعت یک نقطه نسبت به زمان صحبت نمی کند.

⁶ فرایند ایزنتروپیک می تواند در جریان بازگشت پذیر با مقدار مناسب انتقال حرارت رخ دهد.

(ایزنتروپیک = انترپوی ثابت)

نکته مهم: جریانی که در آن بردار سرعت در هر لحظه از یک نقطه تا نقطه دیگر تغییر کند ($\frac{\partial v}{\partial s} \neq 0$) جریان غیریکنواخت است.

نکته مهم: مایعی که بدرون یک لوله مستقیم طویل پمپ می شود جریان یکنواخت و مایعی که در درون یک بخش همگرا یا یک لوله خمیده جریان دارد جریان غیریکنواخت می باشد.

مثالهایی از جریان پایدار و ناپایدار و یکنواخت و غیریکنواخت عبارت اند از:

* مایعی که به مقدار ثابت در درون یک لوله طویل جریان می یابد جریان پایدار یکنواخت است.

* مایعی که در درون یک لوله طویل جریان دارد و مقدارش کاهش می یابد جریان ناپایدار یکنواخت است.

* جریان در درون یک لوله انبساطی با دبی ثابت جریان پایدار غیریکنواخت است.

* جریان در یک لوله انبساطی که مقدار دبی آن افزایش می یابد جریان ناپایدار غیریکنواخت.

تست کنکور سراسری 89 عمران:

1- پخش سیلاب در یک دشت هموار چگونه جریانی است؟

(1) جریان دائمی، آشفته، غیرچرخشی (2) جریان دوبعدی، آشفته، غیردائمی

(3) جریان غیردائمی، آرام، چرخشی (4) جریان دوبعدی، آرام، دائمی

پاسخ: پخش سیلاب در یک دشت، یک جریان غیردائمی است. معمولا دشت را بصورت سطح مسطح میتوان در نظر گرفت لذا می توان جریان را دوبعدی فرض نمود. با توجه به سرعت سیلاب و نیز میزان تلاطم آن در اغلب موارد، سیلاب را یک جریان آشفته در نظر میگیریم.

مفاهیم سیستم و حجم کنترل و کاربردهای آن:

در فصل قبلی از نمودار آزاد به عنوان روشی مناسب در نمایش نیروهای وارد بر جسم ثابت بکار برده شد. این حالت، حالت خاصی از سیستم است. سیستم عبارتست از جرم مشخص از ماده که قابل تشخیص از دیگر مواد باشد. مواد خارج از سیستم را محیط می گویند و مرزهای یک سیستم تشکیل یک بسته خواهند داد. توجه داریم که ممکن است این سطح نسبت به زمان تغییر کند به طوری که در حین تغییر شرایط سیستم، جرم در آن ثابت بماند.

از قانون پایستگی جرم می دانیم که جرم درون یک سیستم نسبت به زمان ثابت باقی می ماند. این قانون به شکل

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

معادله ی زیر بیان می شود:

که بیان می کند جرم درون سیستم نسبت به زمان ثابت خواهند ماند.

معادله عمومی انتقال رینولدز:

ترمودینامیک دانش مطالعه گرما و انتقال انرژی است. در ترمودینامیک می توان دو دسته خواص زیر را مشخص نمود:

1 - خواص گسترده یا مقداری:

خواصی از ماده است که اندازه آنها به مقدار ماده موجود بستگی دارد. نظیر وزن، اندازه حرکت، حجم و انرژی.

2- خواص متمرکز یا شدتی:

خواصی که اندازه آنها مستقل از مقدار ماده موجود است. نظیر دما و فشار که مستقل از جرم هستند.

می توان متغیرهای گسترده را در واحد جرم بیان کرده به خواص متمرکز تبدیل نمود. به عنوان نمونه به عنوان نمونه

حجم واحد جرم (∇)، انرژی بر واحد جرم (e) به مقدار ماده موجود بستگی نداشته کمیات متمرکزی محسوب می شوند.

به این کمیتها واژه مخصوص اطلاق میشود. برای مرتبط کردن خاصیتی از سیال در سیستم و خاصیت نظیر آن در حجم

کنترل، خاصیت گسترده دلخواه N از سیال را در نظر می گیریم. در اگر توزیع N در واحد جرم را با h نشان دهیم:

$$h = \frac{dN}{dm} \Rightarrow N = \iiint_V h r dm$$

حال دو گزینه برای بدست آوردن معادلات دیفرانسیل کنترل عمومی معتبر در یک نقطه وجود دارد. گزینه اول بسط

ساده متغیرهای مربوطه با استفاده از بسط سری تیلور حول یک حجم جزیی است و روش دوم بدست آوردن نمایش

سیستماتیک معادله حجم کنترل رینولدز است که برای هر یک از خواص بقاء (بقای جرم بقای اندازه حرکت) معتبر

است.

معادله حجم کنترل رینولدز عبارت است از:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} r h dV + \int_{cs} h r v \cdot dA$$

و شکل دوم غیر برداری آن بصورت زیر است:

$$\frac{dN}{dt} = \int_{cv} \left[\frac{\partial}{\partial t} r h + \nabla \cdot (h r v) \right] dV$$

قانون پیوستگی:

با قرار دادن $h = 1$ در روابط بالا $N = m$ بوده و قانون پیوستگی حاصل خواهد شد. از آنجاییکه نرخ زمانی تغییرات جرم در واحد حجم باید برابر صفر باشد داریم:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} r dV + \int_{cs} r v \cdot dA$$

یا بنا به صورت دوم قانون انتقال رینولدز بصورت زیر است:

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \nabla \cdot (r v) = 0$$

فرض حالت پایدار مفید خواهد بود زیرا معادله $0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} r dV + \int_{cs} r v \cdot dA$ به شکل زیر ساده خواهد شد:

$$0 = \int_{cs} r v \cdot dA$$

معادله $0 = \int_{cs} r v \cdot dA$ را باید برای هر سطح کنترلی (CS) که از آن جرم (و در بخشهای بعدی اندازه حرکت و انرژی) وارد

یا خارج می شود اعمال کرد. بنابراین:

$$\int_{cs1} r_1 v_1 \cdot dA_1 + \int_{cs2} r_2 v_2 \cdot dA_2 = 0$$

نکته مهم: برای جریان تراکم ناپذیر چه پایدار باشد و چه ناپایدار، داریم:

$$\nabla \cdot V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

اگر بردارهای سرعت در هریک از ورودیها و خروجیها عمود بر سطوح مربوطه باشند، آنگاه ضرب داخلی انتگرال برای

جریان خروجی برابر با $r_1 v_1 \cdot dA_1 = r_2 v_2 \cdot dA_2$ و برای جریان ورودی به شکل $r_1 v_1 \cdot dA_1 = -r_1 v_1 \cdot dA_1$

خواهد بود. بنابراین:

$$\int_{cs_1} r_1 v_1 \cdot dA_1 = \int_{cs_2} r_2 v_2 \cdot dA_2$$

یادآور می شود که r و V هنوز تابعی از A_1 و A_2 هستند و ممکن است روی سطوح مربوطه تغییر کنند. این حالت خصوصا برای سرعت ها نیز صادق است.

$$r_1 \int_{cs1} v_1 \cdot dA_1 = r_2 \int_{cs2} v_2 \cdot dA_2 \text{ : اگر } r_1 \text{ و } r_2 \text{ سطوح ورودی و خروجی تغییر نکنند، آنگاه:}$$

بهرتر است در محاسبات اولیه از تغییرات سرعت صرفنظر شود. بنابراین با استفاده از سرعت متوسط، مسئله به حالت یک

$$\text{بعدی ساده خواهد شد. پس: } V_1 A_1 \int_{cs1} v_1 \cdot dA_1 \text{ , } V_2 A_2 \int_{cs2} v_2 \cdot dA_2$$

و

$$r_1 V_1 A_1 = r_2 V_2 A_2 = \dot{m}$$

در معادله بالا \dot{m} دبی جرمی جریان بر حسب kg/sec یا slug/sec است. معادله پیوستگی برای این مسئله جریان پایدار بیان می کند که دبی جرمی جریان ثابت است.

نکته: دبی Q (که نرخ حجمی جریان یا جریان نیز نامیده می شود) را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$Q = AV$$

معادله پیوستگی را می توان به شکل زیر نوشت:

$$\dot{m} = r_1 Q_1 = r_2 Q_2$$

برای جریان پایدار تراکم ناپذیر، معادله زیر شکل مفیدی از معادله پیوستگی است:

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

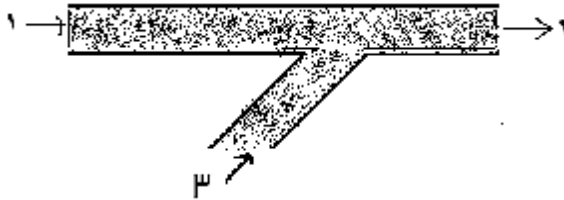
برای جریان با چگالی ثابت (پایدار یا ناپایدار) معادله $\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} r dV + \int_{cs} r v \cdot dA = 0$ تبدیل خواهد شد به:

$$\int_{cv} v \cdot dA = 0$$

اگر چندین ورودی و خروجی وجود داشته باشد، باید معادله حجم کنترل را بسط داد.

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_3 = \dot{m}_2$$

$$V_1 A_1 + V_3 A_3 = V_2 A_2$$



شکل (16) تعریف حجم کنترل برای مواقعی که چند ورودی و خروجی وجود دارد.

تست: اگر u و v و w به ترتیب مولفه های سرعت جریان در راستاهای x و y و z باشند، در مورد معادله

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{کدام مطلب زیر درست است؟}$$

- (1) برای سیال تراکم پذیر و جریان پایدار صادق است.
- (2) برای جریان ناپایدار اعم از سیال تراکم ناپذیر و تراکم پذیر صادق است.
- (3) برای جریان پایدار اعم از سیال تراکم پذیر و تراکم ناپذیر صادق است.
- (4) برای سیال تراکم ناپذیر و جریان اعم از پایدار و ناپایدار صادق است.

حل تست:

گزینه 4 صحیح است.

تست: مولفه y سرعت جریانی در صفحه xy برابر با $V = 2y^2 - x + y$ می باشد. اگر جریان پایا و تراکم

ناپذیر باشد. مولفه x سرعت عبارتست از:

$$(1) \quad -4xy + y \quad (2) \quad -4xy + x \quad (3) \quad -4xy - x + 4y^2 \quad (4) \quad -4xy - y + 4y^2$$

حل تست:

با توجه به فرض تراکم ناپذیری در حالت دو بعدی داریم:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = -4y - 1 = 0 \Rightarrow u = -2y^2 - x + C$$

که میتوان عدد ثابت انتگرال حاصل را بصورت یک تابع بر حسب y بنویسیم.

که شرایط فوق تنها در گزینه سوم وجود دارد.

معادله اندازه حرکت:

قانون دوم نیوتن برای سیستم بعنوان اساس محاسبه معادله اندازه حرکت خطی حجم کنترل بکار می‌رود. از معادله انتقال عمومی رینولدز برای آنکه N بعنوان اندازه حرکت خطی سیستم mv و h اندازه حرکت خطی در واحد جرم

$$\frac{rv}{r} = v \quad \text{باشد داریم:}$$

$$F = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} (rv) dV + \int_{CV} vrv.dA$$

به عبارت بهتر نیروی وارده بر حجم کنترل برابر با مجموع افزایش اندازه حرکت خطی در حجم کنترل و مقدار خالص اندازه حرکت خروجی از حجم کنترل است.

در رابطه فوق مقدار نیروی F شامل نیروهای زیر می باشد:

$$F = W + F_{P_1} + F_{P_2} + F_{t_1} + F_w$$

که در آن داریم:

W : نیروی وزن سیال که برابر است با حجم کل حجم کنترل در وزن مخصوص سیال.

$F_{P_1} + F_{P_2}$: نیروهای فشاری انتهایی سیال در ورودی و خروجی که موجب ایجاد نیروی فشاری در هر سطحی می

$$\text{باشد. } F_p = P A$$

$F_{t_0} + F_w$: نیروهای فشاری و برشی بروی دیواره می باشند. تنش برشی روی دیواره، t_0 ، تابعی از نوع مرز، ناصافی

مواد، چگالی سیال، سرعت و هندسه جریان است که تنها برای جریان داخل لوله ها و لایه های مرزی خاص تنها حالتی

هستند که میتوان مقدار t_0, F_{t_0} را دقیقا" برای آنها محاسبه نمود. تنش قائم F_w در دیواره یا سطح کنترل عامل بقاء

شکل هندسی میدان جریان است. معمولا مقدار $F_{t_0} + F_w$ را در روابط بدلیل تفکیک مشکل آنها با f نشان

میدهیم.

نکته: مقدار شار اندازه حرکت در ورودی M_1 و خروجی M_2 از سطح کنترل را با فرض مقدار سرعت یکنواخت در

ورودی و خروجی، بصورت زیر میتوان محاسبه نمود.

$$M_1 + M_2 = -(rV_1 A_1)V_1 + (rV_2 A_2)V_2$$

نکته بسیار مهم: مقدار مجموع کل نیروهای مذکور برای برابر است با شار خالص اندازه حرکت خطی سیال در حجم کنترل. یعنی:

$$w + F_{P_1} + F_{P_2} + f = M_1 + M_2$$

کاربردهای معادله اندازه حرکت:

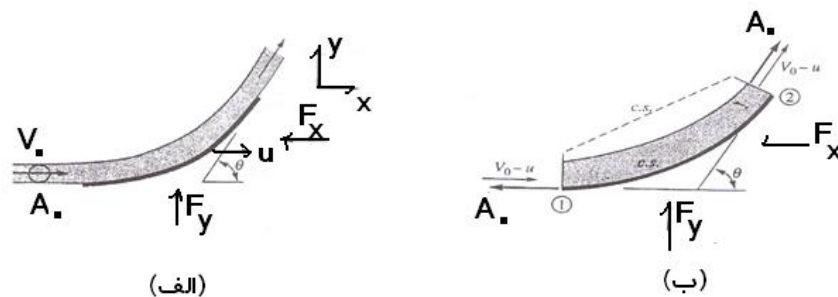
* تیغه های متحرک: (بسیار مهم)

در توربو ماشینها از نیروهای وارده بر تیغه های متحرک استفاده می شود.

برای اینکه جریان را تحلیل کنیم، جریان را پایدار در نظر گرفته و فرض می کنیم سرعت تیغه برابر با u و در جهت چپ باشد شکل (17 ب). حجم کنترل شامل سیال در تماس با تیغه بین سطح مقطع های عمود بر جریان در نقاط 1 و 2 است. شکل (17 پ) نمایانگر دیاگرام قطبی بردار جریان سیال بر روی تیغه است.

بردارهای سرعت مطلق از نقطه 0 شروع می شود و بردار سرعت نسبی $V_0 - u$ به اندازه زاویه θ دوران می کند. V_2 برابر با سرعت مطلق نهایی در خروج از پره است و مقدار سرعت نسبی $V_{rel} = V_0 - u$ در حین عبور از تیغه بدون تغییر باقی خواهد ماند. جرم در واحد زمان برابر با rAV_{rel} است و مساوی با دبی خروجی از نازل نمی باشد.

$$\sum F_x = \int_{cs} r v_x V . dA = -F_x = r(V_0 - u) \cos \theta [(V_0 - u)A_0] + r(V_0 - u)[(-V_0 - u)A_0]$$



شکل (17): (الف) تیغه متحرک (ب) تیغه مطرح در مسائل حالت یکنواخت با برهم نهش سرعت u به سمت چپ

حالت خاص بسیار مهم:

اگر یک فواره با سرعت V_0 و دبی Q_0 به یک صفحه ثابت تخت و مایل با زاویه θ برخورد نموده و به دو قسمت

تقسیم گردد سهم هر کدام از بخشها از دبی ورودی بصورت زیر می باشد:

$$Q_1 = \frac{Q_0}{2} (1 + \cos \theta) , \quad Q_2 = \frac{Q_0}{2} (1 - \cos \theta)$$

که Q_1 به طرف بالا و Q_2 بطرف پائین جریان پیدا می نماید.

در حالت فوق برآیند نیروهای افقی و قائم وارد بر صفحه بدلیل برخورد فواره بصورت عمود بر صفحه بوده و برابر است با:

$$F = \rho Q_0 V_0 \sin \theta$$

نکته بسیار مهم: اگر یک تیغه با سرعت u در حال حرکت باشد نیروی وارده برابر است با:

$$F_x = \rho (V_0 - u)^2 A_0 (1 - \cos \theta)$$

$$F_y = \rho (V_0 - u)^2 A_0 \sin \theta$$

نکته مهم: مطالعات بالا در مورد یک تیغه صادق هستند و در مورد یک سری تیغه تبدیل خواهند شد به:

$$F_x = \rho Q_0 (V_0 - u) (1 - \cos \theta)$$

$$F_y = \rho Q_0 (V_0 - u) \sin \theta$$

نکته بسیار مهم: توان کسب شده از یک تیغه متحرک که در مسیر جریان یک فواره قرار دارد برابر است با:

$$P_{power} = F_x \times u = \rho A_0 (V_0 - u)^2 u (1 - \cos \theta)$$

و توان کسب شده از یک سری تیغه (پره های توربین) برابر است با:

$$P_{power} = F_x \times u = \rho A_0 (V_0 - u) u (1 - \cos \theta)$$

نکته بسیار مهم:

با مشتق گیری از رابطه فوق نسبت به سرعت پره در میابیم که سرعت ماکزیمم جهت کسب بیشترین توان از

یک پره که با سرعت u از فواره با سرعت V_0 دور و یا به آن نزدیک میشود، برابر است با:

$$u = \frac{V_1}{3}$$

و از یک سری پره برابر است با:

$$u = \frac{V_1}{2}$$

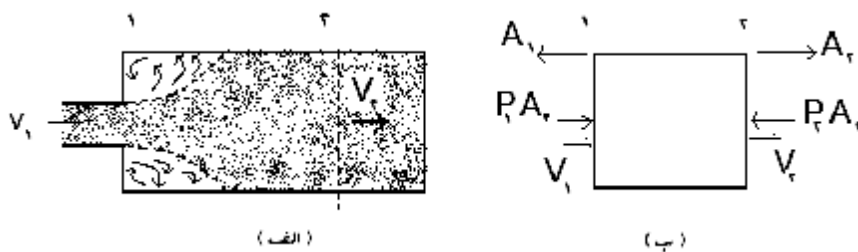
اتلافات ناشی از انبساط ناگهانی لوله:

اتلافات ناشی از بزرگ شدن ناگهانی لوله را می توان با استفاده از معادله انرژی یا اندازه حرکت محاسبه کرد.

برای جریان پایدار و درهم یک سیال تراکم ناپذیر داریم:

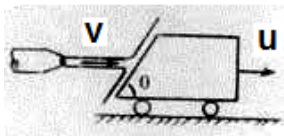
$$r_1 A_2 - r_2 A_2 = r V_2 (V_2 A_2) + r V_1 (-V_1 A_1)$$

$$h_1 = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \frac{V_1^2}{2g} \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \Rightarrow K = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$$



شکل (18) انبساط ناگهانی در لوله ها

تست: در شکل مقابل سرعت حرکت گاری (u) چقدر باشد تا حداکثر توان وارد به گاری از سوی جت ایجاد



گردد؟ (سیال با سرعت v از نازل آن خارج می شود).

- (1) $\frac{1}{3}V$ (2) صفر (3) $\frac{2}{3}V$ (4) $\frac{1}{2}V$

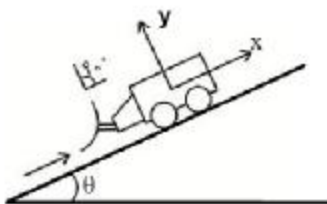
پاسخ:

طبق نکته گفته شده در درس با توجه تک پره بودن تیغه گزینه 1 صحیح است.

تست: آب از نازلی به قطر $1/2$ میلیمتر خارج شده و با سرعت 30 m/s به یک اسباب بازی برخورد مینماید که روی

سطح شیبداری قرار گرفته است. اگر جرم اسباب بازی 600 گرم باشد. ماکزیمم زاویه تقریبی که اسباب بازی میتواند به

ازای آن در امتداد سطح شیبدار به سمت بالا حرکت کند کدام است؟



($\sin 5^\circ = 0/087$, $\sin 15^\circ = 0/259$)

- (1) 5 (2) 10 (3) 20

(4) 15

حل تست:

نیروی که اسباب بازی را به سمت پائین میکشد برابر است با مولفه در راستای سطح شیبدار وزن آن. لذا نیوی که جت

آب باید تامین نماید باید برابر با این نیرو باشد.

لذا داریم:

$$F_x = \rho A V^2 = mg \sin \theta$$

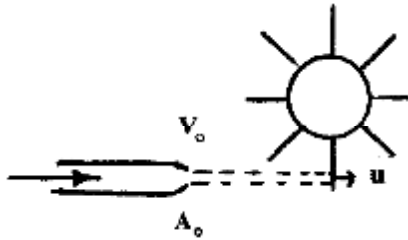
با جاگذاری اطلاعات مسئله در رابطه فوق داریم:

$$1000 \times \left(\frac{\pi \times 1/2^2}{4} \right) \times 30^2 = 0/6 \times 9/81 \times \sin \theta \rightarrow \theta = 10^\circ$$

تست: در شکل زیر برخورد جت آب با سرعت سبب حرکت توربین با سرعت u میشود. سرعت حرکت

توربین چقدر باشد تا حداکثر توان تولید گردد؟

$$(1) \quad \left(\frac{V_0}{2}, V_0, \frac{1}{2} V_0, 2V_0 \right)$$



حل تست:

با توجه به وجود یک سری پره و بر اساس نکته گفته شده در درس گزینه دوم صحیح است.

پرش هیدرولیکی

تحت شرایط خاص، در یک کانال باز جریان سریع مایع ناگهان تبدیل به جریان آرام با سطح مقطع بزرگتر می شود و

ارتفاع سطح مایع به طور ناگهانی افزایش می یابد. این پدیده را پرش هیدرولیکی می نامند.

نکته: پرش هیدرولیکی جریان پایدار غیریکنواخت است.

نکته: هرچه ارتفاع پرش بزرگتر باشد اتلافات بیشتر خواهد بود.

نکته: هنگامی که ارتفاع پرش کوچک باشد، شکل پرش تبدیل به موج ایستاده خواهد شد.

معادله پیوستگی برای شکل (19) [با توجه به $A_1 = y_1$ و $A_2 = y_2$] به صورت $V_1 y_1 = V_2 y_2$ خواهد بود. معادله

اندازه حرکت برابر است با:

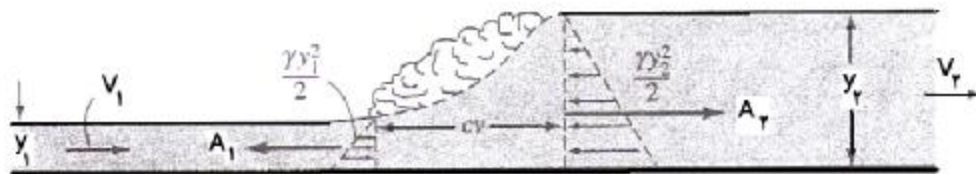
$$\frac{g y_1^2}{2} - \frac{g y_2^2}{2} = r V_2 (y_2 V_2) + r V_1 (-y_1 V_1)$$

و معادله انرژی به شکل زیر می باشد:

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + h_f$$

که h_f نمایانگر اتلافات ناشی از پرش است. حذف کردن V_2 بین دو معادله اول نتیجه می دهد:

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{y_1}{2}\right)^2 + \frac{2V_1^2 y_1}{g}}$$



شکل (19) پرش هیدرولیکی در کانال با سطح مقطع مربع

نکته مهم: برای پرش هیدرولیکی میزان افت ایجاد شده برابر است با:

$$h_f = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1y_2}$$

نکته: معمولا پرش هیدرولیکی راکه وسیله بسیار موثری جهت ایجاد بازگشت ناپذیری می باشد، در انتهای سطوح شیبدار یا عمق سرریزها برای از بین بردن انرژی جنبشی جریان ایجاد می کنند.

جریان لزج: لوله ها و کانالها

جریان های آرام و درهم

جریان آرام به عنوان جریانی تعریف می شود که در آن سیال به صورت لایه لایه حرکت می کند و هر لایه به آرامی بر لایه مجاور خود فقط به دلیل تبادل مولکولی اندازه حرکت می لغزد.

هرگونه تمایل جهت ناپایداری و اغتشاش و تلاطم به وسیله نیروهای برشی ناشی از لزجت که در مقابل حرکت نسبی لایه های سیال مقاومت می کند، خنثی و تضعیف خواهد شد. بعبارت بهتر جریان آرام جریانی است که در آن لایه های سیال با الگویی منظم بر روی یکدیگر می لغزند. در این حالت اگر چه حرکات ملکولی نا منظم است جریان بطور ماکروسکوپی منظم می باشد.

ولی در جریان درهم حرکت ذرات سیال نامنظم است و تبادل اندازه حرکت به دلیل حرکات متقاطع صورت می گیرد. در این جریان، نوسانات نامنظم در جریان سیال توسعه می یابند و یک سرعت نوسانی کوچک اما ماکروسکوپی به جریان منظم اضافه می شود.

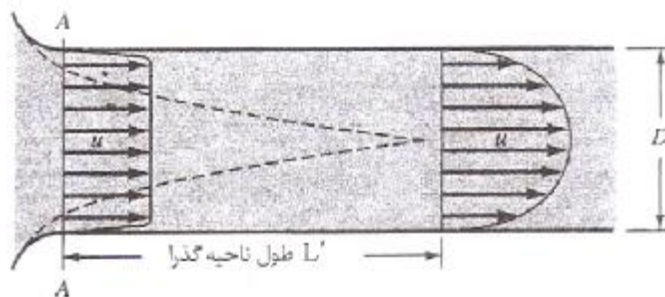
در حالت جریان درهم درون یک لوله شیشه ای، میتوان دریافت که با تغییر سرعت و کاهش Re تا مقداری کمتر از 2300 جریان تبدیل به جریان آرام می شود. این مقدار را حد پائینی عدد رینولدز بحرانی می نامند که در جریان درون لوله ها مهم است.

جریانهای درونی و بیرونی

جریان درونی همانگونه که از نام آن پیداست شامل جریان درون یک ناحیه بسته است. جریان بیرونی به جریانهایی اطلاق می شود که سیال در ناحیه ای که مسدود نشده است جریان می یابد به نحوی که تمرکز روی الگوی جریان در اطراف جسم غوطه ور در سیال است.

عمل تنش برشی جداره، کند کردن حرکت سیال در نزدیکی جداره است. در نتیجه پیوستگی، سرعت باید در مرکز افزایش یابد. پس از یک طول ناحیه ورودی، L_e ، پروفیل سرعت ثابت می ماند زیرا اثر مرز به خط مرکزی لوله گسترش می یابد. طول فاصله گذرا تابعی از عدد رینولدز است. برای جریان آرام لانگهار رابطه تجربی زیر را مطرح کرد:

$$\frac{L_e}{D} = 0.058R$$

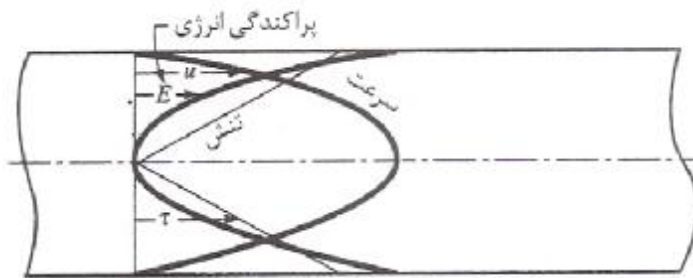


شکل (6-1) ناحیه ورودی لوله

لوله با سطح مقطع مدور، معادله Hagen-Poiseuille :

اگر جریان آرام توسعه یافته داخل لوله با شعاع r را در نظر بگیریم و x را بعنوان مختصه طولی لوله و Γ را به عنوان مختصه شعاعی معرفی کنیم توزیع سرعت به صورت زیر می باشد:

$$u(r, x) = -\frac{R^2}{4m} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$



شکل (6-2) توزیع سرعت، تنش و افت در واحد حجم در یک لوله

همچنین مقدار دبی خروجی سیال Q ، برابر $V_m p r^2$ است و:

$$Q = \frac{\Delta p p D^4}{128 m L}$$

برای لوله افقی:

$$\Delta P = \frac{128 m L Q}{p D^4} \quad \text{و} \quad V_m = \frac{\Delta p D^2}{32 m L}$$

نکته بسیار مهم: مشاهده می شود که افت ها با تغییر لزجت، طول و دبی تناسب مستقیم و با تغییر توان چهارم قطر لوله، تناسب معکوس دارد.

نکته مهم: اگر عدد رینولدز بیش از 2300 باشد، معادله Hagen-Poiseuille را نمی توان به کار برد.

ضریب تصحیح انرژی جنبشی α :

ضریب تصحیح انرژی جنبشی بصورت زیر تعریف میشود.

$$a = \frac{1}{A} \int \left(\frac{u}{V} \right)^3 dA$$

برای جریان آرام داخل لوله با توجه به رابطه $\frac{u}{V} = 2 \frac{u}{u_{\max}} = 2 \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]$ با جایگزینی جهت تعیین α داریم:

$$a = \frac{1}{A} \int \left(\frac{u}{V} \right)^3 dA = \frac{1}{p a^2} \int_0^a \left\{ 2 \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \right\}^3 2 p r dr = 2$$

تست: برای جریان توسعه یافته داخل لوله به قطر $2R$ در چه فاصله ای از جداره لوله سرعت موضعی برابر

سرعت متوسط است؟

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} R \quad (4) \quad R(\sqrt{2}-1) \quad (3) \quad \frac{R}{2} \quad (2) \quad \frac{R}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

حل تست: گزینه 4 صحیح است.

پروفیل سرعت در داخل لوله بصورت $u = u_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]$ می باشد. از طرفی نیز سرعت ماکزیمم در لوله دو برابر

سرعت متوسط جریان است $u_{\text{ave}} = \frac{1}{2} u_{\max}$. لذا داریم:

$$u = u_{\text{ave}} \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \Rightarrow r = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

حال فاصله از جداره برابر است با:

$$y = R - \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{2} R$$

افت هد در لوله ها:

با تقسیم ضریب فشار بر g میتوان نوشت $\frac{V^2}{2g} \Delta h$ برای جریان داخل لوله ها، معادله دارسی وایسباخ، رابطه ای بین

h_L تلفات با L طول لوله، D قطر و V سرعت ایجاد می کند. عامل به وجود آورنده این رابطه، ضریب اصطکاک بدون بعد

f می باشد.

$$h_L = f \frac{L V^2}{D 2g}$$

تجربیات نشان می دهد که موارد ذیل در جریان درهم دیده می شود:

- 1- افت هد مستقیماً با طول لوله تغییر می کند.
- 2- افت هد غالباً به صورت مربع سرعت تغییر می کند.

⁷ ضرایب اصطکاک متعددی به کار برده می شود. این ضریب، ضریب اصطکاک دارسی وایسباخ است که 4 بار بزرگتر از ضریب اصطکاک فنینگ یعنی f می باشد.

- 3- افت هد تقریبا به نسبت عکس قطر تغییر می کند.
- 4- افت هد بستگی به زبری سطح جداره داخلی لوله دارد.
- 5- افت هد به خواص سیال، مانند چگالی و لزجت بستگی دارد.
- 6- افت هد مستقل از فشار است.

افت هد در جریان آرام:

$$h_f = f \frac{L V^2}{D 2g} = \frac{64 L V^2}{R D 2g}$$

ضریب اصطکاک برای جریان آرام برابر است با:

$$f = \frac{64}{R}$$

زیرا افت هد در جریان آرام مستقل از زبری جداره می باشد.

برای زبری نسبی $\frac{e}{D} = 0.001$ و کمتر از آن منحنی ها برای اعداد رینولدز کمتر به سمت منحنی لوله های صاف میل می کنند. این پدیده را با حضور لایه نازک آرام در جداره لوله که با افزایش عدد رینولدز، کاهش می یابد می توان توضیح داد. برای حدود مشخصی از عدد رینولدز در ناحیه گذرا، این لایه نازک به طور کامل برجستگی ها و زبری های کوچک را می پوشاند و ضریب اصطکاک لوله در حدود ضریب اصطکاک لوله های صاف خواهد بود. برای اعداد رینولدز بزرگتر، زوائد در لایه آرام مانع بیشتری ایجاد می کنند و هر زائده باعث تلاطم بیشتر می شود و نتیجه آن، افت بیشتر خواهد بود. برای ناحیه ای که با عبارت «کاملا متلاطم یا لوله های زبر» مشخص شده است، ضخامت لایه نازک در مقایسه با ارتفاع زوائد زبری لوله قابل نظر است و هر زائده کاملا به ایجاد تلاطم کمک میکند. لزجت در این ناحیه بر افت هد اثر نمی گذارد و این برخلاف این واقعیت است که ضریب اصطکاک با عدد رینولدز تغییر نمی کند. در این ناحیه افت از قانون V^2 تبعیت می کند، به عبارت دیگر مستقیما با توان دوم سرعت تغییر می کند.

افت های فرعی:

افت هایی که در خطوط لوله به دلیل خمیدگی، زانوها، شیرها و غیره به وجود می آید را افت های فرعی می نامند. این نامگذاری غلط است، زیرا در بسیاری از موارد این افتها بسیار مهمتر از افت هایی هستند که در لوله ها به دلیل اصطکاک به وجود می آید، اما این نامگذاری معمول می باشد.

می توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$h_e = k \frac{V_1^2}{2g} = \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]^2 \frac{V_1^2}{2g}$$

که در آن:

$$k = \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]^2$$

از معادله $h_e = k \frac{V_1^2}{2g} = \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]^2 \frac{V_1^2}{2g}$ به وضوح دیده می شود که افت فشار به صورت توان دوم سرعت تغییر می

کند. این مطلب اساسا در مورد تمام افت های فرعی در جریان درهم صحیح است. یک روش معمول، برای بیان افت های فرعی استفاده از ضریب می باشد که به طور تجربی تعیین می شود. اگر انبساط ناگهانی از لوله به یک مخزن باشد، $D_1/D_2 = 0$ بوده و افت $V_1^2/2g$ خواهد بود. به این معنی که انرژی جنبشی به طور کامل به انرژی حرارتی تبدیل شده است.

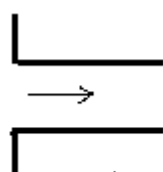
افت هدر ناشی از انبساط تدریجی:

$$h_c = \frac{(V_0 - V_2)^2}{2g}$$

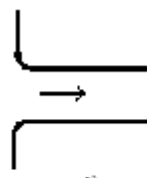
با استفاده از معادله پیوستگی $V_0 C_C A_2 = V_2 A_2$ که در آن C_C ضریب انقباض و یا مساحت در قسمت تقسیم بر مساحت قسمت 0 می باشد، افت فشار به صورت زیر محاسبه می شود:

افت هدر ناشی از انقباض ناگهانی:

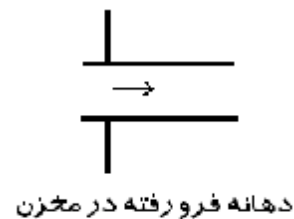
$$h_c = \left(\frac{1}{C_C} - 1 \right)^2 \frac{V_2^2}{2g}$$



$$K = 0.5$$



$$K = 0.1 - 0.05$$



$$K = 0.1 - 1$$

شکل (3-6) ضریب افت هد k در برخی از هدهای سرعت برای دهانه های ورودی

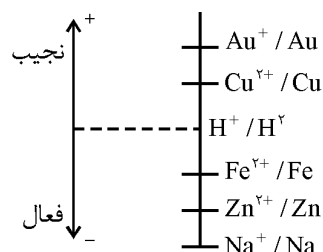
نکته مهم: از افت های فرعی در صورتی که تنها 5 درصد (یا کمتر) افت های هد ناشی از اصطکاک باشند، می توان صرف نظر کرد.

خوردگی فلزات

خوردگی یکی از مسائلی است که موجب برخی از پرهزینه ترین مسائل و مشکلات برای مهندسان در صنعت می شود.

تمایل به خوردگی و مقیاس پتانسیل

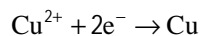
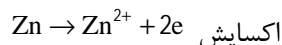
تمایل فلزات به یونیزه شدن یا خورده شدن از یک فلز به فلز دیگر متفاوت است. با توجه به سری گالوانیکی هنگامیکه از بالا به پایین حرکت کنیم فلزات تمایل بیشتری برای خوردگی دارند.



اندازه گیری پتانسیل فلزات در محیط های آبی نسبت به یک الکتروود مرجع، این امکان را فراهم می کند که یک سری گالوانیکی تهیه کنیم.

انواع پیل

1- **پیل گالوانیکی:** پیلی است که در آن براساس اختلاف در سری گالوانیکی و تمایل به اکسید یا احیا شدن تولید جریان الکتریکی می کنند. که پیل دانیل یک نوع پیل گالوانیکی است که به صورت $Zn/ZnSO_4 // CuSO_4/Cu$ نشان داده می شود که واکنش های آن به صورت زیر است:



یک نمونه از این پیل خوردگی احیا گالوانیکی یا دو فلزی نام دارد که به بررسی آن خواهیم پرداخت.

2- **پیل الکترولیتی:** در این پیل جریان از بیرون به پیل اعمال می شود. یک مثال از این مورد حفاظت کاتدی است که

در ادامه به بررسی آن خواهیم پرداخت.

قرار دادهای الکتروشیمیایی

1- **قرار داد صفر:** پتانسیل یک الکتروود را تنها می توان نسبت به یک الکتروود مرجع اندازه گیری کرد که بر طبق قرار داد این الکتروود، الکتروود استاندارد هیدروژن (SHE) است.

بر طبق قرار داد $SHE = 0V$

2- **قرار داد احیاء:** این قرار داد بر اساس ترمودینامیک الکتروشیمیایی است. در این قرار داد جهت قراردادی برای تمام

واکنشهای الکتروشیمیایی جهت احیا است و رابطه روبرو با علامت منفی استفاده می شود: $\Delta G = -nFE$

3- **اصل قرار داد علامت:** با استفاده از ترمودینامیک، اصل قرار داد علامت را می توان تعیین کرد. اگر علامت انرژی آزاد

منفی باشد واکنش خودبه خودی است و اگر انرژی آزاد مثبت باشند واکنش خودبه خودی انجام نمی شود.

$\Delta G^\circ < 0$ ← واکنش خودبه خودی

معادله نرنست

$$E = E^\circ + \frac{0.059}{n} \log \frac{[ox]}{[Re]}$$

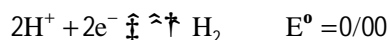
این معادله برای تعیین پتانسیل دو فلز و اختلاف پتانسیل در خوردگی بکار می رود.

تست 1- در محلول 0/01 مولار اسید کلریدریک پتانسیل هیدروژن چند میلی ولت است؟

3 (1) -60 (2) -108 (3) -118 (4)

حل:

$$E = E^\circ + \frac{0.059}{n} \log \frac{[ox]}{[Re]}$$



$$E = 0/00 + \frac{0.059}{2} \log [H^+]^2 = -118 \text{ mv}$$

گزینه «4» صحیح است.

تست 2- رفتار خوردگی آهن درون محلول سولفات مس چگونه است اگر داشته باشیم:

$$E^{\circ} \frac{\text{Fe}^{2+}}{\text{Fe}} = -0/44 \text{ V}$$

$$E^{\circ} \frac{\text{Cu}^{2+}}{\text{Cu}} = -0/34 \text{ V}$$

$$E^{\circ} \frac{\text{H}_2\text{O}}{\text{H}_2} = -0/06 \text{ V} \quad \text{در } 25^{\circ}\text{C}$$

(1) آهن خورده نمی‌شود. (2) مس احیا می‌شود و آب اکسید می‌شود.

(3) مس احیا می‌شود و آهن خورده می‌شود. (4) آب احیا می‌شود و مس اکسید می‌شود.

حل - برای تعیین آند و کاتد در یک واکنش الکتروشیمیایی از E° ترکیبات استفاده می‌شود. چون محلول حاوی سولفات مس می‌باشد که یک نمک است در نتیجه $\text{PH} = 7$ می‌باشد.

$$E^{\circ} \frac{\text{Fe}^{2+}}{\text{Fe}} = -0/42 \text{ V} \quad E^{\circ} \frac{\text{Cu}^{2+}}{\text{Cu}} = -0/34 \text{ V}$$

$$E^{\circ} \frac{\text{H}_2\text{O}}{\text{H}_2} = -0/06 \text{ V} \quad \text{PH} = -0/06 \times 7 = -0/42 \text{ V}$$

در آند عمل اکسیداسیون صورت می‌گیرد یعنی ترکیبات الکترون از دست می‌دهند ترکیباتی سریعتر الکترون از دست می‌دهند که E° کمتری داشته باشند یعنی کاهنده قوی‌تری باشد. در کاتد عمل احیا صورت می‌گیرد یعنی ترکیبات الکترون می‌گیرند. ترکیبی سریعتر الکترون می‌گیرد که E° بالاتری داشته باشید یعنی اکسنده قوی‌تری باشد. این واکنش یک واکنش خودبه‌خودی است که در آن Cu^{2+} در واکنش کاتدی شرکت کرده و احیاء می‌شود و Fe نقش آند را بازی می‌کند و خورده می‌گردد.

گزینه «3» صحیح است.

تست 3- اگر تغییرات انرژی آزاد گیبس برای واکنشی خیلی منفی باشد نشاندهنده چیست؟

(1) خوردگی خیلی شدید است.

(2) پتانسیل الکترودی که واکنش در سطح آن اتفاق می‌افتد مثبت است.

(3) خوردگی در الکتروود ناچیز است.

(4) هیچکدام

حل: با توجه به اینکه هر چه مقدار ΔG یک واکنش منفی تر باشد، تمایل آن واکنش برای پیشرفت زیاد بوده و خودبه خودی صورت می گیرد. پس اگر تغییرات انرژی آزاد گیبس برای واکنش خوردگی خیلی منفی باشد خوردگی خودبه خودی و شدید رخ می دهد.

$\Delta G = -nFE$ ، در گزینه «2» گفته شده است که پتانسیل الکترودی که واکنش در آن صورت می گیرد مثبت است در صورتیکه پتانسیل کلی پیل مثبت می باشد.
گزینه «1» صحیح است.

تست 4- از بین دو فلز نیکل و مس (با دید گالوانیکی) کدام یک را بعنوان پوشش آهن انتخاب می کنید تا آهن خورده نشود؟ اگر داشته باشیم

$$E^{\circ} \frac{Fe^{2+}}{Fe} = -0/44$$

$$E^{\circ} \frac{Cu^{2+}}{Cu} = -0/34$$

$$E^{\circ} \frac{Ni^{2+}}{Ni} = -0/24$$

(1) مس (2) نیکل (3) مخلوط هر دو (4) هیچکدام

حل: برای حفاظت آهن، پوششی را انتخاب می کنیم که در سری الکتروشیمیایی بالاتر از آهن قرار گیرد یا به عبارتی E° کوچکتری داشته باشد تا در واکنش الکتروشیمیایی به جای آهن نقش آند را ایفا کند و خورده شود. با توجه به E° ، هر دو فلز نیکل و مس در سری الکتروشیمیایی در زیر آهن قرار می گیرند و در صورت اتصال به آهن هر دو نقش کاتد را ایفا می کنند.

گزینه «4» صحیح است.

تست 5- برای یک واکنش اکسایش - کاهش، ثابت تعادل K ، پتانسیل استاندارد (E°)، تغییر انرژی آزاد (ΔG°) می باشد. اگر واکنش خودبه خود انجام شود، کدام دسته از شرایط زیر صدق می کند؟

$$E^{\circ} < 1 \quad K < 1 \quad \Delta G^{\circ} > 0 \quad (2) \qquad E^{\circ} < 1 \quad K > 1 \quad \Delta G^{\circ} < 0 \quad (1)$$

$$E^{\circ} > 1 \quad K > 1 \quad \Delta G^{\circ} < 0 \quad (4) \qquad E^{\circ} > 0 \quad K > 1 \quad \Delta G^{\circ} > 0 \quad (3)$$

حل: شرط انجام گیری واکنش خودبه خودی $\Delta G^{\circ} < 0$ با توجه به رابطه $\Delta G^{\circ} = -FE^{\circ}$ باید $E^{\circ} > 1$ و با توجه به رابطه

$\Delta G^\circ = -RT \ln k$ باید $K > 1$ باشد.

گزینه «4» صحیح است.

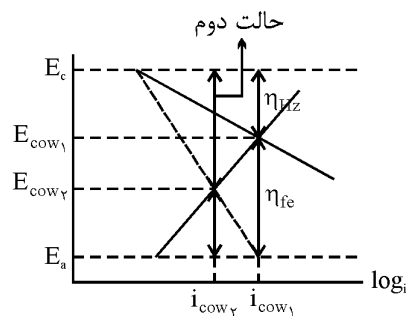
مفهوم پتانسیل اضافی

پتانسیل اضافی عبارتست از تغییر در پتانسیل برگشت پذیر الکتروشیمیایی یک الکتروود، تحت شرایطی که یک جریان الکتریکی از لایه مضاعف آن عبور می کند.

$$\eta: \text{علامت اورولتاژ یا پتانسیل اضافی } \eta = E_{i \neq 0} - E_{eq}$$

با توجه به شکل زیر مشخص است که با افزایش پتانسیل اضافی (اورولتاژ) هیدروژن که در حالت دوم دیده می شود شدت جریان خوردگی کاهش می یابد که نشانگر کاهش خوردگی در نواحی آندی می باشد.

از دیدگاه خوردگی، اطلاع داشتن از مقدار تقریبی پتانسیل اضافی هیدروژن (η_H) در سطح فلزات مختلف، بسیار اهمیت دارد. با در دست داشتن پتانسیل اضافی، میتوان ایده ای از آهنگ خوردگی فلزات در زوجهای گالوانیکی بدست آورد. بعنوان مثال، به دلیل کم بودن η_{H_2} بر روی مس، زوج شدن مس با آهن موجب می شود که آهنگ خوردگی آهن به طور قابل ملاحظه ای افزایش یابد.



$$\eta_{H_2} = E_{cow} - E_{eq}^{H_2}$$

$$\eta_{Fe} = E_{cow} - E_{eq}^{Fe}$$

همانطور که از شکل مشخص است اگر آهن در واکنش بعنوان آند قرار گیرد چون با اورولتاژ $E_{cow2} < E_{cow1}$ شدت خوردگی کاهش می یابد.

تست 6- در محیط اسیدی بدون مواد اکسید کننده اگر به طریق اور ولتاژ در سطح الکترودی افزایش یابد

خوردگی فلز در نواحی آندی چگونه است؟

- (1) تغییری نمی کند
 (2) افزایش می یابد
 (3) کم می شود
 (4) بستگی به نوع فلز دارد

حل: با توجه به اینکه در محیط ماده اکسندگی وجود ندارد و با توجه به توضیحات داده شده در بالا با افزایش

اورولتاژ خوردگی فلز در نواحی آندی (یعنی اگر فلز بعنوان آند باشد) کم می شود.

گزینه «3» صحیح است.

پلاریزاسیون

با اعمال جریان خارجی پتانسیل الکتروود از E_{cow} به $E_{i \neq 0}$ تغییر می کند که به این تغییر پتانسیل فلز پلاریزاسیون گویند. پلاریزاسیون را با معادله زیر نشان می دهند.

$$\varepsilon \equiv E_{i \neq 0} - E_{cow}$$

در صورتیکه جریان اعمال نشود $I_{cow} = i_{Fe} = i_{H_2}$ می باشد اما در صورت اعمال جریان $i_{H_2} > i_{Fe}$ می شود.

$$i_{H_2} = i_{Fe} + i_{\text{اعمالي}}$$

تفاوت بین پلاریزاسیون و پتانسیل اضافی در نمودار بالا به خوبی نشان داده شده است.

در نتیجه پلاریزاسیون در واکنش کاتدی برابر است با پتانسیل کاتدی برگشت پذیر منهای پلاریزاسیون.

تست 7- پلاریزاسیون نیمه واکنش کاتدی خوردگی چه تأثیری بر سرعت خوردگی فلزات بدون قابلیت

روئین شدن دارد؟

- (1) کاهش
 (2) افزایش
 (3) بدون تأثیر
 (4) بستگی به نوع محیط دارد

حل: با افزایش جریان کاتدی اعمال شده پلاریزاسیون نیز افزایش می یابد و در نتیجه آهنگ خوردگی آهن کاهش

می یابد. از نظر پتانسیل، هر چه جریان کاتدی افزایش یابد، مقدار $E_{i \neq 0}$ بیشتر می شود در نهایت وقتی که $E_i \neq 0$ از

$$E_{eq} \frac{Fe^{2+}}{Fe}$$

بیشتر شود فلز به خوردگی مصون می شود.

گزینه «1» صحیح است.

شدت جریان مبادله (تبادلی)

اگر به الکتروود پتانسیل اعمال شود که در آن پتانسیل، شدت جریان واکنش‌های کاتدی و آندی انجام گرفته بر روی الکتروود با هم برابر شود به چنین جریانی، شدت جریان مبادله گویند که معیاری از سنتیک واکنش می‌باشد. شدت جریان مبادله تابع: 1- جنس الکتروود 2- غلظت اجزاء شرکت کننده در واکنش 3- درجه حرارت 4- زبری سطح الکتروود - شدت جریان حدود (محدود): اگر به الکتروود پتانسیلی اعمال شود که به ازای تغییر پتانسیل، شدت جریان تغییر نکند. در این حالت به شدت جریان، شدت جریان حد گفته می‌شود که ماکزیمم شدت جریان گرفته شده از الکتروود می‌باشد زیرا غلظت یون شرکت کننده در واکنش الکتروودی در این حالت نزدیک به صفر می‌شود.

تست 8- اگر یونی که در سطح الکتروودی احیا می‌شود در اثر عبور جریان غلظتش نزدیک به صفر برسد جریان معادل را جریان نامند.

- (1) کاتدی (2) تعادلی (3) تبادلی (4) محدود

حل: با توجه به توضیحات داده شده در بالا نتیجه می‌گیریم.

گزینه «4» صحیح است.

تست 9- شدت جریان مبادله «exchang current» یک واکنش آندی و یا کاتدی فرآیند خوردگی مستقل از کدام پارامتر است.

- (1) پتانسیل اضافی (2) جنس الکتروود (3) دما (4) غلظت

حل: گزینه «1» صحیح است.

تست 10- دانسیته شدت جریان تبادلی یک واکنش الکتروشیمیایی به کدام یک از پارامترهای زیر بستگی ندارد؟

- (1) دما (2) پتانسیل (3) نوع الکتروولیت (4) نوع بستر

حل: گزینه «2» جواب صحیح است.

انواع خوردگی

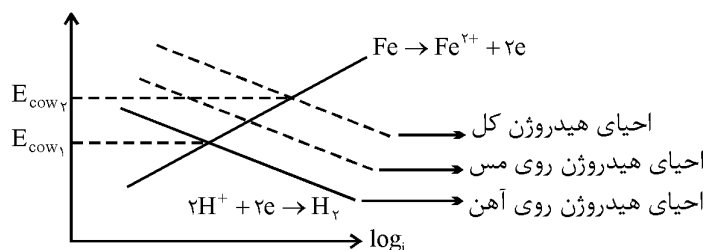
1- خوردگی یکنواخت

از مشخصه‌های این نوع خوردگی این است که، در تمام قسمتهایی از فلز که در تماس با محیط خورنده است، آهنگ خوردگی یکسان است. در این نوع از خوردگی، لایه‌های سطح فلز به تدریج از بین رفته و ضخامت فلز به تدریج و به طور یکنواخت کاهش می‌یابد.

- مؤثرترین روش‌های عملی جلوگیری از خوردگی یکنواخت، اغلب شامل حفاظت کاتدی، حفاظت آندی، استفاده از پوشش‌ها و بازدارنده‌های خوردگی است.

2- خوردگی گالوانیکی

این نوع خوردگی که به خوردگی دو فلزی نیز مرسوم است هنگامی اتفاق می‌افتد که دو فلز مختلف در تماس الکتریکی با یکدیگر باشند در چنین شرایطی فلز نجیب‌تر خورده نمی‌شود اما سرعت خوردگی فلز فعال‌تر افزایش می‌یابد. بعنوان مثال در مورد مس و آهن، وجود مس سطح بزرگی را برای آزاد شدن هیدروژن فراهم می‌کند و در نتیجه الکترون‌ها با سرعت بیشتری مصرف می‌شوند، بنابراین، این بار منفی در سطح آهن کاهش یافته و منجر به انحلال سریع‌تر آهن می‌شود. در نمودار زیر این مسئله به خوبی دیده می‌شود.



یک فاکتور مهم در خوردگی گالوانیکی اثر سطح، یا نسبت سطح کاتد به سطح آند می‌باشد. نسبت سطحی نامناسب

عبارتست از کاتد بزرگ و آند کوچک. اگر $(\frac{\text{سطح}}{\text{کاتد}} \gg 1)$ باشد برای یک مقدار معین جریان، دانسیته جریان برای

الکتروکود کوچک بمراتب بزرگتر از دانسیته جریان برای الکتروکود بزرگ است. هر چه دانسیته در یک منطقه آندی بزرگتر

باشد سرعت خوردگی بیشتر خواهد بود. پس روش مفید برای جلوگیری از خوردگی آند در اثر خوردگی گالوانیکی نصب

یک سیستم حفاظتی خوب بر روی کاتد است که می‌تواند رنگ کردن کاتد باشد. و همچنین سطح آند نباید کوچک باشد

زیرا موجب افزایش سرعت خوردگی می‌شود و فلزات سازگار با هم در کنار هم قرار گیرند.

تست 11- برای جلوگیری از خورده شدن آند در خوردگی گالوانیکی، توصیه می‌شود که

- (1) کاتد رنگ شود
 - (2) آند رنگ شود
 - (3) سطح آند کوچک شود
 - (4) سطح آند و کاتد برابر باشند
- گزینه «1» صحیح است.

تست 12- اتصال گالوانیک آلیاژ Monel با کدام فلز مناسب تر است؟

- 1- سرب
- 2) فولاد ضد زنگ 8-18
- 3) فولاد کم کربن
- 4) نیکل

حل: آلیاژ Monel، متشکل از 67% نیکل، مس و آهن است. برای به حداقل رساندن خوردگی ناشی از اتصال گالوانیکی، در صورت نیاز باید فلزاتی که موقعیت آنها در سری گالوانیکی نزدیک به هم قرار دارد استفاده شود. و چون قسمت اعظم Monel نیکل است گزینه «4» صحیح است.

تست 13- یکی از عوامل مؤثر بر خوردگی گالوانیکی انتخاب سطح نامطلوب آند و کاتد می‌باشد لذا برای

کاهش خوردگی گالوانیکی بهتر است:

- (1) سطح کاتد پوشش داده شود.
- (2) سطح آند پوشش داده شود.
- (3) هم سطح آند و هم کاتد پوشش داده شود و سطح کاتد از آند بزرگتر باشد.
- (4) سطح آند را کوچک و سطح کاتد را خیلی بزرگتر انتخاب نمود.

حل: با توجه به اینکه اگر سطح آند کم باشد دانسیته جریان در آند بیشتر می‌شود شدت خوردگی نیز افزایش می‌یابد و سطح کاتد نیز امکان حل شدن آند را بیشتر می‌کند.
گزینه «1» صحیح است.

تست 14- اتصال یک فلز فعال نظیر Zn به یک فلز نجیب مانند Pt سبب:

- (1) افزایش سرعت خوردگی فلز نجیب (Pt) می‌شود.
- (2) افزایش سرعت خوردگی Zn می‌شود.
- (3) کاهش سرعت خوردگی Zn می‌گردد.
- (4) هیچ تأثیری بر سرعت خوردگی Zn نخواهد داشت.

حل: همانطور که در بحث گفته شد اتصال دو فلز که اختلاف زیادی در سری گالوانیکی دارند موجب می‌شود که خوردگی گالوانیکی روی دهد و فلز فعالتر خورده شود.
گزینه «2» صحیح است.

تست 15- کدامیک از مورد های زیر از نظر نسبت سطح، نامطلوب است؟

(1) پرچ نمودن ورقه‌ی آلومینیومی با آلومینیوم

(2) پرچ نمودن ورقه مسی با مس

(3) پرچ نمودن ورقه مسی با برنج

(4) پرچ نمودن ورقه مسی با فولاد

گزینه «4» صحیح است.

3- خوردگی شیاری

خوردگی شیاری یک نوع خوردگی موضعی است که در داخل یک شیار باریک با سرعت زیاد پیش می‌رود. این نوع خوردگی در اثر اختلاف غلظت اکسیژن ایجاد می‌شود. از آنجائیکه نفوذ اکسیژن به داخل شیار باریک مشکل است، بنابراین غلظت اکسیژن در داخل شیار کمتر از بیرون است. در نهایت این امر موجب می‌شود اسیدیته داخل شیار افزایش یابد. برای جلوگیری از این نوع خوردگی باید در مرحله طراحی از ایجاد شیار جلوگیری شود. بعنوان مثال، می‌توان به جای میخ پرچ که محل مناسبی برای خوردگی شیاری است از جوشکاری استفاده کرد یا اینکه محل میخ پرچ را پوشش داد.

4- خوردگی حفره‌ای (pitting)

خوردگی حفره‌ای نوعی خوردگی موضعی است که به صورت نقاط کوچک تا عمق زیادی از فلز نفوذ می‌کند که می‌تواند تا مرحله سوراخ شدن فلز ادامه یابد. این نوع خوردگی جزء مخرب‌ترین نوع از خوردگی می‌باشد زیرا ردیابی این نوع خوردگی بسیار مشکل است.

برای جلوگیری از حفره دار شدن می‌توان از حفاظت کاتدی، استفاده از بازدارنده‌ها، پوشش روی، همزدن الکترولیت و استفاده از اکسیژن زداهای نام برد. اکثر فولادهای زنگ نزن در محلول‌های حاوی کلرید در معرض حفره‌دار شدن قرار دارند. زیرا کلرید لایه اکسیدی را تخریب می‌کند.

5- خوردگی بین دانه‌ای

پس از فرآیندها و عملیات حرارتی بر روی فلزات اتفاق می‌افتد. وقتی که فلزات منجمد و سرد می‌شوند، دانه‌ها در

جهت‌های مختلف تشکیل می‌شوند و رشد می‌کنند. در بین دانه‌ها، نواحی نامنظمی که غنی از ناخالصی‌ها است بوجود می‌آید که به این نواحی مرزدانه‌ها می‌گویند که از خود دانه‌ها پایداری کمتری دارند. بعنوان مثال، در مورد فولاد زنگ نزن آسنیتی نوع 304 (18% کروم، 8% نیکل و 0/08% کربن) کاربید کروم در مرز دانه‌ها رسوب می‌کند.

این امر موجب می‌شود که نواحی مجاور مرزدانه‌ها از کروم فقیر شود و به مقدار کمتر از مقدار مورد نیاز برای حفاظت یعنی 11 تا 12 درصد برسد. تحت چنین شرایطی، خوردگی ترجیحاً در امتداد مرزدانه‌ها رخ داده و در نتیجه امکان متلاشی شدن فلز وجود دارد.

راه حل جلوگیری: الف- استفاده از فولاد آستینی کم کربن

ب- اضافه کردن عناصر پایدار کننده مانند نئوبیوم، تیتانیوم به فولاد.

عناصر پایدارکننده در مقایسه با کروم تمایل بیشتری به ترکیب شدن با کربن دارند و از این جهت با کربن تشکیل کاربید را می‌دهند و کروم دیگر تشکیل کاربید نمی‌دهد.

6- خوردگی انتخابی

نامهای دیگر این نوع خوردگی «زدایش آلیاژی» و یا «جدایش» می‌باشد. در این نوع خوردگی که در آلیاژها اتفاق می‌افتد عناصر خاصی از آلیاژ حل می‌شوند از آن جدا می‌شوند. معمول‌ترین عناصر که به این طریق از آلیاژ جدا می‌شوند عبارتند از:

روی، آلومینیوم، کبالت، نیکل و کرم مخصوصاً وقتی که با مس آلیاژ شوند.

7- گرانبسته شدن

یک نوع خوردگی انتخابی است که در چدنهای خاکستری حاوی 2 تا 3 درصد کربن رخ می‌دهد. این پدیده در آب‌ها با قدرت اسیدی کم که حاوی یونهای کلرید باشند و همچنین در خاک اتفاق می‌افتد. جلوگیری: اضافه کردن حدود 2 درصد نیکل به چدن خاکستری است.

8- خوردگی حبابی

این نوع خوردگی یک نوع خوردگی سایشی است که نتیجه مجموع اثرات تخریب موضعی سطح در اثر ترکیدن مکرر حبابهای بخار و به دنبال آن خسارت الکتروشیمیایی است که ترجیحاً در منطقه صدمه دیده متمرکز می‌شود. خوردگی

حبابی در مواردی نظیر محللهایی که جریان آشفته مایع وجود دارد، برای مثال نزدیکی پروانه کشتیها و در پره‌های پمپ آب رخ می‌دهد.

جلوگیری: استفاده از آلیاژهایی با حساسیت کمتر به طور مثال فولاد زنگ نزن 304 می‌باشد. البته استفاده از پوششهای پلاستیکی و یا حفاظت کاتدی نیز مؤثر است.

9- تردی هیدروژنی

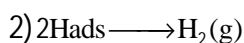
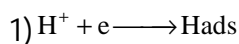
نفوذ اتمهای هیدروژن به داخل فلز موجب می‌شود که انعطاف‌پذیری فلز به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش یابد. تحت چنین شرایطی گفته می‌شود که فلز ترد شده است. اثر تردی هیدروژنی یک پدیده دائمی نیست. زیرا اگر تولید هیدروژن متوقف شود هیدروژن نفوذ کرده به خارج از فلز باز می‌گردد.

10- تاول زدن هیدروژنی

وقتی که هیدروژن اتمی به داخل فلز نفوذ کند ممکن است در نزدیکی یک حفره یا یک ترک تشکیل ملکول هیدروژن را بدهد ($2\text{Hads} \rightarrow \text{H}_2$) این گاز نمی‌تواند در داخل شبکه فلزی جابه‌جا شود. بنابراین در همان محل تجمع کرده و فشار بسیار زیادی ایجاد می‌شود که در نتیجه می‌تواند موجب ترک خوردن و خسارت دائمی و انهدام فلز می‌شود.

- پدیده‌های تردی هیدروژنی و تاول زدن هیدروژنی ناشی از احیاء یون‌های H^+ توسط الکترونهای آزاد شده از خوردگی فلز می‌باشد که دارای مکانیزم دو مرحله‌ای می‌باشد.

هیدروژن می‌تواند در اثر خوردگی یا حفاظت کاتدی و ... تولید شود.



که Hads می‌تواند به داخل فلز نفوذ کند.

جلوگیری: از جمله راههای توصیه شده برای کاهش و یا جلوگیری از خسارت هیدروژنی عبارتند از: استفاده از انواع پوششها و آسترها، استفاده از بازدارنده‌ها که تولید هیدروژن را کاهش می‌دهند و خارج کردن سولفید از محیط زیرا سولفید مرحله دوم واکنش احیای هیدروژن را به تأخیر می‌اندازد. البته ترکیبات آرسنیک و سیانید نیز مرحله دوم واکنش را به تأخیر می‌اندازند و باید خارج شوند.

11- خوردگی تنش (Stress Corrosion)

این پدیده عبارت است از انهدام فلز توسط ترک خوردن ناشی از مجموع اثرات محیط خورنده و تنش کششی است. مثلاً با قرار گرفتن پیچ و مهره در محیط خورنده حجم محصولات خوردگی بسیار بیشتر از فلز اولیه می‌شود که موجب ایجاد تنش کششی در مهره می‌شود که سرانجام منجر به ترک خوردن آن می‌شود.

جلوگیری: حفاظت کاتدی

12- خوردگی بیولوژیکی

در اثر حضور فعالیت باکتریها و صدفها و جلبکها امکان افزایش سرعت خوردگی وجود دارد. این نوع خوردگی در اثر تکثیر و فعالیت موجودات زنده در سطح فلز ایجاد می‌شوند. مثلاً باکتری‌های بی‌هوازی برای احیاء سولفات به سولفید Hads را مصرف می‌کنند و چون Hads موجب افزایش پتانسیل اضافه می‌شود و در نتیجه سرعت خوردگی کاهش می‌یابد با فعالیت باکتریها و کم شدن Hads سرعت خوردگی افزایش می‌یابد. کلرینه کردن برای جلوگیری کردن از این نوع خوردگی بکار می‌رود.

باکتریهای هوازی: گوگرد را به اسید سولفوریک تبدیل می‌کنند و موجب افزایش خوردگی می‌شوند استفاده از میکروزیست‌کشاها و کلر در جلوگیری از آن مؤثر است.

جلبکها و صدفها: با ایجاد تجمع و یا تولید اسیدهای آلی موجب افزایش خوردگی می‌شوند که راه حل استفاده از رنگ‌های حاوی مس است.

تست 16- انهدام حاصل از خوردگی در آلیاژی که با بکار بردن حفاظت کاتدی افزایش یافته است ناشی از خوردگی:

(1) تاول زدن هیدروژنی است. (2) تردی هیدروژنی است.

(3) خسارت حبابی است. (4) SCC است.

حل: از آنجا که تاول زدن هیچگاه یا به ندرت منجر به انهدام فلز می‌شود چون برگشت‌پذیر است. پس احتمالاً گزینه «2» صحیح است.

تست 17- کاهش خوردگی بین دانه‌ای در فولادهای زنگ نزن آستینیتی با:

1) تقلیل درجه حرارت فلز و سپس حرارت دادن سریع عملی می‌گردد.

2) فرآیند چکش کاری سطح فلز عملی می‌گردد.

3) حرارت دادن آلیاژ، سپس سرد نمودن تدریجی عملی می‌گردد.

4) اضافه نمودن عنصری که تمایل به تشکیل کاربید دارد عملی می‌گردد.

حل: همانطور که گفته شد تشکیل کاربید کروم موجب ایجاد مرزدانه می‌شود پس اگر فلزی که پایدار کننده باشد نظیر

نیوبیم و تیتانیوم به فولاد اضافه شود چون میل ترکیبی بیشتری به کربن دارند و کاربید تشکیل می‌دهند میتوانند

خوردگی بین دانه‌ای را کاهش دهند.

گزینه «4» صحیح است.

تست 18- خوردگی آهن متصل شده به تیغه پلاتینی در محیط خورنده اسیدی:

1) افزایش می‌یابد چون تنها سطح لازم برای احیاء هیدروژن اضافه می‌گردد.

2) افزایش می‌یابد چون سرعت احیاء هیدروژن در سطح پلاتین بیشتر است.

3) کاهش می‌یابد چون به فلز نجیب‌تری متصل شده است.

4) تغییر نمی‌کند چون فلز پلاتین نجیب است و خورده نمی‌شود.

حل: در این جا خوردگی گالوانیکی مطرح شده است و همانطور که گفته شد اورولتاژ یا پتانسیل اضافه هیدروژن در

محیط آندی به شرطی که اکسنده وجود نداشته باشد باعث کاهش خوردگی در آند می‌شود اما در اینجا پلاتین وجود

دارد که اکسنده می‌باشد و اورولتاژ هیدروژن در روی آن بسیار بیشتر از آهن است در نتیجه با وجود اسیدی بودن محیط

سرعت آزاد شدن گاز هیدروژن در پلاتین بیشتر است در نتیجه سرعت خورده شدن آهن افزایش می‌یابد.

گزینه «2» صحیح است.

تست 19- یک قطعه فولاد زنگ نزن 8-18 پس از عملیات حرارتی در درجه حرارتی 1100°F در محیط

خورنده قرار گرفته، احتمال کدام یک از پدیده‌های زیر در آن بیشتر است؟

1) پوسیدگی ناحیه جوش

2) خوردگی حفره‌ای

3) خوردگی مرزدانه‌ای

4) هیچ‌یک از موارد، زیرا جوشکاری نشده است.

حل: گزینه «3» صحیح است.

تست 20- ترکیبات آرسنیک و سیانید باعث سرعت تردی هیدروژنی می‌شوند زیرا:

(1) فشار گاز هیدروژن مولکولی را افزایش می‌دهند.

(2) سرعت نفوذ گاز هیدروژن را به داخل فلز افزایش می‌دهند.

(3) فشار گاز هیدروژن اتمی را افزایش می‌دهند.

(4) همه موارد صحیح است.

حل: همانطور که در بحث توضیح داده شد ترکیباتی مانند سولفید، سیانید، آرسنیک مرحله دوم ترد شدن هیدروژنی را

به تأخیر می‌اندازد در نتیجه Hads افزایش می‌یابد. در نتیجه گزینه «3» صحیح است.

تست 21- کدامیک از موارد زیر در مورد خوردگی میکروبی صحیح نیست؟

(1) خوردگی میکروبی اغلب براساس اختلاف غلظت اکسیژن عمل می‌کنند.

(2) نوعی از آنها محصول خوردگی رسوبی به شکل دکمه‌ای ایجاد می‌کند.

(3) برخی از آنها هوازی و برخی غیرهوازی هستند.

(4) بازدارنده‌های خوردگی قادر به محافظت این نوع خوردگی نیستند.

حل: در خوردگی شیاری، خوردگی براساس اختلاف غلظت اکسیژن اتفاق می‌افتد. بازدارنده‌های خوردگی قادر به

محافظت از این نوع خوردگی نیستند.

گزینه «4» صحیح است.

تست 22- کدامیک از روش‌های زیر برای جلوگیری از خوردگی pitting مناسب است؟

(1) حذف یون‌های کلر از محیط با روش‌های ممکن

(2) افزودن بازدارنده‌هایی که شامل Fe^{2+} یا Hg^{2+} هستند.

(3) افزایش غلظت اکسیژن

(4) اعمال دماهای بالا

حل: خوردگی حفره‌ای یا pitting نوعی خوردگی است که به علت حضور یون کلرید و از بین رفتن لایه اکسیدی ایجاد

می‌شود.

گزینه «1» صحیح است.

تست 23- کدامیک از عوامل زیر باعث احتمال وقوع خوردگی مرزانه‌ای در فولادهای آستینیتی زنگ نزن می‌شود؟

(1) ازدیاد غلظت کرم (Cr) در مرزانه‌ها

(2) تقلیل غلظت کربن (C) در مرزانه‌ها

(3) انحلال گازها در مرزانه‌ها

(4) تقلیل غلظت کرم (Cr) در مرزانه‌ها

حل: گزینه «4» صحیح است.

تست 24- افزایش کدامیک از فلزات زیر به فولاد ضد زنگ سبب کاهش خوردگی مرزانه‌ای آن می‌گردد؟

(1) تیتانیوم

(2) کروم

(3) مس

(4) نیکل

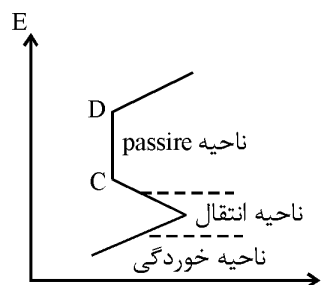
حل: گزینه «1» صحیح است.

حفاظت آندی

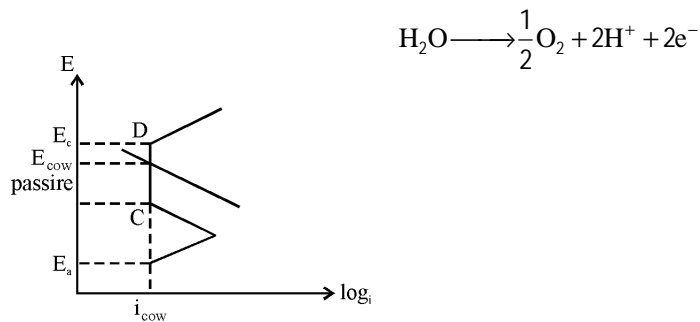
حفاظت آندی یک روش الکتروشیمیایی برای جلوگیری از خوردگی است.

در این روش، با اعمال یک پتانسیل در ناحیه پتانسیل روئین (passive) می‌توان میزان خوردگی یک سازه فلزی را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش داد. این روش را در مورد فلزاتی که خاصیت رویین شدن داشته باشند و لایه روئین تشکیل شده روی فلز در اثر اعمال پتانسیل، به خوبی چسبیده، پیوسته و نامتخلخل باشد، می‌توان بکار برد. برای اینکه فلز محافظت شود باید در ناحیه (C-D) قرار گیرد.

در این حالت همانطور که در شکل صفحه بعد مشخص است جریان لازم برای حفاظت با شدت جریان خوردگی برابر است.



باید توجه داشت که در پتانسیل‌های مثبت‌تر دوباره جریان افزایش می‌یابد (پتانسیل بالای D). این ناحیه به Trans Passive معروف است. که این افزایش می‌تواند به واکنش آندی دیگر نظیر اکسایش آب باشد.



تست 25- چه نوع فلزاتی را بوسیله حفاظت آندی می توان محافظت نمود؟

- (1) خاصیت پاسیو داشته باشند.
 - (2) خاصیت پاسیو نداشته باشند.
 - (3) قابل استفاده در محیطهایی با خوردگی کم باشند.
 - (4) نیاز به جریان الکتریکی زیادی داشته باشند.
- حل: گزینه «1» صحیح است.

تست 26- موقعی که یک فلز به طریق آندی محافظت می شود چه رابطه ای شدت جریان لازم و شدت جریان

خوردگی فلز موجود دارد؟

- (1) خوردگی $i >$ حفاظت i (2) خوردگی $i <$ حفاظت i (3) خوردگی $i =$ حفاظت i (4) خوردگی $i =$ حفاظت i آندی

حل: همانطور که در بالا گفته شد در ناحیه (C-D) که ناحیه پاسیو است شدت جریان خوردگی با شدت جریان خوردگی برابر است.

گزینه «3» صحیح است.

تست 27- چرا خوردگی فولاد در اسیدهای سولفوریک و نیتریک در غلظت های زیاد کمتر است؟

- (1) به دلیل روئین شدن فلز
- (2) زیرا حلالیت اکسیژن در اسیدهای غلیظ کمتر است.
- (3) به دلیل محافظت مرزخانه ها که نقاط ضعیف هستند.
- (4) زیرا در غلظت های بالا پلاریزاسیون کمتر است.

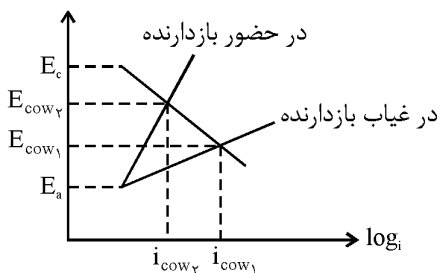
حل: علت این پدیده غیرعادی تشکیل لایه پاسیو (Passive) بر روی فولاد است که اولین بار فارادی به این پدیده پی

برد.

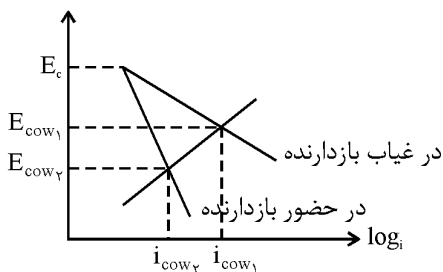
گزینه «1» صحیح است.

یادآوری نکات ضروری:

الف: اگر به منظور کنترل سرعت خوردگی از بازدارنده‌های آندی استفاده کنیم پتانسیل خوردگی فلز به پتانسیل تعادلی کاتد نزدیک می‌شود.



ب: اگر به منظور کنترل سرعت خوردگی از بازدارنده کاتدی استفاده کنیم پتانسیل خوردگی فلز به پتانسیل تعادلی آند نزدیک می‌شود.



ج: اگر به منظور کنترل سرعت خوردگی هم باز دارند آندی و هم کاتدی را بکار بریم پتانسیل خوردگی تغییر نمی‌کند اما شدت جریان خوردگی کاهش می‌یابد.

تست 28- اگر سرعت خوردگی فلزی به طور آندی کنترل شود: (شیمی کاربردی 82)

- 1) پتانسیل خوردگی فلز صفر می‌شود.
- 2) پتانسیل خوردگی فلز تغییری نمی‌کند.
- 3) پتانسیل خوردگی فلز به پتانسیل تعادل آند است.
- 4) پتانسیل خوردگی فلز نزدیک به پتانسیل تعادل کاتد است.

حل: گزینه «4» صحیح است.

- بازدارنده‌های رویین کننده، مواد شیمیایی اکسیدکننده‌ای نظیر کرومات (CrO_4^{2-}) و نیتريت (NO_2^-) یا موادی مانند Na_3PO_4 و NaB_5O_7 می‌باشند که باعث تسهیل جذب سطحی اکسیژن محلول در سطح فلز می‌شوند. این مواد یک لایه محافظ سطحی را تشکیل می‌دهند یا اینکه تشکیل آنرا تسهیل می‌کنند به نحوی که پتانسیل خوردگی را چندین دهم ولت در جهت پتانسیل‌های مثبت‌تر جابه‌جا می‌کنند، در نتیجه سرعت خوردگی کاهش می‌یابد. این مواد اگر به اندازه کافی اضافه نشوند خوردگی را افزایش می‌دهند و ممکن است موجب حفره‌دار شدن شوند. بنابراین غلظت بحرانی رویین کننده، حداقل غلظتی است که اگر غلظت بازدارنده مصرفی کمتر از این حد باشد، نه تنها بازدارنده غیرفعال نیست بلکه موجب خوردگی حفره‌ای می‌گردد.

تست 29- در رابطه با غلظت بحرانی برای یک روئین کننده (Passivator) در خوردگی می‌توان گفت:

- 1) مقدار مصرفی آن برای سیستم بسته بیشتر از 0/1% است.
 - 2) حداکثر غلظتی است که اگر غلظت بازدارنده مصرفی کمتر از این حد باشد نه تنها غیرفعال کننده بلکه ایجاد خوردگی حفره‌ای می‌کند.
 - 3) این مواد برای سیستم باز بکار می‌روند.
 - 4) حداقل غلظتی است که اگر غلظت بازدارنده مصرفی زیر این حد باشد نه تنها غیرفعال کننده بلکه ایجاد خوردگی حفره‌ای می‌کند.
- حل: گزینه «4» صحیح است.

- جدول زیر نشان‌دهنده ترکیبات سازگار با محیط‌های مختلف می‌باشد.

محیط	فلز یا آلیاژ
اتمسفر	فولاد گالوانیزه و آلومینیوم
آب	مس و آلیاژهای آن
آب مقطر	قلع (Sn)
خاک	حفاظت کاتدی + فولاد
اسیدسولفوریک کمتر از 70%	سرب
اسیدسولفوریک بالاتر از 70%	فولاد
اسیدنیتريك	فولاد زنگ نزن
محیط‌های قلیایی	نیکل و آلیاژ آن
مواد غذایی	قلع پوشش داده شده روی فولاد
اکسیدکننده قوی	تیتانیوم

تست 30- در انتقال آب بهتر است از تانک‌هایی با پوشش استفاده شود.

(1) آلومینیوم (2) تیتانیوم (3) قلع (4) مونل (Monel)

حل: با توجه به جدول بالا گزینه «3» صحیح است.

مقدمه

انتقال گرما (گرما) انرژی در جریان ناشی از اختلاف دما است. هر گاه اختلاف دمایی در یک ماده یا بین دو ماده وجود داشته باشد انتقال گرما رخ می‌دهد.

سه شیوه انتقال گرما عبارتند از: رسانایی، جابه‌جایی و تشعشع.

1-1 رسانایی (Conduction)

رسانایی را می‌توان به صورت انتقال انرژی از ذرات پرانرژی به ذرات کم انرژی‌تر در یک ماده در اثر اندرکنش‌های بین آن‌ها تصور نمود.

انرژی حرارتی در مایعات و گازها در اثر برخورد و پخش مولکول‌ها در حین حرکت تصادفی منتقل می‌گردد. و در جامدات به دو صورت زیر انتقال می‌یابد:

الف) انتقال انرژی به روش ارتعاش شبکه‌ای

ب) انتقال انرژی به وسیله الکترون‌های آزاد

معادله نرخ رسانایی گرما به قانون فوریه معروف است. برای یک دیوار تخت یک بعدی با توزیع دما $T(x)$ ، معادله نرخ انتقال گرما به صورت زیر است:

$$q_x'' = -k \frac{dT}{dx} \quad q_x'' \left(W / m^2 \right), k \left(W / m.k \right) \quad (1-1)$$

که در آن q_x'' شار گرما بر واحد سطح و k ضریب رسانایی گرما است. همچنین $\frac{dT}{dx}$ گرادیان دما و برابر شیب منحنی

در نمودار T بر حسب x می‌باشد. مقدار نرخ انتقال حرارت کل از رابطه

$$q_x = q_x'' \cdot A \quad (2-1)$$

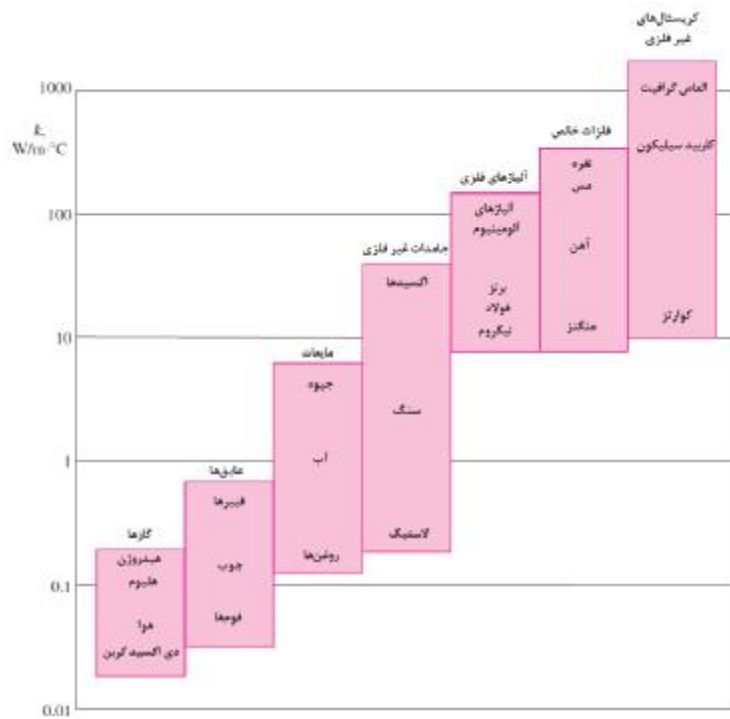
بدست می‌آید که در آن A سطح جسم و q_x نرخ کلی انتقال حرارت است.

نکته: علت وجود علامت منفی این است که گرما همواره در جهت کاهش دما انتقال می‌یابد.

نکته: مقدار k نمی‌تواند منفی باشد زیرا در اینصورت قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌گردد.

1-1-1 - ضریب رسانایی گرما (Thermal Conductivity)

با توجه به مکانیزم فیزیکی رسانایی، می‌توان دریافت که ضریب رسانایی گرمایی مواد در گستره وسیعی تغییر می‌کند. همانطور که در شکل 1-1 نیز مشاهده می‌شود ضریب رسانایی گرمایی جامدات بزرگتر از مایعات و آن هم بزرگتر از گازهاست. علت اصلی این موضوع، اختلاف در فاصله بین مولکولی جامدات، مایعات و گازهاست.



شکل 1-1- مقدار ضریب رسانایی گرمایی مواد مختلف در دمای اتاق.

در تحلیل‌های انتقال گرما معمولاً مواد را به صورت ایزوتروپیک (دارای خواص یکسان در تمام جهات) در نظر می‌گیرند. این فرض برای بیشتر مواد به جز موادی مانند مواد مرکب لایه‌ای و چوب که در جهات مختلف مشخصه‌های ساختاری متفاوتی دارند، درست است. برای مثال k چوب در جهت عرض الیاف آن با k چوب در جهت عرض الیاف آن متفاوت است.

حالت جامد

انتقال انرژی ناشی از دو اثر است: جریان الکترون‌های آزاد و امواج ارتعاش شبکه‌ای. این دو اثر جمع‌پذیرند به نحوی که

$$k = k_e + k_l \text{ است. } k_l \text{ جزء شبکه‌ای } k_e \text{ و } k_e \text{ حاصل جمع جزء الکترونی}$$

در فلزات ضریب رسانایی گرما معمولاً با هدایت الکتریکی نسبت مستقیم دارد. برای فلزات خالص که هدایت الکتریکی خوبی دارند k_e خیلی بیشتر از k_l است. در مقابل برای آلیاژها سهم k_l در مقدار k قابل ملاحظه است و در جامدات غیرفلزی k به طول عمده توسط k_l تعیین می‌گردد.

نظم آرایش شبکه تأثیر مهمی در k_l دارد مثلاً ضریب رسانایی مواد کریستالی (منظم) مانند کوارتز بیش از مواد بی‌شکل مثل شیشه است.

نکته: برخلاف فلزات که رساناهای خوب الکتریسیته و گرما می‌باشند، جامدهای بلورین مانند الماس و همچنین نیمه هادی‌ها مانند سیلیسیوم، رساناهای خوب گرما و در عین حال رسانای ضعیف الکتریسیته‌اند.

نکته: بر خلاف انتظار معمول، ضریب رسانایی گرمایی آلیاژ ساخته شده از دو فلز مختلف معمولاً بسیار کمتر از ضریب رسانایی هریک از دو فلز است. این امر به دلیل وجود مولکول‌های خارجی است که هر چند خود رساناهای خوبی می‌باشند ولی حتی مقدار کمی از آن‌ها، جریان گرما در یک فلز خالص را به شدت مختل می‌کنند.

حالت سیال

چون فضای بین مولکولی در حالت سیال خیلی بیشتر و حرکت مولکول‌ها در مقایسه با جامدات نامنظم‌تر است انتقال انرژی گرمایی حالت سیال کمتر از حالت جامد است و بنابراین ضریب رسانایی گرمایی گازها و مایعات به طور کلی کمتر از جامدات است.

اثر دما، فشار و گونه‌های شیمیایی بر ضریب رسانایی گازها را می‌توان براساس تئوری جنبشی گازها بیان کرد بر این اساس:

$$k \propto \bar{c} \lambda n \quad (3-1)$$

که در آن λ مسیر آزاد میانگین (میانگین مسافتی که مولکول‌ها قبل از برخورد با مانع طی می‌کنند)، \bar{c} سرعت متوسط مولکولی و n تعداد ذرات بر واحد حجم است. به طور کلی چون \bar{c} با افزایش دما و کاهش جرم مولکولی زیاد می‌شود، k هم با افزایش دما افزایش و با افزایش جرم مولکولی کاهش می‌یابد. با استفاده از توزیع سرعت ماکسول داریم:

$$k \times \sqrt{\frac{T}{MW}} \quad (4-1)$$

علاوه بر این برای گازهای رقیق و در محاسبات معمول در بسیاری موارد از قانون توانی و قانون ساترلند استفاده می‌شود:

$$\frac{k}{k_0} \approx \left(\frac{T}{T_0}\right)^n \quad \text{قانون توانی} \quad (5-1)$$

$$\frac{k}{k_0} \approx \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S} \quad \text{قانون ساترلند} \quad (6-1)$$

مقادیر k_0 ، T_0 ، S و n اعدادی ثابت و وابسته به نوع گاز هستند، در جداولی موجود است. لازم به ذکر است که میزان خطای فرمول‌های فوق بسته به نوع گاز بین 2 تا 4 درصد است.

تشریح شرایط مولکولی در حالت مایع مشکل‌تر است و مکانیزم‌های فیزیکی برای توضیح رسانایی گرما در مایعات هنوز به خوبی درک نشده‌اند. ضریب رسانایی گرمایی مایعات غیرفلزی، غیر از آب و گلیسرین به طور کلی با افزایش دما کاهش و معمولاً با افزایش وزن مولکولی کم می‌شود.

نکته: فلزهای مایع مانند جیوه و سدیم، ضریب رسانایی گرمایی بالایی داشته و برای مواردی همچون نیروگاه‌های هسته-ای که به مایعی با آهنگ انتقال گرما ی بالا نیاز دارند بسیار مناسب‌اند.

2-1-1- ضریب پخش گرما (Thermal Diffusivity)

در تجزیه و تحلیل مسائل انتقال گرما لازم است از خواص متعدد ماده استفاده شود این خواص عموماً به خواص ترموفیزیکی معروف است و به دو دسته متمایز تقسیم می‌شود. خواص انتقالی (مانند k) و خواص ترمودینامیکی (مانند C_p, ρ).

حاصلضرب rC_p ضریب گرمایی حجمی نامیده می‌شود که معیاری از توانایی ذخیره انرژی توسط ماده است چون گرمای ویژه مواد با چگالی زیاد معمولاً کم است، ضریب گرمایی حجمی بسیاری از مایعات و جامدات که برای ذخیره انرژی به کار می‌روند قابل مقایسه است ($rC_p > 1MJ/m^3.k$). اما گازها به دلیل کم بودن چگالی‌شان مواد مناسبی

برای ذخیره انرژی گرمایی نیستند ($rC_p \approx 1kJ/m^3.k$).

نسبت ضریب رسانایی گرما به ضریب گرمایی حجمی را α یا ضریب پخش گرما می‌نامیم.

$$\alpha = \frac{\text{گرمای رسانش شده}}{\text{گرمای ذخیره شده}} = \frac{k}{\rho C_p} \quad (m^2/s) \quad (7-1)$$

با توجه به رابطه فوق واضح است که مواد با α بزرگ به سرعت به تغییرات گرمایی محیط خود پاسخ می‌دهند.

2-1- جابه‌جایی (Convection)

شیوه انتقال گرمای جابه‌جایی از دو مکانیزم تشکیل شده است. علاوه بر انتقال انرژی توسط حرکت تصادفی مولکول‌ها (پخش گرما)، حرکت توده‌ای یا ماکروسکوپی سیال نیز در انتقال انرژی سهم دارد. وقتی پدیده انتقال تنها ناشی از حرکت توده سیال باشد به آن ادواکسیون (Advection) گفته می‌شود.

در یک تعریف ساده لایه مرزی سرعت ناحیه‌ای است که سرعت از 0 به u_∞ می‌رسد و لایه مرزی گرمایی ناحیه‌ای است که دما از T_s به T_∞ می‌رسد. این ناحیه ممکن است پهن‌تر، باریک‌تر و یا هم اندازه لایه مرزی سرعت باشد. سهم حرکت تصادفی مولکول‌ها (پخش گرما) در نزدیکی سطح که سرعت سیال کم است غالب است. در $y=0$ این تنها مکانیزم انتقال گرما است. البته توجه کنید که لایه مرزی در جهت x افزایش می‌یابد.

1-2-1- انواع انتقال حرارت جابه‌جایی

انتقال گرمای جابه‌جایی براساس ماهیت جریان دسته‌بندی می‌شود. هنگامی که جریان سیال به وسیله عامل خارجی مانند فن، پمپ یا جریان باد ایجاد شود آن را جابه‌جایی اجباری و هنگامی که جریان توسط نیروهای غوطه‌وری که حاصل اختلاف چگالی ناشی از اختلاف دما است، ایجاد گردد آن را جابه‌جایی طبیعی می‌نامیم. البته ممکن است شرایطی وجود داشته باشد که در آن ترکیب دو نوع جابه‌جایی پدید آید.

معمولاً انرژی منتقل شده صرف تغییر در انرژی محسوس یا انرژی گرمایی داخلی سیال می‌گردد. اما فرآیندهای جابه‌جایی وجود دارد که در آن‌ها تبادل گرمای نهان نیز مطرح است. جوشش و میعان دو حالت خاص از این مورد است. نرخ انتقال گرمای جابه‌جایی، علی‌زغم تمام پیچیدگی‌های مربوط به آن، با اختلاف دما متناسب است و آن را می‌توان به سادگی با قانون سرمایش نیوتن به صورت زیر بیان کرد:

$$q = hA (T_s - T_\infty) \quad (8-1)$$

که در آن h ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی، A مساحت سطحی که انتقال گرمای جابه‌جایی از آن روی می‌دهد، T_s دمای سطح و T_∞ دمای سیال که به اندازه کافی از سطح دور باشد است. مقدار h به شرایط لایه مرزی، که خود به

هندسه سطح و ماهیت جریان سیال و بعضی از خواص ترمودینامیکی و انتقالی وابسته است، بستگی دارد. تمام مطالعات درباره جابه‌جایی در نهایت به مطالعه روش‌های تعیین h منتهی می‌شود.

1-2-2- ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی

در جابه‌جایی اجباری h تقریباً مستقل از دما است. در جابه‌جایی آزاد h تابعی از ΔT به توان $\frac{1}{3}$ یا $\frac{1}{2}$ است و در جوشش h متناسب با توان سوم ΔT است.

حدود مقادیر h به صورت زیر است:

نوع فرآیند	جابه‌جایی با تغییر فاز	جابه‌جایی اجباری	جابه‌جایی آزاد
مقدار h	جوشش یا میعان -100000 2500	گازها 25-250	گازها 2-25
$(W/m^2.k)$		مایعات -20000 50	مایعات 50-1000

1-3- تابش (Radiation)

هر جسمی با دمای بالاتر از صفر مطلق از خود انرژی منتشر می‌کنند. انرژی تابشی به وسیله امواج الکترومغناطیسی (یا فوتون‌ها) منتقل می‌شوند. تابش نیاز به محیط مادی ندارد و از خلاء بهتر عبور می‌کند. نرخ انرژی خارج شده بر واحد سطح توان صدور، E ، نامیده می‌شود. حداکثر توان صدور بوسیله قانون استفان بولتزمن به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$E_b = sT_s^4 \quad \left(s = 5/67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2.k^4} \right) \quad (9-1)$$

که در آن E_b توان صدور از جسم سیاه، s ثابت استفان بولتزمن و T_s دمای سطح جسم بر حسب کلوین است. در یک جسم واقعی می‌توان صدور از جسم سیاه کمتر بوده و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$E = \epsilon \sigma T_s^4 \quad (10-1)$$

که در آن ϵ ضریب صدور جسم که به جنس و پرداخت جسم بستگی دارد و همواره $0 < \epsilon \leq 1$.

نرخ تابش گرمایی ورودی بر واحد سطح گیرنده را شدت تابش ورودی، G ، می‌نامند. ممکن است بخشی یا تمام شدت تابش ورودی توسط سطح جذب شود که منجر به افزایش انرژی گرمایی ماده می‌گردد.

$$G_{abs} = \alpha G \quad (11-1)$$

که در آن G_{abs} شدت تابش ورودی (جذب شده) و α ضریب صدور جسم است که همواره $0 \leq \alpha \leq 1$. حالت خاصی که اغلب در عمل بروز می‌کند شامل تبادل تابش یک سطح کوچک در دمای T_s و یک سطح خیلی بزرگتر با دمای یکنواخت که محیط نامیده می‌شود است.

$$q''_{rad} = \frac{q}{A} = \varepsilon E_b - \alpha G \quad (12-1)$$

شدت تابش ورودی را می‌توان معادل صدور انرژی از یک جسم سیاه در دمای مطلق T_{sur} در نظر گرفت، که در این صورت $G = \sigma T_{sur}^4$. اگر برای سطح جسم فرض شود $\alpha = \varepsilon$ (سطح خاکستری) در این صورت داریم:

$$q''_{rad} = \varepsilon \sigma T_s^4 - \alpha \sigma T_{sur}^4 = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{sur}^4) \quad (13-1)$$

در بسیاری از کاربردها ساده‌تر است که تبادل گرمای تابشی به صورت زیر بیان شود:

$$q_{rad} = h_r A (T_s - T_{sur}) \quad (14-1)$$

که در آن h_r از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$h_r = \varepsilon \sigma (T_s + T_{sur}) (T_s^2 + T_{sur}^2) \quad (15-1)$$

به این ترتیب انتقال گرمای تابشی مانند جابه‌جایی مدل شده است. اما توجه کنید h_r به شدت دما بستگی دارد در حالی که وابستگی ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی، h ، با دما خفیف است. در دماهای خیلی بالا تشعشع مکانیزم اصلی انتقال حرارت می‌باشد.

4-1- مقایسه انتقال گرما و ترمودینامیک

اگرچه ترمودینامیک با انتقال گرما و نقش مهم آن در قانون اول و دوم سروکار دارد ولی نه مکانیزم انتقال گرما و نه روش‌های محاسبه نرخ انتقال گرما در آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. ترمودینامیک با حالت تعادل ماده سروکار دارد در حالیکه انتقال گرما که ناشی از اختلاف دما است فرآیند ماهیتاً غیرتعادلی است. بنابراین علم انتقال حرارت به دنبال چیزی است که ترمودینامیک توان انجام آن را ندارد یعنی تعیین کمی نرخ انتقال گرما برحسب میزان عدم تعادل گرمایی.

خلاصه نکات

نکته 1: روش های انتقال گرما به سه گروه کلی 1- انتقال گرمای رسانایی 2- انتقال گرمای جابجایی 3- انتقال گرما به روش تشعشع تقسیم می شوند.

نکته 2: مولکول ها و اتم ها انرژی را به سه طریق منتقل می کنند. 1- حرکات خطی یا انتقالی

2- حرکت ارتعاشی (نوسانی) 3- حرکت چرخشی درونی (دورانی)

نکته 3: قانون فوریه: $q = -KA \frac{\Delta T}{\Delta X} = -KA \frac{dT}{dx}$

نکته 4: به علائم استاندارد زیر توجه کنید:

q نرخ انتقال گرما، W بر حسب وات

q'' نرخ تولید انرژی برواحد حجم $\frac{W}{m^3}$

q' نرخ تولید گرما بر واحد طول $\frac{W}{m}$

q''' شار جریان گرما $\frac{W}{m^2}$

نکته 5: ضرایب هدایت حرارتی رابطه‌ای مانند زیر دارند:

گازها > مایعات > جامدات > آلیاژها > فلزات خالص: ضرب هدایت حرارتی

نکته 6: در جامدات به دو طریق رسانایی انجام می‌شود: 1- امواج ارتعاشی شبکه 2- انرژی منتقل شده توسط

الکترونهای آزاده که شیوه دوم بیشتر مربوط به فلزات می‌شود.

نکته 7: k در جامدات با افزایش دما زیاد می‌شود.

نکته 8: k در گازها با افزایش دما زیاد می‌شود.

نکته 9: k در مایعات با افزایش دما کاهش می‌یابد (به جز آب و گلیسرین)

نکته 10: ضریب هدایتی آلیاژها معمولا کمتر ضریب هدایتی تک تک فلزات خالص آن است.

نکته 11: جامداتی که دارای شبکه منظم هستند مثل الماس و یا جامداتی که دارای الکترون های آزاد فراوان هستند

رسانای خوب گرما هستند.

نکته 12: جابجایی به دو طریق: 1- حرکت تصادفی مولکولی (پخش گرما) 2- حرکت توده ای یا ماکروسکوپی سیال انجام می شود.

نکته 13: چنانچه حرکت توده سیال منظور باشد از واژه ادواکسیون استفاده می شود.

نکته 14: چنانچه در جابجایی هر دو پدیده حرکت تصادفی مولکول و حرکت توده ای منظور باشد از واژه جابجایی استفاده می شود.

نکته 15: در جابجایی آزاد مکانیزم عمل نیروی غوطه ور ناشی از اختلاف چگالی (در اثر تغییر دمای سیال) است.

نکته 16: پدیده های جوشش و چگالش در واقع از روش جابجایی استفاده می کنند. و h ها بزرگی دارند.

نکته 17: گاز $h > h$ مایع

نکته 18: پدیده های مختلف: جابجایی آزاد $h >$ جابجایی اجباری $h >$ جوشش $h >$ میعان h

نکته 19: h ، با افزایش سرعت سیال و وجود موانع روی سطح زیاد می شود.

نکته 20: با مدلسازی تابش با انتقال حرارت جابجایی تابش h به صورت زیر محاسبه می شود:

$$h_r = e S (T_S^2 + T_{sur}^2) \cdot (t_s + t_{sur})$$

نکته 21: e ضریب صدور به شدت به جنس و پرداخت سطح بستگی دارد.

نکته 22: انتقال حرارت در خلاء فقط توسط تشعشع انجام می شود.

خود آزمایی

1- یک صفحه جمع کننده انرژی 80 درصد از 900 W/m^2 انرژی خورشیدی را دریافت می نماید و به طریق جابجایی با ضریب جابجایی $20 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ انرژی از دست می دهد دمای جذب جمع کننده برابر $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ می باشد.

بازده جمع آوری انرژی برای این جمع کننده کدام است؟

99/9 (4)

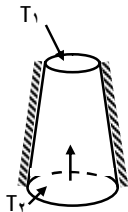
55/6 (3)

44/4 (2)

35/7 (1)

2- در مخروط ناقص مطابق شکل ، سطح جانبی کاملاً عایق بندی است و $T_2 > T_1$ می باشد ، در صورتی که

انتقال حرارت دائم و بدون چشمه حرارتی باشد (k ثابت) در مورد نرخ انتقال حرارت کدام اظهار نظر کامل و



صحیح است؟

(1) بستگی به وضعیت قرار گرفتن مخروط ندارد.

(2) در حالی که سطح مقطع کوچک تر بالا است، بیشتر است.

(3) در حالی که سطح مقطع کوچک تر پایین است، بیشتر است.

(4) در حالی که مخروط در حالت افقی قرار گیرد بیشتر است.

3- نرخ انتقال حرارت هدایتی کاهش می یابد اگر :

(1) ضریب نفوذ حرارتی کاهش یابد. (2) ضریب انتقال حرارت هدایتی افزایش یابد.

(3) گرمای ویژه کاهش یابد. (4) دانسیته کاهش یابد.

4- ضریب هدایت حرارتی (k) در گازها با افزایش درجه حرارت در فشار ثابت:

(1) افزایش می یابد، زیرا سرعت حرکت مولکول ها زیاد می شد .

(2) کاهش می یابد زیرا فاصله ی مولکول ها از یکدیگر زیاد می شود.

(3) افزایش می یابد ، زیرا برخوردهای اتفاقی بین مولکول ها زیاد می شود.

(4) موارد 1 و 2 صحیح است.

5- نرخ انتقال حرارت هدایتی افزایش می یابد اگر :

(1) دانسیته کاهش می یابد. (2) ضریب انتقال حرارت هدایتی افزایش یابد.

(3) گرمای ویژه کاهش می یابد. (4) هر سه مورد فوق

6- ترمومتری برای اندازه گیری دمای محصولات احتراق به کار می رود. اگر محصولات احتراق با سرعت

10 sec/m حرکت کند ، خطای اندازه گیری دما بیشتر است یا وقتی محصولات ساکن باشند؟

(1) وقتی با سرعت 10 m/sec حرکت کند. (2) وقتی ساکن است.

(3) در هر دو حالت خطا یکسان است. (4) با اطلاعات فوق نمی توان پیش بینی کرد.

7- لمس یک فلز مس در دمای 100 C بیشتر دست را می سوزاند و یا یک تکه چوب بلوط هم شکل و هم

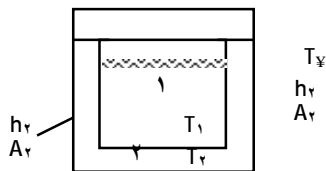
اندازه در دمای 150 C° چرا با فرض یکسان بودن سطوح تماس ظاهری $a = 0/661$ چوب ، $a_{ca} = 11/2$

(1) چوب بلوط چون درجه حرارت آن بالاتر است . (2) فلز مس چون سطح تماس واقعی آن بیشتر است.

(3) فلز مس ، چون ضریب هدایت حرارتی (K) آن بیشتر است. (4) هیچ کدام

8- برای سیستم انتقال حرارت مطابق شکل ، با فرض انتقال حرارت متمرکز (Lumped capacity) کدام

یک از گزینه ها به درستی مسأله را فرموله می کند؟



$$h_1 A_1 (T_1 - T_2) = -r_1 C_1 V_1 \frac{dT_1}{dt} \quad (1)$$

$$h_2 A_2 (T_1 - T_2) = -r_1 C_1 V_1 \frac{dt_1}{dt} \quad (2)$$

$$h_1 A_1 (T_2 - T_1) + h_2 A_2 (T_2 - T_\infty) = -r_2 C_2 V_2 \frac{dt_2}{dt} \quad (3)$$

(4) گزینه 1 و 3 به طور همزمان

پاسخ تست

تست 1) گزینه 2 صحیح است.

$$\text{کل انرژی دریافت شده} = 0.8 \times 900 = 720 \frac{w}{m^2}$$

$$\text{کل انرژی جذب شده} = 720 - 20(20) = 320 \frac{w}{m^2}$$

$$\text{بازده } h = \frac{320}{720} \times 100 = 44.4\%$$

تست 2) گزینه 1 صحیح است. بستگی به وضعیت قرار گرفتن مخروط ندارد.

تست 3) گزینه 1 صحیح است.

تست 4) گزینه 1 صحیح است. (ضریب هدایت زیاد می شود).

تست 5) گزینه 4 صحیح است.

تست 6) گزینه 2 صحیح است. چرا که در این حالت (وقتی متحرک است) h بیشتر است.

تست 7) گزینه 4 صحیح است.

تست 8) گزینه 3 صحیح است. با نوشتن معادلات بقاء انرژی به گزینه 3 می رسیم.

نکته 1: بازده جمع آوری کننده نسبت انرژی جذب شده به کل انرژی ورودی است. (تست 1)

نکته 2: با توجه به معادلات توزیع گرما مشاهده می شود که نرخ انتقال حرارت ربطی به جهت و نحوه قرار گرفتن جسم

ندارد. (تست 2)

نکته 3: برای مقایسه انتقال حرارت هدایتی با یکدیگر بهتر است که از $a = \frac{k}{rc}$ استفاده شود. (تست 3)، (تست 5)

که ضریب نفوذ حرارتی نام دارد.

نکته 4: ضریب هدایت حرارتی گازها با افزایش دما زیاد می شود. (تست 4)

نکته 5: ضریب هدایتی جامدات و مایعات (به جز آب و گلیسرین) به طور کلی با افزایش دما کاهش می یابد. (تست 4)

نکته 6: دمای ترمومتر موجود در گاز، هر چقدر h را بزرگ تر کنیم دقیق تر خواهد شد. (تست 6)

نکته 7: هر چقدر \sqrt{krc} جسمی بزرگ تر باشد دمایی که ما از آن جسم حس می کنیم به دمای جسم نزدیک تر

خواهد بود. (تست 7)

نکته 8: با نوشتن معادلات بقاء انرژی می توان تغییرات دما بر حسب زمانی را محاسبه کرد. (تست 8)

انتقال حرارت هدایتی

بنا بر اصل بقاء انرژی، مجموع انرژی های ورودی و تولید شده برابر با انرژی های خروجی و ذخیره شده می باشد.

$$q_{in}^0 + q_g^0 = q_{out}^0 + q_{st}^0 \quad (1-2)$$

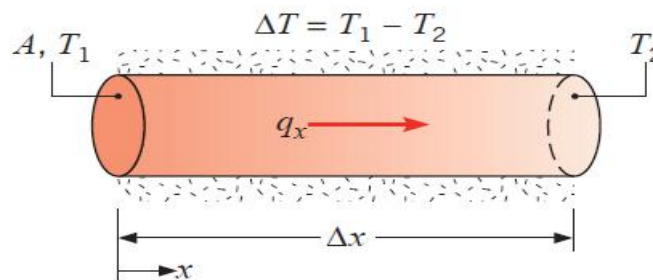
نرخ افزایش انرژی ذخیره شده + نرخ خروج انرژی = نرخ تولید انرژی + نرخ ورود انرژی

عبارت های انرژی ورودی و خروجی پدیده های سطحی اند، یعنی فقط با فرآیندهایی که در سطح کنترل رخ می دهد مربوط اند و با مساحت سطح متناسب اند. در حالی که ذخیره انرژی و تولید انرژی پدیده های حجمی هستند و با اندازه حجم متناسب اند.

1-2- معادله نرخ رسانایی

قانون فوریه مبتنی بر پدیده است، یعنی از مشاهده پدیده های تجربی، نه از اصول اولیه، استخراج شده است. برای

مثال آزمایش رسانایی در حالت یک بعدی را در نظر بگیرید.



شکل 1-2- رسانایی گرمایی در حالت دائم.

در این حالت داریم:

$$q_x \propto A \quad q_x \propto \Delta T \quad q_x \propto \frac{1}{\Delta x} \quad \Rightarrow \quad q_x \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

با تغییر جنس ماده (از فلز به پلاستیک) مشاهده می کنیم که رابطه فوق هنوز هم برقرار است ولی برای مقادیر یکسان

A ، Δx و ΔT مقدار q_x مربوط به پلاستیک کمتر از فلز است. با معرفی ضریبی که به جنس ماده بستگی دارد، این

تناسب را می توان به معادله تبدیل کرد. یعنی:

$$q_x = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (2-2)$$

حد رابطه وقتی $\Delta x \rightarrow 0$ نرخ گرما را می‌دهد $q_x = -KA \frac{dT}{dx}$ یا برحسب شار گرما

$$q_x'' = \frac{q_x}{A} = -k \frac{dT}{dx} \quad (3-2)$$

قانون فوریه نشان می‌دهد که شار گرما یک کمیت جهت‌دار است. در واقع جهت q_x'' بر سطح مقطع A عمود است. نظر به اینکه شار گرما یک کمیت برداری است، معادله نرخ رسانایی گرما (قانون فوریه) را می‌توان به صورت کلی‌تر زیر نوشت:

$$q'' = -k \nabla T = -k \left(\hat{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

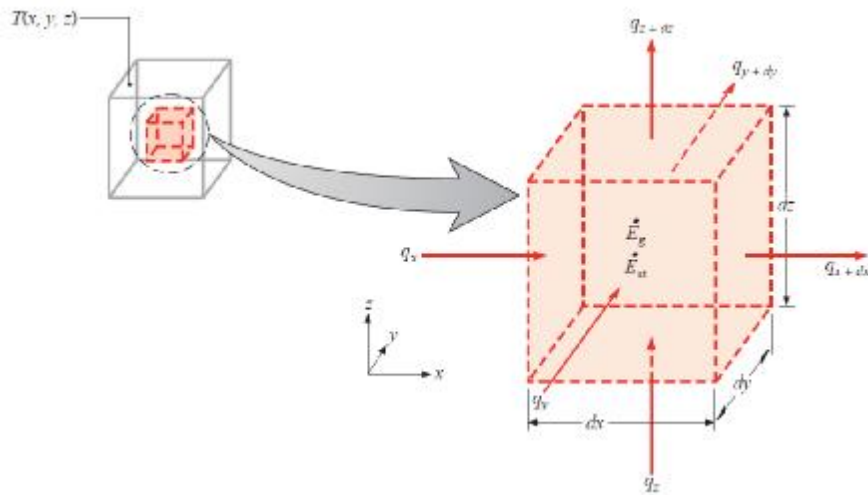
$$q'' = \hat{i} q_x'' + \hat{j} q_y'' + \hat{k} q_z'' \quad (4-2)$$

$$q_x'' = -k \frac{\partial T}{\partial x}, q_y'' = -k \frac{\partial T}{\partial y}, q_z'' = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

2-2- معادله پخش گرما

هدف اصلی تجزیه و تحلیل رسانایی گرما تعیین میدان دما در یک ماده در اثر شرایط تحمیل شده بر مرزهای آن است. وقتی توزیع دما معلوم باشد می‌توان شار گرما (با استفاده از قانون فوریه)، تنش‌های گرمایی، انبساط، خمیدگی جامدات، استقامت مواد و بسیاری کمیت‌های مهم دیگر را نیز مشخص کرد.

شکل زیر را در نظر بگیرید:



شکل 2-1- حجم کنترل دیفرانسیلی برای تحلیل رسانایی در مختصات کارتزین.

با استفاده از تعریف مشتق داریم:

$$\frac{q_{x+dx} - q_x}{dx} = \frac{\partial q_x}{\partial x} \Rightarrow q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx$$

به همین ترتیب می‌توان q_{y+dy} و q_{z+dz} را هم بدست آورد.

در صورتی که منبع انرژی نیز وجود داشته باشد نرخ تولید انرژی گرمایی به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{q}_g = \dot{q}^0 dV = \dot{q}^0 dx dy dz$$

که در آن \dot{q}^0 انرژی تولید شده در واحد حجم است. اگر تغییری در فاز صورت نگیرد اثرهای انرژی نهان بی‌تأثیر و خواهیم داشت:

$$\dot{q}_{st} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz$$

در نتیجه با اعمال معادله (2-1) برای حالت کلی شکل (2-1) خواهیم داشت:

$$\Rightarrow q_x + q_y + q_z + \dot{q}^0 dx dy dz = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz} + \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz$$

با جایگذاری مقادیر q_x ، q_y ، q_z و تقسیم رابط بر $dx dy dz$ داریم:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q^0 = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5-2)$$

اغلب با حالت‌های ساده شده معادله سر و کار داریم.

1. اگر شرایط دایم باشد، $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ است و در نتیجه جمله حاوی $\frac{\partial T}{\partial t}$ حذف خواهد شد.

2. اگر انتقال حرارت دو بعدی باشد $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ است و در نتیجه جمله حاوی $\frac{\partial}{\partial z}$ حذف خواهد شد.

3. اگر انتقال حرارت یک بعدی باشد $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ و $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ است و در نتیجه جمله حاوی $\frac{\partial}{\partial y}$ و $\frac{\partial}{\partial z}$ حذف خواهد شد.

شد.

4. اگر ضریب هدایت گرمایی ثابت باشد k از داخل مشتق بیرون می‌آید و در نتیجه با تقسیم طرفین رابطه بر k داریم:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q^0}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (6-2)$$

2-2-2- مختصات استوانه‌ای

در مختصات استوانه‌ای داریم:

$$q'' = -k \nabla T = -k \left(e_r \frac{\partial T}{\partial r} + e_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} + e_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2-7)$$

$$\Rightarrow q_r'' = -k \frac{\partial T}{\partial r}, q_\theta'' = -\frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta}, q_z'' = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

در این حالت شکل کلی معادله گرما به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q^0 = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-8)$$

3-2-2- مختصات کروی

شکل کلی بردار شار و قانون فوریه در مختصات کروی به صورت زیر است:

$$q'' = -k \nabla T = -k \left(e_r \frac{\partial T}{\partial r} + e_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + e_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \phi} \right)$$

$$q'' = e_r q_r'' + e_\theta q_\theta'' + e_\phi q_\phi'' \quad (9-2)$$

$$q_r'' = -k \frac{\partial T}{\partial r}, q_\theta'' = -\frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta}, q_\phi'' = \frac{-k}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \phi}$$

شکل عمومی معادله گرما در مختصات کروی به صورت زیر است:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (kr^2 \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (k \frac{\partial T}{\partial \phi}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (k \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta}) + q'' = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (10-2)$$

نکته: موارد مطرح شده برای ساده سازی معادلات در مختصات کروی و استوانه‌ای هم صادق است. برای مثال برای

مختصات کروی اگر حالت دائم باشد $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ و جمله حاوی $\frac{\partial}{\partial t}$ حذف می‌شود. اگر مسأله یک بعدی باشد جملات

حاوی $\frac{\partial}{\partial \theta}$ و $\frac{\partial}{\partial \phi}$ حذف می‌شوند و ...

3-2-3- شرایط مرزی و اولیه

برای حل معادله گرما به منظور تعیین توزیع دما باید شرایط در مرزهای سیستم توسط عباراتی ریاضی معین شده باشد، این عبارات ریاضی شرایط گرمایی در مرزهای سیستم را شرایط مرزی می‌گوییم. در مسائل انتقال حرارت هدایتی برای تعیین توزیع دما یا باید مقدار T روی مرز مشخصی باشد (شرط مرزی نوع اول یا دیریشله) یا مشتق دما روی مرز معین باشد (شرط مرزی نوع دوم یا نیومن) و یا ترکیبی خطی از مشتق دما و مقدار دما بر روی مرز معلوم باشد (شرط مرزی نوع سوم یا رایبین). اگر مسئله غیردائم باشد (دمای T به زمان t وابسته باشد) در این صورت علاوه بر شرایط مرزی باید دما در همه نقاط جسم در یک زمان اولیه (معمولاً $t=0$) معین باشد.

به عبارت ریاضی که شرط فوق را مشخص می‌کند شرط اولیه می‌گوییم. به عنوان مثال در مختصات کارتزین شکل عمومی شرط اولیه به صورت $T(x,y,z,0) = f(x,y,z)$ است که در آن تابع $f(x,y,z)$ بیانگر توزیع دما در

جسم در لحظه $t=0$ است. برای مثال اگر ماده در زمان $t=0$ در دمای یکنواخت T_1 باشد آنگاه معادله فوق به صورت

$$T(x, y, z, 0) = T_1 \text{ در می آید.}$$

دقت کنید که در شرایط دائم، هیچ مشتق زمانی در معادله گرما ظاهر نمی شود و در نتیجه نیازی به شرط اولیه نداریم.

بر روی مرز تولید و ذخیره انرژی وجود ندارد بنابراین جملات تولید و ذخیره انرژی در معادله بقای انرژی (معادله 1-2)

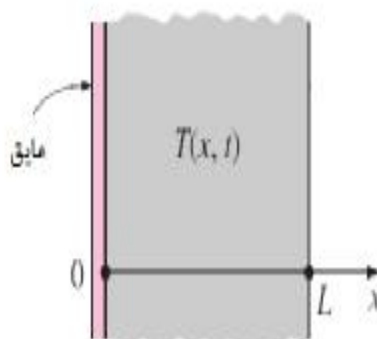
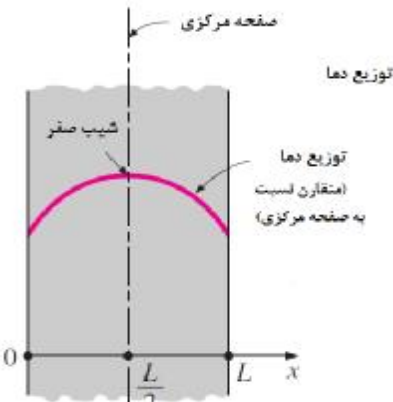
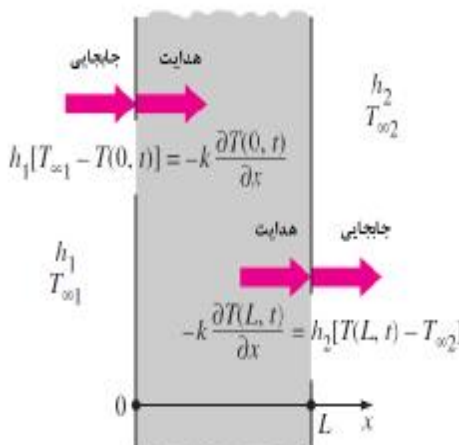
صفر هستند و در نتیجه معادله بقای انرژی برای هر مرز دلخواه به صورت زیر در می آید:

$$\dot{q}_{in} = \dot{q}_{out} \quad (11-2)$$

نرخ انرژی خارج شده از سطح مرزی = نرخ انرژی وارد شده به سطح مرزی

به طور کلی در مواجهه با مسایل انتقال حرارت، اغلب با حالت های زیر مواجه هستیم:

$T(0, t) = T_{S,0}$ $T(L, t) = T_{S,L}$		<p>1. دمای سطح ثابت</p>
$q_0 = -K \frac{\partial T(0, t)}{\partial x}$ $q_L = -k \frac{\partial T(L, t)}{\partial x}$		<p>2. شار گرمای معین</p>

<p>یا</p> $k \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0$ $\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0$		<p>2. الف - مرز عایق</p>
$\frac{\partial T(L/2,t)}{\partial x} = 0$	 $\frac{\partial T(L/2,t)}{\partial x} = 0$	<p>2. ب - تقارن حرارتی</p>
$h_1(T_{\infty_1} - T(0,t)) = -k \frac{\partial T(0,t)}{\partial x}$ <p>و</p> $-k \frac{\partial T(L,t)}{\partial x} = h_2(T(L,t) - T_{\infty_2})$		<p>3. شرط مرزی جابجایی</p>

$\varepsilon_1 \sigma [T_{surr,1}^4 - T(0,t)^4] =$ $-k \frac{\partial T(0,t)}{\partial x}$ <p style="text-align: center;">و</p> $-k \frac{\partial T(L,t)}{\partial x} =$ $\varepsilon_2 \sigma [T(L,t)^4 - T_{surr,2}^4]$		<p>4- شرط مرزی تشنع</p>
$T_A(x_0,t) = T_B(x_0,t)$ <p style="text-align: center;">و</p> $-k_A \frac{\partial T_A(x_0,t)}{\partial x} =$ $-k_B \frac{\partial T_B(x_0,t)}{\partial x}$		<p>5- سطح مشترک</p>

4-2- سطوح گسترش یافته (پره ها)

معادله سرمایش نیوتن را در نظر بگیرید:

$$q = hA(T_s - T_\infty) \quad (12-2)$$

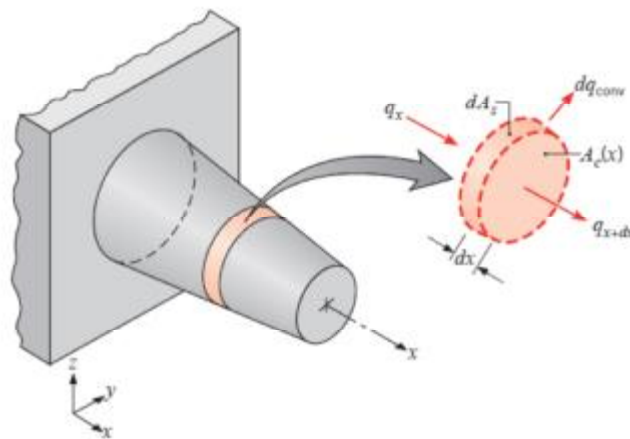
اگر دمای سطح T_s ثابت باشد، سه راه برای افزایش انتقال گرما از سطح وجود دارد. افزایش ضریب جا به جایی h ، کاهش دمای سیال T_∞ و افزایش مساحت سطح.

در بسیاری از موارد افزایش h به دلیل هزینه‌های اضافی ناشی از تأمین برق پمپ یا فن راه مطلوبی برای افزایش انتقال گرما نیست. به علاوه انتخاب دوم یعنی کاهش T_∞ عملی نیست. پس بهترین راه برای افزایش انتقال گرما افزایش مساحت سطح است. این کار را می‌توان با استفاده از پره‌هایی که روی سطح نصب می‌شود انجام داد.

در حالت ایده‌آل، ضریب رسانایی جنس پره بایستی زیاد باشد تا تغییرات دما از پای پره تا نوک آن حداقل باشد. اگر ضریب رسانایی گرمای پره بی‌نهایت باشد تمام پره در دمای پای پره خواهد بود، در نتیجه انتقال گرمای حداکثر رخ می‌دهد.

2-5- شکل کلی معادله انرژی برای یک سطح گسترش یافته یک بعدی

پره شکل زیر را در نظر بگیرید.



فرض می‌کنیم رسانایی در جهت طولی (x) یک بعدی باشد. همچنین فرض می‌کنیم شرایط دایم، ضریب رسانایی گرما در پره و ضریب انتقال حرارت جابجایی ثابت هستند، تابش از سطح ناچیز و تولید گرمای داخلی وجود ندارد. حال با نوشتن موازنه انرژی (معادله 2-1) برای المان دیفرانسیلی شکل خواهیم داشت:

$$q_{in}^o + \dot{q}_g^o = q_{out}^o + \dot{q}_{st}^o \Rightarrow q_{in}^o = q_{out}^o \Rightarrow q_x = q_{x+dx} + dq_{conv} \quad (2-13)$$

از قانون فوریه می‌دانیم:

$$q_x = -kA_c \frac{dT}{dx}$$

همچنین با استفاده از بسط تیلور داریم:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx} dx$$

نرخ انتقال گرمایی جابجایی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$dq_{conv} = h\delta A_s (T - T_\infty)$$

با جایگذاری مقادیر فوق در معادله (2-13) خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dx} \left(A_c \frac{dT}{dx} \right) - \frac{h}{K_c} \frac{dA_s}{dx} (T - T_\infty) = 0$$

یا

(14-2)

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c} \frac{h}{K_c} \frac{dA_s}{dx} \right) (T - T_\infty) = 0$$

2-5-1- پره‌های با سطح مقطع یکنواخت (پره‌های سوزنی و مستطیلی)

برای این نوع پره‌ها A_c ثابت است و $A_s = Px$ است که در آن P محیط پره و A_s مساحت سطح از پای پره

تا x است. در نتیجه $\frac{dA_c}{dx} = 0$ و $\frac{dA_s}{dx} = P$ است پس معادله (14-2) به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_c} (T - T_\infty) = 0 \quad (15-2)$$

با یک تغییر متغیر ساده معادله بالا ساده می‌شود. اگر $\theta(x) \equiv T(x) - T_\infty$ آن‌گاه چون T_∞ ثابت است $\frac{dT}{dx} = \frac{d\theta}{dx}$

و در نتیجه معادله به صورت

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \quad (16-2)$$

در می‌آید که در آن $m^2 \equiv \frac{hP}{kA_c}$.

معادله فوق یک معادله خطی همگن مرتبه 2 است و جواب عمومی آن به صورت زیر است:

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad (17-2)$$

برای محاسبه ضرایب C_1 و C_2 به دو شرط مرزی نیاز داریم. یکی از این شرایط مرزی را می‌توان برحسب دمای پره

($x=0$) بیان نمود:

$$\theta(0) = T_b - T_\infty \equiv \theta_b \quad (18-2)$$

شرط دوم که در نوک پره ($x=L$) مشخص می‌شود ممکن است به یکی از چهار حالت فیزیکی متفاوت مربوط شود.

الف - انتقال حرارت جابجایی در نوک پره

در این حالت با نوشتن موازنه انرژی در نوک پره (معادله 2-11) خواهیم داشت:

$$h \theta(L) = -k \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} \quad hA_c(T(L) - T_\infty) = -k A_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} \Rightarrow \quad (19)$$

در نتیجه با جایگذاری شرط مرزی نوک و انتهای پره در معادله (2-17) در نهایت خواهیم داشت:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x) + \left(\frac{h}{mk}\right) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + \left(\frac{h}{mk}\right) \sinh mL} \quad (20-2)$$

توجه کنید که گرادیان دما با افزایش x کاهش می‌یابد. این روند نتیجه کاهش انتقال گرمای رسانایی با افزایش x در نتیجه افت‌های پیوسته جابجایی از سطح پره است.

ب - عدم وجود جابجایی در نوک پره

در این حالت شرط مرزی دوم به صورت $\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0$ است. در این حالت توزیع دما به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(Lx)}{\cosh mL} \quad (21-2)$$

پ - دمای نوک پره معلوم

در این حالت دمای نوک پره مشخص است. یعنی شرط مرزی دوم به صورت $\theta(L) = \theta_L$ است. در نتیجه با جایگذاری شرط مرزی نوک و انتهای پره در معادله (2-17) توزیع دما به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\frac{\theta_L}{\theta_b} \sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL} \quad (22-2)$$

ت - پره خیلی طویل

اگر $L \rightarrow \infty$ و $\theta_L \rightarrow 0$ آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx} \quad (23-2)$$

2-5-2- انتقال گرمای کل از سطح پره

به طور کلی دو راه برای محاسبه انتقال گرمای کلی از سطح پره وجود دارد:

1. استفاده از قانون فوریه در پای پره: گرمای منتقل شده از پای پره به پره، توسط پره به محیط مجاورش انتقال می‌یابد.

$$q_f = q_b = -kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -kA \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0}$$

بنابراین با معلوم بودن توزیع دما مقدار کلی انتقال حرارت به سادگی از معادله فوق محاسبه می‌گردد. برای این کار از

معادله توزیع دما نسبت به x مشتق گرفته و x را برابر 0 قرار داده و نتیجه را در k ضرب می‌نماییم.

2. مجموع جابه‌جایی‌های گرمایی از پره به محیط برابر انتقال گرمای کل از سطح پره است.

$$q_f = \int hA(T - T_\infty) dx = \int hA \theta dx \quad (24-2)$$

واضح است که استفاده از روش اول برای محاسبه نرخ کلی انتقال گرما ساده‌تر است. نرخ کلی انتقال گرما برای هر 4

حالت قسمت قبل به سادگی از روش اول محاسبه شده و نتایج در جدول زیر خلاصه شده‌اند.

مورد	نرخ کلی انتقال گرما
جابجایی در نوک پره	$(25-2) q_f = M \frac{\sin(mL) + (h / mk) \cosh(mL)}{\cos(mL) + (h / mk) \sinh(mL)}$
عدم وجود جابجایی در نوک پره	$q_f = M \tanh(mL) \quad (26-2)$
دمای نوک پره معلوم	$-2) \quad q_f = M \frac{\cosh(mL) - \theta_L / \theta_b}{\sinh(mL)} \quad (27)$
پره خیلی طویل	$q_f = M \quad (28-2)$

$\theta = T - T_{\infty}$	$\theta_b = \theta_0 = T_{(x=0)} - T_{\infty}$	$\theta_L = T_{(x=L)} - T_{\infty}$
$m^2 = hP / kA_c$		$M = \sqrt{hPkA_c} \theta_b$

3-5-2- پره‌های با سطح مقطع غیریکنواخت

اگر سطح مقطع پره غیریکنواخت باشد از آنجایی که دیگر جمله دوم در معادله (14-2) صفر نخواهد بود. تجزیه و تحلیل رفتار آن پیچیده خواهد شد. بسیاری از پره‌های مورد استفاده در قطعات و دستگاه‌های صنعتی سطح مقطع ثابت ندارند. در این جا بررسی نحوه به دست آوردن معادله توزیع دما برای پره می‌پردازیم. لازم به ذکر است که در همه حالت‌ها برای شروع از معادله (14-2) استفاده می‌کنیم.

الف - پره‌های مثلثی

شکل زیر را در نظر بگیرید. با توجه به شکل $P = 2(x + y)$ و $A_c = yz$ و $dA = Pdx$ خواهد بود. با

استفاده از خواص مثلث قائم الزاویه داریم:

$$\frac{\delta}{L} = \frac{y}{x} \Rightarrow y = \frac{\delta}{L}x \Rightarrow A_c = zy = z \frac{\delta}{L}x$$

$$, \quad P = 2\left(z + \frac{\delta}{L}x\right)$$

در پره‌های مثلثی $L \gg Z$ است بنابراین $P \approx 2z$ در نتیجه با جایگذاری روابط P و A_c در معادله (14-2) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dT}{dx} - \left(\frac{L}{Z\delta x} \times \frac{h}{k_c} \times 2z \right) (T - T_{\infty}) = 0$$

$$x \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{dT}{dx} - \frac{2hL}{k_c \delta} (T - T_{\infty}) = 0 \quad (29-2)$$

پاسخ کلی معادله فوق به صورت ترکیبی از تابع اصلاح شده بسل نوع اول و نوع دوم از درجه صفر است.

ب - پره‌های مخروطی

شکل زیر را در نظر بگیرید. با توجه به شکل $P = 2\pi r$ و $A = \pi r^2$ است. از طرفی با استفاده از خواص مثلث

قائم الزاویه داریم: $r = \frac{P}{L}x$ در نتیجه $A_c = \pi \left(\frac{R}{L}x\right)^2$ و $P = 2\pi \frac{R}{L}x$ است. با جایگذاری روابط P و A_c در

معادله (14-2) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{\pi \left(\frac{R}{L}x\right)^2} \times \frac{h}{k_c} \times 2\pi \frac{R}{L}x \right) (T - T_\infty) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 \frac{dT}{dx} + 2x \frac{dT}{dx} + \frac{2hL}{k_c R} x (T - T_\infty) = 0 \quad (30-2)$$

مثال 34

پ - پره‌های حلقوی

شکل زیر را در نظر بگیرید. با توجه به شکل $A_c = 2\pi r \delta$ ، $P = 2\pi r \times 2$ و $dA_s = Pdr$ است. با تعویض r و x

در معادله اصلی و استفاده از روابط فوق داریم:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} - \frac{1}{2\pi r \delta} * \frac{h}{k_c} * 4\pi r = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} - \frac{2h}{Kt} (T - T_\infty) = 0 \quad (31-2)$$

2-5-4- عملکرد پره

پره یک مقاومت رسانایی در مقابل انتقال گرما از سطح اصلی بوجود می‌آورد. بنابراین هیچ ضمانتی برای افزایش

نرخ انتقال گرما با استفاده از پره وجود ندارد. کارآیی پره به صورت نرخ انتقال گرما با پره به نرخ انتقال گرمای بدون پره

تعریف می‌شود. یعنی

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{h A_{c,b} \theta_b} \quad (32-2)$$

که در آن $A_{c,b}$ مساحت سطح مقطع در پای پره است. در هر طراحی معقولی مقدار ε_f باید تا حد ممکن زیاد باشد و به طور کلی از پرها زمانی استفاده می‌شود که $\varepsilon_f \geq 2$ باشد. برای پره بی‌نهایت بلند داریم:

$$\varepsilon_f = \left(\frac{kP}{h A_c} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (33-2)$$

از رابطه فوق نتایج زیر حاصل می‌گردد:

1. کارایی پره با انتخاب ماده‌ای با ضریب رسانایی k بالا مانند مس و آلومینیوم افزایش می‌یابد. هرچند مس ضریب رسانایی بیشتری دارد ولی در عمل از آلیاژهای آلومینیوم به علت سبکی و ارزانی بیشتر استفاده می‌شود.
2. کارایی پره با افزایش نسبت محیط به مساحت سطح مقطع زیاد می‌شود. به همین دلیل از پره‌های نازک به فاصله کم از یکدیگر استفاده می‌شود.
3. استفاده از پرها هنگامی که ضریب جا به جایی h کوچک باشد بیشتر قابل توجه است. بنابراین در کاربرهای مایع به گاز (مانند رادیاتور اتومبیل) پرها معمولاً در سمت گاز که h آن کوچکتر است نصب می‌گردند. همچنین هنگامی که L به سمت بی‌نهایت می‌رود حد بالایی ε_f به دست می‌آید. اما از آنجایی که $\tanh(2.3) = 0.98$ ، بیشترین مقدار انتقال گرمای مجاز از یک پره با نوک آدیاباتیک وقتی حاصل می‌گردد که $mL = 2.3$ باشد. یعنی افزایش طول پره به مقدار بیشتر از $L = \frac{2.3}{m}$ تأثیر محسوسی بر افزایش انتقال گرما ندارد.

2-5-5- بازده پره

حداکثر نرخ انتقال گرما هنگامی رخ می‌دهد که تمام سطح پره در دمای پای پره باشند ولی چون هر پره مقاومت رسانایی مشخصی دارد لذا گرادیان دما در پره وجود دارد و شرط فوق یک شرط ایده‌آل است. راندمان پره به صورت نرخ انتقال گرما از پره به نرخ انتقال گرمای ایده‌آل از پره تعریف می‌شود.

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{\max}} = \frac{q_f}{h A_f \theta_b} \quad (34-2)$$

که در آن A_f مساحت سطح پره است.

برای پره مستقیم با سطح مقطع یکنواخت نوک آدیباتیک با مراجعه به جدول 1 خواهیم داشت:

$$\eta_f = \frac{M \tan h mL}{hPL\theta_b} = \frac{\tan h mL}{mL} \quad (35-2)$$

در رابطه فوق اگر L به سمت 0 و ∞ میل کند بیشترین و کمترین مقدار η_f به ترتیب یک و صفر خواهد بود. یعنی راندمان پره با افزایش طول کاهش می‌یابد. البته راندمان پره براساس طول بهینه نمی‌گردد. یعنی برای افزایش راندمان طول پره را کاهش نمی‌دهیم.

2-5-6- بازده کلی سطح

بازده کل سطح برای مجموعه‌ی پره‌ها به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\eta_0 = \frac{q_t}{q_{max}} = \frac{q_t}{h A_t \theta_b} \quad (36-2)$$

که در آن q_t نرخ انتقال حرارت کلی A_t مساحت کل پره‌ها و سطح اصلی است اگر تعداد پره‌ها N ، مساحت هر کدام A_f و مساحت سطح اصلی A_b باشد آن‌گاه $A_t = NA_f + A_b$.

برای پره بسیار بلند با سطح مقطع یکنواخت با جایگذاری معادله (25-2) در معادله (31-2) خواهیم داشت:

$$\eta_f = \frac{1}{mL} \quad (37-2)$$

همچنین نرخ کلی انتقال حرارت به صورت مجموع انتقال حرارت از سطح اصلی و پره‌ها است یعنی:

$$q_t = N\eta_f h A_f \theta_b + h A_b \theta_b \quad (38-2)$$

با ترکیب روابط فوق بازده کل برحسب بازده یک پره به صورت زیر خواهد بود:

$$\eta_0 = 1 - \frac{NA_f}{A_t} (1 - \eta_f) \quad (39-2)$$

اگر پره‌ها با عمل ماشین کاری روی سطح اصلی تولید شود هیچ گونه مقاومت سطح تماسی وجود ندارد اما معمولاً پره‌ها جداگانه تولید و به سطح اصلی متصل می‌گردند. در این صورت مقاومت سطح تماس وجود دارد که ممکن است بر عملکرد گرمایی کل اثر منفی بگذارد. در این حالت بازده کلی سطح به صورت زیر خواهد بود:

$$\eta_{0(c)} = 1 - \frac{NA_f}{A_t} \left(1 - \frac{\eta_f}{C_1} \right) \quad (40-2)$$

که در آن $C_1 = 1 + \eta_f h A_f \left(\frac{R_{t,c}''}{A_{c,b}} \right)$ است. با توجه به رابطه فوق واضح است که هرچه مقاومت سطح تماس در این حالت کمتر باشد پره راندمان بالاتری دارد.

7-5-2- طول اصلاح شده

نشان داده شده است که به جای رابط نسبتاً سخت برای انتقال گرما از یک پره با جابجایی در نوک می‌توان از نتایج پره با نوک آدیاباتیک استفاده نمود و پیش‌بینی‌های تقریبی و در عین حال دقیقی انجام داد. در این حالت باید از طول اصلاح شده استفاده کرد که برای پره مستطیلی برابر $L_c = L + \frac{t}{2}$ و برای پره سوزنی $L_c = L + \frac{d}{4}$ است. بنابراین نرخ انتقال گرمای کلی برابر

$$q_f = M \tanh mL_c \quad (41-2)$$

و بازده مربوطه برابر

$$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c} \quad (42-2)$$

خواهد بود. برای پره مستطیلی اگر $\frac{ht}{k} < \frac{1}{16}$ و برای پره سوزنی اگر $\frac{hd}{2k} < \frac{1}{16}$ باشد خطای ناشی از این تقریب ناچیز است.

8-5-2- در چه حالت‌های استفاده از پره‌ها مفید نیست

اگر مقدار ضریب انتقال حرارت جابجایی زیاد باشد، مانند هنگامی که سرعت سیال زیاد است یا در مایعات در حال چوشش، پره‌ها ممکن است باعث کاهش انتقال حرارت گردند زیرا مقاومت انتقال حرارت هدایتی بیانگر ممانعت و مقاومت بزرگتر در مقابل جریان حرارت نسبت به مقاومت جابجایی است.

مجموعه نکات

نکته 1: قانون فوریه یک عبارت برداری است که نشان می دهد شارگرما بر سطوح همدمما عمود است و در جهت کاهش دما است.

نکته 2: قانون فوریه برای تمام حالت های ماده اعم از جامد و مایع گاز قابل استفاده است.

نکته 3: معادلات پخش گرما در مختصات کارتزین:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = r C_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

K ثابت باشد می توان آن ها را از داخل پرانتز بیرون آورد و در صورتی که **steady** باشد ترم سمت راست معادله حذف

می شود چرا که $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ می شود.

نکته 4: معادلات پخش گرما در مختصات استوانه ای:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(Kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(K \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = r c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

که آن را هم می توان مانند بالا ساده کرد.

نکته 5: معادلات پخش گرما در مختصات کروی:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(Kr^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(K \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \phi} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(King \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \dot{q} = r c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

نکته 6: معادلات یک بعدی در دستگاه های مختلف دارای اهمیت فراوانی هستند.

کارترین $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0$ در جهت x

استوانه $\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$ در جهت r

کروی $\frac{\partial}{\partial x} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$ در جهت r

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(x^n \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0$$

برای کارترین: $n=0$

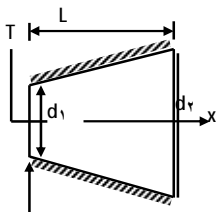
برای استوانه ای: $n=1$ برای کروی: $n=2$

مجموعه تست

1- در انتقال حرارت یک بعدی و با منبع یکنواخت Q در واحد حجم و در حالت پایدار حرارتی زمانی که ضریب هدایت حرارتی تابعی از درجه حرارت باشد کدام معادله دیفرانسیل صحیح است؟

$$1. \frac{1}{a} \frac{d^2 T}{dx^2} + q = 1 \quad 2. \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{a} \frac{dT}{dx} \right] + q = 0 \quad 3. \frac{d}{dx} \left[k \frac{dT}{dx} \right] + q = 0 \quad 4. \frac{d}{dx} \left[\frac{dT}{dx} \right] \frac{q}{k} = 0$$

2- در مخروط ناقص قاعده‌های آن به ترتیب d_1 و d_2 طول آن L می باشد در صورتی که دمای قاعده‌های کوچک و بزرگ به ترتیب T_{W1} و T_{W2} باشد، معادله دیفرانسیل هدایت کدام است؟



$$1. \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dT}{dx} = 0$$

$$2. \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dT}{dx} = 0$$

$$3. \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{d^2 T}{dy^2} = 0$$

$$4. \frac{d^2 T}{dx^2} + 2x \frac{dT}{dx} = 0$$

پاسخ

تست 1: گزینه ی 3 صحیح است. (با توجه به فرمول های ذکر شده در درس)

$$q = kA \frac{dT}{dx} = cte$$

تست 2: گزینه ی 2 صحیح است.

نکته 1: زمانی که سطح مقطع متغیر باشد ولی K ثابت باشد و q هم نداشته باشیم می توانیم گفت که :

$$\frac{d}{dx} \left(A \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad \frac{d}{dx} \left(KA \frac{dT}{dx} \right) = 0$$

است که این نتیجه ثابت بودن انتقال گرما در داخل جسم است. (به تست 2

مربوط است.)

رسانایی گرمایی دائم و یک بعدی

اگر دما در هر نقطه مستقل از زمان باشد، سیستم با شرایط حالت دائم مشخص می‌شود. در سیستم یک بعدی گرادیان دما فقط در امتداد یکی از محورهای مختصات وجود دارد و انتقال گرما تنها در این جهت رخ می‌دهد.

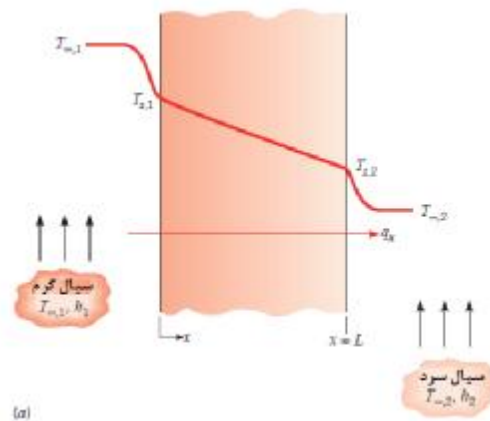
برای حل مسأله‌های رسانایی با روشی استاندارد، مراحل زیر را طی کنیم:

1. معادله کلی انتقال گرما را در نظر می‌گیریم.
2. با توجه به فرضیات انجام شده معادله را ساده سازی می‌کنیم.
3. با حل معادله ساده سازی شده جواب عمومی توزیع دما را به دست می‌آوریم.
4. با استفاده از شرایط مرزی جواب ویژه مسأله را به دست می‌آوریم.
5. با اعمال قانون فوریه نرخ انتقال گرما را محاسبه می‌کنیم.

3-1- رسانایی گرمای دائم و یک بعدی بدون تولید انرژی گرمایی

در این قسمت فرض می‌کنیم که هیچ گونه تولید انرژی گرمایی داخل جسم رخ نمی‌دهد و بنابراین در کلیه معادلات $q^0 = 0$ خواهد بود.

3-1-1- دیوار تخت



مرحله 1: شکل کلی معادله گرما در مختصات کارتزین (معادله 2-4) را در نظر می‌گیریم.

مرحله 2: در این حالت با توجه به این که شرایط دائم $(\frac{\partial}{\partial t} = 0)$ ، انتقال حرارت یک بعدی $(\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0)$ و تولید

انرژی داخلی $(q^0 = 0)$ است شکل مناسب معادله گرما به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (1-3)$$

اگر ضریب رسانایی گرما ثابت باشد معادله به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad (2-3)$$

مرحله 3: با دو بار انتگرال‌گیری، توزیع دما به صورت

$$T = C_1 x + C_2 \quad (3-3)$$

به دست می‌آید.

مرحله 4: برای بدست آوردن ثابت‌های C_1 و C_2 بایستی از شرایط مرزی استفاده کرد. با اعمال شرایط مرزی نوع اول

در $x=0$ و $x=L$ یعنی $T(0) = T_{s,1}$ ، $T(L) = T_{s,2}$ توزیع دما به صورت زیر در می‌آید:

$$T_{(x)} = (T_{s,2} - T_{s,1}) \frac{x}{L} + T_{s,1} \quad (4-3)$$

مرحله 5: در نهایت نرخ انتقال گرما به سادگی با اعمال قانون فوریه به دست می‌آید:

$$q_x = -kA \frac{dT}{dx} = \frac{kA}{L} (T_{s,1} - T_{s,2}) \quad (5-3)$$

نکته: برای بدست آوردن واحد هر کمیتی باید یک رابطه ساده که در آن کمیت مورد نظر وجود دارد را در نظر گرفت و

با توجه به آن، واحد آن کمیت را تعیین نمود. بدین ترتیب واحد ضریب رسانایی گرما $\frac{w}{m.k}$ خواهد بود زیرا:

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \Rightarrow w = [k] m^2 \times \frac{k}{m} \Rightarrow [k] = \frac{w}{m.k}$$

نکته: شکل کلی معادله گرما در دیوار تخت به صورت $\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) = 0$ است. با یک بار انتگرال‌گیری مشاهده می‌کنیم

که

$$k \frac{dT}{dx} = \text{cte}$$

خواهد بود. بنابراین در دیواره تخت حاصلضرب k در $\frac{dT}{dx}$ (یا شار گرما) ثابت خواهد بود.

این نکته تاکنون بارها و بارها به شکل‌های گوناگون تست کنکور بوده است به عبارتی اگر $\frac{dT}{dx}$ در یک دیوار افزایش یابد

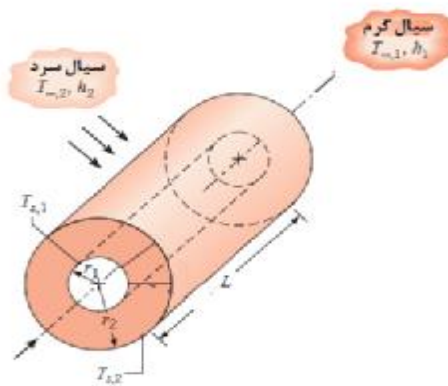
(شیب نمودار توزیع دما زیاد شود) مقدار k افزایش یافته و اگر $\frac{dT}{dx}$ در یک دیوار کاهش یابد (شیب نمودار توزیع دما

کاهش یابد) مقدار k کاهش یافته است همچنین اگر $\frac{dT}{dx} = cte$ باشد (نمودار توزیع دما خطی باشد) حتماً مقدار k

ثابت است.

3-1-2- استوانه توخالی

یک مثال متداول استوانه‌ی توخالی است که سطح درونی و بیرونی آن در معرض سیال با دماهای متفاوت است.



مرحله 1: برای استوانه معادلات گرما در سیستم استوانه‌ای (معادله 8-2) را در نظر می‌گیریم.

مرحله 2: انتقال حرارت دائم $(\frac{\partial}{\partial t} = 0)$ ، یک بعدی $(\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial z} = 0)$ و بدون تولید انرژی داخلی $(q^0 = 0)$ است.

بنابراین معادله (8-2) به صورت زیر ساده می‌شود

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (kr \frac{dT}{dr}) = 0 \quad (6-3)$$

اگر ضریب رسانایی گرما ثابت باشد با تقسیم طرفین معادله (3-) خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dr} (r \frac{dT}{dr}) = 0 \quad (7-3)$$

مرحله 3: با دو بار انتگرال‌گیری از معادله فوق شکل عمومی توزیع دما در استوانه به صورت زیر خواهد بود:

$$T = C_1 \ln r + C_2 \quad (8-3)$$

مرحله 4: با در نظر گرفتن شرایط مرزی $T_{(r_1)} = T_{s,1}$ و $T_{(r_2)} = T_{s,2}$ توزیع دما به صورت زیر در می‌آید:

$$T_{(r)} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s,2} \quad (9-3)$$

مرحله 5: نرخ انتقال گرما با اعمال قانون فوریه به صورت زیر خواهد بود:

$$q_r = -k A \frac{dT}{dr} = -k (2\pi r L) \frac{dT}{dr} = \frac{2\pi L k (T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (10-3)$$

نکته: با یک بار انتگرال‌گیری از شکل کلی معادله گرما برای این حالت به رابطه $q'' = kr \frac{dT}{dr} = cte$ می‌رسیم یا به

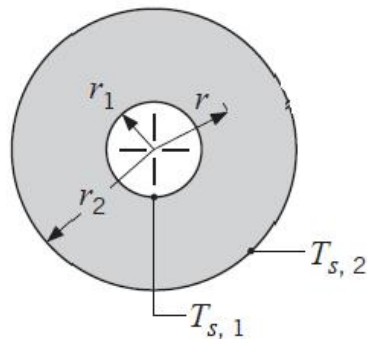
عبارتی در این حالت

$$k \frac{dT}{dr} \times r = cte \Rightarrow q'' \times r = cte \Rightarrow q'' = \frac{cte}{r} \quad (11-3)$$

بنابراین شار حرارتی تابعی از r است و با افزایش r کاهش می‌یابد. از طرفی با مراجعه به معادله (10-3) مشاهده

می‌کنیم که نرخ انتقال گرما در این حالت ثابت و مستقل از r است.

3-1-3- کره



مرحله 1: برای کره معادلات گرما در سیستم کروی (معادله 10-2) را در نظر می‌گیریم.

مرحله 2: انتقال حرارت دائم $(\frac{\partial}{\partial t} = 0)$ ، یک بعدی $(\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \phi} = 0)$ و بدون تولید انرژی داخلی $(q^0 = 0)$ است. بنابراین معادله (10-2) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(kr^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (12-3)$$

اگر ضریب رسانایی گرما ثابت باشد معادله به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (13-3)$$

مرحله 3: با دوبار انتگرال‌گیری از معادله فوق داریم:

$$T_{(r)} = -\frac{c_1}{r} + c_2 \quad (14-3)$$

مرحله 4: با در نظر گرفتن شرایط مرزی $T_{(r_1)} = T_{s,1}$ و $T_{(r_2)} = T_{s,2}$ توزیع دما به صورت زیر در می‌آید:

$$T_{(r)} = T_{s,1} - (T_{s,1} - T_{s,2}) \frac{\left(1 - \left(\frac{r_1}{r} \right) \right)}{\left(1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \right)} \quad (15-3)$$

مرحله 5: نرخ انتقال گرمایی هدایتی با اعمال قانون فوریه به صورت زیر خواهد بود:

$$q_r = -kA \frac{dT}{dr} = -k(4\pi r^2) \frac{dT}{dr} = \frac{4\pi k(T_{s,1} - T_{s,2})}{\left(\frac{1}{r_1} \right) - \left(\frac{1}{r_2} \right)} \quad (16-3)$$

نکته: مشابه استوانه، در این حالت هم با یکبار انتگرال‌گیری از معادله کلی (یعنی معادله 12-3) به رابطه

$$kr^2 \frac{dT}{dr} = cte \quad \text{می‌رسیم یا به عبارتی در این حالت}$$

$$K \frac{dT}{dr} \times r^2 = cte \Rightarrow q'' \times r^2 = cte \Rightarrow q'' = \frac{cte}{r^2} \quad (17-3)$$

بنابراین شار حرارتی تابع r است و با افزایش r کاهش می‌یابد. همچنین با توجه به معادله (12-3) نرخ انتقال گرمایی

در این حالت هم (مشابه استوانه) ثابت و مستقل از r است.

ذکر این نکته ضروری است که برای حل معادلات دمای دیواره‌های درونی و بیرونی را ثابت و برابر T_{s1} و T_{s2} فرض کردیم، در صورتی که در عمل دمای سیال مجاور دیوارها معلوم است نه دمای سطوح. اما چون دماهای سیال مجاور و سطح را به سادگی می‌توان از طریق موازنه انرژی سطحی با هم ارتباط داد، به آسانی می‌توان معادلات را برحسب دماهای سیال نیز بیان کرد.

3-2- مقاومت گرمایی

بین جریان الکتریکی و جریان گرما مشابهت وجود دارد. در این جا اختلاف دما (مشابه اختلاف پتانسیل در الکتریسیته) باعث بوجود آمدن جریان گرما (مشابه جریان الکتریکی) در جسم می‌گردد. بنابراین مقاومت گرمایی برای رسانایی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$R_{t,cond} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{q_x} \quad (18-3)$$

$$(R = \frac{V_1 - V_2}{I} \text{ در الکتریسیته})$$

واحد مقاومت گرمایی به صورت $\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}}$ است زیرا:

$$R_{t,cond} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{q_x} \Rightarrow [R_{t,cond}] = \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}}$$

در مواردی که نرخ انتقال گرما ثابت و به مختصات مکانی وابسته نیست می‌توان از مفهوم مقاومت گرمایی استفاده کرد. بنابراین با توجه به اینکه نرخ انتقال گرما از دیوار مسطح، استوانه و کره در حالت رسانایی یک بعدی دائم و بدون تولید انرژی گرمایی داخلی، ثابت است می‌توان برای آنها مقاومت گرمایی به صورت زیر تعریف کرد:

دیوار مسطح:

$$q = \frac{kA}{L} \Delta T \Rightarrow R = \frac{\Delta T}{q} = \frac{L}{kA} \quad (19-3)$$

استوانه:

$$q = \frac{2\pi Lk}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \Delta T \Rightarrow R = \frac{\Delta T}{q} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi Lk} \quad (20-3)$$

کره:

$$q = \frac{4\pi k}{\left(\frac{1}{r_1}\right) - \left(\frac{1}{r_2}\right)} \Delta T \Rightarrow R = \frac{\Delta T}{q} = \frac{\left(\frac{1}{r_1}\right) - \left(\frac{1}{r_2}\right)}{4\pi k} \quad (21-3)$$

مقاومت گرمایی جابجایی

$$q = h A \Delta T \Rightarrow R_{\text{conv.}} = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{hA} \quad (22-3)$$

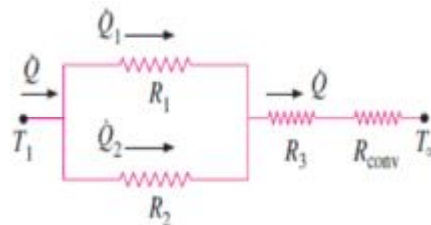
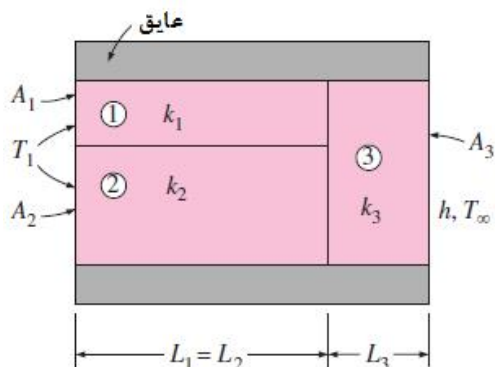
که در آن A سطح مقطع جسم است. به خاطر داریم که سطح مقطع استوانه برابر با $2\pi rL$ و سطح مقطع کره برابر $4\pi r^2$ است.

مقاومت گرمایی تشعشعی

$$q = h_r A \Delta T \Rightarrow R = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{h_r A} \quad (23-3)$$

3-3- دیوار مرکب

مدار معادل ابزاری مفید برای درک و محاسبه سیستم‌های پیچیده‌تری مانند دیوار مرکب است. این دیوارها شامل مقاومت‌های سری و موازی گرمایی اندک در اثر لایه‌های مختلف دیوار به وجود می‌آیند. در دیوار مرکب نرخ انتقال گرما بین نقطه دلخواه برابر اختلاف دمای دو نقطه تقسیم بر مقاومت گرمایی معادل بین آن دو نقطه است. به عنوان مثالی ساده یک دیواره مرکب همراه با مدار معادل آن در شکل زیر نشان داده شده است.



$$R_{\text{conv}} = \frac{1}{hA_3}, R_3 = \frac{L_3}{k_3A_3}, R_2 = \frac{L_2}{k_2A_2}, R_1 = \frac{L_1}{k_1A_1}$$

برای سیستم‌های مرکب ضریب انتقال گرمایی کلی U با عبارتی مانند قانون سرمایش نیوتن تعریف می‌گردد:

$$\frac{1}{UA} = \frac{\Delta T}{q} \quad \text{یا} \quad q = UA\Delta T \quad (24-3)$$

با مقایسه با رابطه مقاومت گرمایی به رابطه زیر می‌رسیم:

$$R_{\text{tot}} = \Sigma R_t = \frac{1}{UA} \quad (25-3)$$

با توجه به معادله (24-3) واضح است که واحد ضریب انتقال گرمایی کلی با واحد ضریب انتقال حرارت جابجایی یکسان و

$$\text{برابر } \frac{W}{m^2 \cdot K} \text{ است.}$$

3-4- مقاومت سطح تماس

دو میله را که مطابق شکل زیر به هم متصل شده‌اند را در نظر بگیرید. اطراف میله‌ها عایق است به طوری که حرارت فقط در یک جهت جریان دارد. مطابق شکل در نمودار دمای این دو جسم یک افت آنی در سطح تماس دو ماده دیده می‌شود که ناشی از مقاومت حرارتی سطح تماس است برای این شکل می‌توان مدار معادل حرارتی مطابق شکل در نظر گرفت.

در نتیجه:

$$q'' = \frac{q}{A} = \frac{T_1 - T_{2A}}{\frac{L_A}{K_A}} = \frac{T_{2A} - T_{2B}}{R_{t,c}''} = \frac{T_{2B} - T_2}{\frac{L_B}{K_B}} \quad (26-3)$$

مکانیزم فیزیکی مقاومت سطح تماس با بررسی جزئیات یک اتصال بهتر درک می‌گردد. دو عامل اصلی در تعادل حرارت در محل اتصال وجود دارد:

1. هدایت جامد به جامد در نقطه تماس

2. هدایت از طریق گازهای محبوس در فضای خالی ایجاد شده توسط اتصال

اگر مساحت اتصال جامد به جامد را با A_c و مساحت فضای خالی را با A_f نمایش دهیم مدار معادل در سطح تماس به صورت زیر است:

در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{R_{t,c}''} = \frac{1}{L_g} \left(\frac{2k_A k_B}{k_A + k_B} A_c + k_f A_f \right) \quad (27-3)$$

واضح است که چون معمولاً بین دو سطح را هوا پر کرده است جمله دوم در سمت راست معادله ناچیز بوده و می‌توان از آن صرف‌نظر نمود.

از مدل فیزیکی در نظر گرفته شده نتایج زیر حاصل می‌گردد:

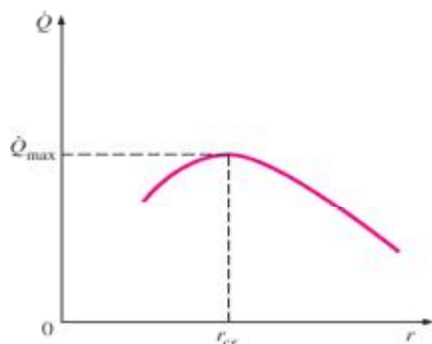
1. هرچه ضریب هدایت حرارتی سیال پرکننده شکاف‌های اتصال k_f بالاتر باشد مقاومت تماس کمتر خواهد بود. از این رو در بسیاری موارد برای کاهش مقاومت تماس از گریس‌های حرارتی به صورت ورق نازکی بین سطوح استفاده می‌شود.
2. با افزایش فشار تماس، سطح تماس دو جسم جامد A بیشتر شده و در نتیجه مقاومت سطح تماس کاهش می‌یابد.
3. با کاهش فشار گاز محیط: قابلیت هدایت حرارتی مؤثر گازی که به تله افتاده است k_f کاهش یافته و در نتیجه مقاومت تماس افزایش می‌یابد.

توجه کنید که انتقال حرارت تشعشعی از طریق اتصال نیز در هنگامی که درجه حرارت بسیار بالا است اهمیت می‌یابد.

3-5- شعاع بحرانی:

برای یک دیوار مسطح هرچه ضخامت عایق بیشتر شود مقاومت حرارتی افزایش می‌یابد و در نتیجه نرخ انتقال گرما کاهش می‌یابد. اما در سیستم‌های شعاعی به علت اثرهای متقابل افزایش ضخامت عایق بر مقاومت‌های گرمایی به نظر می‌رسد که یک ضخامت بحرانی وجود داشته باشد.

هرچند با افزایش ضخامت عایق مقاومت رسانایی زیاد می‌شود ولی به علت افزایش مساحت سطح بیرونی از مقاومت جا به جایی کاسته می‌شود. بنابراین ضخامتی از عایق وجود دارد که به ازای آن مقاومت گرمایی کل حداقل و گرمای هدر رفته حداکثر است.



شکل

ضخامت بحرانی عایق برای استوانه $r_{cr} = \frac{k}{h}$ و برای کره $r_{cr} = \frac{2k}{h}$ است. که در آن k ضریب رسانایی گرمایی عایق است.

اگر در یک سیستم شعاعی (مانند لوله) شعاع خارجی بیشتر از شعاع بحرانی باشد. با عایق‌بندی مقاومت حرارتی افزایش و در نتیجه اتلاف مرتباً گرما کاهش می‌یابد اگر شعاع خارجی سیستم کمتر از شعاع بحرانی باشد با عایق‌بندی تا رسیدن به شعاع بحرانی اتلاف گرما افزایش می‌یابد پس از آن و با بیشتر شدن شعاع عایق از شعاع بحرانی، با افزایش عایق‌بندی اتلاف حرارتی مرتباً کاهش می‌یابد.

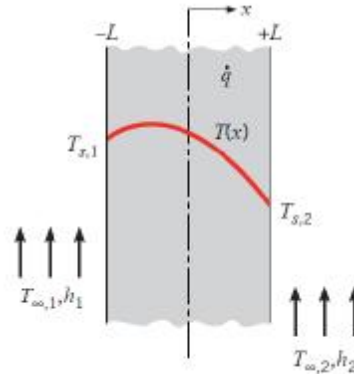
3-6- رسانایی با تولید انرژی داخلی

تولید انرژی گرمایی می‌تواند شامل تبدیل انرژی گرمایی، واکنش‌های شیمیایی گرمازا و ... داخل ماده رخ دهد در فرآیند تبدیل انرژی الکتریکی به گرمایی اگر جریان عبوری از جسم حجم V به مقاومت R برابر I باشد نرخ تولید بر واحد حجم به صورت

$$q^0 \equiv \frac{I^2 R}{V}$$

می‌باشد. دقت شود که تولید انرژی با ذخیره انرژی در جسم کاملاً متفاوت است.

3-6-1 دیوار تخت



مرحله 1: شکل کلی معادله گرما در مختصات کارتزین را در نظر می‌گیریم.

مرحله 2: شرایط دائم $(\frac{\partial}{\partial t} = 0)$ و انتقال حرارت یک بعدی $(\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0)$ است. بنابراین معادله به صورت زیر

ساده می‌شود:

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) + q^0 = 0 \quad (28-3)$$

اگر ضریب رسانایی گرما ثابت باشد معادله به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{q^0}{k} = 0 \quad (29-3)$$

مرحله 3: با دو بار انتگرال‌گیری از معادله فوق جواب عمومی توزیع دما به صورت زیر خواهد بود:

$$T = -\frac{q^0}{2k} x^2 + C_1 x + C_2 \quad (30-3)$$

مرحله 4: با اعمال شرایط مرزی به صورت $T_{(-L)} = T_{s,1}$, $T_{(L)} = T_{s,2}$ خواهیم داشت:

$$T = \frac{q^0 L^2}{2k} \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right) + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2} \frac{x}{L} + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2} \quad (31-3)$$

مرحله 5: در این جا نیز مانند قبل و به سادگی با استفاده از قانون فوریه می‌توان شار گرما را تعیین نمود. البته در این جا چون تولید انرژی داخل جسم وجود دارد، شار گرما مستقل از x نیست. در صورتی که سطوح دارای دمای یکسانی

باشند، یعنی $T_{s,1} = T_{s,2} \equiv T_s$ معادله آخر به صورت زیر ساده می‌گردد:

$$T_{(x)} = \frac{q^0 L^2}{2k} \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right) + T_s \quad (32-3)$$

برای بدست آوردن مقدار و محل وقوع دمای حداکثر از معادله فوق مشتق می‌گیریم:

$$\frac{dT}{dx} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (33-3)$$

$$T(x=0) = T_0 = \frac{q^0 L^2}{2k} + T_s$$

نکته: در صورتی که دمای سطوح دو طرف دیوار یکسان باشد، در سطح تقارن، یعنی در $x=0$ خواهیم داشت: $\frac{dT}{dx} = 0$.

بنابراین در این سطح انتقال گرما رخ نمی‌دهد و سطح آدیاباتیک است یعنی معادله (32-3) را می‌توان برای دیواری به

طول L که یک سمت آن آدیاباتیک و سطح دیگر در دمای T_s است نیز به کار برد.

نکته: دقت کنید از شرایط مرزی در $x = -L$ و $x = L$ استفاده کردیم. یعنی معادلات (28-3) تا (31-3) برای

دیواری به طول $2L$ (و نه L) است.

نکته: در اغلب مسائل دمای سطح T_s مجهول است و دمای سیال مجاور آن T_∞ معلوم است. برای تعیین دمای T_s

برحسب T_∞ از موازنه انرژی (معادله 1-2) برای کل دیوار استفاده می‌کنیم.

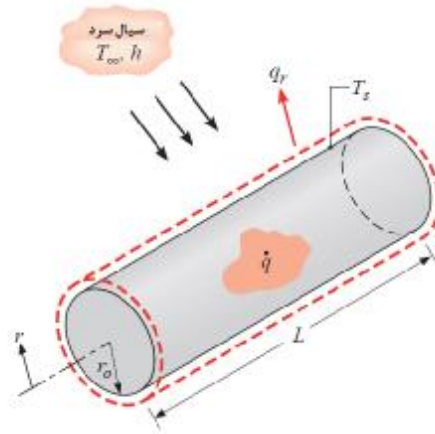
$$\dot{q}_{in}^0 + q_g^0 = q_{out}^0 + \dot{q}_{st}^0 \Rightarrow q_g^0 = q_{out}^0$$

$$q^0(2LA) = h(2A)(T_s - T_\infty) \Rightarrow T_s = T_\infty + \frac{q^0 L}{h} \quad (34-3)$$

نکته: در صورت تولید انرژی در داخل جسم از آن جاییکه نرخ انتقال حرارت وابسته به مکان است نمی‌توان برای آن جسم

مدار معادل گرمایی رسم کرد.

3-6-2- استوانه توپر



مرحله 1: مشابه استوانه توخالی، مجدداً معادلات گرما در سیستم استوانه‌ای (معادله 8-2) را در نظر می‌گیریم.

مرحله 2: انتقال حرارت دائم ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$) و یک بعدی ($\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$) است. بنابراین معادله (8-2) به صورت زیر

ساده می‌شود:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(kr \frac{dT}{dr} \right) + q^0 = 0 \quad (35-3)$$

اگر ضریب هدایت گرمایی ثابت باشد داریم:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{q^0}{k} = 0 \quad (36-3)$$

مرحله 3: با دو بار انتگرال‌گیری از معادله فوق جواب عمومی توزیع دما به صورت زیر در می‌آید:

$$T(r) = \frac{-q^0}{4k} r^2 + C_1 \ln r + C_2 \quad (37-3)$$

مرحله 4: برای بدست آوردن ثابت‌های انتگرال‌گیری C_1 و C_2 ، شرایط مرزی $T(r_0) = T_s$ و $\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0$ را اعمال

می‌کنیم. (مشابه دیوار تخت با دمای سطوح دو طرف یکسان، به علت تقارن می‌توان گفت گرادیان دما در مرکز صفر

است). در نتیجه توزیع دما به صورت زیر در می‌آید:

$$T(r) = \frac{q^0 r_0^2}{4k} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) + T_s \quad (38-3)$$

چون $\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0$ است پس ماکزیمم دما در مرکز $r = 0$ اتفاق می‌افتد. پس

$$T_{\max} = T_{(r=0)} = \frac{q^0 r_0^2}{4k} + T_s \quad (39-3)$$

نکته: مشابه مسأله دیوار تخت، اگر استوانه در مجاورت سیال با دمای T_∞ باشد دمای سطح T_s را می‌توان با موازنه انرژی با دمای T_∞ مرتبط نمود.

$$\dot{A}_{in}^0 + q^0_g = q^0_{out} + \dot{A}_{st}^0 \Rightarrow q^0_g = q^0_{out}$$

$$q^0(\pi r_0^2 L) = h(2\pi r_0 L)(T_s - T_\infty) \Rightarrow T_s = T_\infty + \frac{q^0}{2h} \quad (40-3)$$

نکته: سعی کنید از حفظ طوطی‌وار فرمول‌ها خودداری کنید. به جای حفظ کردن روابط متعدد فرمول‌های اصلی را به خاطر بسپارید و روش به دست آوردن فرمول‌های فرعی را یاد بگیرید. چون در صورتی که به حفظ فرمول‌ها اکتفا کنید با تغییر اندکی در شرایط مسأله برای حل آن دچار مشکل خواهید شد. برای درک بهتر این موضوع مثال زیر را در نظر بگیرید.

مثال: استوانه‌ای توخالی با شعاع داخلی r_1 و شعاع خارجی r_2 را در نظر بگیرید که سطح خارجی آن عایق‌بندی شده و

سطح داخلی آن توسط سیالی با دمای T_∞ خنک می‌شود. گرمای یکنواخت $q^0 \left(\frac{W}{m^3} \right)$ در لوله تولید می‌گردد. دمای

سطح عایق‌بندی شده $T_{s,2}$ است. جواب عمومی توزیع دما در لوله کدام است؟

همانطور که مشاهده می‌کنید مسئله با مسئله‌ای که ما در بخش ... در نظر گرفتیم اندکی متفاوت است! اما مراحل کار دقیقاً یکسان است.

مرحله 3 دقیقاً مشابه بخش ... است. پس معادله گرما برای این مسأله هم معادله (36-3) است. و در نتیجه توزیع عمومی درجه حرارت همان معادله (37-3) است.

مرحله 4: چون سطح خارجی عایق‌بندی شده پس شار حرارت در آن صفر است یعنی $\frac{dT}{dx}$ در $r = r_2$ صفر است. دمای

سطح داخلی استوانه را هم $T_{s,2}$ است. پس شرایط مرزی این گونه است:

$$@ r = r_2 \quad T_{(r_2)} = T_{s,2} \quad @ r = r_2 \quad \frac{dT}{dr} = 0$$

با اعمال شرایط مرزی اول

$$C_1 = \frac{q^0}{2k} r_2^2$$

و با اعمال شرط مرزی دوم

$$C_2 = T_{s,2} + \frac{q^0}{4k} r_2^2 - \frac{q^0}{2k} r_2^2 \ln r_2$$

پس توزیع دما به صورت زیر خواهد بود:

$$T_{(r)} = T_{s,2} + \frac{q^0}{4k} (r_2^2 - r^2) - \frac{q^0}{2k} r_2^2 \ln \frac{r_2}{r}$$

مثال: برای مثال قبل دمای سطح داخلی استوانه کدام است؟

$$T_s = \frac{q^0}{2hr_1} (r_2^2 - r_1^2) + T_\infty \quad (2)$$

$$T_s = \frac{q^0}{2hr_2} (r_2^2 - r_1^2) + T_\infty \quad (1)$$

$$T_s = \frac{q^0}{hr_1^2} (r_2^2 - r_1^2) + T_\infty \quad (4)$$

$$T_s = \frac{q^0 r_1}{hr_2^2} (r_2^2 - r_1^2) + T_\infty \quad (3)$$

در اغلب موارد برای مرتبط کردن دمای سطح به دمای سیال از موازنه انرژی استفاده می‌کنیم.

با اعمال موازنه انرژی در سطح درونی داریم:

$$q_{in}^0 + \dot{q}_g^0 = q_{out}^0 + \dot{q}_{st}^0 \Rightarrow q_{in}^0 = q_{out}^0$$

$$\Rightarrow \pi q^0 (r_2^2 - r_1^2) = h (2\pi r_1) (T_{s,1} - T_\infty)$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{q^0}{2hr_1} (r_2^2 - r_1^2) + T_\infty$$

دقت کنید که موازنه انرژی بر روی سطح داخلی (و نه برای کل حجم) نوشته شده است و چون بر روی سطح تولید انرژی نداریم، $q_g^0 = 0$ است. انرژی گرمایی که به طریق هدایت به سطح می‌رسد (q_{in}) از طریق جابجایی به سیال منتقل می‌گردد (q_{out}) همچنین چون مسأله دائم است $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ است پس $q_{st} = 0$ است.

3-6-3- کره:

مرحله 1: مشابه کره توخالی، مجدداً معادلات گرما در سیستم استوانه‌ای (معادله 10-2) را در نظر می‌گیریم.

مرحله 2: انتقال حرارت دائم ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$) و یک بعدی ($\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$) است. بنابراین معادله (10-2) به صورت زیر

ساده می‌گردد:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(kr^2 \frac{dT}{dr} \right) + q^0 = 0 \quad (41-3)$$

اگر ضریب هدایت گرمایی ثابت باشد:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) + \frac{q^0}{k} = 0 \quad (42-3)$$

مرحله 3: با دو بار انتگرال‌گیری توزیع دما به صورت زیر خواهد بود:

$$T_{(r)} = \frac{q^0 r^2}{6k} + \frac{C_1}{r} + C_2 \quad (43-3)$$

مرحله 4: در سطح کره $T_{(r_0)} = T_s$ است. همچنین به دلیل تقارن گرادیان دما در مرکز کره صفر است یعنی

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0 \quad \text{با اعمال شرایط مرزی فوق توزیع دما به صورت زیر خواهد بود:}$$

$$T_{(r)} = \frac{q^0 r_0^2}{6k} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) + T_s \quad (44-3)$$

مجدداً چون $\frac{dT}{dr}$ در $r=0$ (مرکز کره) برابر صفر است حداکثر دما در مرکز اتفاق می‌افتد.

$$T_{\max} = T_{(r=0)} = \frac{q^0 r_0^2}{6k} + T_s \quad (45-3)$$

نکته: اگر کره در مجاورت سیال با دمای T_{∞} باشد دمای سطح T_s را می‌توان با موازنه انرژی برای کل کره با دمای سیال T_{∞} مرتبط کرد.

$$\dot{A}_{in}^0 + q_g^0 = q_{out}^0 + \dot{A}_{st}^0 \Rightarrow q_g^0 = q_{out}^0$$

$$q^0 \left(\frac{4}{3} \pi r_0^3 \right) = h (4\pi r_0^2) (T_s - T_{\infty}) \Rightarrow T_s = T_{\infty} + \frac{q^0 r_0}{3h} \quad (46-3)$$

7-3- روش دیگر برای تحلیل رسانایی

در حالت دائم، یک بعدی و بدون تولید گرمای داخلی نرخ رسانایی گرما ثابت است. بنابراین حتی اگر توزیع دما نامعلوم باشد می‌توان از معادله‌ی نرخ گرما انتگرال گرفت. یعنی می‌توان قانون فوریه را به شکل انتگرالی ارائه نمود.

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \Rightarrow q \frac{dx}{A} = -k dT$$

$$\Rightarrow \int q \frac{dx}{A} = \int -k dT \xrightarrow{q \text{ ثابت است}} q \int_{x_0}^x \frac{dx}{A(x)} = - \int_{T_0}^T k(T) dT \quad (47-3)$$

مساحت می‌تواند تابعی معلوم از x و ضریب رسانایی نیز تابعی معلوم از دما باشد. آن‌گاه q به سادگی از فرمول فوق قابل محاسبه است.

مجموعه نکات

نکته 1: معادله توزیع حرارت بدون تولید انرژی داخلی از فرمول $T = c_1x + c_2$ محاسبه می شود

نکته 2: معادله توزیع حرارت همراه با تولید انرژی داخلی را از فرمول $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q}{K} = 0$ که $t(x) = -\frac{q}{2k}x^2 + c_1x + c_2$

محاسبه می شود.

نکته 3: برای بدست آوردن معادله توزیع حرارت در استوانه تو خالی بدون تولید انرژی باید معادله $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (kr \frac{dT}{dr}) = 0$

را حل کنیم که بدست می آوریم: $T(r) = c_1 \ln r + c_2$

نکته 4: برای بدست آوردن معادله توزیع حرارت در استوانه توپر همراه با تولید انرژی داخلی q از رابطه

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (kr \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{q}{K} = 0$$

استفاده میکنیم که با حل آن داریم:

$$T(r) = -\frac{q}{4k} r^2 + c_1 \ln r + c_2$$

نکته 5: برای بدست آوردن انتقال گرمای یک بعدی باید بدون تولید انرژی در یک کره تو خالی از رابطه

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (kr^2 \frac{\partial T}{\partial r}) = 0$$

استفاده می کنیم چنانچه k ثابت باشد، $T(r)$ را می توان از رابطه $T(r) = -\frac{c_1}{r} + c_2$ بدست آورد.

نکته 6: برای بدست آوردن توزیع اما در انتقال گرمای یک بعدی پایا با رابطه تولید انرژی در کره توپر از رابطه

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (kr^2 \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{q}{K} = 0$$

استفاده می کنیم که از ساده کردن آن و انتگرال گیری خواهیم داشت:

$$T(r) = \frac{q}{6k} r^2 - \frac{c_1}{r} + c_2$$

نکته 7: برای محاسبه گرمای مورد نیاز برای ذوب یخ از رابطه $q \Delta t = m \cdot h_{sf}$ استفاده می شود

نکته 8: هر جا که مماس بر منحنی توزیع اما افقی باشد از آنجا هیچ انتقال حرارتی صورت نمی گیرد.

نکته 9: برای عایق کردن جسم داغ ابتدا از عایقی که دارای ضریب هدایت و رسانشی کوچکتری است استفاده می کنیم

بعد از لایه های عایق دیگر که دارای k بزرگتری هستند.

مجموعه نکات

نکته 1: چنانچه ϕ در دیوار مسطح وجود داشته باشد برای محاسبه q'' خروجی روی سطح می توان از فرمول

$$\int_0^L \phi dx = q''$$

استفاده کرد.

نکته 2: شرایط مرزی جابجایی روی سطح برای پیدا کردن دمای سطح به فراوانی استفاده می شود. $q'' = h(T_s - T_\infty)$

نکته 3: برای سطح جسم می توان از رابطه $-K \frac{dT}{dx}|_{x=1} = h(T_s - T_\infty)$ برای پیدا کردن دمای سطح جسم استفاده کرد.

نکته 4: در دیواره ها یی از جنس های متفاوت که تولید گرما وجود ندارد. (ثابت $K \frac{dT}{dx}$)

نکته 5: با n برابر کردن ضخامت جسم انتقال حرارت هدایتی $\frac{1}{n}$ برابر می شود چرا که

$$q_2 = \frac{q_1}{n} \Leftrightarrow q_2 = \frac{\Delta T}{R_2}, \quad q_1 = \frac{\Delta T}{R_1} \Leftrightarrow R_2 = \frac{nL}{KA}, R_1 = \frac{L}{KA}$$

نکته 6: در شیشه دو جداره و ... برای کاهش انتقال حرارت بهترین کار این است که بین دو شیشه و ... خلاء باشد.

نکته 7: در دیوار مسطح که از دو طرف در معرض جابجایی قرار دارد. $T_{\max} = \frac{qL^2}{2k} + T_s$ که دمای مرکز جسم است.

نکته 8: در دیوار مسطح که از دو طرف در معرض جابجایی با ضریب h قرار دارد.

$$\Leftrightarrow \phi AL = Ah(T_s - T_\infty)$$

داریم

نکته 9: برای پیدا کردن توزیع دمای داخل دیوار می توان از روابط زیر استفاده کرد.

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\phi}{k} = 0 \Rightarrow T = -\frac{\phi x^2}{2k} + C_1x + C_2$$

که ثابت های C_2, C_1 را می توان از روی شرایط مرزی محاسبه کرد.

نکته 10: برای محاسبه انتقال حرارت از رابطه $q''_z = -k \frac{dT}{dx}$ و $q''_y = -k \frac{dT}{dy}$ و $q''_x = -k \frac{dT}{dx}$ استفاده می شود.

نکته 11: برای محاسبه گرمای لازم برای ذوب شدن یخ می توان از رابطه $q \Delta t = mh_{sf}$ استفاده کرد که h_{sf} گرمای نهان

ذوب یخ و Δt زمان لازم است.

نکته 12: چنانچه مماس بر منحنی روی دیوار افقی باشد، آن سطح عایق است.

نکته 13: از رابطه $-k \frac{dT}{dx} = h(t_s - t_\infty)$ به تعداد زیاد استفاده می شود.

نکته 14: چنانچه در حالت دائم منحنی دما دارای ماکزیمم در داخل جسم باشد. حتما تولید انرژی داخلی \dot{q} وجود دارد.

نکته 15: $\dot{q}'' = \dot{q}L$ (در دیوار مسطح)

نکته 16: در مسائل کره که از سطح داخل تحت شار ثابت و از سطح خارج تحت جابجایی قرار دارد. از رابطه

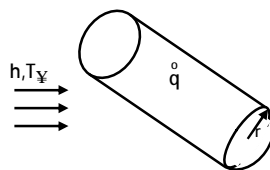
$$q''A_i = hA_o(T - T_\infty) \text{ که } A_i \text{ مساحت سطح داخلی } A_i = 4\pi r_i^2, A_o = 4\pi r_o^2 \text{ هستند.}$$

نکته 17: ضریب رسانش حرارتی در کره چنانچه توزیع دما خطی باشد به صورت $\frac{1}{r^2} k(r) a$ تغییر کند.

نکته 18: برای محاسبه انرژی گرمکن از رابطه $\dot{E} = \dot{q} \pi r^2 l = \dot{q} V$ در حالت استوانه ای استفاده می شود.

نکته 19: برای پیدا کردن دمای سطح اجسامی به شکل استوانه توپر از روابط زیر استفاده می شود.

$$\dot{E} = \dot{q} V = \dot{q} T(r^2) \pi l = 2\pi r l (T_s - T_\infty) \quad (\text{تست 27})$$



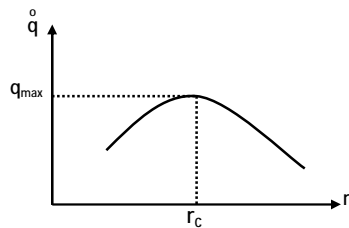
$$\dot{q} \pi r^2 L = h(2\pi r L)(T_s - T_\infty)$$

نکته 20: برای عایق کردن جسم داغ ابتدا عایقی که ضریب هدایت رسانشی کوچک تری دارد استفاده می کنیم و بعد از

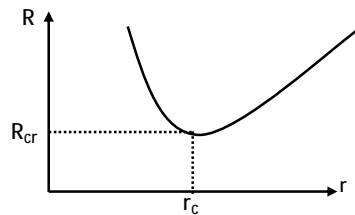
لایه های عایق دیگر که دارای k بزرگ تر هستند

نکته 21: شعاع بحرانی برای استوانه دارای مقدار $R_{cr} = \frac{k}{h}$ و برای کره $R_{cr} = \frac{2k}{h}$ است.

نکته 23: به نمودارهای مهم زیر توجه کنید. (تست های 30 و 35)



نمودار انتقال حرارت بر حسب شعاع



نمودار مقاومت بر حسب شعاع

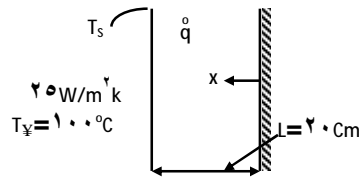
نکته 24: ضخامت عایق را می توان برای حداکثر اتلاف در استوانه از رابطه $t = \frac{k}{h} - r$ ضخامت عایق محاسبه کرد.

نکته 25: ضخامت عایق را می توان برای حالت حداکثر اتلاف در کره از رابطه $t = \frac{2k}{h} - r$ ضخامت عایق، محاسبه کرد.

مجموعه تست

1- یک سمت دیوار یک بعدی شکل عایق و سمت دیگر در محیط جابجایی است. در داخل دیوار چشمه حرارتی با شدت

$\dot{q} = 10^2 [1 - \frac{x}{l}] \text{ W/m}^3$ وجود دارد. مطلوب است دمای دیوار در تماس با سیال بر حسب درجه سانتیگراد.



$T_s = 70 - 1$

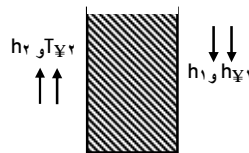
$T_s = 500 - 2$

$T_s = 100 - 3$

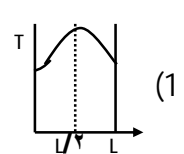
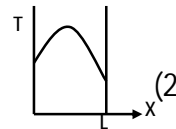
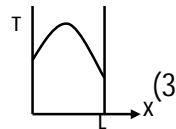
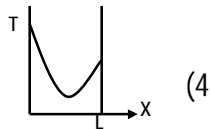
$T_s = 140 - 4$

2- در دیوار مطابق شکل که از دو طرف تحت انتقال حرارت جابجایی است. تولید داخلی حرارت با شدت

یکنواخت \dot{q} وجود دارد کدام نمودار برای توزیع دمای حالت دائم مناسبتر است؟

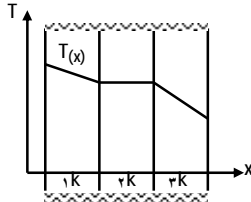


$h_2 < h_1$
 $T_{\infty 2} > T_{\infty 1}$



3- در حالت پایدار حرارتی (ثابت بودن شرایط نسبت به زمان) تغییرات درجه حرارت نسبت به فاصله برای

سه لایه متفاوت از نظر جنس در شکل دیده می شود کدام رابطه برای ضریب هدایت حرارتی این سه لایه



صحیح است؟

$k_1 > k_2 > k_3$ -2

$k_1 > k_3 > k_2$ -1

$k_2 > k_1 > k_3$ -4

$k_1 > k_2 > k_3$ -3

4- تغییرات درجه حرارت در یک بعدی در داخل یک دیوار در یک لحظه زمانی به صورت

$T = 180 - 3x - 0/6x^2$ داده شده است (T بر حسب درجه سانتیگراد و X بر حسب سانتی متر است) در این لحظه

زمانی نرخ حرارت ورودی به دیوار در $(x=0)$ برای واحد سطح با کدام عبارت قابل بیان است؟ (ضریب هدایت

حرارت دیوار $k = 2w/m^o c$ است)

$36w/m^2 -4$

$18w/m^2 -3$

$6w/m^2 -2$

$9w/m^2 -1$

5- نرخ انتقال حرارت از یک پنجره ی شیشه ای Ω می باشد. اگر این پنجره دو جداره شود. (دو لایه شیشه

(نرخ انتقال حرارت تقریبا..... می شود. (ضریب انتقال حرارت در همه جا یکسان است.)

$\frac{2}{3}1 -4$

$\frac{1}{2} -3$

$\frac{1}{3}1 -2$

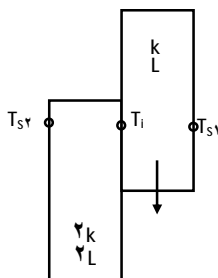
$\frac{1}{4}1 -1$

6- دو ورق مطابق شکل با سرعت V نسبت به هم حرکت می کنند. در نتیجه اصطکاک در سطح مشترک آن

ها گرما تولید می شود. اگر مجموعه در محیطی به دمای T_∞ و ضریب انتقال گرمای جابجایی (همرفتی) (h)

قرار گیرد. کدام گزینه در مورد اختلاف دمای T_{S2} و T_{S1} با دمای فصل مشترک درست است؟

(ضریب هدایت (رسانندگی) گرمایی و ضخامت یکی از ورقها دو برابر دیگری است.)



$2[T_{S1} - T_i] = T_{S2} - T_i$ -2

$T_{S1} - T_i = T_{S2} - T_i$ -1

4- اطلاعات کافی نیست

$T_{S1} - T_i = 2[T_{S2} - T_i]$ -3

7- یک جسم با درجه ی حرارت 300 k داخل محفظه ای که درجه ی حرارت سطح داخلی آن 320k است به وسیله ی نخ ی آویزان است. با صرف نظر کردن از انتقال حرارت از طریق تشعشع ، برای آن که انتقال حرارت را از جسم به دیواره های محفظه ای به حداقل برسانیم باید فاصله ی بین جسم دیواره ها را و

1- با پشم شیشه پر کنیم .

2- با هوا پر کنیم .

3- با هوای 310 k پر کنیم.

4- به طور کامل خلاء کنیم.

8- جسمی به ضخامت 10 سانتی متر ($k=20w/m.^{\circ}c$) و منبع تولید انرژی $20kw/m^2$ را در معرض سیالی با ضریب جابجایی $h=10w/m^2.^{\circ}C$ قرار دادیم . ماکزیمم تغییرات دمای حاصله چند درجه سانتی گراد است؟

30 - 4

25 - 3

15 - 2

12/5 - 1

9- پشت یک صفحه فلزی کاملاً عایق و جلوی آن در معرض فلاکس حرارتی $900w/m^2$ است. که آن را جذب می کنند. ضریب جابجایی بین صفحه و هوا $12w/m^2.k$ است . اگر دمای هوا $24^{\circ}c$ باشد. دمای صفحه تحت شرایط دائم چند درجه سانتی گراد است؟

99 - 4

75 - 3

51 - 2

37/5 - 1

10- تغییرات دما در یک جسم به ضخامت 100 سانتی متر ($k=0/1w/m.^{\circ}c$) به صورت $T=200-10x^2$ نمایش داده شده است. شار حرارتی خارج شده از دو سطح جسم کدام است؟ X بر حسب متر و دما بر حسب درجه سانتی گراد اندازه گیری می شود.

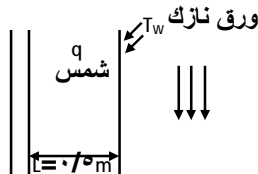
2- صفر و 3 وات بر متر مربع

1- صفر

4- صفر و 2 وات بر متر مربع

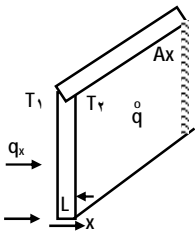
3- 2 وات بر متر مربع

11- شمش سوخت اتمی مطابق شکل از یک طرف کاملاً عایق بوده و از طرف دیگر از طریق ورقه‌ی بسیار نازک به وسیله محیط جابجایی $h = 1000 \text{ w/m}^2 \cdot \text{c}, T = 50^\circ \text{c}$ خنک می‌شود. اگر شدت تولید انرژی در شمش به میزان 10^6 w/m^3 باشد درجه حرارت ورق T را محاسبه کنید.



- 1- 1050°C 2- 50°C 3- 550°C 4- 2050°C

12- دمای ثابت T_1 و T_2 در دو طرف دیواره‌ی شکل مقابل اعمال گردیده‌اند. q تولید حرارت یکنواخت در واحد حجم دیواره می‌باشد. فرض می‌گردد که انتقال حرارت فقط در راستای محور x بوده و به وضعیت تعادل رسیده است آن گاه دما در وسط دیواره عبارت است از :



$$\frac{qL^2}{8k} + \frac{T_1 - T_2}{2} - 2 \qquad \frac{qL^2}{4k} + \frac{T_2 + T_1}{2} - 1$$

$$\frac{qL^2}{8k} + \frac{T_2 + T_1}{2} - 4 \qquad \frac{qL^2}{4k} + \frac{T_1 - T_2}{2} - 3$$

13- در دیواره مطرح شده در سؤال قبل q_x در وسط دیواره ، همیشه ...

- 1- کمتر از q_x در $x = L$ می‌باشد.
 2- بیشتر از q_x در $x = 0$ می‌باشد.
 3- بستگی به q و T_1, T_2 دارد.
 4- معادل q_x در طرفین دیواره می‌باشد.
- 14- در یک محیط جامد توزیع دما بصورت زیر داده شده است. ضریب زاویه منحنی انتقال حرارت q در

نقطه (2 و 5) چقدر است؟ $T(x, y) = 5x^2 + 3xy + y^3$

- 1- $0/512$ 2- $0/452$ 3- $0/532$ 4- $0/482$

15- قطعه‌ی ای یخ به چرم 1 kg داخل حفره‌ی ای به ضلع 50 cm که ضخامت دیواره‌ی های آن 2 cm و ضریب هدایت حرارتی آن $5 \text{ w/m}^\circ \text{c}$ است قرار دارد. اگر دمای دیواره‌ی های داخلی و خارجی حفره به ترتیب

$h_{\text{fice}} = 3/34 \times 10^5 \text{ J/kg}$ ؟ چقدر است؟ $20^\circ \text{c}, 5^\circ \text{c}$ باشد.

- 1- 5 دقیقه 2- 0/5 دقیقه 3- 1 دقیقه 4- 2 دقیقه

16- منحنی توزیع درجه حرارت در حالت پایا در دیواره ای به ضخامت d و طول $(d \ll 1)$ بصورت زیر کدام

یک از گزینه‌های زیر صحیح است ؟



1- دیواره دارای منبع تولید حرارت بوده و دو طرف آن در دو دمای ثابت قرار دارند.

2- دیواره دارای منبع تولید حرارت بوده و یک طرف آن عایق بندی می باشد.

3- دیواره از یک طرف تحت شار حرارتی ثابتی قرار دارد.

4- ضریب هدایت حرارتی دیواره ثابت است.

17- صفحه ای به ضخامت 1cm از قسمت پایین خود در معرض شار ثابت q'' قرار داشته و از قسمت فوقانی

با هوای با دمای 30°C ($h = 100\text{W}/\text{m}^2\text{C}$) در تماس می باشد. اگر دمای قسمت فوقانی صفحه در 85°C ثابت

باشد. مقدار q'' و دمای قسمت پایین صفحه به ترتیب ... و ... می باشد. ضریب هدایت حرارتی صفحه

است. $k = 20\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}$

$$78/8^\circ\text{C}, 5500\text{W}/\text{m}^2 - 2$$

$$87/8^\circ\text{C}, 5500\text{W}/\text{m}^2 - 1$$

$$78/8^\circ\text{C}, 4500\text{W}/\text{m}^2 - 4$$

$$87/8^\circ\text{C}, 4500\text{W}/\text{m}^2 - 3$$

18- دیواره ای از دو قسمت A و B تشکیل شده است. در داخل قسمت A حرارت با نرخ $10^5\text{W}/\text{m}^3$ تولید

شد و قسمت خارجی آن عایق بندی شده است. قسمت B نیز از سطح خارجی خود با سیالی با دمای 20°C و

$h = 20\text{W}/\text{m}^2\text{C}$ در تماس می باشد.

اگر $k_A = 2k_B = 200\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}$ باشد دمای فصل مشترک دو قسمت A و B در این دیواره چقدر است ؟ ضخامت

قسمت A، 50cm و ضخامت قسمت B 20cm می باشد.

$$2320^\circ\text{C} - 2$$

$$2620^\circ\text{C} - 1$$

$$2520^\circ\text{C} - 4$$

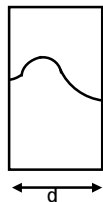
$$2420^\circ\text{C} - 3$$

19 - ضخامت دیواره ی کوره ای 30cm و ضریب هدایت حرارتی آن $k=2w/m^{\circ}c$ می باشد سطح خارجی کوره در معرض هوای $20^{\circ}C$ قرار گیرد. اگر توزیع دمای دیواره ی کوره در حالت پایا به صورت $T = 30(31-X)$ (T بر حسب X, C° ضخامت دیوار، و بر حسب cm) باشد شار حرارت اتلافی که از کوه و ضریب جابجایی هوا به ترتیب ... و ... می باشند.

$$5w/m^2 C^{\circ}, 30w/m^2 -1 \quad 3w/m^2 C^{\circ}, 30w/m^2 -2$$

$$5w/m^2 C^{\circ}, 60w/m^2 -3 \quad 6w/m^2 C^{\circ}, 60w/m^2 -4$$

20 - منحنی توزیع درجه حرارت در دیواره ای به ضخامت d و طول L ($d \ll l$) بصورت زیر است. کدام



گزینه صحیح است ؟

1 - دیواره دارای منبع تولید حرارت بوده و دو طرف آن در دو دمای ثابت قرار دارند.

2 - دیواره دارای منبع تولید حرارت بوده و یک طرف آن عایق بندی شده است.

3 - ضریب هدایت حرارتی دیواره با افزایش دما کاهش می یابد.

4 - دیواره دارای منبع تولید حرارت بود و دو طرف آن در یک دمای ثابت قرار دارند.

21 - اگر در یک دیواره به ضخامت 30 cm ، میزان $25kw/m^3$ حرارت داخلی تولید شود و این دیواره از دو

طرف تحت یک دمای ثابت قرار گیرد. آن گاه در حالت پایدار چه مقدار شار حرارتی از دیواره به خارج انتقال

می یابد ؟ ضریب هدایت حرارتی دیواره برابر $20w/m^{\circ}c$ می باشد.

$$3/75 w/m^2 .1 \quad 7/5 w/m^2 .2$$

$$1/25 w/m^2 .3 \quad 4. بستگی به دمای دو طرف دیواره دارد$$

22 - اگر در یک سطح از جسمی با ضریب هدایت حرارتی $20w/m^{\circ}c$ و عرض 20m درجه حرارت بصورت

$q(C^{\circ}) = 20\sin\left[\frac{p c}{20}\right]$ تغییر کند. در این صورت در عرض $x=5m$ از این سطح مقدار شار حرارتی چه میزان

است؟

$$11/1w/m^2 .1 \quad 22/2w/m^2 .2$$

$$33/3w/m^2 .3 \quad 44/4w/m^2 .4$$

23- یک کره ی تو خالی به قطر داخلی 8 سانتی متر و خارجی 10 سانتی متر از طرف سطح داخلی به طور الکتریکی و با آهنگ ثابت 5 kw/m^2 گرم می شود. سطح خارجی کره ، گرما را از طریق همرفت به محیطی با دمای $T_\infty = 20^\circ \text{C}$ و ضریب همرفت $h = 40 \text{ w/m}^2 \text{c}$ پس می دهد. دمای سطح خارجی کره (یعنی T_2) چند درجه سانتی گراد می شود؟

$$83 - 2 \qquad 70 - 1$$

$$119 - 4 \qquad 100 - 3$$

24- توزیع درجه حرارت شعاعی در یک کره (با فرض دائم بودن انتقال حرارت و عدم وجود منبع حرارت داخلی) در صورتی خطی خواهد بود که ضریب هدایت حرارتی :

1- با شعاع متناسب باشد. 2- با معکوس توان دوم شعاع متناسب باشد.

3- با معکوس شعاع متناسب باشد. 4- ثابت باشد.

25- معادله ی توزیع دما در یک کره تو خالی با ضریب هدایت حرارتی ثابت وقتی در سطح داخلی حرارت ثابت T_1 و در سطح خارجی مقدار ثابت $q_w \text{ w/m}^2$ بر قرار باشد کدام یک از عبارت زیر درست است؟ (انتقال حرارت یک بعدی در جهت شعاع و بدون منبع حرارتی است) R_2, R_1 شعاع داخلی و خارجی کره است.

$$T - T_1 = \frac{q_w}{k} \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right] - 1 \qquad T - T_1 = \frac{q_w}{k} \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2} \right] - 2$$

$$T - T_1 = \frac{q_w}{k} R_2^2 \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right] - 3 \qquad T - T_1 = \frac{q_w}{k} \left[\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right] - 4$$

26- اگر قطر یک گرمکن الکتریکی استوانه ای نسبتا طویل دو برابر شود، میزان تغییرات مصرف انرژی الکتریکی بر واحد زمان چند برابر می شود؟

$$3 - 2 \text{ برابر} \qquad 2 - 1 \text{ برابر}$$

$$4 - 3 \text{ برابر} \qquad 4 - تغییر نمی کند.$$

27- گرما با (آهنگ) حجمی یکنواخت $q = 10^6 \text{ w/m}^3$ داخل میله‌ای بلند به شعاع 5mm تولید می‌شود میله با هوای محیط در دمای 25°C تبادل گرمای جابجایی (همرفتی) دارد ضریب انتقال گرمای همرفتی (جابجایی) $100 \text{ w/m}^2 \text{K}$ است، دمای سطح میله در شرایط پایا چقدر است؟

1. 35°C 2. 45°C

3. 50°C 4. 75°C

28- دو لایه عایق با جنس‌های متفاوت ($k_2 = 2k_1$) و با ضخامت یکسان را روی لوله‌ای که دمای سطح آن ثابت می‌بندیم. در صورتی که T_∞, h اطراف لوله ثابت باشد. ابتدا کدام لایه 1 یا 2 را روی لوله قرار دهیم تا انتقال حرارت کمتری به بیرون منتقل شود؟ ($T_1 > T_\infty$)

1- ابتدا لایه 1 سپس لایه 2 2- ابتدا لایه 2 سپس لایه 1

3- تفاوتی ندارد. 4- با اطلاعات موجود نمی‌توان گفت.

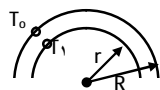
29- برای عایق بندی روی لوله‌ای به قطر D از دو لایه عایق به ضخامت یکسان که یکی ضریب حرارتی K_1 و دیگری با ضریب هدایت حرارتی $K_2 = 5K_1$ ، اگر بخواهیم از ترکیب دو عایق فوق در عایق بندی لوله استفاده کنیم، کدام یک از حالات زیر از نظر کاهش اتلاف حرارتی مساعدتر است؟

1- اول عایق k_2 و سپس عایق k_1 2- اول عایق k_1 و سپس عایق k_2

3- فرقی ندارد و نتیجه یکسان است. 4- بستگی به ضخامت بحرانی عایق ها دارد.

30- می خواهیم سقف گنبدی شکل یک مسجد را مطابق شکل به وسیله یک ماده عایق کننده پوشانیم اگر ضریب هدایت حرارتی عایق k و ضریب انتقال حرارت هوای آزاد h باشد. ضخامت عایق برای حداقل اتلافات حرارتی چقدر است؟ سقف را به شکل نیمکره با شعاع خارجی r فرض کنید.

1. $k/h - r$



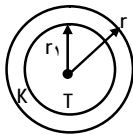
$r =$ شعاع داخلی عایق
 $R =$ شعاع خارجی عایق

2. $k/2h - r$

3. $2k/h - r$

4. $3k/h - r$

31 - یک لوله فلزی به شعاع خارجی r_1 و درجه حرارت سطح خارجی T_1 از یک ماده ی عایق با ضریب هدایت حرارتی k پوشیده شده است. درجه حرارت محیط T_2 و ضریب انتقال حرارت لایه هوای بیرون a می باشد. ضخامت عایق برای حداکثر اتلافات حرارتی چقدر است؟



1. صفر $\frac{K}{a} + r_1$.3

2. $\frac{K}{a}$.4 $\frac{K}{a} + r_1$

32 - کدام رابطه برای شعاع بحرانی عایق در یک کره صادق می باشد؟

1 - h/k $h/2k - 2$

3 - h/k $2k/h - 4$

33 - می خواهیم لوله‌ای به قطر یک سانتی متر با دمای $100^\circ C$ را که در هوای محیط $h = 3w/m^2 C$ با دمای $25^\circ C$ قرار دارد به وسیله ی پشم شیشه $(K = 0.03w/m.C)$ عایق بندی می کنیم. حداکثر انتقال حرارت بازای چه ضخامتی از عایق اتفاق می افتد؟

1 - نیم سانتی متر $2 -$ یک سانتی متر

3 - ربع سانتی متر $4 -$ یک و ربع سانتی متر

34 - روی لوله‌ای به قطر $2/5cm$ که در محیطی با ضریب جابجایی $20w/m^2 C$ قرار دارد یک سانتی متر عایق با ضریب هدایت حرارتی $K = 0.25w/m.C$ می پوشانیم. در این صورت :

1 - انتقال حرارت فرق نمی کند.

2 - انتقال حرارت از لوله به محیط ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.

3 - انتقال حرارت از لوله به محیط افزایش می یابد.

4 - انتقال حرارت از لوله به محیط کاهش می یابد.

35- روی سیمی به قطر 2cm را که در محیطی با ضریب جابجایی $20\text{w/m}^2\text{C}$ قرار دارد با عایقی با ضریب

هدایتی $K = 0/25\text{ w/mC}$ می پوشانیم در این صورت با افزایش ضخامت عایق :

1- انتقال حرارت افزایش خواهد یافت.

2- انتقال حرارت کاهش خواهد یافت.

3- انتقال حرارت از ابتدا افزایش و سپس کاهش خواهد یافت.

4- انتقال حرارت ابتدا کاهش و سپس افزایش خواهد یافت.

36- یک عایق با ضریب هدایتی $0/25\text{w/m}^{\circ}\text{C}$ در محیطی با ضریب جابجایی $2/5\text{w/m}^{\circ}\text{C}$ و دمای 10°C

روی لوله‌ای به شعاع خارجی $r_i = 9\text{cm}$ دارای سطح 100°C پیچیده می‌شود در ضخامت بحرانی عایق فرق

روی لوله. میزان انتقال حرارت بر واحد طول لوله چقدر است؟

1) $127/9\text{w/m}$ (1) 2) $12/79\text{w/m}$ (2)

3) $54/3\text{w/m}$ (3) 4) $5/43\text{w/m}$ (4)

37- شعاع بحرانی یک عایق کروی با ضریب هدایت $0/1\text{w/m}^{\circ}\text{C}$ در محیطی با ضریب جابجایی $0/5\text{w/m}^2\text{C}$

چقدر است؟

1. 10 cm 2. 20 cm

3. 30 cm 4. 40 cm

38- شعاع بحرانی عایق برای کره‌ای در دمای ثابت T_1 که در معرض محیط جابجایی با دمای T_{∞} قرار داده

می‌شود برابر است؟

1- $\frac{40}{3} \cdot \frac{k}{n}$ 2. $\frac{k}{h}$ 3. $\left[\frac{k}{h}\right]^2$ 4. $\frac{k}{2h}$

پاسخ تستها

تست 1: گزینه 4 صحیح است.

$$q'' = \int_0^L q dx = \int_0^L 10^2 \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx = 10^2 \left(\frac{L}{2}\right) = 1000$$

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \Rightarrow 1000 = 25(T_s - 100) \Rightarrow T_s = 140$$

تست 2: گزینه 3 صحیح است.

$$-K \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = h(T_s - T_\infty)$$

$$T_s = T_\infty + \frac{qL}{h} \quad \left. \begin{array}{l} h_1 > h_2 \\ T_{\infty 1} > T_{\infty 2} \end{array} \right\} \Rightarrow T_{s1} > T_{s2}$$

تست 3: گزینه 4 صحیح است. چون تولید گرما وجود ندارد.

$$K \frac{dT}{dx} = \text{ثابت} \quad K_1 \frac{dT_1}{dx} = k_2 \frac{dT_2}{dx} = k_3 \frac{dT_3}{dx}$$

$$K_2 > K_1 > K_3 \text{ بنابراین } \frac{dT_2}{dx} < \frac{dT_1}{dx} < \frac{dT_3}{dx} \text{ که از آنجا که}$$

تست 4: گزینه 2 صحیح است.

$$q'' = -k \frac{dt}{dx} \Big|_{x=0} = -2(-3 - 1/2x) \Big|_{x=0} = 6 \frac{w}{m^2}$$

تست 5: گزینه 3 صحیح است.

$$R_1 = \frac{L}{KA} \quad , \quad R_2 = \frac{2L}{KA}$$

$$q_1 = \frac{\Delta T}{R_1} \quad q_2 = \frac{\Delta T}{R_2} \Rightarrow q_2 = \frac{q_1}{2}$$

تست 6: گزینه 1 صحیح است.

اگر فرض کنیم گرما به طور مساوی بین دو سطح تقسیم می‌شود.

$$q_1 = \frac{T_i - T_{s1}}{\frac{L}{K}} \quad , \quad q_2 = \frac{T_i - T_{s2}}{\frac{2L}{2K}} \quad , \quad q_1 = q_2 \Rightarrow T_i - T_{s1} = T_i - T_{s2}$$

تست 7: گزینه 4 صحیح است.

تست 8: گزینه 3 صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} T_{\max} &= \frac{qL^2}{2K} + T_S \\ T_S &= T_{\infty} + \frac{qL}{h} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_{\max} - T_{\infty} = \frac{qL^2}{2K} + \frac{qL}{h} = 25^{\circ}C$$

تست 9 : گزینه 4 صحیح است.

$$q'' = h(T_S - T_{\infty}) \Rightarrow 900 = 12(T_S - 24)$$

$$\Rightarrow T_S = 99^{\circ}C$$

تست 10 : گزینه 4 صحیح است.

$$q''_{x=0} = -K \frac{dT}{dx} = 0, \quad q''_{x=1m} = -K \frac{dT}{dx} = -0/1(-20 \times 1) = \frac{2w}{m^2}$$

تست 11 : گزینه 3 صحیح است.

$$T_S = T_{\infty} + \frac{qL}{h} = 550^{\circ}C$$

تست 12 : گزینه 4 صحیح است.

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q}{K} = 0 \Rightarrow T = -\frac{qx^2}{2k} + C_1x + C_2$$

$$X = 0 : T = T_1 \Rightarrow C_2 = T_1$$

$$x = L : T = T_2 \Rightarrow C_1 = \frac{T_2 - T_1}{L} + \frac{qL}{2K}$$

$$T = \frac{qx^2}{8K} + \frac{T_1 + T_2}{2} \quad \text{با جایگذاری } C_1 \text{ و } C_2 \text{ و } x = \frac{L}{2} \text{ داریم:}$$

تست 13 : گزینه 1 صحیح است.

تست 14 : گزینه 4 صحیح است.

$$q''_x = -K \frac{dT}{dx} = -k(10x + 3y)$$

$$q''_y = -k \frac{dT}{dy} = -k(3x + 3y^2) \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 56, \frac{\partial T}{\partial y} = 27$$

$$q_1 = \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{\partial T}{\partial T} = \frac{27}{56} = 0.482$$

توزیع دما

تست 15 : گزینه 3 صحیح است.

$$q = KA \frac{\Delta T}{L} = 5 \left(6 \times 0.5 \right) \times \frac{20-5}{0.02} = 5625W$$

$$q \cdot \Delta t = m h_{sf} \Rightarrow \Delta t \approx \text{min}$$

تست 16 : گزینه 2 صحیح است.

تست 17 : گزینه 1 صحیح است.

$$q'' = h(T_{s2} - T_{\infty}) = 100 \times (85 - 30) = 5500 \frac{W}{m^2}$$

$$5500 = q'' = K \frac{\Delta T}{L} = 20 \frac{(T_{s1} - 85)}{0.01} \Rightarrow T_{s1} = 87.75^{\circ}C$$

تست 18 : گزینه 1 صحیح است.

$$q'' = \frac{K_A}{L_A} h(T_B - T_{\infty}) \Rightarrow 10^5 \times 0.5 = 20(T_B - 20) \Rightarrow T_B = 2520^{\circ}C$$

$$q'' = \frac{K_B}{L_B} (T_s - T_{\infty}) \Rightarrow 5 \times 10^4 = \frac{100}{0.2} (T_s - 2520) \Rightarrow T_s = 2620^{\circ}C$$

تست 19 : گزینه 4 صحیح است.

$$q'' = -K \frac{dT}{dx} = h(T_s - T_{\infty})$$

$$\Rightarrow -2(-30) = h(30 - 20) \Rightarrow h = 6 \frac{W}{m^2 \cdot C}$$

تست 20 : گزینه 1 صحیح است.

تست 21 : گزینه 2 صحیح است.

$$q'' = \frac{K}{L} = 25 \times 0.3 = 7.5 \frac{kW}{m^2}$$

تست 22 : گزینه 4 صحیح است.

$$q'' = K \frac{dq}{dx} = Kp \cos\left(\frac{px}{20}\right) \Big|_{x=5} = 44.4 \frac{W}{m^2}$$

تست 23 : گزینه 3 صحیح است.

$$q''(4pr_1^2) = h(4pr_o^2)(T_s - T_\infty)$$

$$500(0/04)^2 = 4(0/05)^2(T_s - 20) \Rightarrow T_s = 100^\circ C$$

تست 24 : گزینه 2 صحیح است.

$$q = KA \frac{dT}{dr} = C \Rightarrow K \times 4pr^2 = C$$

T خطی باشد یک مقدار ثابت است

$$\Rightarrow k(r)a \frac{1}{r^2}$$

تست 25 : گزینه 3 صحیح است.

$$q_w(4pR_2^2) = \frac{\Delta T}{R} = \frac{T - T_1}{\frac{1}{4pK} \left(\frac{1}{R} - R_1 \right)}$$

تست 26 : گزینه 3 صحیح است.

$$E = qV = q(pR^2L)$$

$$R' = 2R \Rightarrow E' = 4E'$$

تست 27 : گزینه 3 صحیح است.

$$q(pR^2L) = h(2pRL)(T_s - T_\infty)$$

$$10^6(R) = h(2)(T_s - T_\infty) \Rightarrow$$

$$10^6(0/005) = 10(2)(T_s - 25) \Rightarrow T_s = 50^\circ C$$

تست 28 : گزینه 1 صحیح است . برای عایق کردن ابتدا عایقی که K کوچک تر را دارد قرار می دهیم.

تست 29 : گزینه 2 صحیح است. مثل سؤال بالا

تست 30 : گزینه صحیح احتمالا منظور طراح حداکثر اتلاف بوده است که به ازای $R = \frac{2k}{h}$ رخ می دهد.

تست 31 : گزینه 4 صحیح است. ضخامت عایق در استوانه $= \frac{k}{h} - r_1 = \frac{k}{a} - r_1$

تست 32 : گزینه 4 صحیح است.

تست 33 : گزینه 1 صحیح است.

$$R_{cr} = \frac{k}{h} = \frac{0/03}{3} = 0/01$$

$$R_{cr} = R_{out} + T_C = 0/01 - 0/005m = 0/005cm = 0/05cm$$

↓ ↓
ضخامت عایق شعاع

تست 34 : گزینه 4 صحیح است.

$$R_{cr} = \frac{k}{h} = \frac{0/25}{20} = 1/25Cm$$

تست 35 : گزینه 3 صحیح است.

$$R_{cr} = \frac{k}{h} = \frac{0/25}{20} = 1/25Cm$$

تست 36 : گزینه 1 صحیح است.

$$R_{cr} = \frac{k}{h} = \frac{0/25}{2/5} = 0/1m = 10Cm$$

$$R = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2pk} + \frac{1}{2p r_c h} = \frac{\ln\left(\frac{0/1}{0/09}\right)}{2p \times 0/25} + \frac{1}{2p \pm \times 0/1 \times 2/5} = 0/703$$

$$q = \frac{\Delta T}{R} = \frac{100-10}{0/703} = 128 \frac{w}{m}$$

تست 37 : گزینه 4 صحیح است.

$$R_c = \frac{2k}{h} = \frac{2 \times 0/1}{0/5} = 0/4 = 40Cm$$

$$R_{cr} = \frac{2k}{h}$$

تست 38 : هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

جریان داخلی

8-1- سرعت و دمای متوسط

جریان داخلی، با سیالی که کاملاً توسط سطوح داخلی لوله محصور شده است شناخته می‌شود. سرعت سیال در لوله از مقدار صفر بر روی دیواره (شرط عدم لغزش) تا یک مقدار ماکزیمم در مرکز لوله تغییر می‌کند. سرعت متوسط در مرکز لوله را می‌توان از قانون بقای جرم بدست آورد.

$$\dot{m} = \rho \bar{U} A_C = \int_{A_C} \rho U(r) dA_C \quad (1-8)$$

که در آن \dot{m} شار جرمی، ρ چگالی و A_C مساحت سطح مقطع است. برای لوله دایره‌ای:

$$A_C = \pi R^2, \quad dA_C = 2\pi r dr \Rightarrow \bar{U} = \frac{2}{R^2} \int_0^R U(r) r dr \quad (2-8)$$

همچنین مقدار دمای میانگین T_m را می‌توان از قانون بقای انرژی بدست آورد:

$$E_{fluid}^0 = \dot{m} C_p T_m = \int_{A_C} \rho C_p T(r) u(r) dr \quad (3-8)$$

بنابراین برای لوله دایره‌ای:

$$T_m = \frac{\int_0^R C_p T(r) \rho u(r) 2\pi r dr}{\rho \bar{U} (\pi R^2) C_p} = \frac{2}{\bar{U} R^2} \int_0^R T(r) u(r) r dr \quad (4-8)$$

8-2- جریان آرام و آشفته در لوله‌ها

برای جریان در لوله، عدد رینولدز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Re = \frac{\rho \bar{u} D_h}{\mu} \quad (5-8)$$

در رابطه فوق D_h قطر هیدرولیکی است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$D_h = \frac{4A_C}{P} \quad (6-8)$$

که در آن A_C مساحت سطح مقطع و P محیط تر شده است.

جریان در داخل لوله به ازای $Re < 2300$ آرام و به ازای $Re > 10000$ مغشوش و بین این دو مقدار در ناحیه گذار است.

3-8- ناحیه ورودی

ناحیه‌ای که از جریان که آثار نیروهای برشی لزجت ناشی از اصطکاک سیال احساس می‌گردد لایه مرزی نامیده می‌شود. ضخامت این لایه در جهت جریان افزایش می‌یابد و به تدریج کل لوله را در بر می‌گیرد. از ابتدای لوله تا نقطه‌ای که در آن، لایه مرزی به مرکز لوله می‌رسد را ناحیه ورودی هیدرودینامیکی و طول این ناحیه را طول ورودی هیدرودینامیکی L_h می‌گویند. بعد از ناحیه ورودی که در آن پروفیل سرعت کاملاً توسعه یافته است ناحیه کاملاً توسعه یافته هیدرودینامیکی گویند.

$$\frac{\partial U(r, x)}{\partial x} = 0 \Rightarrow U = U(r) \quad (7-8)$$

کاملاً توسعه یافته هیدرودینامیکی

ناحیه‌ای از جریان که در آن، لایه مرزی گرمایی رشد کرده و به مرکز لوله می‌رسد را ناحیه ورودی گرمایی و طول این ناحیه را طول ورودی گرمایی L_t می‌نامند. ناحیه بعد از ناحیه ورودی گرمایی که در آن پروفیل‌های دمای بدون بعد بدون تغییر می‌ماند ناحیه کاملاً توسعه یافته می‌گویند. ناحیه‌ای که در آن هر دو پروفیل دمای بدون بعد و سرعت بدون تغییر است ناحیه جریان کاملاً توسعه یافته است.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_s(x) - T_{(r,x)}}{T_s(x) - T_m(x)} \right] = 0 \quad (8-8)$$

کاملاً توسعه یافته گرمایی

جریان آرام

در جریان آرام داخل لوله

برای سیال‌هایی با $Pr > 1$ لایه مرزی سرعت و گرما بر هم منطبق هستند.

برای سیال‌هایی با $Pr \gg 1$ لایه مرزی سرعت سریع‌تر از لایه مرزی گرما رشد می‌کند و در نتیجه $L_h < L_t$.

برای سیال‌هایی با $Pr \ll 1$ مانند فلزات مایع لایه مرزی گرما سریع‌تر از لایه مرزی سرعت رشد می‌کند و در نتیجه

$$L_t < L_h$$

طول ورودی هیدرودینامیکی و گرمایی از روابط زیر قابل محاسبه‌اند:

$$L_{h,La\ min\ ar} ; 0/05ReD \quad (9-8)$$

$$L_{t,La\ min\ ar} ; 0/05RePrD \quad (10-8)$$

$$L_{h,turbulent} \approx L_{t,turbulent} \approx 10D \quad (11-8)$$

جریان مغشوش

در جریان مغشوش

1. در ناحیه ورودی، اعداد نوسلت و در نتیجه ضرایب انتقال گرمای جابه‌جایی از ناحیه کاملاً توسعه‌یافته بسیار بزرگ‌ترند.
2. برای $x > 10D$ می‌توان جریان را کاملاً توسعه یافته در نظر گرفت. (در این ناحیه عدد نوسلت ثابت است)
3. نوع شرط مرزی گرمایی (شار ثابت یا دما ثابت) بر عدد نوسلت بی‌تأثیر است.

8-4- تجزیه و تحلیل عمومی گرما

یک رابطه کلی که به شرط مرزی گرمایی روی سطح یا شرایط جریان بستگی ندارد به صورت زیر است:

$$q = \dot{m}C_p(T_{m,o} - T_{m,i}) \quad (12-8)$$

که در آن $T_{m,o}$ دمای میانگین در خروجی و $T_{m,i}$ دمای میانگین در ورودی است.

شار گرمای سطح ثابت ($q_s'' = cte$)

در این حالت دمای میانگین خروجی برابر است با:

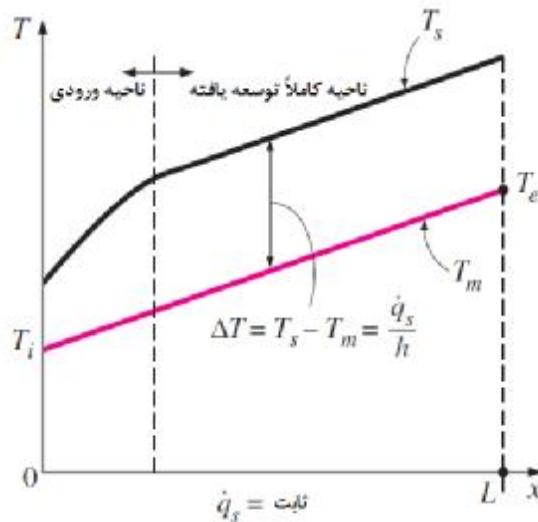
$$q = q_s'' A_s = \dot{m}C_p(T_e - T_i) \Rightarrow T_e = T_i + \frac{q_s'' A_s}{\dot{m}C_p} \quad (13-8)$$

دمای سطح به سادگی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$q_s'' = h(T_s - T_m) \Rightarrow T_s = T_m + \frac{q_s''}{h} \quad (14-8)$$

در ناحیه کاملاً توسعه یافته دمای سطح T_s نیز در راستای جریان به طور خطی افزایش می‌یابد، زیرا h ثابت بوده و در

نتیجه ثابت $T_s - T_m =$ خواهد بود.



شکل 8-1- تغییر دمای سطح لوله و دمای میانگین سیال در امتداد لوله در حالت شار گرمای سطح ثابت.

شیب دمای میانگین سیال T_m با موازنه انرژی برای المانی مطابق شکل بدست می‌آید:

$$\rho C_p dT_m = q_s''(pdx) \Rightarrow \frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\rho C_p} \quad (15-8)$$

که در آن P محیط لوله است.

چون q_s'' و h ثابت‌اند با مشتق‌گیری از معادله (8-14) داریم:

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{dT_s}{dx} \quad (16-8)$$

همچنین از شرط توسعه‌یافتگی (معادله (8-8)) داریم:

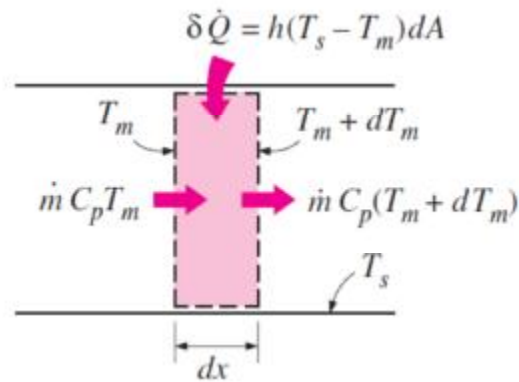
$$\frac{dT}{dx} = \frac{dT_s}{dx} \quad (17-8)$$

از مقایسه سه رابطه فوق داریم:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\rho C_p} \quad (18-8)$$

دمای سطح ثابت (ثابت T_s)

از موازنه انرژی بر روی یک حجم معیار دیفرانسیلی مطابق شکل ... خواهیم داشت:



شکل 8-2- یک حجم معیار دیفرانسیلی داخل لوله.

$$\dot{m} C_p dT_m = h(T_s - T_m) p dx \Rightarrow \frac{d(T_s - T_m)}{T_s - T_m} = -\frac{hP}{\dot{m} C_p} dx \quad (19-8)$$

با انتگرال گیری از $x = 0$ (که در آن $T_m = T_i$) تا $x = L$ (که در آن $T_m = T_e$) داریم:

$$\ln \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} = -\frac{hA_s}{\dot{m} C_p} \quad (20-8)$$

که در آن $A_s = PL$ مساحت سطح لوله و h ضریب انتقال گرمای جا به جایی متوسط و ثابت است.

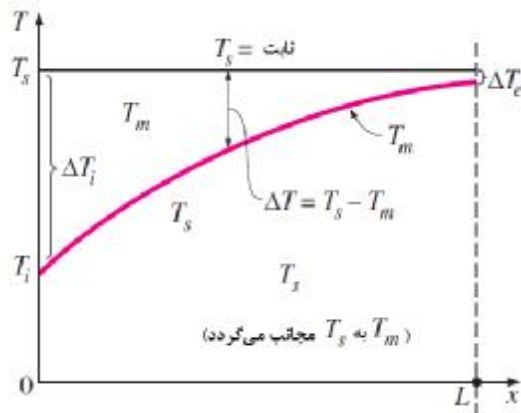
همانطور که در شکل زیر مشاهده می شود اختلاف دمای بین سیال و سطح به صورت نمایی در راستای جریان کاهش

می یابد که این آهنگ انتقال به پارامتر $\frac{hA_s}{\dot{m} C_p}$ بستگی دارد. را تعداد واحدهای انتقال و یا NTU گویند. به

ازای $NTU > 5$ دمای خروجی سیال تقریباً با دمای سطح برابر خواهد شد، T_s ; T_e . چون دمای T_e نمی تواند از

T_s بیشتر باشد مقدار NTU حدود 5 نشان می دهد که انتقال گرما به مقدار حدی خود رسیده و هر چقدر هم طول

لوله را زیاد کنیم، بیشتر نمی شود.



شکل 8-3- تغییر دمای میانگین سیال در امتداد لوله، برای حالت دمای سطح ثابت.

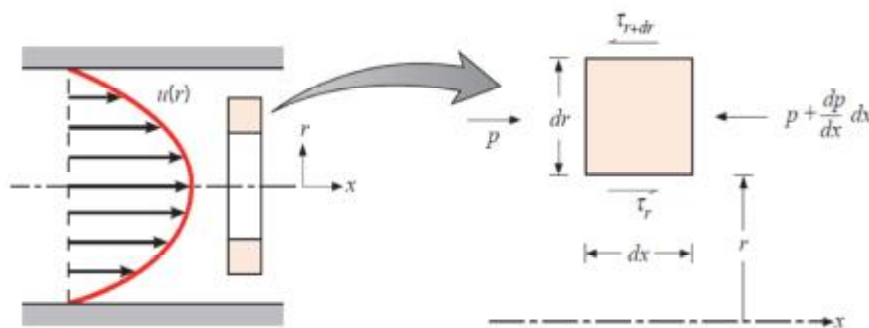
با جایگذاری hC_p از معادله (8-18) در معادله (8-10) رابطه زیر بدست می‌آید:

$$q = hA_s \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e / \Delta T_i)} \quad (21-8)$$

5-8- جریان آرام در داخل لوله‌ها

8-5-1- تحلیل هیدرودینامیکی

از موازنه نیرو در راستای جریان برای المان شکل ... با جایگذاری $\tau = -\mu \frac{du}{dr}$ داریم:



شکل 8-4- موازنه نیروها برای یک حجم معیار دیفرانسیلی داخل لوله.

$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \frac{dp}{dx} \quad (22-8)$$

با دو بار انتگرال‌گیری و اعمال شرایط مرزی $\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0$ (به دلیل تقارن) و $U|_{r=R} = 0$ (شرط عدم لغزش) داریم:

$$u(r) = \frac{-R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (23-8)$$

با جایگذاری معادله فوق در معادله (8-2) داریم:

$$\bar{u} = -\frac{R^2}{8\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \quad (24-8)$$

با ترکیب دو معادله فوق داریم:

$$u(r) = 2\bar{u} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (25-8)$$

که نشان می‌دهد سرعت ماکزیمم در $r=0$ رخ می‌دهد که $U_{\max} = 2\bar{u}$.

از رابطه (8-24) افت فشار به سادگی به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{dP}{dx} \Rightarrow \Delta P = \frac{32\mu L \bar{U}}{D^2} \quad (26-8)$$

افت فشار برای همه انواع جریان‌های داخلی کاملاً توسعه یافته به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho \bar{U}^2}{2} \quad (27-8)$$

که در آن f ضریب اصطکاک داریسی - وایساک است که از دیاگرام مودی به دست می‌آید.

با مساوی قرار دادن (8-26) و (8-27) ضریب اصطکاک برای جریان آرام کاملاً توسعه یافته در داخل لوله دایره‌ای به

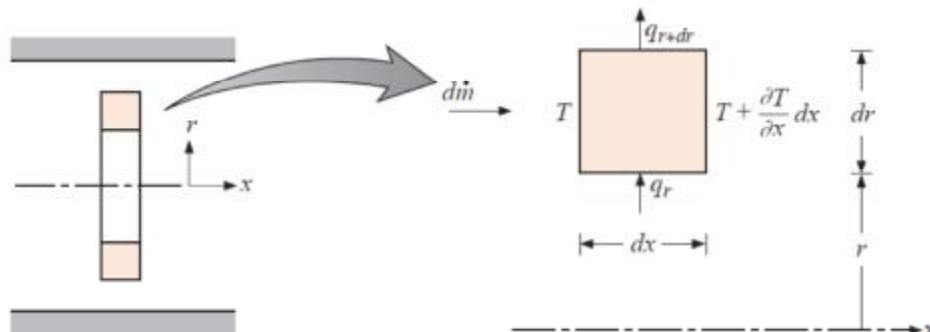
صورت زیر است:

$$f = \frac{64\mu}{\rho D \bar{U}} = \frac{64}{Re} \quad (28-8)$$

8-5-2- تحلیل گرمایی

با اعمال موازنه انرژی برای حجم دیفرانسیلی، مطابق شکل زیر، با جایگذاری با $dm = \rho u(2\pi r dr)$ و

خواهیم داشت: $q_r = -k(\partial T / \partial r)2\pi r dx$



شکل 8-5- موزنه انرژی برای یک حجم معیار دیفرانسیلی داخل لوله.

$$U \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (29-8)$$

شار گرمای سطح ثابت

با جایگذاری معادله (18-8) و (25-8) در معادله فوق داریم:

$$\frac{4q_s''}{kR} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) \quad (30-8)$$

با دوبار انتگرال گیری و اعمال شرایط مرزی $\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0$ (به دلیل تقارن) و $T \Big|_{r=R} = T_s$ داریم:

$$T = T_s - \frac{q_s'' R}{k} \left(\frac{3}{4} - \frac{r^2}{R^2} + \frac{r^4}{4R^4} \right) \quad (31-8)$$

با جایگذاری پروفیل دما و سرعت در معادله دمای میانگین و انجام انتگرال گیری

$$T_m = T_s - \frac{11 q_s'' R}{24 K} \quad (32-8)$$

با ترکیب رابطه فوق با رابطه $q_s'' = h(T_s - T_m)$ داریم:

$$Nu = \frac{hD}{K} = 4.36 \quad (33-8)$$

دمای سطح ثابت

روش حل در این حالت بسیار پیچیده است ولی رابطه به همان سادگی قبل خواهد بود:

$$Nu = \frac{hD}{K} = 3.66 \quad (34-8)$$

برای مجراهای غیردایره‌ای نیز عدد نوسلت در جداولی موجود است. در همه موارد عدد نوسلت در شار ثابت بیشتر از دمای سطح ثابت است.

3-5-8- جریان آرام در حال توسعه در ناحیه ورودی

عدد نوسلت متوسط برای ناحیه ورودی گرمایی لوله دایره‌ای به طول L که در معرض دمای سطح ثابت قرار دارد داریم:

$$Nu = 3.66 + \frac{0.065(D/L)RePr}{1 + 0.04[(D/L)RePr]^{2/3}} \quad (35-8)$$

عدد نوسلت متوسط برای ناحیه ورودی گرمایی جریان بین دو صفحه موازی هم دما به طول L به صورت زیر است:

$$Nu = 7.54 + \frac{0.03(D_h/L)RePr}{1 + 0.016[(D_h/L)RePr]^{2/3}} \quad (36-8)$$

6-8- جریان مغشوش در داخل لوله‌ها

برای لوله‌های صاف ضریب اصطکاک در جریان آشفته به صورت زیر است:

$$f = (0.79 \ln Re - 1.64)^{-2} \quad 3000 < Re < 5 \times 10^6 \quad (37-8)$$

و عدد ناسلت به صورت زیر خواهد بود:

$$Nu = 0.023 Re_D^{0/8} Pr^n \quad 0.7 \leq Pr \leq 160 \quad (38-8)$$

برای حالت گرمایش سیال در حال جریان در داخل لوله $n = 0.4$ و برای سرمايش $n = 0.3$ است.

برای فلزات مایع در گستره $10^4 < Re < 10^6$ روابط زیر پیشنهاد شده است:

$$Nu = 4.8 + 0.0156 Re^{0.85} Pr_s^{0.93} \quad (T_s = \text{ثابت}) \quad (39-8)$$

$$Nu = 6.3 + 0.0167 Re^{0.85} Pr_s^{0.93} \quad (q_s'' = \text{ثابت}) \quad (40-8)$$

7-8 جریان بین لوله‌های هم‌محور

یک مجرای حلقوی هم‌محور با قطر داخلی D_i و قطر خارجی D_o را در نظر بگیرید. در این حالت:

$$D_h = \frac{4A_c}{P} = \frac{4\pi(D_o^2 - D_i^2)}{\pi(D_o + D_i)} = D_o - D_i \quad (41-8)$$

اعداد نوسلت به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$Nu_o = \frac{h_o D_h}{k} \quad , \quad Nu_i = \frac{h_i D_h}{k} \quad (42-8)$$

با افزایش نسبت $\frac{D_i}{D_o}$ مقدار Nu_o ، افزایش و Nu_i کاهش می‌یابد.

8-8- افزایش انتقال گرما

به منظور بالا بردن ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی و در نتیجه آهنگ انتقال گرمای جابه‌جایی، سطح لوله‌ها را اغلب به صورت عمودی، زیر، موج دار یا پره‌دار می‌سازند. البته زبرسازی سطح، ضریب اصطکاک و در نتیجه توان مورد نیاز پمپ یا فن را نیز افزایش خواهد داد.

جابه‌جایی طبیعی

در فصل قبل انتقال حرارت به روش جابه‌جایی طبیعی را بررسی کردیم. در این روش، اعمال نیرو به یک سیال توسط عامل خارجی مانند پمپ یا فن، آن را روی یک سطح و یا داخل یک لوله به حرکت درمی‌آورند. در این فصل جابه‌جایی طبیعی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. حرکت سیال در جابه‌جایی طبیعی یا آزاد، نتیجه نیروهای شناوری است، اگر سیال تحت میدان نیروهای خارجی از قبیل ثقل نباشد، نیروهای شناوری وجود نخواهند داشت در عین حال ثقل تنها نیرویی نیست که می‌تواند ایجاد جریان‌های جابه‌جایی آزاد بکند. یک سیال که در یک ماشین دوار محبوس است و میدان نیروی گریز از مرکز بر آن اعمال می‌شود، چنانچه با یک یا چند سطح گرم در تماس باشد، تحت جریان‌های جابه‌جایی آزاد خواهد بود. نیروهای شناوری که موجب جریان‌های جابه‌جایی آزاد می‌شوند را نیروهای بدنه گویند.

در بسیاری از کاربردهای متداول انتقال گرما، جابه‌جایی طبیعی به عنوان مکانیسم اصلی انتقال گرما می‌باشد. بعضی از مثال‌های موجود در این مورد عبارتند از سرمایه‌های تجهیزات الکترونیک مثل ترانزیستورهای قدرت، تلویزیون و ویدئو، انتقال گرما از بخاری‌ها در رادیاتورها، انتقال گرما از سیم‌پیچ پشت یخچال و خطوط انتقال قدرت و انتقال گرما از بدن انسان و حیوان. جابه‌جایی طبیعی در گازها جز در مورد سطح با ضریب صدور کم معمولاً به وسیله تشعشع و به مقدار قابل ملاحظه انجام می‌شود.

عدد گراشف:

نقش عدد گراشف در جابه‌جایی طبیعی مانند نقش عدد رینولدز در جابه‌جایی اجباری است. در جابه‌جایی طبیعی عدد گراشف معیار اصلی در تعیین اینکه آیا جریان سیال لایه‌ای است یا مغشوش می‌باشد. عدد گراشف بیانگر نسبت نیروی شناوری به نیروی اعمال شده بر سیال می‌باشد. یعنی:

$$Gr = \frac{\text{نیروی شناوری}}{\text{نیروی ویسکوز}} = \frac{g \Delta \rho V}{\rho v^2} = \frac{g \beta V \Delta T}{\rho v^2} \quad (1-9)$$

این کمیت در شکل معمولی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Gr = \frac{g b (T_w - T_\infty) L^2}{n^2} \quad (2-9)$$

که در رابطه بالا g شتاب گرانش (m/s^2) ، T_w دمای سطح C° ، T_∞ دمای سیال به اندازه کافی دور از سطح C° ، L طول مشخص هندسی m ، r ویسکوزیته سینماتیکی سیال m^2/s و β ضریب انبساط حجمی و به صورت زیر تعریف می‌شود:

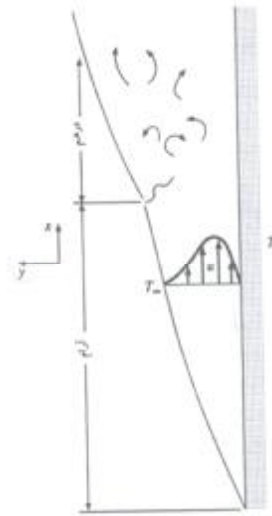
$$b = -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial T} \right)_p \quad (3-9)$$

نکته: طول مشخصه برای صفحه یا استوانه قائم، طول آن‌هاست (L) و برای استوانه افقی قطر آن (d) می‌باشد.

نکته: برای گاز ایده‌آل داریم: $\beta = \frac{1}{T_f}$ و T_f دمای فیلم $\left(\frac{T_w + T_\infty}{2} \right)$ می‌باشد. بزرگ بودن β برای یک سیال به معنی زیاد بودن تغییرات چگالی آن با دماست.

انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی آزاد روی یک صفحه مسطح قائم

وقتی صفحه گرم باشد یک لایه مرزی جابه‌جایی آزاد تشکیل خواهد شد. پروفیل سرعت در لایه مرزی کاملاً متفاوت با پروفیل سرعت در لایه مرزی اجباری است. در ابتدا، توسعه لایه مرزی به صورت آرام است ولی در فاصله‌ای از ابتدای لایه، بسته به خواص سیال و اختلاف درجه حرارت بین دیواره و محیط گردابه‌های درهم تشکیل می‌گردد. معادله نیروهای حاکم بر جریان به وجود آمده در جداره یک صفحه گرم به صورت زیر می‌باشد:



شکل 9-1. لایه مرزی بر روی صفحه مسطح قائم.

$$r \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} - r g + m \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (4-9)$$

گرادیان فشار در جهت x در نتیجه تغییر ارتفاع در صفحه می‌باشد یا:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_{\infty} g \quad (5-9)$$

با توجه به تعریف β که در مبحث عدد گراشف عنوان شد $\left(\beta = \frac{\rho_{\infty} - \rho}{\rho(T - T_{\infty})} \right)$ داریم:

$$r \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = r g b (T - T_{\infty}) + m \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (6-9)$$

معادله بالا مربوط به سرعت در لایه مرزی می‌باشد با داشتن انرژی می‌توان توزیع دما و سرعت را در لایه بدست آورد.

معادله تغییرات دما به صورت زیر می‌باشد:

$$r C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = K \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (7-9)$$

نکته: معادله انرژی بالا شبیه معادله انرژی برای سیستم جابه‌جایی اجباری در سرعت کم می‌باشد. اما شرایط مرزی دما

و سرعت برای دیوار قائم به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{cases} T = T_w & ; & y = 0 \\ T = T_\infty & ; & y = \delta \\ \frac{\partial T}{\partial y} = 0 & ; & y = \delta \end{cases} \quad (8-9)$$

$$\begin{cases} u = 0 & ; & y = 0 \\ u = 0 & ; & y = d \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0 & ; & y = d \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -g b \left(\frac{T_w - T_\infty}{\nu} \right) & ; & y = 0 \end{cases} \quad (9-9)$$

شرط مرزی آخر سرعت از ساده کردن معادله دیفرانسیلی سرعت (معادله 6-9) در $y=0$ به دست آمده است. با توجه به شرایط مرزی و فرض پروفایل سرعت درجه دوم برای دما و سرعت داریم:

$$\frac{u}{u_x} = \frac{y}{d} \left(1 - \frac{y}{d} \right)^2 \quad (10-9)$$

$$\frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} = \left(1 - \frac{y}{d} \right)^2 \quad (11-9)$$

در رابطه بالا u_x سرعت ساختگی بوده و تابعی از x است. همچنین در صورت در نظر گرفتن پروفایل درجه 2 برای سرعت خواهیم داشت:

$$\frac{u}{u_x} = \frac{bd^2 g (T_w - T_\infty)}{4u_x \nu} \frac{y}{d} \left(1 - \frac{y}{d} \right)^2 \quad (12-9)$$

با در نظر گرفتن پروفایل درجه دوم دما و سرعت خواهیم داشت:

$$u_x \sim d^2$$

$$d \sim x^{\frac{1}{4}}$$

در نهایت عبارت حاصل برای ضخامت لایه مرزی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{d}{x} = 3.93 pr^{\frac{1}{2}} (0.952 + pr)^{\frac{1}{4}} Gr_x^{-\frac{1}{4}} \quad (13-9)$$

$$Gr_x = \frac{g b (T_w - T_\infty) x^3}{g^2} \quad (14-9)$$

ضریب انتقال را می‌توان با در نظر گرفتن پروفایل درجه دوم دما و رابطه زیر بدست آورد (جریان آرام):

$$q_w = -KA \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_w = hA(T_w - T_\infty) \quad (15-9)$$

$$\frac{h_x}{k} = Nu_x = 2 \frac{x}{d} = 0.508 pr g^{\frac{1}{2}} (0.952 + pr)^{\frac{1}{4}} Gr_x^{\frac{1}{4}} \quad (16-9)$$

برای دیواره با دمای ثابت خواهیم داشت:

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx \Rightarrow \bar{h} = \frac{4}{3} h_{x=L} \quad (17-9)$$

نکته: هنگامی که شار ثابت بر دیواره اعمال شود:

$$\bar{h} = \frac{\partial}{4} h_{x=L} \quad (18-9)$$

نکته: وقتی با جابه‌جایی آزاد در هم روبرو هستیم، اصولاً ضریب انتقال حرارت موضعی نسبت به x ثابت خواهد بود:

$$h_x \sim \frac{1}{x} (x^3)^{\frac{1}{3}}$$

نکته: مقدار عدد گراشف بحرانی برای جابه‌جایی آزاد هوا روی یک صفحه مسطح قائم برابر 4×10^8 است.

نکته: طول مشخصه جسم که در عدد گراشف لحاظ می‌شود برای اجسام نامنظم برابر مسافتی است که ذره در لایه

مرزی طی می‌کند.

مثال) یک صفحه داغ عمودی با دمای ثابت در داخل سیالی قرار گرفته است. در حالت پایا مقدار ناسلت محلی:

(1) در قسمت بالایی صفحه کمتر از جاهای دیگر است و با ضخامت لایه مرزی نسبت مستقیم دارد.

(2) در قسمت بالایی صفحه کمتر از جاهای دیگر است و با ضخامت لایه مرزی نسبت عکس دارد.

(3) در قسمت بالایی صفحه بیشتر از جاهای دیگر است و با ضخامت لایه مرزی نسبت مستقیم دارد.

(4) در قسمت بالایی صفحه بیشتر از جاهای دیگر است و با ضخامت لایه مرزی نسبت عکس دارد.

حل) گزینه (4) صحیح است.

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = \frac{2x}{d}$$

بنابراین عدد ناسلت با ضخامت لایه مرزی نسبت عکس دارد و با x نسبت مستقیم دارد یعنی هر چه بالاتر رویم عدد ناسلت افزایش می‌یابد.

(مثال) ضریب انتقال حرارت جابجایی موضعی بین دو صفحه عمودی و محیط اطراف از رابطه $Nu_x = 0.17(Gr_x^* Pr)^{\frac{1}{4}}$

که در آن $Gr_x^* = \frac{gbq_w x^4}{kn^2}$ است به دست می‌آید. (ارتفاع صفحه = L ، امتداد قائم = x ، ضریب انبساط حجمی = β ،

شار ثابت حرارتی = q_w) کدام یک از عبارتها صحیح است؟

$$\bar{h} = \frac{4}{3} h_{x=L} \quad (1)$$

$$\bar{h} = \frac{5}{4} h_{x=L} \quad (2)$$

$$\bar{h} = h_{x=L} \quad (3)$$

(حل) گزینه (3) صحیح است.

$$\frac{hx}{k} = 0.17 \left(\frac{gbq_w x^2}{kn^2} \right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow h \text{ مستقل از } x \text{ است}$$

بنابراین: $\bar{h} = h_{x=L}$

روابط تجربی برای جابه‌جایی آزاد:

$$\overline{Nu}_f = C(Gr_f Pr_f)^m \quad (19-9)$$

اندیس f نشان می‌دهد خواص مربوط به گروه‌های برون بعد در درجه حرارت لایه نازک ارزیابی شده‌اند:

$$T_f = \frac{T_\infty + T_w}{2} \quad (20-9)$$

حاصلضرب عدد گراشف و پرانتل را عدد ریلی می‌نامند:

$$Ra = Gr.Pr \quad (21-9)$$

نکته: شرط کلی برای اینکه یک استوانه قائم را بتوان مانند صفحه مسطح قائم در نظر گرفت:

$$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr_L^{\frac{1}{4}}} \quad (22-9)$$

که D قطر و L طول استوانه می باشد.

(1) جابه جایی آزاد از صفحات افقی:

در این مورد از روابط تجربی استفاده می شود. به منظور بدست آوردن بعد مشخصه از رابطه زیر استفاده می شود:

$$L = \frac{A}{P} \quad (23-9)$$

A مساحت سطح و P محیط سطح می باشد.

نکته: بعد مشخصه برای مربع برابر طول یک وجه، در مورد سطح مستطیلی برابر مقدار متوسط دو بعد آن، در مورد

دیسک مدور برابر $d/9$ و برای مکعب به ضلع L برابر با $2L$ می باشد.

نکته: در صورتی که شار حرارت ثابت به صفحه مسطح اعمال شود:

$$\overline{Nu}_L = C_1 (Gr_L Pr)^{\frac{1}{3}} \quad (24-9) \quad \text{سطح گرم شده رو به بالا:}$$

$$\overline{Nu}_L = C_2 (Gr_L Pr)^{\frac{1}{5}} \quad (25-9) \quad \text{سطح گرم شده رو به پایین:}$$

نکته: برای سطوح شیبدار می توان رابطه زیر را برای عدد ناسلت در نظر گرفت:

$$\overline{Nu}_e = C_3 (Gr_e Pr_e \cos q)^{\frac{1}{4}} ; q < 88^\circ \quad (26-9)$$

$$T_e = T_w - 0.25(T_w - T_\infty)$$

نکته: رابطه تجربی زیر برای انتقال حرارت جابه جایی آزاد از کره در هوا پیشنهاد شده است:

$$Nu_f = \frac{\bar{h}d}{k_f} = 2 + C_4 (Gr_f Pr_f)^{\frac{1}{4}} \quad (27-9)$$

جابه جایی آزاد از فضاهای بسته:

$$Gr_d = \frac{g b (T_1 - T_2) d^3}{r^3}, Nu_d = \frac{hd}{K} \quad (28-9)$$

همانطور که در رابطه بالا نشان داده شده است طول مشخصه در این حالت برابر ضخامت فضای بسته (δ) می باشد.

نکته: در عددهای گرافش خیلی کوچک، مقدار بسیار کمی از انتقال حرارت به طریق جریان‌های جابه‌جایی آزاد صورت می‌گیرد و قسمت اصلی انتقال حرارت از طریق هدایت در لایه سیال انجام می‌شود.

اگر فضای بسته به صورت افقی باشد دو حالت متفاوت داریم:

(1) دمای صفحه بالایی از صفحه پایین بیشتر باشد: در این حالت سیال با چگالی کمتر در بالای سیال با چگالی بیشتر قرار می‌گیرد و هیچ‌گونه جریان جابه‌جایی وجود نخواهد داشت و انتقال حرارت فقط به طریق هدایت انجام می‌شود و $Nu_d = 1$ خواهد بود.

(2) صفحه پایینی دارای درجه حرارت بیشتری باشد:

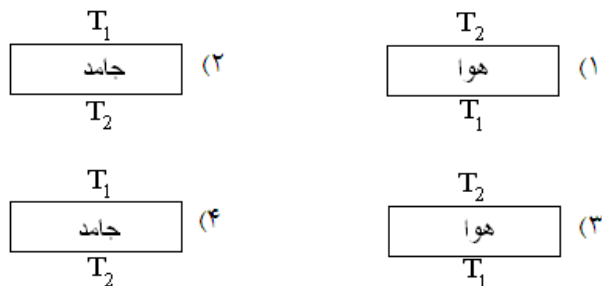
- تنها هدایت حرارتی وجود دارد: $Gr_d < 1700 \Rightarrow Nu_d = 1$

- جابه‌جایی شروع شده و الگوی سلول بنارد در لایه سیال محصول به وجود می‌آید:

$$1700 < Gr_d < 50,000$$

- جریان در هم شروع می‌شود و سلول‌های بنارد از بین می‌رود: $Gr_d > 50,000$

(مثال) نرخ انتقال حرارت در کدام شکل بیشتر است؟ $(w \gg L, T_2 > T_1)$



(حل) با توجه به اینکه در شکل 2 علاوه بر انتقال حرارت هدایتی، انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نیز وجود دارد بنابراین در این حالت انتقال حرارت بیشتری داریم. بنابراین گزینه (2) صحیح است.

فضاهای تهی (چگالی پایین)

اصطلاح چگالی پایین، شرایطی است که مسیر آزاد پویش مولکول‌ها در قیاس با بعد مشخصه سطح انتقال حرارت، خیلی کوچک نباشد. مسیر پویش آزاد فاصله‌ای است که یک مولکول بین تصادف‌ها طی می‌کند.

نکته: طولانی بودن مسیر پویش آزاد مترادف است با بزرگتر بودن فاصله مورد نیاز برای ارتباط درجه حرارت سطح داغ با گازی که در تماس با آن است. بنابراین در این حالت نمی‌توان درجه حرارت گاز مجاور با سطح را دقیقاً برابر درجه حرارت سطح فرض نمود.

ترکیب جابه‌جایی آزاد و اجباری

در حالتی که یک سیال از روی یک سطح گرم با سرعت بسیار ناچیز عبور کند علاوه بر سرعت جریان اجباری، یک سرعت جابه‌جایی دیگر ناشی از نیروهای شناوری حاصل از کاهش چگالی سیال در مجاورت سطح گرم شده نیز وجود خواهد داشت.

نکته: در صورتی که جریان‌های جابه‌جایی اجباری و آزاد در یک جهت باشند به این حالت جریان کمکی گویند و در صورتی که در خلاف جهت هم باشند، جریان مخالف گویند.

نکته: بزرگ بودن عدد رینولدز به معنی بزرگ بودن سرعت جریان اجباری و نیز کم تأثیر بودن جریان‌های جابه‌جایی آزاد است.

نکته: در صورتی که $\frac{Gr}{Re^2} > 10$ می‌توان گفت جابه‌جایی آزاد در درجه اول اهمیت قرار دارد.

مجموعه نکات

نکته 1: نیروی غوطه‌وری در اثر حضور توأم گرادیان چگالی سیال و نیروی جسمی متناوب با آن به وجود می‌آید.
 نکته 2: گرادیان چگالی جرم در یک سیال به دلایل مختلف ممکن است ایجاد شود ولی متداولترین دلیل حضور گرادیان دماست.

نکته 3: می‌دانیم که چگالی مایعات و گازها به دما بستگی دارد و معمولا با افزایش دما به دلیل انبساط سیال، کاهش می‌یابد. $(\frac{\partial \rho}{\partial T} < 0)$

نکته 4: چون سرعت‌های جریان جابجایی آزاد عموماً کمتر از جابجایی اجباری است، نرخ انتقال جابجایی نیز کمتر خواهد بود.

نکته 5: هر قدر اختلاف دما بین سطح و سیال مجاور زیادتر باشد نیروی شناوری بزرگ‌تر بوده و جابجایی طبیعی بیشتر خواهد بود.

نکته 6: انتقال گرمای جابجایی طبیعی روی یک سطح به هندسه سطح، جهت قرار گرفتن آن، تغییرات دما روی سطح و خواص ترموفیزیکی سیال بستگی دارد.

نکته 7: U_{max} در جریان جابجایی طبیعی روی صفحه تخت در $y = \frac{d}{3}$ اتفاق می‌افتد.

نکته 8: توجه داشته باشید که برای جریان آرام داریم:

$$\bar{h} = \frac{4}{3} h|_{x=L} \quad \text{در شرایط دمای ثابت سطح}$$

$$\bar{h} = \frac{5}{4} h|_{x=L} \quad \text{در شرایط شار گرمایی ثابت در سطح}$$

نکته 9: عدد گراشف در سیستم‌های جریان جابجایی آزاد همان نقشی را دارد که عدد رینولدز در جابجایی اجباری به عنوان معیار گذر از جریان لایه مرزی آرام به دهم از آن استفاده می‌شود. مقدار عدد گراشف بحرانی برای صفحات عمودی 10^9 است.

نکته 10: ضخامت لایه مرزی در جابجایی طبیعی معمولاً بزرگ‌تر از جابجایی اجباری است.

نکته 11: جابجایی طبیعی روی استوانه‌ها را می‌توان برای نسبت‌های معقول از طریق صفحات بزرگ استفاده و محاسبه

$$\frac{P}{L_1} \geq \frac{35}{Gr_L^{\frac{1}{3}}}$$

نکته 12: رابطه ساده $\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{K} = CRa_L^h$ که در آن $Ra_L Gr_L \cdot Pr = \frac{gb(T_s - T_\infty)L^3}{\nu a}$ به صورت تجربی برای جریان

آزاد خارجی استفاده می‌شود. که n برای جریان آرام $\frac{1}{4}$ و برای جریان مغشوش $\frac{1}{3}$ در نظر گرفته می‌شود.

نکته 13: در حالتیکه صفحه به صورت قائم باشد دارای ضریب جابجایی طبیعی بزرگ‌تری نسبت به بقیه است.

ضریب جابجایی گرمایی: صفحه $1 <$ صفحه مایل $<$ صفحه قائم

نکته 14: با توجه به مطالب ذکر شده مشاهده می‌شود با افزایش ارتفاع صفحه قائم از آنجا که طول مشخصه صفحه

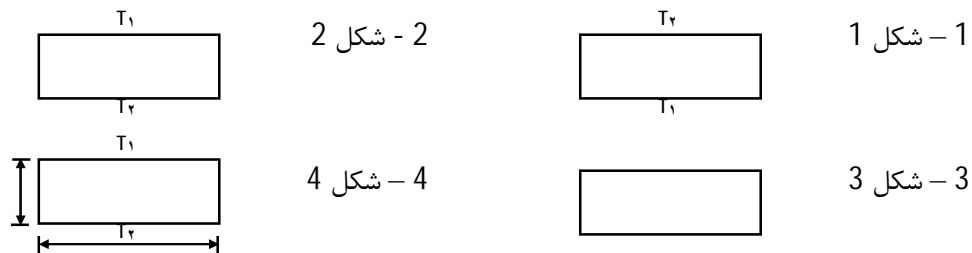
بزرگ‌تر می‌شود، عدد گراشف بزرگ‌تر شده و ضریب جابجایی افزایش می‌یابد.

نکته 15: در جابجایی ترکیبی (اجباری و طبیعی) در سرعت‌های بسیار کم سیال، اثر جابجایی طبیعی مشهودتر

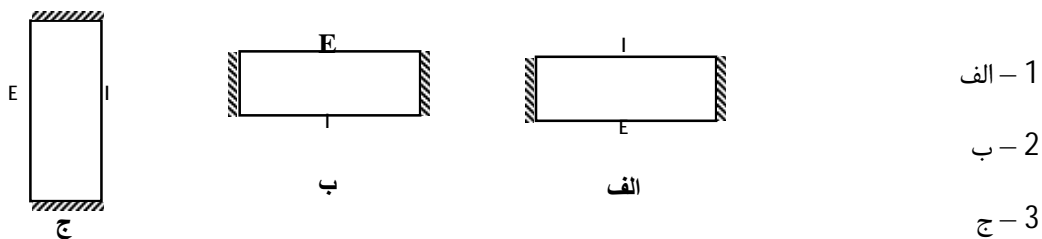
می‌شود.

مجموعه تست

1- نرخ انتقال حرارت در کدام شکل بیشتر است؟ $[W \gg L, T_2 > T_1]$



2- در شکل مقابل سه وضع مختلف برای قرار گرفتن یک محفظه‌ی هوا نشان داده شده است. اگر دمای دو سطح E, I به ترتیب $50^\circ C$, $20^\circ C$ و سطح دیگر عایق باشد. انتقال حرارت بین دو سطح E, I در کدام شکل کمتر از دو شکل دیگر است؟



4- در هر سه شکل یکسان است.

3- یک استوانه توپر داغ به طول L و قطر D را می‌خواهیم. از طریق قرار دادن در معرض هوای ساکن سرد نماییم کدام گزینه صحیح است؟

- 1- اطلاعات جهت قضاوت کافی نیست.
- 2- در حالت افقی سریع‌تر سرد می‌شود.
- 3- در حالت قائم سریع‌تر سرد می‌شود.
- 4- زمان سرد بستگی به نسبت $\frac{D}{L}$ دارد.

4- اگر سیالی با دو صفحه موازی ، مطابق شکل احاطه شود. وجود کدام شرط برای انتقال حرارت

کنوکسیون آزاد الزامی است؟

$$\begin{array}{l} x \downarrow -T_1 \\ g \downarrow -T_2 \end{array} T_1 \neq T_2$$

$$\frac{dp}{dx} > 0 , \frac{dT}{dx} > 0 - 2$$

$$\frac{dp}{dx} < 0 , \frac{dT}{dx} < 0 - 1$$

$$\frac{dp}{dx} < 0 , \frac{dT}{dx} > 0 - 4$$

$$\frac{dp}{dx} > 0 , \frac{dT}{dx} < 0 - 3$$

پاسخ تست

1 - گزینه 2 صحیح است.

در این حالت که دمای بالاتر در قسمت زیری است و بین دو صفحه هوا وجود دارد انتقال گرمای جابجایی طبیعی هم صورت می‌گیرد.

2 - گزینه 2 صحیح است.

چون سطح سردتر زیر قرار گرفته است و جابجایی طبیعی صورت نمی‌گیرد.

3 - گزینه 4 صحیح است.

در حالت افقی داریم :

$$Nu_D = \frac{KD}{K} = f(Ra) \Rightarrow h \frac{k}{D} f(Ra)$$

در حالت قائم از معادلات مربوط به صفحه عمودی استفاده می‌کنیم :

$$Nu_D = \frac{hl}{k} = g(Ra) \Rightarrow h = \frac{k}{l} g(Ra)$$

بنابراین باید $\frac{D}{L}$ مشخص باشد تا بتوان نسبت به زمان سرد شدن در هر حالت نظر داد.

4 - گزینه 4 صحیح است.

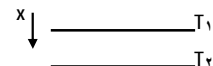
نکته 1 : در محوطه بسته بین دو صفحه تنها در حالتی که سطح پایینی دمای بیشتری داشته باشد ، انتقال حرارت به شیوه جابجایی طبیعی میسر می‌شود. (تست 1) (تست 2)

نکته 2 : در حالت جابجایی طبیعی انتقال حرارت تابعی از **Ra** است. منتهی در حالت افقی $NU_D = \frac{hD}{K}$ و در حالت

عمودی طول مشخصه **L** ، طول استوانه است. $(NU = \frac{hL}{K})$ (تست 3)

نکته 3 : در محوطه بسته بین دو صفحه موازی تنها در صورتی جابجایی آزاد وجود دارد که دمای صفحه پایینی بیشتر باشد.

یعنی $T_2 > T_1$ و چگالی سیال نزدیک به سطح پایینی کمتر باشد. (تست 4)



جریان خارجی

صفحه تخت

تحلیل هیدرودینامیکی

جریان موازی سیال بر روی صفحه تخت به طول L را در نظر بگیرید. در این جریان گذار از حالت آرام به آشفته حدود $Re \cong 1 \times 10^5$ شروع می‌شود، ولی تا وقتی که عدد رینولدز به مقادیری در حدود 3×10^6 نرسد جریان کاملاً آشفته نمی‌گردد.

با این حال مقدار پذیرفته شده برای عدد رینولدز بحرانی برابر است با

$$Re_{cr} = \frac{\rho U_{\infty} x_{er}}{\mu} = 5 \times 10^5 \quad (1-7)$$

ضخامت لایه مرزی و ضریب اصطکاک موضعی به صورت زیر هستند:

الف - جریان آرام

$$\delta_{v,x} = \frac{4.91 x}{Re_x^{1/2}} \quad (2-7)$$

$$C_{f,x} = \frac{0.664}{Re_x^{1/2}} \quad Re_x < 5 \times 10^5 \quad (3-7)$$

ب - جریان مغشوش

$$\delta_{v,x} = \frac{0.38 x}{Re_x^{1/5}} \quad (4-7)$$

$$C_{f,x} = \frac{0.059}{Re_x^{1/5}} \quad 5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^7 \quad (5-7)$$

که در آن x فاصله از لبه ابتدایی صفحه و $Re_x = \frac{U_{\infty} x}{\nu}$ عدد رینولدز در مکان x می‌باشد.

ضریب اصطکاک متوسط بر روی کل صفحه با محاسبه انتگرال زیر به دست می‌آید:

$$C_f = \frac{1}{L} \int_0^L C_{f,x} dx \quad (6-7)$$

الف - جریان آرام

$$C_f = \frac{1/33}{Re_L^2} \quad Re_L < 5 \times 10^5 \quad (7-7)$$

ب - جریان آشفته

$$C_f = \frac{0/074}{Re_L^5} \quad 5 \times 10^5 \leq Re_L \leq 10^7 \quad (8-7)$$

در حالت کلی جریان لایه مرزی مرکب است یعنی جریان در ابتدا آرام و سپس مغشوش می‌گردد. در این حالت

$$C_f = \frac{1}{L} \left(\int_0^{x_{cr}} C_{f,x, laminar} dx + \int_{x_{cr}}^L C_{f,x, turbulent} dx \right)$$

$$\Rightarrow C_f = \frac{0/074}{Re_L^5} - \frac{1742}{Re_L} \quad 5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^7 \quad (9-7)$$

ضریب اصطکاک در جریان آرام تنها به عدد رینولدز بستگی دارد و زبری سطح اثری در آن ندارد. ولی در جریان مغشوش

زبری می‌تواند ضریب اصطکاک را تا چند برابر افزایش دهد. فرمول تجربی شلیختینگ این اثر را منظور می‌کند

$$C_f = \left(1/89 - 1/62 \log \frac{\varepsilon}{L} \right)^{-2/5} \quad (10-7)$$

که در آن ε زبری سطح است.

7-1-2- تحلیل گرمایی

دمای سطح ثابت

عدد نوسلت موضعی با حل معادله دیفرانسیلی انرژی به صورت زیر در می‌آید:

جریان آرام:

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332 Re_x^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad Pr \geq 0.6 \quad (11-7)$$

جریان مغشوش:

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.0296 Re_x^{\frac{4}{5}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad 0.6 < Pr < 60 \quad (12-7)$$

عدد نوسلت متوسط با محاسبه انتگرال $h = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx$ به صورت زیر به دست می آید:

جریان آرام:

$$Nu = \frac{hL}{k} = 0.664 Re_L^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (13-7)$$

جریان مغشوش:

$$Nu = \frac{hL}{k} = 0.037 Re_L^{\frac{4}{5}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (14-7)$$

در حالت کلی جریان در ابتدا آرام و سپس مغشوش می گردد. در این حالت:

$$h = \frac{1}{L} \left(\int_0^{x_{cr}} h_{x, laminar} dx + \int_{x_{cr}}^L h_{x, turbulent} dx \right) \quad (15-7)$$

$$\Rightarrow Nu = \frac{hL}{k} = \left(0.037 Re_L^{\frac{4}{5}} - 871 \right) Pr^{\frac{1}{3}}$$

در فلزات مایع لایه مرزی گرمایی بسیار سریع تر از لایه مرزی سرعت رشد می کند. پس می توان فرض کرد که سرعت در

کل لایه مرزی با مقدار آن در جریان آزاد برابر بوده و معادله انرژی را حل نمود. در این صورت:

$$Nu_x = 0.565 (Re_x Pr)^{\frac{1}{2}} \quad Pr \leq 0.05 \quad (16-7)$$

چرچیل و اوزو رابطه واحد را برای کلیه اعداد پرانتل ارائه نموده اند:

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{0.3387 Pr^{\frac{1}{3}} Re_x^{\frac{1}{2}}}{\left(1 + \frac{0.468 Pr^{\frac{2}{3}}}{Re_x}\right)^{\frac{1}{4}}} \quad (17-7)$$

در کلیه فرمول‌های فوق خواص در دمای لایه‌ای یعنی $T = \frac{T_s + T_\infty}{2}$ تعیین می‌گردند.

شار گرمای یکنواخت

هرگاه یک صفحه تخت به جای دمای یکنواخت در معرض شار گرمای یکنواخت باشد داریم:

جریان آرام:

$$Nu_x = 0.453 Re_x^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (18-7)$$

جریان آشفته:

$$Nu_x = 0.0308 Re_x^{\frac{4}{5}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (19-7)$$

زمانی که شار گرما ثابت است دمای سطح $T_s(x)$ به راحتی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q'' = h_x (T_s(x) - T_\infty) \Rightarrow T_s(x) = T_\infty + \frac{q''}{h_x} \quad (20-7)$$

صفحه تخت با طول اولیه گرم نشده

یک صفحه تخت را که قسمت گرم شدن آن در یک دمای ثابت $T = T_s$ به ازای $x > \zeta$ نگه داشته شده را در نظر

بگیرید. در این حالت:

جریان آرام:

$$Nu_x = \frac{Nu_x|_{\zeta=0}}{\left(1 - \left(\frac{\zeta}{x}\right)^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{0.332 Re_x^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}}{\left(1 - \left(\frac{\zeta}{x}\right)^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}} \quad (21-7)$$

جریان آشفته:

$$Nu_x = \frac{Nu_x|_{\zeta=0}}{\left(1 - \left(\frac{\zeta}{x}\right)^{\frac{9}{10}}\right)^{\frac{1}{9}}} = \frac{0.0296 Re_x^{\frac{4}{5}} Pr^{\frac{1}{3}}}{\left(1 - \left(\frac{\zeta}{x}\right)^{\frac{1}{10}}\right)^{\frac{1}{9}}} \quad (22-7)$$

جریان در اطراف استوانه‌ها و کره‌ها

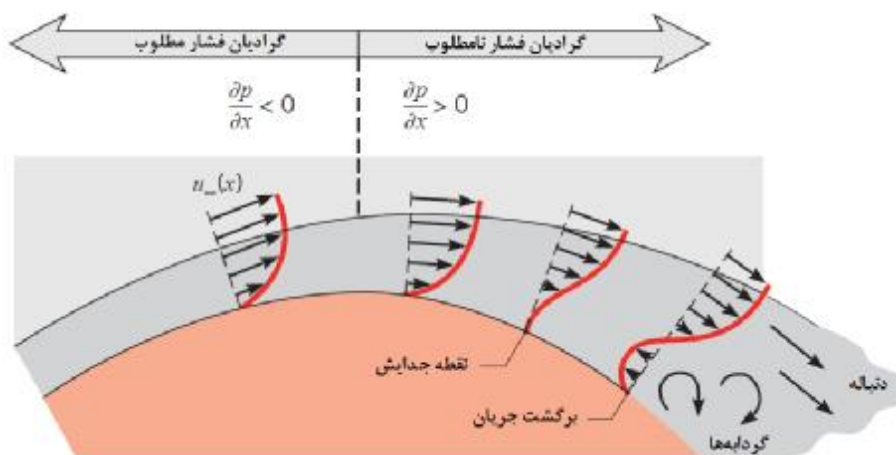
تحلیل هیدرودینامیکی

جریان در جهت عمود بر محور استوانه را در نظر بگیرید. جریان آزاد در نقطه جلویی استوانه ($\theta = 0$) به حالت سکون در آمده و فشار آن افزایش می‌یابد. در قسمت جلویی استوانه سیال از سرعت $U_\infty = 0$ در نقطه سکون به علت گرادیان

فشار مطلوب ($\frac{dP}{dx} < 0$) شتاب می‌گیرد و سرعت آن در نقطه‌ای که $\frac{dP}{dx} = 0$ به حداکثر خود می‌رسد. پس از آن به

علت گرادیان فشار نامطلوب ($\frac{dp}{dx} > 0$) شتاب آن کاهش می‌یابد تا سرانجام در نقطه‌ای که $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$ خواهد

بود، نقطه جدایی، که اندازه حرکت سیال برای غلبه بر فشار کافی نیست و جدایی لایه مرزی رخ می‌دهد.



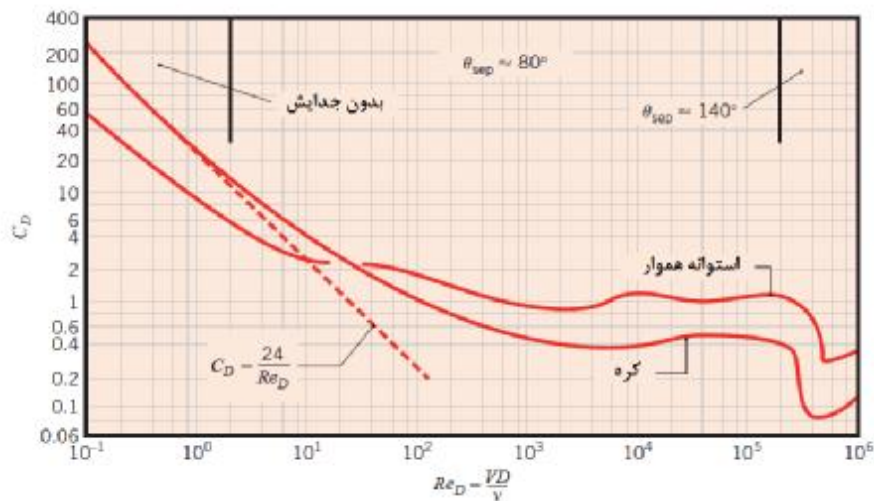
شکل 7-1- پروفیل سرعت مربوط به جدایی روی یک استوانه عمود بر جریان.

زمانی که لایه مرزی آرام باشد، $Re_D \leq 2 \times 10^5$ ، جدایی در $\theta \cong 80^\circ$ و هنگامی که جریان مغشوش باشد، $Re_D \geq 2 \times 10^5$ ، جدایی در $\theta = 140^\circ$ اتفاق می‌افتد. در نقطه جدایی دنباله‌ای در پایین دست جریان تشکیل می‌گردد.

نیروی مقاوم در برابر حرکت سیال (نیروی پسا) شامل دو مؤلفه نیروی مقاوم فشاری (ناشی از اختلاف فشار در جهت جریان به دلیل تشکیل دنباله) و نیروی مقاوم اصطکاکی (ناشی از تنش برشی روی سطح) است. ضریب بی بعد نیروی مقاوم C_D به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$C_D \equiv \frac{F_D}{A \left(\frac{\rho U_\infty^2}{2} \right)} \quad (23-7)$$

که در آن A مساحت سطح عمود بر جهت جریان و F_D نیروی پسا است. شکل 7-2 ضریب پسای متوسط C_D را برای جریان عمود بر استوانه و کره نشان می‌دهد.



شکل 7-2- ضرایب نیروی مقاوم برای استوانه‌ی صاف عمود بر جریان و کره.

با توجه به شکل:

1. برای $Re \leq 1$ جریان خنثی است. برای کره $C_D = \frac{24}{Re_D}$ است. در این رژیم جدایی جریان رخ نمی‌دهد و نیروی

مقام اصطکاکی غالب است.

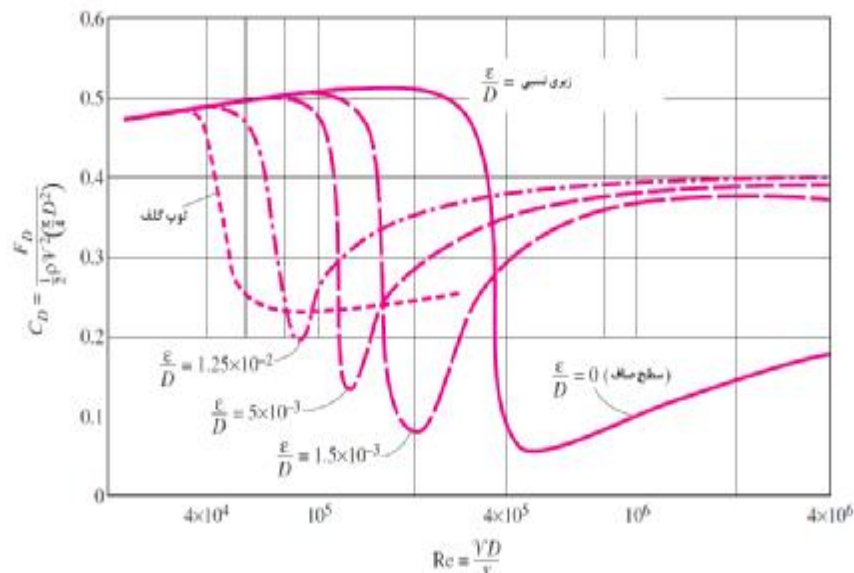
2. در حدود $Re = 10$ جدایش شروع و با افزایش عدد رینولدز تا حدود $Re = 1000$ ناحیه جدایش افزایش می‌یابد. در این ناحیه هم C_D با افزایش عدد Re کاهش می‌یابد. در این ناحیه نیروی پسای فشاری غالب است.

3. در محدوده $10^3 < Re < 10^5$ ضریب C_D نسبتاً ثابت است.

4. در محدوده $10^5 < Re < 10^6$ ضریب پسای ناگهان کاهش می‌یابد. زیرا جریان در داخل لایه مرزی آشفته شده نقطه جدایی به عقب تر منتقل شده و اندازه دنباله و در نتیجه نیروی پسای کاهش می‌یابد.

2) تأثیر زبری سطح

شکل 4-7 تأثیر زبری سطح را بر ضریب پسای یک جسم کروی نشان می‌دهد. سطح به طور کلی ضریب C_D را افزایش می‌دهد. اما در کره افزایش زبری می‌تواند منجر به کاهش C_D گردد. این کار با مغشوش کردن لایه مرزی در یک عدد رینولدز پایین و در نتیجه کوچک تر کردن دنباله پشت یک جسم و کاهش شدید نیروی پسای فشاری صورت می‌گیرد. البته زبرسازی سطح باید در محدوده مناسب عدد Re صورت گیرد و گرنه منجر به افزایش C_D می‌گردد.

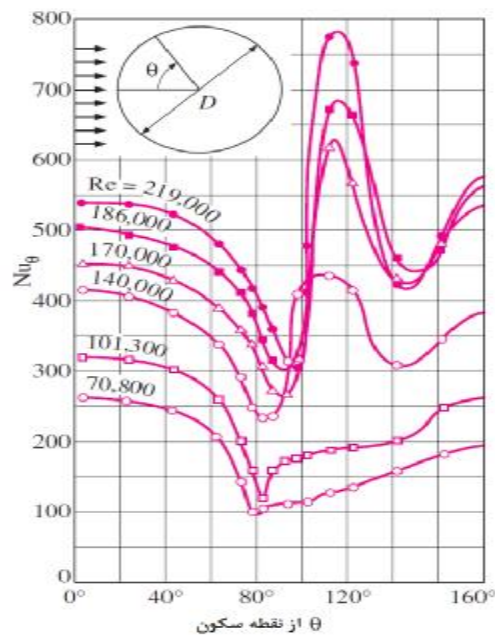


شکل 3-7- تأثیر زبری سطح بر روی ضریب پسای یک جسم کروی.

2-2-7- تحلیل گرمایی

شکل 4-7 تغییرات عدد نوسلت موضعی Nu_θ را برای یک استوانه که در معرض جریان عمودی هوا قرار گرفته است نشان می‌دهد. برای تمام موارد، مقدار Nu_θ از مقادیر نسبتاً بالایی در نقطه سکون ($\theta = 0$) شروع شده و به مرور و با

افزایش θ ، به دلیل ضخیم شدن لایه مرزی آرام، کاهش می‌یابد. بر روی دو منحنی پایینی مقدار Nu_θ در $\theta \approx 80^\circ$ به یک مقدار مینیمم می‌رسد که همان نقطه سکون در جریان آرام است. سپس Nu_θ در اثر اختلاط شدید در ناحیه جدایش جریان (دنباله)، با افزایش θ افزایش می‌یابد. منحنی‌های بالایی با دو منحنی اول تفاوت دارند، زیرا در آنها دو مقدار مینیمم برای Nu_θ وجود دارد. افزایش شدید Nu_θ در $\theta \approx 90^\circ$ به دلیل گذار از جریان آرام به آشفتگی می‌باشد. کاهش بعدی در مقدار Nu_θ مجدداً به دلیل ضخیم شدن لایه مرزی است. در Nu_θ در $\theta \approx 140^\circ$ که نقطه جدایی جریان در جریان مغشوش است به دومین مقدار مینیمم خود رسیده و سپس با افزایش θ در اثر اختلاط شدید در ناحیه مغشوش افزایش می‌یابد.



شکل 4-7- عدد نوسلت موضعی برای جریان هوای عمود بر استوانه.

رابطه تجربی هیلپرت به طور گسترده‌ای برای جریان عمود بر استوانه با مقطع دایره‌ای یا غیر دایره‌ای با طول مشخصه D مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$Nu_{cyl} = \frac{hD}{k} = C Re_D^m Pr^{\frac{1}{3}} \quad (25-7)$$

که در آن m و C دو عدد ثابت هستند. به طور کلی با افزایش عدد Re ضریب m افزایش و ضریب C کاهش می‌یابد کلیه خواص در دمای لایه‌ای محاسبه می‌شوند.

همچنین تیاکر برای کره رابطه تجربی زیر را ارائه نموده است:

$$NU_{sph} = \frac{hD}{k} = 2 + \left[0.4Re^{\frac{1}{2}} + 0.06Re^{\frac{2}{3}} \right] Pr^{0.4} \left(\frac{\mu_{\infty}}{\mu_s} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (26-7)$$

کلیه خواص به جز μ_s در دمای T_{∞} محاسبه می‌گردند. این رابطه برای $0.7 < Pr < 380, 3.5 < Re \leq 80000$ قابل استفاده است.

انتقال گرما از قطرات مایع در حال سقوط حالت خاصی از انتقال گرمای از کره است که با رابطه تجربی زیر بیان می‌گردد:

$$NU = 2 + 0.6Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (27-7)$$

جریان عمود بر مجموعه لوله‌ها

در شبکه لوله‌ها: عدد رینولدز بر مبنای سرعت ماکزیمم U_{max} که به صورت زیر با سرعت حرکت U_{∞} رابطه دارد تعریف می‌شود:

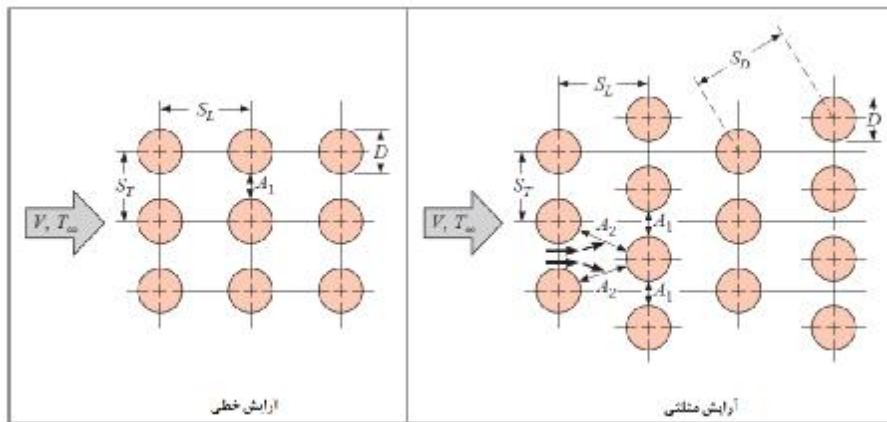
$$: S_D > \frac{(S_T + D)}{2} \text{ آرایش خطی و مثلثی با}$$

$$U_{max} = \frac{S_T}{S_T - D} U_{\infty} \quad (28-7)$$

$$: S_D < \frac{(S_T + D)}{2} \text{ آرایش مثلثی با}$$

$$U_{max} = \frac{S_T}{2(S_T - D)} U_{\infty} \quad (29-7)$$

که در آن S_T گام عرضی و S_D گام قطری می‌باشد.



شکل 7-5- آرایش لوله ها در شبکه خطی و مثلثی.

عدد نوسلت متوسط برای جریان عمود بر شبکه لوله‌ها به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = C Re_D^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (30-7)$$

که در آن مقدار ثابت‌های C و m و n به مقدار عدد رینولدز بستگی دارد. تمام خواص به جزء Pr_s بایستی در

میانگین‌های دمای ورودی و خروجی سیال که به صورت $T_m = \frac{T_i + T_e}{2}$ تعریف می‌شود، محاسبه می‌گردند.

عدد نوسلت متوسط برای شبکه لوله‌ها با کمتر از 16 ردیف به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$NU_{D,N_L} = F NU_D \quad (31-7)$$

که در آن F ضریب تصحیح است که مقداری کمتر از یک است و نیز $F_{\text{مثلثی}} \geq F_{\text{خطی}}$.

آهنگ انتقال گرما از یک شبکه لوله را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$q = hA_s \Delta T_{\ln} = \dot{m} C_p (T_e - T_i) \quad (32-7)$$

که در آن ΔT_{\ln} اختلاف دمای متوسط لگاریتمی است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta T_{\ln} = \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T_i)}{\ln \left[\frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} \right]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln (\Delta T_e / \Delta T_i)} \quad (33-7)$$

و نیز دمای خروج سیال T_e را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) \exp \left(- \frac{A_s h}{\dot{m} C_p} \right) \quad (34-7)$$

که در آن $A_s = N\pi DL$ مساحت انتقال گرما و $\dot{m} = \rho U_\infty (N_T S_T L)$ دبی جرمی سیال است.

افت فشار ΔP برای یک شبکه لوله به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\Delta P = N_L f \chi \frac{\rho U_{\max}^2}{2} \quad (35-7)$$

که در آن N_L تعداد ردیف‌ها است، f ضریب اصطکاک و χ ضریب تصحیح است که هر دو تابعی از عدد Re هستند.

دقت کنید برای هر دو آرایش مربعی و مثلث متساوی‌الاضلاع ($S_T = S_D$)، ضریب $\chi = 1$ است.

توان لازم برای به حرکت در آوردن سیال در شبکه لوله‌ها با افت فشار متناسب است و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\dot{W}_{\text{pump}} = \dot{V}_{\Delta P} = \frac{\dot{m} \Delta P}{\rho} \quad (36-7)$$

که \dot{V} دبی حجمی و $\dot{m} = \rho \dot{V} = \rho U_\infty (N_T S_T L)$ دبی جرمی است که از رابطه $\dot{m} = \rho \dot{V}$ بدست می‌آید.

مجموعه نکات

نکته 1: برای محاسبه ضریب جابجایی روی سطح می‌توان از رابطه $h_x = -k \frac{dt}{dy} \Big|_{y=0}$ استفاده کرد.

نکته 2: در لبه ابتدایی صفحه h ماکزیمم است و هر چقدر که جلوتر می‌رویم h کاهش می‌یابد.

نکته 3: نسبت ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی به لایه مرزی گرمایی از رابطه $\frac{d}{d_t} = pe^{1/3}$ محاسبه می‌شود.

نکته 4: در گازها $pr \approx 1$ است لذا ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی برابر لایه مرزی گرمایی می‌شود.

نکته 5: برای روغن‌ها که $pr > 1$ دارای $d > d_t$ است یا به عبارت دیگر رشد لایه مرزی سرعت سریع‌تر از لایه مرزی

گرمایی است.

نکته 6: برای فلزات که در آن‌ها $pr > 1$ است، $d > d_t$ است در نتیجه رشد لایه مرزی گرمایی سریع‌تر از لایه مرزی

سرعت است.

نکته 7: در محل نقطه برای (یعنی تبدیل جریان آرام به جریان آشسته) ضریب انتقال حرارت جابجایی سیال می‌نیمم

است.

نکته 8: در جریان خارجی روی صفحه با حرکت در طول صفحه با افزایش ضخامت لایه مرزی، ضریب جابجایی h کم

می‌شود.

نکته 9: بعد از گذشتن از طول ورودی در جریان داخلی h ثابت می‌ماند که آن را می‌توان از رابطه

$$Nu_{q=} = 4/36, Nu_{T=} = 3/66 \text{ یافت.}$$

نکته 10: تشابه رینولدز کولبرن روابط انتقال حرارت را به نیروهای دراگ مرتبط می‌کند.

نکته 11: تشابه رینولدز کولبرن به صورت $St.pr^{2/3} = \frac{C_f}{2}$ تعریف می‌شود.

$$\frac{C_f}{2} = \frac{t_w}{\frac{1}{2}rU_{\infty}^2} \quad \text{نکته 12:}$$

$$St = \frac{h}{rU_{\infty}C_p} \quad \text{نکته 13:}$$

نکته 14: برای محاسبه دمای سیال خروجی می‌توان از رابطه $\left[\frac{T_s - T_{m,o}}{T_s - T_{m,i}} \right] = \exp\left[-\frac{PL}{rC_p \bar{h}} \right]$ استفاده کرد.