جزوه انتقال حرارت
کنکور کارشناسی ارشد

استاد: دکتر رشیدی

خانه مهندسی شیمی ایران
WWW.ICHEH.COM
info@icheh.com

www.icheh.com

Iranian Chemical Engineering Home

انتقال حرارت

{ Holman
ozicik

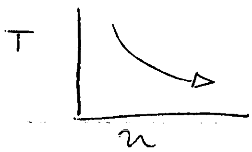
۱) هدایت ۲) جابجایی ۳) تشعشع
۴) مبدل‌ها ۵) جوشش و میعان.

آب سرد آب جوش در درون فریزر: آب جوش زودتر یخ می‌زند. (این ادعا در صورت کم بودن آب صحیح است)
علت: نرخ کاهش جرم.

90°c 20°c
↓ Δt
85°c 16

انتقال حرارت > نرخ (شدت) انتقال حرارت. توزیع دما.

*) گرادیان دما در جهت انتقال حرارت همواره کمیتی منفی است.



$\frac{\partial T}{\partial x} < 0$

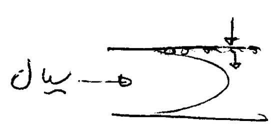
*) مکانیسم های انتقال حرارت: (در جامدات) به عبارتی حرکت توده جسم را نداریم، (مایعات و گازها)
ولی غالباً در جامدات.

کمیت برداری $q = -k\nabla T$

اسکالر ،، $Q = q \cdot A$.

در حقیقت این نمودار به یک شکل نمایش داده است.

هدایت



$r = R$; $V = 0$

No slip velocity = سرعت لغزش

صفحه گرم
سیال ساکن ← انتقال حرارت هدایتی باشد.
صفحه سرد

اگر صفحه گرم پایین بود جابجایی آزاد جواب بود.

← مکانیسم هدایت.

سیال ←
صفحه فلزی

گرادیان دما در فصل مشترک سیال و صفحه در صفحه بیشتر است یا در سیال.

$$Q_{فلز} = Q_{سیال\,(هوا)} \longrightarrow -k\frac{dT}{dx}\Big|_{فلز} = -k\frac{dT}{dx}\Big|_{هوا}$$

$$\longrightarrow \frac{dT}{dx}\Big|_{هوا} > \frac{dT}{dx}\Big|_{فلز}$$

$$q = -k\nabla T$$

توجه علامت ندارد

$$q = -\left(k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)\hat{i} + k\frac{\partial T}{\partial y}\hat{j} + k\frac{\partial T}{\partial y}\hat{k}\right)$$ فقط در سیستم کارتزین صادق است.

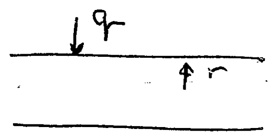
قوانین:
- قوانین عمومی General law: اصل بقای جرم، انرژی و مومنتوم.
- قوانین جزئی Particular: بر اساس احتیاج بوجود می‌آیند مثلاً با آزمایش. مثل قانون فوریه، سرد شدن نیوتن، قانون اول و دوم فیک.

k: ضریب رسانش با توجه به جنس ماده بیانگر پتانسیل یا به عبارت دیگر بیانگر توان رسانایی جسم می‌باشد.

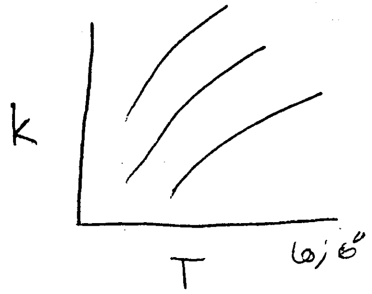
k همواره کمیتی مثبت می‌باشد. اگر منفی باشد قانون دوم ترمو نقض می‌شود.

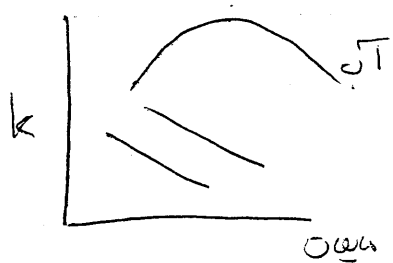
$$q = -k\frac{dT}{dx}$$
$$q = +k\frac{dT}{dx}$$

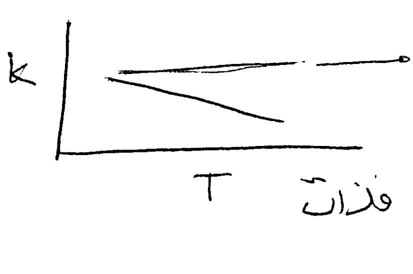
هر وقت جهت انتقال حرارت هم جهت محور باشد رابطه اول در غیر اینصورت رابطه دوم صادق است.



$$q = +k\frac{dT}{dr}$$







آلومینیوم: روند صعودی با شیب خیلی کم.

برخی فولادها افزایش و برخی کاهش دارند.

فشار: روی مایعات و جامدات تأثیر چندانی ندارد.
با افزایش فشار k گاز افزایش می‌یابد.

تئوری سینتیک گازها: $k \sim \sqrt{T}$ دمای مطلق : برای گازها

روابط سینتیک گازها: ~~$k \sim D$ $k \sim \mu$~~

$D \sim T^{n}$ $\mu \sim T^{n}$

جابجایی:
حرکت توده جریان عامل انتقال حرارت.

جابجایی < اجباری / آزاد

$Nu = Nu(Re, Pr)$

تابع خاصیت ماده مثل k ؛ الگوی جریان

$Nu = Nu(Gr, Pr)$

تابع جنس ماده و الگوی جریان.

$q = h(T_w - T_\infty)$

$Q = qA$

تابش و تشعشع:

میزان تشعشع از یک جسم سیاه

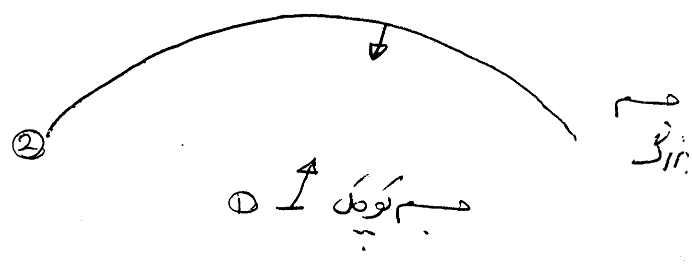
$E_b = \sigma T^4$ ← دمای مطلق

σ ثابت استفان بولتزمن

انتشار از یک جسم واقعی $Q = \varepsilon E_b$

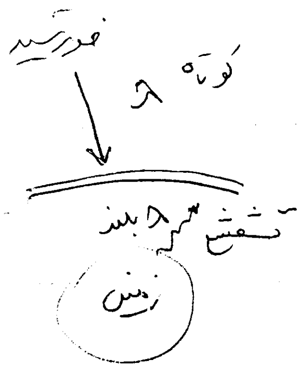
ε ضریب انتشار

$0 < \varepsilon < 1$



$Q_{خالص} = \varepsilon_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$

حتی اگر دو جسم هم دما باشند تشعشع دارند.



پدیده گلخانه‌ای (اثر گلخانه‌ای):

فیلتر تشعشعی

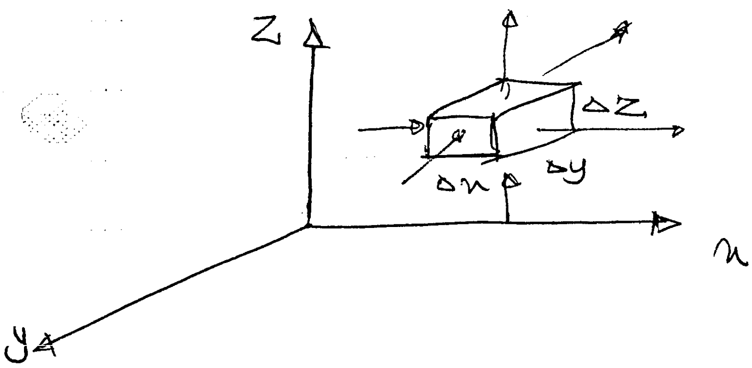
برخی گازها CH_4 ، CO_2 ، N_2O

این گازها λ بلند را جذب و خودشان تشعشع کرده.

CO_2	CH_4	N_2O
1	56	260

CFC: اثر گلخانه‌ای 10000 برابر CO_2.

موازنه انرژی معادله هدایت:



$$q_x \Delta y \Delta z\big|_x - q_x \Delta y \Delta z\big|_{x+\Delta x} +$$

$$q_y \Delta x \Delta z\big|_y - q_y \Delta x \Delta z\big|_{y+\Delta y} +$$

$$q_z \Delta x \Delta y\big|_z - q_z \Delta x \Delta y\big|_{z+\Delta z} + \dot{q}\,\Delta x \Delta y \Delta z =$$

$$= \frac{\partial E}{\partial t} = \left(\frac{\partial \rho C T}{\partial t}\,\Delta x \Delta y \Delta z\right)$$

$$\rightarrow \frac{k\frac{\partial T}{\partial x}\big|_{x+\Delta x} - k\frac{\partial T}{\partial x}\big|_x}{\Delta x} + \frac{k\frac{\partial T}{\partial y}\big|_{y+\Delta y} - k\frac{\partial T}{\partial y}\big|_y}{\Delta y}$$

$$+ \frac{k\frac{\partial T}{\partial z}\big|_{z+\Delta z} - k\frac{\partial T}{\partial z}\big|_z}{\Delta z} + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

۵

این ۲ رابطه حفظ شود:

$$\nabla\cdot(k\nabla T)+\dot{q}=\rho c\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=\rho c\frac{\partial T}{\partial t}$$

چون ، گذاشتیم در موادی که در جهت مختلف خواص مختلف دارند. یا جسم ترکیبی.
اگر جسم همگن باشد k از داخل مشتقات خارج می‌گردد.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{\rho c}{k}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\nabla^2 T+\frac{\dot{q}}{k}=\cancel{\frac{k}{\rho c}}\ \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}\qquad \alpha=\frac{k}{\rho c}$$

α ضریب نفوذ حرارتی:

$\alpha\uparrow$ نفوذ حرارت $\uparrow$

k در واقع توانایی هدایت را نشان می‌دهد.

مختصات استوانه‌ای:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

مختصات کروی:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\cdots+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

مختصات کارتزین:

$$q=-k\frac{dT}{dx}$$

$$Q=-kA\frac{dT}{dx}$$

اگر فرض کنیم k با دما متغیر است:

$$Q=kA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

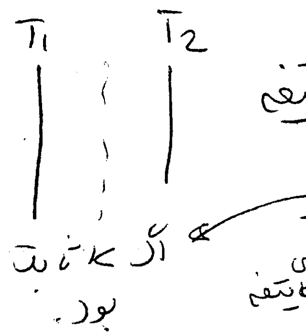
$$k=k_0(1+\beta T)$$

$$Q = \frac{K.A}{\delta x}\left((T_1-T_2) + \frac{B}{2}(T_1^2-T_2^2)\right)$$

$k = k_\circ (1-BT) \longrightarrow$

$$Q = \frac{K.A}{\delta x}\left((T_1-T_2) - \frac{B}{2}(T_1^2-T_2^2)\right)$$

(انتقال حرارت کم شد).

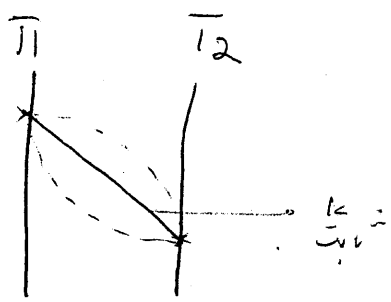


درصورتیکه k با دما افزایش یابد دمای مرکز تیغه

چه ارتباطی با T_1 و T_2 دارد؟

$T_m = \frac{T_1+T_2}{2}$ دمای وسط تیغه $\qquad T_m < \frac{T_1+T_2}{2}$

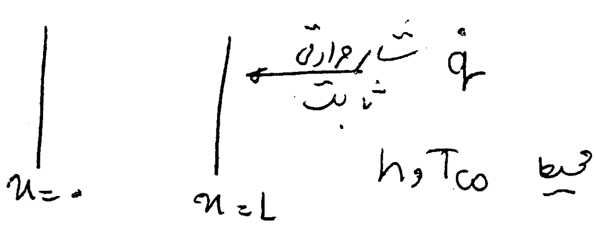
$T_m > \frac{T_1+T_2}{2}$



تست سال ۸۵).

دیواره به ضخامت $2L$

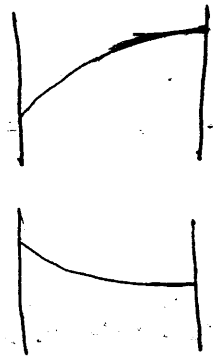
$x=0$	$T=95$	k مستقل از دما
$x=L$	$T=62$	〃 〃 زمان
$x=2L$	$T=35$	k با افزایش دما کم می‌شود ✓
		〃 〃 زیاد می‌شود



در $x=L$ شرایط مرزی؟

$\dot{q} + k\frac{\partial T}{\partial x} - h(T-T_\infty) = 0 \qquad \dot{q} - k\frac{dT}{dx} + h(T-T_\infty) = 0$

$\dot{q} + k\frac{\partial T}{\partial x} + h(T-T_\infty) = 0 \qquad \dot{q} - k\frac{\partial T}{\partial x} - h(T-T_\infty) = 0$ ✓

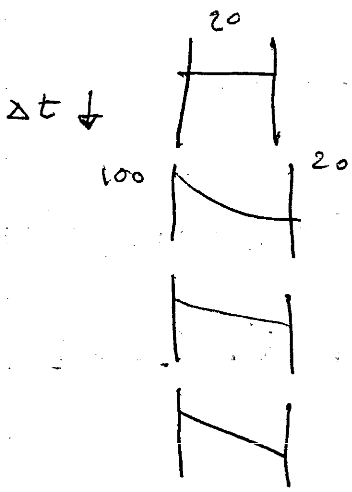


این تیغه درحال سرد شدن است یا گرم شدن ؟

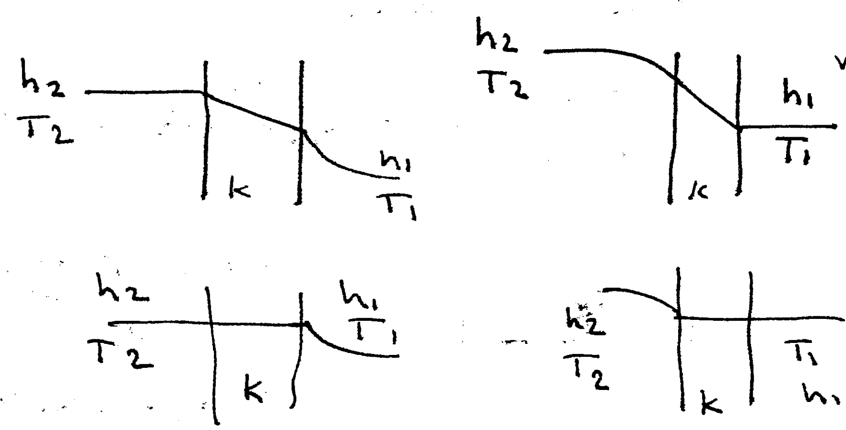
* درحال سرد شدن ..

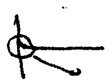
* درحال گرم شدن .

جائیکه شیب تندتر است روند انتقال حرارت از آنجا شروع شده .



اگر $T_2 > T_1$ ، $h_1 >> h_2$





اگر h خیلی بزرگ باشد گرادیان دما در یک فاصله بسیار کوچک اتفاق می افتد
شکل خط دیده می شود.

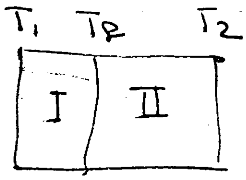
انتقال حرارت در محیط‌های چندلایه :

$$Q = \frac{\text{اختلاف پتانسیل}}{\text{مقاومت}}$$

در سیستم مختصات کارتزین (تک لایه) :

$$Q = kA\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x}{kA}} \rightarrow R = \frac{\Delta x}{kA}$$

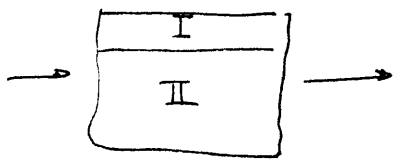
در سیستم کارتزین لایه‌ها < سری / موازی / ترکیبی از این دو

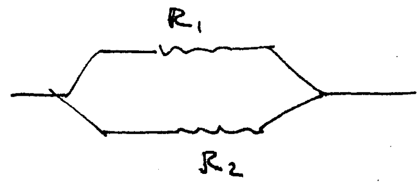


$$R = R_1 + R_2$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{K_1 A} + \frac{\Delta x_2}{K_2 A}}$$

هیچ فرقی ندارد (در کار تزریق) کدام لایه را در ابتدا یا انتها قرار دهیم (ترتیب عایق اثری ندارد).



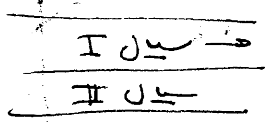


$$Q = \frac{\Delta T}{\sum R}$$

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 = \text{مقاومت معادل}$$

در فصل مشترک انتقال حرارت و دما یکسان.

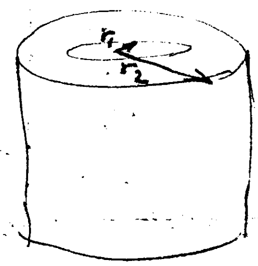
$$k\frac{T_1 - T_p}{\Delta x_1} = k\frac{T_p - T_2}{\Delta x_2}$$



روی سطح مشترک سرعت و تنش برابر است.

مختصات استوانه‌ای:

$$Q = -k(A_r)\frac{dT}{dr}$$



$$A_r = 2\pi r L$$

$$Q = -k(2\pi r L)\frac{dT}{dr}$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{\ln r_2/r_1}{2\pi k L}}$$

$$R = \frac{\ln r_2/r_1}{2\pi L k}$$

مختصات کروی:

$$Q = -k A_r \frac{dT}{dr}$$

$$A_r = 4\pi r^2$$

$$Q = -k(4\pi r^2)\frac{dT}{dr}$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{(1/r_1 - 1/r_2)}{4\pi k}}$$

در سیستم استوانه‌ای و کروی: مقاومت‌ها فقط بصورت سری هستند.

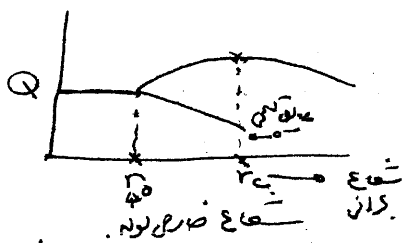
مقاومت جابجایی: $Q = hA\Delta T$

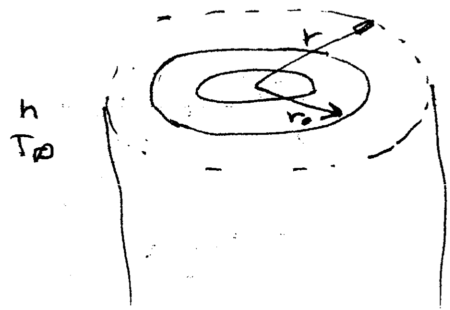
$$Q = \frac{\Delta T}{1/hA}$$

شعاع بحرانی: $Q \sim \frac{1}{\Delta m}$

$$Q \sim A$$

در سیستم‌های استوانه‌ای و کروی با افزایش ضخامت افزایش سطح داریم.





معمولاً در لوله‌ها وقتی که r_o بیشتر از r_c باشد اتفاق می‌افتد.

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{\ln r/r_c}{2\pi L k} + \frac{1}{h(2\pi r L)}}$$

$$\frac{dQ}{dr} = 0 \rightarrow \boxed{r = \frac{k}{h}} \rightarrow$$ توجه: k عایق

هرچه k عایق بزرگتر باشد شعاع بحرانی بزرگ است پس باید از عایق با k کم استفاده کرد.

بخار اشباع I — میعان شبنمی → h خیلی بزرگ ۱۰۰۰۰

بخار اشباع II — میعان بصورت ...

بخار اشباع I

اگر $T_I > T_{II}$ باشد مقاومت کنترل کننده کدام است:

مقاومت بزرگتر.

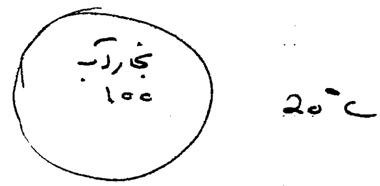
h گاز خیلی $5-10$

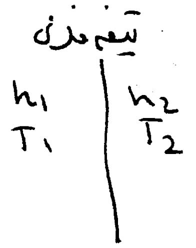
بخار I / بخار II جداره فلز ...

$$Q = \frac{\Delta T}{R_1 + R_2 + \cdots}$$

در یک مخزن فولادی با دیواره ای به ضخامت 2mm بخار آب 100° درون آن است.
در بیرون هوا $20^\circ C$ است. دمای خارج مخزن؟

$\surd 98^\circ C$ $60^\circ C$ $40^\circ C$ $22^\circ C$





$$h_1(T_1-T)=h_2(T-T_2)$$

$$T=\frac{h_1T_1+h_2T_2}{\cancel{T_1+T_2}\ h_1+h_2}$$

از این فرمول می‌توان استفاده کرد.

$$T_{\text{متوسط}}=\frac{10000\times 100+10\times 20}{10000+20}$$

سیستم های دارای تولید انرژی داخلی: (یک بعدی)

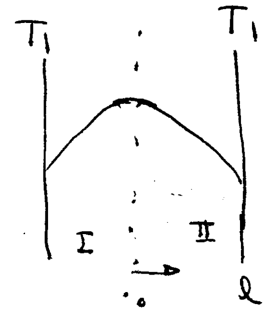
1) مختصات کارتزین:

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot q}{k}=0$$

$$\frac{d^2T}{dx^2}=-\frac{\dot q}{k}\longrightarrow\frac{dT}{dx}=\frac{-\dot q}{k}x+c\longrightarrow$$

$$T=\frac{-\dot q}{2k}x^2+c_1x+c_2$$

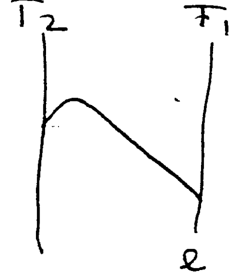
$x=0 \quad T=T_1$
$x=L \quad T=T_1$ $\longrightarrow \left\{\begin{array}{l}c_1\\c_2\end{array}\right.$ معین



$x=0 \quad T=?$
$x=\pm l \quad T=T_1$ $\longrightarrow c_1=0$

$x=0 \quad \frac{dT}{dx}=0$

یعنی اگر حرارتی در قسمت I ایجاد شود از جهان طرف بیرون می‌رود همچنین در مورد قسمت II

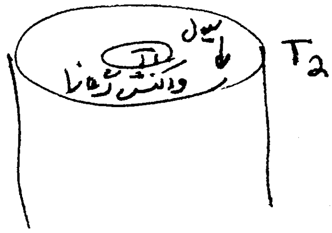


اگر $T_2>T_1$ باشد:

هر طرف که دما بالاتر باشد max به سمت دما بالاتر نزدیک تر است.

$T_1 < T_2$ max دما کجاست؟

ترتیب T_2.

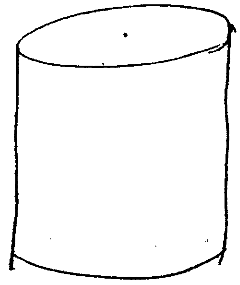


مختصات استوانه‌ای:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{q}/k = 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = -\dot{q}/k$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = -\dot{q}/k \, r$$



$$r\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{\dot{q}}{2k}r^2 + C_1$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{\dot{q}}{2k}r + \frac{C_1}{r}$$

$$T = \frac{-\dot{q}}{4k}r^2 + C_1 \ln r + C_2$$

استوانه توپر $\begin{cases} r = 0 & \text{معین } T \\ \Rightarrow C_1 = 0 \end{cases}$

پس $\ln r$ در $r=0$ بی‌معنی است

استوانه توخالی $\{ \; C_1 \neq 0$

مختصات کروی:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) = -\frac{\dot{q}}{k}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{-\dot{q}}{k}r^2$$

$$r^2\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{\dot{q}}{3k}r^3 + C_1$$

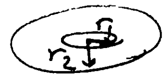
کره توپر $\begin{cases} r = 0 & \text{معین } T \\ C_1 = 0 \end{cases}$

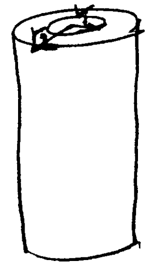
$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{-\dot{q}}{3k}r + \frac{C_1}{r^2}$$

کره توخالی $\longrightarrow C_1 \neq 0$

$$T = \frac{-\dot{q}}{6k}r^2 - \frac{C_1}{r} + C_2$$

= q در مقاطع مختلف ثابت است یا خیر؟





$q_{r=r_1}$ $\quad$ $q_{r=r_2}$

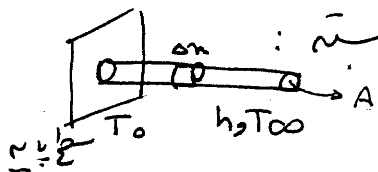
شدت انتقال حرارت ثابت Q

بنابراین با افزایش A ، q کاهش می یابد. $\qquad Q = Aq$

در هر سطح مقطع (Q) به عبارت دیگر rq در هر سطح مقطع ثابت است.

اگر کره باشد r^2q مقداری ثابت است.

فین ها یا سطوح برجسته :



$$Aq\big|_x - Aq\big|_{x+dx} - hP\Delta x\,(T-T_\infty)=0$$

$$Ak\frac{dT}{dx}\Big|_{x+\Delta x} - Ak\frac{dT}{dx}\Big|_x - hP\Delta x\,(T-T_\infty)=0$$

$$\frac{d}{dx}\left(kA\frac{dT}{dx}\right) - hP\,(T-T_\infty)=0$$

اگر A ثابت باشد رابطه ساده می گردد:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA}(T-T_\infty)=0$$ حفظ شود

$$T-T_\infty=\theta \quad , \quad m^2=\frac{hP}{kA}$$

معادله همگن با ضریب ثابت : $\qquad \dfrac{d^2\theta}{dx^2}-m^2\theta=0$ حفظ شود

اگر A ثابت نبود به بسل برمی خوریم.

شرط اول $\quad x=0 \quad T=T_0$ یا $\theta=\theta_0=(T_0-T_\infty)$

شرط دوم
$$\begin{cases} x=\infty & T=T_\infty \text{ یا } \theta=0 \\ x=L & -k\dfrac{dT}{dx}=0 \text{ یا } \dfrac{d\theta}{dx}=0 \\ x=L & -k\dfrac{d\theta}{dx}=h\theta \end{cases}$$

حالت تام فین عایق = انتهای Fin سطح مقطع بسیار کوچک داشته باشد

جواب معادله : $\theta = c_1 e^{mx} + c_2 e^{-mx}$

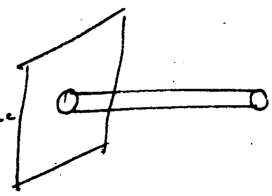
در حالت اوّل : $\theta = \theta_0 e^{-mx}$ رعفظ شود.

در حالت دوم : $\dfrac{\theta}{\theta_0} = \dfrac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)}$

در حالت سوم : $\dfrac{\theta}{\theta_0} = \dfrac{\cosh m(L-x) + \frac{h}{mk}\sinh m(L-x)}{\cosh mL + \frac{h}{mk}\sinh mL}$

محاسبه انتقال حرارت از Fin :

$q = -k \dfrac{dT}{dx}\Big|_{x=0}$ $\quad q = -kA\dfrac{dT}{dx}\Big|_{x=0}$



$dQ = hp\,dx\,(T - T_\infty)$

$Q = \int_0^l hp(T - T_\infty)\,dx$ برای حالت سوم اصلاح می‌کند (ازلحاظ تئوری) . چون در انتهای فین نیز حرارت منتقل می‌شود.

راندمان فین : $\eta = \dfrac{\text{انتقال حرارت واقعی از فین}}{\text{" " وقتی تمام فین در دمای } T_0 \text{ باشد}}$ efficiency

چه موقع راندمان Fin زیاد می‌شود؟ وقتی که $mL \to 0$ آنگاه $\eta \to 1$

یا $m \to 0$ یا $L \to 0$ که $m = \sqrt{\dfrac{hP}{KA}}$

(h کوچک ، یا K بزرگ و ...)

پس چرا Fin نداریم :

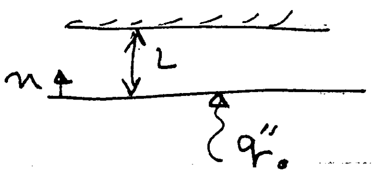
راندمان بیانگر خوب یا بد بودن فین از لحاظ اقتصادی نیست . مقایسه فین با فین ایده‌آل .

Performance : $\varepsilon = \dfrac{\text{میزان انتقال حرارت از Fin تماس}}{\text{انتقال حرارت بدون حضور فین}}$: انتقال حرارت را نسبت به حالتی که Fin حضور ندارد می‌سنجد .

$$\varepsilon = \eta \frac{\text{Fin سطح جانبی}}{\text{Fin سطح مقطع}}$$

- انتقال حرارت ناپایدار
- مفهوم ضریب شکل
- محاسبات عددی و ارتباط با انتقال حرارت.

مسئله ۱)



T_i دمای اولیه

$\tau = 0 \quad T = T_i$

$x = 0 \quad q''_0 = k\frac{\partial T}{\partial x}$

$x = L \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial \tau}$$

$\tau = 0 \quad T = T_i$

$x = 0 \quad q''_0 = -k\frac{\partial T}{\partial x}$

$x = L \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$

$\tau = 0 \quad T = T_i$

$x = 0 \quad T = T_0$

$x = L \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q'''}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial \tau}$$

$\tau = 0 \quad T = T_i$

$x = 0 \quad q''_0 = -k\frac{\partial T}{\partial x}$

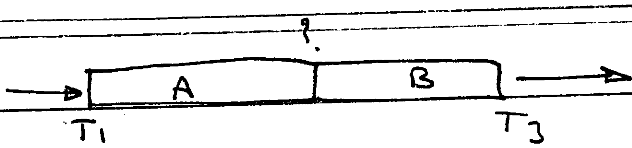
$x = L \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$

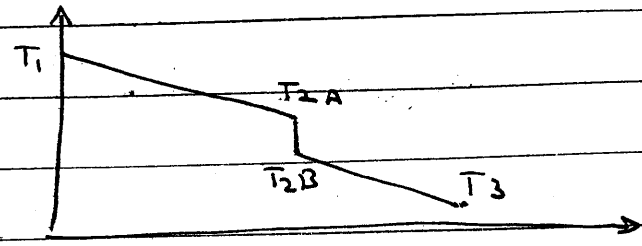
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q'''}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial \tau}$$

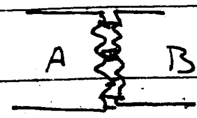
اگر q مخالف جهت محور: $q = kA\frac{\partial T}{\partial x}$

اگر q هم جهت محور: $q = -kA\frac{\partial T}{\partial x}$

مقاومت اتصال :







$$Q=\frac{T_1-T_3}{\frac{\Delta x}{k_1A_A}+\frac{\Delta x_B}{k_2A_B}+\frac{1}{hA}}$$

مقاومت اتصال .

$\frac{1}{hA}$ = f (جنس A و B و h و اندازه حباب‌های هوا) اتصال

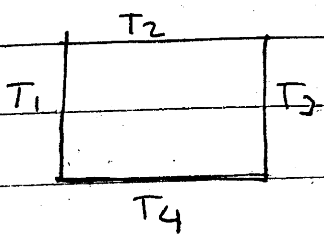
/ مقاومت : (برای شکل فقط نوشته می‌شود) . نه اینکه جابجایی باشد .

$\boxed{\text{بلمه متخلخل :}}$ → k = k (جنس بلمه ، وزن مخصوص ماده متخلخل)

انتقال حرارت در سیستم‌های دو بعدی :

(حالت پایدار) کارتزین :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$$



حل : تکنیک جداسازی متغیرها .

ضریب شکلی :

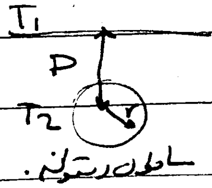
$$Q=\frac{\Delta T}{R}\qquad Q=UA\Delta T_{LMTD}$$

برای انتقال حرارت بین دو سطح ایزوترم :

$\boxed{Q=KS\Delta T}$ ضریب شکلی

در این مسئله‌ها قدیم Q را این‌گونه بنویسیم

سال ۸۸ (تست ۲۱)



لوله در زمین .

d عمق

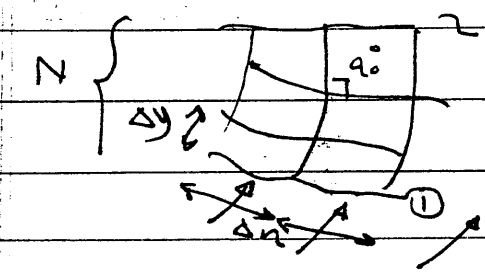
(در زمین) دو استوانه مدفون $S=\frac{2\pi L}{\ln\frac{2D}{r}}$

جواب‌ها :

$$q=\frac{\cancel{2\pi}\ln\frac{2D}{r}}{2\pi kL}(T_1-T_2)\qquad q=\frac{2\pi L}{\ln\frac{2D}{r}}k(T_1-T_2)\ \checkmark$$

$$q=\frac{k\ln\left(\frac{2D}{r}\right)}{2\pi kL}(T_1-T_2)\qquad q=\frac{2\pi L}{k\ln\frac{2D}{r}}(T_1-T_2)$$

روش ترسیمی محاسبه انتقال حرارت :



تقسیم بندی : با دو شرط: * انتقال حرارت عمود بر سطح

~~خطوط~~

* خطوط ایزوترم عمود بر خطوط انتقال حرارت .

$$Q_1 = K(\Delta x)\underset{\text{عمق}}{w}\,\frac{\Delta T_1}{\Delta y}$$

کل $\Delta T = N \Delta T_1$ $\qquad \Delta x = \Delta y$

کل $Q = M Q_1$

کل $Q = \frac{M}{N}(w) K \Delta T$

$Q = S K \Delta T$ ← ضریب شکل

$\boxed{\text{بعد } S = \text{طول}}$

توجه: در کتاب $w = 1$ در نظر گرفته شده در مورد تعیین بعد این مطلب در نظر گرفته شود.

حل عددی مسائل انتقال حرارت :

روش تفاضل محدود Finite Difference :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot q}{K} = 0$$

$i-1 \quad i-\tfrac{1}{2} \quad i \quad i+\tfrac{1}{2} \quad i+1$

* نقطه $i+\frac{1}{2}$ نقطه کمکی (در شبکه وجود ندارد).

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_i = \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\Delta x}$$ تفاضل محدود مرکزی

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{i+1/2} = \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x}$$

توجه: در مشتق اول از $i+\frac{1}{2}$ استفاده نمی‌شود ولی در مشتق دوم ممکن است استفاده شود.

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{i-1/2} = \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x}$$

$$\left.\frac{d^2T}{dx^2}\right|_i = \frac{d}{dx}\left(\frac{dT}{dx}\right) = \frac{\left.\frac{dT}{dx}\right|_{i+1/2} - \left.\frac{dT}{dx}\right|_{i-1/2}}{\Delta x}$$

"حفظ شود"

$$\boxed{\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{\Delta x^2}}$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

$$\frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{\Delta x^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

مثلا" داخل میله

$$T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1} + \frac{\dot{q}\,\Delta x^2}{k} = 0$$

*) اگر $\dot{q} = 0$ باشد هر نقطه میانی متوسط دو نقطه قبل و بعد است. (داخل جسم)

حالت دو بعدی :

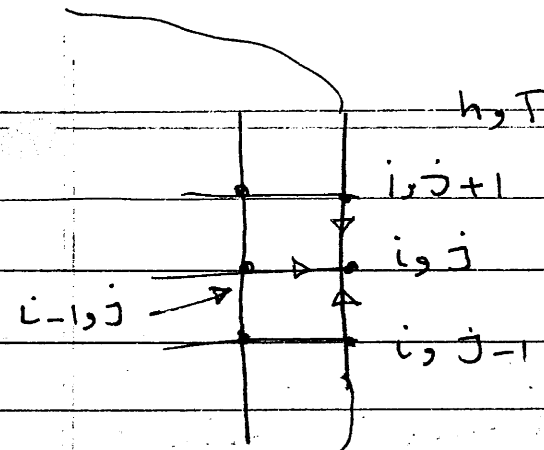
$$\frac{\partial^2T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2T}{\partial y^2} + \dot{q}/k = 0$$

$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} + \dot{q}/k = 0$$

اگر $\Delta x = \Delta y$:

$$T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} + \dot{q}/k\,\Delta x^2 = 0$$

اگر $\dot{q} = 0$: هر نقطه وسط شبکه متوسط چهار نقطه اطراف است.



$$\sum q = 0$$

وارد شده به یک نقطه (برون در نظر گرفتن هیچ گونه جهت، هم را ورودی به نقطه بگیرید).

انتقال از گره های در یک راستا.

جسم جامد

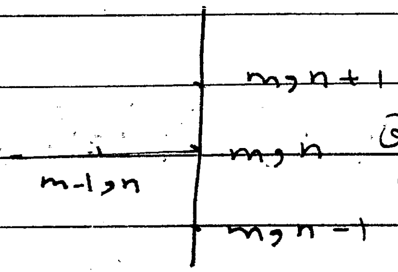
$$\sum q = k\frac{T_{i-1,j}-T_{i,j}}{\Delta x}\Delta y + k\frac{T_{i,j+1}-T_{i,j}}{\Delta y}\frac{\Delta x}{2}$$

توجه: برای ثابت: i,j
½ سطح در راستای انتقال وارد: $\frac{\Delta y}{2}$

$$+k\frac{T_{i,j-1}-T_{i,j}}{\Delta y}\cdot\frac{\Delta x}{2} +$$

$$h\,\Delta y\,(T_\infty - T_{i,j}) = 0$$

مثال ۸۳)



عایق بندی

$$\sum q = k\frac{T_{m-1,n}-T_{m,n}}{\Delta x}\Delta y +$$

$$k\frac{T_{m,n+1}-T_{m,n}}{\Delta y}\frac{\Delta x}{2} + k\frac{T_{m,n-1}-T_{m,n}}{\Delta y}\frac{\Delta x}{2}$$

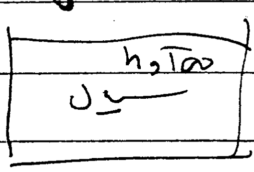
$$= 0$$

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + 2T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0$$

ظرفیت حرارتی متمرکز: Lumped Heat Capacity:

(فرض می شود که دمای کلیه نقاط جسم یکسان است)

گلوله T_i دمای اولیه



$$0 - hA(T_E - T_\infty) = \frac{dE}{dt}$$

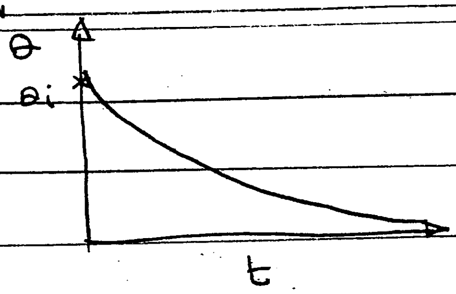
$$E = \rho c V T$$

$$\rho c V\frac{dT}{dt} = -hA(T - T_\infty)$$

$$\theta = T - T_\infty \longrightarrow$$

$$\theta = \theta_0\, e^{-t/\tau}$$

$T_i - T_\infty = \theta_i$



$t \to \infty \to \theta = 0$

$T = T_\infty$

بیانگر مقاومت داخل جسم : $\tau = \frac{\rho c V}{hA}$ ثابت زمانی

(توانایی انباشت حرارت داخلی)

نسبت به توان انتقال حرارت به شکل جابجایی .

یک دیواره از دو طرف انتقال حرارت دارد اگر یک طرف را عایق کنیم τ دو برابر می‌شود .

$A \to A/2$.

توجه : $t = \tau$ $\theta = 0.37\theta_i$. (حفظ شود)

$t = 2\tau$ $\theta = .14\theta_i$

$t = 3\tau$ $\theta = 0.05\theta_i$

سال ۷۶ یک ترمومتر با ثابت زمانی 6.6 S موجود می‌باشد . کدام عبارت در مورد این ترمومتر صحیح است :

* فقط جهت ثبت تغییرات دمای با پریود کمتر از 7S مناسب است .
* این ترمومتر بعد از 7 ثانیه دمای واقعی سیال را نشان می‌دهد .
* " " " " تغییرات دما ندارد .
* این ترمومتر جهت ثبت تغییرات دمای با پریود کمتر از 7 ثانیه مناسب نمی‌باشد . ✓

برای ترمومتر سعی می‌کنند τ را به عبارت دیگر جرم کمتری داشته باشد تا سریع پاسخ دهد و دمای خودش روی دمای سیال دیگر تأثیر نمی‌گذارد .

محاسبات عددی در مسائل unsteady :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

از زمان j

حالت اول :
$$\frac{T_{i+1}^{j} - 2T_i^{j} + T_{i-1}^{j}}{\Delta x^2} = \frac{1}{\alpha}\,\frac{T_i^{j+1} - T_i^{j}}{\Delta t}$$

از دو نقطه پیشرو استفاده شود و از عقب استفاده نگردد.

روش صریح یا Explicit

حالت دوم :
$$\frac{T_{i+1}^{j+1} - 2T_i^{j+1} + T_{i-1}^{j+1}}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{\alpha}\,\frac{T_i^{j+1} - T_i^{j}}{\Delta t}$$

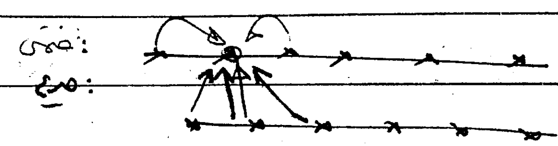
روش ضمنی یا Implicit

نتیجه:
~~اطلاعات هر نقطه در زمان بعد~~
صریح :
ضمنی : اطلاعات هر نقطه زمان بعد از روی زمان قبل.

صریح : ساده در محاسبات ضعف : احتیاج به معیار پایداری دارد.

ضمنی : پیچیده در محاسبات (حل n معادله، n مجهول) ← همواره پایدار است.

برای صریح : (۱D) در حالت یک بعدی : $\frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2}$

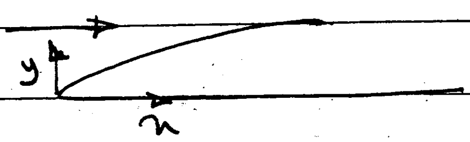


در حالت دو بعدی : (معیار پایداری) : $\frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{4}$

سه بعدی " " : $\frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{6}$

انتقال حرارت جابجایی:

رابطه اساسی محاسبه ضریب انتقال حرارت جابجایی:



در فصل مشترک سیال و جسم انتقال حرارت از لایه اول به بعد → جابجایی

در سیال چسبیده به سطح → جابجایی

جابجایی = هدایت سیال چسبیده به سطح جامد

$$-k \frac{dT}{dy}\Big|_{y=0} = h(T_w - T_\infty)$$

رابطه اساسی: ←

$$\boxed{h = \frac{-k \frac{dT}{dy}\big|_{y=0}}{T_w - T_\infty}}$$

مشکل: گرادیان دما.

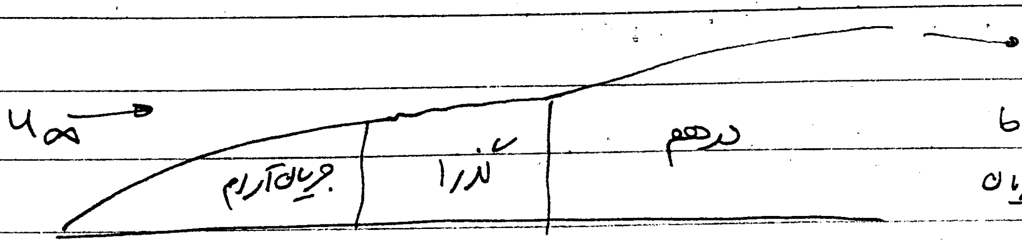
برای بدست آوردن h:

معادله انرژی $u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

معادله مومنتوم در جهت x $u \frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

پیوستگی $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$

برای بدست آوردن گرادیان دما این معادلات را باید حل کنیم

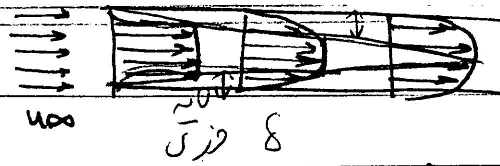


از به هم پیوستن نقاطی که در آن نقاط سرعت ۹۹٪ سرعت جریان آزاد است.

اهمیت لایه مرزی: تمامی پدیده‌های انتقال در داخل لایه مرزی شکل می‌گیرد خارج لایه هیچ کدام از پدیده‌ها را نداریم.

$$Re = \frac{\rho u x}{\mu}$$ نسبت نیروی اینرسی به نیروهای ویسکوز

شرط آرام بودن جریان در صفحه $< 5*10^5$



مفهوم توسعه یافتگی در لوله‌ها: لایه مرزی تمام سطح مقطع لوله را اشغال کرده.

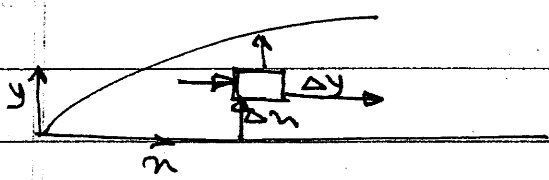
شرط آرام بودن $Re<2300$

مفهوم توسعه یافتگی در صفحه: نداریم.

$$Re=\frac{\rho u D}{\mu}$$

اول و آخر لوله فرقی ندارد
ولی در صفحه متغیر است.

معادله پیوستگی:



معادلات اساسی در انتقال حرارت جابجایی:

فرضیات:

1) سیال نیوتنی، غیرقابل تراکم، دارای خواص فیزیکی ثابت

جریان پایدار، Steady state

معادله پیوستگی:

$\rho u A$ (عمق از طرفین ساده می‌شود)

$$\rho u \Delta y\big|_x-\rho u \Delta y\big|_{x+\Delta x}+\rho v \Delta x\big|_y-\rho v \Delta x\big|_{y+\Delta y}=0$$

تقسیم بر Δy و Δx:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)=0$$

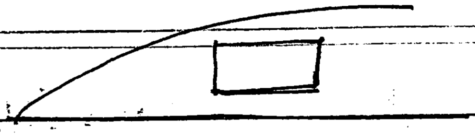
میل دادن Δx و Δy به سمت صفر

چون سیال غیرقابل تراکم ناپذیر است:

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0}$$

حفظ شود

اولین معادله در کنترل سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد.



مومنتوم: کمیت برداری.

$$\rho u \Delta y\, u\big|_x - \rho u \Delta y\, u\big|_{x+\Delta x} +$$

$$\rho v \Delta x\, u\big|_y - \rho v \Delta x\, u\big|_{y+\Delta y} +$$

$$\left(-\mu \Delta x \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_y\right) - \left(-\mu \Delta x \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y+\Delta y}\right) +$$

$$+ P \Delta y\big|_x - P \Delta y\big|_{x+\Delta x} = 0$$

$$\boxed{u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}}$$

یادآوری:

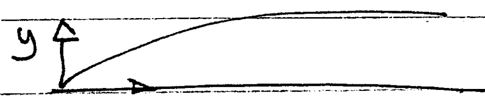
توجه: در معادلات‌ها اگر k ها ثابت باشند ترتیب هیچ فرقی ندارد.

(انحصار اول و دوم) ولی اگر k تابعیت از دما داشته باشد چنین k قرار می‌گیرد که با افزایش دما، کاهش یابد.

برای بدست آوردن پروفایل سرعت: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

راه اول: روش ترکیب متغیرها

راه دوم: روش تقریبی انتگرال. $u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}$



* از فشار هیدرواستاتیکی صرف نظر شود: $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$

با نوشتن معادله برنولی بین هر دو نقطه جریان آزاد: $\frac{P}{\rho} + \frac{u_\infty^2}{2} =$ مقدار ثابت

با مشتق نسبت x: $\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + 2u_\infty\frac{\partial u_\infty}{\partial x} = 0$

چون $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$ و $\frac{du_\infty}{dx} = \frac{\partial u_\infty}{\partial x}$ می‌توان از این رابطه نتیجه گرفت.

$$u_\infty\frac{\partial u_\infty}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}$$

اگر $\frac{\partial u_\infty}{\partial x} = 0$ یا $u_\infty \neq u_\infty(x) \Rightarrow \boxed{\frac{\partial P}{\partial x} = 0}$

با از روی معادله
$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

روی لایه مرزی $\Rightarrow$
$$u_\infty\frac{\partial u_\infty}{\partial x}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial p}{\partial x}=0}$$

حل معادله:
$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

فرض می‌شود که می‌توان از این معادله در راستای y انتگرال گرفت:

$$\int_0^\delta\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)dy=\int_0^\delta \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\,dy$$

معادله انتگرالی فون کارمن

حفظ شود
$$\boxed{\frac{d}{dx}\int_0^\delta u(u-u_\infty)\,dy=-\nu\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}}$$

این معادله دیفرانسیل فقط تابعیت x را نشان می‌دهد:

$u=u(x,y)$

برای بدست آوردن تابعیت y فرض می‌شود:

(تابعیت x بطور ضمنی در $a_0, a_1, a_2, \dots$ لحاظ شده است)
$$u=a_0+a_1y+a_2y^2+a_3y^3$$

$$\begin{cases} y=0 & u=0\\ y=\delta & u=u_\infty\\ y=\delta & \dfrac{\partial u}{\partial y}=0\\ y=0 & \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0 \end{cases}$$

(* شرط چهارم نیز مهم است
معادله‌های دیگر هم استفاده
می‌شود

از روی معادله
$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$
چون u و v صفر است.

از
$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$y=0 \qquad \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

تابعیت u با y ← $\boxed{\dfrac{u}{u_\infty} = \dfrac{3}{2}\dfrac{y}{\delta} - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{y}{\delta}\right)^3}$ (II)

معادلهٔ II در معادله انتگرالی ون‌کارمن یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول داریم که با شرط زیر حل می‌گردد:

$$\frac{d\delta}{dx} = \ldots$$

$$x=0 \quad \delta=0$$

با حل داریم:

تابعیت δ با x حفظ شود ← $\boxed{\dfrac{\delta}{x} = \dfrac{4.64}{\sqrt{Re_x}}}$ (I) → رابطه ضخامت لایه مرزی مومنتم روی صفحه

حل دقیق $5 \to 4.64$

خلاصه: در این قسمت یک معادله انتگرالی، یک رابطه $\frac{u}{u_\infty}$ و یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول که با حل آن ضخامت لایه مرزی.

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \longrightarrow u = u(x, y)$$

تابعیت u با y و x ← I و II

از معادله I با قرار دادن x، δ بدست می‌آید

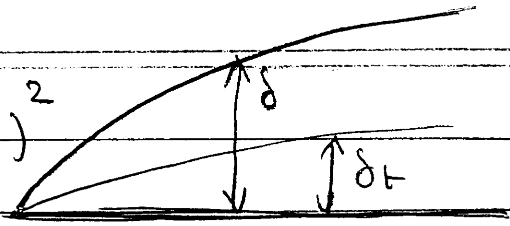
و از معادله II با قرار دادن δ و y، u بدست می‌آید.

تست: اگر سرعت روی صفحه دو برابر شود ضخامت لایه مرزی چگونه تغییر می‌کند؟ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ برابر می‌گردد.

$$\delta \sim \frac{1}{\sqrt{\rho}}, \frac{1}{\sqrt{u}}, \sqrt{\mu}, \sqrt{x}$$

ما به دنبال پروفایل سرعت بودیم با قرار دادن رابطه $\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{Re_x}}$ در معادله II پروفایل سرعت بدست می‌آید.

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\mu}{\rho c}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$



استهلاک ناشی از نیروهای ویسکوز ← وقتی اهمیت دارد که با سرعت بالا یا شدید ویسکوزیته

یعنی حرارتی که بواسطه اصطکاک لایه ها ایجاد می گردد ← در سیالات پیوسته لخت دیده می شود.

چه موقع انرژی ناشی از استهلاک ویسکوزیته اهمیت دارد:

آنالیز هم بزرگی: order of Magnitude Analysis : هر پارامتر به شکل مرتبه ای بیان می شوند

با این اپراتورها کاری نداریم:

$$\alpha\frac{T}{\delta^2} \gg \frac{\mu}{\rho c}\frac{u_\infty^2}{\delta^2}$$

با ساده کردن داریم:

$$\frac{\nu}{\alpha}\frac{u_\infty^2}{c_p T} \ll 1$$

$$Pr\,\frac{u_\infty^2}{c_p T} \ll 1$$

Pr: نسبت نفوذ مومنتم به نفوذ حرارت.

برای گازهای تک اتمی Pr: $2/3$

〃 〃 دو اتمی $5/7$

برای سایر گازها بیشتر است.

برای مایعات معمولی Pr: $1 - 10$

هیدروکربن ها (روغن ها) تا 10^5

فلزات مذاب : $.01$

با صرف نظر از اصطکاک:

$$\boxed{u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}}$$

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_t}(T_\infty-T)\,u\,dy=\alpha\frac{dT}{dy}\Big|_{y=0} \qquad \mathrm{I}$$

$$T=T(x,y)$$

مشتقی تابعیت y را در نظر می‌گیریم:

$$T=a_0+a_1y+a_2y^2+a_3y^3$$

$$\begin{cases} y=0 & T=T_w \\ y=\delta_t & T=T_\infty \\ y=\delta_t & \frac{\partial T}{\partial y}=0 \\ y=0 & \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0 \end{cases}$$

چون v و u صفر است:

* اگر معادله کامل بود $\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=-\frac{\mu}{\rho c}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$

$$\boxed{\frac{\theta}{\theta_\infty}=\frac{T-T_w}{T_\infty-T_w}=\frac{3}{2}\frac{y}{\delta_t}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3} \qquad \mathrm{II}$$

توجه: لایه مرزی حرارتی از همان معادله‌ای که $\frac{\theta}{\theta_\infty}=$ a.a است بدست می‌آید.

رابطه II را در رابطه I قرار می‌دهیم یک معادله دیفرانسیل داریم.

با تغییر متغیر $\frac{\delta_t}{\delta}=\xi$ یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول به این شکل بدست می‌آید با حل داریم:

* فرضیات حل معادله دیفرانسیل:

فرض ۱) $\xi<1$

۲) و از جملاتی که توان بالاتر از مرتبه دوم ξ صرف نظر کردیم (مثلا از ξ^4 صرف نظر کنیم).

شرط استفاده از این معادله $\leftarrow$ $\boxed{\frac{\delta_t}{\delta}=\frac{1}{1.026}Pr^{-1/3}}$

$Pr>0.7$

با قرار دادن این رابطه در معادله II در حقیقت پروفایل دما را بدست آورده‌ایم.

* برای این فرض $Pr>0.7$ باید باشد.

$Pr=0.7 \longrightarrow$ ضخامت لایه مرزی‌ها یکسان.

حال پروفیل دما و سرعت را داریم. با قرار دادن در معادله اساسی:

$$h = \frac{-k \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{T_w - T_\infty}$$

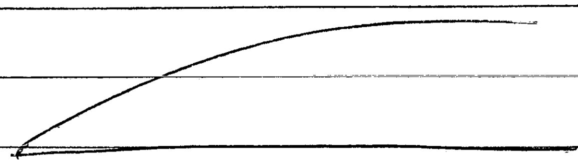
حفظ شود.

$$\boxed{Nu_x = \frac{hx}{k} = 0.332\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}}$$

رابطه انتقال حرارت کنوکسیونی بر روی صفحه در جریان آرام.

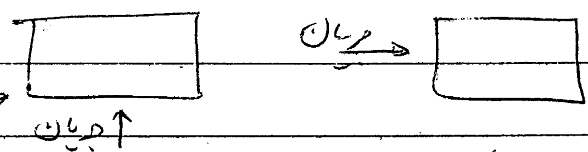
$$\Rightarrow h_x \sim x^{-1/2}$$

با افزایش x، مقدار h کاهش می‌یابد

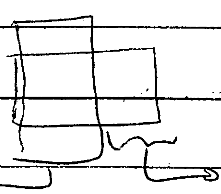


h چنین لازم برای رابطه بین دیواره و T_∞ با افزایش فاصله دیگر بین T_∞ و دیواره کمتر، h کاهش می‌یابد.

تست) کدام حالت انتقال حرارت بیشتر است؟



دو صفحه را روی هم بگذاریم:



در این قسمت صفحه دوم h دارد با مقدار کم

این صفحه h بزرگتر قطرش بیشتر دارد
(در سطح بزرگتر h بزرگ داریم.)

در این محدوده مقدار h دو صفحه برابر ولی مساحت صفحه جواب بیشتر است.

$$h_x \sim x^{-1/2}$$

اگر $h_x \sim x^{a}$

$$\Rightarrow \overline{h}_{x=\ell} =$$

$$\boxed{\overline{h}_{x=\ell} = \frac{1}{1+a} h_{x=L}}$$ حفظ شود

$$\boxed{\overline{h}_{x=\ell} = \frac{\int_0^{\ell} h_x dx}{\int_0^{\ell} dx}}$$

اگر $h_x \sim x^{-1/2}$

$$\Rightarrow \overline{h}_{x=L} = 2 h_{x=L}$$

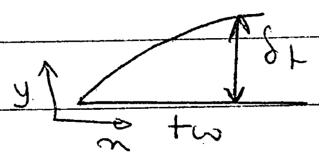
$$\overline{Nu}_{x=L} = 2 Nu_{x=L}$$

روابط برای h را می‌توان برای Nu هم براحتی استفاده کرد.

$Bi = \frac{hs}{k}$ → طول مشخصه $\qquad Nu = \frac{h\ell}{k}$ → طول مشخصه

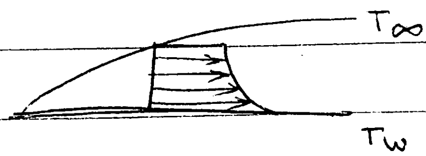
*) فرمول Nu ، k مربوط به سیال ولی در Bi ، k مربوط به جسم جامد است. و دو عدد از لحاظ مفهوم تفاوت دارند.

سؤال ۸۲)



1) $y=0 \quad T=0$ $\qquad$ 2) $y=\delta \quad T=T_\infty$

3) $y=\delta \quad \frac{\partial T}{\partial y}=0$ $\qquad$ 4) $y=0 \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$



چه وقت؟

$h_x = Cx^{-1/4}$ (سال ۸۰

$\overline{Nu}_{x=L} \overset{?}{=} Nu_{x=L}$

$? = 4/3$

سال ۱۷۹ :

$20^\circ C \rightarrow$ ——— 120

$20^\circ C \rightarrow$

انتقال حرارت از بالا بیشتر است یا پایین ؟

(از انتقال حرارت کنوکسیون آزاد صرف نظر شده)

اگر انتقال حرارت اجباری باشد سیستم تقارن دارد و هیچ فرقی ندارد .

ولی ~~چون همواره~~ در کنوکسیون آزاد ، انتقال حرارت از بالا بیشتر است .

چون همواره کنوکسیون آزاد هم داریم

اگر صفحه در حال سرد شدن باشد برعکس .

$Nu_x = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$.

صفحه ، کنوکسیون اجباری ، T_w ثابت .

اگر q ثابت : $Nu_x = 0.453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$. صفحه تخت .

یکی از آنالوژی های سیالات و حرارت : (تشبیه سازی : آنالوژی) .

آنالوژی Reynold's Colburn :

هدف در این قسمت ارتباط ضریب اصطکاک به ضریب انتقال حرارت (h) .

ضریب درگ : $\tau_w = C_{fx} \frac{\rho u_\infty^2}{2}$ (1)

(ضریب اصطکاک روی صفحه) .

$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$ I

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \qquad II$$

$$I \text{ و } II \Longrightarrow \tau_w = \frac{3}{2}\mu\frac{u_\infty}{\delta} \qquad ②$$

$$① \text{ و } ② \Rightarrow \boxed{\frac{C_{fx}}{2} = 0.323 Re_x^{-1/2}}$$ از شکاه سیالاتی

از شکاه حرارتی

$$Nu_x = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$\frac{Nu_x}{Re_x Pr} = 0.332 Re_x^{-1/2} Pr^{-2/3}$$

St

$$\boxed{St = \frac{h}{\rho C u_\infty}}$$

$$\boxed{St\, Pr^{2/3} = 0.332 Re_x^{-1/2}}$$

یک مقدار اختلاف وجود بین دو رابطه وجود دارد :

علت : چون برای حل از روش معادله انتگرالی استفاده شده اگر از روش دقیق استفاده می شد این اختلاف پیش نمی آمد.

$$\boxed{St\, Pr^{2/3} = C_{fx}/2}$$

یعنی با داشتن C_{fx} می توان h را تعیین کرد و برعکس

کاربرد : ۱) جریان آرام و درهم در صفحات

۲) جریان درهم در لوله

اثبات می شوند.

کاربرد ندارد : در جریان آرام در لوله.

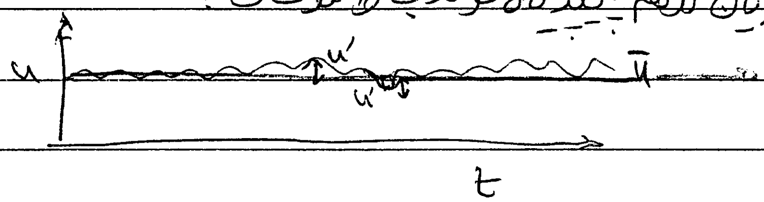
در مورد جریان درهم :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

این روابط برای جریان آرام برای جریان درهم هم صادق است.

ولی این روابط در جریان درهم پیچیده می‌شوند بخاطر نوسانات :



نوسانات توجه : جریان باید steady state باشد.

با قرار دادن $u = \bar{u} + u'$ در معادله روابط پیچیده می‌گردد.

جریان درهم از آنالوژی رینولدز کالبرن استفاده می‌کنیم چون در مورد C_f اطلاعات خوبی داریم مثل :

$$C_{fx} = 0.0592\, Re_x^{-1/5} \qquad 5\times10^5 < Re < 10^7$$

شکل پروفایل سرعت جریان درهم روی صفحه :

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}$$

سؤال سال ۸۲ این رابطه پرسیده شده.

$$\delta \sim Re_x^{-1/5}$$

جریان درهم روی صفحه.

انتقال حرارت در داخل لوله:

* اگر جریان توسعه یافته حرارتی باشد جریان آرام و هم درهم h در طول لوله مقداری ثابت است.

شرط توسعه یافتگی حرارتی لوله ها:

$$\theta = \frac{T - T_w}{T_m - T_w}$$

دمای متوسط

$$\theta = \theta(r, x)$$

اگر

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$$

جریان را توسعه یافته حرارتی گویند.

یا $\theta = \theta(r)$

(سال ۸۳)

T_m دمای متوسط در هر سطح مقطع

$$T = T(r, x)$$

سال ۸۳، ۸۶) شرط توسعه یافتگی جریان حرارتی برای حرکت سیال داخل لوله برای دمای دیواره ثابت و شار حرارتی ثابت چیست؟

۱) $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_w - T}{T_b - T}\right) = 0$

۲) $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_w - T}{T_w - T_b}\right) = 0$ ✓ T_b ، T_m

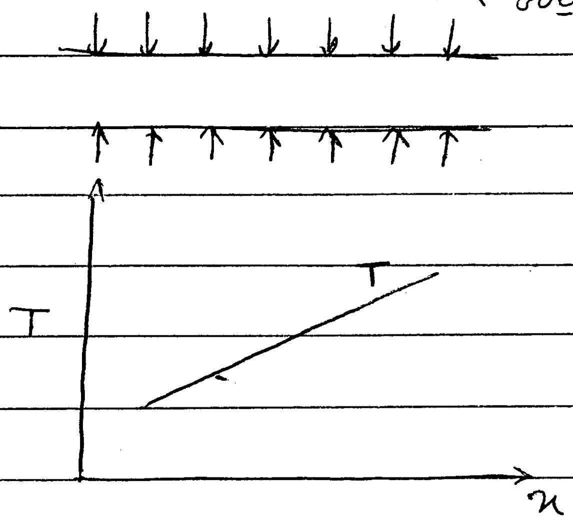
۳) دیواره ثابت $\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_w - T}{T_w - T_b}\right) = 0$ ، و شار ثابت $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$

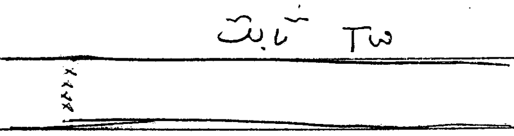
۴) برای دمای ثابت $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_w - T}{T_b - T}\right) = 0$ ، و شار ثابت $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$

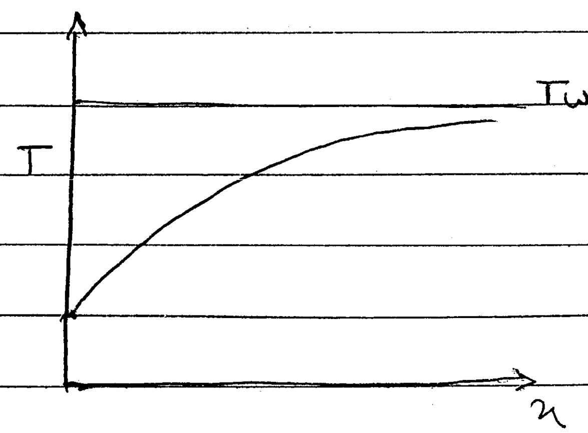
انتقال حرارت در داخل لوله‌ها با جریان آرام: (حرارتی و سیالاتی کاملاً توسعه یافته) q_w

q_w ثابت.

T_w ثابت.







مثال T_w ثابت: تغییر فاز.

q_w ثابت: یک المان حرارتی که یک مقدار معین انرژی الکتریکی را به انرژی حرارتی تبدیل می‌نماید.

چون سرعت v نداریم.

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial r}=\alpha\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

معادله لایه مرزی که در مختصات استوانه‌ای نوشته شده.

لایه مرزی روی صفحه $$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

از موازنه انرژی در داخل لوله: (موازنه برای یک رینگ)

$$u\frac{\partial T}{\partial x}=\alpha\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

لایه مرزی داخل لوله جریان کامل توسعه یافته.

5

۱) هدایت در جهت شعاعی

۲) انتقال در جهت محوری. (هدایت در جهت محوری داریم ولی صرف نظر می‌کنیم).

عدد پکلت : Pe

$$Pe = Re . Pr = \frac{\rho u D}{\mu} . \frac{\mu / \rho}{k / \rho c} = \frac{\rho u D c}{k}$$

نسبت انتقال انرژی به هدایت

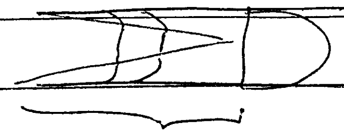
اگر Pe بزرگ باشد می‌توان از هدایت در جهت محوری صرف نظر کنیم.

$u \neq u(x)$ جریان توسعه یافته.

در سیالات : جریان توسعه یافته $\frac{x_m}{D} = 0.03 Re$: جریان آرام

منتجم

D: قطر لوله.



x

در حرارت ; $\frac{x_t}{D} = 0.03 Re Pr$ جریان آرام داخل لوله

توسعه یافته حرارتی.

$$\boxed{\frac{x_t}{x_m} = Pr}$$

برای حل معادله : $u \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right)$

جهت + ; $r = R \qquad q_w = k \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R}$

* چون انتقال حرارت خلاف جهت محور است

بعلت تقارن ; $r = 0 \qquad \frac{dT}{dr} = 0$

$$\boxed{\text{اگر } q_w \text{ ثابت باشد : } \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_w}{\partial x} = \frac{\partial T_m}{\partial x} = \text{Constant}}$$

متوسط یا بالک

علت :

$$q_w = h (T_w - T_b)$$

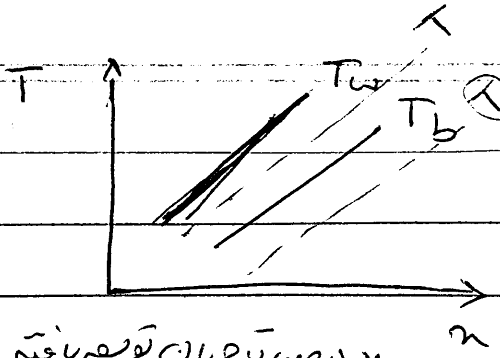
$$\frac{dq_w}{dx} = 0 = \frac{\partial T_w}{\partial x} - \frac{\partial T_b}{\partial x}$$

ثابت $= \frac{\partial h}{\partial x}$.

$$\Rightarrow \frac{\partial T_w}{\partial x} = \frac{\partial T_b}{\partial x} \quad ①$$

$$\theta = \frac{T_w - T}{T_w - T_b} \; ; \quad T_w - T = \theta (T_w - T_b)$$

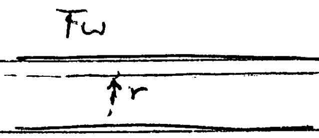
$$\frac{\partial T_w}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x} = \theta \left(\frac{\partial T_w}{\partial x} - \frac{\partial T_b}{\partial x} \right) \overset{=0}{\Rightarrow} \frac{\partial T_w}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} \quad ②$$



آ: داخل لوله: q_w ؛ تغییرات T_b ، T_w

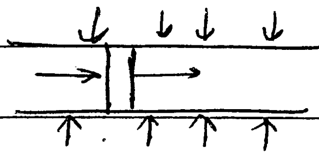
دو خط با شیب یکسان

به این صورت جریان توسعه یافته خطی است.



در این r دما با x به صورت خطی تغییر می‌نماید.

برای اثبات برابر بودن با مقدار ثابت:



موازنه:

$$\rho u_m c T_b\big|_x - \rho u_m c T_b\big|_{x+\Delta x} = q_w (P\Delta x)$$

$$\rho u_m c \frac{dT_b}{dx} = q_w P \Rightarrow \frac{dT_b}{dx} = cte$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

به جای u پروفیل سرعت قرار داده:

$u = 2u_m\left(1-(r/R)^2\right)$

شرایط مرزی

و .....

(اثبات در کتاب هست.)

$$\boxed{Nu = \frac{hD}{k} = 4.36}$$

در جریان آرام داخل لوله - (جریان توسعه یافته حرارتی و سیالاتی) : Nu مقدار ثابت و

$h = h(D, K)$

حالت ۲) T_w = ثابت

معادله همان است:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

$\frac{\partial T}{\partial x}$ در این حالت ثابت نیست.
از روش تکراری استفاده می‌گردد.

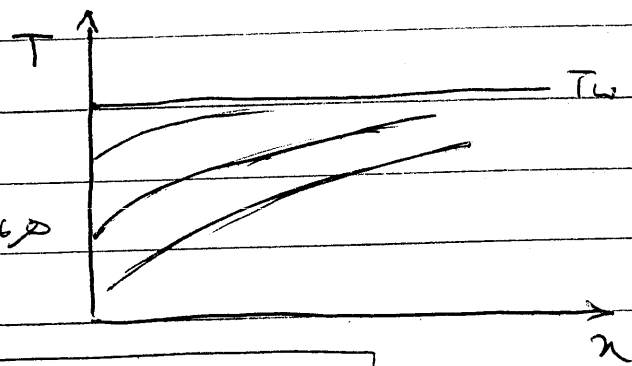
$$\begin{cases} r = R & T = T_w \\ r = 0 & \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \end{cases}$$

(حتی در کتاب هم به خاطر وقت گیر بودن حل نمی‌گردد)

$$\boxed{Nu = \frac{hD}{k} = 3.66}$$

در حالت T_w ثابت.

$$h = h(D, K)$$

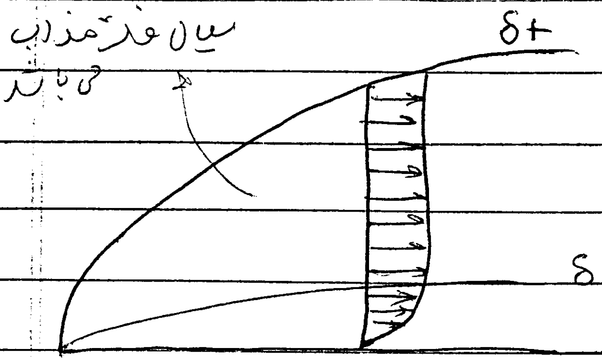


هر نمودار در یک r.

$$\boxed{T_b = \frac{\int_0^R \rho u c T \, 2\pi r \, dr}{\int_0^R \rho u c \, 2\pi r \, dr}}$$

این رابطه نیز حفظ شود: $T - T_c = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial x}\frac{u_0 r_0^2}{4}\left(\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{r}{r_0}\right)^4\right)$: پروفیل دما
در q_w ثابت.

انتقال حرارت فلزات مذاب:



جریان آرام فلز مذاب از روی صفحه:

$Pr \sim 0.01$

ساده سازی:

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_t}(T_\infty - T)u = \alpha \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=0}$$

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

$$\frac{d}{dx}\left(\int_0^{\delta} \quad + \int_{\delta}^{\delta_t} u_\infty\right) = \ldots$$

جهت ساده سازی: (u را ثابت فرض می‌کنیم) (چون δ مقدار ثابتی می‌باشد).

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_t}(T_\infty - T)u_\infty = \alpha \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=0} \quad \text{II}$$

* روش حل مثل سابق. معادله I را در II وارد می‌کنیم.

$$\frac{\theta}{\theta_\infty} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3 \quad \text{I}$$

*) در الکترونیک هم است از پروفیل صرف نظر می‌گردد (در الکترونیک plug) ولی اگر پروفیل سرعت را در نظر بگیریم هیچ پدیده‌ای اتفاق نمی‌افتد.

حفظ شوند: $Nu_x = 0.53 Pe^{1/2}$ همان بالایی . $\boxed{Pe = Re \cdot Pr}$

از این معادله بدست آید ← $\boxed{\frac{\delta}{\delta_t} = 1.64\sqrt{Pr}}$ ؛ $Pr \sim 0.01 \Rightarrow \frac{\delta}{\delta_t} = 0.16$

(از قبل داشتیم) $\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{Re_x}}$

روابط تجربی در انتقال حرارت جابجایی:

$$Nu = A\,Re^{n}\,Pr^{y}$$ کنوکسیون اجباری.

Nu	Re	Pr
–	–	–
–	–	–
–	–	–

$\longrightarrow \underbrace{A, n, y}_{\text{Regression}}$

انتقال حرارت جریان درهم (توسعه یافته) داخل لوله:

حفظ شوند:

Dittus-Boelter:

$$Nu = 0.023\,Re^{0.8}\,Pr^{n}$$

$n = 0.4$ برای حرارت دادن

$n = 0.3$ برای سرد کردن

سؤال: اگر سرعت دو برابر یا قطر لوله دو برابر یا ... ، Nu چگونه تغییر می‌نماید.

انتقال حرارت جریان درهم (توسعه یافته) داخل لوله، (اثر تغییرات ویسکوزیته بالا)

Sieder & Tate: $$Nu = 0.027\,Re^{0.8}\,Pr^{0.3}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14}$$

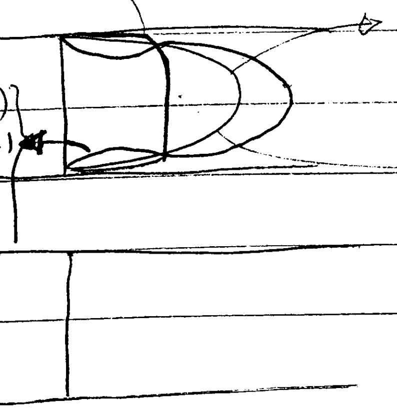
μ: توده جریان.

$\mu > \mu_w \Leftarrow$ دما لوله بیشتر است

$\frac{\mu}{\mu_w} > 1$

* از این رابطه معمولاً در سیالات پلیمری استفاده می‌گردد.

کاهش تنش
⇑
(کاهش μ و ∇u)
کاهش ویسکوزیته
حرارت دادن مایع
سرد کردن گاز

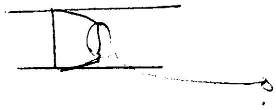


(افزایش تنش)
افزایش ویسکوزیته
$\uparrow \nabla u$
سرد کردن مایع
گرم کردن گاز

تغییرات ویسکوزیته با دما نداریم: نیم پروفایل
برای آرام،

* سیالات همواره ویسکوزیته را ثابت فرض می‌کنیم.

* در درهم هم هیچ قسمت اصلاً صاف نیست.



* فقط در بینگهام پلاست فقط plug.

انتقال حرارت درحالتیکه جریان توسعه یافته نباشد : (آرام و درهم)

$\frac{x}{D} = 0.03\,Re$

$\frac{x_t}{D} = 0.03\,Re\,Pr$

$Nu = Nu(Re, Pr, \frac{x}{D})$

$Nu = Nu(Re, Pr, Gz)$

بیانگر اثرات توسعه نیافتگی.

$$Gz = \frac{Re \cdot Pr}{\frac{x}{D}}$$

این روابط حفظ شود : (در جدول)

جریان آرام درلوله‌ها با دمای دیواره ثابت جریان توسعه نیافته :

$$Nu = 3.66 + \frac{0.0668\,(Re\,Pr\,x/D)}{1 + 0.04\left(\frac{Re \cdot Pr}{x/D}\right)^{2/3}}$$

$x \to \infty$ — توسعه یافته → $Nu = 3.66$

* عدد Nu درجریان توسعه نیافته بزرگتر از چه عدد Nu درجریان توسعه یافته است.
* اگر $x \to \infty$ ، Nu توسعه نیافته ← Nu توسعه یافته.
* توسعه نیافتگی برای انتقال حرارت بهتر است.

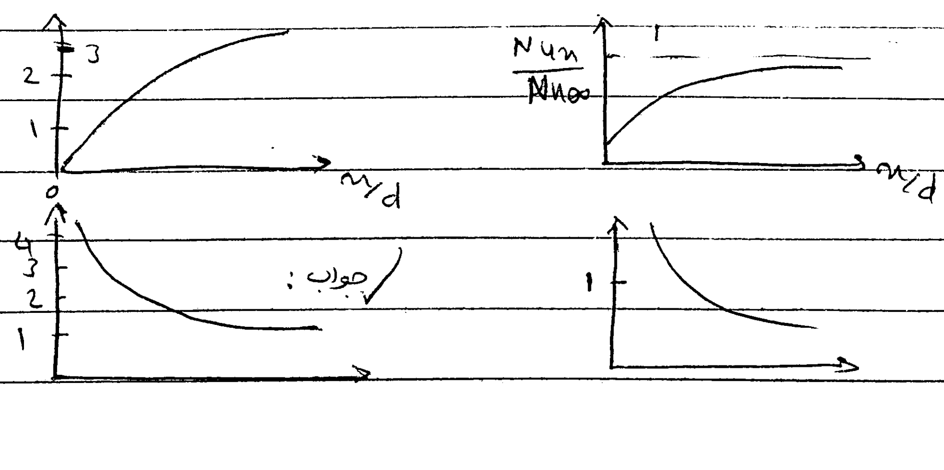
جریان درهم توسعه نیافته داخل لوله :

(حفظ شود) $Nu = 0.036\,Re^{0.8}\,Pr^{1/3}\left(\frac{d}{L}\right)$ $\quad 10 < \frac{L}{d} < 400$

* این رابطه درطولهای کم صادق است وگرنه درطول زیاد ∞ = Nu میگردد.

جریان آرام سیال در q ثابت

اگر Nu درهرفاصله‌ای ازورودی Nu_x بگیریم و Nu_∞ مربوط به حالت توسعه



تست)

روی صفحه :

$St.Pr^{2/3} = \frac{Cf_x}{2}$ ، در جریان آرام و در هم در صفحات و درهم درون لوله .

$$\boxed{St.Pr^{2/3} = \frac{f}{8}}$$

درون لوله (درهم)

تست: در لوله تغییرات ضریب اصطکاک دو برابر شود h چند برابر می شود:

$h \sim f$

$f \sim \Delta P$

* $h \sim \Delta P$: هر تغییری روی تغییرات ΔP متناسب با h به طور مستقیم.

برای سرعت :

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3}$$

این رابطه را در نظر بگیرید .

کدام یک از این شرط های مرزی جریان آرام روی صفحه کدام شرط صحیح نیست:

$y=\delta_t \quad T=T_\infty$ $\qquad$ $y=\delta_t \quad \frac{\partial T}{\partial y}=0$

$y=\delta_t \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$ ✓ $\qquad$ $y=0 \quad T=T_w$

$y=0$

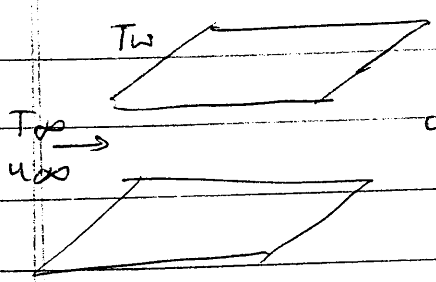
تست) آب در لوله ای با $Re=15000$ حرارت می یابد اگر دبی آب دو برابر گردد ، ضریب انتقال حرارت تقریبا در چه عددی ضرب می گردد .

سرعت دو برابر ← دو برابر Re

2 $\qquad$ 1.74 $\qquad$ 0.8 $\qquad$ 0.5

$Nu \sim Re^{0.8}$

تست) یک جریان کاملا توسعه یافته بین دو صفحه موازی بسیار بزرگ :



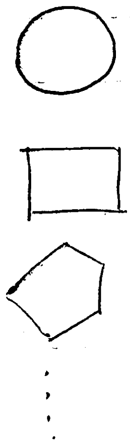
۱) سرعت ثابت و شکل مشخصات ندارد — پروفایل سرعت مشخص

۲) توزیع سرعت و دما در امتداد جریان تغییر می کند — توسعه یافته تغییر نمی کند ولی توزیع دما دارد

۳) توزیع سرعت در امتداد جریان تغییر نمی کند ✓

۴) توزیع دما در امتداد جریان تغییر نمی کند .

انتقال حرارت در کانال‌ها

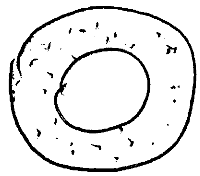


$$Nu = \dots$$

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu}$$

قطر هیدرولیکی $D_{eq} = 4 r_H = 4 \frac{\text{مساحت عبور جریان}}{\text{محیط تر شونده}}$

مثال :



$$D_{eq} = \frac{4 \frac{\pi}{4}(D_1^2 - D_2^2)}{\pi D_1 + \pi D_2}$$

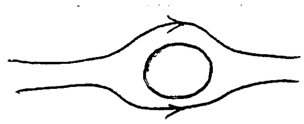
$$D_{eq} = D_1 - D_2$$

انتقال حرارت از روی اجسام : (کره و استوانه) :

مسئله انتقال حرارت از روی صفحه به تفصیل گفته شد.

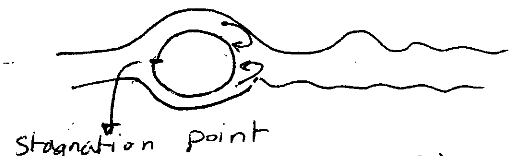
۱) انتقال حرارت از روی استوانه :

Re خیلی کم

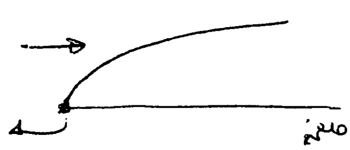


Creeping flow
(هیچگونه آشفتگی نداریم) .

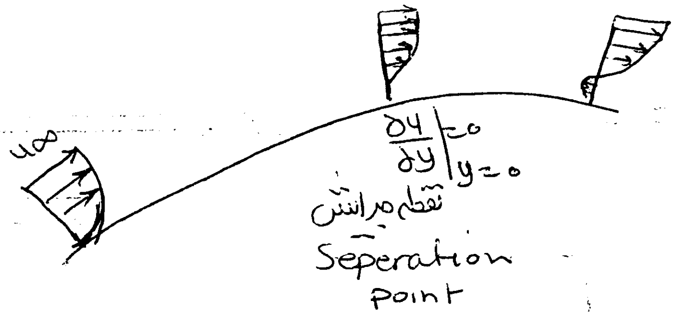
Re بالا

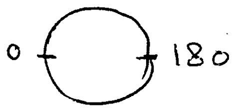


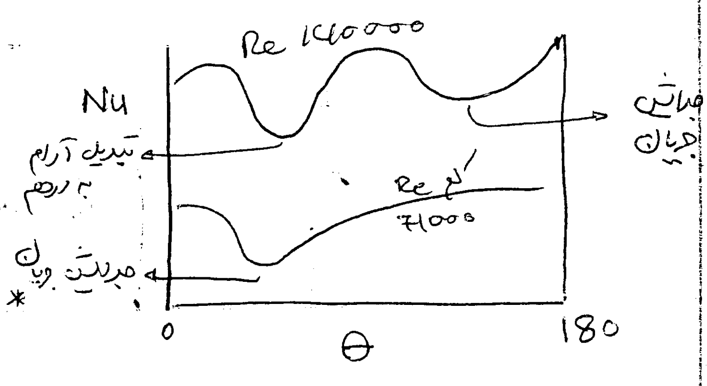
Stagnation point : اولین نقطه برخورد سیال با جسم . معمولاً بیشترین مقدار
نقطه سکون
h در Stagnation point است چون لایه مرزی هنوز تشکیل نشده .



Stagnation point







*) به فرمول های این قسمت هیچ کاری نداریم :

**) وقتی یک min داریم نقطه min نمایانگر جدایش جریان .

وقتی 2 min داریم :

**) min اول تبدیل جریان آرام به درهم و min دوم جدایش می باشد

max) جریان کاملاً درهم می شود.

$Nu = Re, Pr$

Primary ← → Secondary

$Nu = C Re^{n} Pr^{1/3}$ متوسط .

C و n از روی جداول

* بیشترین h در نقطه سکون مگر در Re های خیلی بالا .

جریان درهم ماهیت تصادفی دارد بنابراین با علم آمار بیان می گردد.

نکته :

$$Nu = 0.332 Re^{1/2} Pr$$

$$\frac{hx}{k} = 0.332 \frac{(\rho u x)^{1/2}}{\;}$$

$$h \sim x^{-1/2}$$

$$h \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$x \to 0 \rightarrow h \to \infty$$ غلط

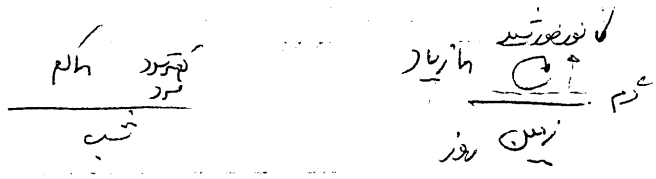
*) معادلات لایه مرزی تخت تا جاهایی صادق است بجز در $x = 0$.

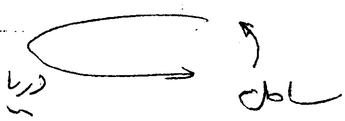
جابجایی آزاد :

سال ۷۷ یا ۷۸) وضعیت h هوای که زمین در طول شب و روز چگونه است؟ (در هوای آرام و صاف).

اختلاف دانسیته عامل حرکت ⟸ در روز زمین گرمتر از هوای اطراف (چون گازها جذب تشعشع ندارند)

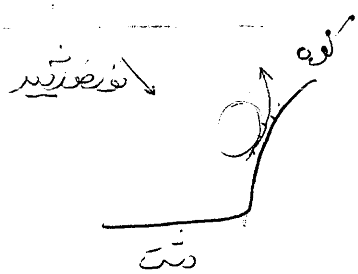
و عامل گرم شدن کنوکسیون از زمین).





روز : ساحل گرمتر از دریا.

* جریان در شب بیشتر برعکس است.

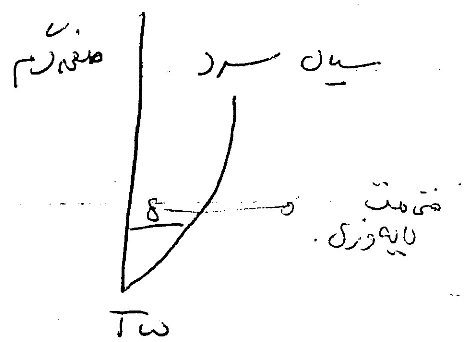


روز : از دشت به کوه جریان

شب : از کوه به دشت.

* اختلاف دانسیته ⟸ جابجایی آزاد.

دانسیته هوای نزدیک صفحه بیشتر از سیال دورتر جریان به سمت بالا (؟).



جابجایی آزاد : $\delta = \delta_t$

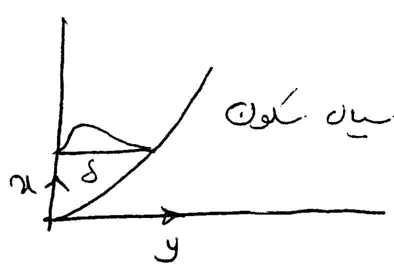
ضخامت لایه مرزی حرارتی = ضخامت لایه مرزی مومنتوم

زیرا که هرجا حرکت داریم یعنی اختلاف دانسیته

اختلاف دما داریم.

$y = 0 \qquad u = 0$

$y = \delta \qquad u = 0$



* فقط در این لایه نزدیک به صفحه حرکت داریم.

معادلات مربوط به این حالت :

معادله مومنتم : $\rho\left(u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)=-\dfrac{\partial p}{\partial x}-\rho g+\mu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

نیروی فشار : بخاطر جهت افقی   g : شتاب جاذبه .

معادله انرژی : $u\dfrac{\partial T}{\partial x}+v\dfrac{\partial T}{\partial y}=\alpha\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

* معادلات ذکر شده به بعد احتیاج به حفظ کردن ندارند .

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial x}=-\rho_\infty g}$$

فشار در هر امتداد افقی در نظر بگیریم ضخامت لایه از جهت تغییر خیلی کم است . ← بنابراین $\frac{\partial p}{\partial x}$ را به شکل $\rho_\infty g$ در نظر میگیریم

$$\beta=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \qquad \partial V\approx\Delta V \qquad \partial T\approx\Delta T$$

این معادله را به شکل تقریبی بیان می‌کنیم :

$$\beta\approx\frac{1}{V_\infty}\,\frac{V-V_\infty}{T-T_\infty}$$

$$\rho=\frac{1}{V}$$

$$\beta=\frac{\rho_\infty-\rho}{\rho(T-T_\infty)}=-\frac{\rho_\infty-\rho}{\rho(T_\infty-T)}$$

حفظ شود

$$\begin{cases} u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}=g\beta(T-T_\infty)+\nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\\[2mm] u\dfrac{\partial T}{\partial x}+v\dfrac{\partial T}{\partial y}=\alpha\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2}\end{cases}$$

اشکال : معادلات T هم داریم یعنی دو معادله در حقیقت یک دستگاه معادلات دیفرانسیل است .

حالت دوم صفحه :

حالت روی صفحه : (کنوکسیون اجباری) :

معادلات ← پروفایل سرعت تعیین شد ← پروفیل دما ← h

کنوکسیون آزاد : معادلات کوپل ← $\left.\begin{matrix}\text{پروفیل سرعت و دما}\\ \text{تواماً تعیین می‌شوند}\end{matrix}\right\}$ ← h

مشکل معادلات

روش حل مسئله : روش انتگرالی ون کارمن است . * ما کاری با حل نداریم .

در اجباری $T = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3$

در آزاد $T = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + \cancel{a_3 y^3}$

علت درجه ۲ گرفتن : دقت را پایین آورده بدلیل مشکلات

شرایط حفظ شود

$$\left\{\begin{matrix} y=0 & T=T_w \\ y=\delta & T=T_\infty \\ y=\delta & \frac{\partial T}{\partial y}=0 \end{matrix}\right. \longrightarrow \frac{T-T_w}{T_\infty-T_w} = \left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2$$

برای سرعت درجه ۳ در نظر می‌گیریم :

$$u = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3$$

$$\begin{matrix} y=0 & u=0 \\ y=\delta & u=0 \\ y=\delta & \frac{\partial u}{\partial y}=0 \\ y=0 & \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{-g\beta(T-T_\infty)}{\nu} \end{matrix}$$

← از روی معادله .

* پروفیل سرعت به دما بستگی دارد .

$$\frac{u}{u_x} = \frac{y}{\delta}\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2$$

که تابعیت F دارد .

$$\boxed{\delta \sim x^{1/4}} \rightarrow$$ از حل معادلات انتگرالی ون کارمن

$$Nu_x = 0.508\, Pr^{1/2} (0.952 + Pr)^{-1/4} Gr_x^{1/4}$$

$$Gr_x = \frac{g\beta (T_w - T_\infty) x^3}{\nu^2}$$

عدد گراشف نسبت نیروی شناوری به نیروی ویسکوز. جایگزین Re شده است (در جابجایی آزاد).

جابجایی آزاد: $Nu_x = Nu(Gr, Pr)$

primary ← → secondary.

عامل مهم

جابجایی اجباری $h \sim x^{-1/2}$

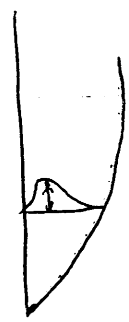
جابجایی آزاد $h \sim x^{-1/4}$

$\bar{h}_{x=L} =$

$$h_x \sim x^a \Rightarrow \bar{h}_{x=L} = \frac{1}{1+a} h_{x=L}$$

$$\bar{h}_{x=L} = \frac{1}{1-1/4} h_{x=L}$$

$$\boxed{\bar{h}_{x=L} = \frac{4}{3} h_{x=L}}$$



max سرعت : $y = \frac{\delta}{3}$

تست

۳۹ـ سال ۸۲) 2

* در روابط باید از دمای مطلق استفاده کرد.

$20^\circ C \xrightarrow{\text{دو برابر}} 40^\circ C$

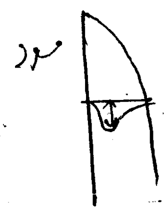
$293 \xrightarrow{\cancel{\text{دو برابر}}} 313\ K$

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{293}{313}$$

کاهش می‌یابد ولی مقدار آن بیشتر از نصف مقدار اولیه است.

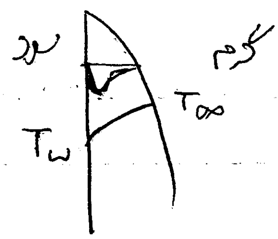
۴۰ـ سال ۸۲) ۱

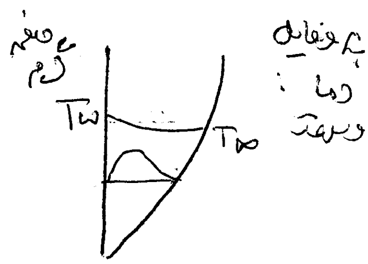
اگر صفحه سرد بود:



گرم

باز هم سرعت max در $\frac{\delta}{3}$





سؤال: یک صفحه را در جریان آزاد چگونه بهتر است قرار دهیم؟

<u>روابط ساده شده کنوکسیون آزاد از هوا</u>

(جدول 7-2 کتاب) * احتیاج به محافظت

	جریان آرام	درهم
صفحه عمودی	$h = 1.42\left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4}$	$1.31(\Delta T)^{1/3}$
صفحه افقی	$h = 1.32\left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4}$	$1.52(\Delta T)^{1/3}$

جریان آرام کنوکسیون آزاد : $\boxed{GrPr < 10^9}$

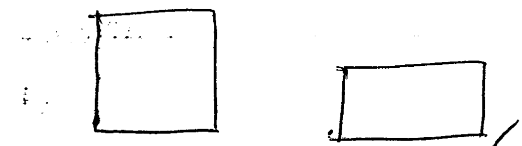
*) وقتی جریان آرام باشد h صفحه عمودی بیشتر از h صفحه افقی
*) " " درهم " " " " افقی " " " " عمودی
{ از روی جدول

جریان درهم: B سیال زیاد، جسم خیلی خیلی داغ.
معمولاً سر و کار ما با جریان آرام است.

سال ۸۰)

جریان آرام ← h عمودی

* هرچه بالاتر می‌رویم h کم می‌گردد بنابراین:
(بین دو حالت عمودی)



بهتر است.

جابجایی آزاد: پایداری Stability:
انرژی کافی جهت شکستن مقاومت ورتکس موجود داشته باشد.

آرام: پایداری:
اگر صفحه عمودی باشد هر مولکول که بخواهد حرکت کند به مولکول بالایی خورده حرکت آن را می‌گیرد
ولی در افقی هر مولکول باید مولکول‌های بالاسری را تکان دهد.

درهم: در حالت افقی لایه مرزی نداریم.

عدد رایلی: $Ra = Gr.Pr$
* تفسیر فیزیکی از کتاب خوانده شود.

$Pe = Re.Pr$

عدد گراشف اصلاحی: $Gr^* = Gr.Nu$
در مواردیکه q_w ثابت باشد راحت‌تر است که از این عدد استفاده کنیم. (فصل مسائل کاربرد دارد)

کنوکسیون آزاد از روی کره :

$$\boxed{Nu = 2 + 0.5\,(Gr\,Pr)^{1/4}}$$

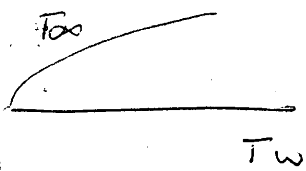
اگر $B \approx 0$ ← $Nu = 2$.

* انتقال جرم عدد Sh (برای انتقال جرم از کره در سیال ساکن) 2 می باشد .

همواره در مسائل انتقال حرارت کنوکسیون آزاد همواره همراه با کنوکسیون اجباری است .

* چه موقع کنوکسیون آزاد در مقایسه با اجباری دارای اهمیت است؟

اگر $\frac{Gr}{Re^2} > 10$



کنوکسیون آزاد در مقایسه با اجباری اهمیت دارد .

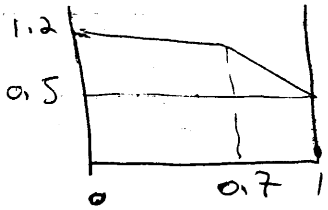
کیفی : از لحاظ فرمولی Gr با Re برابر است .

کمی : ولی از نظر مقداری معادل Re^2

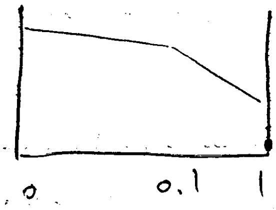
حل تست ها :

1) 4
2) 4
3) 1
4) 2
5) 4
6) 4 گرادیان دما ← 0 ⟸ $k \to \infty$
7) 3 جامدات : انرژی ارتعاشی ، گازها : $\overset{u}{O}$ ⟶ $\underset{\text{ثابت}}{O}$
8) 2
9) 1 گاز k : مایعات : جامدات
10) 2
11) 3 اگر k ها ثابت باشد ترتیب هیچ فرقی ندارد
مثبت مشکل دارد : $T = 500$ B C A
در حالات مختلف جواب فرق دارد .
12)

۱۳)



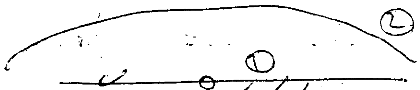
* اگر مقیاس یکی نمودار باید حساب کرد.



$K_I = 0.0033$

$K_{II} = 0.003$

۱۴) ۲



جسم کوچک یک در محیط بزرگ 2

۱۵) ۴

$$Q = \sigma A \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

$$Q = \sigma A \varepsilon_1 (T_1^2 - T_2^2)(T_1^2 + T_2^2)$$

* رابطه مشکل

$$Q = hA(T - T_\infty)$$

همرفتی

$$Q = \sigma A \varepsilon (T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)(T_1 - T_2)$$

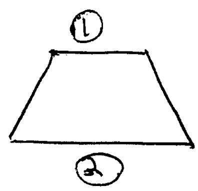
$$\boxed{h_r = \sigma \varepsilon (T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)}$$

اگر $T_1 \sim T_2$:

$$Q = \sigma \varepsilon 4 T_1^3 A (T_1 - T_2)$$

$$h_r = 4 \sigma \varepsilon T_1^3$$

۱۶) ۴



ثابت Q

$$Q = q \cdot A$$

$$q = k \frac{dT}{dx}$$

۱۷)

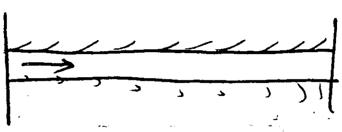
$$\lambda_{max} \cdot T = \text{Constant}$$

(رنگ جسم).

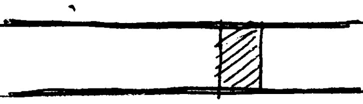
$\Rightarrow T$ بنفش / قرمز.

۱۸) ۳

۱۹) ۴

T_2  T_1

Tw ثابت



۱۳۷) سال ۸۳

$Pe > 100$

$$Pe = Re \cdot Pr = \frac{uD}{\nu} \cdot \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\rho C u D}{k}$$

$Pe \uparrow$ یعنی سرعت $\uparrow$

هدایت جهت r + هدایت جهت Z + کنوکسیون آنتالپی جهت Z = ۰

$$\underbrace{2\pi r \Delta z\, k \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_r - k\, 2\pi r \Delta z \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r+\Delta r}}_{\text{هدایت جهت } r} +$$

$$\underbrace{2\pi r \Delta r \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_z - 2\pi r \Delta r \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z+\Delta z}}_{\text{هدایت جهت } Z} +$$

آنتالپی

$$\underbrace{(2\pi r \Delta r)\rho u C T\Big|_z - 2\pi r \Delta r \rho u C T\Big|_{z+\Delta z}}_{\text{آنتالپی (کنوکسیون)}} = 0$$

Pe بزرگ: اول معادلات را نوشته سپس ترم نفوذ را حذف می‌کنیم (نفوذ در جهت جریان).

نفوذ: با مشتق دوم

$$\underbrace{-D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}}_{\text{نفوذ}} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

$$\underbrace{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}}_{\text{نفوذ}} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

پس گزینه ۴ درست است.

به مقدار ایده‌دار دلیل چون شار q_w ثابت $\frac{\partial T}{\partial x}$ ثابت می‌گردد.

~~۱۳۶ سال ۸۳ :~~

۱۳۲ سال ۸۵ : ۲ ← از روی فرض های تئوری میعان ناسلت (صفحات جهت وارث در این تست بر عکس شده که فوق با فرضیات تئوری ندارد.

جوشش و میعان :

با ΔT کوچک میزان انتقال حرارت بالاترین سرعت پیدا می کند

مایع بخار اشباع در کنار سطح دما پایین تر ← کندانس

مایع در کنار سطح دمای بالاتر از جوش ← شروع جوشش

میعان (ساده تر است) :

میعان دو شکل دارد → میعان فیلمی ← سطح خیس می شود یک لایه از مایع همواره روی سطح است و باعث می شود انتقال حرارت از دیواره فیلم به بخار انتقال یابد بیشتر ذوب شدن صفحه کنی (درست سال ۸۵ شماره ۳۲).

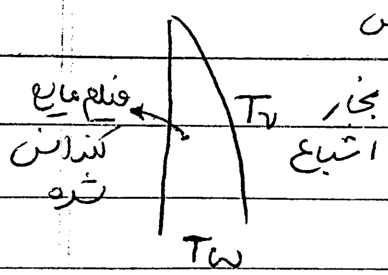
→ میعان قطره ای ↓ سطح تمیز شود.

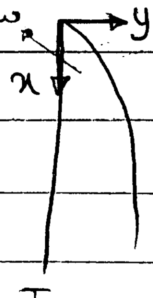
علت : وجود یک مقاومت در میعان فیلمی. $h_{\text{میعان قطره ای}} > h_{\text{میعان فیلمی}}$

در چه حالت میعان قطره ای داریم ؟ سطح صاف و صیقلی باشد یا باید از افزودنی های چرب (مثل اسیدهای چرب) استفاده کنیم تا فیلم تشکیل نشود

در طراحی معمولاً میعان فیلمی را در نظر می گیرند.

تئوری میعان فیلمی Nusselt :





فرضیات (مهمترین) :

۱) T_w ثابت ۲) شرایط فیزیکی سیال ثابت

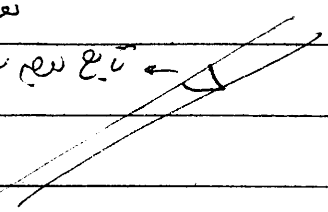
۳) انتقال حرارت داخل فیلم مایع میعان شده صرفاً بصورت هدایت است. بنابراین پروفیل دما داخل فیلم مایع خطی است. ۴) جریان فیلم مایع آرام است

۵) سرعت فیلم مایع کم می باشد و شتاب در فیلم مایع تقریباً صفر منظور گرفته می شود

۶) بخار ساکن است بطوریکه نیروی برشی به فصل مشترک مایع وارد نمی کند.

یادآوری سیالات : فیلم ریزان از صفحه مایل :

پروفایل سرعت ← تابع درجه ۲



$$q = h(T_v - T_w) \rightarrow h = \frac{q}{T_v - T_w}$$

$$q = K\frac{T_v - T_w}{\delta}$$

$$\Rightarrow h = \frac{K}{\delta}$$

همچنین می‌گذاریم ρ و δ مال فاز مایع است.

δ در سیالات با توجه به دبی اندازه‌گیری می‌شود.

باید حفظ شود (با جزئیاتش):

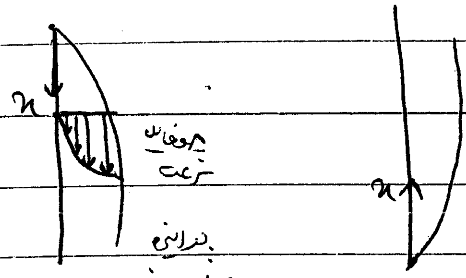
معادله لایه مرزی:

$$\cancel{u\frac{\partial u}{\partial x}} + \cancel{v\frac{\partial u}{\partial y}} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} + g + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

چون شتاب نداریم نداریم.

مهم:

$$\frac{dp}{dx} = ?$$



(دو فاز داریم) $\frac{dp}{dx} = \rho_v g$

کندانسیون آزاد: $\frac{dp}{dx} = \rho_\infty g$ (تک فاز داریم)

معادله به شکل زیر در می‌آید:

$$\frac{d^2u}{dy^2} = \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_l}\frac{g}{\nu}$$

معادله دیفرانسیل درجه 2.

$$\cancel{u = (\rho_l - \rho}$$

شرایط مرزی:

$$\left.\begin{array}{ll} y = 0 & u = 0 \\ y = \delta & \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{array}\right\}$$

تنش گاز بخار = تنش گاز مایع

~~تنش گاز~~ ← تنش نداریم.

← فرض نیروی از گاز بخار به مایع وارد نمی‌شود

$$u = \frac{(\rho_l - \rho_v) g \delta^2}{2\mu}\left[2\left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right]$$

حفظ شود. (مهم است)

پروفیل دما: (خطی می‌گیرند مسئله را که مثل بالا آن حل می‌کنیم):

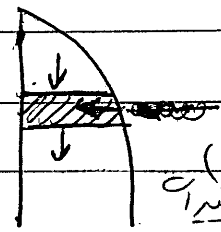
$$T = T_w + (T_v - T_w)\frac{y}{\delta}$$

هدف ما دستیابی به δ است:

$$\dot m = \int_0^y \rho u \, dy$$

* با قرار دادن u و انتگرال گیری:

$$\dot m = \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)}{3\mu} g \delta^3$$



* (ذره ثابت) وارد سیستم تغییرات جرم

* موازنه داخل فیلم:

$$\dot m h_{fg}\big|_x - \dot m h_{fg}\big|_{x+\Delta x} + \underbrace{q\Delta x}_{\text{هدایت (نفیلم)}} = 0$$

هدایتی که در این فیلم صورت می‌گیرد باعث افزایش جرم مایع میعان شده می‌گردد: $\boxed{q_x = h_{fg}\dfrac{d\dot m}{dx}}$

$$k\frac{T_v - T_w}{\delta} = h_{fg}\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_g)}{\mu} g \delta^2 \frac{d\delta}{dx}$$

یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول:

در شرط مرزی: $x = 0 \quad \delta = 0$

$$\delta = \left[\frac{4k(T_e - T_w)\mu x}{\rho_l(\rho_l - \rho_v) g h_{fg}}\right]^{1/4}$$

$$\boxed{\delta(x) \sim x^{1/2}}$$

خلاصه: ۱) پروفایل ۲) جرم ۳) نوشتن موازنه ۴) معادله دیفرانسیل حل شرط مرزی رابطه نهایی.

حال δ را در رابطه آورده و به راحتی h بدست می‌آید:

$$h = \frac{k}{\delta}$$

$$\boxed{h(x) \sim x^{-1/4}}$$

$$\boxed{\bar h_{x=L} = \frac{4}{3} h_{x=L}}$$

۳۴: در این معادلات اصلاحی انجام می دهند و آن را با عدد Jacob نشان می دهند (به خاطر فصلیا)

عدد J_a: $J = \frac{C_p(T_v - T_w)}{h_{fg}}$

$$h'_{fg} = h_{fg}(1 + 0.68 J_a)$$

h'_{fg} با h^*_{fg} جایگزین می شود در روابط قبلی.

برای صفحه عمودی روابط بدست آمد.

برای حالت های مختلف دیگر روابط تجربی وجود دارد:
میعان بیرون استوانه، داخل استوانه و ...

کندانس شدن روی لوله افقی:

$$h_m = 0.725\left[\frac{g\rho_l(\rho_l-\rho_v)h_{fg}k_L^3}{\mu_L(T_v-T_w)D}\right]^{1/4}$$

$$h \sim D^{-1/4}$$

رابطه مقایسه ای h استوانه افقی و عمودی:

$$\frac{h_{vertical}}{h_{hor}} = 1.3\left(\frac{D}{L}\right)^{1/4}$$

$L < 2.87D \rightarrow h_{\text{عمودی}} > h_{\text{افقی}}$

$L = 2.87D$

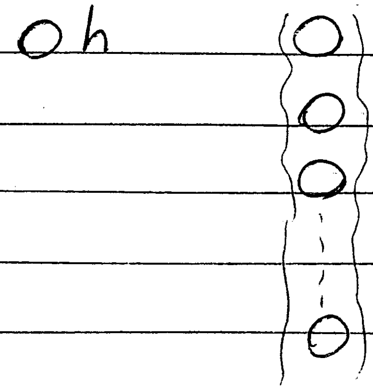
$L > 2.87D \quad h_{\text{عمودی}} < h_{\text{افقی}}$

← در کندانسورها مبدل ها ترجیح حالت افقی

مایع مسافت زیادی طی کرده
ضخامت لایه زیاد می شود.

هر مایع طول نیم محیط طی کرده
(مسافت کوتاه، ضخامت لایه کوتاه)

ارتباط بین h یک لوله و n لوله :



$$\underset{\text{لوله}}{h_N} = \frac{1}{N^{1/4}} \underset{\text{یک لوله}}{h}$$

h_N لوله کمتر ولی سطح انتقال حرارت بالا می رود

مثال 16 لوله : $h \rightarrow \frac{1}{2}$

ولی سطح 16 برابر $\Big\}$ 8 برابر انتقال حرارت افزایش می یابد .

عدد Re :

برای حالت مختلف (درون، بیرون لوله ...

۱) Re ارتباطی هم با دبی جرمی میعان داشته

۲) از مفهوم قطر معادل استفاده می کنیم

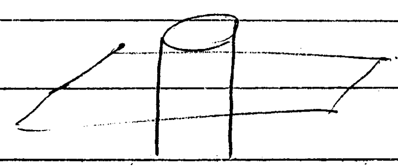
$$Re = \frac{\rho u D}{\mu}$$

$$D_{eq} = 4 r_H = 4 \frac{A}{P}$$

$$Re = \frac{4 \dot{m}}{\mu_l P}$$

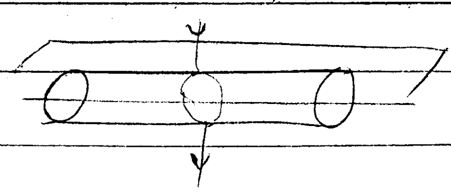
P ← محیط تر شونده .

هر برای تعیین محیط تر شونده یک صفحه عمود بر جهت جریان ایجاد کرده فصل مشترک محیط تر شونده را می دهد



استوانه عمودی :

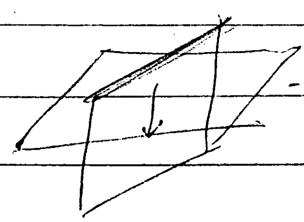
$P = \pi D$



استوانه افقی :

$P = 2l$

صفحه : $P = w$ (عرض) .



تبدیل آرام به درهم: آرام $Re < 1800$

در میعان لوله یا صفحه. درهم $Re > 1800$

(برای مایع کندانس)

عدد کندانس: ( )

(فرمول حفظ نشود):

$$\left.\begin{array}{l} Nu = Nu(Re, Pr) \\ Nu = Nu(Gr, Pr) \end{array}\right\} \text{میعان قبل}$$

جهت دادن فرم به این حالت: ← این عدد تعریف می‌گردد

(نوشتن یک معادله بعد برحسب چند عدد بعد دیگر).

تعریف: $Co = h\left[\dfrac{\mu_l^2}{k_l^3\,\rho_l(\rho_l-\rho_v)g}\right]^{1/3}$ حفظ نشود

روابط داده می‌گردد:

برای میعان آرام $Co = 1.47\,Re^{-1/3}$, $Re < 1800$

" " " $Co = 0.0077\,Re^{-0.4}$, $Re > 1800$

حفظ شود: $h_{\text{میعان قطره‌ای}} \sim (5 \text{ تا } 10)$ برابر $h_{\text{میعان فیلمی}}$

ضریب کل انتقال حرارت:

$U_{\text{میعان قطره‌ای}} : (2 \sim 3)$ برابر $U_{\text{میعان فیلمی}}$

چون U ترکیب عوامل مختلف است 5 تا 10 برابر نمی‌شود 2 تا 3 برابر.

سطح صیقلی ← میعان قطره‌ای

با فلزات قابل ورقه ورقه شدن کشش: طلا، نقره، پلاتینیوم به صرفه نیست

رسوب می‌زنند از حالت صیقلی در می‌آید.

با جرم کم پلاتین و طلا سطح بسیار زیبا را به دست می‌آورند.

جوشش :

از نظر تئوری بسیار پیچیده چون هیدرودینامیک جریان پیچیده است معمولاً از روابط تجربی استفاده می‌شود.

Pool Boiling : تشکیل ساکن که در یک سیال ساکن جسمی با دمای بالاتر از جوشش سیال در داخل سیال.

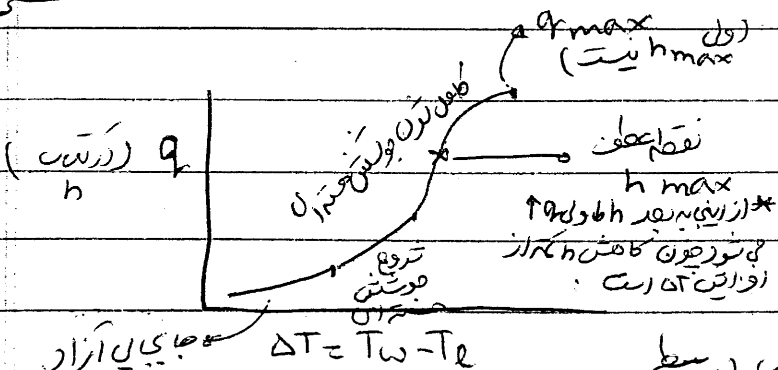
→ مکانیزم‌های مختلف جوشش داریم: جوشش هسته‌ای،
جوشش فیلمی،
جوشش حالت گذرا (ترکیبی دو حالت قبلی)

نقاطی روی جسم وجود دارند که حباب‌های بخار روی آن شکل می‌گیرند

اولین نقاطی که حباب شکل می‌گیرند هسته‌های جوشش یا مکان‌های فعال نام دارند.

خواص جسم (مکانیکی و سطحی (سطح جسم تمیز، صاف، کثیف...)) → روی تعیین نقاط فعال اثر می‌گذارد.

پس از ایجاد حباب این حباب‌ها در سطح مایع حرکت یا از بین رفته یا به هم می‌پیوندند →
خواص خود سیال هم مهم است. بنابراین خواص مایع، بخار و خواص مشترک (ضریب کشش سطحی) در انتقال حرارت اهمیت دارند.



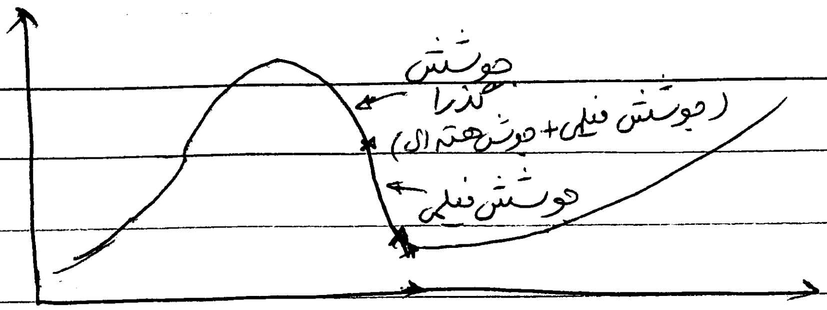
آزمایش: سیم داخل سیال

و ΔT اختلاف دمای سیم و سیال.

$\Delta T < 5$ → قدرت وجود ندارد تا حباب در سطح جامد ایجاد شود → جابجایی آزاد (آرام) داریم.

بخارات ایجاد شده ولی مکانیسم انتقال حرارت از جسم جامد به مایع است و بیشتر کنوکسیون
هنوز مکانیسم غالب کنوکسیون.

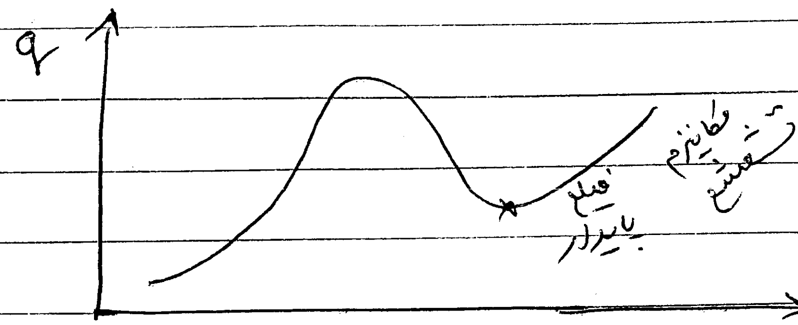
سپس جوشش   مایع به سطح جامد برخورد، بخار حباب تولید،
به هم می‌پیوندند و به سطح مایع می‌آیند.



هسته ای: مایع روی سطح بخار شده جدا می شود و بر رو (تماس مستقیم مایع با جسم)

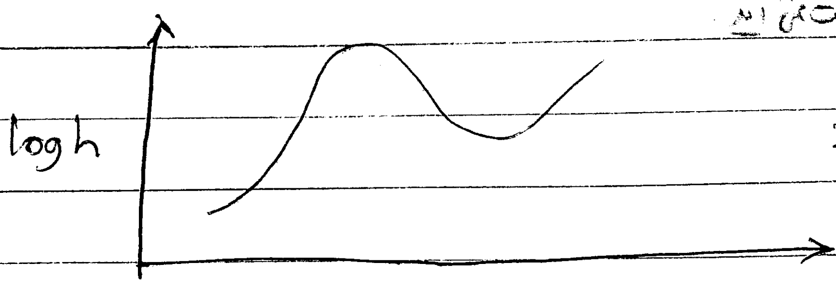
جوشش فیلمی: یک فیلم از بخار پایدار اطراف جسم جامد را می گیرد

مایع به بخار برخورد کرده و تماس مستقیم با جسم جامد ندارد. و مایع در اثر تبادل با بخار هم برخورد کرده و تغییر فاز می دهد



$\Delta T = T_w - T_l$

* برعکس این حالت هم اینطوری نمی شود
یعنی اگر دما را کم کنیم این منحنی بدست نمی آید



ΔT

شکل کلی همان است:

آیا در جوشش فیلمی خواص سطحی جسم مهم است؟ چون تماس مستقیم نداریم خواص سطحی جامد مهم نیست (زبری، جنس و ...)

۴۲

رابطه Rohsenow :

$$C_p \frac{T_w - T_{sat}}{h_{fg} Pr^n} = C \left[\frac{q}{\mu h_{fg}} \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)}} \right]^{1/3}$$

رابطه برای جوشش هسته‌ای . ۴ حفظ شود

n و C بستگی به جنس سیال و جسم جامد دارند .

در این رابطه هندسه شکل بیان نشده است .

۱) هندسه سیستم تعریف نشود

۲) این رابطه فقط برای سطوح صاف صیقلی نوشته شده است . ۴

حفظ شود :

$$q \sim \Delta T^{1/3}$$

جوشش هسته‌ای .

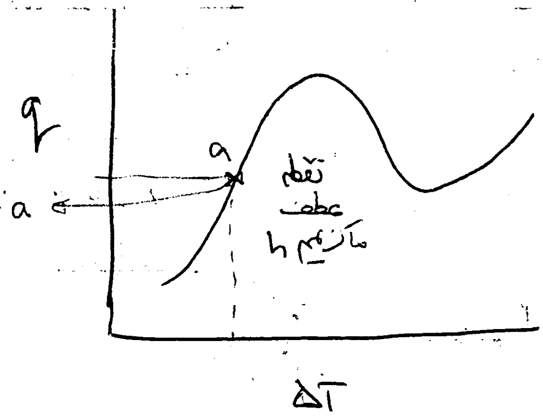
q_{max} به چه چیزهایی ارتباط دارد ؟

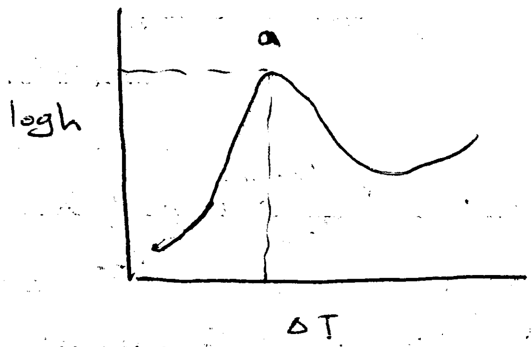
تابعی از خواص فیزیکی سیال ، شکل ظرف ، صیقلی بودن یا نبودن) و به آنکه بستگی ~~ندارد~~ ندارد .

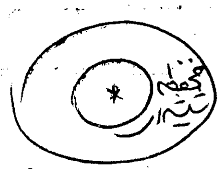
سال ۸۴ تست ۲۵) ۱

$u_n \sim \delta$ $\delta \xrightarrow{\text{تابع}} T$

a ناپایدار است فقط در یک ΔT خاص است.







تست ۳۰: چگونه انتقال حرارت را min کنیم.

جهت گرم نگه داشتن چای در فلاکس.

۱) کم کردن فاصله دو جداره ۲) خلاء دو جداره

۳) انتخاب شیشه نشکن پیرکس ۴) قرار دادن فویل آلومینیومی.

تشعشع یا تابش: Radiation:

هر جسمی در هر دمای به شکل انرژی تابشی انرژی از خود رها می‌نماید.

$E \sim T^4$ (دمای کلوین)

اهمیت تابش در دمای بالا ولی در هر دمای به شکل تابش داریم.

تنها مکانیسم منحصر به فرد چون برای انتقال به شکل تابش احتیاج به محیط مادی نداریم.

محدوده تابش: $0.1 \sim 100\ \mu m$

نور مرئی: $0.35 \sim 0.75\ \mu m$

جسم سیاه: جسم بدون بازگشت و عبور تشعشع را جسم سیاه می‌نامند و هیچ ربطی به رنگ جسم ندارد

قانون استفان بولتزمن

$$\boxed{E_b = \sigma T^4}$$

میزان نشر همه انرژی را از یک جسم سیاه

تئوری الکترومغناطیس ماکسول
" کوانتای پلانک

σ = ثابت استفان بولتزمن $= 5.669 \times 10^{-8} \ W/m^2K^4$

تشعشع در طیف های مختلف هست در هر طیف :

میزان انرژی در هر طول موج $E_{b\lambda} = \dfrac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T} - 1}$ → حفظ نشود.

با انتگرال گیری → $\int_0^\infty E_{b\lambda} \, d\lambda = E_b$

یعنی جمع طیف های مختلف E_b را می دهد .

اگر از مشتق نسبت به λ بگیریم $E_{b\lambda}$ ~~بخشم~~ λ_{max} از مساوی با صفر قرار دادن مشتق بدست می آید :

$$\boxed{\text{قانون ویلهم وین} \quad \lambda_{max} T = \text{constant} = 2897.6 \ \mu mk}$$

* اسم قانون حفظ شود .

$E_{b\lambda}$ → انتگرال → E_b

$E_{b\lambda}$ → مشتق → قانون ویلهم وین → λ_{max} ~~$E_{b\lambda max}$~~

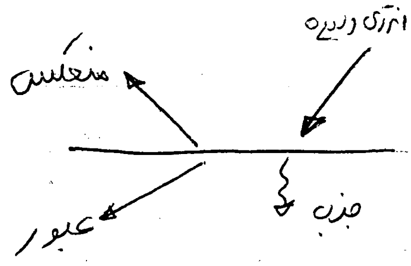
* میزان انرژی را جسم واقعی کسری از جسم سیاه است :

منتشره جسم واقعی (واقعی یعنی در حقیقت) (جسم ما است) $Q = \varepsilon E_b$ $\quad 0 \leq \varepsilon \leq 1$

$\varepsilon = \varepsilon(\lambda)$ → جسم واقعی

جسم خاکستری : اگر جسمی
$$\begin{cases} \varepsilon \neq \varepsilon(\lambda) \\ \varepsilon = \text{Constant} \end{cases}$$
(باز هم حالتی ایده آل است)
(توجه)

* ε برای یک جسم تابع λ است .
یک جسم واقعی .



$\rho + \alpha + \tau = 1$

بازگشت ← ρ ، جذب ← α ، عبور ← τ

جای ε در فرمول فوق کجاست؟ (ارتباطی ندارد).

موازنه انرژی نور وارد شده است یا جذب یا دفع یا عبور داریم.

طبق قانون کیرشف: $\boxed{\varepsilon=\alpha}$ * این قانون ربطی به رابطه بالایی ندارد

*) ضریب شکل (مهم):

تاکنون صحبت از تشعشع بود حال یک انتقال حرارت داریم توازن بین دفع و جذب مهم است. ضریب شکل مطرح می‌شود.

ضریب شکل: F_{AB} : کسری از انرژی که A را ترک کرده و به B می‌رسد.

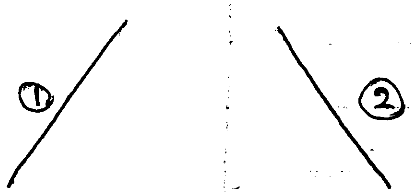
F_{12} یا $F_{1\to 2}$.

*) ضریب شکل: سایه یک شکل روی شکل دیگر.

قانون ضرب (چرخشی):

به فرمول‌ها کاری نداریم

ضریب شکل تابعی از نحوه قرارگرفتن اجسام در فضا است و تابع چیز دیگری نیست.



$Q_{1\to2} = A_1F_{12}\sigma T_1^4 - A_2F_{21}\sigma T_2^4$: دو جسم سیاه فرض شود

if $T_1=T_2 \to Q_{1\to2} = (A_1F_{12}-A_2F_{21})\sigma T^4$

reciprocity Relation:

* به عنوان تمرین ثابت کنید که همواره:

قانون چرخشی (ضرب) $\boxed{A_1F_{12}=A_2F_{21}}$

$T_1=T_2$ ← انتقال حرارت خالص صفر است

$A_1F_{12}=A_2F_{21} \leftarrow Q_{1\to2}=0 \leftarrow T\neq 0$

در یک دما ثابت کردیم، از آنجا که ضریب شکل تابع دما نیست بنابراین برای تمام دماها ثابت کردیم.

تست ۱۵) مقاومت فضایی در سیستم چیست؟ ۸۳ ص

A $1.6\ m^2$

B $2.9\ m^2$

F_{AB} 0.6

$$\frac{1}{A_A F_{AB}} = ?$$

<u>رابطه جمع</u> :

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} F_{ij} = 1}$$

← موازنه انرژی بدون اثبات به سادگی قابل بیان است.

جسم محدب یا تخت

سطح جسم

$F_{ii} = 0$ ← یعنی هیچ نقطه‌ای از جسم نقطه دیگری از جسم را نمی‌بیند.

جسم مقعر

$F_{ii} \neq 0$

*) برای یک سیستم N جسمی : دارای N^2 ضریب شکل هستیم

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{1N} \\ F_{21} & \cdots & \cdots & F_{2N} \\ \vdots & & & \vdots \\ F_{N1} & \cdots & \cdots & F_{NN} \end{bmatrix}$$

با استفاده از رابطه جرخشی چند رابطه تأمین می‌شود : ؟ $\frac{N(N-1)}{2}$

(انتخاب ۲ از N جسم برای هر ۲ جسم یک رابطه بدست می‌آید)

با استفاده از رابطه جمع چند رابطه تأمین می‌شود : N رابطه.

مجهول ؛ N^2 ضریب شکل.

سایر معادلات را از تقارن ، جداول ، اطلاعات و .... باید بدست آوریم.

فرمول‌های موجود (مشابه برای دو دیسک و ...)

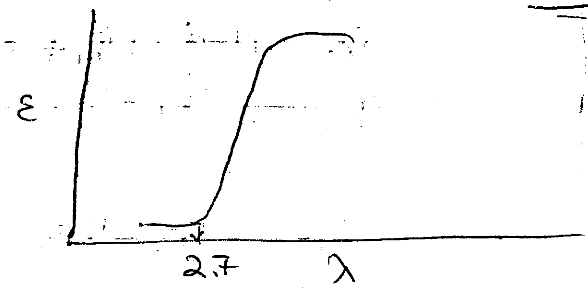
اگر $F_{ii} \neq 0$: $N^2 - \left(\frac{N(N-1)}{2} + N \right) = \frac{N(N-1)}{2}$

اگر $F_{ii} = 0$: $N^2 - \left(\frac{N(N-1)}{2} + N + N \right) = \frac{N(N-3)}{2}$

(یعنی قطر ماتریس برابر صفر می‌گردد.) مولفه‌های اصلی

وضعیت ضریب جسم یا شیشه :

شیشه



$\boxed{\varepsilon = \alpha}$

شیشه در طول موج های بلند بخوبی جذب می‌کند و در طول موج های کوتاه براحتی از خود عبور می‌دهد.

وضعیت تابش گازها :

در طول موج های کوتاه : عبوردهی بالا.
(دمای بالا)

در طول موج های بلند : عبوردهی پایین.
(دمای پایین)

بیان دو جسم سیاه رابطه انتقال حرارت : (خالص) بین دو جسم سیاه :

$$\boxed{Q = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4)}$$

~~بین دو جسم غیر سیاه رابطه انتقال حرارت~~ :

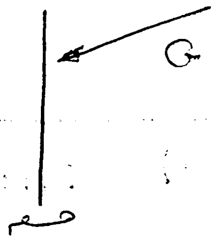
$$\boxed{Q = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{1/A_1 F_{12}}}$$

بین دو جسم سیاه فقط مقاومت فضایی داریم.

بین دو جسم غیر سیاه انتقال حرارت :

G = irradiation = کل تشعشع رسیده به سطح جسم

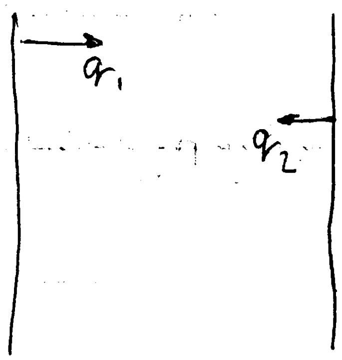
J = radiosity = کل تشعشع ترک کننده سطح جسم.



؟ آیا فرض شده عبور نداریم؟ بله، عبور صفر فرض شده.

$$G =$$

$$J = \varepsilon \sigma T_1^4 + \underbrace{\rho G}_{\text{مقدار رفلکت شده}}$$



$$q_1 = (1-\alpha_1)\, q_2 + \varepsilon E_{b1}$$

$$q_2 = (1-\alpha_2)\, q_1 + \varepsilon_2 E_{b2}$$

$$\cancel{q_{1-2} = \frac{q_1 - q_2}{\ }}$$

دو صفحه کاملاً موازی:

$$F_{12} = F_{21} = 1$$

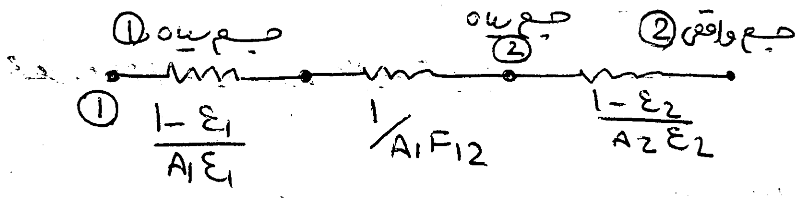
$$q_{1-2} = q_1 - q_2$$

$$\downarrow$$

$$q_{1-2} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}$$

در حالت کلی:

$$Q = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{(1-\varepsilon_1)}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{(1-\varepsilon_2)}{A_2 \varepsilon_2}}$$

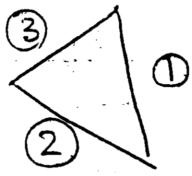


جسم غیر سیاه ← مقاومت فضایی
جسم غیر سیاه ← مقاومت سطحی

* توجه: فاصله در ضریب شکل تأثیر می‌گذارد.

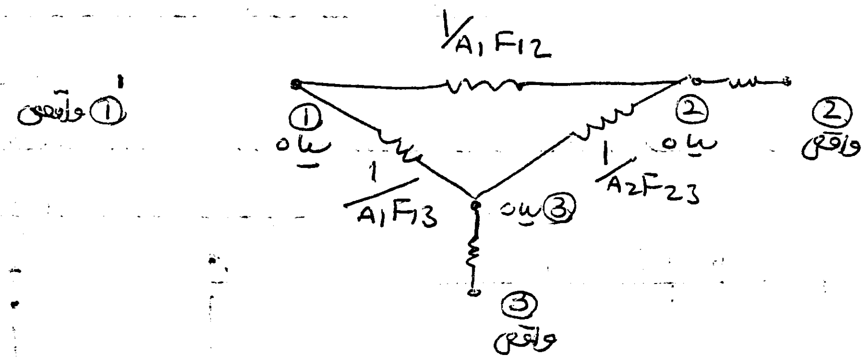
برای دو صفحه موازی تأثیر ندارد. (؟)

؟ حتی اگر مساحت‌ها محدود باشند؟
خیر دو صفحه باید خیلی بزرگ باشند.

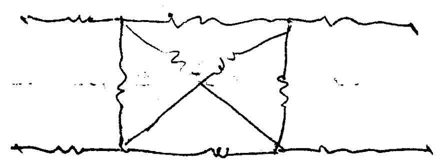


برای سه جسم :

« در اینجا فرض کردیم جسم خودش را نمی بیند ».



مثال :



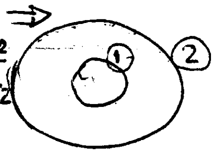
دو صفحه کاملاً موازی :

$$F_{12} = F_{21} = 1$$

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}$$

دو استوانه تو در تو :

فرمول کلی : $Q = \dfrac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}} \Rightarrow$



$\boxed{F_{12} = 1} \Rightarrow$

F_{21} و F_{22} به کاری نداریم : $\Rightarrow$

$$\boxed{Q = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + \frac{A_1}{A_2}(1/\varepsilon_2 - 1)}}$$

* تشعشع از سطح بیرونی جسم یک به سطح داخلی جسم ۲ .

اگر $\frac{A_1}{A_2} \longrightarrow 0 \Rightarrow \boxed{Q = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)}$

← رابطه ای که قبلاً بدون اثبات پذیرفتیم برای یک جسم کوچک محاط شده در جسم بزرگ .

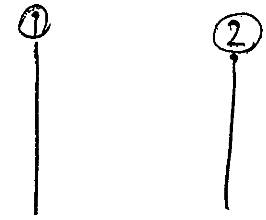
سپرهای حرارتی :

سپر حرارتی باعث کاهش انتقال حرارت می‌گردد.

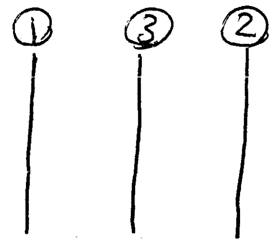
~~یک حالت~~

دو صفحه ~~کاملا~~ بی‌نهایت بزرگ، موازی در نظر گرفته می‌شود. خصوصیات سطحی دو صفحه کاملاً یکسان می‌باشند یعنی $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$

$$q = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}$$



صفحه‌ای مانند ③ را بین این دو صفحه قرار دهیم (دو صفحه موازی فرقی ندارد در کجا قرار دهیم):



$$q = \frac{\sigma (T_1^4 - T_3^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \frac{\sigma (T_3^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_3 + 1/\varepsilon_2 - 1}$$

$$\Rightarrow T_3^4 = \frac{1}{2} (T_1^4 + T_2^4)$$

اگر ε ها برابر نباشد این رابطه به سادگی بدست نمی‌آید.

$$q_{\text{با سپر}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}$$

یعنی نصف حالت بدون سپر.

در این حالت خاص: موازی، صفحات بزرگ، ...

$$\boxed{q_{\text{با سپر}} = \frac{1}{(n+1)} q_{\text{بدون سپر}}}$$

که n تعداد سپرها باشد

درجه حرارت سطح خورشید :

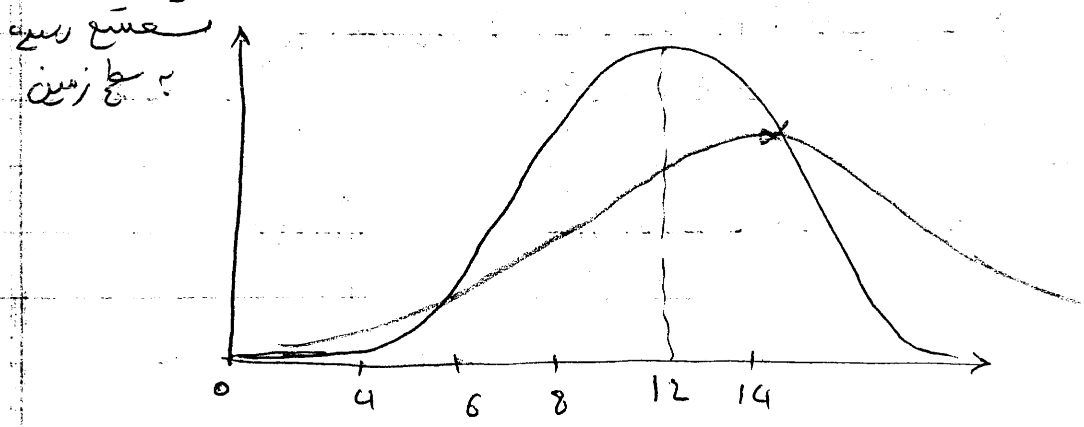
$$\lambda_{max} T = 2897.6$$

λ_{max} خورشید $= 0.5\ \mu m \longrightarrow \boxed{T_{\text{سطح خورشید}} = 5795 K}$

G : Solar constant : ثابت خورشیدی

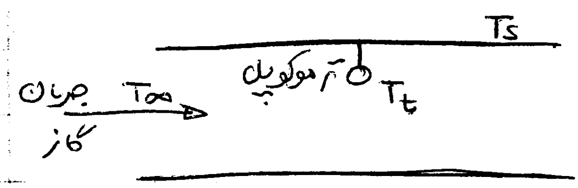
G برابر میزان انرژی از خورشید به زمین می‌رسد (خارج از جو) در متوسط فاصله زمین از خورشید.

$$G = 1395\ W/m^2$$



گازها طول موج کوتاه عبوردهنده هستند باید زمین گرم شود پس دما را به سطح (اطراف) بدهد convection پس مولکول‌ها دارای تأثیرات.

خطای اندازه گیری ترموکوپل :



هدف: اندازه گیری درجه حرارت گازهای خروجی دودکش یا کوره.

$$T_\infty > T_t > T_s$$

پس انتقال حرارت داریم ← بین ترموکوپل و گاز : جابجایی :

ترموکوپل و سطح : ~~حرارتی~~ تشعشع

* اگر هدایت باشد ناچیز است.

معادله انرژی برای ترموکوپل؟

$$hA(T_\infty - T_t) = \sigma \varepsilon A(T_t^4 - T_s^4)$$

$$h(T_\infty - T_t) = \sigma\varepsilon(T_t^4 - T_s^4)$$

$$T_t = T_\infty - \frac{\sigma\varepsilon}{h}(T_t^4 - T_s^4)$$

$\longleftarrow$ T_t (دمای اثر) از T_∞ را می‌سنجد برای کاهش خطا:

به عبارت دیگر سرعت گازها را زیاد کنیم. $\longrightarrow$ $h\uparrow$

انتقال حرارت در کوره‌ها:

انتقال حرارت کوره تابش $\leftarrow$ تابش به عنوان عامل اصلی در انتقال حرارت در کوره. جابجایی تأثیر کمی دارد. وقتی مشعل $\longrightarrow$ دمای حرارت بالا $\longrightarrow$ گازهای داغ تشعشع انجام می‌دهد.

(حاصل از احتراق)

در دمای بالا، تشعشع گازها پایین است $\longleftarrow$ بنابراین: ۱) حجم کوره را زیاد می‌کنند ولی اقتصادی نیست. حجم بزرگ و فشار بالا روی ع گاز اثر می‌گذارد.

۲) جنس مواد داخل کوره طوری باشد که ع بالا داشته باشد.

شعله نارنجی رنگ.

CO
CO_2
HC
C
H_2O
⋮

منبع حرارت (فشار و حجم بالا) + احتراق ناقص

تولید دوده

*) کربن ع بالا ایجاد می‌کند. $\leftarrow$ ع بالا می‌رود.

تت) $\Leftarrow$ تشعشع شعله > شعله آبی همی‌روشن

*) در گازها ع گازهای نامتقارن و قطبی بالاتر از ع گازهای متقارن و بی اثر است.

*ع گازها پایین است.

کوره‌ها $\longrightarrow$ منبع حرارت

کوره‌ها $\longrightarrow$ گیرنده $\downarrow$ ع بالا انتخاب می‌کنیم.

اولویت اول $\longrightarrow$ منبع حرارت.

مبدل های حرارتی :

- Design طراحی مبدل نداریم
- rating (شدت انتقال حرارت)
- sizing (سطح انتقال حرارت)

هدف : ارتباط بین Q و ΔT با ضریب تناسب U برقرار کنیم.

$$Q = AU \quad (\Delta T = ?)$$

تیپا

T_A	دیواره	T_B
h_A		h_B

$$Q = \frac{T_A - T_B}{\frac{1}{h_A A} + \frac{\Delta x}{kA} + \frac{1}{h_B A}}$$

$$Q = UA\Delta T$$

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_A} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_B}}$$

$\Leftarrow$ U تابعی از خواص ترکیبی سیالات و k جسم جامد می‌باشد.

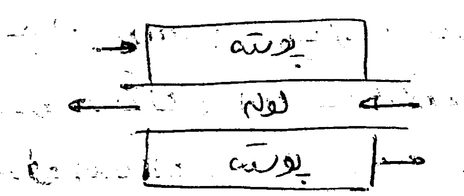
اگر مبدل (طول مبدل) را دو برابر کنیم، U چه تغییری می‌کند؟ هیچ تغییر نمی‌کند.

U : ضریب کلی انتقال حرارت overall heat transfer coef.

* (هم بعد با h می‌باشد)

مبدل‌ها :

مبدل دو لوله‌ای : Counter current / Co current



ضریب رسوب یا جرم گرفتگی :

$$R_f = \frac{1}{U_{\text{کثیف}}} - \frac{1}{U_{\text{تمیز}}}$$

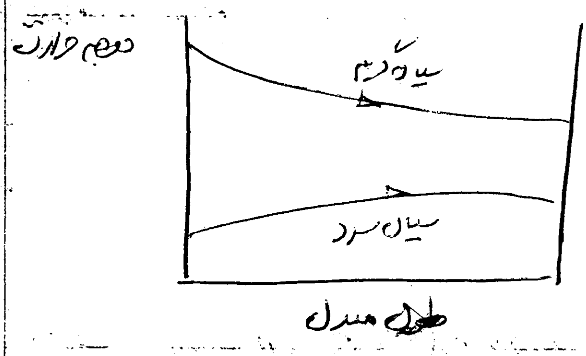
بیانگر عملکرد مبدل در ارتباط با جرم گرفتگی است.

U به تدریج کاهش می‌یابد (به دلیل جرم گرفتگی)

(ضریب رسوب : عکس واحد h : واحد ضریب رسوب $m^2\,{}^\circ C/W$)

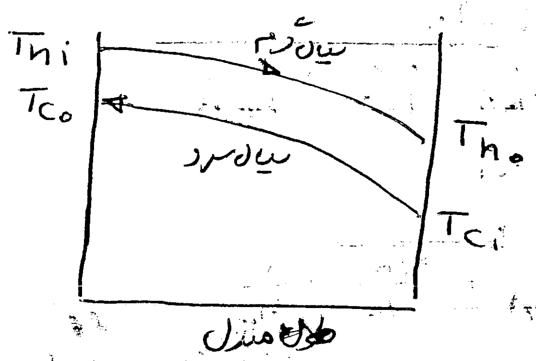
به شکل‌ها توجه گردد:

دو سیال هم جهت:



دو سیال مختلف الجهت

غیر همسو.



توجه: در مبدل همسو: همواره $T_{co} < T_{ho}$

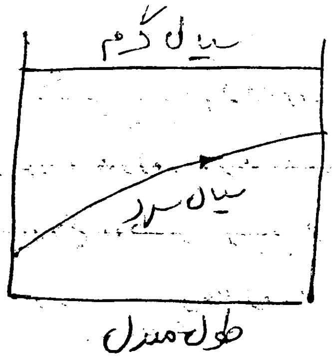
ولی در مبدل نا همسو ممکن است $T_{co} > T_{ho}$

* توجه دو منحنی سیال سرد و گرم هیچ گاه همدیگر را قطع نمی کنند

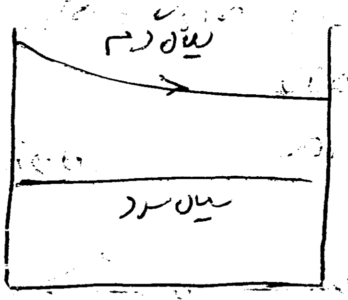
سیال min: سیالی حاصلضرب $\dot{m} C_p$ آن کمتر باشد.

~~مبدل ایده‌آل: اتلاف حرارت نداریم~~.

مبدل ایده آل: ؟



حالت میعان: کندانسور



جوش آور: Boiler

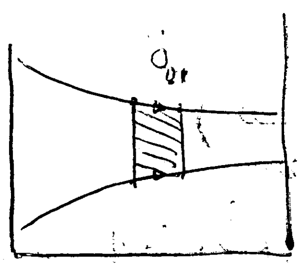
سیال سرد $Q = \dot m_c C_{p_c}(T_{c_1} - T_{c_2})$

سیال گرم $Q = \dot m_h C_{p_h}(T_{h_1} - T_{h_2})$

اتلاف نداریم: $Q_{\text{سیال گرم}} = Q_{\text{سیال سرد}}$

$\boxed{Q = \lambda \dot m}$ برای تغییر فاز: میعان

* اگر تغییر فاز به شکل $\dot m C \Delta T$ بیان کنیم:
درمیعان یا جوش تبخیر: $\Delta T \to 0$ پس $\dot m C$ باید به سمت بی‌نهایت برود تا مقدار Q را بدست دهد



در مبدل دولوله‌ای: $Q = UA(\Delta T)$

در هر المان:

$$\begin{cases} dQ = -\dot m_h C_{p_h}\, dT_h \\ \quad\;\; = \dot m_c C_{p_c}\, dT_c \end{cases}$$

از طرف دیگر: $\boxed{dQ = U\,dA\,(T_h - T_c)}$

فرضیات:

① خصوصیات فیزیکی سیال ثابت C_{p_h}، C_{p_c} ثابت

② ضرایب انتقال حرارت ثابت هستند یا U در طول مبدل ثابت است. (U المان‌های) که تک تک اجزای سازنده ثابت هستند.

$$\Rightarrow Q = UA\,\Delta T_{LMTD}$$

* اگر U متغیر بود چگونه LMTD ها را بدست آوریم؟ تست سال ۸۵

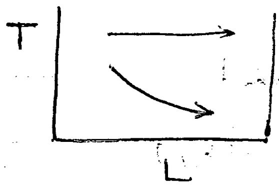
$$\Delta T_{LMTD} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

اگر $\Delta T_1 = \Delta T_2$ باشد ΔT_{LMTD} مبهم می‌گردد که با هوپیتال:

$$\Delta T_{LMTD} = \Delta T_1 = \Delta T_2$$

یادآوری: حد $\lim_{x \to a} \dfrac{x-a}{\ln \frac{x}{a}}$ = هوپیتال a

متوسط ← حسابی / هندسی / لگاریتمی ⟵ در همه موارد اگر دو عدد یکی باشند متوسط برابر همان یک عدد عددها می‌گردد.



نمودار مربوط به کدام نوع مبدل است؟
نه Boiler و نه کندانسور
اگر غلط نبود اشکالی نداشت ولی در این شکل
سیال سرد، سردتر می‌گردد پس پاسخ هیچ کدام است چون همواره سیال سرد، باید گرم شود.

اگر مبدل دولوله‌ای نباشد:

$$Q = UA\Delta T_{LMTD} F$$

$$F = F\left(\frac{T_{t,out} - T_{t,in}}{T_{s,in} - T_{s,out}}, \frac{T_{s,in} - T_{s,out}}{T_{t,out} - T_{t,in}}\right)$$

S: shell   t: tube

F = F(دماهای ورودی و خروجی ، شکل مبدل)

*) اگر تغییر فاز داشته باشیم $\boxed{F = 1}$ یا به عبارت دیگر رفتار مبدل مستقل از الگوی جریان.

$$Q = UA\Delta T_{LMTD}$$

**) ΔT_{LMTD} برای مبدل‌های غیر دولوله‌ای به صورت مبدل دولوله‌ای با جریان مخالف (معکوس) در نظر گرفته می‌شود.

محدودیت روش LMTD :

باید حتماً هر ۴ دما را داشته باشیم در غیر این صورت مجبور بودیم از روش حدس و خطا عمل کنیم.

برای جلوگیری از حدس خطا از روش NTU استفاده می کنیم.

*) از نظر تئوری دو روش یکسان ~~LMTD~~ هستند.

از روش LMTD معمولاً برای تعیین Sizing (A) استفاده می کنیم.

روش ε-NTU معمولاً برای تعیین Rating استفاده میکنیم.

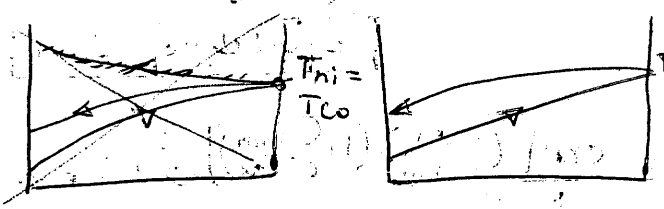
روش ε-NTU :

پارامتر ε تعریف می گردد:

$$\varepsilon = \frac{\text{انتقال حرارت واقعی از مبدل}}{\text{انتقال حرارت ممکنه max از مبدل}}$$

برای تعریف Qmax :

مبدل ایده آل: به مبدلی می گوییم که دمای سیال خروجی که $\dot{m} C_p$ کمتری دارد برابر با دمای ورودی سیال دیگر باشد. درحالتی که سطح مبدل بی نهایت باشد. (سطح انتقال حرارت خیلی بزرگ باشد)



مبدل ایده آل max تبادل حرارت را داریم.

$$Q_{max} = (\dot{m} c_p)_{\text{سیال می نیمم}} \underbrace{(T_{hi} - T_{ci})}_{max}$$

$$Q_{max} = (\dot{m} c_p)_{min} (\Delta T)_{max}$$: ~~min~~ *)

اگر $\dot{m} C_{p\,max}$ را درنظر بگیریم Q بدست آمده قابل حصول نیست.

مبدل ایده آل Q max را دارد.

$$Q_{max} (\dot{m} c_p)_{\text{سیال [illegible]}} (T_{hi} - T_{ho})$$ یا

(?) → *) برای وقتی که سیال سرد min است.

*) اگر سیال گرم min بود روابط برعکس میشود.

$$Q_{max} = (\dot{m} C_p)_{min} (\Delta T)_{max}$$

برای یک سیال ← min

برای دو سیال ← max

$$\varepsilon = \frac{(\dot{m}c_p)_{\text{min سیال}} \; (\Delta T_{\text{min سیال}})}{(\dot{m}c_p)_{\text{min سیال}} \; (\Delta T)_{max}}$$

اختلاف دما در مبدل:

$$T_{hi} - T_{ci}$$

برای یک سیال

$$\varepsilon = \frac{\Delta T_{\text{min سیال}}}{\Delta T_{max}}$$

برای دو سیال.

$$Q = \varepsilon Q^*$$ ← Q_{max}

اگر ε را داشته باشیم مستقیماً Q بدست می‌آید.

$$0 < \varepsilon < 1$$

$\boxed{\varepsilon = 1 \leftarrow \text{مبدل ایده‌آل.}}$

روابط ε حفظ شود:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left[\left(\frac{-UA}{C_{min}}\right)\left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)\right]}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}}$$ ← برای مبدل دو لوله‌ای با جریان همسو.

$$\boxed{C = \dot{m}c_p}$$

در ε-NTU با دو بی‌بعد: ε و $\frac{UA}{C_{min}}$ کار داریم:

$$\frac{UA}{C_{min}} = NTU = \Delta$$ اندازه‌ی بعد مبدل.

برای یک مبدل خاص اگر دماهای ورودی و خروجی را تغییر دهیم ε تغییر نمی‌کند چون نسبت $\frac{\Delta T}{\Delta T}$ ثابت می‌ماند.

$\frac{C_{min}}{C_{max}} \rightarrow 0$

اگر تغییر فاز داشته باشیم :
برای کلیه مبدل ها :

$$\boxed{\varepsilon = 1 - e^{-NTU}}$$

توجه : در مبدل ایده آل $NTU \rightarrow \infty$

مبدل ایده آل ← توزیع کامل، $\varepsilon = 1$، $NTU \rightarrow \infty$

max راندمان (ε) :

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} = 0$$

min راندمان (ε) :

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} = 1$$

خوب