

جزوه درس تصویر پردازای رقمی (پردازش تصویر)

دکتر احسان عظیمی

Digital Image Processing

تهیه : مصطفی سماواتی



دانشگاه آزاد اسلامی واحد دماوند

دیماه 93

DIGITAL IMAGE PROCESSING, SECOND EDITION(TEXT BOOK)

RAFAEL C. GONZALEZ AND RICHARD E. WOODS

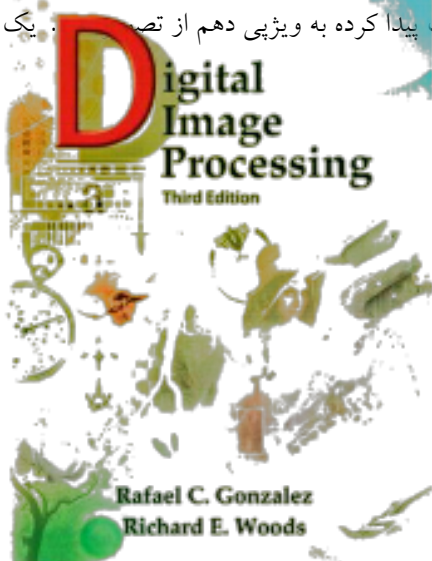
ALGORITHMS FOR IMAGE PROCESSING AND COMPUTER VISION

J. R. PARKER

IMAGE PROCESSING, ANALYSIS, AND MACHINE VISION

M. SONKA, V. HLAVAC, R. BOYLE

موارد مورد استفاده در بحث بینایی ماشین مثل استخراج FUTHER ها که دارای الگوریتم های مختلفی می باشد. مشکلاتی که وجود دارد مانند تغییر مقیاس باید مقاوم باشند. یعنی ویژگی که در تصویر اول استخراج می شود با چرخش تصویر آیا در تصویر دوم هم استخراج می شود. بعد از استخراج ویژگی می بایست برای آن یک بردار ویژگی استخراج شود. به هر حال ویژگیهای مختلف باید به نوعی از هم متمایز شوند. روش و الگوریتمهای مختلفی هست که بردار ویژگی برای ویژگیها استخراج می کند و مرحله بعدی تطبیق این ویژگیهای هست. دو تصویر داریم تصویر اول ویژگی از آن استخراج می شود تصویر دوم هم ویژگی استخراج می شود. توی هر دو تصویر ویژگیهایی که استخراج شدند بردار ویژگی برای آن استخراج خواهد شد و بعد مقایسه بین بردارهای ویژگی اتفاق می افتد اگر برابر بودند با هم می گوئیم که این ویژگی از تصویر اول نگاشت پیدا کرده به ویژگی دوم. مشکل زمانی است که ابعاد تصویر بزرگ باشد وقتی ابعاد تصویر بزرگ باشد و تعداد تصاویر زیاد باشد نمی توان از هر الگوریتمی برای استخراج ویژگی استفاده کرد. از هر روش برای تولید بردار ویژگی نمیتوان استفاده کرد. از هر روش مقایسه ای نمی توان استفاده نمود که دو بردار ویژگی را با هم مقایسه کنیم و تشابه آنها را بدست آوریم. این قبیل مسائل در بینایی ماشین مورد استفاده قرار می گیرد. بحثهایی مثل پیدا کردن مدل بین دو تصویر، ویژگیهایی که از تصویر مبدا و تصویر مرجع. یعنی تصویری که با یک تصویر مرجع مقایسه می شود باید با هم نگاشت پیدا کنند. یعنی باید بگوئیم که ویژگی از تصویر یک نگاشت پیدا کرده به ویژگی دوم از تصویر یک. یک STEP بعد از بینایی ماشین PATTERN RECOGNITION (شناسایی الگو) می باشد.



@Digital_Image_Processing

کانال فوق تخصصی

پردازش تصویر و هوش مصنوعی ایران

مرکز دانش پردازش و علائم هوشمند

دانشگاه تهران

INTRODUCTION

از منظر بحث پردازشی کلا 3 دسته پردازش می توان بر روی یک تصویر انجام داد حالا در مورد اینکه تصویر چیست و چه تعریفی دارد در آینده صحبت خواهیم کرد.

LOW LEVEL PROCESSES: CONTRAST MANIPULATION

MID-LEVEL PROCESSES: SEGMENTATION, RECOGNITION

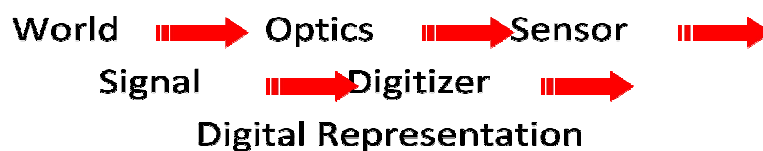
HIGH LEVEL PROCESSES: UNDERSTANDING GROUPS OF OBJECTS

بحث ما در پردازش تصویر پردازش های دسته 1 یعنی LOW LEVEL خواهد بود. و تا حدودی هم پردازشهای MID-LEVEL. ولی بخش اعظم پردازشهای MID-LEVEL و HIGH LEVEL در مباحث خارج از درس پردازش تصویر انجام می شود. در پردازش تصویر یک سری بهینه سازیهای روی تصویر انجام میگیرد مثلا ممکن است تصویری در هنگام انتقال و عبور تصویر دچار نویز و مشکلاتی شده باشد این مشکلات و نویزها کار را برای پردازشهای بعدی سخت می کند بنابراین نیاز هست که یک سری روالهای دی نویزهایی را به تصویر اعمال کنیم تا کیفیت تصویر بهتر شود و مناسب شود به پردازشهای مراحل دیگر. که مفهوم آن CONTRAST MANIPULATION می شود. اعمال یک سری الگوریتم هایی به تصویر و یکسری روشهایی به تصویر بصورتی که کیفیت تصویر بالا رود و مناسب شود برای اینکه پردازشهای لایه های بالاتر بر روی تصویر انجام شود.

از پردازشهایی که در لایه میانی انجام می شود مثل بحثهای SEGMENTATION, RECOGNITION (جز بندی) مثلا FACE در کجای تصویر قرار دارد. OBJECT های مختلفی که در تصویر هست را بتوان پیدا کرد. مثل زمینه تحقیقاتی FACE DETECTION که قدیمی هم هست. کاربردهای پزشکی مباحث SEGMENTATION را دارد. یا تشخیص پلاک،

اما LEVEL سوم UNDERSTANDING GROUPS OF OBJECTS می توان به این صورت تعبیر کرد که به فرض ما یک تصویر حاوی خانه، تعدادی درخت و رودخانه و غیره داریم که در تصویر تشخیص داده شده است و حال از روی اینداده ها تشخیص داد که این تصویر کدام نقطه زمین هست. یعنی بیاییم یک سری مفاهیم را از کنار هم قرار دادن OBJECT ها از تصویر استخراج کنیم.

در دنیای واقعی برای دیدن یک نوری به اجسام تابیده می شود و بازتاب آن وارد چشمان بیننده می شود. چشمان بیننده نقش سنسور را دارد. بعد از حس کردن نور از محیط دیتای دریافتی را به سیگنال تبدیل می کند که برای مغز قابل درک باشد.



در دنیای خارج از چشم انسان هم همین روال وجود دارد. مثل دوربین عکاسی دیجیتال که داری لنز و دیافراگم هست. بازخورد نور در سنسور دوربین حس می شود و به سیگنال تبدیل می شود که باید به دیجیتال تبدیل شود که می توان یک سری الگوریتمها را به این تصویر اعمال بکنیم. در اینجا دو سه مرحله از دست دادن اطلاعات داریم. مرحله اول زمانی است که تصویر به شکل آنالوگ تشکیل

می شود. اطلاعات مربوط به بعد سوم از دست خواهد رفت. یک بخش دیگر اطلاعات بر روی CCD از بین خواهد رفت (قسمتی که اطلاعات نمونه برداری و دیجیتال می شود) تبدیل اطلاعات آنالوگ به دیجیتال منجر به از بین رفتن بخشی از اطلاعات می شود. مراحل مختلف پردازش تصویر:

IMAGE ACQUISITION: یعنی دریافت تصویر (گرفتن سیگنال آنالوگ و تبدیل به سیگنال دیجیتال)

PREPROCESSING: از بین بردن نویز بر روی تصاویر یک مرحله پیش پردازش هست.

SEGMENTATION: استخراج ویژگی یکی از مباحث این بخش است (لبه یابی و گوشه یابی) و بعد توصیف ویژگیهای استخراج شده به نحوی که این توصیف ویژگی را تعریف کند و این توصیف در کاربردهای بعدی مورد استفاده قرار گیرد) برای تمام اینها روش و الگوریتم وجود دارد. (مثلا الگوریتم های استخراج ویژگی مانند SIFT، یا SURF، و یا BRISK که همگی از سال 2002 ارائه شده است که به عنوان قویترین الگوریتم های ویژگی عنوان می شود. چون اینها نسبت به SCALE یعنی تغییر مقیاس و چرخش تصاویر غیر حساس و مقاوم هستند .

به فرض ماهواره ای از دانشگاه یک عکس می گیرد. دو ساعت بعد با چرخش زمین زاویه ماهواره نسبت به دانشگاه تغییر پیدا می کند . دوباره از محوطه زیر خود عکسی می گیرد. برای تشخیص ساختمان دانشگاه از درون هر دو تصویر می بایست از هر دو تصویر ویژگی استخراج نمود حال این ویژگیها ممکن است چیزهای مختلفی باشد. برای این ویژگیها بردار ویژگی ایجاد می کنیم . (این کارها توسط الگوریتم مورد استفاده انجام خواهد شد. مثلا الگوریتم SIFT

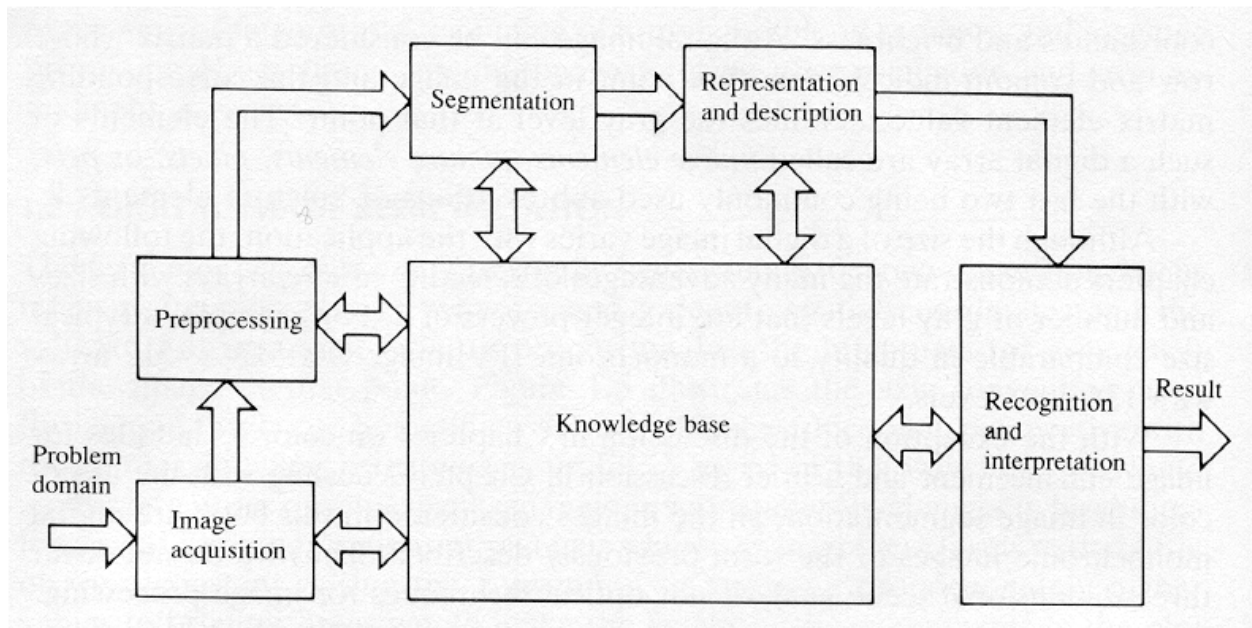
که برداری 128 بیتی ویژگی به تک تک ویژگیهایی که استخراج شده تولید می کند . این بردار ویژگی تصویر یک را با بردار ویژگی تصویر 2 مقایسه می کند . آن ویژگیهایی که بیشترین شباهت را با هم دارند احتمال اینکه متعلق به یک OBJECT باشد زیاد می شوند) یک مرحله بالاتر از الگوریتمی به نام RANSAC استفاده می شود. که یکی از قویترین الگوریتم ها به منظور حذف تطبیق های غلط بین دو تصویر استفاده می شود. یک مدلی بین دو تصویر بوجود می آورد و بر اساس این مدل تطبیق های غلط را حذف می کند.

REPRESENTATION AND DESCRIPTION:

RECOGNITION AND INTERPRETATION: یعنی با استفاده از بردارهای ویژگی تشخیص دهیم که OBJECT کجاست و تفسیر کنیم این OBJECT را.

KNOWLEDGE BASE: پایگاه داده اطلاعات می باشد . می توان پایگاه داده ای تشکیل داد و اطلاعاتی را که بدست آوردیم در این پایگاه داده ذخیره کنیم. در تمام طول مراحل پردازش می تواند با KNOWLEDGE BASE در ارتباط باشد.

* خروجی هر مرحله ورودی خواهد بود برای مرحله بعدی.



مفاهیم:

ENHANCING CONTRAST: می توان کنتراست را بالا برد

CONTRAST: اختلاف بین کمترین شدت روشنایی و بیشترین شدت روشنایی که در تصویر هست. هر چقدر کنتراست تصویر بیشتر باشد کیفیت بصری تصویر بهتر می باشد.

REMOVING NOISE

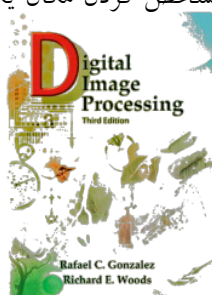
IDENTIFYING INFORMATION-RICH AREAS

SEGMENTATION: اگر بخواهیم تصویر را در قسمت های مختلف تقسیم کنیم و یا OBJECT های مختلف در تصویر را پیدا کنیم لازم هست که یکسری ویژگی داشته باشیم. اینها مسائل مربوط به SEGMENTATION می شود

REPRESENTATION & DESCRIPTION: ویژگیهایی که استخراج شده است را به نوعی برای آنها بردارهایی تشکیل می دهد که ویژگیها از همدیگر قابل تمایز و مقایسه کردن با هم باشند.

RECOGNITION & INTERPRETATION: یک LABEL در تصویر اطلاق می کند. مثلا مشخص کردن مکان یک ساختمان در تصویر. بر اساس اطلاعات بدست آمده در مراحل قبلی این کار انجام می شود.

KNOWLEDGE BASE: پایگاه اطلاعات



DIGITAL IMAGE FUNDAMENTALS

هدف در این فصل شناسایی ساختار کلی تصویر می باشد. یکسری الگوریتم های ابتدایی تصاویر که در کاربردهای بعدی مورد استفاده قرار می گیرد ارائه می گردد.

HUMAN VISUAL PERCEPTION: آشنایی با چگونگی تشکیل تصویر در چشم انسان:

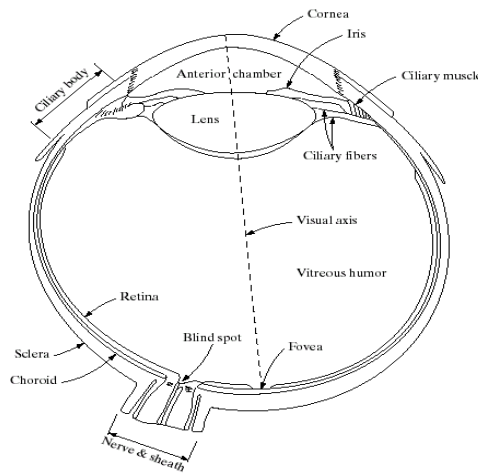


FIGURE 2.1
Simplified diagram of a cross section of the human eye.

نکته قابل عرض وجود دو نوع سلول به نام های:

CONES (6-7 MILLION PER EYE) سلولهای مربوط به تشخیص رنگ

RODS (75-150 MILLION PER EYE) سلولهای مربوط به تشخیص شدت روشنایی

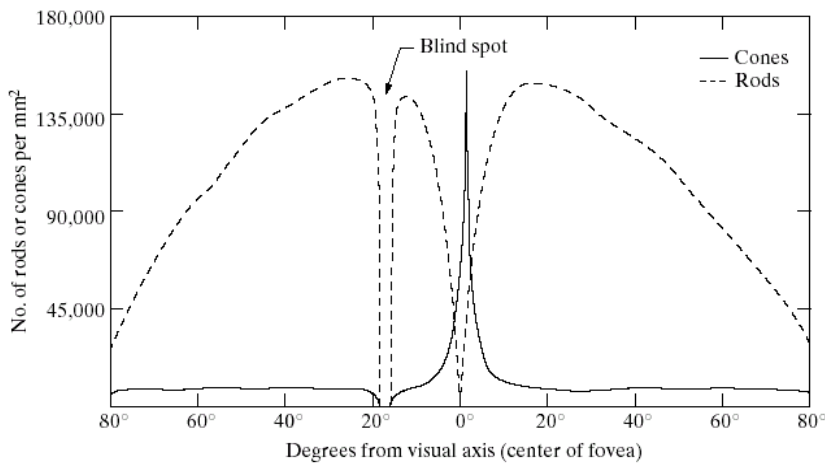


FIGURE 2.2
Distribution of rods and cones in the retina.

انواع معیار سنجش تصویر:

SUBJECTIVE (شهودی) هر کسی از دیدگاه خود یک اندازه گیری روی کیفیت تصویر انجام خواهد داد

OBJECTIVE (عددی) مثلا به کیفیت تصویر معیاری عددی تخصیص داده می شود و مبتنی بر نظر اشخاص نیست.

WEBER RATIO: بر فرض یک سطری را در نظر می گیریم. فرض می کنیم رنگ این سط سفید می باشد. حال در قسمتی از این سطر دایره ای را در نظر می گیریم. کم کم شدت روشنایی یا مقدار رنگ موجود در دایره را زیاد می کنیم. که از نظر بصری تمایز دو رنگ مشهود می باشد. اون مقدار که در دایره اضافه شده است را دلتا I در نظر می گیریم. و بر عدد رنگی که به پس زمینه اختصاص داده بودیم تقسیم می کنیم. حاصل دلتا I بر I می شود WEBER RATIO

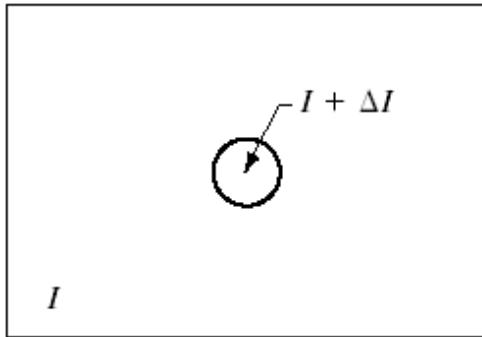


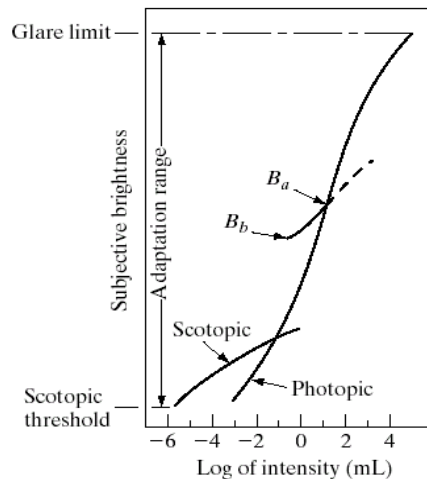
FIGURE 2.5 Basic experimental setup used to characterize brightness discrimination.

$$\frac{\Delta I_c}{I} \rightarrow \text{Weber ratio}$$

یعنی نسبتی بین رنگ زمینه و مقدار رنگی که باید اضافه شود به رنگ زمینه تا بتوان تمایز قائل شد بین دو رنگ. این یک معیار سنجش SUBJECTIVE (شهودی) می باشد.

تطبیق شدت روشنایی:

FIGURE 2.4 Range of subjective brightness sensations showing a particular adaptation level.



مثالی ملموس تر ورود به تونلی تاریک و عدم تطبیق چشم نسبت به نور محیط خارجی می باشد که زمان عادت کردن چشم با نور محیط در نقطه خاصی تطبیق پیدا می کند و به محض تطبیق اگر نور بیشتر شود دیگر تمایزی در تفکیک روشنایی قائل نمی شود.

خطای دید: ILLUSIONS

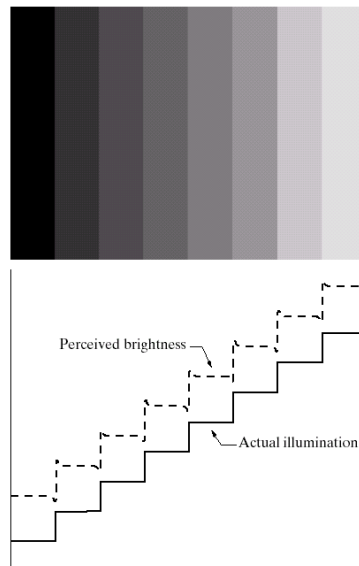


FIGURE 2.7
(a) An example showing that perceived brightness is not a simple function of intensity. The relative vertical positions between the two profiles in (b) have no special significance; they were chosen for clarity.

روشنایی خطوی عمودی که به هر کدام عددی اطلاق شده است. در کنار هم قرار می گیرد سطح تماس لبه ها که کنار هم قرار می گیرد سطحی صاف می باشد اما در دید بیننده محل تقاطع قله مانند به نظر می رسد.

نکته: در تصاویر عمق وجود ندارد و فقط طول و عرض وجود دارد. اما زمانی که نور از محیط بازتاب پیدا کرد وارد سنسور می شود. روی یک جای یکسری سیگنال الکتریکی بوجود می آید. تصویر در این حالت همچنان پیوسته است. (یعنی به ازای هر ورودی یک خروجی وجود دارد) که زیاد جالب نیست. و نمی توان در کامپیوتر مورد پردازش قرار گیرد. راه کار حل این مشکل نمونه برداری از سیگنال پیوسته دو بعدی می باشد.

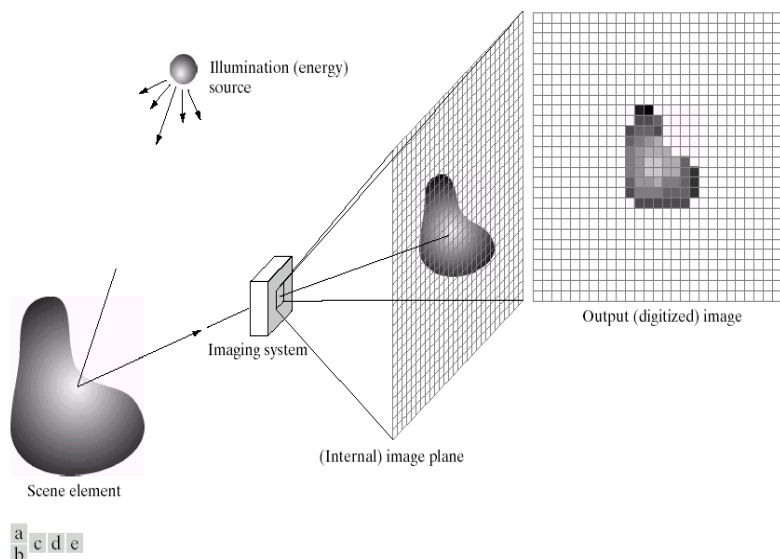
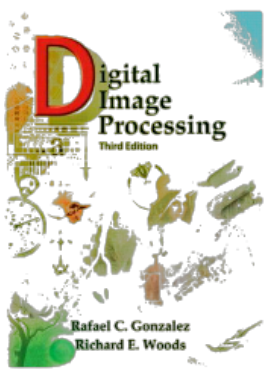


FIGURE 2.15 An example of the digital image acquisition process. (a) Energy (“illumination”) source. (b) An element of a scene. (c) Imaging system. (d) Projection of the scene onto the image plane. (e) Digitized image.



@Digital_Image_Processing
کانال فوق تخصصی
پردازش تصویر و هوش مصنوعی ایران
مرکز دانش پردازش و علایم هوشمند
دانشگاه تهران

در تصویر فوق نمونه برداری از هر بخش تقسیم شده روی CCD انجام می شود. اما به دلیل نداشتن تمامی مقادیر و نداشتن به ازای هر ورودی یک خروجی، و تنها به ازای هر ورودی خاص یک خروجی خواهد داشت. فقط در مربع شماره 10 در سطر و 11 در ستون مقدار اخذ می گردد. دیگر در مقادیر 10.1 و .. مقدار نخواهد بود.

با این نمونه برداری تصویر دیجیتال نخواهد بود. یک بخشی دیگر مربوط به رنگها می باشد. در دنیای واقعی از دید خود یک رنگ را مثلا سبز در نظر میگیریم و یک عدد مثلا 17 به آن اطلاق میکنیم. حال رنگ شماره 17.1 هم سبز خواهد بود، بینهایت مقدار می توان تولید کرد که همچنان تم سبز داشته باشند. دیجیتال شدن یعنی در حوزه محدودی از اعداد کار کنیم نه بینهایت. بنابر این رنگ را با 8 بیت نشان داده می شود و در آن 256 عدد رنگ می توان ذخیره کرد. حال با اختصاص هر عدد به یک رنگ مثلا رنگ سیاه به عدد 0، و 255 رنگ سفید و هر چه عدد از 0 تا 255 وجود دارد را طیف رنگی آن را به مرور از مشکی به سفید تعریف می کنیم. به این عمل QUANTIZATION یا نمونه برداری گویند.

در حقیقت زمانی که هر رنگ را با یک عدد توصیف می کنید میزان شدت روشنایی آن رنگ را با یک عدد بیان می کنید. پس شدت روشنایی یعنی یک عدد که آن عدد نیز نشاندهنده یک رنگ است. زمانی که از یک 8 بیت استفاده نماییم در اصطلاح رنگهایی که ما داریم طیف آن GRAY SCALE یا خاکستری می باشد. حالا اگر 3 تا از این 8 بیت در کنار هم باشد می شود 24 بیت که 8 بیت اول را برای مشخص کردن رنگ قرمز از آن استفاده می کنیم. یعنی یک عدد از 0 تا 255 از طیف های مختلف رنگ قرمز و یک 8 بیت وسط را به طیف های مختلف رگ سبز و 8 بیت انتهایی را به طیفهای مختلف رنگ آبی اختصاص می دهیم. این در واقع سیستم رنگی است که بر اساس RGB توصیف می شود.

ولی سیستم توصیف رنگ تنها RGB نمی باشد. مثلا CMYK و ... که تمام آنها قابل تبدیل به یکدیگر هستند. هر کدام از این سیستم ها به یک رنگی اهمیت بیشتری می دهند. این اهمیت دادن ها با یک ضریبی مشخص می شود. یعنی مثلا در YCRCB ما Y را مشخص بکنیم یک ضریبی ضربدر R و G می شود که مجموع اینها Y می شود. این ضریبها در سیستم های مختلف متغیر می باشند.

خلاصه: چیزی که تا الان داشتیم یک تصویر پیوسته از محیط بود که از آن بر روی CCD نمونه برداری میکنیم.

روش نمونه برداری به این صورت است که بر فرض CCD را به مربع هایی تقسیم می کنیم هر کدام از مربعها یک جز یا تفکیک پذیری یا رزولوشن از تصویر می شود. (وقتی می گویند رزولوشن تصویر N مقدار است یعنی این تعداد مربع در راستای افقی و عمودی وجود دارد هر چه تعداد مربع ها بیشتر باشد در واقع ما نمونه برداری بیشتر و بهتری انجام می دهیم. نمونه برداری بهتر منجر به افزایش کیفیت است. به هر کدام از این مربع ها PIXEL گفته می شود.

در حالت کلی نمونه برداری به دو صورت انجام می شود:

روی رزولوشن: یعنی یک سیگنال و تصویر پیوسته را به سیگنال و تصویر گسسته تبدیل می کنیم که این سیگنال گسسته از PIXEL تشکیل شده است.

بر روی رنگ و میزان شدت روشنایی هر PIXEL نمونه برداری و اختصاص عدد به هر رنگ.

مجموع این دو مفهوم منجر به تبدیل سیگنال آنالوگ به سیگنال دو بعدی دیجیتال می شود.

در نهایت از سیگنال آنالوگ ورودی یک سیگنال دیجیتال تشکیل گردید یک تعداد PIXEL در راستای X و Y به همراه یکسری مقادیر خواهیم داشت. این مقادیر میزان شدت روشنایی در هر PIXEL را مشخص می کنند. زمانی که از 8 بیت برای نشان دادن شدت روشنایی استفاده کنیم تصویر همان GRAYSCALE می باشد. با سطوح رنگی 0 تا 255. زمانی که از 3 بایت برای نشان دادن رنگ هر PIXEL استفاده می کنیم یک تصویر COLOR خواهیم داشت. با استفاده از مقادیری که هر PIXEL دارد یکسری الگوریتم هایی روی تصاویر پیاده سازی می گردد. زمانی که مقدار هر PIXEL فقط با یک تک بیت نشان داده شود این تصویر تصویری باینری می باشد. و مقدار آن یا 0 است یا 1 که در این حالت تصویر سیاه و سفید خواهد بود. اگر 0 باشد سیاه و اگر 1 باشد مقدار آن PIXEL سفید می باشد.

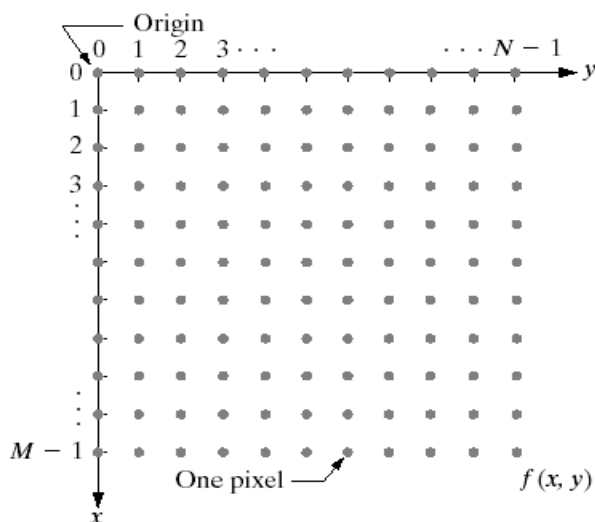


FIGURE 2.18
Coordinate convention used in this book to represent digital images.

هر PIXEL دارای مقداری است که نشان دهنده میزان نور، رنگ و شدت روشناییست. بین هر PIXEL یک فاصله وجود دارد که از این فاصله ها در برخی الگوریتم ها استفاده می شود.

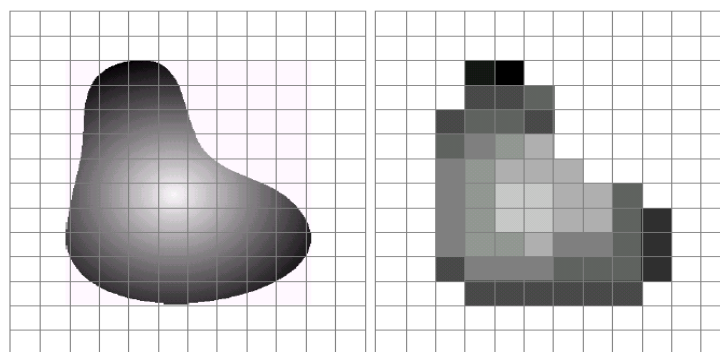


FIGURE 2.17 (a) Continuous image projected onto a sensor array. (b) Result of image sampling and quantization.

یک سیگنال گسسته وجود دارد برای یکسری ورودی خاص خروجی وجود دارد مثلا در راستای X مقادیر X و Y مقدار PIXEL نشان داده می شود که آن PIXEL یک مقدار دارد. اگر بخواهیم یک مقدار برای فاصله ای که بین دو PIXEL وجود دارد را بدست آوریم باید با استفاده از روشهای درون یابی اینکار را انجام دهیم.

در حالت کلی نوری که به سطحی تابیده می شود. بازتابی خواهد داشت. رابطه ای که بین نور تابیده شده و نور بازتاب شده هست با فرمول زیر نشان میدهد. منظور از X و Y مختصات PIXEL می باشد. یعنی نوری که برای یک نقطه در نظر گرفته می شود ضریبی است که توسط نقطه ای دیگر بازتاب پیدا کرده. هر چقدر ضریب آلفا ما بزرگتر باشد نور بیشتری بازتاب خواهد شد و اگر ضریب ما کوچکتر از آلفا باشد نور بیشتری جذب و بازتاب کمتری خواهد داشت.

ILLUMINATION: $I(X,Y)$

REFLECTANCE: $R(X,Y)$

$F(X,Y) = I(X,Y) \cdot R(X,Y)$

$0 < I(X,Y) < \infty$

AND $0 < R(X,Y) < 1$

- نحوه نمونه برداری و تخصیص نمونه به هر PIXEL (SAMPLING & QUANTIZATION)

زمانی که بر روی CCD نمونه برداری می شود یعنی تصویری آنالوگ به دیجیتال تبدیل می شود به این کار SAMPLING گفته می شود. اما زمانی که مقدار شدت روشنایی را با 8 بیت به یک سیگنال دیجیتال تبدیل می کنیم اصطلاحا چندی سازی یا QUANTIZATION گفته می شود.

مثال:

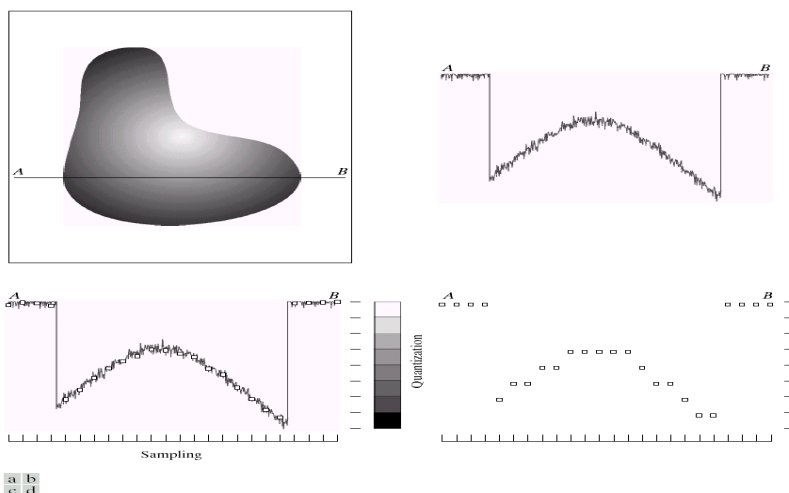


FIGURE 2.16 Generating a digital image. (a) Continuous image. (b) A scan line from A to B in the continuous image, used to illustrate the concepts of sampling and quantization. (c) Sampling and quantization. (d) Digital scan line.

در مثال فوق خط A و B از درون تصویر عبور خواهیم کرد. زمانی که در یک قسمت تصویر قرار می گیریم مقدار شدت روشنایی در همان نقطه را در نمودار نشان داده می شود.

نوری که در محیط وجود دارد نوری روشن است و در واقع تا قبل از ورود به تصویر مقادیر با میزان بالایی در نمودار نشان داده می شود. که در واقع همان مقدار 255 خواهد بود. زمانی که وارد تصویر می شویم، شدت روشنایی کاهش پیدا می کند و از مقدار 255 سقوط کرده و به مقدار شدت روشنایی کمتر و تاریک تر می شویم. همین روند افزایش و کاهش مقادیر شدت روشنایی به شکل پیوسته را شاهد خواهیم بود.

حال برای تبدیل این نمودار و مقادیر پیوسته به مقادیر گسسته راستای حرکت را تقسیم بندی می کنیم. و برای هر بازه تقسیم شده یک نماینده در نظر می گیریم. مثلاً نقطه وسطی را به عنوان نماینده در نظر می گیریم و مقدار آن نماینده را در بازه پیدا می کنیم که روی تصویر با دایره نشان داده شده است. مقادیری که می توان به این دایره ها اختصاص داد باید روی آن یک QUANTIZATION انجام می دهیم. با استفاده از طیف رنگی که مشخص کردیم یک عدد به آن اختصاص می دهیم. مثلاً 190، 255 و ... و بعد این مقادیر را به جای آن مقادیر پیوسته جایگزین می کنیم. و در نهایت نموداری پیوسته ما با استفاده از SAMPLING & QUANTIZATION تبدیل به نمودار گسسته می شود.

مثال: در ذیل تعداد PIXEL هر تصویر با هم متفاوت است. ما می توانیم از تصویر بزرگتر به تصویر کوچکتر برسیم ولی اگر بخواهیم از تصویر کوچکتر به بزرگتر برسیم کیفیت تصویر ما افت پیدا خواهد کرد. چون تعداد PIXEL های ما تعداد محدودیست و وقتی این تعداد محدود زیاد می شود به ازای مقادیری که نداریم باید با الگوریتم های درونیابی مقاداری بین PIXEL ها قرار می دهیم.



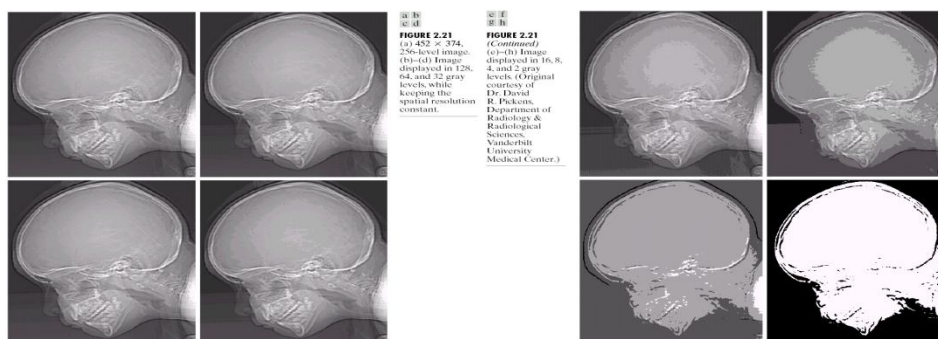
FIGURE 2.20 (a) 1024×1024 , 8-bit image. (b) 512×512 image resampled into 1024×1024 pixels by row and column duplication. (c) through (f) 256×256 , 128×128 , 64×64 , and 32×32 images resampled into 1024×1024 pixels.

FIGURE 2.19 A 1024×1024 , 8-bit image subsampled down to size 32×32 pixels. The number of allowable gray levels was kept at 256.

مقدار بیت هایی که برای میزان شدت روشنایی در نظر گرفته می شود به عنوان پارامتر دیگری از کیفیت تصویر در نظر گرفته می شود. زمانی که ما 2 بیت را برای نشان دادن میزان شدت روشنایی نشان می دهیم. ما 4 سطح رنگی خواهیم داشت زمانی که از 3 بیت استفاده می شود از 8 سطح رنگی استفاده می شود. در اصطلاح افزایش سطوح رنگی به منزله کنتراست بالا در نظر گرفته می شود.

(اختلاف بین بیشترین شدت روشنایی موجود در تصویر و کمترین شدت روشنایی موجود در تصویر کنتراست نامیده میشود). هر چقدر این اختلاف بیشتر باشد به احتمال زیاد کیفیت بصری ما بهبود خواهد داشت.

در تصاویر ذیل رزولوشن با هم یکسان است ولی کنتراست یا میزان شدت روشنایی هر تصویر با هم متفاوت است:



در حالت کلی اگر یک تصویر ما در راستای افقی M پیکسل و در راستای عمودی N پیکسل داشته باشد و هر پیکسل با K بیت شدت روشنایی نشان داده شود. ضرب این مقادیر مقدار بیت مورد نیاز ذخیره تصویر در نظر گرفته می شود $M*N$ مقدار پیکسلهای کل تصویر و هر پیکسل هم K بیت نیاز دارد پس: $B = N \times M \times K$ سایز تصویر

$$(IF M=N, THEN B=N^2K)$$

یک مصالحه ای باید بین مقادیر پیکسلها و طیف شدت روشنایی وجود دارد. در واقع تا هر جایی که دلخواه ما باشد نمیتوان طیف رنگی و مقادیر پیکسلها را افزایش داد.

TABLE 2.1
Number of storage bits for various values of N and k .

N/k	1 ($L = 2$)	2 ($L = 4$)	3 ($L = 8$)	4 ($L = 16$)	5 ($L = 32$)	6 ($L = 64$)	7 ($L = 128$)	8 ($L = 256$)
32	1,024	2,048	3,072	4,096	5,120	6,144	7,168	8,192
64	4,096	8,192	12,288	16,384	20,480	24,576	28,672	32,768
128	16,384	32,768	49,152	65,536	81,920	98,304	114,688	131,072
256	65,536	131,072	196,608	262,144	327,680	393,216	458,752	524,288
512	262,144	524,288	786,432	1,048,576	1,310,720	1,572,864	1,835,008	2,097,152
1024	1,048,576	2,097,152	3,145,728	4,194,304	5,242,880	6,291,456	7,340,032	8,388,608
2048	4,194,304	8,388,608	12,582,912	16,777,216	20,971,520	25,165,824	29,369,128	33,554,432
4096	16,777,216	33,554,432	50,331,648	67,108,864	83,886,080	100,663,296	117,440,512	134,217,728
8192	67,108,864	134,217,728	201,326,592	268,435,456	335,544,320	402,653,184	469,762,048	536,870,912

مثلا تصویر خام چندین برابر تصاویر کد شده حجم دارد. مثلا کدینگ تصویر به صورت JPEG باعث کاهش حجم تصویر می شود.

انواع نمونه برداری مکانی تصویر:

UNIFORM و NONUNIFORM

UNIFORM SAMPLING: یعنی فاصله نمونه ها از هم یکسان باشد.. فواصل تقسیم شده بین سیگنالها به تعداد مساوی با هم تقسیم شده اند.

:NO UNIFORM SAMPLING

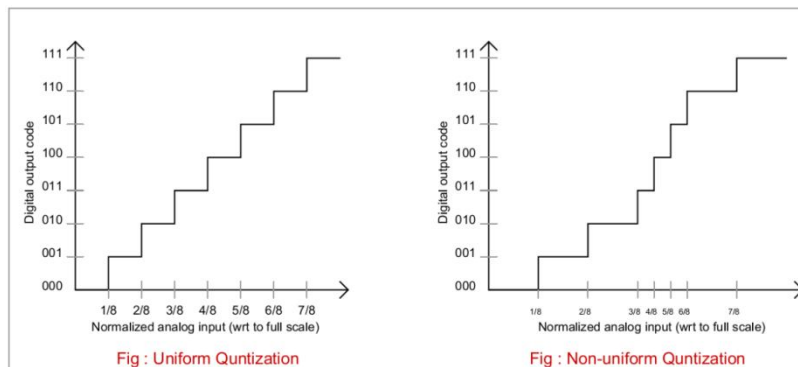
در تصویر میانی زیر یک تصویر با جزئیات ساده وجود دارد که اطلاعات خاصی درون آن نیست ولی در تصویر سمت راست میزان اطلاعات زیاد می باشد. حال برای نمونه برداری از تصویر وسط می توان از **UNIFORM SAMPLING** استفاده نمود . چون با برداشت نمونه های کم مقادیر زیادی را از دست نخواهیم دارد.اما برای تصویر اول از **NO UNIFORM SAMPLING** استفاده می نمایم و متناسب با مقادیر هر قسمت تعداد نمونه های بیشتری را از تصویر اخذ می نمایم . که در این حالت اطلاعات دقیقتری خواهیم داشت

برای **QUANTIZATION** هم می توان نمونه برداری بدین شکل داشت اما سخت افزار ما سخت افزار ما در حالت **NO UNIFORM** پیچیده ای خواهد بود .



a b c

FIGURE 2.22 (a) Image with a low level of detail. (b) Image with a medium level of detail. (c) Image with a relatively large amount of detail. (Image (b) courtesy of the Massachusetts Institute of Technology.)



نکته: با بالا بردن دقت **SAMPLING** حجم افزایش پیدا خواهد کرد ولی بالا بردن دقت **QUANTIZATION** در افزایش حجم دخالتی نخواهد داشت

ارتباط بین پیکسلها: (BASIC RELATIONSHIPS BETWEEN PIXEL)

به عنوان مثال دو پیکسل را به نامهای Q و P در نظر می گیریم. و زیر مجموعه ای پیکسلها را به نام S در نظر میگیریم.

$F(x,y)$: DIGITAL IMAGE

PIXELS: Q, P

SUBSET OF PIXELS OF $F(x,y)$: S

در راستای افقی و با فرض در نظر گرفتن فاصله هر پیکسل به اندازه 1 پیکسل، تعداد 2 پیکسل در سمت راست و چپ پیکسل P وجود دارد. (A PIXEL P AT (x,y) HAS 2 HORIZONTAL AND 2 VERTICAL NEIGHBORS).

همسایگی پیکسل: NEIGHBORS OF A PIXEL

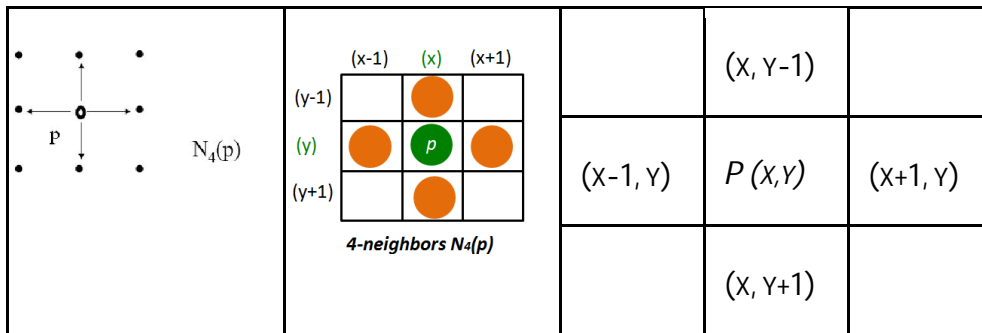
اگر مختصات پیکسل P را با x و y نمایش دهیم پیکسلهایی که در راستای x یا عمودی همسایه آن هستند می شود:

$$(x+1, y), (x-1, y),$$

در راستای y یا محور افقی در همسایگی پیکسل P خواهیم داشت:

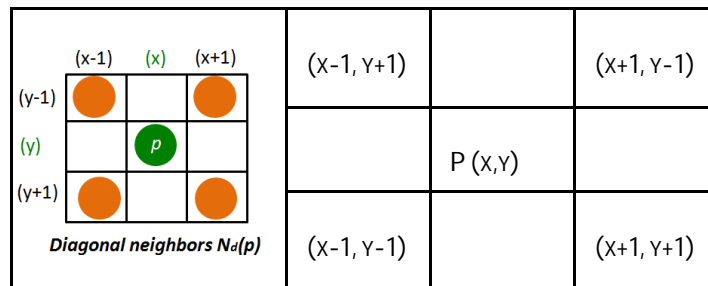
$$(x, y+1), (x, y-1)$$

به مجموعه پیکسلهای همسایه افقی و عمودی در اصطلاح همسایگی 4 تایی می گویند: $N_4(P)$



4 پیکسل دیگر که در قطرها وجود دارند که فاصله آن تا پیکسل P از 1 بیشتر است ولی به 2 نمی رسد را بصورت $N_D(P)$ نشان داده

می شود و مختصات آن عبارت است از: $(x+1, y+1), (x+1, y-1), (x-1, y+1), (x-1, y-1)$



حال با جمع پیکسلهای همسایه 4تایی و قطرهای اطراف P مربعی با پیکسلهای 3*3 تشکیل که تمام پیکسلهای قرار گرفته شده بر

$$N_4(P) + N_D(P) \rightarrow N_8(P).$$

روی اضلاع آن تشکیل $N_8(P)$ خواهد داد

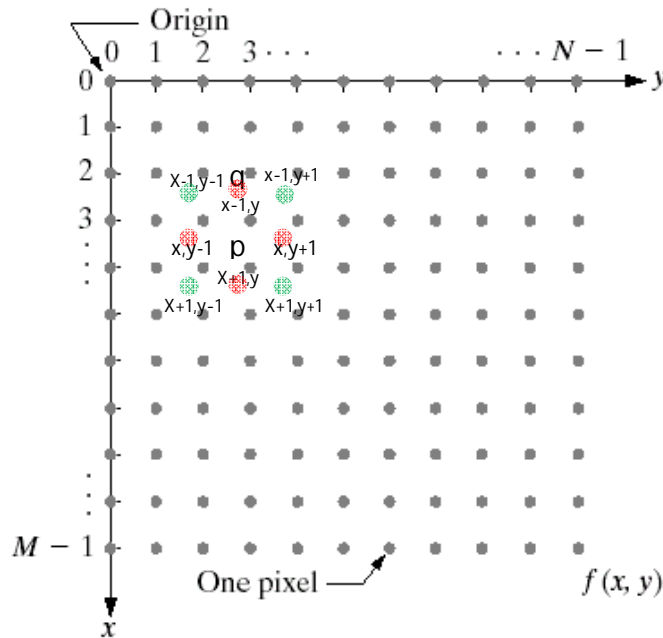
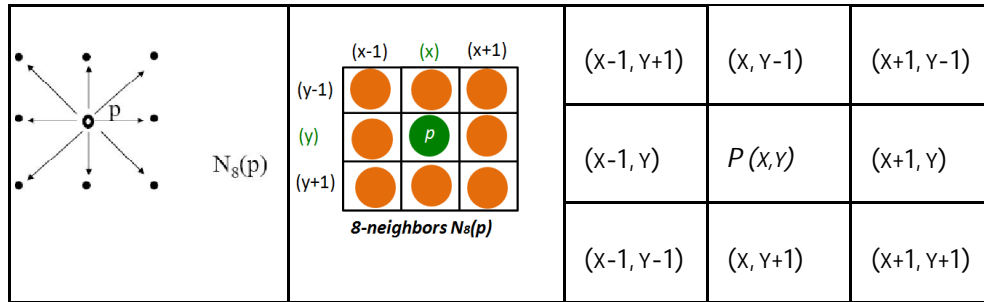


FIGURE 2.18
Coordinate convention used in this book to represent digital images.

اتصال بین 2 پیکسل (CONNECTIVITY):

به دلیل استفاده از مفهوم CONNECTIVITY در اکثر الگوریتمها از اهمیت بالایی برخوردار می باشد. به عنوان مثال استفاده در لبه ها و مرزهای پیکسل تصویر می باشد.

شرط اتصال یا CONNECTIVITY 2 پیکسل عبارتست:

از اگر دو پیکسل با هم همسایه NEIGHBOR با هم اتصال یا CONNECTIVITY دارد. برای تعیین همسایگی یا باید $N_4(P)$ وجود داشته باشد و یا $N_D(P)$ و در نهایت $N_8(P)$

مقدار شدت روشنایی 2 پیکسل باید مشابه با یکدیگر باشند. تعریف مشابه بودن پیکسلها در کاربردها با هم متفاوت است. به عنوان مثال در برخی مواقع شدت روشنایی 2 پیکسل اگر با هم برابر باشد مشابه در نظر گرفته می شود و در کاربردی دیگر ممکن است مشابه بودن را بر اساس تعیین میزان اختلاف شدت روشنایی 2 پیکسل در نظر گرفته شود مثلا اگر اختلاف شدت روشنایی 2 پیکسل اگر از یک حدی کمتر باشد مشابه محسوب می شود. و یا ممکن است بر اساس مقدار شدت روشنایی یک مجموعه ای از مقادیر شدت روشنایی پیکسلها مشابه بودن 2 پیکسل در نظر گرفته شود.

3 نوع ADJACENCY وجود دارد:

4-ADJACENCY

8-ADJACENCY

M-ADJACENCY

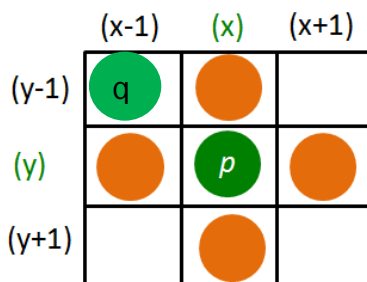
2 پیکسل P و Q را در نظر می گیریم که در همسایگی 4 تایی و یا 8 تایی همدیگر قرار دارند اگر در N_4 و N_8 همدیگر باشند ADJACENCY در نظر گرفته می شوند.

در حالت مجاورت M-ADJACENCY: دو حالت وجود دارد:

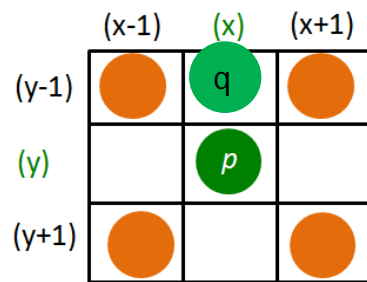
Q IS IN $N_4(P)$

یا

Q IS IN $N_D(P)$

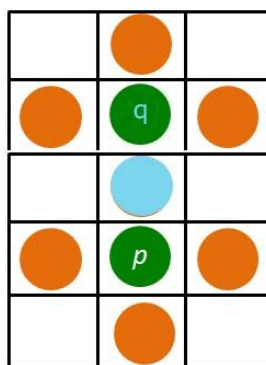


4-neighbors $N_4(p)$



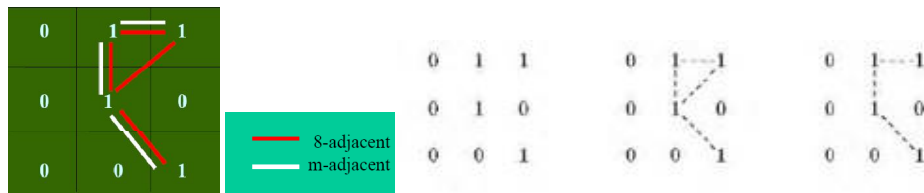
Diagonal neighbors $N_d(p)$

$N_4(P) \cap N_4(Q)$: هیچ پیکسل مشترکی برای صحت مجاورت نباید در همسایگی 4 تایی P و Q وجود داشته باشد.



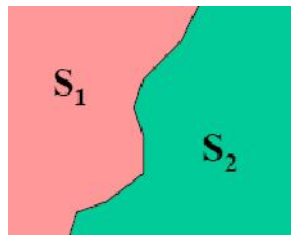
برای صحت شرط مجاورت M-ADJACENCY اولاً هیچ پیکسل مشترکی در حالت همسایگی 4 تایی P و Q وجود نداشته باشد اگر مثل شکل بالا در مجاورت 4 تایی P قرار گرفت به مقادیر مجموعه مراجعه کرده و مقادیر شدت روشنایی دو پیکسل را جستجو می کنیم. اگر مقدار شدت روشنایی هر دو یکی بود در مجاورت N تایی هم قرار ندارند.

مجاورت N تایی یک ابزار است برای حذف مسیرهای تکراری در یک مجموعه از پیکسلها. اگر بخواهیم بر اساس همسایگی 4 تایی و 8 تایی در یک مجموعه ای از پیکسلها حرکت نماییم با بررسی شرط بالا مسیرهای تکراری را حذف می نماییم.



SUBSET ADJACENCY: (مجاورت زیر مجموعه ای)

دو مجموعه S_1 و S_2 در نظر می گیریم اگر بعضی از پیکسلهای S_1 مجاورت ADJACENCY (هر ADJACENCY 4 تایی یا 8 تایی یا M تایی) با پیکسلهای S_2 داشته باشد. دو مجموعه با هم مجاور می شوند.



CURVE (منحنی)

یک مسیر ساده می باشد. از نقطه P به نقطه Q می رویم. اگر مختصات نقطه P X_0, Y_0 باشد و مختصات Q (X_N, Y_N) باشد. مجموعه از پیکسلها که از آن عبور می کنیم تا برسیم به نقطه پایان تشکیل یک CURVE (منحنی) را می دهد.

اما این پیکسلهای مجاور باید دارای شرط زیر باشند در واقع برای تشکیل منحنی از هر پیکسلی نمیتوان عبور کرد:

هر دو پیکسل متوالی باهم مجاورت ADJACENCY داشته باشند (هر ADJACENCY 4 تایی یا 8 تایی یا M تایی) IS ADJACENT (X_i, Y_i) و (X_{i-1}, Y_{i-1}) TO و اگر نقطه شروع و پایان یکی باشد یک منحنی بسته را طی کردیم. $(X_0, Y_0) = (X_N, Y_N)$.

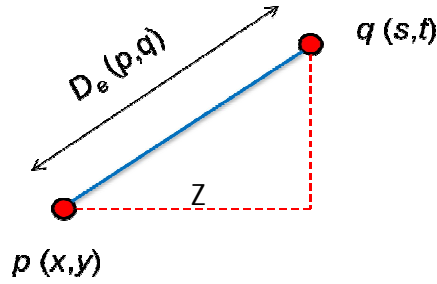
و اگر یک CURVE بین دو نقطه P و Q وجود داشته باشد و تمام پیکسلهایی که روی این منحنی وجود دارند مربوط به تصویر مورد نظر ما باشند و از جایی خارج از تصویر عبور نکنیم تا به یک نقطه خاص برسیم، می توان گفت دو نقطه P و Q بر روی تصویر با هم CONNECTED هستند.

3 پیکسل دلخواه را در تصویر در نظر می گیریم (P, Q, Z) . فاصله بین دو پیکسل همیشه بزرگتر مساوی با صفر است $D(P, Q) \geq 0$ زمانی صفر خواهد بود که هر دو پیکسل با هم یکی باشد. $D(P, Q) = 0$ IFF $P = Q$.

فاصله بین پیکسل P و Q برابر است با فاصله پیکسل P و Q $(D(P, Q) = D(Q, P))$ و

اگر ما یک پیکسل P و Q داشته باشیم فاصله بین P تا Z همیشه کوچکتر از مجموع فاصله 1 و 2 هست

$$D(P,Z) \leq D(P,Q) + D(Q,Z)$$



با توجه به تعاریف فوق فاصله اوقلیدسی را نیز به دست می آوریم:

$$D_E(P,Q) = [(X-S)^2 + (Y-T)^2]^{1/2}$$

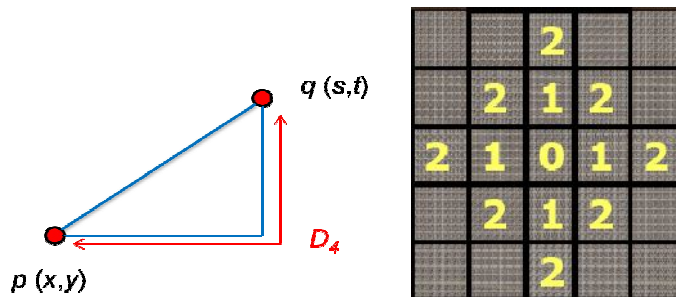
فاصله اقلیدسی بین دو پیکسل برابر است با جذر یک عبارتی $D_E(P,Q) = [(X-S)^2 + (Y-T)^2]^{1/2}$ مختصات X دو پیکسل را از هم کسر و به توان 2 می رسانیم و به همین ترتیب مختصات Y دو پیکسل را هم کم کرده و به توان 2 می رسانیم و در نهایت دو مقدار را جمع کرده و از آن یک رادیکال می گیریم.

حال پیکسل P را در نظر می گیریم. میخواهیم پیکسلهایی را که فاصله آنها کوچکتر و مساوی با R هست را بدست آوریم؟

اگر دایره ای به شعاع R اگر حول پیکسل P در نظر بگیریم تمام پیکسلهایی که روی محیط این دایره و داخل این دایره هستند فاصله آن ها تا پیکسل P کوچکتر یا مساوی شعاع دایره خواهد بود.

-فاصله دیگری با عنوان فاصله 4تایی D_4 نیز می توان بیان نمود. یا در اصطلاح فاصله (CITY-BLOCK DISTANCE)

در فاصله اقلیدسی یک مجذور داشتیم اما در این فرمول مقادیر کسر شده با هم جمع می شوند. در واقع این رابطه تقریبی از رابطه فاصله اقلیدسی است که به واسطه بار زیاد محاسباتی پردازشی در آن از این محاسبه بجای آن استفاده می کنند.



$$D_4(P,Q) = |X-S| + |Y-T|$$

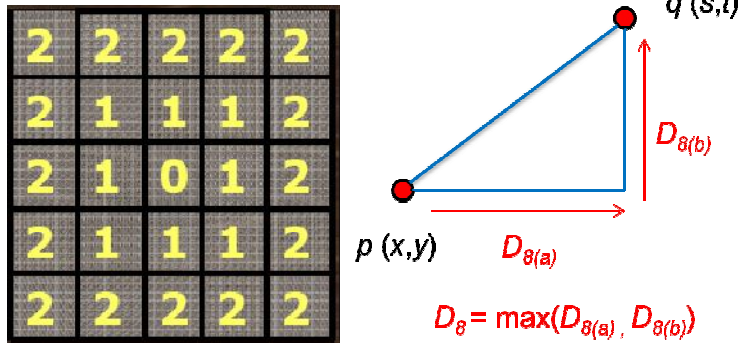
برای پیکسل شماره 0 که در مرکز قرار دارد. اگر بنخواهیم (CITY-BLOCK DISTANCE) را با شرط فاصله پیکسلهای موجود $2 \leq$ باشد

$$D_4 \leq 2 \text{ FROM P}$$

شکل ما به شکل یک لوزی خواهد بود.

فاصله دیگر فاصله 8 تایی D_8 می باشد تفاضل مختصات X مربوط به دو پیکسل و همچنین تفاضل مختصات Y دو پیکسل را بدست می آوریم و از بین دو مقدار ماکسیمم مقدار را حساب می کنیم .

$$D_8(P,Q) = \text{MAX}(|X-S|, |Y-T|)$$



PIXELS WITH $D_8 \leq 2$ FROM P

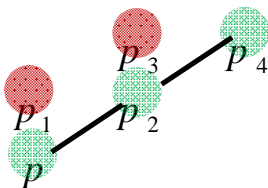
نکته: فاصله های D_4 و D_8 مستقل از مقدار پیکسلها هستند . چون همانطور که در رابطه فاصله های 8 تایی و 4 تایی دیده می شود با پارامتری که کار می کنند مختصات پیکسل ها هستند نه مقادیر آنها. زمانی که می خواهیم فاصله 4 تایی و 8 تایی را حساب کنیم مهم نیست که مسیری PATH بین پیکسل P و Q وجود دارد یا ندارد. اما یکسری از کاربردها هست که علاوه بر مختصات پیکسل ها نیاز به مقادیر پیکسل ها هم هست. به عنوان مثال در M-CONNECTIVITY نیاز به این مقادیر هست.

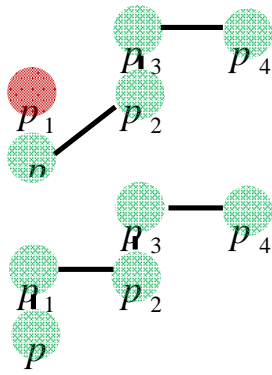
مثال: مقادیر 5 پیکسل به شرح زیر اختصاص داده شده

$$P, P_2, P_4 = 1$$

$$P_1, P_3 = \text{CAN HAVE EITHER } 0 \text{ OR } 1$$

اول فرض میکنیم P_3 و P_1 مقدار آنها 0 باشند، اگر مقدار هر دو 0 باشد در اینصورت یک فاصله ای به نام فاصله M تایی تعریف خواهیم کرد که این فاصله به مقادیر وابسته هست. و در واقع با پیکسلهای P و P_2 مجاورت M تایی دارند.

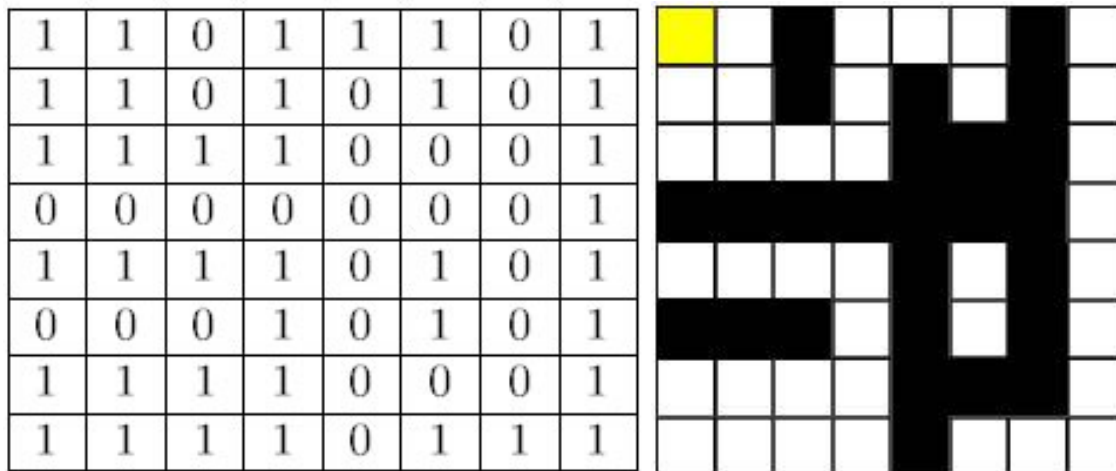




APPLICATION (LABELING CONNECTED COMPONENT IN BINARY IMAGE)

(WE CONSIDER 4-CONNECTIVITY)

SCAN THE IMAGE FROM LEFT TO RIGHT AND TOP TO BOTTOM

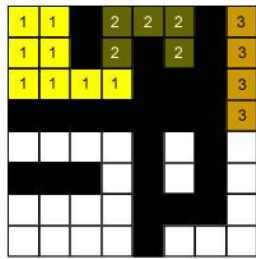
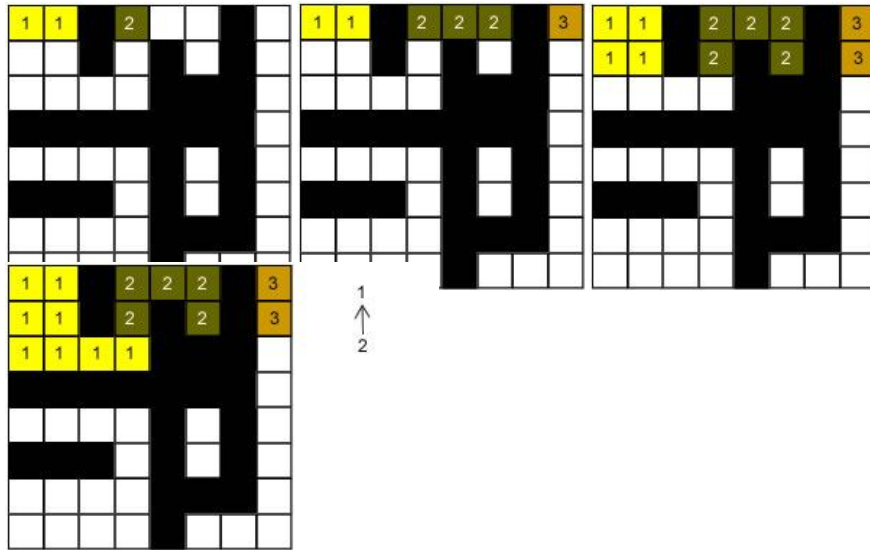


FOR EVERY PIXEL (X,Y) IN THE IMAGE CONSIDER $P=F(X,Y)$ $R=F(X-1,Y)$ $Q=F(X,Y-1)$

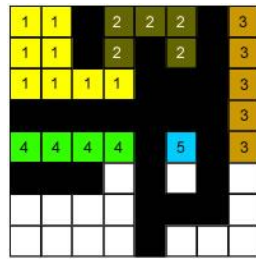
IF $P=0$, GO TO NEXT PIXEL

ELSE IF $P=1$,

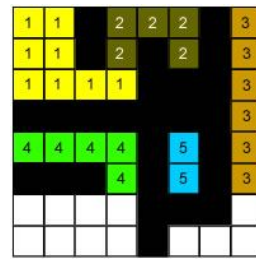
IF BOTH NEIGHBORS ARE ZERO, ASSIGN NEW LABEL TO P AND GO TO NEXT PIXEL



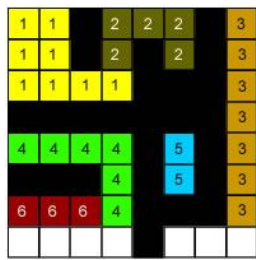
1
↑
2



1
↑
2

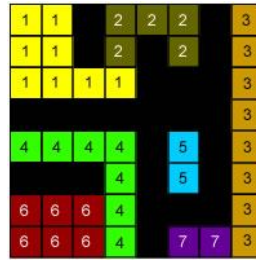


1
↑
2



1
↑
2

4
↑
6

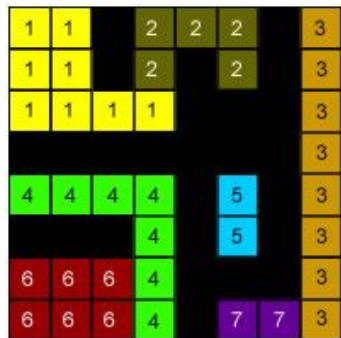


1
↑
2

4
↑
6

3
↑
7

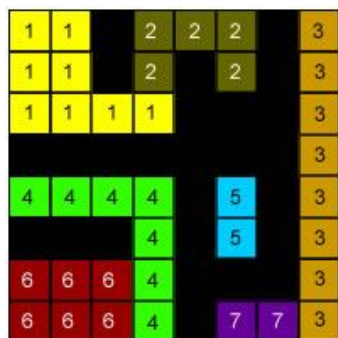
THE SECOND PASS



1
↑
2

4
↑
6

3
↑
7



1
↑
2

4
↑
6

3
↑
7

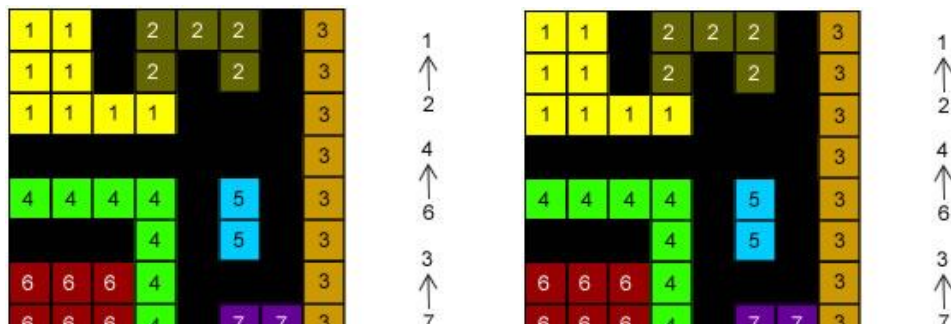


IMAGE ENHANCEMENT (بهبود دادن کیفیت تصویر)

ممکن است هدف از بهبود کیفیت تصویر جنبه SUBJECTIVE داشته باشد. یعنی بیننده با دیدن تصویر احساس نماید که تصویر دارای کیفیت مطلوبی نیست و باید با اعمال تغییرات بر روی آن کیفیت را بهبود دهیم. اما در مواردی بهبود دادن تصویر هدف OBJECTIVE دارد. یعنی یک الگوریتم پردازش تصویر را بر روی تصویری که کیفیت آن خوب نیست اجرا بکنیم که در نهایت نتیجه مطلوب برای ما حاصل نخواهد شد. بنابر این با استفاده از یکسری تکنیکهای ENHANCEMENT کیفیت تصویر را بهبود داده و سپس الگوریتم های مد نظر را بر روی تصویر اجرا می کنیم. اصولاً الگوریتم های پردازشی که برای افزایش بهبود مورد استفاده قرار می گیرند در دو حوزه قابل بحث کردن می باشند:

SPATIAL DOMAIN (حوزه مکانی)

FREQUENCY DOMAIN (حوزه فرکانس - تبدیل فوریه)

SPATIAL DOMAIN IMAGE ENHANCEMENT (حوزه مکانی)

هدف افزایش کیفیت را در قالب یک تبدیل T پیاده سازی نماییم و این تبدیل را به تصویر اعمال نموده و خروجی آن تصویری با کیفیت بهبود یافته حاصل گردد. در اصطلاح به آن تبدیل T می گوئیم.

طبیعتاً وقتی یک تک تصویر داشته باشیم مختصات ما X و Y تصویر هست. اما اگر فرض کنیم که یک فریم داریم و بعد از آن فریم، فریم دیگری قرار داشته باشد. یعنی تصویری داریم که با فاصله زمانی T یک تصویر دیگری وارد نمایشگر ما می شود. یعنی علاوه بر مختصات مکانی هر پیکسل محل استقرار قرار گیری پیکسل در کجای فریم در حال نمایش برای ما مهم است. در اینصورت یک پارامتر T هم وارد معادلات ما خواهد شد.

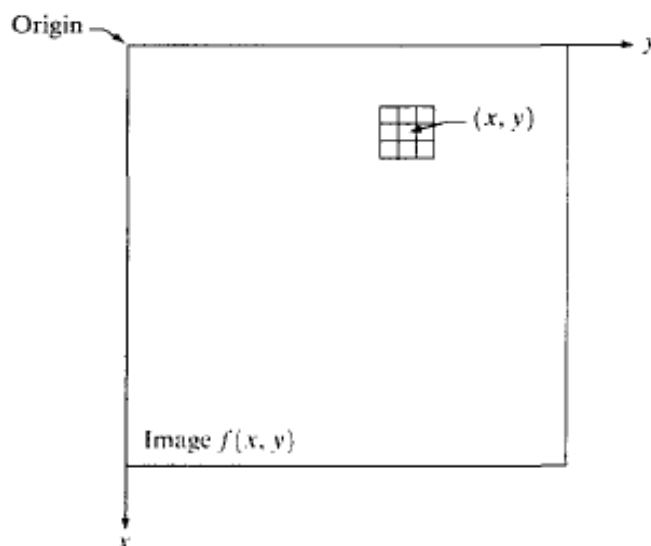
برای حالت تک تصویر در اصطلاح تبدیل T بر روی همان تصویر ورودی عمل میکند و خروجی آن $G(X,Y)$ است که در واقع همان تصویر بهبود یافته است.

$$g(x, y) = T(f(x, y))$$

اما برای حالتی که توالی از تصاویر یا فریم ها داریم که با فاصله زمانی T در حال نمایش می باشند، تبدیل T بر روی این مجموعه از فریم ها اعمال خواهد شد که در نتیجه برای هر فریم یا هر تک تصویر یک تصویر بهبود یافته در خروجی خواهیم داشت.

روال کلی در **SPATIAL DOMAIN IMAGE ENHANCEMENT** بدین صورت است :

FIGURE 3.1 A
3 × 3
neighborhood
about a point
(x, y) in an image.



بر فرض مجموعه پیکسل های تصویر در دخل کادر فوق قرار دارند. روی هر پیکسل که قرار می گیریم. ORIGIN یا مبدا که از سمت چپ ترین پیکسل بالایی در نظر گرفته می شود. هر پیکسلی که می خواهیم روی آن پردازش انجام دهیم . ما روی این تصویر یک لایه مجازی در نظر می گیریم در این لایه مجازی یک مربع قرار متحرک وجود دارد (هر زمان که بخواهیم پردازشی انجام دهیم مرکز آن مربع روی آن پیکسلی قرار می گیرد که می خواهیم بر روی آن پردازش انجام دهیم . زمانی که این اتفاق می افتد یک تعدادی پیکسل در زیر این مربع قرار میگیرد که با استفاده از ضرایبی که برای آن مربع لحاظ شده یکسری محاسبات بر روی پیکسلهای مورد نظر انجام می شود. و نتیجه حاصل را جایگزین پیکسلهای مورد پردازش قرار می دهیم. اندازه مربع با توجه به نوع الگوریتم متفاوت می باشد. گاهی ممکن است مربع 3*3 باشد و ممکن است الگوریتم دیگری مثل فیلتر گوسی که برای نرم کردن با SMOOTH کردن تصویر بکار می رود با پارامتری به نام سیگما اندازه مربع را تعیین می کند . به این مربع پنجره فیلتر نیز گفته می شود چون عملا این نوع پردازش ما به نوعی فیلتر کردن هم محسوب می شود. (نکته دیگر ضرایبی است که در داخل این مربع قرار می گیرد. که این ضرایب با توجه به محاسبات ریاضی متناسب با نوع اصلاح تصویر در نظر گرفته می شود.)

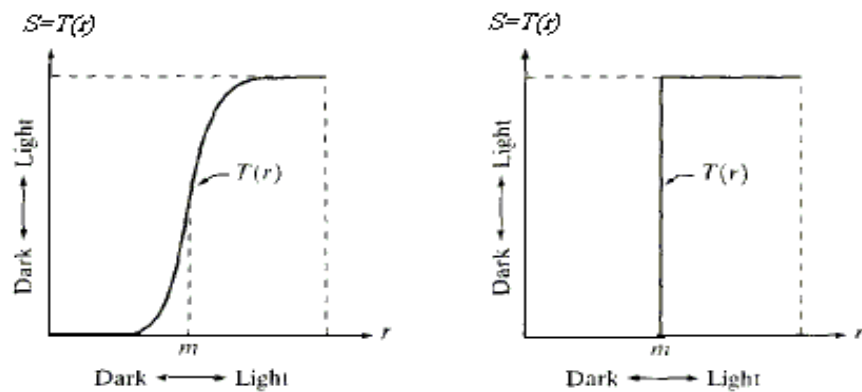
مقادیر پیکسلهایی از تصویر که در زیر پنجره فیلتر قرار دارند به شکل زیر می باشد:

$$g(x, y) = \sum_{i=-n/2}^{n/2} \sum_{j=-n/2}^{n/2} f(x+i, y+j)w(i, j)$$

مثال: بر فرض تمام ضرایبی که در پنجره فیلتر قرار دارند را 1 و ضریب مرکزی را 1/9 در نظر بگیریم. پس از اعمال پنجره به تصویر، تصویر با این پنجره فیلتر شده و ارزش هر پیکسل که روی آن قرار دارد را 1/9 کاهش می دهد. پیکسلهایی که در همسایگی 8تایی

پیکسل مرکزی وجود دارند ارزش همه آنها را هم $1/9$ کاهش میدهد و سپس تمام مقادیر را با هم جمع می کند (چون مشخص نیست که در اطراف پیکسل مرکزی چه پیکسهایی وجود دارد نمی توان با قاطعیت خروجی را حدس زد، یا روشنتر یا تیره تر). در واقع به دو پارامتر بستگی دارد مقدار پیکسل مرکزی و پیکسهایی که اطراف پیکسل مرکزی قرار دارند.

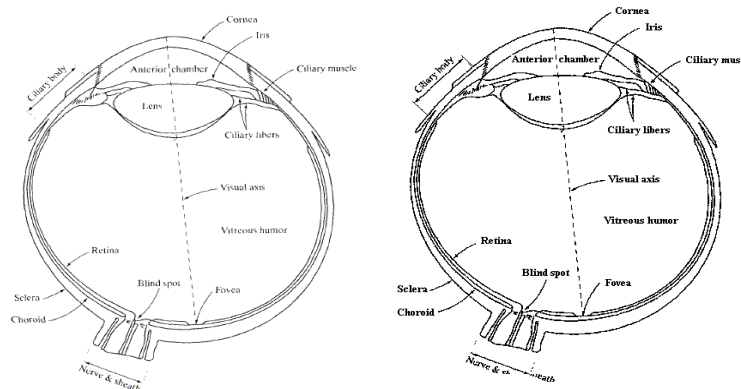
دو تابع تبدیل خیلی ساده را اگر در نظر بگیریم: یکی *THRESHOLDING* می باشد: یعنی اینکه ما یک حدی را در نظر می گیریم (M) سپس ورودی را می خوانیم. حال اگر ورودی ما مقدارش از M بیشتر بود این مقدار را در خروجی قرار بده اگر مقدار آن از M به هر میزان کمتر بود 0 را در خروجی قرار بده. (مثل باینری کردن یک تصویر) این حالت بدون طیف می باشد حال اگر بخواهیم طیف در تصویر وجود داشته باشد. از تبدیل دیگر با یک شیب ملایم از یک مقدار 0 به یک مقدار غیر صفر وارد می شویم. در این صورت پیکسهایی که به هر میزان از M بزرگتر هستند به همان میزان شیب ملایمی به نسبت دورتر شدن از M شدت روشنایی آنها بیشتر می شود..



هرچقدر که M را به سمت راست بکشیم تصویر خروجی ما تیره تر خواهد شد. چون بازه بزرگتری از مقادیر پشت M قرار می گیرد.

محور افقی که با اندیس R نشان داده شده است در حقیقت مقدار شدت روشنایی یک پیکسل را نشان می دهد و $S=T(R)$ حاصل اعمال تبدیل T بر روی شدت روشنایی ورودی را مشخص می کند.

APPLYING THRESHOLD



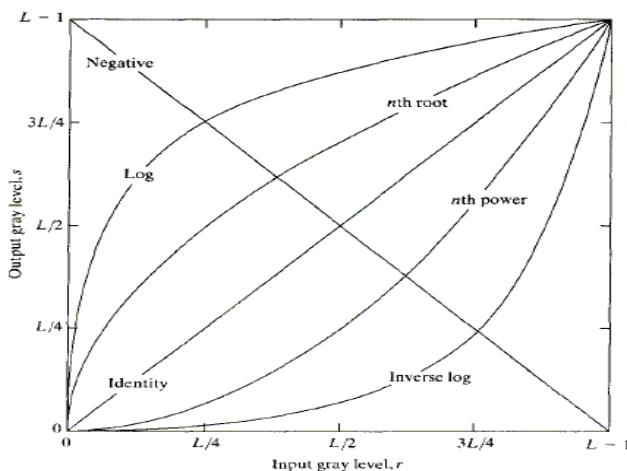
اگر بخواهیم یکسری تابع تبدیل مناسب دیگر معرفی کنیم می توانیم به توابع:

تابع تبدیل لوگاریتم یا تابع ریشه گیری

تابع به توان رساندن

تابع NEGATIVE

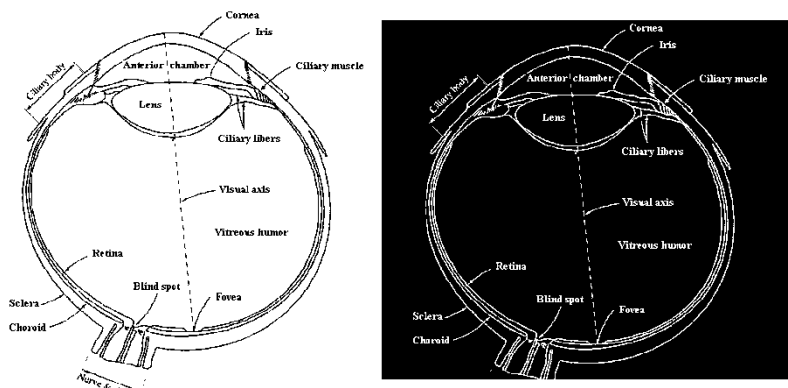
اگر تابع LOG به تصویر اعمال گردد تصویر خروجی به شرح زیر می باشد:



محور افقی شدت روشنایی ها را نشان می دهد و محور عمودی نتیجه اعمال تبدیل بر روی شدت روشنایی ورودی را نشان می دهد . در این حالت تصویر ما روشنتر خواهد شد چون شدت روشنایی های کم را مقدار آن را زیاد تر و روشنتر می کند. ریشه n ام همانند LOG عمل می کند اما خفیف تر.

اما INVERSE LOG تصویر را تیره تر می کند

NEGATIVE نیز تصویر زمانی که شدت روشنایی ورودی مقدار آن حداکثر باشد تبدیل می کند به مینیمم و بالعکس .





در حالت کلی در NEGATIVE اگر مقادیر شدت روشنایی پیکسل‌های موجود در تصویر را با 8 بیت نمایش دهیم حداکثر مقدار ی که در این 8 بیت می تواند قرار گیرد 255 می باشد. مقدار شدت روشنایی تک تک پیکسل‌های تصویر را از 255 تفریق می کنیم . مثلا شدت روشنایی پیکسلی 0 باشد (تاریک) پس از تفریق 255 مقدار آن 255 شده و روشن می شود.

تبدیل دیگر POWER LAW TRANSFORMATION یا GAMMA CORRECTION میباشد و دو رابطه زیر را می توان برای آن در نظر گرفت . R شدت روشنایی پیکسلی است که می خواهیم پردازش بر روی آن انجام شود . حال حالتی را در نظر می گیریم که مقدار 0 R باشد پس صفر به توان هر عددی 1 می شود و $1 * C$ می شود C و بجای آن پیکسلی که تاریک است مقدار C قرار می گیرد. فرضا پیکسل‌هایی که خاموش هستند و مقدار شدت روشنایی آنها 0 است همه اول به یک اندازه ای مقدار شدت روشنایی آنها اضافه یا کم شود و سپس یک ضربی هم به آن اعمال شود. در نتیجه E موجود در فرمول به همین دلیل است .

اگر GAMMA کوچکتر از 1 باشد تصویر روشنتر می شود و اگر بزرگتر باشد تصویر تاریک تر می شود.

زمانی که GAMMA کوچکتر از 1 است هر چقدر به 0 نزدیکتر باشد تابع تبدیل تصویر را خیلی روشن می کند و هر چقدر از 0 دورتر شویم تصویر کمتر روشن می شود. زمانی که به GAMMA=1 می رسیم تصویر خروجی همان تصویر ورودی می شود. (C=1)

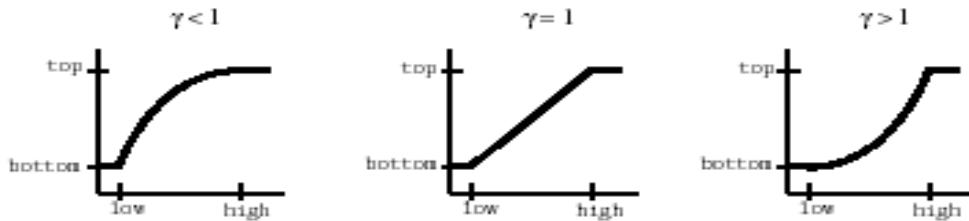
$$S = cr^\gamma \quad s = c(r + e)^\gamma$$



GAMMA CORRECTION APPLIED TO FOREST PICTURE ($\gamma=0.5$)

پایه سازی **GAMMA CORRECTION** در متلب بدین صورت پیاده سازی می شود.

شدت روشنایی ورودی اگر در بازه های زیر قرار داشت بر اساس یکی از این توابع پردازش را بر روی پیکسل ورودی انجام دهد. حال اگر مقدار شدت روشنایی پیکسل ورودی از یک مقدار HIGH بیشتر بود مقدار کلا مقدار TOP رو بجای آن قرار دهد. و میزان بیشتر بودن آن از HIGH مهم نیست. اگر مقدار فقط بین LOW و HIGH بود نمودار GAMMA CORRECTION به آن اعمال می شود.



GAMMA CORRECTION

a b
c d
FIGURE 3.9
(a) Aerial image.
(b)–(d) Results of
applying the
transformation in
Eq. (3.2-3) with
 $c = 1$ and
 $\gamma = 3.0, 4.0,$ and
 $5.0,$ respectively.
(Original image for
this example courtesy of
NASA.)

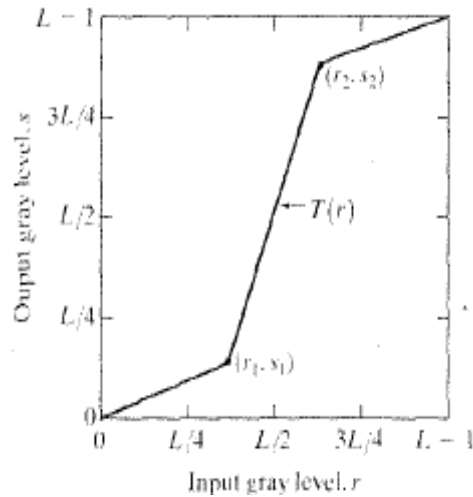


در تغییرات GAMMA CORRECTION در تصاویر خروجی فوق مقدار GAMMA CORRECTION بزرگتر از 1 به آن اعمال شده در واقع تیره تر شدن تصویر نمایانگر اعمال مقدار بزرگتر می باشد.

در برخی مواقع لازم هست به صورت قطعه ای تبدیلی را به تصویر اعمال کنیم. به عنوان مثال:

نمودار زیر بازه دریافتی ورودی را به 3 ناحیه تقسیم کرده:

اگر مقدار ورودی شدت روشنایی پیکسل ورودی از 0 تا قسمت معینی بود بر اساس تبدیل خاصی بهینه سازی را انجام بده. و اگر شدت روشنایی بزرگتر از مقدار معین در نمودار بود تبدیل دیگری را انجام بده. در غیر اینصورت مقادیر بین این دو ناحیه بر اساس تبدیل دیگری پردازش را انجام بده. یعنی محل قرار گیری مقدار دریافتی شدت روشنایی ورودی روی محور افقی تعیین می شود و سپس γ متناظر با این ورودی را پیدا کرده و به جای آن پیکسل قرار می دهیم.



اگر بخواهیم نمودار را به یک تابع تبدیل THRESHOLDING تبدیل کنیم نقطه شروع و پایان را در نمودار در یک راستا قرار می دهیم. به این عمل PIECEWISE-LINEAR گفته می شود. یعنی بصورت تکه ای قسمتی از تصویر را پردازش می کنیم. این کار را برای این انجام می دهیم که ممکن است قسمتی از تصویر نیاز به بهینه سازی بیشتر نسبت به تمام تصویر وجود داشته باشد. و باقی تصویر برای ما مهم نمی باشد و حتی می توان آن را حذف نمود.

تابع تبدیل PIECEWISE-LINEAR به روش زیر انجام می گیرد:

شدت روشنایی هایی که بین **A** و **B** وجود دارد آنها را بر اساس یک این تابع تبدیل انجام بده و بقیه شدت روشنایی ها رو بک مقدار ثابت یا مقدار خودشان قرار بده. اگر قرار باشد یک مقدار ثابتی قرار دهد مثلا شدت روشناییهای دیگر را تاریکتر می کند. و از تابع تبدیل دیگری استفاده می کند و لی آن پیکسلهایی که شدت روشنایی آنها برای ما مهم هستند را طبق این تابع تبدیل بهینه سازی را انجام می دهد. اما در قسمت دیگر شدت روشناییهایی که بین **A** و **B** هستند طی تابع تبدیل دیگر بهینه سازی را انجام بده و سایر شدت روشنایی ها را بدون تغییر رها کند. و مقدار خودشان را در خروجی قرار بده.

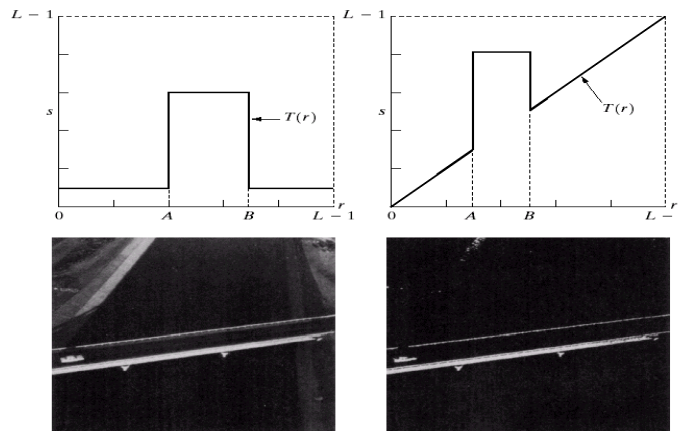


FIGURE 3.11
 (a) This transformation highlights range $[A, B]$ of gray levels and reduces all others to a constant level.
 (b) This transformation highlights range $[A, B]$ but preserves all other levels.
 (c) An image.
 (d) Result of using the transformation in (a).

مقدار شدت روشنایی هر پیکسل را با یک تعداد بیت نشان می دهند (GRAYSCALE=256 و ..) این مقادیر در داخل 8 بیت قرار میگیرند .

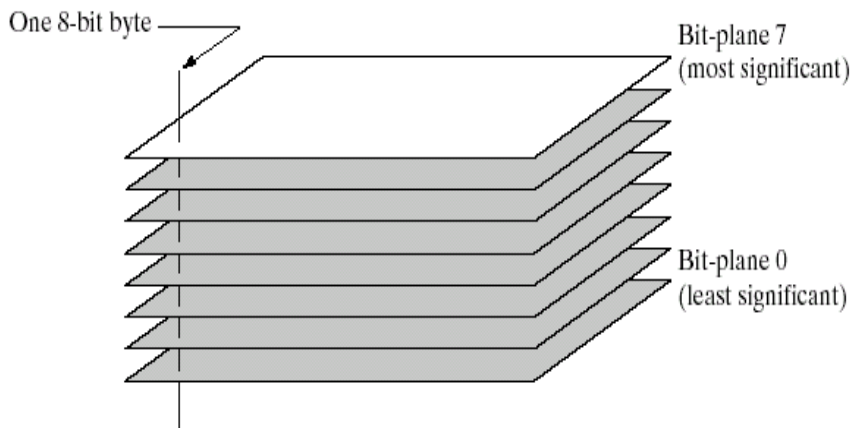


FIGURE 3.12
Bit-plane
representation of
an 8-bit image.

برای ایجاد تصویر دوم ، تصویر ورودی و تصویر اول پیکسل ها بدون تغییر می باشد. ولی بجای قرار دادن مقدار 8 بیت به هر پیکسل ، 1 بیت اختصاص می دهیم . یعنی مقدار پیکسل اول یا 0 خواهد بود یا 1 برای هر پیکسل یک تک بیت در نظر میگیریم. مقادیر موجود نیز برای هر پیکسل مقدار بیت شماره 0 را برمی دارد و پیکسل های بعدی هم به همین ترتیب مقدار پیکسل شماره 0 در نظر گرفته می شود.

حال مجدداً از تصویر اول مقدار بیت های شماره 2 پیکسلها را برمی داریم و تصویر بعدی را تولید می کنیم. این روند را تا 8 بیت یا 8 تصویر می توانیم ادامه دهیم. این مجموعه 8 تصویر زمانی که در کنار هم قرار گیرند مقادیر آنها OR شود همان تصویر اولیه را خواهیم داشت.

با این نمونه برداری می توان ارزش هر بیت را مورد ارزیابی قرار داد . اگر از این 8 بیت بیت شماره 0 را مقدار آن را 0 کنیم خواهیم دید که در تصویر هیچ تفاوتی ایجاد نخواهد شد. حتی اگر 3 بیت اول را 0 کنیم باز هم در کیفیت تغییری نخواهیم داشت. اما اگر بر فرض بیت شماره 8 را حذف کنیم خواهیم دید که کیفیت به شدت افت خواهد کرد. این اتفاق به خاطر این رخ خواهد داد که ما با حذف بیت 8 ، 127 مقدار را از پیکسل اولیه حذف نمودیم که این مقدار مقدار بزرگی می باشد.

این روش در ذخیره سازی تصویر می تواند مورد استفاده قرار گیرد. استفاده دیگر از حذف بیتهایی که تاثیری در کیفیت تصویر نداشته باشد (غالباً 3 بیت اول) در پنهان نگاری اطلاعات در تصویر مورد استفاده قرار می گیرد.

مثال:

```
IMG=IMREAD('CASTLE.PNG');
% CONVERT IT TO GRAYSCALE
IMG=RGB2GRAY(IMG);
```

```

IMG=IMRESIZE(IMG,0.5,'BICUBIC');

[X,Y]=SIZE(IMG);

BITPLANES=ZEROS(X,Y,8);

FOR I=1:X

    FOR J=1:Y

        BINARY=DE2BI(IMG(I,J),8,'LEFT-MSB');

        FOR K=1:8

            BITPLANES(I,J,K)=BINARY(K);

        END

    END

END

IMWRITE(IMG,'ORIGINAL.PNG'); % ORIGINAL GRAYSCALE IMAGE

IMWRITE(BITPLANES(:, :, 1), 'BIT1.PNG'); % MSB

IMWRITE(BITPLANES(:, :, 2), 'BIT2.PNG');

IMWRITE(BITPLANES(:, :, 3), 'BIT3.PNG');

IMWRITE(BITPLANES(:, :, 4), 'BIT4.PNG');

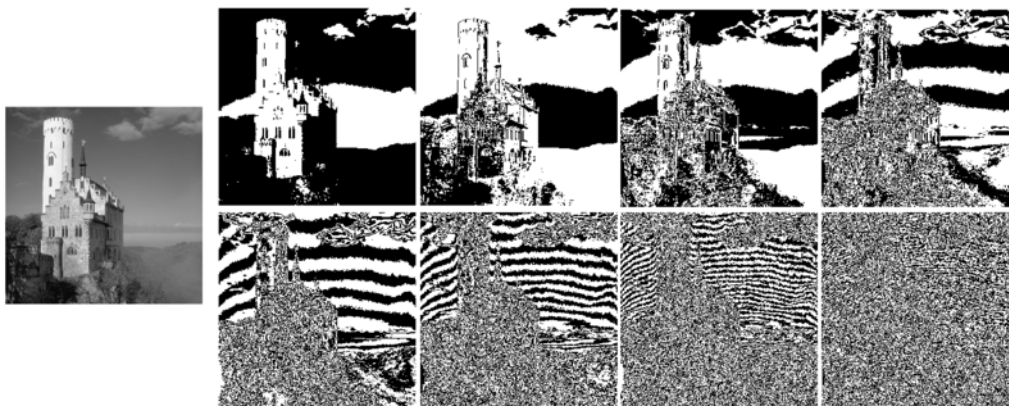
IMWRITE(BITPLANES(:, :, 5), 'BIT5.PNG');

IMWRITE(BITPLANES(:, :, 6), 'BIT6.PNG');

IMWRITE(BITPLANES(:, :, 7), 'BIT7.PNG');

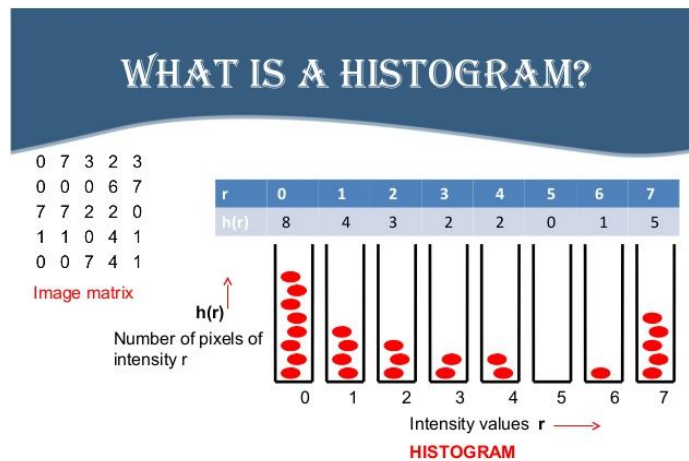
IMWRITE(BITPLANES(:, :, 8), 'BIT8.PNG'); % LSB

```

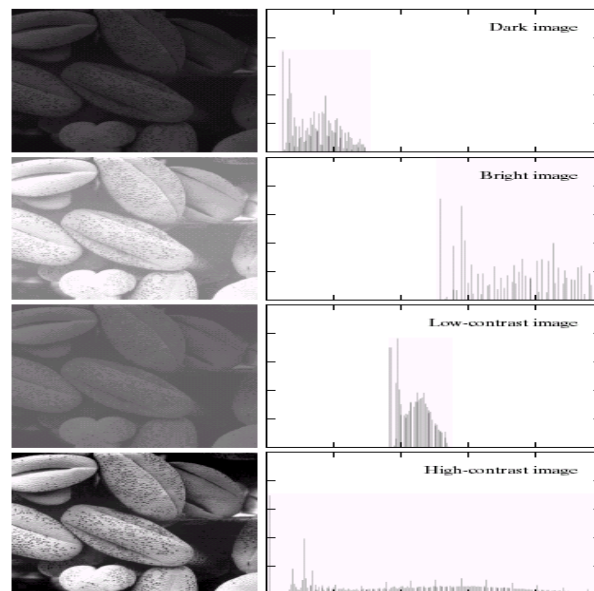


مقادیر شدت روشنایی هر پیکسل که با 8 بیت نشان داده می شود مقادیر از 0 تا 255 قابل تغییر است. یعنی تعداد 256 مقدار به شکل مجزا می توانیم داشته باشیم. با رسم نموداری هیستوگرام را به شکل زیر نمایش می دهیم .. محور عمودی تعداد را نشان می دهد و محور افقی مقادیر شدت روشنایی را نشان می دهد که برای 8 بیت از 0 تا 255 تقسیم خواهد شد. سپس در تصویر بررسی می کنیم که چه پیکسلهایی با مقدار 0 وجود دارد. بر فرض تعداد N_1 پیکسل مقدار آن 0 هستند. و به همین ترتیب تعداد پیکسلهای حاوی مقدار 1 را با N_2 نشان می دهیم و به همین ترتیب تا N_{255} . حال به نمودار میله ای که حاصل شده است HISTOGRAM می گویند.

اگر $255 + N_0 + N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_{255}$ داشته باشیم تعداد کل پیکسلهای تصویر را خواهیم داشت. اگر N_0, N_1, \dots, N_{255} را بر N کل تقسیم کنیم یک هیستوگرام نرمالایز داشته باشیم.

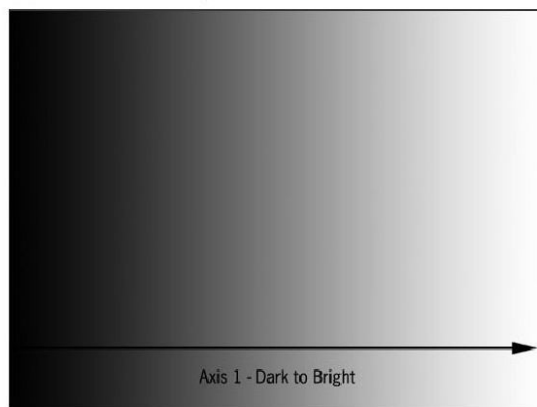


Histogram plots the number of pixels for each intensity value



نمودار های میله ای با توجه به شدت روشنایی در قسمتهای مختلف متفاوت هستند . اگر اکثر میله ها در سمت چپ بودند می توان گفت که تصویر تصویر روشنی نیست و اگر سمت راست شاهد تجمیع میله ها بودیم تصویر روشن تر می باشد. هدف پردازش بر اساس هیستوگرام و کیفیت بصری تصویر افزایش پیدا کند.

Reading and understanding the histogram may seem difficult at first. But just remember that it's only a graph. The left end of the scale (see below) represents black. This is the point where shadows lose all detail. RGB values are 0 (on a 256 shade scale where 0 is pure black and 255 is pure white); nothing but black is being recorded. Brightness increases toward the right until it reaches pure white at the far right edge. At this point highlights record as RGB values 255 - pure white - and there is no detail.



برای این کار دو روش وجود دارد:

HISTOGRAM EQUALIZATION

HISTOGRAM MATCHING (SPECIFICATION)

HISTOGRAM EQUALIZATION: در واقع ارائه یک تابع تبدیل که بر اساس آن تابع تبدیل می توان شدت روشناییهای موجود در تصویر را به یک شدت روشنایی دیگری MAP کنیم یعنی تابع تبدیل به تصویر ورودی اعمال می شود و یک تصویر خروجی ایجاد می کند که این تصویر خروجی نسبت به تصویر اولیه یکسری بهبودهایی از نظر کیفیت داراست.

(OR SPECIFICATION) HISTOGRAM MATCHING

HISTOGRAM EQUALIZATION قویترین ابزار برای ما نیست. بعضی مواقع نیاز هست که بصورت محلی و موضعی پردازشهایی را انجام دهیم . یا بعضی وقتها تصویری به ما می دهند که این تصویر هیستوگرامی دارد که با انجام پردازشهایی بر روی هیستوگرام آن در نهایت بعد از اینکه تصویر پردازش شد و هیستوگرام آن گرفته شد. هیستوگرام آن شبیه هیستوگرام مرجع شود .

در واقع یک تصویر اولیه و یک هیستوگرام مرجع داریم و با استفاده از هیستوگرام مرجع بگونه ای پردازش کنیم که وقتی تصویر پردازش شد و هیستوگرام آن را دیدیم هیستوگرام آن شبیه هیستوگرام مرجعی باشد که به ما دادند. که به این **HISTOGRAM MATCHING (OR SPECIFICATION)** می گویند.

برای انجام **HISTOGRAM MATCHING (OR SPECIFICATION)** به یک تصویر اولیه ورودی به اضافه یک هیستوگرام به عنوان هیستوگرام مرجع نیاز داریم. روش کار بدین صورت در 4 مرحله انجام میپذیرد:

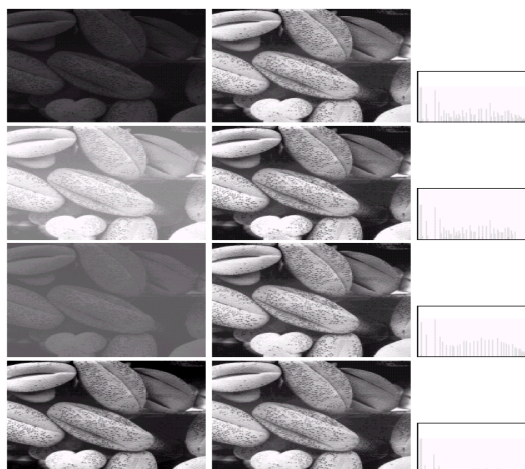
عملیات **HISTOGRAM EQUALIZATION** را بر روی تصویر اولیه انجام می دهیم .

سپس هیستوگرام مرجع را EQUALIZATION می کنیم زمانی که هیستوگرام مرجع را EQUALIZATION می کنیم به ما یک تابع تبدیل خواهد داد. $G(z)$

معکوس این تابع تبدیل را بدست می آوریم. (معکوس تابع تبدیل حاصل از هیستوگرام EQUALIZATION شده هیستوگرام مرجع را بدست می آوریم) G^{-1}

حال با استفاده از تابع معکوس و هیستوگرام EQUALIZATION شده تصویر ورودی. در نهایت پردازش مورد نظر را انجام دهیم.

فرض می کنیم که تابع تبدیل حاصل از هیستوگرام EQUALIZATION شده تصویر ورودی زیر باشد. فرض میکنیم هیستوگرام سمت راست هیستوگرام مرجع ما باشد و EQUALIZATION را روی آن انجام دادیم و یک تابع تبدیل بدست آوردیم. حالا می توانیم هم معکوس تابع تبدیل را بدست آوریم و هم از یک روش دیگر هم استفاده کنیم به جای بدست آوردن معکوس این تابع تبدیل. هر دو یکسان هستند. روش انجام این کار به شرح زیر می باشد:



اگر HISTOGRAM EQUALIZATION تصویر ورودی سمت چپ. تابع تبدیل آن آن هم سمت راستی باشد. در صورتی که شدت روشنایی RK در تصویر ورودی وجود داشته باشد. تحت این تابع تبدیل به SK، MAP می شود. SK در نهایت باید به عنوان ورودی وارد معکوس تابع تبدیل سمت راستی شود. یعنی تابع تبدیل سمت راستی را باید معکوس بکنیم روی محور Xها دنبال SK بگردیم. به ازای SK که وجود دارد. معکوس تابع تبدیل سمت راستی یک خروجی به ما خواهد داد که به عنوان خروجی نهایی ما تلقی می گردد. بر فرض اسم آن را هم ZK میگذاریم. یعنی به ازای RK تحت این پردازش ما یک ZK خواهیم داشت. که می شود نتیجه حاصل از HISTOGRAM MATCHING (OR SPECIFICATION).

اما برای اینکه دچار دردهای حاصل از بدست آوردن معکوس این تابع تبدیل نشویم می توانیم بدین شکل عمل کنیم:

در تصویر ورودی با شدت روشنایی RK را داریم و زمانی که HISTOGRAM تصویر ورودی را EQUALIZ می کنیم یک همچین تابع تبدیلی (سمت راست) خواهیم داشت. این تابع تبدیل شدت روشنایی RK را به SK تبدیل می کند. حال شدت روشنایی در هر دو تصویر به ما خروجی SK را خواهد داد. این معادل این خواهد بود که بیاییم این SK را در محور Yهای تابع تبدیل جستجو کنیم و ببینیم که به ازای SK چه شدت روشنایی خواهد داد. این دقیقاً معادل اینست که تابع تبدیل سمت راست را معکوس کنیم و روی

محور Xها دنبال SK بگردیم . حال ما بر روی محور Yها دنبال SK میگردیم و این که به ازای چه X این Y حاصل می شود و به جای چه ZK این SK حاصل خواهد شد. اتفاقی که خواهد افتاد اینست که انجام پردازش HISTOGRAM SPECIFICATION و MAP شدن RK به ZK خواهد بود. در تصویر اولیه RK به ZK تبدیل شده و بدین ترتیب HISTOGRAM SPECIFICATION انجام خواهد شد.

اما BACKGROUND ریاضی این قضیه چیست؟

$$s = T(r) = \int_0^r P_r(w)dw$$

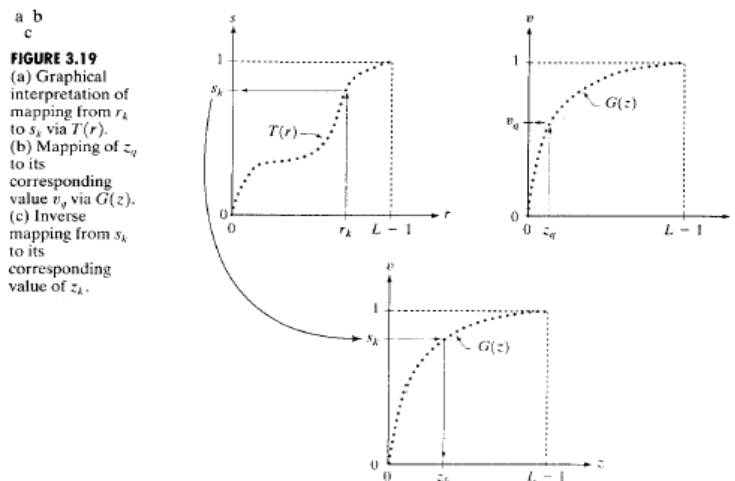
$$s = G(z) = \int_0^z P_z(t)dt$$

$$z = G^{-1}(s) = G^{-1}(T(r))$$

R تصویر ورودی و اولیه ما می باشد که HISTOGRAM آنرا بدست می آوریم و سپس HISTOGRAM تصویر ورودی را EQUALIZ می کنیم و تابع تبدیل T را به ما خواهد داد . تصویر اولیه ما T است تابع اولیه T به S تبدیل می شود. HISTOGRAM مرجعی که داریم به ما تابع تبدیل GZ را می دهد . حال اگر معکوس اینرا بدست آوریم خواهیم داشت

G-1 که این معکوس تابع HISTOGRAM مرجع باید روی خروجی حاصل از اعمال تابع تبدیل HISTOGRAM EQUALIZATION به تصویر ورودی یا اولیه که همان S هست اعمال شود . پس اگر (S) G-1 را بدست آوریم عملیات HISTOGRAM MATCHING انجام شده است.

در مجموع $z = G^{-1}(T(r))$ که R تصویر ورودی هست و روی تصویر ورودی تابع تبدیل حاصل از EQUALIZ کردن HISTOGRAM تصویر اولیه بدست می آید. و روی خروجی حاصل از این اعمال تبدیل G^{-1} یا همان معکوس تابع تبدیل HISTOGRAM مرجع اعمال خواهد شد و خروجی بدست آمده نتیجه حاصل از انجام عملیات HISTOGRAM SPECIFICATION خواهد بود..



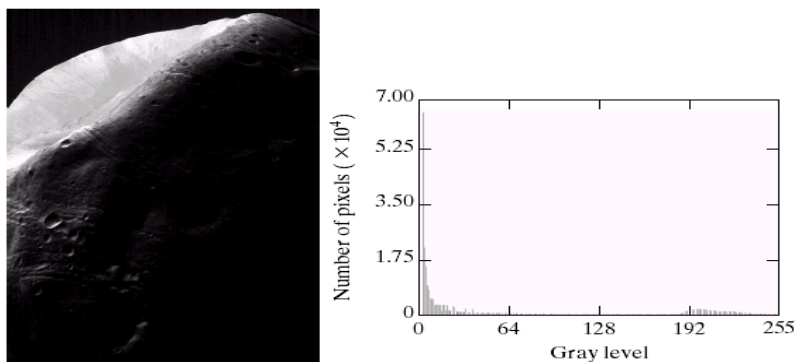


FIGURE 3.20 (a) Image of the Mars moon Phobos taken by NASA's *Mars Global Surveyor*. (b) Histogram. (Original image courtesy of NASA.)

همانطور که در HISTOGRAM رسم شده تصویر فوق ملاحظه می کنیم تجمع شدت روشنایی بیشتر در سمت چپ HISTOGRAM می باشد این نشان می دهد که تصویر ما تعداد زیادی PIXEL با شدت روشنایی کم خواهد داشت. یعنی ما انتظار خواهیم داشت تصویری داشته باشیم که این تصویر بخش زیادی تاریک باشد. حال روال HISTOGRAM SPECIFICATION را بر روی تصویر انجام می دهیم:

قبل از اعمال HISTOGRAM SPECIFICATION بر روی تصویر ابتدا HISTOGRAM EQUALIZATION بر روی تصویر انجام می دهیم. اگر HISTOGRAM EQUALIZATION را روی HISTOGRAM تصویر فوق اجرا کنیم تابع تبدیل نمودار بالایی در تصویر زیر خواهد بود. اگر تابع تبدیل به تصویر ورودی اعمال شود نتیجه آن تصویر زیر خواهد بود و اگر HISTOGRAM آنرا رسم کنیم نمودار پایین تصویر را خواهیم داشت. حال بعد از این فرایند به تصویر مات شده ای رسیدیم. این کیفیت مد نظر ما نمی باشد. هیستوگرام تصویر را هم که نگاه کنیم میبینیم که تعداد PIXELهایی که تعداد شدت روشنایی آنها زیادتره (روشن) تعدادشون بیشتر شد.

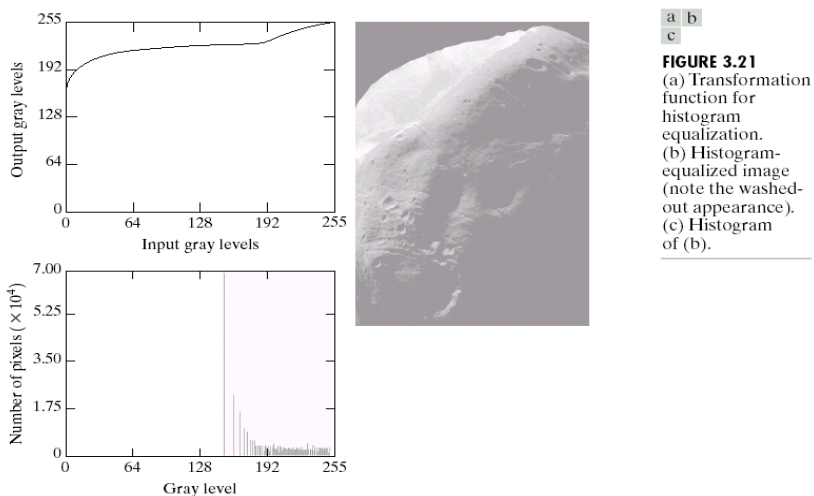
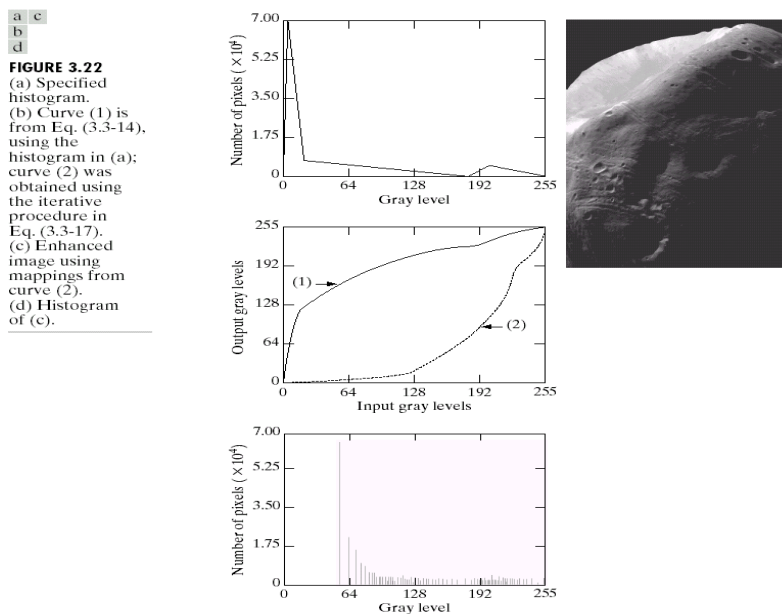


FIGURE 3.21 (a) Transformation function for histogram equalization. (b) Histogram-equalized image (note the washed-out appearance). (c) Histogram of (b).

اما ما در نهایت مایل به داشتن تصویر به شکل زیر هستیم . که اگر دقت کنید قسمتهای روشن آن روشنتر شه و قسمتهای تاریک آن یک مقدار روشنتر شده و جزئیات بیشتری از تصویر در آن معلوم هست. و کیفیت آن بهتر شده است. برای دستیابی به تصویر زیر ابتدا از HISTOGRAM SPECIFICATION استفاده می کنیم.

تصویر ورودی تحت تابع تبدیل مرجع به گونه ای که در نهایت تصویر خروجی زیر را داشته باشیم اعمال می شود .

در تابع تبدیل زیر ابتدا شدت روشنایی خیلی پایین را یک مقدار افزایش می هد . شدت روشنایی های زیاد در تصویر را خیلی روشنتر نمیکند و در واقع تغییری نمی دهد. اگر بخواهیم HISTOGRAM SPECIFICATION را با استفاده از تابع مرجع انجام دهیم . در ابتدا باید این تابع تبدیل مرجع رو با استفاده از رابطه زیر EQUALIZ . وقتی که HISTOGRAM مرجع EQUALIZ شد. تابع تبدیل منحني شماره 1 نمودار وسط تصویر زیر را خواهیم داشت معکوس منحنی شماره 1 منحنی شماره 2 خواهد بود .در نهایت از این منحنی شماره 2 برای اینکه تابع تبدیل را به تصویر ورودی اعمال کند و خروجی بدست آمده را(تابع تبدیل شماره 2) اعمال کند ، استفاده مینماید. وقتی این کار را انجام داد HISTOGRAM SPECIFICATION انجام شده است. و در نهایت HISTOGRAM جدول پایتتر را خواهیم داشت که خیلی معقولتر شدت روشنایی در تصویر توزیع شده است.



LOCAL ENHANCEMENT: بعضی اوقات لازم است که بر روی کل تصویر پردازشی انجام ندهیم و بخواهیم تنها کیفیت بخشی از تصویر را بالا ببریم و پردازش را تنها در محدوده خاصی انجام دهیم . اگر پردازش بر روی کل تصویر انجام شود ممکن است که خیلی از نظر محاسباتی مانبر باشد و نیازمند تجهیزات سخت افزاری قوی می باشد .

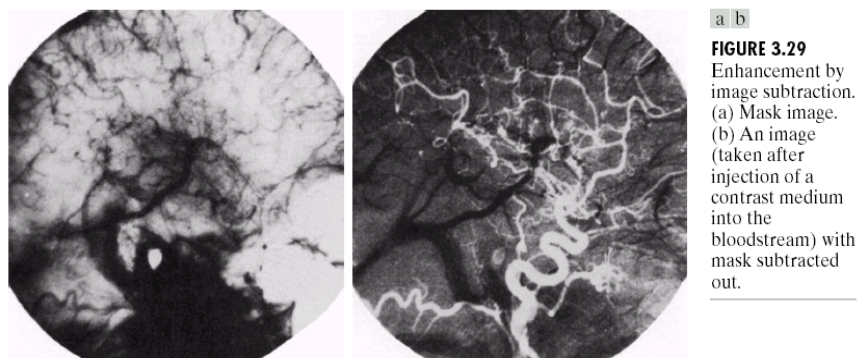
بطوری کلی زمانیکه ما یک پردازش محلی را انجام می دهیم و در واقع یک POXEL را در یک قیمت محلی پردازش می کنیم علاوه بر مقدار آن پیکسل به احتمال زیاد به مقدار پیکسل های همسایه آن هم نیاز پیدا خواهیم کرد. و در واقع LOCAL ENHANCEMENT در پیکسل های همسایه هم مورد استفاده قرار می گیرند.

یکی از روشهای LOCAL ENHANCEMENT اینست که بیایم و HISTOGRAM SPECIFICATION و HISTOGRAM EQUALIZATION را به صورت محلی روی تصویر اعمال کنیم. برای انجام این کار از تصویر ورودی یک بخشی را انتخاب می کنیم. حال بر روی ناحیه مد نظر تصویر پنجره ای را در نظر می گیریم. و تنها پیکسلهای زیر آنرا انتخاب میکند. و برای آن پیکسلها HISTOGRAM رسم می کنیم و عملیات SPECIFICATION و EQUALIZATION را بر روی آن اعمال می کنیم و در نهایت نتیجه را در داخل همان پنجره مورد استفاده قرار می دهیم.

IMAGE SUBTRACTION و یا (MASKING)

در بسیاری از موارد ما می توانیم از تفریق دو تصویر از همدیگر به عنوان یک عملیات پردازشی استفاده کنیم. از کاربردهای این تکنیک می توان به تشخیص های تصاویر پزشکی یا MASK MODE RADIOGRAPHY اشاره نمود. و یا MOTION DETECTION یا تشخیص حرکت در فریم های تصویر استفاده می شود.

مثال: تفریق اختلافات دو تصویر قبل و بعد از تزریق ماده



مثال MOTION DETECTION: با اعمال الگوریتم تشخیص ویژگی اعمال می کنیم و خروجی آن نقاط روشن به عنوان ویژگی استخراج و حرکت تشخیص داده می شود.





حال نقاطی که شدت روشنایی آنها از یک حدی بیشترند روشن باقی بمانند و نقاط دیگر تاریک تر شود.

:NOISE

در زمان پردازش در تصاویر یک دسته ای از پردازشها برای اصلاح و از بین بردن برخی از خرابیهای موجود در تصویر بکار برده می شود. یکی از عوامل که باعث خرابی در تصویر می شود وجود NOISE یا اختشاش است. NOISE یک ماهیت تصادفی است، این ماهیت به پیکسلهای تصویر اعمال شده و اثر گذاری می نماید. حال ابتدا باید با این اثرات آشنا شویم و این ماهیت اتفاقی و تصادفی را به نوعی مدل کرده و بعد چگونگی اثرات بر تصویر را تحلیل نموده و در نهایت یکسری راهکارها برای کم کردن اثرات این ماهیت در تصویر ارائه نماییم.

برای این منظور یکسری فرضیهایی را در نظر می گیریم:

فرض اول: NOISE یک ماهیت جمع شونده دارد یعنی نویز یک ماهیت تصادفی و اتفاقی دارد و در مکانهای اتفاقی و تصادفی تصویر بوجود می آید و مقدار این ماهیت با مقادیر پیکسل تصویر جمع می شود.

فرض دوم: NOISE هایی که با آن کار می کنیم NOISE های WHITE یا سفید هستند. یعنی مقدار NOISE در یک پیکسل هیچ ارتباطی به پیکسلهای دیگر ندارد و مقدار NOISE در پیکسلهای مختلف مستقل از مکان و رابطه پیکسل ها است.

حال با این تفاسیر NOISE ها را به چند دسته تقسیم می کنیم و این دسته ها را به عنوان یکسری NOISE هایی در تصویر که می توانیم ببینیم و راهکار مقابله با آن را می دانیم.

1- SALT AND PEPPER NOISE (فلفل نمکی): در تصویر یکسری نقاط سیاه و سفیدی بوجود می آید بصورت اتفاقی هم نقاط سیاه و هم نقاط سفید در تصویر بوجود خواهد آمد.



-2 IMPULSE NOISE: اگر از این نقاط فقط نقاط سفید بوجود آید. این NOISE بوجود خواهد آمد در واقع قسمت PEPPER در این NOISE وجود ندارد. فقط نقاط سفید و روشن در تصویر وجود دارد.

-3 GAUSSIAN NOISE: با استفاده از تابع توزیع GAUSSIAN مدل می شود. (حالت آن به شکل برفکی) معمولا سنسورهای تصویر برداری دارای GAUSSIAN NOISE می باشد. این NOISE دارای دو پارامتر مهم می باشد:

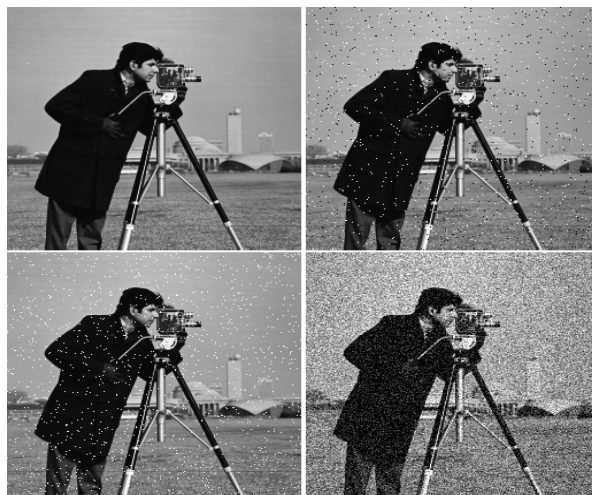
1- مقدار میانگین M

2- مقدار واریانس یا انحراف معیار σ



مقدار σ هر چقدر باشد برای انیکه GAUSSIAN NOISE را از تصویر حذف کنیم باید از یک پنجره ای برای فیلتر کردن استفاده کمترین که اندازه حداقل پنج برابر σ باشد.

مثال:



a b a) original image b) Salt and Pepper noise with noise density of 0.02
c d c) impulsive noise with noise density of 0.02
d) Gaussian noise mean=0 variance=0.02

به طور کلی اگر ما M تصویر نویزی داشته باشیم . بیاییم این M تصویر نویزی را پیکسل به پیکسل با هم جمع کنیم و از آن میانگین

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M g_i(x, y) \quad \text{بگیریم اثر نویز به اندازه } \frac{1}{M} \text{ خواهد بود .}$$

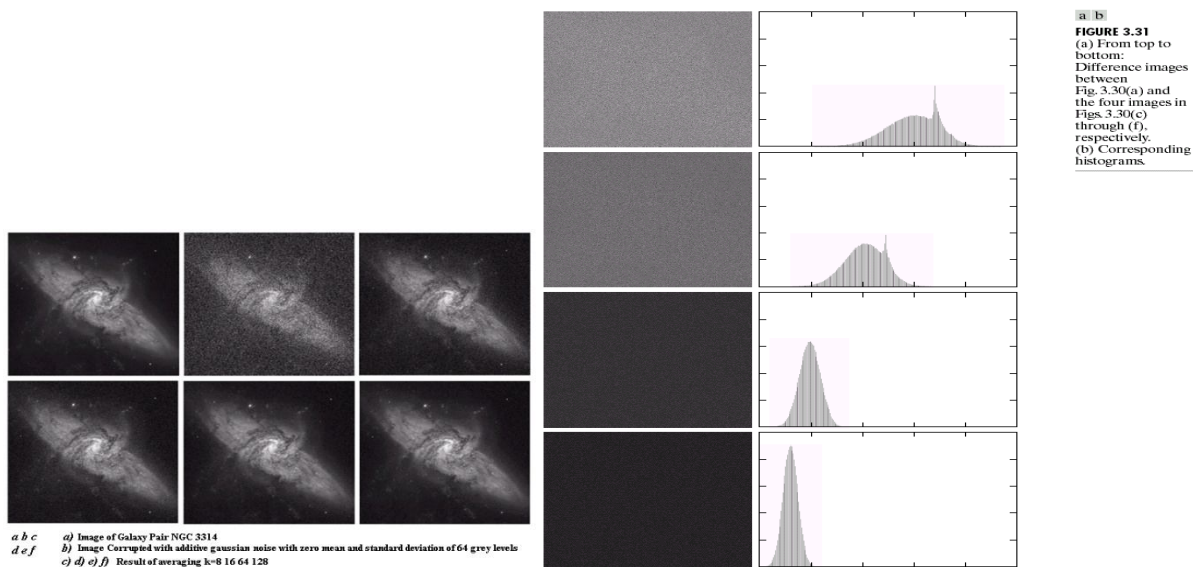
پس یکی از ساده ترین روش حذف نویز جمع یک تعداد تصویر نویزی و تقسیم بر تعداد آن یا میانگین گیری می باشد. (منظور همان تصویر که با یک نویز و پارامترهای مختلف نویزی شده). اما این روش یک مشکل دارد. ما باید از یک تصویر دهها مورد تصویر

نویزی شده داشته باشیم تا بتوانیم از این روش استفاده کنیم . اگر از این روش استفاده کنیم نویز $\frac{1}{M}$ خواهد شد .

BLURRING IN THE OUTPUT IMAGE.

به عنوان مثال ما یک تصویر را بر روی یک بستر انتقال 20 بار منتقل می کنیم. حتما باید هر 20 تصویر ما نسبت به یک مبدا مختصات میانگین گیری شود . یعنی تمام این 20 تصویر در زمان میانگین گیری مبدا مختصاتشون یکی باشد در غیر این صورت تصویر میانگین گیری ما دچار مات شدگی و یا BLURRING می شود. هر چقدر تعداد تصاویری که میانگین گیری روی آن انجام می شود M افزایش پیدا کند اثر حذف نویز بیشتر خواهد شد.

مثال: نویز گوسی



کاهش اثر نویز بر روی هیستوگرام مشخص است . پهنای نویز نسبت به حالت اول خیلی کاهش پیدا کرده . هرچقدر تعداد تصاویر بیشتر می شود میانگین گیری نیز بیشتر و اثر نویز کمتر می شود. (نویز کم = پس زمینه سیاه تر).

نویزهای مختلف دارای روش های مختلفی برای برطرف شدن دارند . همیشه نمی شود از میانگین گیری استفاده کنیم . در حال حاضر در حوزه مکان بحث می شود در حوزه مکان ما باید برای از بین بردن اثر نویز از فیلترینگ استفاده می شود . چون در حوزه مکان هستیم در اصطلاح SPATIAL FILTERING گفته می شود. برای اینکه ما یک فیلترینگ انجام دهیم باید تصویر اولیه را در نظر بگیریم و روی آن تصویر نیز لایه ای را در نظر میگیریم که روی آن یک پنجره مثلا 3×3 قرار دارد این پنجره روی لایه بالایی قرار

می گیرد و روی تصویر حرکت می کند. در خود آن پنجره 3×3 یکسری ضرایب وجود دارد که این ضرایب به پیکسلهایی که در زیر آن قرار دادرد اعمال شده و نتیجه حاصل جایگزین پیکسل تصویر خواهد شد. و خروجی تصویر فیلتر شده خواهد بود. موارد حائز اهمیت در این روش عبارتند از: 1- ساین پنجره 2- ضرایبی که در داخل این پنجره قرار دارد. در کاربردهای مختلف ساینهای مختلف و ضرایب مختلف استفاده میشود. به عنوان مثال برای از بین بردن نویز گوسی از یک پنجره 3×3 و ضرایب این پنجره با استفاده از تابع توزیع احتمال گوسی نتیجه را به ما خواهد داد. یا برای کاربردهایی دیگری مثل پیدا کردن لبه ها از این پنجره استفاده می شود.

نحوه اعمال پنجره:

FIGURE 3.33
Another representation of a general 3×3 spatial filter mask.

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

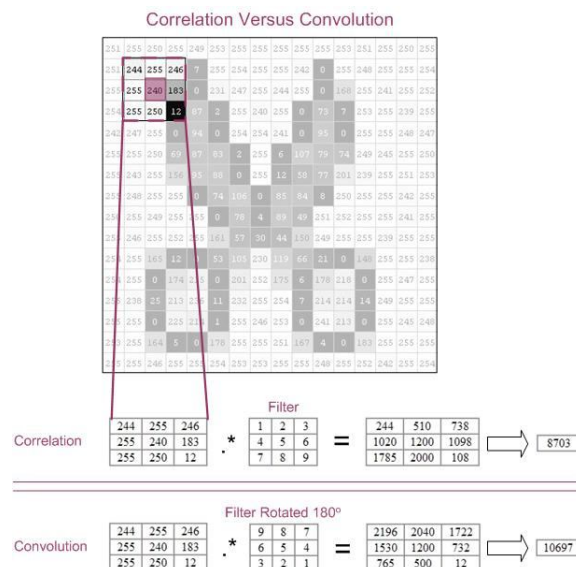
$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \dots + w_9 z_9$$

$$R = \sum w_i z_i$$

Z1 تا Z9 مقادیر متناظر موجود در زیر پنجره از تصویر هستند. (مقدار پیکسلهای تصویر)

W1 تا W9 هم ضرایب پنجره فیلترینگ هستند.

پس از انجام ضرب در نهایت با هم جمع می شوند. به این کار *CONVOLUTION* هم گفته می شود.



همیشه پنجره های اعمال شده پنجره های خطی هستند.

LINEAR FILTERS: فیلتر های ما همگی **LINEAR FILTERS** هستند و رابطه آن به شکل فوق می باشد. که ذکر شد.

NONLINEAR FILTER: فیلتر های غیر خطی هم همانند خطی دارای پنجره می باشد ولی رابطه ای که بین ضرایب وجود دارد و پیکسلهایی که در زیر پنجره وجود دارد دیگر رابطه خطی نیست و به شکل غیر خطی می باشد.

تعبیر کلی تر دیگری از فیلترینگ وجود دارد که به نوعی بحث حذف نویز را می تواند در خود بگنجانند که عبارتند از :

LOW-PASS FILTER: تغییرات شدید در تصویر را حذف می کند این باعث می شود که تصویر بلر شود. و جزئیات کوچک آن از بین برود

HIGH-PASS FILTER: بر عکس **LOW-PASS** جزئیات تصویر را نمایانتر می کند. اگر برای حذف نویز تصویر از این روش استفاده شود اثر نویز تشدید می شود اما استفاده از **LOW-PASS FILTER** احتمال اینکه اثر نویز کم یا حذف شود بسیار بیشتر است

BAND-PASS FILTER: فقط یکسری تغییرات خاص در تصویر را نگهداری می کند. تغییراتی که نه خیلی زیاد و نه خیلی کم باشند. برای کارهای بهبود کیفیت هم معمولا مورد استفاده قرار نمی گیرد. بیشتر برای بازیابی **OBJECT** های تصویر مورد استفاده قرار میگیرد

انواع فیلتر **LOW-PASS FILTER** :

LINEAR SMOOTHING FILTERS: (یا فیلتر میانگین گیری) این فیلتر باعث ایجاد حالت **BLUR** در تصویر می شود. **BLUR** شدن تصویر از نظر بصری تصویر درهم ریختگی دارد و شفافیت لازم را ندارد. لبه ها را از بین می برد. در این فیلتر جزئیات ریز تصویر از بین خواهد رفت و باعث کاهش اثر نویز می شود. اما نه هر نویزی، تنها دسته ای از نویزها.

اگر بخواهیم یک ضرایبی برای این پنجره فیلتر در نظر بگیریم::

$$\frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \frac{1}{16} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$g(x, y) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x+s, y+t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)}$$

در پنجره سمت راست تک تک پیکسلهایی که در زیر پنجره وجود دارد را در مقادیر (ضرایب) پنجره ضرب می کند و بر مجموع ضرایب که 16 می شود تقسیم می کند. (میانگین گیری)



FIGURE 3.35 (a) Original image, of size 500×500 pixels. (b)–(f) Results of smoothing with square averaging filter masks of sizes $n = 3, 5, 9, 15,$ and 35 , respectively. The black squares at the top are of sizes $3, 5, 9, 15, 25, 35, 45,$ and 55 pixels, respectively; their borders are 25 pixels apart. The letters at the bottom range in size from 10 to 24 points, in increments of 2 points; the large letter at the top is 60 points. The vertical bars are 5 pixels wide and 100 pixels high; their separation is 20 pixels. The diameter of the circles is 25 pixels, and their borders are 15 pixels apart; their gray levels range from 0% to 100% black in increments of 20%. The background of the image is 10% black. The noisy rectangles are of size 50×120 pixels.

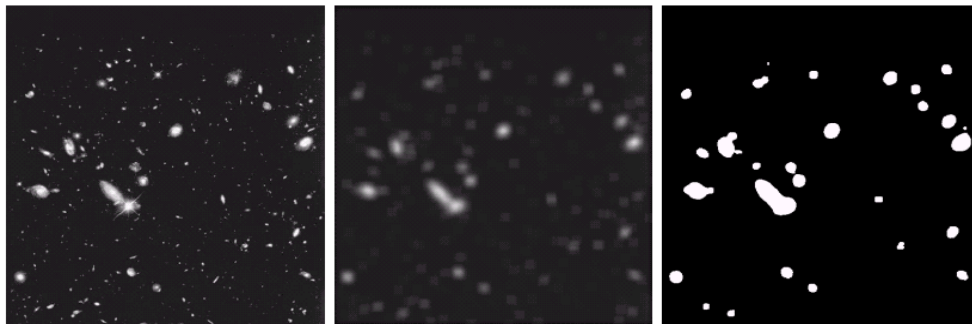


FIGURE 3.36 (a) Image from the Hubble Space Telescope. (b) Image processed by a 15×15 averaging mask. (c) Result of thresholding (b). (Original image courtesy of NASA.)

تصویر وسط از اعمال LOW-PASS FILTER حاصل شده. نقاط ریز در تصویر اصلی حذف شده و برخی نقاط نزدیک به هم نیز با هم اتصال پیدا کرده اند

GAUSSIAN FILTER

از این فیلتر اصولاً برای حذف نویز گوسی از تصویر مورد استفاده قرار می گیرد. یک پنجره فیلترینگی وجود دارد که ضرایب آن با استفاده از رابطه زیر بدست می آید:

$$w(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2}$$

مقدار σ هر چقدر باشد طول پنجره باید حداقل پنج برابر مقدار σ باشد. ضرایب که بدست آمد در پنجره قرار می گیرد و طبق روال توضیح داده شده در بخش قبلی قابلیت اعمال به تصویر را خواهد داشت.

تا اینجا هر فیلتری که معرفی شده فیلتر دو بعدی بودند. مثلاً پنجره 3×3 یا 5×5 . برای محاسبه این پنجره زمانی که بر روی پیکسل مورد نظر قرار می‌گیرد مثلاً در پنجره 3×3 به تعداد 9 ضرب خواهیم داشت و 8 جمع. در مجموع 17 عملیات باید انجام شود.

به عنوان مثال ما یک بردار 3×1 و یک بردار 1×3 داریم. اگر این بردارها با هم ضرب شوند تشکیل یک ماتریس 3×3 را خواهد داد از روی ضرایب پنجره فیلتر دو بردارسطری و ستونی 3×1 و 1×3 را پیدا می‌کنیم. و این بردارها باید به نوعی بدست بیایند که اگر در هم ضرب شوند ماتریس 3×3 را به ما بدهد. اگر بتوانیم این کار را انجام دهیم می‌توان گفت فیلتر ما جدا پذیر است

این کار باعث می‌شود که تعداد محاسبات به شدت کاهش پیدا کند. اگر بخواهیم پنجره 3×3 را در تصویر اعمال کنیم 17 عملیات باید انجام گیرد و لی می‌توانیم این پنجره را با یکسری ضرایب به دو بردار 1×3 و 3×1 تفکیک کنیم. و عملیات ما به 10 عملیات تقلیل می‌یابد.

FIGURE 24-7 Separation of the Gaussian. The Gaussian is the only PSF that is circularly symmetric and separable. This makes it a common filter kernel in image processing.

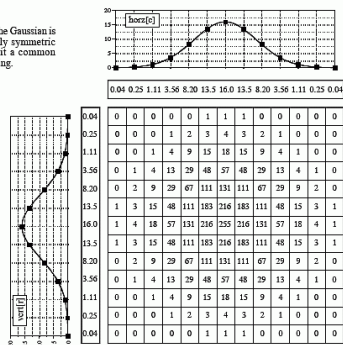
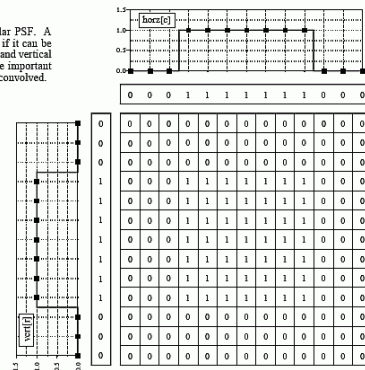


FIGURE 24-5 Separation of the rectangular PSF. A PSF is said to be separable if it can be decomposed into horizontal and vertical profiles. Separable PSFs are important because they can be rapidly convolved.



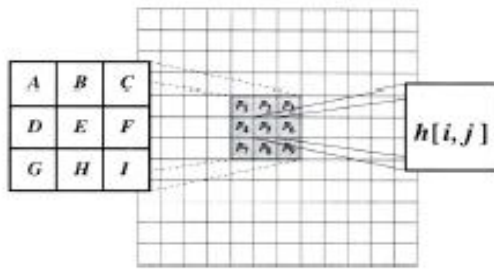
:DISCRETE CONVOLUTION

در حالت کلی برای اعمال یک فیلتر به تصویر یک لایه فرضی را بر روی تصویر در نظر میگیریم. در این لایه فرضی یک مربعی با سایزهای مختلف (مثلاً 3×3) در حال حرکت است. ضرایب پنجره بر روی پیکسلهای تصویر اعمال شده و نتیجه بدست آمده به جای پیکسل مرکزی قرار خواهد گرفت.

این عملیات در حقیقت به صورت یکسری ضربها و جمع ها می باشد و دارای مفاهیم ریاضی خواهد بود.

اصولا در تصاویر اعمال فیلتر به معنی CONVOLUTION می باشد.

برای اعمال فیلتر ابتدا باید پنجره فیلتر را 180 درجه بچرخانیم. و سپس بر روی تصویر اعمال کنیم. پس از اعمال خواهیم داشت:



$$G(I,j) = AP1 + BP2 + CP3 + DP4 + EP5 + FP6 + GP7 + HP8 + IP9$$

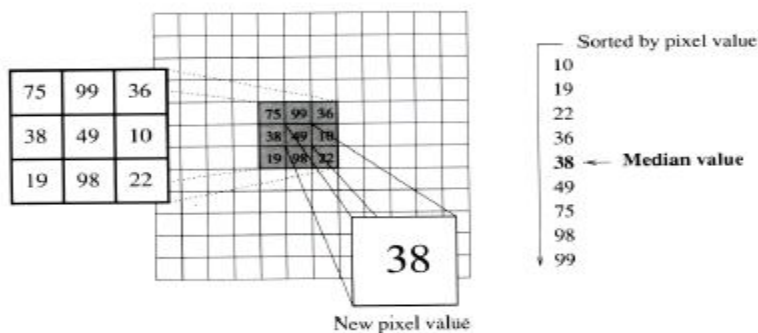
DISCRETE CONVOLUTION

$$I = T1 \times I1 + T2 \times I2 + T3 \times I3 + T4 \times I4 + T5 \times I5 + T6 \times I6 + T7 \times I7 + T8 \times I8 + T9 \times I9$$

September 28, 1998 4

NON LINEAR SMOOTHING FILTERS: تمام فیلترهای موجود دارای یک پنجره می باشند که بر حسب ضرایب آن بر تصویر اعمال می شوند . اما یکسری فیلترهای دیگر هستند که ضرایبی در آن وجود ندارد . اینگونه فیلترها فیلترهای غیرخطی هستند. انواع فیلترهای غیر خطی عبارتند از»

ORDER STATISTIC FILTER:(مرتبه آماری):



پنجره فیلتر دارای ضرایب نمی باشند و تنها مقادیر پیکسلها را خواهیم داشت . این مقادیر را مرتب سازی میکنیم (صعودی یا نزولی) سپس مقدار میانه را در نظر میگیریم که میشود مقدار حاصل از فیلتر و به جای پیکسل مورد نظر قرار می دهیم.

حال اگر شرایطی داشته باشیم که به جای 9 مقدار 8 مقدار داشته باشیم آنوقت می توانیم 2 تا پیکسل را با هم جمع کنیم و میانگین بگیریم.

و یا ممکن است یک فیلتر دیگری داشته باشیم و A درصد بالاتر و پایین تر را خارج کند. مثلا A درصد بالا و پایین هر کدام شامل 3 پیکسل می شود. که این 3 تا پیکسل در نظر گرفته نمیشود (بعد از مرتب سازی مقادیر)

مقادیر باقی مانده را در ضرایب ضرب میکنیم و میانگین وزن دار از آن میگیریم. ممکن است ضریبی وجود نداشته باشد که در این حالت خود مقادیر را میانگین گیری می کنیم و به جای پیکسل مرکزی قرار می دهیم. بر اساس الگوریتم های مختلفی که وجود دارد روشهای مختلفی هم وجود دارد.

:ORDER STATISTIC FILTER

این نوع فیلتر بخوبی نویز فلفل نمکی را از بین می برد.

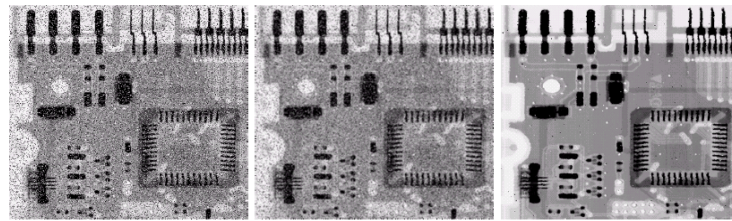


FIGURE 3.37 (a) X-ray image of circuit board corrupted by salt-and-pepper noise. (b) Noise reduction with a 3×3 averaging mask. (c) Noise reduction with a 3×3 median filter. (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)

SHARPENING FILTERS: دسته ای دیگر از فیلتر ها که جزئیات بیشتری از تصویر را بر عکس BLUR کردن نمایان تر می کنند.

به طور کلی نرم کردن تصویر باعث پیوستگی تصویر می شود. و جزئیات ریز به هم وصل می شوند. اما SHARPENING باعث نمایانتر شدن ریزکاری و جزئیات تصویر می شود. چند دسته از SHARPENING ها عبارتند از:

DERIVATIVE OPERATORS (روشی بر اساس مشتق گیری از تصویر انجام می شود)

BASIC HIGHPASS SPATIAL FILTERING (استفاده از فیلتر های حوزه مکان شامل پنجره وزن داد)

HIGH-BOOST FILTERING

DIGITAL FUNCTION DERIVATIVES: ابتدا به تعریفی از چگونگی مشتق گیری از تصویر می پردازیم:

این کار کاری بسیار آسان است. بدین صورت که بدون استفاده از فرمول های رایج ریاضی تنها با انجا یکسری تفریق و جمع این کار را انجام می دهیم.

- ابتدا مشتق اول تصویر برای یک پیکسل عبارتست از :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

(مشتق در راستای محور X. یعنی اگر بر روی پیکسلی که مکان آن X هست باشیم. مقدار پیکسل بعدی در راستای X را از مقدار پیکسل فعلی کم میکنیم)

مشتق دوم در راستای X:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

پیکسل بعدی + پیکسل قبلی در راستای X - د برابر پیکسل فعلی.

نکته:

مشتق اول و مشتق دوم در نواحی که شدت روشنایی نداریم 0 است.

مشتق اول در ابتدای شروع و طول RAMP ها مقداری غیر 0 دارد.

مشتق دوم هم در شروع و طول RAMP مقدار غیر 0 خواهد بود اما در طول RAMP مقدار آن 0 یا یک مقدار ثابتی دارد.

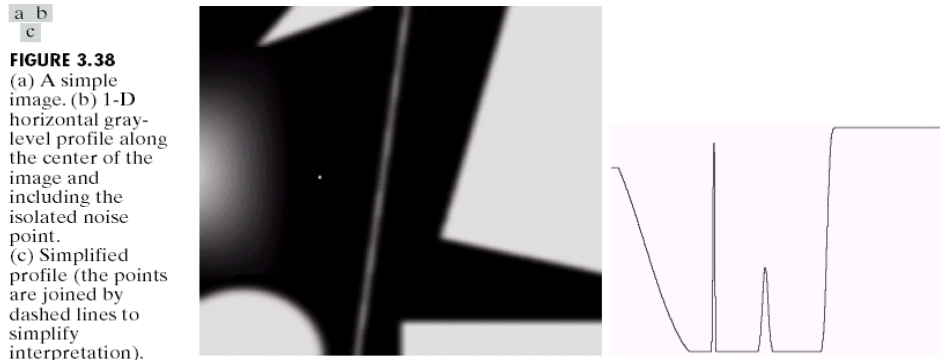
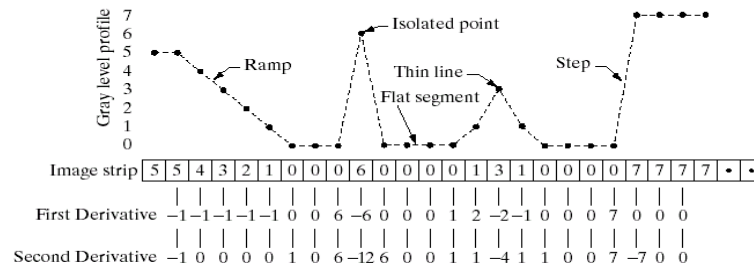


FIGURE 3.38
(a) A simple image. (b) 1-D horizontal gray-level profile along the center of the image and including the isolated noise point. (c) Simplified profile (the points are joined by dashed lines to simplify interpretation).



با حرکت از نقطه اول در راستای افق به سمت راست بگونه ای که از نقطه هم عبور کنیم. هر نقطه یا پیکسلی که از آن رد شدیم مقدار شدت روشنایی آنرا روی یک نمودار نشان می دهیم. با استفاده از مشتق دوم تصویر مکان نقاط روشن در تصویر و ناحیه روشن که لبه را در تصویر بوجود می آورد شناسایی می کنیم.

با استفاده از نمودار اصلی به نوعی نمودار را به شکل دیجیتال یا گسسته تبدیل می کند. از این نمودار نقاط مشکی را برداشته و بعد مقدار شدت روشنایی در نقاط را مشخص کرده است. پیکسلها در نمودار با دایره توپر مشکی نمایش داده شده و شدت روشنایی هر پیکسل در بردار نمایش داده شده است. بر اساس این عمل ما از این نمودار مشتق گیری می کنیم .:

Image strip	5	5	4	3	2	1	0	0	0	6	0	0	0	1	3	1	0	0	0	7	7	7	7	*	*	
First Derivative																										
	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	6	-6	0	0	1	2	-2	-1	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0
Second Derivative																										
	-1	0	0	0	0	1	0	6	-12	6	0	0	1	1	-4	1	1	0	0	7	-7	0	0	0	0	0

از نمودار مشتق گیری می کنیم .

$$\text{مشتق اول عبارتست از: } \frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x) \text{ مقدار پیکسل بعدی - خود مقدار پیکسل (4-5=-1)}$$

$$\text{مقدار پیکسل دوم: } \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x) \text{ (4+5=9-(2(-1))}$$

به همین ترتیب مقدار مشتق اول و مشتق دوم برای تصویر بدست خواهد آمد. از روی مقادیری که برای مشتقها بدست آمده ما می توانیم بر روی تصویر تحلیل انجام دهیم و قسمتهایی از تصویر را از حیث وجود لبه ، نقاط روشن و ... مشخص کنیم .

مشتق اول و مشتق دوم در نواحی که تغییر شدت روشنایی وجود ندارد یک مقدار 0 دارد. (طبق مشتق اول)

در ابتدا و انتهای RAMP ها مقدار مشتق دوم 0 است. به همین ترتیب می توانیم از وجود موارد خاص در تصویر آگاه شویم. مثلا در جدول 12- قدر مطلق مشتق دوم یک مقدار زیادی هست که احتمالا می توان حدس زد که در این نقطه جزئیات خوبی قرار دارد. در واقع دارای یک شدت روشنایی مناسبی نسبت به پیکسل قبلی و بعدی وجود دارد. (از روی مشتق می توان آن محل از تصویر را که دارای ویژگی خاص هستند را پیدا کنیم). در نقطه ای که یک ISOLATED POINT وجود دارد (نقطه تنها) هم میزان مشتق اول یک مقدار زیادی از نظر قدر مطلق است و هم مقدار مشتق دوم. ولی مقدار مشتق دوم خیلی بیشتر از مشتق اول می باشد. (اگر در تصویر خرابی وجود داشته باشد و از تصویر مشتق اول بگیریم این خرابی در تصویر تشدید خواهد شد. و با گرفتن مشتق دوم این خرابی خیلی زیادتر تشدید خواهد شد.. بنابر این کلا عمل مشتق گیری برای حذف خرابی از تصویر اصلا مناسب نیستند.

به همین ترتیب طبق نمودار فوق هر جا که نقطه HIGH وجود دارد (نقطه پیک) می توان گفت که مقدار مشتق دوم از مشتق اول بیشتر است. اما روی این رمپ ها مقدار مشتق اول ثابت است ولی مشتق دوم مقداری 0 را روی رمپ دارد. (در مرحله آخر و STEP هم به همین گونه خواهد بود) (اگر پیکسلها از هم فاصله داشتند اسم آن RAMP بود)

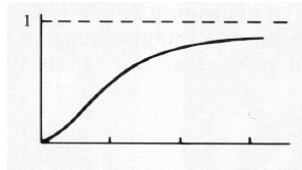
جمع بندی عمل مشتق گیری

کلا عمل مشتق گیری (هم مشتق اول و هم مشتق دوم) منجر به نمایانتر شدن جزئیات تصویر خواهد شد. (بنابر این مشتق گیری برای حذف نویز کار بیهوده ای است)

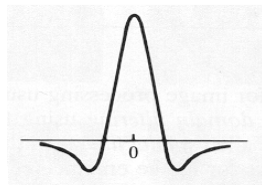
با SHARP کردن می توان به بهبود کیفیت تصویر رسید.

• Basic Highpass Spatial Filtering

○ در حوزه فرکانس یک HIGHPASS FILTERING بدین صورت خواهد بود:



از این فرکانس به بعد را عبور بده و از این فرکانس به قبل را مقدار آن را به شدت کاهش بده .



شکل یک HIGHPASS FILTERING در حوزه مکان نیز بدین صورت خواهد بود:

ضرایب پنجره فیلترینگ به شکل زیر می باشد. همانطور که می بینید مجموع ضرایب 0 می باشد. برای اینکه در SHARPENING FILTER بتواند نواحی که تغییری شدت روشنایی ندارند را مخص کند ، یعنی در آن نواحی کلا کار خاصی انجام ندهد کلا مجبوریم که ضرایب را به گونه ای انتخاب کنیم که مجموع آنها 0 شود .

$$\frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

• پس در نتیجه یکدسته از SHARPENING FILTER ها BASIC HIGHPASS SPATIAL FILTERING هستند که با استفاده از پنجره ضرایب به تصویر اعمال می شوند .

دسته ای دیگر نیز استفاده از مشتق دوم است. می توان از مشتق دوم برای بدست آوردن جزئیات استفاده نمود. مشتق دوم بر اساس رابطه ای که ذکر پیشتر ذکر شد بدست خواهد آمد . حال تعریف مرتبط دیگر با عنوان LAPLACIAN خواهیم داشت. در واقع بر روی تصویر LAPLACIAN را تعریف می کنیم.

برای گرفتن LAPLACIAN از تصویر . در حقیقت بدین معنی خواهد بود که مشتق دوم تصویر در راستای X و مشتق دوم Y را با هم جمع بکنیم . (یعنی در محل پیکسلی که هستیم یکبار در راستای محور X و یکبار بر اساس محور Y مشتق دوم گرفته شود. و سپس این دو مقدار را با هم جمع کنیم . به این فرایند LAPLACIAN می گویند .

LAPLACIAN اصولاً یک ISOTROPIC FILTER است (یعنی اینکه نسبت به چرخش مقاوم می باشد) اگر پیکسلی در تصویر شماره 1 وجود داشته باشد . با چرخش تصویر از پیکسل تصویر LAPLACIAN گرفته می شود که این عمل اگر در تصویر دوم نیز انجام گیرد LAPLACIAN پیکسل تغییری نخواهد کرد.

این رابطه حاصل از جمع مشتق اول در راستای محور X و مشتق دوم در راستای محور Y بدست آمده است :

$$\nabla^2 f = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y)$$

ما می توانیم از LAPLACIAN برای استخراج جزئیات تصویر و افزایش کیفیت تصویر استفاده نماییم. و بعد از استخراج این جزئیات پردازش دلخواه را انجام دهیم که به موجب آن کیفیت تصویر افزایش پیدا کند. (به این عمل اصطلاحاً HIGH BOOST گفته میشود) در واقع برای اینکار LAPLACIAN تصویر را به خود تصویر اضافه می کنند .

Laplacian یک پنجره ای دارد که این پنجره دارای یکسری ضرایب می باشد. حال اگر مقدار ضریب پیکسل مرکزی پنجره مقداری مثبت باشد از +Laplacian استفاده می شود و اگر منفی بود از -Laplacian استفاده می شود . کلاً باید کاری کرد که Laplacian با تصویر جمع شود . اگر مقدار Laplacian منفی شده بود باید در یک مقدار منفی دیگر ضرب شود تا در نهایت یک مقدار مثبت بدست آید. تا در نهایت با تصویر جمع شود.

0	1	0	1	1	1
1	-4	1	1	-8	1
0	1	0	1	1	1
0	-1	0	-1	-1	-1
-1	4	-1	-1	8	-1
0	-1	0	-1	-1	-1

a b
c d

FIGURE 3.39
(a) Filter mask used to implement the digital Laplacian, as defined in Eq. (3.7-4).
(b) Mask used to implement an extension of this equation that includes the diagonal neighbors. (c) and (d) Two other implementations of the Laplacian.

پنجره های فوق تماماً برای LAPLACIAN مورد استفاده قرار می گیرند. همانطور که مبینید مجموع ضرایب 0 است. و تمام آنها عملیات LAPLACIAN روی یک پیکسل انجام خواهند داد.

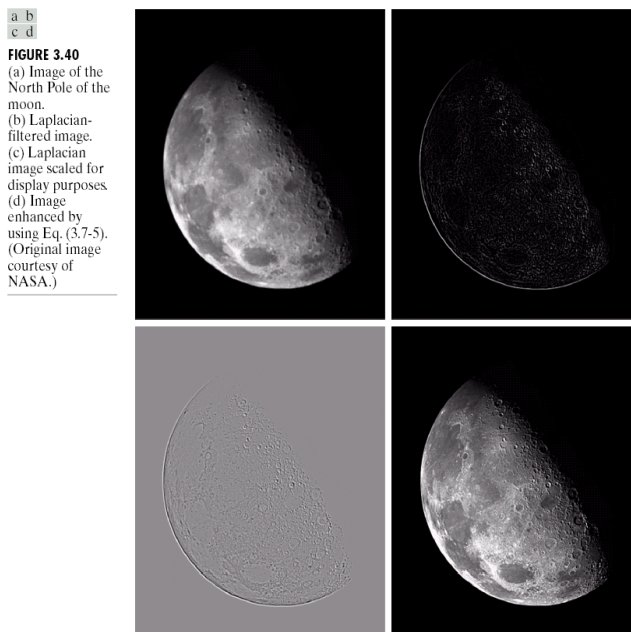


FIGURE 3.40
 (a) Image of the North Pole of the moon.
 (b) Laplacian-filtered image.
 (c) Laplacian image scaled for display purposes.
 (d) Image enhanced by using Eq. (3.7-5).
 (Original image courtesy of NASA.)

تصویر سمت چپ، به عنوان تصویر اصلی ما بوده که در نهایت به تصویر پایینی خواهیم رسید. که تصویری با جزئیات بیشتر و قابل مشاهده تر است. برای اینکار:

- ۱- از تصویر اصلی LAPLACIAN می گیریم. (تصویر سمت راست بالا)
- ۲- سپس یک مقدار به تک تک پیکسل LAPLACIAN اضافه می کنیم (مثلا به هر مقدار پیکسل LAPLACIAN 100 واحد اضافه بکن). که در نتیجه تصویر سمت چپ پایین حاصل خواهد شد.
- ۳- حال اگر تصویر بدست آمده مرحله 2 را به تصویر اصلی اضافه کنیم تصویر سمت راست پایین با جزئیات بیشتر بدست خواهد آمد.

مثال 2:

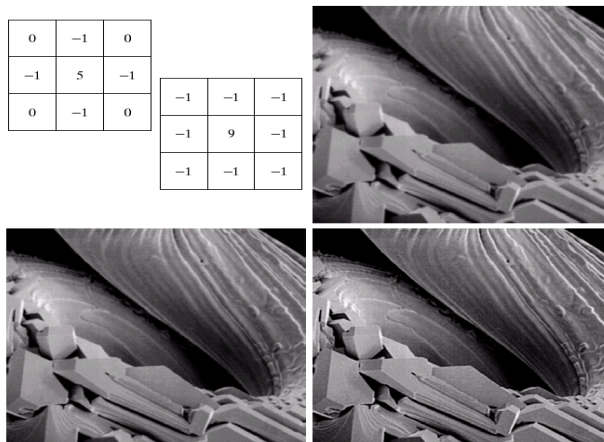


FIGURE 3.41 (a) Composite Laplacian mask. (b) A second composite mask. (c) Scanning electron microscope image. (d) and (e) Results of filtering with the masks in (a) and (b), respectively. Note how much sharper (e) is than (d). (Original image courtesy of Mr. Michael Shaffer, Department of Geological Sciences, University of Oregon, Eugene.)

در مثال فوق دو پنجره نمایش داده شده که این دو پنجره مستقیماً عملیات HIGHBOOSTING را بر روی تصویر اولیه انجام می دهد (نکته: هر دو پنجره دارای ضرایب متقارن می باشند و نیازی به چرخش 180 درجه نمی باشد).

:UNSHARP MASKING AND HIGH-BOOST FILTERING

اصولاً طبق تعریف همیشه اگر تصویر داشته باشیم و یک LOW PASS FILTER به آن اعمال شود و تصویری به عنوان تصویر شماره 2 بدست آید. حال این تصویر شماره 2 را از تصویر اصلی کم میکنیم (تصوی حاصل از اعمال LOW PASS FILTER را از تصویر اصلی کم می کنیم .) (ORIGINAL – LOWPASS FILTERED IMAGE) چیزی که بدست می آید مساوی است با عملیات SHARPENING بر روی تصویر .

$$f_s(x, y) = f(x, y) - \bar{f}(x, y)$$

HIGH-BOOST FILTERING

یعنی یک SHARPENING FILTER را به تصویر اضافه کنیم که طبیعتاً تصویر HIGHPASS شده ای را در خروجی خواهیم داشت. حال این تصویر را با تصویر اصلی جمع بکنیم . (می توان با خود تصویر اصلی جمع کرد و یا با A برابر تصویر اصلی جمع کنیم .) در هر دو صورت عمل انجام شده HIGHBOOSTING می باشد.

-1	-1	-1	0	-1	0
-1	A+8	-1	-1	A+4	-1
-1	-1	-1	0	-1	0

در جدول سمت چپ 1 برابر تصویر اصلی با تصویری که حاصل از اعمال LAPLACIAN می باشد جمع شده است. اما در جدول دیگر 8 برابر تصویر اصلی با تصویری که حاصل از اعمال LAPLACIAN می باشد جمع شده است. (هر دو نتیجه HIGHBIIST کردن است اما یکی بهتر و یکی کمتر اینرا انجام می دهد) کلا A برابر تصویر اصلی +تصویر HIGH PASS شده به ما یک تصویر HIGHBOOST شده خواهد داد.

نتیجه ضرایب پنجره در تصاویر فوق قابل مشاهده هست . اگر A=0 باشد اعمال SHARPENING FILTER خواهیم داشت و اگر A دارای هر عددی غیر از 0 باشد (x>0) HIGHBOOST کردن تصویر را خواهیم داشت.

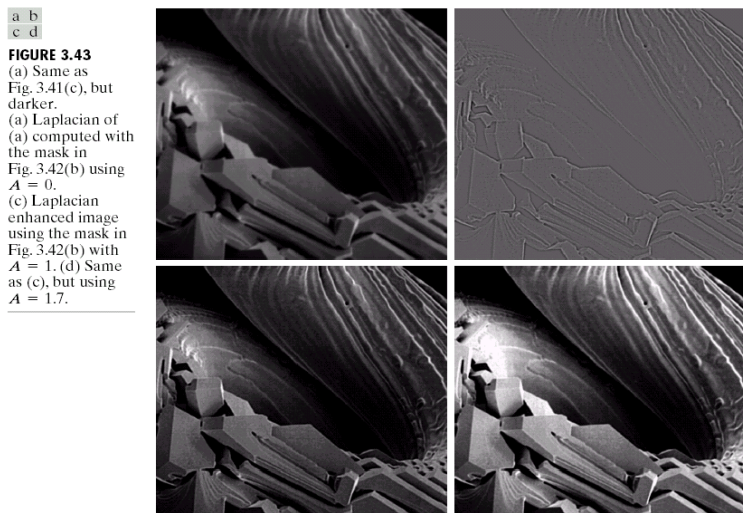


FIGURE 3.43
 (a) Same as Fig. 3.41(c), but darker.
 (b) Laplacian of (a) computed with the mask in Fig. 3.42(b) using $A = 0$.
 (c) Laplacian enhanced image using the mask in Fig. 3.42(b) with $A = 1$. (d) Same as (c), but using $A = 1.7$.

در اینجا نتیجه را برای A های مختلف نشان داده شده است. تصویر حاصل از اعمال فیلتر HIGHPASS روی تصویر اصلی را به اضافه A برابر تصویر اصلی می کند. در مثال فوق A دارای مقادیر مختلفی می شود. برای مقادیر 1 و 1.7 این مثال را پیاده سازی کرده است. هر چقدر که ضریب بزرگتر می شود جزئیات بهتر نمایان می شود اگر ضریب را خیلی بزرگ کنیم ممکن است یکسری خرابیهایی در تصویر بوجود آید.

THE GRADIENT

یکی دیگر از ابزار هایی که در پردازش تصویر مورد استفاده قرار میگیرد GRADIENT می باشد. گرادیان بر اساس مشتق اول کار می کند. برای گرادیان گرفتن از تصویر ابتدا یک بردار دو مقداری برای هر پیکسل تولید میکنیم. بدین صورت که در هر پیکسل مشتق آن در راستای X و Y بدست می آوریم (با استفاده از روابط مربوطه)

$$\nabla \mathbf{f} = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

با خود گرادیان زیاد کاری نداریم و بیشتر با دامنه یا MAGNITUDE آن سروکار خواهیم داشت.

برای بدست آوردن دامنه درایه اول و دوم به توان 2 میرسد و سپس با هم جمع شده و رادیکال از آن گرفته می شود. طبق فرمول زیر:

$$\nabla f = \text{mag}(\nabla \mathbf{f}) = [G_x^2 + G_y^2]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2}$$

محاسبه رادیکال یک محاسبه زمانبر خواهد بود. برای همین برای MAGNITUDE تقریب در نظر میگیریم. رادیکال را با قدر مطلق تقریب میزنند:

$$\nabla f \approx |G_x| + |G_y|$$

بر اساس مفهوم گرادیان دو فیلتر HIGHPASS معرفی شده است:

۱- فیلتر ROBERTS

۲- فیلتر SOBEL

پنجره های این دو فیلتر به شکل زیر خواهد بود:

اگر یک پنجره 3×3 را در نظر بگیریم، پیکسل مرکزی ما Z_5 خواهد بود و پیکسلی که در زیر Z_5 قرار دارد پیکسل مرکزی خواهد بود که پردازش بر روی آن انجام میگیرد. ضرایب پنجره نیز به شکل زیر خواهد بود:

a
b c
d e

FIGURE 3.44

A 3×3 region of an image (the z 's are gray-level values) and masks used to compute the gradient at point labeled z_5 . All masks coefficients sum to zero, as expected of a derivative operator.

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

-1	0	0	-1
0	1	1	0

-1	-2	-1	-1	0	1
0	0	0	-2	0	2
1	2	1	-1	0	1

۱- در فیلتر ROBERTS که یک فیلتر محاسبه کننده یک HIGHPASSFILTER است گرادیان (مشتق) در راستای X و Y بدین

صورت تعریف می شود:

$$G_x = (z_9 - z_5)$$

$$G_y = (z_8 - z_6)$$

در حالت عادی داشتیم: $G_x = (z_8 - z_5)$ اما در اینجا روابط یک مقدار تغییر کرده است. $G_y = (z_6 - z_5)$

بر اساس این روابط دامنه گرادیان برابر خواهد بود با جمع قدر مطلق G_X و G_Y :

$$\nabla f \approx |z_9 - z_5| + |z_8 - z_6|$$

فرمول اصلی دامنه نیز بدین شکل خواهد بود:

$$\nabla f \approx [(z_9 - z_5)^2 + (z_8 - z_6)^2]^{1/2}$$

2- در فیلتر SOBEL در هر پیکسلی که هستیم گرادیان در راستای X و Y با استفاده از روابط حساب بکنیم :

$$G_x = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$$

$$G_y = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

برای حساب کردن دامنه گرادیان در عملگر SOBEL هم از روابط زیر استفاده میشود:

$$\nabla f = |(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)| \\ + |(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)|$$

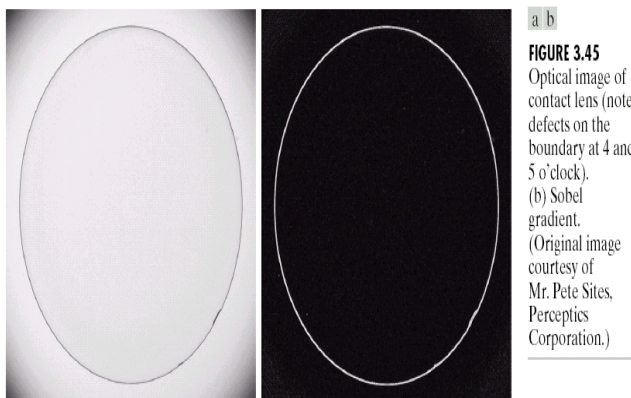
با استفاده از قدر مطلق تقریب زده میشود و در نهایت خواهیم داشت:

$$\nabla f = ((z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3))^2 \\ + ((z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7))^2$$

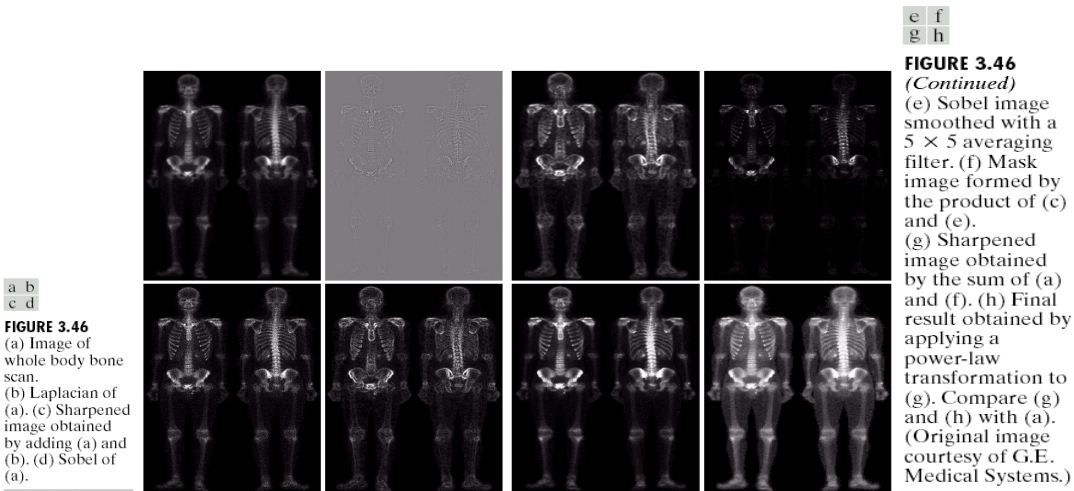
کلا گرادیان بدین معنی است که در هر پیکسل مشتق در راستای X و Y حساب می شود (عملگرهای مختلف این کار را متفاوت انجام میدهند) و سپس ماتریس 2×1 را تشکیل داده می شود .

نکته : پنجره ها متقارن نیستند و اگر 180 درجه چرخیده شود دوباره با خودش برابر نمی شود . بنابراین اگر بخواهیم به تصویری اعمالش کنیم حتما باسد از طریق CONVOLUTION اینکار را انجام دهیم .

مثال:



با استفاده از عملگرهای تعریف شده ما میتوانیم لبه های لنز فوق را تشخیص دهیم . چون اصولاً SHARPING FILTER بدین معنی است که بخشهایی از تصویر که تغییرات در آن زیاد هست نمایانتر کند . در نهایت با اعمال عملگر سوپل لبه ها را به شکل روشنتر خواهیم دید



با اعمال فیلتر طی یک پروسه جزئیات تصویر واضح تر خواهد شد. در مرحله اول از این پروسه ابتدا از تصویر LAPLACIAN گرفته می شود و نتیجه حاصل از آن در تصویر دیگر نشان داده شده است که در نهایت با تصویر اصلی جمع می شود که یک تصویر HIGHBOOST شده به ما خواهد داد (تصویر با جزئیات نمایانتر) سپس با اعمال یک LOWPASSFILTER تصویر را نرم تر نموده است تا اگر احیانا نویزی در تصویر نمایان شده اثر آن کاهش پیدا کند. در انتها با ضرب دو تصویر AVERAGE گیری شده را در یکدیگر یک MASK ایجاد کرده است. این MASK را با تصویر اصلی جمع می شود و سپس یک POWER LOW FILTER به آن اعمال می کند تا روشنایی تصویر را افزایش دهد.

CHAPTER 4: IMAGE ENHANCEMENT IN THE FREQUENCY DOMAIN

(تبدیلات فوریه)

تا اینجا مباحث در حوزه مکان بودند (راستای افقی و عمودی X و Y)، و ابزارهایی نیز برای محاسبات در این حوزه بررسی گردید. حال با وارد شدن به فضای فوریه 2 هدف اصلی را دنبال خواهیم کرد:

1- (کاهش حجم محاسبات): محاسبات در حوزه فوریه بسیار راحتتر از فضای مکانیست، و مصرف زمان در حوزه مکان بنا

به مورد برای ما مسئله خواهد شد

2- (طراحی فیلتر): هدف دیگر طراحی یکسری فیلتر می باشد که به تصویر اعمال خواهند شد و در نهایت خروجی که

تولید میکنند برای کاربردهای ما مناسبتر خواهد بود. در واقع طراحیهای این فیلترها در حوزه فوریه انجام می شود و در

حوزه مکان از آن استفاده می شود. (روال بدین صورت است که از حوزه مکان به حوزه فوریه خواهیم آمد، پارامترها و

مفاهیم کلا تغییر پیدا میکند و سپس در حوزه فوریه فیلترها طراحی و طبق قوانیت فوریه این فیلترها به تصویر اعمال

میکنیم و نتیجه که حاصل می شود از آن INVERSE میگیریم . و از حوزه فوریه به حوزه مکان برمیگردیم و تصویر را به شکلی که برای کاربرد ما مناسب است نمایش می دهیم .

بر اساس روابطی که وجود دارد می توان هر تصویری را از حوزه مکان و زمان به حوزه فوریه انتقال داد اما یکسری قراردادهایی هم وجود دارد که به موجب آن یکسری تغییراتی روی سیگنال تصویر اعمال شود که این سیگنال قابلیت این راه پیدا کند که از حوزه زمان و مکان به حوزه فوریه برده شود . اصل بحث تبدیل فوریه از سری فوریه شروع شده است.

سری فوریه را با یکسری سیگنال متناوب به صورت مجموعه ای از SINES/COSINES وزن دار می نویسیم . به صورتی که دوره پیوند آنها با هم فرق دارد.

$$f(x+T) = f(x)$$

$$f(x) = \sum A_n \cos(nwt) + B_n \sin(nwt)$$

$$w = 2\pi u$$

$$u = \frac{1}{T}$$

سپس با تعمیم و بست آنها، در صورتی که این سیگنالها پیوسته و آنالوگ بود ولی متناوب نبودند برای آن سری فوریه ای نخواهیم داشت . که در اینصورت از تبدیل فوریه استفاده می گردد. برای بدست آوردن تبدیل فوریه سیگنال را به صورت مجازی متناوب می کنیم . یعنی اگر یک سیگنال در بازه ای دارای شکل خاصی هست این شکل را پشت سر هم تکرار میکنیم که در اینصورت سیگنال به صورت مجازی متناوب شده است . حال با استفاده از قوانین مربوط به سری فوریه که روی سیگنالهای متناوب کار میکند با انجام یکسری محاسبات یک تبدیل فوریه ای بدست می آوریم .

(DFT)DISCRETE FOURIER TRANSFORM

حال با توجه به اینکه همه سیگنالهای ما یک بعدی نیستند و ممکن است دو بعدی هم باشند تبدیل فوریه دو بعدی را تعریف می کنیم .

سیگنالهای ما ممکن است گسسته نیز باشند و بخواهیم برای آن نیز تبدیل فوریه تعریف کنیم . در این شرایط بحث DISCRETE FOURIER TRANSFORM مطرح شد و توانستند با استفاده از تعاریف یکسری فرمولهای ریاضی قوی یکسری سیگنال گسسته یک بعدی و دو بعدی را از حوزه زمان و مکان وارد حوزه فوریه کردند و سپس در حوزه فوریه نیز طبق یکسری روابط این سیگنال را مجدداً به حوزه زمان و مکان برگرداندند. بدین ترتیب DFT (تبدیل فوریه گسسته و عکس تبدیل فوریه گسسته بدست آمد. رابطه تبدیل فوریه گسسته برای انتقال یک سیگنال دو بعدی گسسته می باشد و عکس تبدیل فوریه گسسته هم برای انتقال سیگنال از حوزه فوریه به حوزه زمان و مکان می باشد.

DFT از DISCRETE FOURIER SERIES بدست آمد . یعنی دوباره یک سیگنال دیجیتال را بصورت مجازی متناوب کرده و برای این یک تبدیل بست آمد و برای آن تغییر مقیاسی انجام میگیرد . بعد از انجام این تغییر مقیاس DFS به DFT تبدیل گردید.

با این تفاسیر ما می توانیم با استفاده از روابط DFT ک سیگنال دو بعدی گسسته را بدون اینکه از متناوب بودن یا نبودن آن نگران باشیم از حوزه مکان به حوزه فوریه انتقال دهیم و پس از انجام یکسری اقدامات بر روی آن از آن INVERSE بگیریم و از حوزه فوریه به حوزه مکان یا زمان برگردیم.

از آنجا که تصویر هم یک سیگنال گسسته دو بعدی است، ما می توانیم DFT را بر روی تصویر هم اعمال بکنیم. بدین ترتیب تصویر از حوزه مکان وارد حوزه مکان شده و در آنجا محاسبات انجام شده سپس INVERSE گرفته و دوباره وارد حوزه مکان خواهیم شد.

- نکته 1: ما در این مبحث تنها از نتایج روابط ریاضی مربوط به تبدیل فوریه پیوسته یک بعدی، پیوسته دو بعدی، گسسته یک بعدی، گسسته دو بعدی استفاده خواهیم کرد. در این روابط در حوزه سگنال پیوسته (یک بعدی و دو بعدی) همه روابط به شکل انتگرال خواهد بود (یگانه و دوگانه). اما زمانی که سیگنال یک سیگنال گسسته است انتگرال تبدیل به سیگما می شود.

- نکته 2: اگر ما یک سیگنال گسسته در حوزه مکان داشته باشیم، و توسط تبدیل فوریه به حوزه فوریه انتقال دهیم سیگنال ما دیگر گسسته نیست و ما یک سیگنال پیوسته در حوزه فوریه خواهیم داشت.

- نکته 3: برای همین نکته هست که رابطه تبدیل از حوزه مکتب به فوریه به شکل سیگما هست (چون ورودی یک سیگنال دو بعدی گسسته است) ولی رابطه برگشتن از حوزه فوریه به حوزه مکان به شکل انتگرال است (ورودی آن یک سیگنال پیوسته در حوزه فوریه است)

$$F(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n)e^{-jwn}$$

$$f(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(e^{jw})e^{jwn} dw$$

- نکته 4: سیگنال موجود در حوزه مکان یک سیگنال حقیقی است و قسمت موهومی ندارد. (اگر یک سیگنال موهومی باشد از دو قسمت حقیقی R و جمع موهومی تشکیل شده است)

$$F(u) = R(u) + jI(u)$$

یک سیگنال در حوزه مکان اگر حقیقی باشد و از آن تبدیل فوریه بگیریم در حوزه فوریه یک سیگنال مختلط یا COMPLEX خواهیم داشت. (هم قسمت موهومی و هم حقیقی وجود دارد) که ما در حوزه فوریه فقط با بخش حقیقی آن سروکار خواهیم داشت.

به دو صورت می توانیم یک عدد موهومی را نمایش دهیم. یا بدین صورت: $F(u) = R(u) + jI(u)$ و یا اندازه و فاز که بر اساس روابط زیر بدست می آید:

$$F(e^{jw}) = \frac{1}{\Delta x} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F(\Omega - n\Omega_s)$$

$$\Omega_s = 2\pi f_s = \frac{2\pi}{\Delta x}$$

$$\Omega = 2\pi u$$

$$w = \Omega \Delta x$$

- از فرمول دیگری هم به نام POWER SPECTRUM استفاده خواهیم کرد. بدین شکل:

$$P(u) = |F(u)|^2 = R^2(u) + I^2(u)$$

$F(u)$ همان $|F(u)| = [R^2(u) + I^2(u)]^{1/2}$ برای محاسبه magnetite قسمت موهومی. که پس از به توان 2 رساندن رادیکال از بین می رود و به POWER SPECTRUM تابع خواهیم رسید $F(x)$

- پس در نتیجه اگر ما یک تابعی در حوزه مکان داشته باشیم و از آن تبدیل فوریه بگیریم، در حوزه فوریه یک سیگنال پیوسته موهومی خواهیم رسید که اگر از این سیگنال موهومی دامنه گرفته شود و دامنه به توان 2 برسد آنچه بدست می آید POWER SPECTRUM تصویر دو بعدی که در حوزه مکان داشتیم.

نکته: فرمولهای زیر به عنوان فرمولهای لازم جهت نحوه محاسبه دامنه تبدیل فوریه، فاز تبدیل فوریه و توان تبدیل فوریه حائز اهمیت می باشد:

- FOURIER SPECTRUM: $|F(u, v)| = [R^2(u, v) + I^2(u, v)]^{1/2}$
- PHASE: $\phi(u, v) = \tan^{-1} \left[\frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right]$
- POWER SPECTRUM: $P(u, v) = |F(u, v)|^2 = R^2(u, v) + I^2(u, v)$

یک رابطه مهم دیگر:

$$\mathfrak{F}[f(x, y)(-1)^{x+y}] = F(u - M/2, v - N/2)$$

یک تصویر در حوزه مکان $f(x, y)$ را در $(-1)^{x+y}$ ضرب می شود. سپس از تصویر حاصل یک تبدیل فوریه میگیریم.

حال اسم تصویر اول را $F(u, v)$ میگذاریم و تصویر دوم که حاصل از ضرب فوق در $(-1)^{x+y}$ هست را به شکل $F(u - M/2, v - N/2)$ معرفی می کنیم (یعنی همان تصویر اول را به میزان $m/2$ به سمت راست و $n/2$ به سمت پایین شیفت پیدا می کند این اتفاق مهمی است که پردازشها را در حوزه فوریه راحت تر میکند).

حال اگر بخواهیم مقدار متوسط تصویر را بدست آوریم (مقادیر متوسط پیکسلهای تصویر در حوزه مکان با هم جمع و میانگینی از آن بدست آوریم). رابطه آن در حوزه مکان عبارتست از:

$$F(0,0) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$$

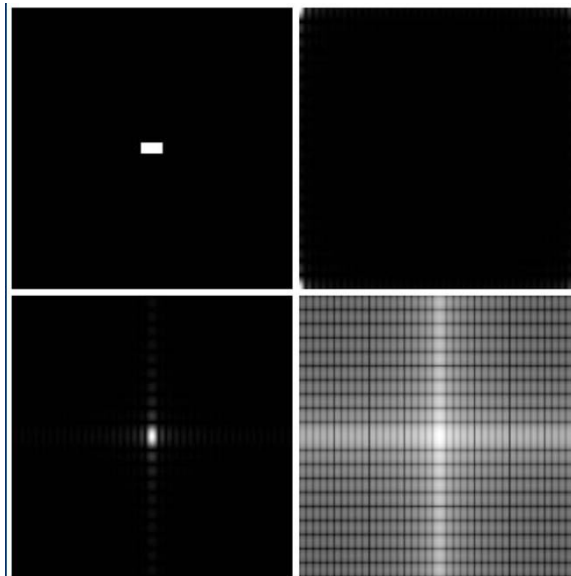
حال راهکار دیگر اینست که بجای فرمول فوق از تصویر تبدیل فوریه گرفته شود. بدین صورت که در حوزه فوریه مقدار مختصات 0 و 0 را بدست آوریم یعنی به جای u و v ، 0 و 0 بگذاریم $(u,v)=(0,0)$ و مقدار آنرا حساب کنیم و مقداری که بدست می آید $F(0,0)$ همان مقدار میانگین است.

$F(0,0)$ به ما مبدا مختصات را خواهد داد. زمانی که به جای u و v ، 0 و 0 میگذاریم رابطه زیر را خواهیم داشت .

$$F(u - M/2, v - N/2) \implies F(-M/2, -N/2)$$

یعنی اگر یک تصویر را در $(-1)^{x+y}$ ضرب بکنیم و از آن تبدیل فوریه بگیریم مبدا مختصات ما در حوزه فوریه به نقطه $m/2$ و $n/2$ منتقل می شود. اما اگر در $(-1)^{x+y}$ ضرب نکنیم مبدا مختصات ما همان 0 و 0 خواهد بود . این همان نتیجه کاربردیست که از آن در ادامه بهره خواهیم برد.

مثال:



از تصویر فوق یک تبدیل فوریه گرفته شده

نکته: این تصویر در $(-1)^{x+y}$ ضرب نشده است به همین دلیل زمانی که از آن تبدیل فوریه گرفته می شود نتیجه آن منجر به پخش فرکانسهای LOW در 4 گوشه تصویر خواهد شد. برای مجتمع کردن آن در یکجا . تصویر ورودی را در $(-1)^{x+y}$ ضرب می کنیم تا فرکانهای LOW یا تغییرات کم تصویر در مرکز تصویر قرار بگیرد.

- در حوزه مکان اگر بخواهیم عمل فیلتر را انجام دهیم می بایست عمل CONVOLUTION انجام دهیم . ولی زمانی که از تصویر تبدیل فوریه گرفته می شود یکی از خواص تبدیل CONVOLUTION به ضرب می باشد.

- 1- پس ابتدا باید تصویر را در $(-1)^{x+y}$ ضرب کنیم

- 2- سپس از تصویر یک DFT می گیریم
- 3- بعد فیلتر را در حوزه فوریه انتقال و یا طراحی می کنیم
- 4- تصویر در حوزه فوریه و فیلتر در حوزه فوریه در هم ضرب می شود و قسمت حقیقی را برداشته و از آن INVERSE میگیریم تا برگردد به حوزه مکان
- 5- و دوباره در $(-1)^{x+y}$ ضرب شده تا اثر شیفت اولیه از بین برود.

در حوزه فوریه محورهای مختصات بیان کننده فرکانسهای ما هستند.. یعنی اگر محلی در تصویر روشن است بدین معنی است که ممکن است در تمام تصویر نقاط روشن پخش شده ای داشته باشیم و به واسطه انجام تبدیل فوریه این نقطه روشن را به شکل تجمیع مشاهده میکنیم . و فرکانس های مختلفی را شاهد خواهیم بود . فرکانسهای بالاتر بیانگر تغییرات شدید در حوزه مکان هستند. و فرکانسهای کم هم بیانگر تیرات نرم تر در تصویر هستند.

برای تعریف یک LOWPASSFILTER در حوزه فرکانس به چند طریق می توان عمل نمود:

- 1 IDEAL
- 2 GAUSSIAN
- 3 BUTTERWORTH

- همه این فیلتر ها بر اساس رنج فرکانسی عمل می نمایند . مثلا دایره ای را حول و حوش مرکز در نظر می گیریم و فرکانسهایی که بیرون این دایره بودند را مقداری مثلا 0 در نظر بگیر و اگر داخل همه را عبور بده . اما بعضی اوقات نیاز هست که تنها یک فرکانس مقدارش 0 شود . مثلا نقطه مشخصی در راستای X و Y در حوزه مکان برای ما 0 گردد که اگر در حوزه فوریه قرار گیریم آن فرکانس را 0 خواهیم کرد. به فیلتری که فقط یک فرکانس خاص را از تصویر حذف میکند در اصطلاح NOTCH FILTER گفته می شود .
- اگر نقطه مرکزی در تبدیل فوریه را 0 قرار دهیم با توجه به رابطه زیر یک NOTCH FILTER استفاده کرده ایم که به اندازه میانگین تصویر از کل تصویر کم می کند و تصویر ما نسبت به حالت اولیه تاریک خواهد بود

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{if } (u, v) = M/2, N/2 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

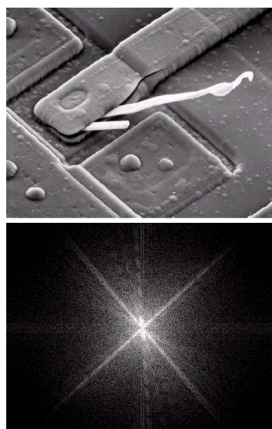
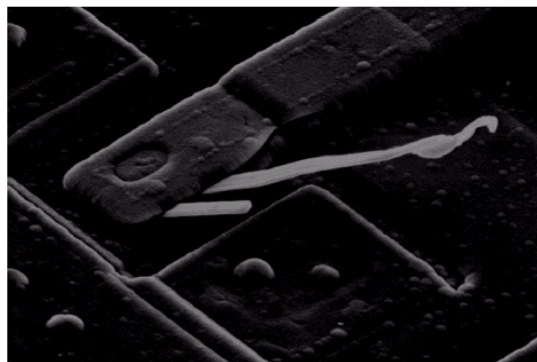


FIGURE 4.4
 (a) SEM image of a damaged integrated circuit.
 (b) Fourier spectrum of (a).
 (Original image courtesy of Dr. J. M. Hudak, Brockhouse Institute for Materials Research, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada.)

در تصویر فوق بعد از انجام تبدیل فوریه و قرار دادن 0 در نقطه مرکزی و تبدیل فوریه معکوس بگیریم و در $(-1)^{x+y}$ ضرب کنیم . اثر آن در حوزه مکان به شکل زیر خواهد بود.

FIGURE 4.6
 Result of filtering the image in Fig. 4.4(a) with a notch filter that set to 0 the $F(0, 0)$ term in the Fourier transform.



در تصویر فوق فقط یک فرکانس 0 شده است (فرکانس 0 و 0) اما اثر آن در کل تصویر اعمال شد. چون فرکانس از کل تصویر استخراج می شود و در کل تصویر اثر آن اعمال خواهد شد.

شکل 2 فیلتر HIGHPASSFILTER , LOWPASSFILTER را در زیر مورد بررسی قرار خواهیم داد:

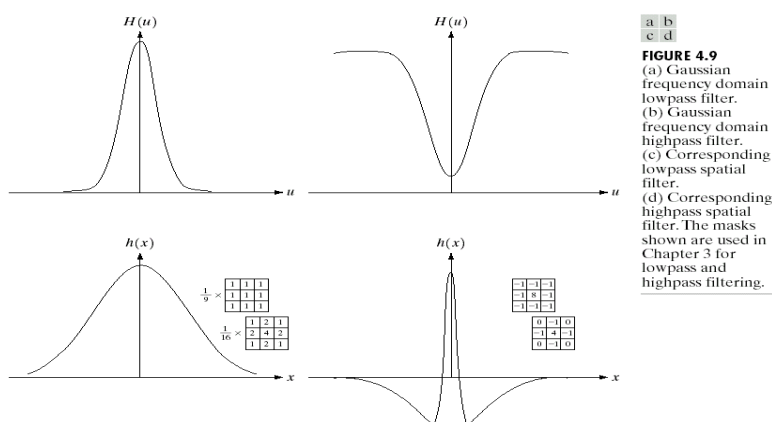


FIGURE 4.9
 (a) Gaussian frequency domain lowpass filter.
 (b) Gaussian frequency domain highpass filter.
 (c) Corresponding lowpass spatial filter.
 (d) Corresponding highpass spatial filter. The masks shown are used in Chapter 3 for lowpass and highpass filtering.

- فرکانس سمت چپ بالا یک LOWPASSFILTER در حوزه فوریه است و سمت راست بالا یک HIGHPASSFILTER در حوزه فوریه می باشد .
- فرکانس سمت چپ پایین LOWPASSFILTER در حوزه مکان یک است و سمت راست پایین یک HIGHPASSFILTER در حوزه مکان می باشد .

حول و حوش نقطه ای که می خواهیم عمل فیلتر را انجام دهیم . هرچقدر از فرکانسها دورتر می شویم (فرکانسها بزرگتر می شود) مقدار نمودار کاهش پیدا می کند . که در واقع همان LOWPASSFILTER است . یعنی فرکانسهای حول و حوش فرکانسی می خواهیم فیلتر کنیم عبور داده می شود .

اما فرکانس که می خواهیم فیلتر کنیم حول حوش آن را LOWPASSFILTER در نظر می گیریم و عبور نمیدهیم و از یک محدوده خاص به بعد همه را عبور می دهیم که در نتیجه HIGHPASSFILTER خواهد بود .

شکل سه بعدی LOWPASSFILTER , HIGHPASSFILTER در زیر نشان داده شده است:

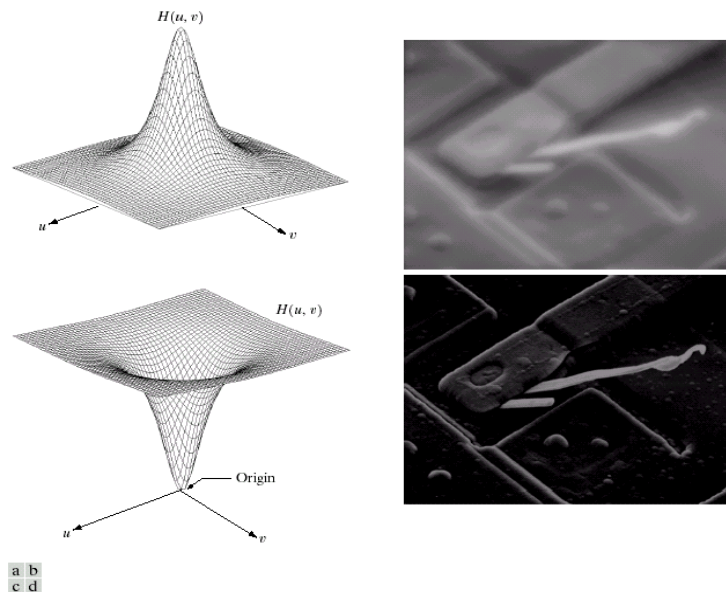


FIGURE 4.7 (a) A two-dimensional lowpass filter function. (b) Result of lowpass filtering the image in Fig. 4.4(a). (c) A two-dimensional highpass filter function. (d) Result of highpass filtering the image in Fig. 4.4(a).

همانطور که در تصویر فوق ملاحظه می کنید نقطه ای که فیلتر می شود شعاعی در آن محدوده فرکانس در نظر گرفته می شود و هر چه فرکانس بزرگتر از آن محدوده هستند عبور داده نمیشوند که میشود LOWPASSFILTER و اگر عبور داده شوند HIGHPASSFILTER خواهد شد .

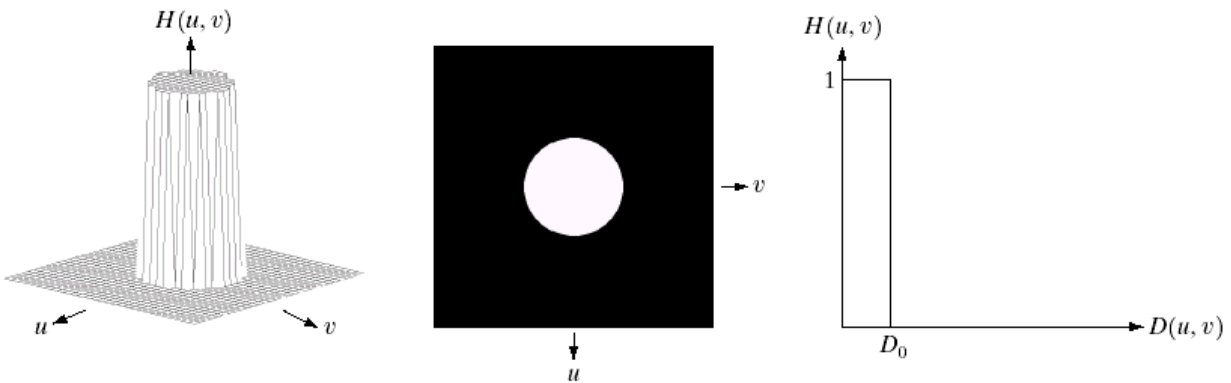
فیلتر IDEAL: فیلتر ایده آل یک Threshold تعریف می کند به نام *cutoff frequency* (فرکانس قطع)

زمانی که فرکانس *lowpass* تعریف می کنیم فرکانسی از فرکانسهای تعریف شده D_0 بزرگتر باشد را 0 قرار یده و هر چی فرکانس از D_0 کوچکتر بود همه را عبور بده بنابر این حالت زیر را پیدا خواهد کرد .

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

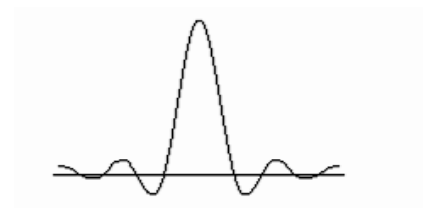
$$D(u, v) = [(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2]^{1/2}$$

بر فرض نقطه مرکزی (نقطه $M/2$ و $N/2$) را می‌خواهیم پردازش کنیم زمانی بخواهیم به کل تصویر فیلتر اعمال بکنیم فیلتر را به $M/2, N/2$ اعمال می‌کنیم. حول و حوش نقطه مرکزی تصویر در حوزه مرکزی یک دایره در نظر می‌گیریم که شعاع آن دایره مشخص کننده فرکانس **cutoff** است. هر چه خارج از دایره بود 0 کن و عبور نده و خارج از دایره را عبور بده.

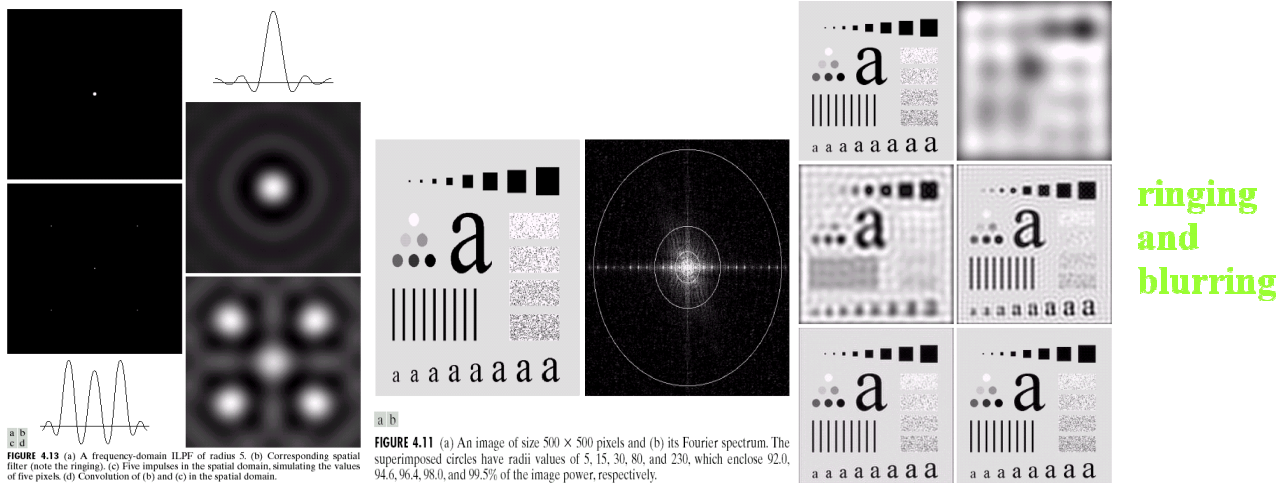


در نمودار فوق فرکانسهایی که بزرگتر از D_0 هستند. هیچکدام را عبور نده و 0 کن و اگر کوچکتر هستند همه را عبور بده. (شکل دو بعدی و سه بعدی هم ملاحظه می‌کنید)

معادل حوزه فیلتر ایده آل در حوزه مکان به شکل زیر می‌باشد



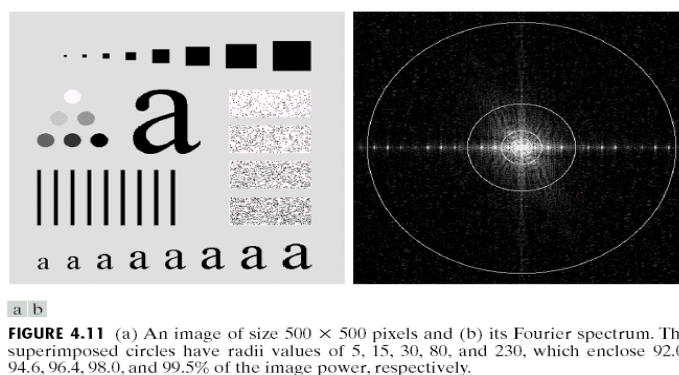
نوسان حول محور افقی تا بینهایت ادامه دارد که این باعث بوجود آمدن مشکلی به نام اثر **RINGING** در تصویر می‌شود. دلیل بوجود آمدن اثر رینگینگ بوجود آمدن نوسان حول محور افقی تا بینهایت است. اثر رینگینگ در تصویر زیر مشخص می‌باشد (شبهه اعوجاج)



برای بدست آوردن فرکانس قطع یا D_0 ابتدا باید فرکانس قطعی را که مورد نظر ما هست را بگونه ای انتخاب کنیم که اگر این فرکانس قطع را به عنوان فرکانس قطع فیلتر ایده آل lowpass در نظر بگیریم و به تصویر اعمال بکنم . در تمام تصویر اتفاق خاصی بیفتند. در حقیقت با در نظر گرفتن دایره ای در حوزه فرکانس و در نظر گرفتن شعاع دایره به اندازه ای که توان ی که در ناحیه موجود در دایره به یک حد خاصی برسد. ابتدا بر اساس رابطه موجود توان کل تصویر را محاسبه می کنند و سپس توان ناحیه ای که توسط دایره فیلتر lowpass ایده آل روی تصویر پوشش داده می شود توان آن ناحیه را حساب می کنند. ماحصل تقسیم توان آن ناحیه بر کل تصویر نباید از درصد خاصی بیشتر یا کمتر شود. بسته به کاربرد این درصد متفاوت است .

حال با بدست آمدن D_0 هر چه در داخل دایره هستند عبور داده می شود و هر فرکانس در خارج فرکانس 0 شده و عبور داده نمی شود .

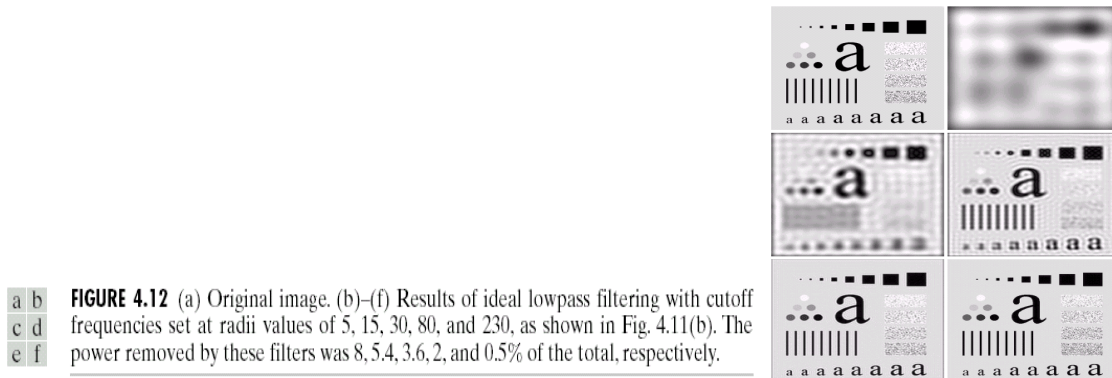
مثال:



به تصویر سمت چپ تصویر فوق فیلتر های مختلف LOWPASS ایده آل با فرکانسهای قطع مختلفی اعمال می گردد. فرکانس قطع اگر 5 باشد توانی که به دست می آید 92% توان کل تصویر در ناحیه زیر فرکانس قطع 5 پوشش داده می شود. هر چقدر دایره فیلتر LOWPASS کوچکتر باشد یعنی فرکانسهای بیشتری را 0 میکند و وقتی فرکانس بیشتری را 0 کند بدین معنی است که فرکانسهای کمتری را نگهداری میکند. یعنی این فیلتر خیلی LOWPASS تر است. طبیعتاً در اینگونه فیلتر ها که دایره کوچکتر دارند تصویر به شدت مات می شود .

اما اگر دایره بزرگتر شود بدین معنی است که فرکانسهای بیشتر را نگه می دارد. و فرکانس کمتری حذف میشود و در نتیجه کمتر تصویر را مات خواهد کرد و کمتر فیلتر LOWPASS به تصویر اعمال می شود.

مثال:



BUTTERWORTH LOWPASS FILTERS (BLPF)

در فیلتر ایده آل هر چیزی که در زیر دایره فیلتر قرار میگیرد فرکانسهای آن عبور داده میشود و بعد بلافاصله از یک مقدار HIGH به یک مقدار LOW نزول میگردیم. و در نمودار بدون هیچ شیبی و با زاویه 90 درجه یکدفعه به پایین می آمدیم. برای اینکه اثر رینگینگ در این حالت از بین رود یکی از راههای آن اینست که بجای نزول سریع فرکانس این کار به آرامی اتفاق بیفتد که با تغییر ملایم این شیب فیلتر و اثرات مختلفی بر روی تصویر خواهیم داشت از جمله این فیلترها BUTTERWORTH می باشد. رابطه این فیلتر به شرح زیر می باشد:

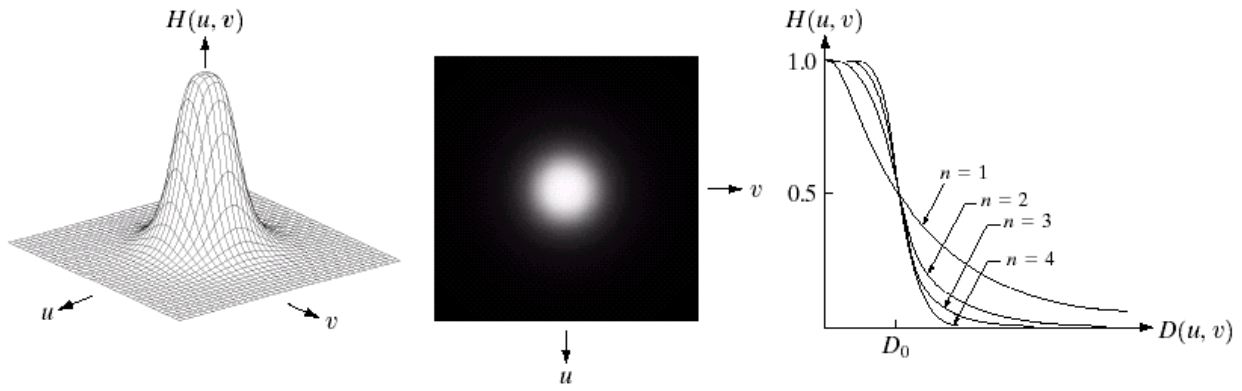
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u, v)}{D_0} \right]^{2n}}$$

این رابطه را از دو منظر می توان تحلیل نمود:

1- توان و مقدار N (کوچکتر یا بزرگتر از 0 بودن)

اگر قرار باشد این فیلتر در رابطه یک فیلتر LOWPASS باشد باید N بزرگتر از 0 باشد. و به ازای N های مختلف شیبهای مختلفی از مقدار HIGH به LOW خواهیم داشت. هر چقدر N بزرگتر باشد فیلتر BUTTERWORTH به فیلتر ایده آل نزدیکتر می شود که در نمودار زیر مشخص می باشد. برعکس این موضوع هم صدق میکند بدین ترتیب که اگر N کوچکتر باشد فیلتر BUTTERWORTH از فیلتر ایده آل فاصله می گیرد.

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u, v)}{D_0} \right]^{2n}} \quad \text{-2 مقدار } \frac{D(u, v)}{D_0} \text{ (بزرگتر یا کوچکتر از 0 بودن کسر)}$$



a b c

FIGURE 4.14 (a) Perspective plot of a Butterworth lowpass filter transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections of orders 1 through 4.

نکته 1: با توجه به نمودار سمت راست هر چقدر N فیلتر بزرگتر بشود فیلتر LOWPASS تر می شود.

نکته 2: توان N را به عنوان مرتبه فیلتر در نظر میگیریم. اگر این مرتبه را به درستی در نظر نگیریم و N ها بزرگ باشند ممکن است اثر رینگینگ بوجود بیاید. مثل فیلتر ایده آل

GAUSSIAN LOWPASS FILTERS (GLPF): این فیلتر یکی دیگر از فیلترهای LOWPASS است که به هیچ وجه اثر رینگینگ

ندارد. و برای حذف فیلتر گوسی بسیار مناسب می باشد. شکل این فیلتر بدین صورت خواهد بود:

$$H(u, v) = e^{-\frac{D^2(u, v)}{2D_0^2}}$$

این فیلتر یکسری خواصی نیز دارد:

- زمانی که از یک فیلتر گوسی در حوزه فوریه INVERSE گرفته می شود و در حوزه مکان قرار می گیرد. در حوزه مکان هم همان خواص گوسی وجود خواهد داشت.
- هر عدد را می توان در هم در حوزه فوریه و هم مکان به دو صورت نشان داد:

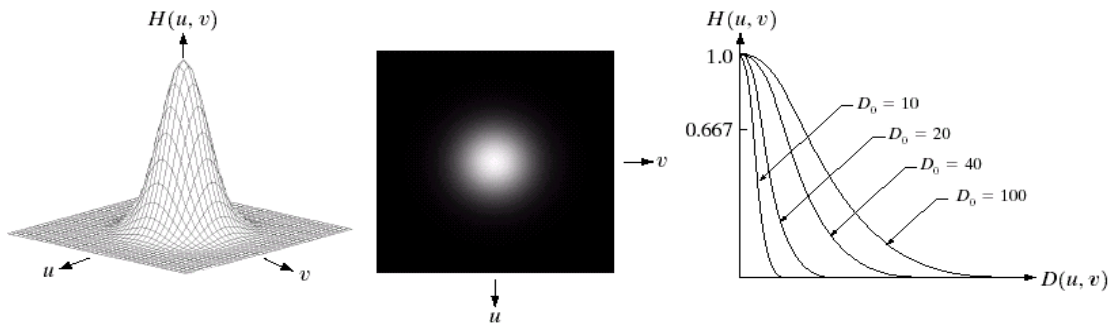
○ نمایش بر اساس مختصات

○ نمایش بصورت قطبی (بر اساس دامنه و فاز)

$$H(u) = Ae^{-\frac{u^2}{2D_0^2}}$$

$$h(x) = \sqrt{2\pi}D_0Ae^{-2\pi^2D_0^2x^2}$$

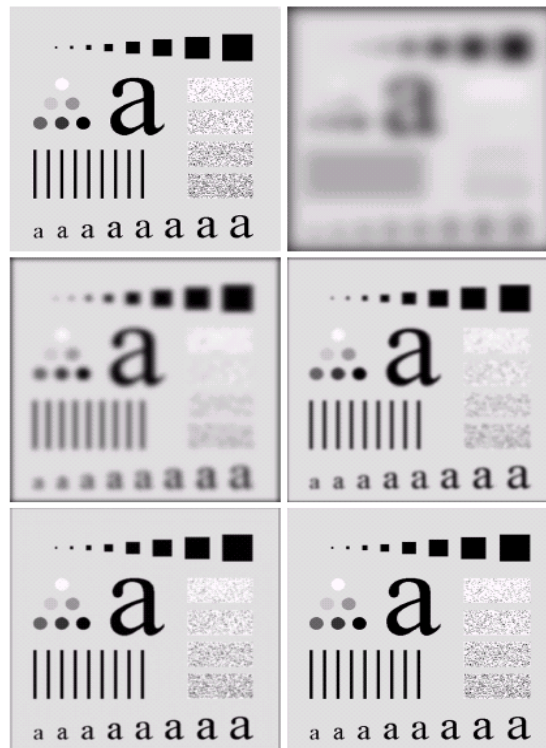
■



a b c

FIGURE 4.17 (a) Perspective plot of a GLPF transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections for various values of D_0 .

مثال:



No serious ringing artifacts

FIGURE 4.18 (a) Original image. (b)–(f) Results of filtering with Gaussian lowpass filters with cutoff frequencies set at radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.11(b). Compare with Figs. 4.12 and 4.15.

a b
c d
e f

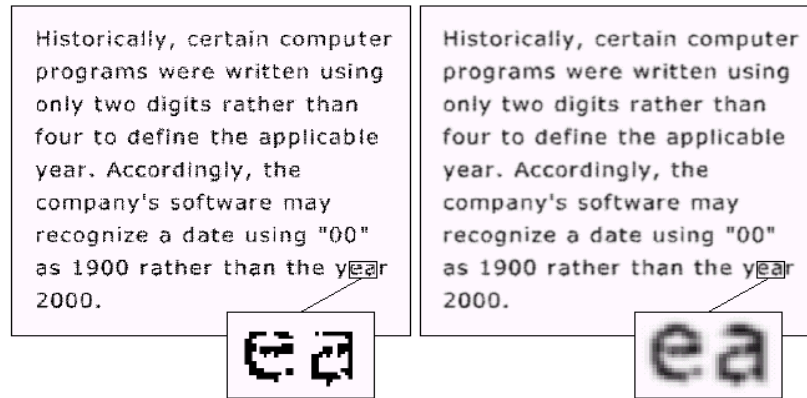
در تصویر ورودی به ازای فرکانس قطع 5 کاملاً بلر می شود و هرچه قدر این فرکانس قطع بیشتر افزایش پیدا کند LOWPASS کردن کمتر می شود در نتیجه جزئیات بیشتری از تصویر نمایش داده خواهد شد.

مثال 2:

a b

FIGURE 4.19

(a) Sample text of poor resolution (note broken characters in magnified view).
 (b) Result of filtering with a GLPF (broken character segments were joined).



با اعمال یک فیلتر LOWPASS به تصویر اسکن شده فوق خیلی از گسستگیهای حروف از بین خواهد رفت. و باعث مات تر شدن و بلر شدن تصویر می گردد. اما گسستگی نیز از بین می رود. برای حذف اثر بلر شدن تصویر نیز می توان یک فیلتر **Threshold** به تصویر اعمال کنیم. (مثلا مشکی ها مشکی تر شود و یا سفیدها سفیدتر شود).

:SHARPENING HIGH-PASS FILTERS

بر خلاف فیلترهای LOWPASS معرفی شده فیلترهای HIGHPASS نیز به سه دسته تقسیم و معرفی می شوند:

IDEAL

BUTTERWORTH

GAUSSIAN

:IDEAL

فیلتر HIGHPASS ایده آل شبیه فیلتر LOWPASS ایده آل می باشد (اما بر عکس LOWPASS در اینجا یک فرکانس قطع بیشتر عبور بده و از فرکانس قطع کمتر، عبور نده)

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) > D_0 \\ 0 & D(u, v) \leq D_0 \end{cases}$$

:BUTTERWORTH

برعکس LOW PASS در اینجا فرمول بدین شکل است :

$$|H(u, v)|^2 = \frac{1}{1 + \left[\frac{D_0}{D(u, v)} \right]^{2n}}$$

هرچه قدر فرکانس موجود در تصویر از D_0 بزرگتر بشود . مخراج بزرگتر شده . و D_0 تقسیم بر مقدار بزرگی می شود و کسر مقدارش کوچکتر از 1 خواهد شد و در عین حال به توان یک عدد مثبتی هم می رسد و در نتیجه باز هم کوچکتر خواهد شد . یعنی یک مقدار خیلی کمی با 1 جمع می شود . یعنی مقدار فیلتر ما همچنان نزدیک به یک خواهد بود . یعنی در زمان فیلتر کردن 1 ضربدر فرکانسی که در تصویر وجود دارد خواهد شد . و این باعث عبور فرکانسهای موجود در تصویر خواهد شد .

اما بر فرض فرکانسی که در تصویر وجود دارد کوچکتر از فرکانس قطع باشد . در این شرایط کسر مقدارش بزرگتر از 1 می شود و به توان یک عددی می رسد و بیشتر بزرگتر از یک می شود و بعد با 1 جمع می شود و مجدداً بیشتر بزرگتر از 1 می شود . پس 1 تقسیم بر یک مقدار بسیار بزرگتری از 1 خواهد شد که نتیجه کسر تقریباً برابر 0 می شود . در نتیجه در زمان فیلتر کردن فرکانسهایی که کوچکتر از فرکانس قطع هستند عبور داده نمیشوند و فرکانسهایی که بزرگتر از فرکانس قطع هستند عبور داده می شوند .

:GAUSSIAN

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v) / 2D_0^2}$$

شکل فیلترها بصورت زیر می باشد:

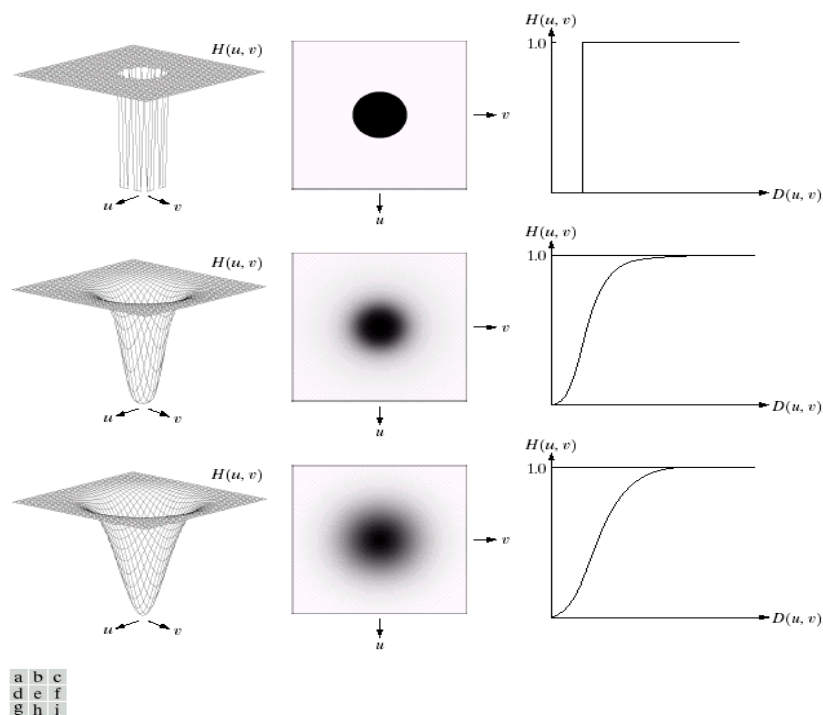
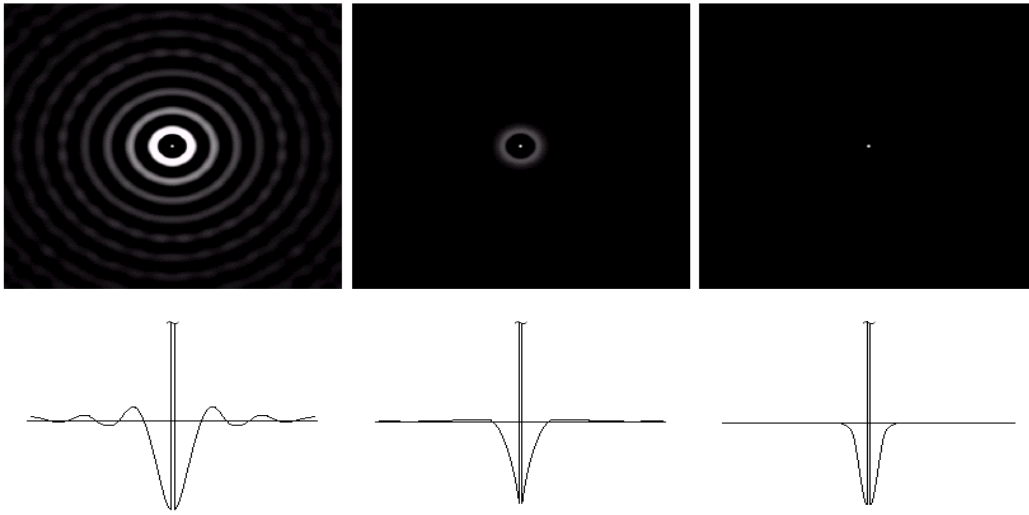


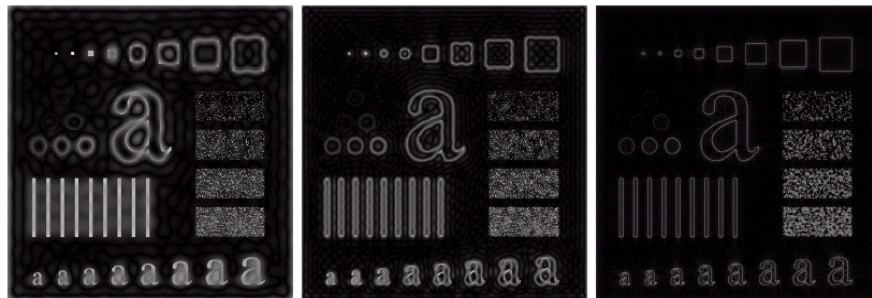
FIGURE 4.22 Top row: Perspective plot, image representation, and cross section of a typical ideal highpass filter. Middle and bottom rows: The same sequence for typical Butterworth and Gaussian highpass filters.



a b c

FIGURE 4.23 Spatial representations of typical (a) ideal, (b) Butterworth, and (c) Gaussian frequency domain highpass filters, and corresponding gray-level profiles.

IDEAL HIGH-PASS FILTERING

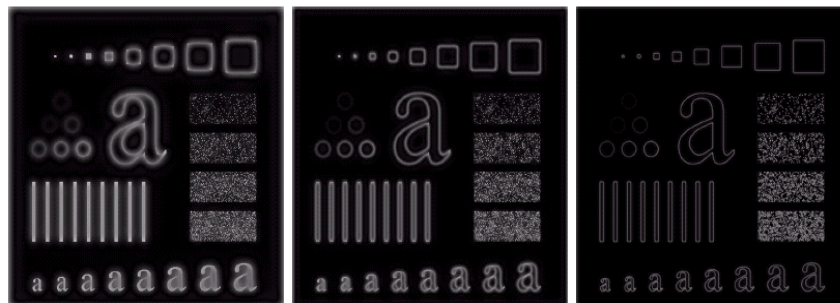


a b c

FIGURE 4.24 Results of ideal highpass filtering the image in Fig. 4.11(a) with $D_0 = 15, 30,$ and $80,$ respectively. Problems with ringing are quite evident in (a) and (b).

در این فیلتر شاهد بروز اثر رینگینگ نیز هستیم. (به خاطر وجود نوسان حول محور افقی)

BUTTERWORTH HIGH-PASS FILTERING



a b c

FIGURE 4.25 Results of highpass filtering the image in Fig. 4.11(a) using a BHPF of order 2 with $D_0 = 15, 30,$ and $80,$ respectively. These results are much smoother than those obtained with an ILPF.

می تواند اثر رینگینگ وجود داشته باشد و یا نداشته باشد. با توجه به درجه فیلتر این اثر بوجود می آید.

GAUSSIAN HIGH-PASS FILTERING

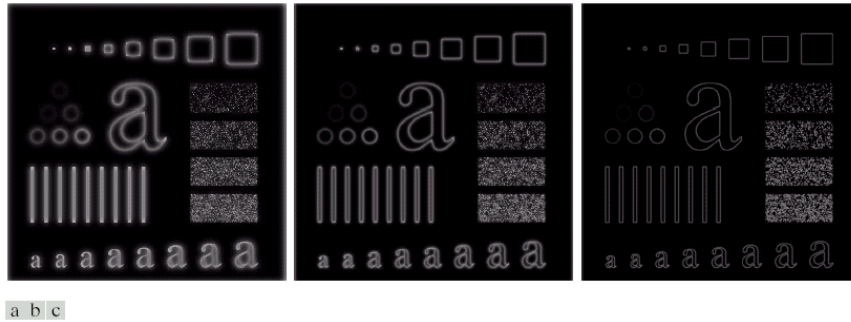


FIGURE 4.26 Results of highpass filtering the image of Fig. 4.11(a) using a GHPF of order 2 with $D_0 = 15$, 30, and 80, respectively. Compare with Figs. 4.24 and 4.25.

در این فیلتر به هیچ وجه اثر رینگینگ وجود ندارد.

فیلتر LAPLACIAN (RECAP):

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

مشتق دوم در راستای X و Y را حساب می کند :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

و نتیجه را در نهایت با هم جمع می کند $\nabla^2 f = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y)$

این فرمولها را اگر در حوزه فوریه انتقال دهیم خواهیم داشت:

کلا مشتق اول X و Y خواهد بود: $(j2\pi u)^n F(u, v)$

حال اگر از LAPLACIAN تبدیل فوریه گرفته شود در نهایت خواهیم داشت: $\mathfrak{F}[\nabla^2 f(x, y)] = -4\pi^2(u^2 + v^2)F(u, v)$

با توجه به اینکه عمل فیلتر کردن برابر است با: $H(u, v)F(u, v)$ در نهایت فیلتر LAPLACIAN برابر خواهد بود با:

$$H(u, v) = -4\pi^2(u^2 + v^2)$$

برای محاسبه LAPLACIAN تصویر در حوزه مکان باید مشتق دوم در راستای X و Y برای تک تک پیکسل ها محاسبه گردد. مقدار بدست آمده این فرایند خود تشکیل تصویری را خواهد داد. این تصویر را با نام تصویر LAPLACIAN در نظر میگیریم. حال اگر این تصویر را در حوزه مکان در $(-1)^{x+y}$ ضرب می کنیم و از آن تبدیل فوریه بگیریم. رابطه فوق بدست خواهد آمد.

حال اگر ضرب $(-1)^{x+y}$ را نداشته باشیم، در حوزه فوریه به اندازه $M/2$ و $N/2$ شیفت خواهیم داشت.

$$\nabla^2 f(x, y) \Leftrightarrow -4\pi^2[(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2]F(u, v)$$

نکته: هر جا که $M/2$ و $N/2$ ذکر می شود به معنی شروع از مبدا در حوزه فوریه $0,0$ می باشد.

مثال:

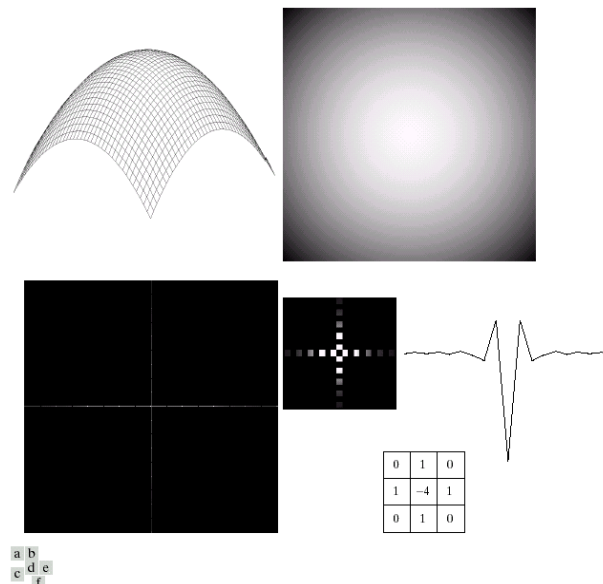


FIGURE 4.27 (a) 3-D plot of Laplacian in the frequency domain. (b) Image representation of (a). (c) Laplacian in the spatial domain obtained from the inverse DFT of (b). (d) Zoomed section of the origin of (c). (e) Gray-level profile through the center of (d). (f) Laplacian mask used in Section 3.7.

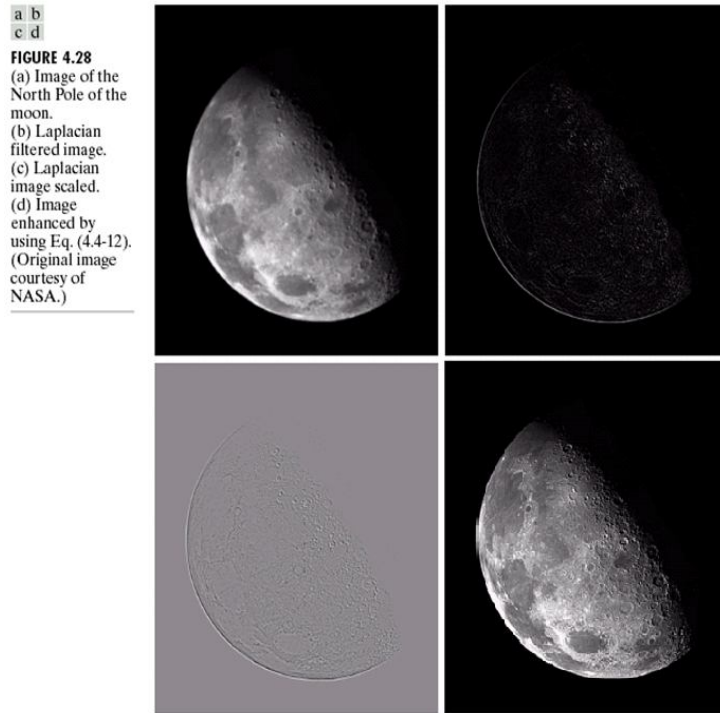
اثر رینگینگ به هیچ وجه در LAPLACIAN وجود نخواهد داشت.

- SUBTRACT LAPLACIAN FROM THE ORIGINAL IMAGE TO ENHANCE IT (کسر LAPLACIAN از تصویر)
یکی از روش های HIGHBOOST کردن تصویر اعمال SHARPINGFILTER و جمع نتیجه آن با تصویر اصلی می باشد.
حال اگر LAPLACIAN را در حوزه مکان از تصویر کم کنیم یک تصویر HIGHBOOST شده خواهیم داشت.

در حورزه فرکانس هم تصویر و SHARPNIGFILTER وارد حوزه فرکانس شده و نتیجه آن نیز بدین شکل خواهد بود:

$$G(u, v) = F(u, v) + 4\pi^2(u^2 + v^2)F(u, v)$$

مثال:



دو تصویر بالا با هم جمع شده و نتیجه در انتها به شکل بهبود یافته نمایان خواهد شد.

• UNSHARP MASKING, HIGH-BOOST FILTERING

همانطور که اشاره شد یکی از روش های HIGHBOOST کردن تصویر اعمال SHARPINGFILTER و جمع نتیجه آن با تصویر اصلی می باشد. حال اگر یک ضربی از تصویر اصلی و فیلتر مربوطه در نظر بگیریم و کل این فرایند را با وجود این ضربیها تکرار کنیم. نتیجه این هم HIGHBOOST شدن تصویر خواهد بود .

اگر تصویری داشته باشیم و به آن یک فیلتر LOWPASS اعمال کنیم تیزی های تصویر از بین می رود و تصویر مات تر می شود . حال اگر این تصویر را از تصویر اصلی کم کنیم ، نتیجه حاصل باقی ماندن جزئیات می شود . بنابراین یکی دیگر از راههای بدست آوردن جزئیات تصویر اعمال فیلتر LOWPASS و کسر آن از تصویر اصلی می باشد. این تصویر یک تصویر HIGHPASS شده است که در اینجا هم می توانیم مجددا این تصویر را از تصویر اصلی کم کنیم و یک تصویر

HIGHBOOST بدست بیاوریم.

UNSHARP MASKING

$$F_{HP}(X, Y) = F(X, Y) - F_{LP}(X, Y)$$

$$H_{HP}(u,v) = 1 - H_{LP}(u,v)$$

• AN IMAGE FORMATION MODEL

مدل دیگر نمایش تصویر بدین صورت خواهد بود:

با در نظر گرفتن دو مولفه $i(x, y) \cdot r(x, y)$ در شرایطی که $0 < i(x, y) < \infty$ باشد طبیعتاً به دلیل نامحدود بودن مقادیر زیاد مورد استفاده در کامپیوتر نخواهد بود. ضریب بازتاب هم $0 < r(x, y) < 1$ می باشد حال هر تصویر حاصل ضرب این دو مولفه برای تک تک پیکسلهای تصویر خواهد بود. زمانی که بدین صورت نمایش دهیم یکی از راههای افزایش کیفیت تصویر بدین نحو خواهد بود که بتوانیم ضریب تصویر را به جمع تبدیل نماییم.

• Homomorphic Filtering

برای اینکار از دو طرف تصویر LN گرفته می شود (خاصیت LN تبدیل ضرب به جمع می باشد).

$$z(x, y) = \ln f(x, y) = \ln i(x, y) + \ln r(x, y)$$

حالا می توان این رابطه را به حوزه فوریه برد و پردازشهای لازم و فیلتر کردن را انجام داد و مجدداً با inverse کردن به حوزه مکان انتقال می دهیم. حال برای حذف اثر ln باید خروجی حاصل از inverse را به توان $e^{s(x,y)}$ می رسانیم تا اثر آن از بین رود. بنابر این در حوزه مکان خواهیم داشت:

$$i_0(x, y) r_0(x, y)$$

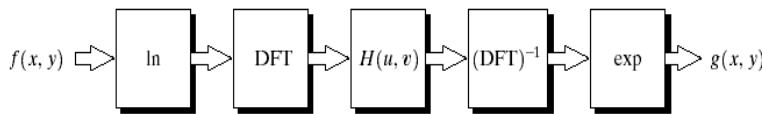
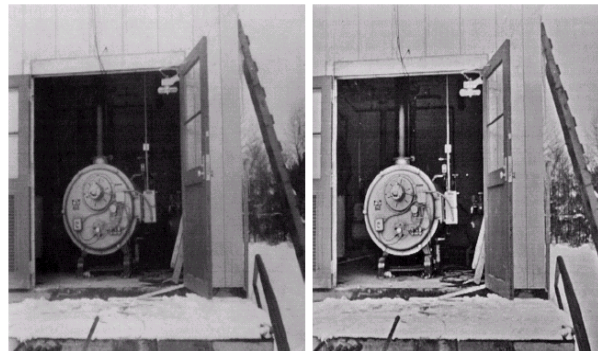


FIGURE 4.31 Homomorphic filtering approach for image enhancement.

مثال:

a b
FIGURE 4.33 (a) Original image. (b) Image processed by homomorphic filtering (note details inside shelter). (Stockham.)



اثر این اقدام sharp شدن یا highboost شدن تصویر خروجی خواهد بود.

• Some Properties of the 2-D Fourier Transform

برخی خواص در تبدیل فوریه عبارتست از:

- Translation

1- اگر در حوزه مکان یک تصویر را در $(-1)^{x+y}$ ضرب کنیم و از آن تبدیل فوریه بگیریم محور مختصات به $(u - M/2, v - N/2)$ منتقل خواهد شد.

$$f(x, y)(-1)^{x+y} \Leftrightarrow F(u - M/2, v - N/2)$$

2- اگر در حوزه مکان یک تصویر را در عبارت $e^{-j2\pi(ux_0/M+vy_0/N)}$ کنیم (n و m ابعاد تصویر هستند) در حوزه فوریه مبدا مختصات به اندازه (u_0, v_0) منتقل می شود.

3- اگر در حوزه مکان به اندازه x_0, y_0 مختصات را منتقل بکنیم در حوزه فوریه تصویر ضریبدر $e^{-j2\pi(ux_0/M+vy_0/N)}$ می شود .

- نکته: برای اینکه بخواهیم محور مختصات را تغییر دهیم باید ضرب را انجام دهیم .
 - اگر بخواهیم محور مختصات در حوزه فوریه را تغییر دهیم باید در حوزه مکان مختصات تصویر را ضریبدر یک عبارتی کنیم
 - اگر محور مختصات را در حوزه مکان تغییر دهیم باید در حوزه فوریه تصویر را در یک عبارتی ضرب کنیم.
 - این ضربها بر روی اندازه تصویر اثری نخواهد گذاشت . فقط محل محور های مختصات را جابجا می کند.

- Distributivity and Scaling

- 1- یکی دیگر از خواص پخش تبدیل فوریه در عمل جمع می باشد. اما در ضرب پخش شوندگی وجود ندارد.
- 2- اگر در حوزه مکان تصویر را در یک عبارتی ضرب کنیم یعنی magnetite را بالا ببریم در حوزه فوریه هم به همان اندازه بالا خواهد شد و دامنه ضرب خواهد شد.
- 3- اگر بر روی محور های مختصات تغییراتی اعمال کنیم ، مثلا محور مختصات را جمع کنیم یا بکشیم ، در حوزه فوریه نتیجه برعکس خواهد داشت. (مثلا تصویر فشرده در حوزه زمان در حوزه مکان کشیده خواهد بود و برعکس) روابط آن بدین شکل خواهد بود :

$$\mathfrak{I}\{f_1(x, y) + f_2(x, y)\} = \mathfrak{I}\{f_1(x, y)\} + \mathfrak{I}\{f_2(x, y)\}$$

$$\mathfrak{I}\{f_1(x, y) \cdot f_2(x, y)\} \neq \mathfrak{I}\{f_1(x, y)\} \cdot \mathfrak{I}\{f_2(x, y)\}$$

- ROTATION

- 1- اگر تصویر را در حوزه مکان تحت یک زاویه ای بچرخانیم در حوزه فرکانس هم تصویر به همان صورت خواهد چرخید . رابطه زیر به دلیل چرخش در مختصات POLAR بدین شکل نوشته می شود:

POLAR COORDINATES:

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad u = \omega \cos \varphi, \quad v = \omega \sin \varphi$$

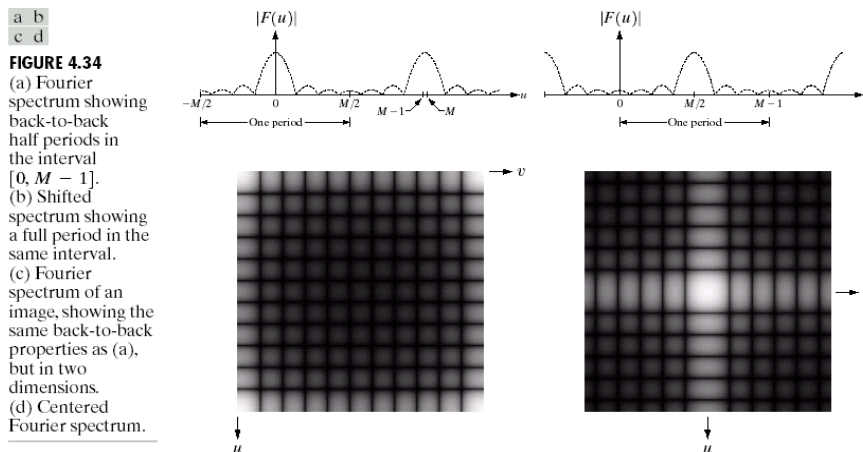
$$f(x, y), F(u, v) \text{ become } f(r, \theta), F(\omega, \varphi)$$

- 2- اندازه تصویر در چرخاندن تغییر نمیکند و تنها نتیجه چرخش را خواهیم داشت.

- 3- تبدیل فوریه و معکوس تبدیل فوریه هر دو متناوب هستند . منتها ما همیشه بر روی یک دوره تناوب در حوزه فوریه کار میکنیم . هر چیزی که در یک پریود انجام شود عینا در پریودهای بعدی هم تکرار میگردد.
- 4- زمانی که عنوان میشود تبدیل فوریه یک عمل پریودیک است ، یعنی در راستای X, Y و در راستای قطر تبدیل فوریه ما تکرار خواهد شد.

$$F(u, v) = F(u + M, v) = F(u, v + N) = F(u + M, v + N)$$

مثال:



بر فرض در حوزه مکان تصویری وجود دارد ، و از تصویر مربوطه به دو روش مختلف تبدیل فوریه میگیریم.

- در روش اول در حوزه مکان در $(-1)^{x+y}$ ضرب نمیکیم ، که نتیجه تبدیل فوریه ما تصویر سمت چپ خواهد بود .

- در روش دوم با ضرب در $(-1)^{x+y}$ و انتقال مبدا به $M/2$ و $N/2$ در حوزه فوریه ، تبدیل فوریه بدست آمده به شکل تصویر سمت راست خواهد شد.

SEPARABILITY -

1- تبدیل فوریه یک تبدیل دو بعدی است و روی راستای افقی و عمودی اعمال خواهد شد. می توان تبدیل فوریه را به صورت جدا جدا انجام داد . یکبار در راستای افقی تبدیل فوریه را به ازای X های مختلف انجام داده و بعد از اتمام کار در مرحله بعدی بر روی نتیجه حاصل ، تبدیل فوریه در راستای عمودی اعمال میگردد. روابط آن هم بدین صورت خواهد بود:

$$F(u, v) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} F(x, v) \exp[-j2\pi ux / M]$$

$$F(x, v) = \left[\frac{1}{N} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp[-j2\pi vy / N] \right]$$

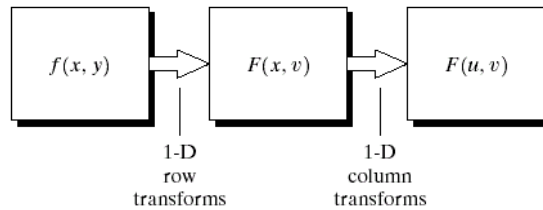


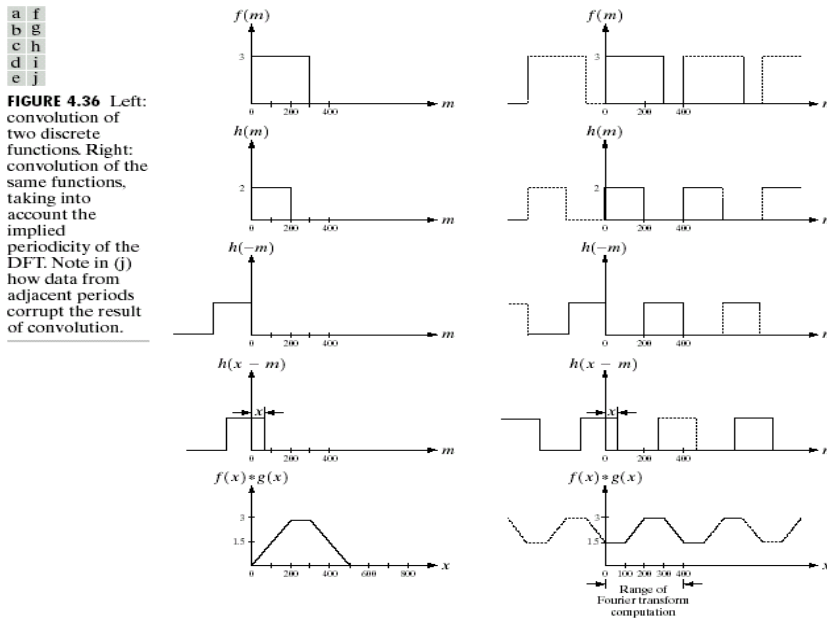
FIGURE 4.35
Computation of the 2-D Fourier transform as a series of 1-D transforms.

CONVOLUTION -

در تبدیل فوریه CONVOLUTION به ضرب تبدیل میگردد. در حوزه مکان اعمال فیلتر بر اساس CONVOLUTION انجام میگردد (چرخش 180 درجه پنجره فیلتر و ...)

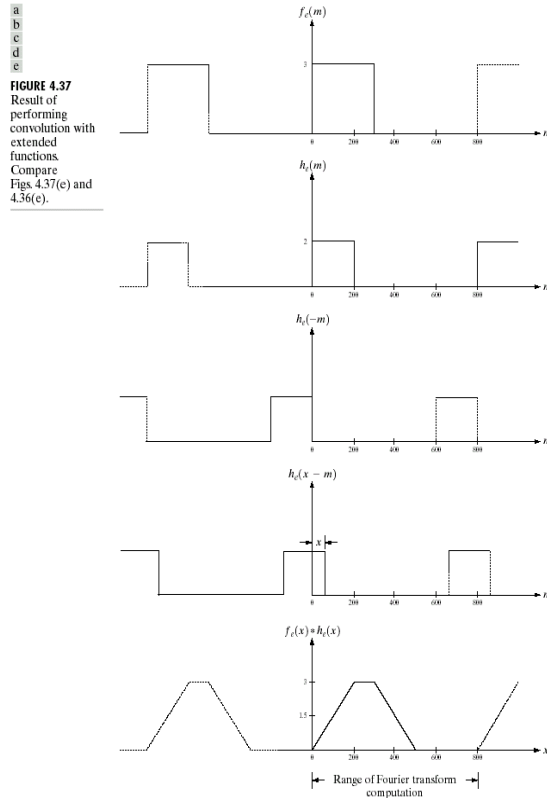
یکی از مزایای حوزه فوریه عدم نیاز به انجام عمل CONVOLUTION در حوزه فوریه که هم هزینه بر و هم پیچیده تر نسبت به ضرب است .

مثال:



برای CONVOL کردن سیگنال اول به سیگنال دوم باید مراحل زیر را انجام داد:

- 1- ابتدا سیگنال اول را نسبت به محور عمودی متقارن نموده و سپس آروم آروم سیگنال را به سمت راست انتقال می دهیم (از 0 تا بینهایت)
- 2- سپس اشتراک آن را با اولین سیگنال بالایی حساب میکنیم . این کار را ادامه میدهیم تا مساحت های مشترک را با هم جمع کرده و نتیجه آن CONVOLUTION دو سیگنال خواهد بود.
- 3- زمانی که دو سیگنال PERIODICITY باشند در نهایت شکل زیر را خواهیم داشت:



CORRELATION (CROSS CORRELATION) -

برای پیدا کردن میزان شباهت بین دو تصویر مورد استفاده قرار میگیرد. و رابطه آن شبیه رابطه CONVOLUTION است :

$$f(x, y) \circ g(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f^*(m, n) g(x+m, y+n)$$

زمانی که دو سیگنال را در حوزه زمان با هم CORRELAT می کنیم تبدیل فوریه آن همانند CONVOLUTION به ضرب تبدیل خواهد شد. بدین ترتیب که تصویر 1 در حوزه فوریه منتقل شده و به سیگنال مختلط حاوی دو قسمت موهومی و حقیقی تبدیل می شود، سپس از آن CLOTION گرفته می شود. فیلتر هم به همین نحو مشابه تصویر 1 به حوزه فوریه منتقل می شود. بعد این دو با هم ضرب شده و قسمت‌های حقیقی و موهومی آنها در هم ضرب شده و به عنوان نتیجه فقط قسمت حقیقی آن را اخذ نموده و با INVERSE کردن مجدد آنرا به حوزه مکان منتقل می کنیم.

برای بدست آوردن میزان شباهت یک سیگنال با خودش ابتدا CORRELATION در حوزه مکان به ضرب در حوزه فوریه تبدیل شده با این تفاوت که از سیگنال اول COTION گرفته می شود. $F^*(U, V)$ دارای دو قسمت حقیقی و موهومی می باشد)

مثال:

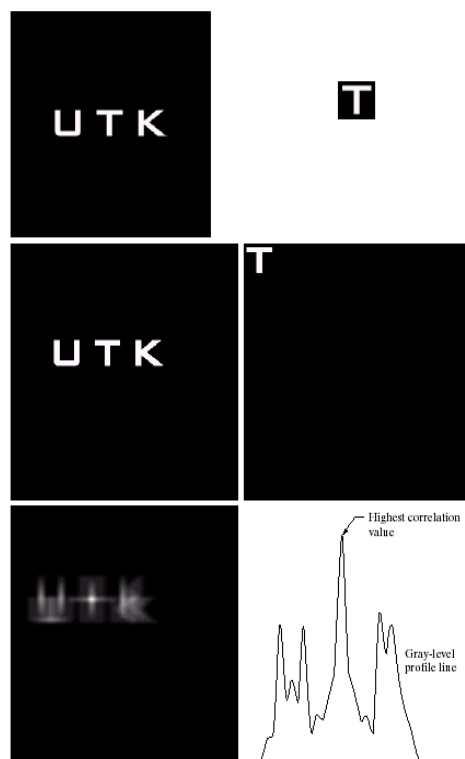
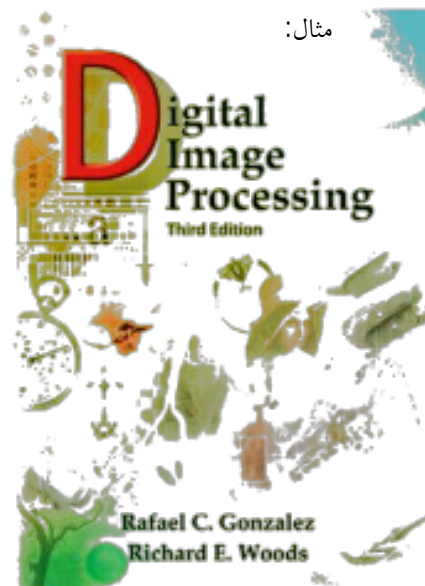


FIGURE 4.41
(a) Image.
(b) Template.
(c) and
(d) Padded
images.
(e) Correlation
function displayed
as an image.
(f) Horizontal
profile line
through the
highest value in
(e), showing the
point at which the
best match took
place.



@Digital_Image_Processing
کانال فوق تخصصی
پردازش تصویر و هوش مصنوعی ایران
مرکز دانش پردازش و علایم هوشمند
دانشگاه تهران

در تصویر فوق اگر مرکز سیگنال رو در محلی که از همه تصویر روشتر است قرار بدهیم، جایی از تصویر که بیشترین شباهت با تصویر را دارد پیدا خواهد شد.

FAST FOURIER TRANSFORM •

یک روش برای بدست آوردن سریع در تبدیل فوریه (FFT) باعث می شود کاهش تعداد عملیات ضرب و جمع می شود . به عنوان مثال اگر 1021 نقطه مقدار (M=1021) داشته باشیم و بخواهیم تبدیل فوریه این مقدار را بدست بیاوریم در روش عادی 1000000 عملیات لازم است . اما زمان استفاده از FFT این عملیات به 10000 تقلیل پیدا خواهد کرد.