www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسین عمران

ارائه کتابها و جزوات رایگان مهندسی عمران

بهترین و برترین مقالات روز عمران

انجمن های تخصصی مهندسی عمران

فروشگاه تخصصی مهندسی عمران

مهندسی زلزله

تدوین : مهندس عباس محبوبی

استاد : دکتر دانش آشتیانی

بهمن ۸۹

ویرایش اول : اسفند ۹۱

پارامترهایی که بیانگر چگونگی آزاد شدن انرژی در گسل می باشند:

بزرگی (مقدار) Magnitude: بیانگر این می باشد که چه میزان انرژی از زلزله آزاد می شود. براساس این مقدار، مناطق را از نظر لرزه خیزی تقسیم بندی می کنند.

انرژی E: همان میزان پتانسیلی است که در لحظه‌ای وقوع زمین لرزه در کانون زلزله، آزاد می شود.

شدت I: پارامتری که بیانگر میزان خسارت وارده حین زلزله است که برحسب مرکالی بیان می شود.

روابط بین پارامترهای زمین لرزه:

رابطه‌ی انرژی آزاد شده با بزرگی:

بخشی از انرژی آزاد شده به صورت امواج زلزله انتشار می یابد و بخش دیگر صرف جابجایی گسل ها و خرد شدن سنگ ها می شود. گوتنبرگ و ریشتر در سال 1956 رابطه‌ی انرژی آزاد شده با بزرگی را به صورت مقابل ارائه کردند:

$$\log E = 4.8 + 1.5M$$

(E: انرژی، M: بزرگی)

مثال:
- زلزله 6 ریشتر: $\log E_6 = 4.8 + 1.5 \times 6 \Rightarrow E_6 = 6.309 \times 10^{13}$
- زلزله 7 ریشتر: $\log E_7 = 4.8 + 1.5 \times 7 \Rightarrow E_7 = 1.995 \times 10^{15}$

رابطه‌ی بین شدت و بزرگی:

استوا در سال 1964 رابطه‌ی زیر را ارائه کرد:

$$I = 8.16 + 1.45M - 2.46\ln r$$

I: شدت زلزله برحسب مقیاس MM (مرکالی اصلاح شده)

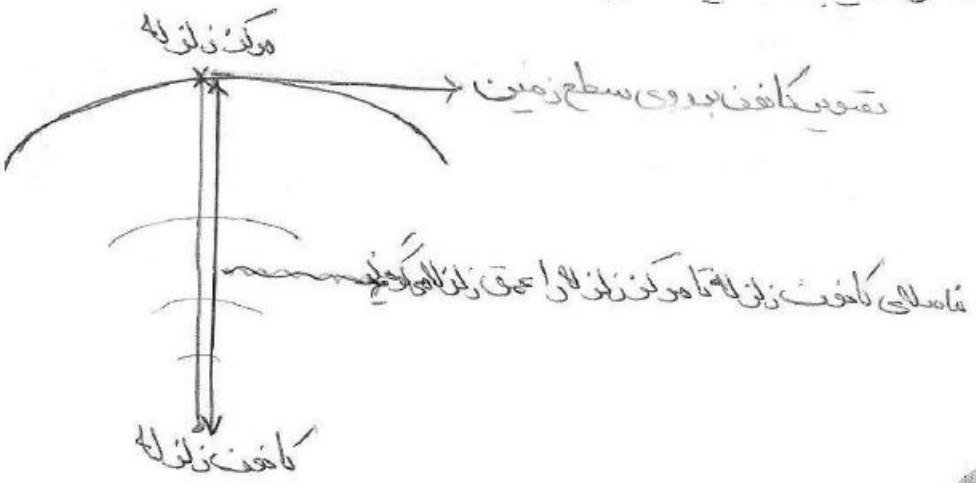
M: بزرگی برحسب ریشتر

r: فاصله از مرکز زلزله برحسب کیلومتر

البته این مدل ها مدل های اولیه می باشند که بعدی اولین بار مطرح شده و مدل ها و روابط توسط بقیه‌ی دانشمندان دیگر، اصلاح شد.

کانون و مرکز زلزله:

امواج زلزله با گونه‌ای ارتعاش می‌یابند که گویی از یک مرکز واحد ساطع شده‌اند، این مرکز را کانون زلزله می‌نامند.



تقسیم‌بندی کانون‌زلزه‌ها بر اساس عمق زلزله

- سطحی ← عمق کمتر از ۷۰ کیلومتر
- عمیق ← عمق بین ۷۰ تا ۳۰۰ کیلومتر

حوزه‌ی اثر زلزله‌های سطحی نسبتاً کوچک است و در خارج از آن، جن با وسائل لرزه‌نگاری می‌توان زلزله را حس نمود در حالی که زلزله‌های عمیق می‌توانند در فواصل دور محسوس می‌باشند

تفاوت این دو نوع زلزله از نظر مهندسی ← زلزله‌های مخرب همواره از نوع سطحی‌اند و زلزله‌های عمیق اثر تخریبی چندانی ندارند.

مکانیزم وقوع زلزله با حرکت زمین، نوع گسل، عرض و طول گسل بستگی دارد.

N 30 S ← زلزله از شمال به جنوب با زاویه 30 درجه

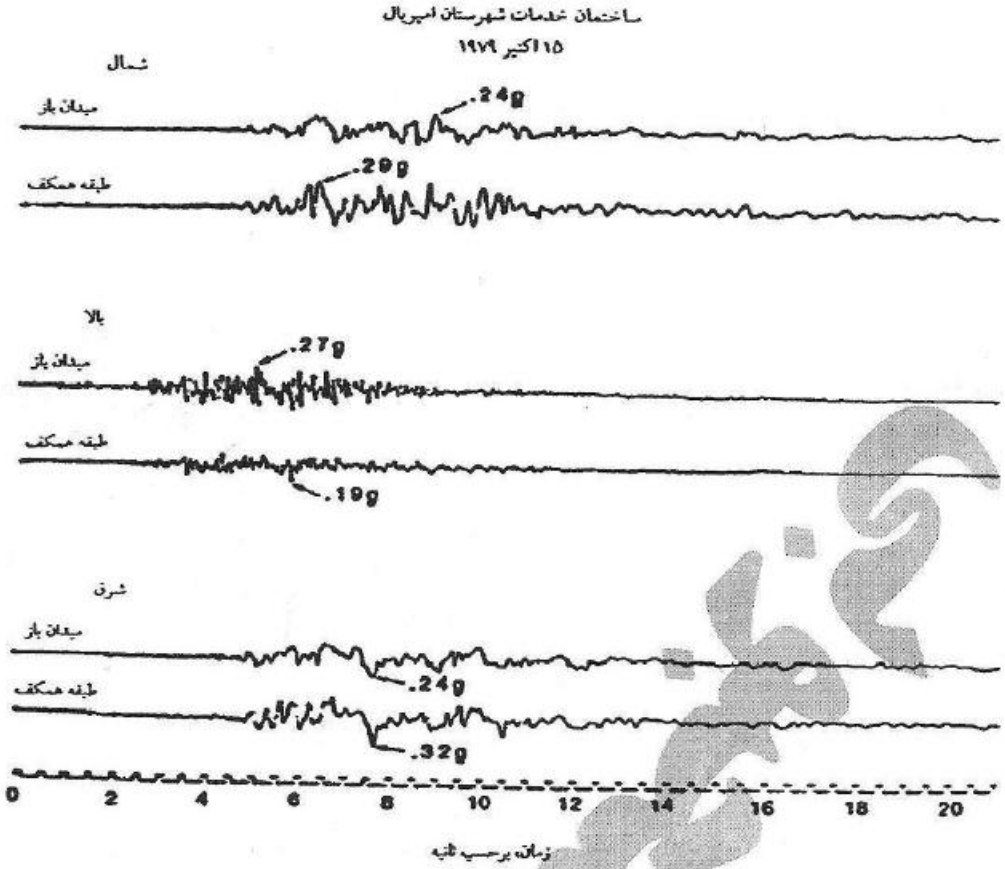
E 45 W ← زلزله از شرق به غرب با زاویه 45 درجه

موقعیت زلزله بحرانی می‌باشد.

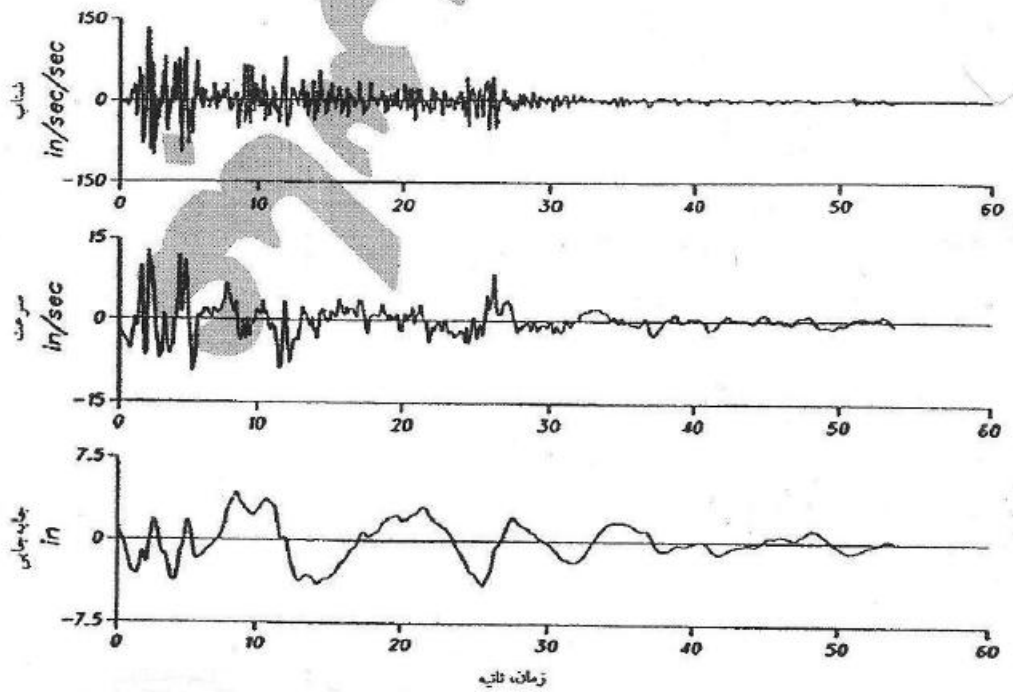
رکورد زمین لرزه:

حرکت زمین در حین وقوع زلزله توسط یک شتاب‌نگار حرکت می‌شود، که شتاب زمین را در یک مکان مشخص ثبت می‌کند، اندازه‌گیری می‌شود. سه مؤلفه‌ی حرکت زمین در آن مکان ثبت می‌شود. دو تای آن‌ها در صفحه افقی و یکی در جهت قائم است توسط ابزار ثبت می‌شود ممکن است این ابزارها در فضای باز و یا درون ساختمان نصب شوند. می‌بایست خط نامعلوم شتاب صفر قبل از محاسبه سرعت و جابجایی تعیین شود. اندک خطایی که در تعیین خط مبنای شتاب صفر صورت پذیرد با بروز خطاهای چشمگیری در تعیین سرعت و جابجایی منجر خواهد

شده برای آن که خطاها به مینیمم رسانده شود باید تصمیمی اتخاذ کرد.

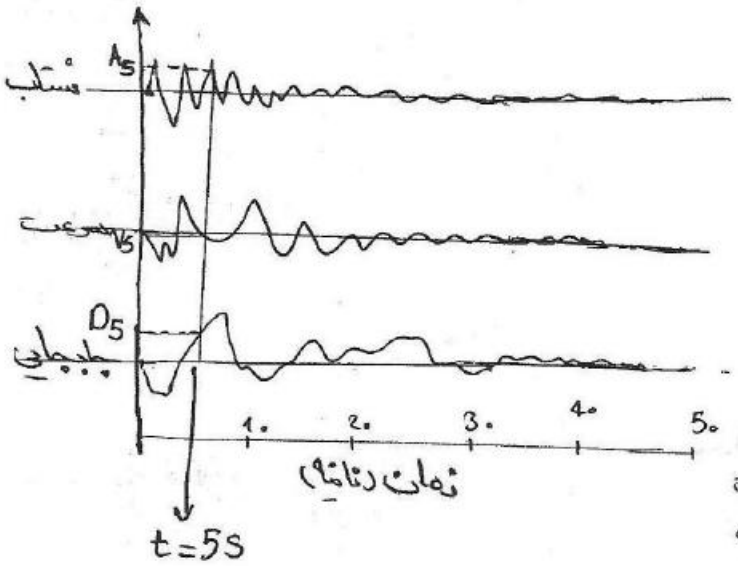


شکل ۱.۲ شتابنگاشتهای حرکت شدید که درمیدان باز و طبقهٔ همکف ساختمان خدمات شهرستان امپریال درطی زلزلهٔ امپریال‌ولی در ۱۵ اکتبر ۱۹۷۹ ثبت شده‌اند.



شکل ۲.۲ شتابنگاشت اصلاح‌شده و پیشینه‌های زمانی سرعت و جابه‌جایی انتگرال‌گیری شده برای مؤلفهٔ S00E زلزلهٔ امپریال‌ولی در تاریخ ۱۸ مه ۱۹۴۰ در ال‌سنترو.

مال رکورد زلزله را برای شتاب و سرعت و جابجایی داریم براساس این نمودارها در هر لحظه از زلزله می‌توان تعیین کرد که در نقطه‌ای که شتابنگار قرار داشته، چه شتاب و چه سرعت و چه جابجایی داشته‌ایم.



با قطع نمودارها (رکورد) در لحظه‌ای مثلاً 5 ثانیه می‌توانیم شتاب (A_5) سرعت (V_5)، جابجایی (D_5) در محل مورد نظر شتابنگار مربوطه را بیابیم

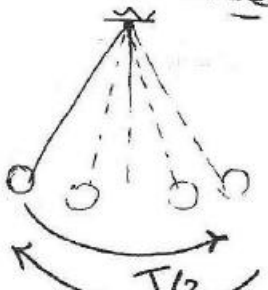
مدت زمان یک رکورد همواره بیشتر یا مساوی مدت زمان انرژی‌ای است که به سازه وارد می‌شود بنابراین از طول موج این مدت زمان باید کمتر باشد تا انرژی حرکت مناسب، امکان خستگی سازه وجود دارد.

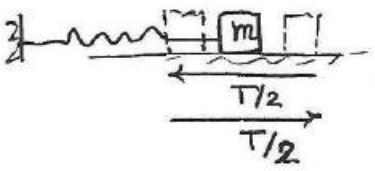
همان طور که در نمودارها مشخص است می‌توان مدت زمان زمین لرزه را یافت.

از روی رکوردهای بدست آمده، پارامترهایی مانند PGA و PGD و PGV را یافت زیرا این مقادیر عبارتند از ماکزیمم حالت پارامتر مربوطه در زمین. مثلاً PGA عبارت است از ماکزیمم شتاب زمین در محل شتابنگار ← PGA و PGV و PGD هیچ ربطی به سازه و خصوصیات آن‌ها ندارند همچنین مدت زمان زلزله هم تأثیری روی این عبارات ندارند زیرا ممکن است زمین لرزه 5 ثانیه باشد ولی در نقطه‌ای مورد نظر ما شتاب و سرعت قابل ملاحظه‌ای ایجاد کند.

پریود (T)، فرکانس:

مدت زمان یک رفت و برگشت در یک حرکت نوسانی را پریود می‌گویند.



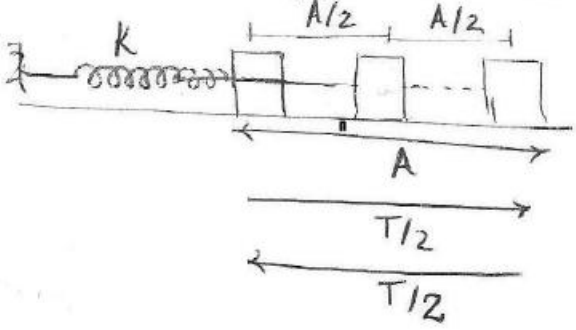


در صورتی که میرایی (damping) داشته باشیم دامنه نوسان رفته رفته کم می‌شود یا به عبارتی دامنه نوسان خمیده می‌شود ولی پریود نوسان همکاری ثابت است

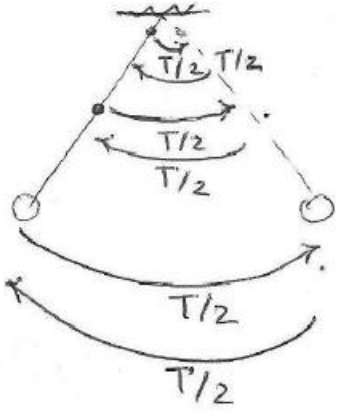
شایان ذکر است چنین در یک حرکت نوسانی با دامنه نوسان ربطی ندارد مثلاً اگر آونگ بالا را 30° انحراف اولیه دهیم و دوره‌ی آن را اندازه گیری کنیم با اینکه 40° انحراف دهیم فرقی نمی‌کند.

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}}$ ← برای هنوز ونه

همان طور که در مدل مشاهده می‌شود دامنه‌ی نوسان (A) تأثیری ندارد.



دقت شود وقتی یک حرکت نوسانی صورت می‌گیرد تمام اجزای آن دارای همان پریود می‌باشد. مثال:



حتی تمام نقاط روی طناب نیز دارای همان پریود و زمان آونگ‌ها می‌باشد

پریود ساختمان:

منظور کسد با ساختمان یک تلاقی می‌زنیم هر چند تا ستون وهی دامنه که در این صورت سازه دامنه‌ای دقیقاً تا ستونی خواهد داشت ($A \simeq 0$) ولی سازه در سطح میکرو سکوپی حرکت رفت و برگشتی خیلی خیلی کوچکی خواهد داشت ولی برای انجام همین حرکت رفت و برگشتی کوچک مدت زمانی را صرف می‌کند. حال هر سازه‌ای که مرتبا در حال رفت و برگشت باشد باز هم حرکت رفت و برگشتی خواهد داشت ولی با دامنه‌های بزرگ. حال آن‌ها که پریود حرکت نوسانی به دامنه ربطی ندارد. حتی آن را به صورت خصوصی این دو پریود را مقایسه‌ای کردیم مشخص شد که هر دو مقداری برابر دارند این مقدار برابر را پریود طبیعی ساختمان می‌گویند که با T نشان می‌دهیم

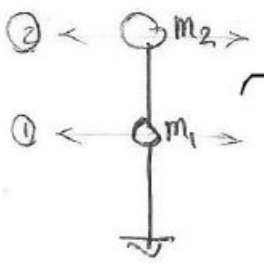
$T \rightsquigarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$ ← بسامد طبیعی ساختمان

تعداد طبقات

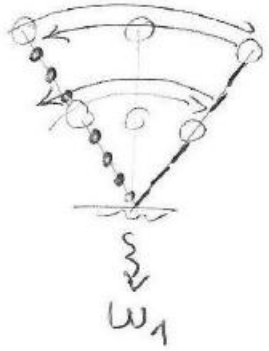
$T \simeq 0.1 \times n$

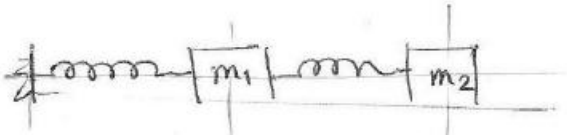
البته این گونه نگاه کردن به پریود ساختمان خیلی ابتدایی می‌باشد زیرا مثال‌هایی که از حرکت نوسانی بیان شد مربوط به دستگاه‌هایی با 1 درجه‌ی آزادی بودند. یعنی در هر صورت با یک حالت نوسان سروکار داشتیم ولی سازه‌های ساختمانی چند طبقه‌ای دارای

درجات آزادی زیادی می باشند تا با ساده ترین می توان هر طبقه را در جهت افق، با 1 درجه آزادی در نظر گرفت مثال ←

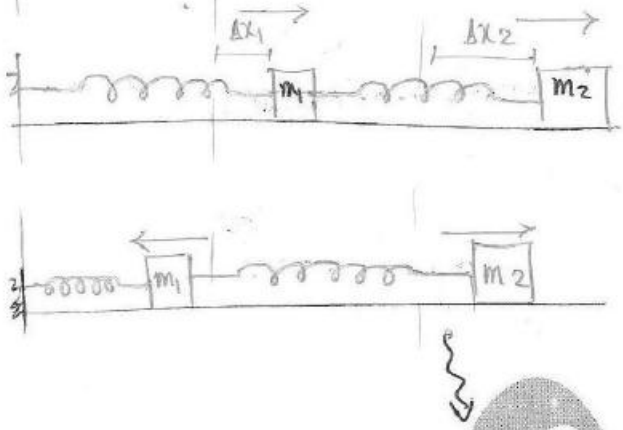


← 2 حالت کلی نوسان داریم





← دو درجه آزادی داریم



هر دو جسم حرکت کنند
دو حالت
در دو جهت مخالف حرکت کنند

جالب اینجاست که در هر دوی این حالات هر دو جرم m_1 و m_2 با طمئنان خاص خود حرکتی کند ولی مدت زمان نوسان کامل m_1 با مدت زمان نوسان m_2 در همان حالت برابر است با این دلیل برای این حرکت نوسانی برای مجموعه یک یا واحد در هر حالت در نظر گرفته می شود حتی در صورتی که یک نقطه روی هر کدام در یک حالت در نظر بگیریم این نقطه نیز دارای حرکت نوسانی با پریود ثابت مجموعه می باشد.

حال ممکن است سوال پیش آید که برای ساختمان پریود سازه در جهات مختلف یکی است یعنی سازه ما مثلاً یک درجه آزادی (ساختمان) کلی یک پریود است؟

جواب: خیر، از آن جا که سختی سازه در هر جهت مقداری مشخص است پس پریود سازه در هر جهت نیز مقداری مشخص است. ولی در صورتی که بخواهیم سازه را تحلیل و دست کم حدی که ضعیف ترین باشد را انتخاب می کنیم

هر سازه با تعداد درجات آزادی آن، مد ارتعاشی دارد.

یک ساختمان ۳ طبقه، ۱۸ درجه‌ی آزادی دارد ← ۱۸ مد ارتعاشی دارد اگر سقف صلب نباشد هر دو نقطه روی سقف می‌تواند ۲ مکانیسم متفاوت داشته باشد.

↓

این جمله به این معناست که این دو نقطه خود درجه‌ی آزادی دارند تا اینکه در آن حرکت دورانی دارای مکانیسم متفاوت می‌باشد.

سازه فولادی ← دیر
سازه بتنی ← سخت

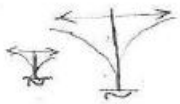
هرچه سازه نرم‌تر باشد ← پریود سازه بیشتر است.

نرم‌کنید یک خط کش فلزی و یک خط کش چوبی را با صورت طره قرار دهید انتهای آن با هر دوی این‌ها حرکت نوسانی دهید خط کش چوبی با مدت زمانی خیلی کمتری حرکت رفت و برگشتی را انجام خواهد داد یا به عبارت دیگر پریود حرکت نوسانی خط کش فلزی بیشتر از چوبی می‌باشد.

هرچه سازه بلندتر باشد ← کوتاه ← پریود بیشتر است

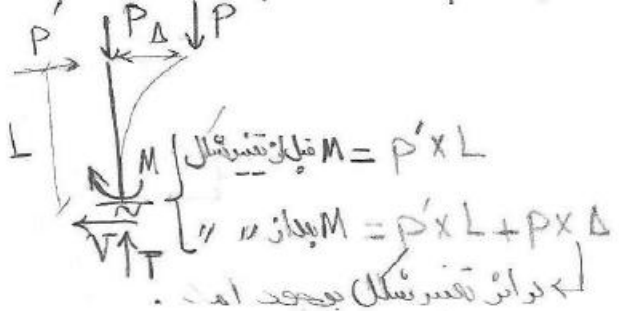
هرچه طول خط کش فلزی بیشتر باشد مدت زمان بیشتر صرف نوسان می‌شود و حالتی که خیلی طول را کم کنیم پریود به مقدار کم می‌شود که چشم انسان قادر به دیدن درست حرکت نوسانی نیست (رفت و برگشت خیلی سریع (مدت زمانی) می‌گردد).

تقسیم مکان در ساختمان‌های بلند بیشتر از تقسیم مکان در ساختمان‌های کوتاه است (سقف سازه) و امکان دارد با میزان کمتر تقسیم مکان در طبقات 2، 1 واحد محاسبه شود ← ساختمان‌های بلند در هنگام نوسان چون تقسیم مکان در آن‌ها بیشتر است



و وقتی تقسیم مکان‌ها ↑ ← افراد بیشتری آسیب می‌بینند زیرا پنجره‌های دیوارهای نرد حواب شده و می‌ریزند چون انعطاف‌پذیر نیستند.

همچنین تقسیم مکان زیاد باعث ایجاد نیروهای مرتبه دوم (مثل P-Δ) می‌شود.



نکته: در مورد اصلاح رکورد شتاب: (رکورد اولیه موجود)

ما می توانیم مقادیر data هایی که شتاب آن ها کمتر از 0.05g است را حذف کنیم
← با این کار رکورد ما از ابتدا و انتها کم می شود که حجم اطلاعات کاهش می یابد ولی باید دقت کنیم که مدت زمان (duration) رکورد، شتاب‌هایی از انرژی داده شده به سازه است در صورتی که مدت زمان رکورد کمتر از 0.05g زیاد باشد نمی‌توانیم این کار را انجام دهیم.

$$I = \int_0^t a^2(t)\,dt \rightsquigarrow$$ مقدار کل انرژی وارد به سازه

تقسیم بندی سازه ها از لحاظ پریود:

پریود کوتاه ← 0 تا 0.5 ثانیه
پریود متوسط ← 0.5 تا 1.5 یا 1.7 ثانیه
پریود بلند ← بالای 2 ثانیه

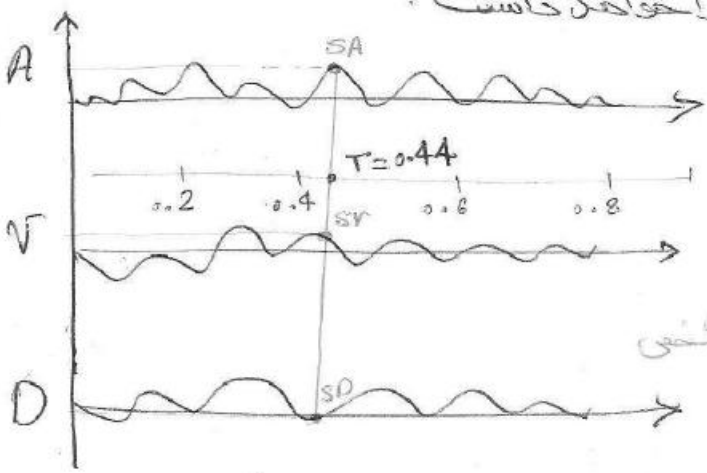
نکته ← هرچه فاصله از مرکز زلزله ↑ ← به دلیل damping ← دامنه‌ی نوسان ↓

ساختمان بیرون زلزله را تنها با مقاومت خودش یا تغییر مکان بیرون زلزله را تلف می‌کند.

سازه‌ای که ارتفاع آن بیشتر باشد ← پریودش ↑ ← نرخ ↑ ← انرژی بیشتری جذب می‌کند ← تغییر شکل‌های بیشتر از حد نشان خواهد داد.

طیف:

طیف نمودارهایی می باشد مربوط به یک ایستگاه از زلزله به این صورت که روی یک محور پریود (یا فرکانس) داریم روی محور دیگر مثلاً شتاب. حال برحسب چیزی که پریود یک سازه را بدانیم به راحتی از روی نمودار تقسیم شده می توانیم بگوییم برحسب چیزی که سازه‌ای در آن نقطه شتاب نگار مربوطه قرار داشت که آن پریود را داشت این مقدار شتاب حداکثر و این مقدار جابجایی حداکثر و این مقدار سرعت حداکثر را خواهد داشت.



T معلوم ← طیف ← SA ✓ SV ✓ SD ✓

موجود سازه‌ی مشخص

SA ← ماکزیمم شتابی که این سازه در این زلزله‌ی این پریود دارد.
SV ← " سرعتی " " " " " " " "
SD ← " جابجایی " " " " " " "

نحوه‌ی ترسیم طیف با استفاده از رکورد :

فلسفه‌ی ترسیم طیف استفاده از انتگرال دوهامل می باشد که این کار فقط توسط نرم افزار امکان پذیری باشد .

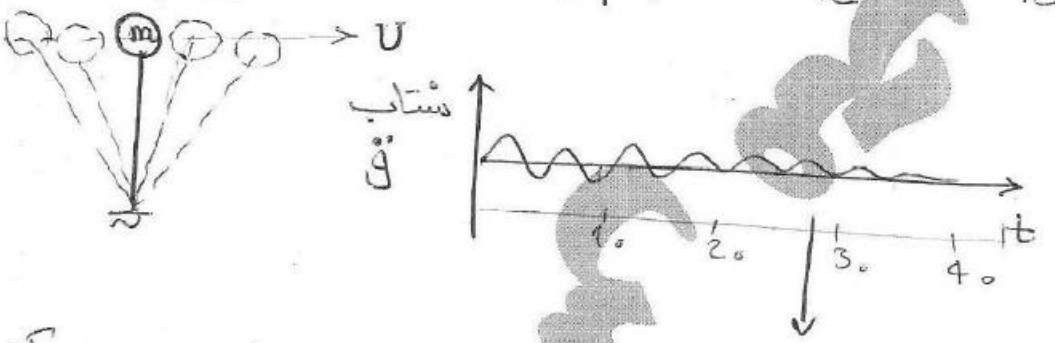
فرض کنید شتاب‌نگاری شتاب زلزله را در هر لحظه بما بدهد که می‌دهد . $\ddot{g}(t)$ ✓

$$\text{نیروی وارد بر جسم با جرم } m = m\ddot{g}(t) \quad (\ddot{g}(t): \text{شتاب})$$

$$U(t) = \frac{1}{m\omega}\int_0^t m\ddot{g}(\tau)\sin\omega(t-\tau)\,d\tau$$

$U(t)$: مکان نوسان گر در هر لحظه

فرض کنید سازه‌ای با فرکانس طبیعی ω و جرم m داریم که رکورد زلزله که واقعاً بی‌نظم است را برآن وارد می‌کنیم می‌خواهیم مکان جرم را در هر لحظه بیابیم :



با نقجا با رکورد شتاب $\ddot{g}(t)$ یعنی شتاب در هر لحظه بارا حتی بدست می‌آید ولی $\ddot{g}(t)$ یک تابع است ولی تابعی نامشخص از لحاظ معادله .

حال می‌خواهیم مکان جرم m را در لحظه‌ای 10° ثانیه بیابیم :

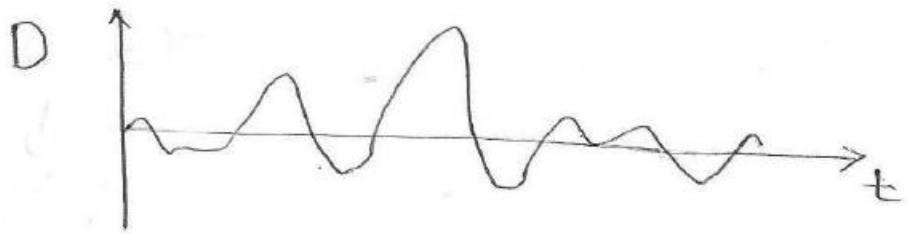
$$U(t) = \frac{1}{m\omega}\int_0^t m\ddot{g}(\tau)\sin\omega(t-\tau)\,d\tau$$

(m: ثابت، ω: ثابت، m: ثابت، ω: ثابت، t: ثابت)

$$U(t) \rightsquigarrow \text{ok} \longrightarrow U(t) = f(t) \rightsquigarrow U(10) = f(10)$$

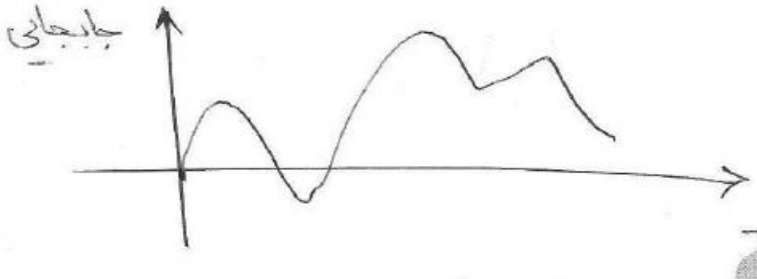
← با این راه می‌توانیم در هر لحظه برای سازه با وجود مشخص مکان را بیابیم حال اگر این کار را با تمام امتداد برای تمام مدت رکورد انجام دهیم ($\int_0^{t\leftarrow 40}$ مثلاً) برای سازه هر لحظه نمودار

مکان بر حسب زمان را خواهیم داشت.



حال در صورتی که ۴ المنتوم فوق (مطلق) را بیابیم یعنی ما کز بهم تغیر مکان سازه با پریود مشخص در طول مدت زلزله را خواهیم داشت این مقدار را برای این سازه با این پریود SD می نامیم ← T/→SDr

برای هر پریود آن کار را انجام دهیم SD های مربوطه آن پریود را خواهیم یافت حال در صورتی که همه داده ها ترسیم کنیم که SD را بر حسب پریود به ما بدهد در واقع طیف جابجایی را ترسیم کرده ایم.



در این نمودار ازای هر پریود (هر ساختمان) جابجایی ما کزیمم متناظر با آن در آن زلزله را خواهیم داشت.

در صورتی که از انتگرال دیوهامل مشتق بگیریم یعنی $\dot{U}(t)$ را یافته ایم پس اگر همین مراحل را ادامه دهیم طیف سرعت را ترسیم خواهیم کرد و باهمین صورت اگر از $\ddot{U}(t)$ نیز مشتق بگیریم و مراحل را ادامه دهیم طیف شتاب را کشیده ایم.

$$U(t) = \frac{1}{\omega}\int_0^t \ddot{g}(\tau)\sin\omega(t-\tau)\,d\tau$$ ← مقادیر U در هر لحظه

↓

مشتق عددی از مقادیر U ← مقادیر $\dot{U}$ در هر لحظه

↓

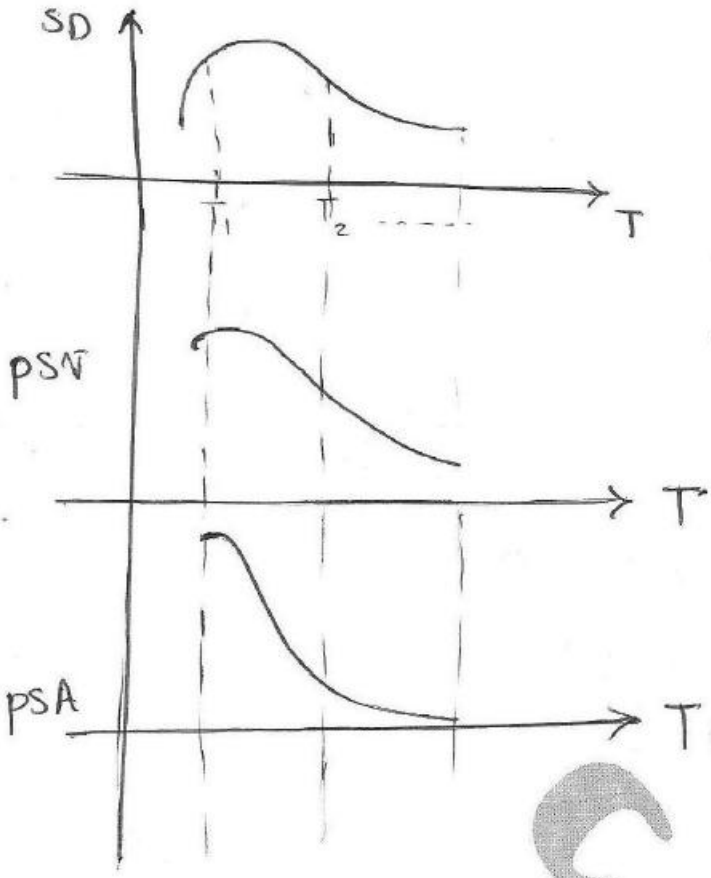
$\dot{U}(t) =$

⋮

مشتق عددی از مقادیر $\dot{U}$ ← مقادیر $\ddot{U}$ در هر لحظه

$\ddot{U}(t) =$

درصورتی که با انتگرال دیومامل طیف تغییرمکان را ترسیم کنیم وان دو مؤلفه $PSV=\omega SD$ و $PSA=\omega^2 SD$ استفاده و طیف‌های مربوط با PSV و PSA را ترسیم کنیم درواقع طیف شبه‌سرعت و طیف شبه‌شتاب را ترسیم کرده‌ایم



$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$T_1 \checkmark \rightarrow \omega_1 \checkmark \rightarrow PSA_1 = \omega_1^2 SD_1 \checkmark$

$T_n \checkmark \rightarrow \omega_n \checkmark \rightarrow PSA_n = \omega_n^2 SD_n \checkmark$

عوامل موثر بر طیف:

۱- مشخصات بستر خاک: نوع خاک بستر یا حتی لایه‌های خاک تأثیر می‌گذارد بر روی طیف (بر روی رکورد تأثیر مستقیم دارد که یا طور مستقیم از طریق انتگرال دیومامل بر طیف اثر می‌گذارد)

۲- مشخصات زلزله magnitude (با رکورد مربوطه می‌شود که خود مستقیم بر طیف اثر می‌گذارد)

۳- فاصله: با ازای هر فاصله ما یک طیف داریم (چون رکورد تغییر می‌کند)

۴- خصوصیات منبع زلزله (مکانیزم و نوع زلزله)

۵- مدت زمان رکورد (بر روی انتگرال دیومامل تأثیر مستقیم می‌گذارد)

میرایی (damping):

میرایی یک خاصیت در وجود سازه می‌باشد ← هیچ ارتباطی با رکورد زلزله ندارد.

damping روی پریود سازه به طور غیرمستقیم تأثیر گذار است.

damping ناشی از { damper ها در سازه / سیستم سازه‌ای / متوال سازه

وقتی نیروی زلزله وارد می‌شود، المان‌های سازه‌ای مخصوصاً مرزهای اتصال، انرژی زلزله را دمپ می‌کنند. فولاد نسبت به بتن رفتار نرم‌تری دارد. رفتار تنش و کرنش‌ای که در فولاد وجود دارد در تلف کردن انرژی موثر است.

دمپرها می‌توانند سیستم‌های مکانیکی و هیدرولیکی نیز باشند.

سازه‌های فولادی انرژی بیشتری را damp می‌کنند. اگر اتصالات پیچی باشند نسبت به جوشی انرژی بیشتری را damp می‌کند (مثلاً پیچ داخل سوراخ جابجا می‌شود بدون اینکه نیرویی به سازه وارد شود).

سوال: آیا دمپینگ نیروی طیف اثر دارد؟

ما می‌دانیم طیف یک دیاگرام است که نرم‌افزار براساس اتکال المان‌ها، جرم‌ها و ... محاسبه می‌کند حال در صورتی که سازه‌ای دمپینگ قابل ملاحظه‌ای داشته باشد چه می‌شود؟ آن سازه تنش می‌کند پس فقط برای مثلاً یا مثلاً SA با پریود بدست آمده با تاثیر دامپرها، از طیف ترسیم شده SA را می‌یابیم. ولی در صورتی که دمپینگ‌ها در سازه‌ها برای ترسیم یک طیف ثابت باشد در آن صورت برای هر دمپینگ طیف مجزایی خواهیم داشت. که در این صورت آیا اثر دمپینگ را در پریود سازه لحاظ می‌کنیم؟

سوال: تونل کنید در یک نقطه با فاصله‌ی 10 کیلومتر از دو زلزله جداگانه، یکی 5 طبقه و دیگری 10 طبقه با طبقات مشابه وجود دارند. در این صورت آیا می‌توان تخمین کرد که نیروی کدام یک از سازه‌ی 10 طبقه چند برابر نیروی وارد بر سازه 5 طبقه است؟ اگر می‌توان تخمین کرد دلیل خود را بیان کنید. ($T=0.1n$)

↓ تعداد طبقات

سوال: زلزله‌ای در منطقه‌ای رخ داده که دارای PGA=0.5g می‌باشد حال شتاب سازه با پریود 2 S در این زلزله 0.6g شده است. آیا اصلاً گزاره قبل درست است یعنی شتاب سازه بیشتر از شتاب زمین لرزه شده است؟ چرا؟ و اگر درست است در صورتی که در همان منطقه زلزله‌ای با PGA=0.4g بیاید در مورد سازه با پریود 2S چه می‌توان گفت؟

سوال: نوع کدام منطقه‌ای دارد یا خیلی کاملاً یکنواخت و ساختمان کاملاً یکسان دارد؟ این منطقه زلزله‌ای رخ می‌دهد نوع خسارت و ساختمان به یک اندازه خسارت می‌بیند؟

سوال: زمانی که ما از رکورد شتاب، طیف شتاب، تغییر مکان و سرعت را ترسیم می‌کنیم آیا از رکورد سرعت می‌توانیم مثلاً طیف تغییر مکان را ترسیم کنیم؟ چگونه؟ و آیا از رکورد شتاب می‌توان رکورد تغییر مکان و سرعت را ترسیم کرد؟

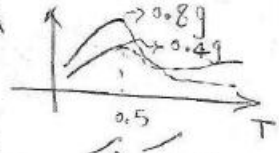
سوال: آیا زلزله‌ای که در یک منطقه‌ای خاص اتفاق می‌افتد. با یک PGA خاص می‌شناسند؟

سوال: اگر PGA یک رکورد 2 برابر شود. PGV و PGD آن رکورد چه تغییرهایی می‌کند؟

حوزه شتاب: وقتی گفته میشود یک سری رکورد زلزله داشته باشیم که سرعت و تغییر مکان یکسان (PGV, PGD) داشته باشند ولی شتاب (PGA) متفاوت داشته باشند، این بدین معنی است که طیف این رکوردها با توجه به شکل مشاهده می‌شود که این طیف‌ها در حوزه پریودی کوتاه (short t) تا هم اختلاف دارند ولی در حوزه پریودی متوسط و بلند شتاب‌ها هم می‌باشند. به همین دلیل حوزه پریودی کوتاه را حوزه شتاب نامیم.

حوزه سرعت و تغییر مکان: وقتی گفته میشود که زلزله داشته باشیم که شتاب یکسان (PGA) داشته باشند ولی سرعت (PGV) و تغییر مکان (PGD) متفاوت داشته باشند، این بدین معنی است که طیف این رکوردها با توجه به شکل مشاهده می‌شود که این طیف‌ها در حوزه پریودی متوسط و بلند تا هم اختلاف دارند ولی در حوزه پریودی کوتاه شتاب‌ها هم می‌باشند. به همین دلیل حوزه پریودی متوسط و بلند را حوزه سرعت و تغییر مکان می‌نامند.

مثال: وقتی گفته میشود یکسان داشته باشیم این دو رکورد یکی PGA = 0.8g و دیگری PGA = 0.4g باشد، بدین معنی است که اگر مثلاً طیف شتاب ترسیم کرده نظری در مورد شتاب در حوزه پریودی متوسط و بلند نمی‌توان داد ولی در مورد شتاب در حوزه پریودی کوتاه می‌توان گفت شتاب 0.8g مازه‌ای که در حوزه‌ی پریودی کوتاه دارد می‌توان گفت شتاب 0.8g بیشتر است. یعنی در حوزه پریودی کوتاه، هموار 0.8g بالاتر قرار خواهد



سازه‌های کوتاه ← پریود کوتاه ← سازه‌ها سخت

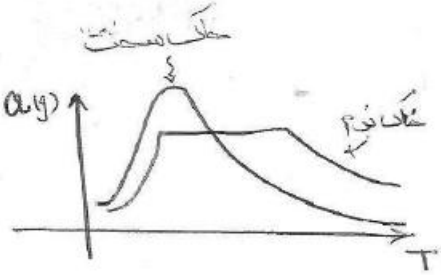
این سازه‌ها در طیف شتاب آسیب می‌پذیرند. یعنی در مورد رکوردهایی که دارای PGV یکسان باشند PGA تعیین می‌کند کدام رکورد خرابی بیشتری را متحمل می‌شود ولی اگر PGA یکسان باشند و PGV متفاوت در این صورت این سازه‌ها تأثیر آسیبی تقریباً مشابهی از هر رکورد می‌گیرند.

خاک‌ها براساس سرعت موج برشی آن‌ها تقسیم بندی می‌شوند.
هر چه خاک سخت‌تر باشد سرعت موج برشی در آن بیشتر است.

4 دسته
- Rock (صخره‌ای)
- Stiff soil (خیلی سخت)
- deep cohesion less soil (خاک نرم)
- Soft 2 medium clay and sand (خیلی نرم)

تأثیر پارامترهای مختلف بدروی طیف :

1. نوع خاک : ← شکل خلاصه شده



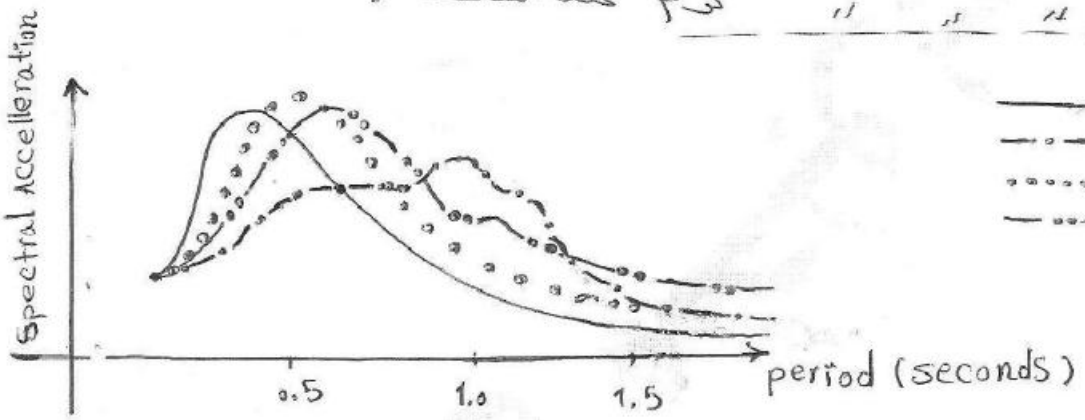
این دو طیف برای خاک سخت و نرم ترسیم شده که مربوط حالتی یک زلزله یکسان می باشند یعنی تنها پارامتری که در ترسیم این دو طیف متفاوت است نوع خاک می باشد.

باتوجه با نمودار، مشاهده می شود که از پریود کوتاه به سمت پریود متوسط و بلند

شیب تغییرات برای خاک های خیلی سخت تند است

نرم کند است .

شکل کلی :



باتوجه به طیف :

در پریود متوسط خاک منحنی شتاب خیلی پایین است ولی خاک نرم دارای شتاب زیادی است

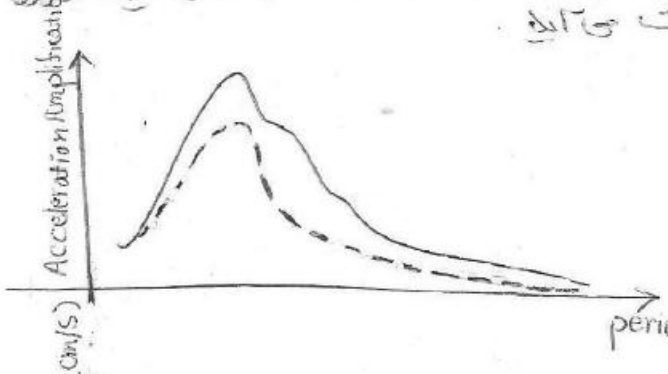
باتوجه به این موضوع در صورتی که زلزله یکسان و خاک را ثابت دهیم. اگر سازه ای پریود متوسط باشد (مثلاً ۷ طبقه)

در صورتی که روی خاک نرم قرار گیرد نیروی زلزله بیشتری به آن وارد می شود

در صورتی که روی خاک سخت قرار گیرد نیروی زلزله کمتری به آن وارد می شود .

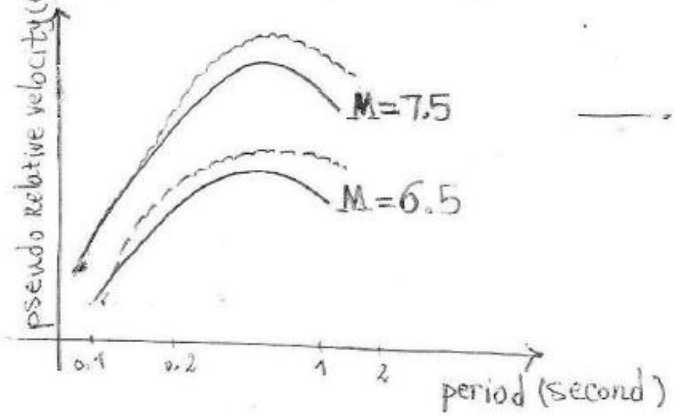
در پریود خیلی کوتاه (مثلاً ۲ طبقه) ، نمی توان نتیجه ای گرفت زیرا در short period خیلی تفاوت طیف، از لحاظ نوع خاک وجود ندارد و عمده ی شتاب در محدوده پریود متوسط است .

2. Magnitude: شاخصی از انرژی است که در هنگام وقوع زلزله آزاد می‌شود ← اندازه‌گیری انرژی آزاد شده در چشمه زلزله (طول و عرض گسل) بدست می‌آید



با افزایش M ← شدت تشدید ↑

در صورتی که مکانیزم زلزله مشخص نباشد:

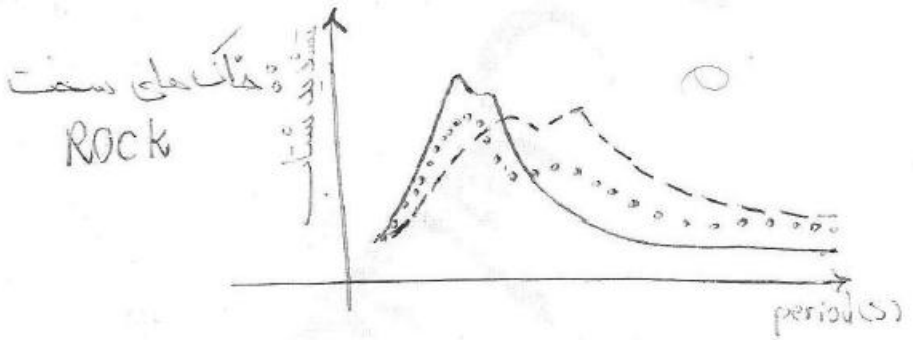


Magnitude ↑ ← مقادیر peak سرعت افزایش می‌یابد

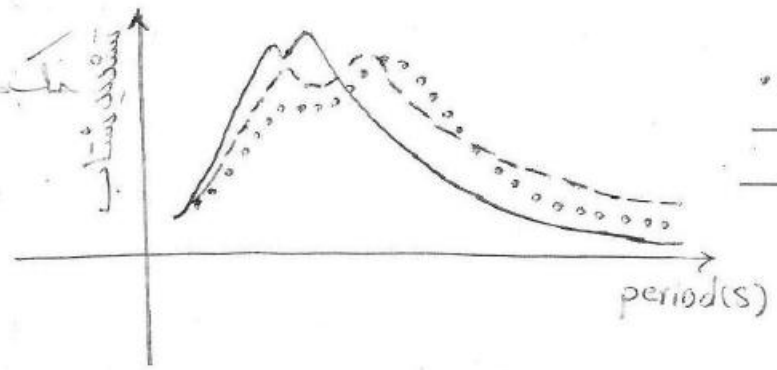
حوزه short period شتاب است و M شتاب انرژی است پس باتوجه به نمودار می‌توان مشخص کرد که در بلند و متوسط بیشتر خودش را نشان می‌دهد.

3. فاصله:

1-3 شتاب: (فاصله)



هنگامی که ROCK



هنگامی که نرم

تحلیل شتاب‌نگارهای سخت (صخره‌ای):

① با توجه به شتاب‌نگار میزان تشدید برای پریودهای متوسط و بلند (پریودهای بیشتر از 0.5 ثانیه)
← میزان تشدید near field بسیار کمتر از mid field و far field می‌باشد.

② با توجه به شتاب‌نگار میزان تشدید برای پریودهای کوتاه (پریودهای کمتر از 0.5 ثانیه)
← میزان تشدید near field، mid field و far field تقریباً هم می‌باشند.

③ با توجه به شتاب‌نگار در رنج پریودی متوسط و بلند این زلزله near field روی خاک‌های صخره‌ای بسیار کمتر از mid field و far field می‌باشد.

در near field پرسش است که شتاب کم‌تر است (پریودهای متوسط و بلند) و نیروی کم‌تری با شتاب وارد می‌شود ولی تفاوت عمده آن با far field این است که سرعت near field چندین برابر زلزله‌های far field است.

یک میزان انرژی داریم ← در far field با سرعت کم، انرژی را وارد می‌کنیم.
← در near field با سرعت زیاد، انرژی را وارد می‌کنیم.

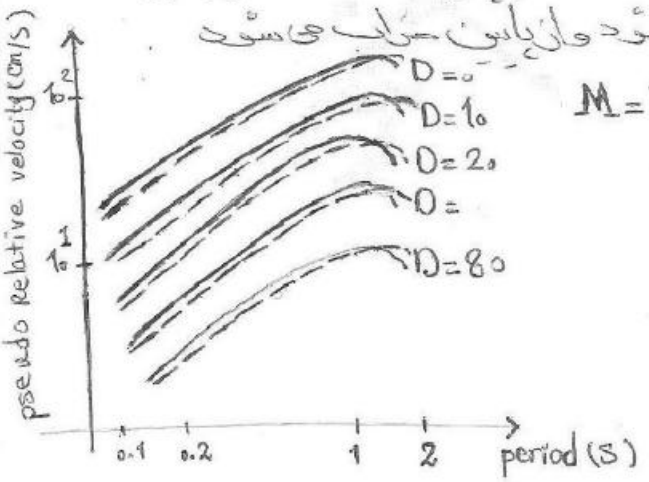
زلزله‌های near field مثل حالت انفجاری هستند، به همین خاطر زمان خیلی کوتاهی، انرژی زیادی با شتاب منتقل می‌گردد.

در far field، نیروی بیشتری وارد می‌کند اما با سرعت خیلی کمتر. (یا مدت زمان بیشتر)
مدت زمان نوسان — پریودهای متوسط و بلند

در near field، شوک وارد می‌کنیم ← رفتار سازه کوتاه و بلند متفاوت است و آسیب‌پذیری ساختمان کوتاه و بلند متفاوت است.

در near field، در طبقات بالایی ساختمان‌های بلند (ساختمان‌ها با پریود بالا)، آسیب بیشتر است
در far field، در طبقات پایین، طبقاتی از هم ایجاد می‌شود و این پایین خراب می‌شود.

2-3 سرعت نسبی (فاصله)



با توجه به شتاب‌نگار:
هرچه فاصله ↑ ← دامنه نوسان ↓ (با خاطر damp)
در short period اختلاف نسبت به long period کمتر است.

4. شکل گسل:

معمولاً دامنه‌ی ملایم برای reverse slip، برای حالت short period بیشتر از strike slip است
" " strike slip " " long period " " " " reverse slip است

اثر شکل گسل (reverse یا strike) برای قابل ملاحظه نیست. همچنین از Source ـ زلزله‌ی مورد طراحی ملایم تا متوسط کار نیست. اگر چه در short period ها پیش‌بینی دامنه اختلاف دارد، اما بطور کلی از این Source ـ زلزله صرف‌نظر می‌کنیم

5. مدت زمان رکورد (duration):

روی موضوع مدت زمان حرکتی مطالعه شده اما معمولاً رکوردهای طولانی‌تر چون میزان انرژی که با طیف دارد می‌کند بیشتر باشد میزان خرابی هم که وارد می‌کند بیشتر است

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

- انرژی رابطه‌ای مستقیم دارد با سرعت.
  - سینماتیکی
  - مکانیکی

- مدت زمان زلزله رابطه‌ای مستقیم (تا حدی) دارد با انرژی وارد به سازه

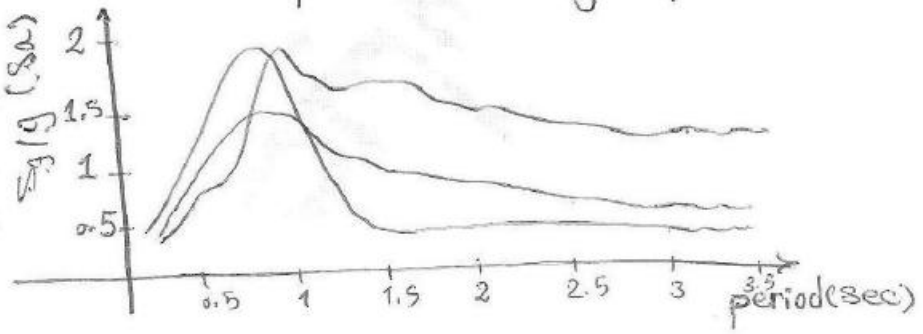
① و ②

- استدلال کوچه بازاری: مدت زمان زلزله رابطه‌ای مستقیم دارد با سرعت.

short period کاملاً تحت تأثیر شتاب است (حوزه‌ی شتاب) پس رکوردهای کوتاه مدت یا بلند مدت، تفاوت آنچنانی در طیفشان ندارند.

در پریودهای متوسط و بلند خیلی تحت تأثیر سرعت و تنش مکان می‌باشد (حوزه سرعت و تنش مکانی) پس مدت زمان زلزله رابطه‌ای مستقیم با سرعت دارد روی تنش مکان و سرعت تأثیر گذار است در نتیجه روی طیف تأثیر دارد.

6_Effect of PGV on Design spectra:



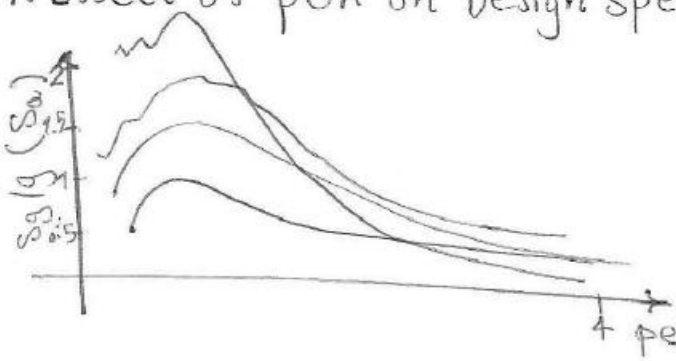
← سه رکورد با PGV متفاوت و البته مدت زمان کمی متفاوت

از آن جایی که حوزه‌ی پریودهای متوسط و بلند، حوزه‌ی سرعت می‌باشد پس سرعت (PGV) زلزله تأثیر بسزایی بر روی این حوزه دارد. پس اگر رکوردی سرعت بالایی داشته باشد حوزه تأثیر آن در سازه‌هایی است که پریودشان متوسط یا بلند است.

خصوصیات near field ← سرعت رکورد ها خیلی بالاست (far field نابرابر).

باهارتی near field و far field تفاوت در PGV دارند حال در صورتی که طیف nearfield و far field را ترسیم کنیم (مطابق 3). شبیه طیف بالایی شده (نمودار بالا برای 3 زلزله با مدت متفاوت) البته نزدیک به هم و PGV متفاوت می‌باشد) ولی نمودارهای متناظر با زلزله‌ی نزدیک خیلی از هم جدا نیستند (PGV متفاوت)

7. Effect of PGA on Design spectra:



4 رکورد با PGA متفاوت ← والبته مدت زمان کمی متفاوت

از آنجایی که حوزه پریودی کوتاه، حوزه شتاب می باشد پس شتاب (PGA) زلزله در آن حوزه تأثیر بسزایی دارد پس آن رکوردی شتاب بالایی داشته باشد حوزه تأثیر آن در سازه هایی است که پریودشان کوتاه است.

اگر سازه هایی با پریود متوسط و بلند تحت تأثیر رکوردهای با شتاب مختلف قرار گیرند منحنی که با طیف وارد می شود در این قسمت تفاوت ندارند.

شتاب ← حوزه پریودی کوتاه ← سازه های سخت تر *

* ← سازه هایی که سخت تر هستند نیروی بیشتری در یک زلزله با آن ها وارد می شود.

تکرار:

زلزله هایی که duration بالایی دارند پس انرژی بیشتری را به سازه وارد می کنند که اینها در حوزه پریودی متوسط و بلند تأثیر زیادی دارند. اما در حوزه پریودی کوتاه تأثیر زیادی ندارد.

← ۱- زلزله ای که انرژی زیاد دارد. ← در حوزه پریودی کوتاه تأثیر گذار نیست.
۲- زلزله ای که سرعت متفاوتی دارد

یا به عبارت دیگر زلزله هایی که شتاب مختلف دارند در حوزه پریودی کوتاه تأثیر دارند.

سطح زیر نمودار طیف نشان دهنده ی انرژی است ← هرچه این سطح بیشتر باشد انرژی ($E=\frac{1}{2}mv^2$) بیشتر است پس سرعت بیشتر است که این نمودار طیف خود را در حوزه ی پریودی متوسط و بلند نشان می دهد.

طیف های طرح زلزله:

چون مشخصه های خصوصیات زمین لرزه های آینده در دست نیست، اغلب طیف های طرح با میانگین گیری از طیف های پاسخ مربوط به داده های ثبت شده بر مشخصه های مشترک به دست می آیند. برای کاربردهای عملی، طیف های طرح با صورت ساده شده ای همراه با خطوط مستقیم نشان داده می شوند. حل خطی بودن (ساده سازی) این دلیل صحیح است که هنگامی که سازه در زلزله وارد ناحیه غیر خطی می شود تغییر بسیار مدهش و مشکل های مودی سازه ها مشکلات وجود دارد باهمین دلیل می خواهیم خطی و همار ساختن طیف با دلیل این خطاها، خطای زیادی ایجاد نمی کند.

چون شتاب اوج زمین، سرعت اوج زمین و جابجایی اوج زمین برای داده های ثبت شده زمین لرزه های مختلف با یکدیگر اختلاف دارند، نباید از پاسخ محاسبه شده براساس مطلق میانگین گرفت از روش های مختلفی برای نرمالیزه کردن طیف های پاسخ استفاده می شود که از میان این روش ها: ۲ روش عموماً بیشتر استفاده می شوند عبارتند از: ۱- نرمالیزه کردن بر طبق شدت طیف ۲- نرمالیزه کردن بر طبق حرکت اوج زمین.

طیف نیومارک هال در اواخر دهه ی شصت پیشنهاد شده که برای نشان دادن طیف طرح خود از خطوط مستقیم استفاده کرده اند. مقادیر پایه ی نیومارک با صورت مقابلند:

$A = 1g \left(\frac{in}{sec^2}\right)$ ← شتاب

$V = 48 \left(\frac{in}{sec}\right)$ ← سرعت

$D = 36\ in$ ← جابجایی

این مقادیر مقادیر پایه برای زمینی باشند که در صورتی که مقدار شتاب زمین متفاوت باشد مقادیر بالا باید به مقدار شتاب زمین نرمالیزه شوند. مثلاً در صورتی که شتاب زمین در زلزله ای $peA = 0.35g$ باشد داریم ←

$A = 1g \times 0.35 = 0.35g$

$V = 48 \times 0.35 = 16.8$ (I)

$D = 36 \times 0.35 = 12.6$

نیومارک با ارای دمپینگ های مختلف سازه مقادیری را برای تقویت طیف در نظر گرفته که باید با ارای درصد دمپینگ سازه اعمال شود که با صورت جدول زیر است .

مقادیر نسبی ضرایب تقویت طیف

درصد میرایی بحرانی	ضریب تقویت		
	جابه‌جایی	سرعت	شتاب
۰	۲٫۵	۴٫۰	۶٫۴
۰٫۵	۲٫۲	۳٫۶	۵٫۸
۱	۲٫۰	۳٫۲	۵٫۲
۲	۱٫۸	۲٫۸	۴٫۳
۵	۱٫۴	۱٫۹	۲٫۶
۷	۱٫۲	۱٫۵	۱٫۹
۱۰	۱٫۱	۱٫۳	۱٫۵
۲۰	۱٫۰	۱٫۱	۱٫۲

حال باتوجه به دمپینگ سازه مقادیر بدست می آید . فرض کنید سازه مورد نظر ما دمپینگ 5٪ است پس باتوجه به جدول داریم ← ۲٫۶ ۱٫۹ ۱٫۴

حال مقادیر لرزه‌ای مربوط به سازه با این دمپینگ در این زلزله را می یابیم .

$A = 0.35g \times 2.6 = 0.91g$

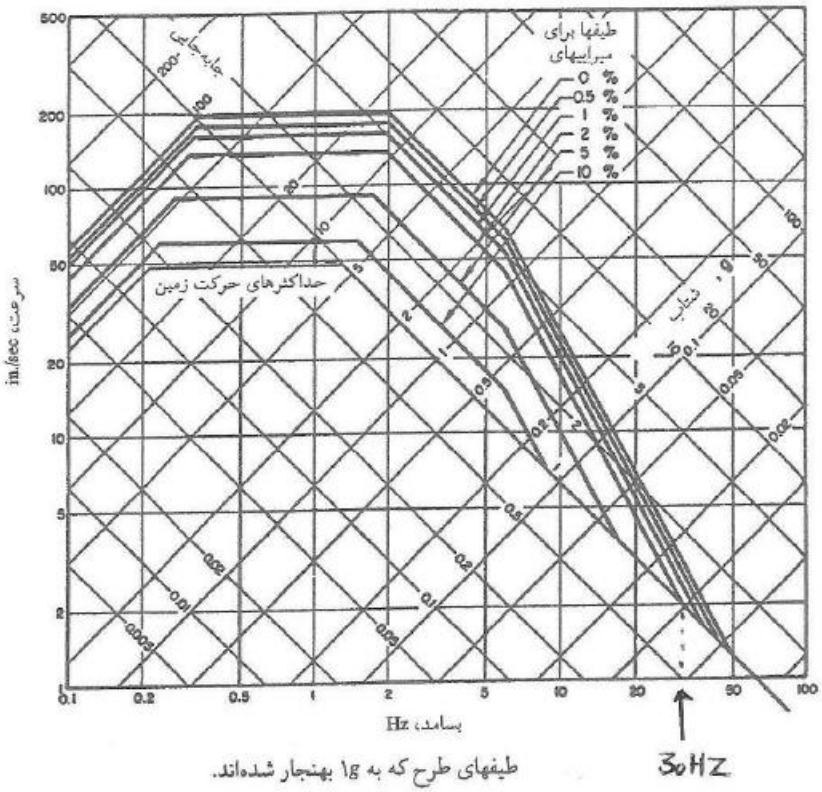
$V = 16.8 \times 1.9 = 31.92$ (II)

$D = 12.6 \times 1.4 = 17.64$

حال این گروه مقادیر بدست آمده را ((II) و (I)) در نمودار لگاریتمی مربوطه ترسیم می کنیم . (در مثال بعدی ترسیم شده است) .

باید نقطه داشت که در بسیاری تقریباً از این 6 HZ شتاب‌های طیفی با سمت راست برابر هم شتاب زمین کاهش می یابند . فرض می شود که شتاب طیفی برای میرایی ۲٪ ، با گذر هم شتاب را در بسامد ۳۰ HZ متقاطع می کند . خطوط شتاب طیفی کاهش یافته برای دلگی ، مقادیر میرایی بالاتر میرایی ۲٪ هستند . به عبارت دیگر در دمپینگ ۲٪ با ارای در کاهش 30 HZ با بالا زمین و سازه با صورت یک جسم عمل می کنند و دارای یک شتاب بسرعت و سد هستند . با ارای مقادیر بالاتر در میرایی کاهش کمتری نسبت به ۳۰ HZ سازه و زمین یکی عمل می کنند در شکل

زیر این مسأله نشان داده شده است.



طیفهای طرح که به 1g بهنجار شده‌اند.

نیومارک طیف زلزله را برای یک ناحیه خاص با در نظر گرفتن دامینگ و PGA (شدت شتاب زلزله) ترسیم کرد ولی در مطلبی که تدریس کرد پارامترهای زیر را در نظر گرفت که بعدها این پارامترها را در آیین نامه لحاظ کردند:

۱- بستر خاک ← بستر خاک در طیف خیلی تأثیر دارد پس منطقه خرابی و شدید تشدید بستر تعریف شد که با جنس خاک و لرزه خیزی منطقه بستگی داشت که این به صورت ضرایب F_a و F_v تعریف شد که در آن هم سرعت برشی خاک و هم شدت لرزه خیزی منطقه اثر داشت.

$$F_a = \left(\frac{V_s}{V_{s0}}\right)^{ma} \qquad V_{s0} = 1050\ (m/s)$$

با توجه به شتاب زلزله ← با توجه به زلزله‌ها و تغییرات زلزله‌ها و تغییرات خاک تغییری کند

در فاصله‌ای مورد نظر تغییر می‌کند.

تفاوت F_a و F_v را در فواصل نزدیک و دور در نظر گرفتند

در لرزه خیزی کم بیشتر تشدید می‌شود ← در لرزه خیزی بیشتر با شدت ma کمتر است

در خاک نرم‌تر شدت V_s کمتر است پس F_a بیشتر است یعنی بیشتر تشدید می‌شود

F_V بین مانک F_a است ←

$F_V = \left(\frac{V_0}{V_S}\right)^{m_V}$ ⟵ هرچه اثر دهنده خیلی دستگاه را بیشتر دارند یعنی شتاب بیشتر باشد این ضریب کمتر است.

V_S و m_a ، m_V ⟵ سرعت زلزله در خاک‌های مختلف دستگاه‌ها و یا دهنه‌های مختلف بوجود می‌آورد. در حوزه پریودی متوسط و بلند از m_V استفاده کردند که مقدار m_V از m_a بیشتر است یعنی ضریب تشدید در حوزه پریودی متوسط و بلند بیشتر است.

۲- مکانیزم و نوع زلزله که زیاد تأثیر ندارد و در آیین نامه‌ها این لحاظ نکردند.

۳- بزرگی

۴- فاصله: برای لحاظ کردن فاصله ضرایب C_a و C_V را لحاظ کردند که در آن‌ها فاصله مقابل F_a و F_V مقاومت و ضعف‌ها از هر دو را ترسیم گردیدند.

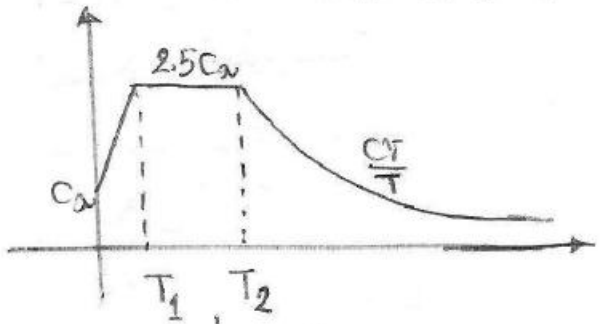
$C_a = F_a \times A_a$

$C_V = F_V \times A_V$

$\frac{C_a}{C_V} \xrightarrow{\text{فاصله کمتر از ۱۰ کیلومتر}} = 1$

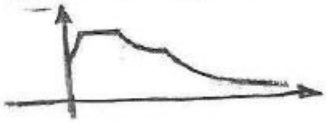
جائیکه فاصله دور و نزدیک مقابل F_a و F_V را در نظر گرفتند.

جائیکه این که حوزه پریودی کوتاه حوزه‌ی شتاب است ضریب A_a را در نظر گرفتند و جائیکه این که حوزه پریودی متوسط حوزه سرعت است A_V را در نظر گرفتند.



هر باشک بیشتر باشد T_1 و T_2 بالاتر تر یک می‌شوند

۵- Duration ⟵ کاهندگی یعنی انرژی زلزله را پایان می‌کند که در حوزه پریودی کوتاه زیاد اثر دارد و مقابل پریودهای متوسط که حوزه سرعت است کمتر از همین را دستبندی می‌کند که این مورد را با شکل زیر در بحث آیین نامه‌ها اثر دادند:



مثال :

سازه : دمپینگ 5٪ و فرکانس مشخص

زلزله : PGA = 0.35g

f=0.7 Hz ⟵ فرکانس سازه

تحلیل رکورد زلزله با استفاده از نرم افزار :

ورودی نرم افزار : رکورد زلزله که به صورت یک فایل مثلا با فرمت تکست می باشد .

خروجی نرم افزار :

زلزله مربوطه	PGA (in/sec^2)	PGV (in/sec)	PGD (in)	سازه با پریود " " ثانیه		
				A (in/sec^2)	V (in/sec)	D (in)

اطلاعات مربوط به این جدول ، که مربوط به زلزله مذکور می باشد توسط نرم افزار (مثلا SeismoSignal) ، بدست می آیند

بدست آوردن پارامترهای لرزه ای مربوط به سازه با دمپینگ خاص (A , V, D) ، در منطقه مشخص شده ، با استفاده از منحنی نیومارک :

زلزله مربوطه:

PGA=0.35g

زمین :

$$A = 1g * 0.35 = 0.35g$$

$$V = 48 * 0.35 = 16.8$$

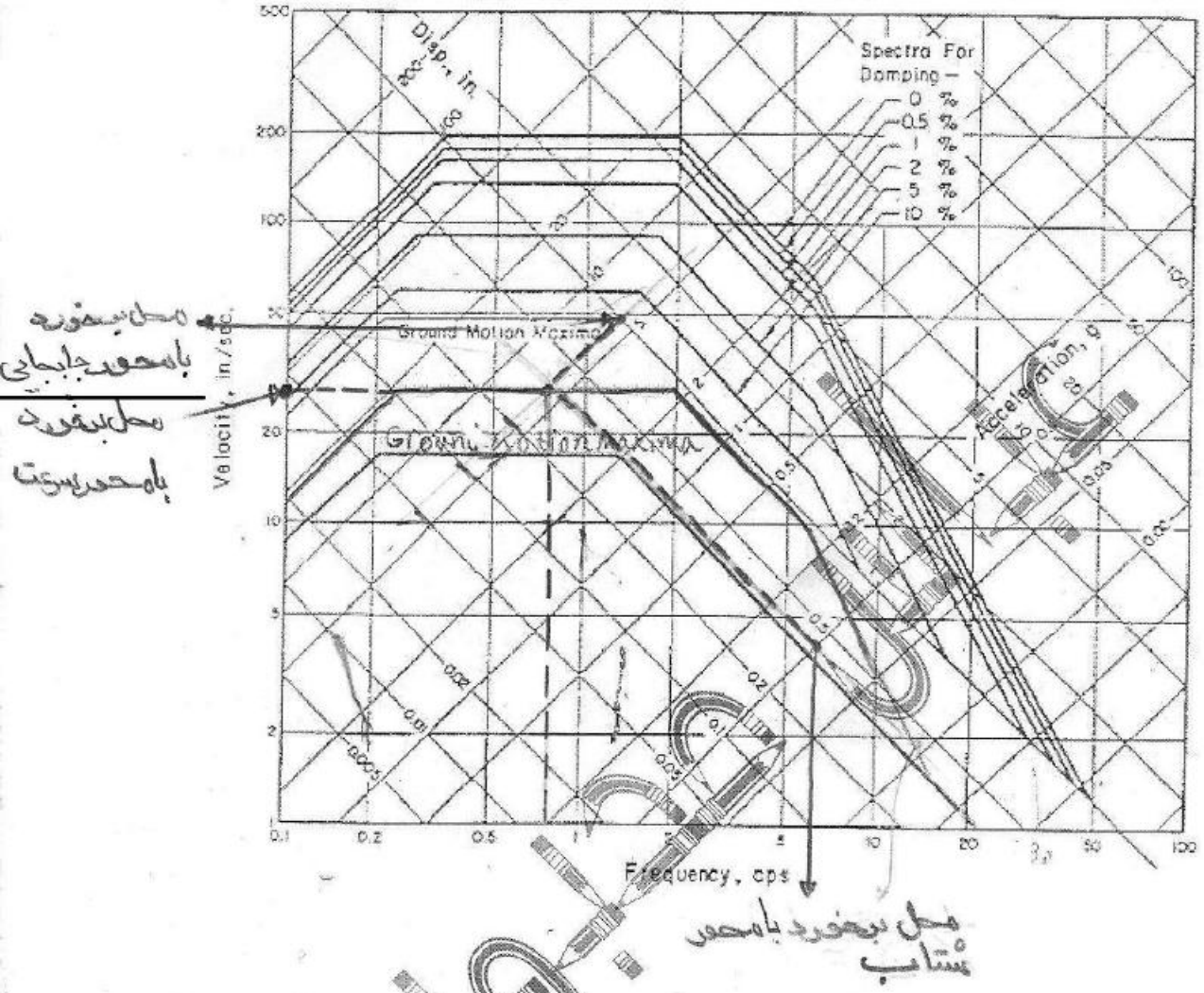
$$D = 36 * 0.35 = 12.6$$

سازه ها با دمپینگ 5٪ :

$$A = 0.35g * 2.6 = 0.91g$$

$$V = 16.8 * 1.9 = 31.92$$

$$D = 12.6 * 1.4 = 17.64$$



حال از روی نمودار برای سازه مورد نظر که فرکانس یا پریود آن را داریم مقادیر A, V, D را می یابیم

$$\begin{cases} damping = OK \\ PGA = OK \\ T = OK \end{cases} \xrightarrow{\text{طیف نیومارک مربوطه}} \begin{cases} A = OK \\ V = OK \\ D = OK \end{cases}$$

مقایسه :

نتایج بدست آمده از نرم افزار را با مقادیر بدست آمده با استفاده از طیف نیومارک ، مقایسه می کنیم .

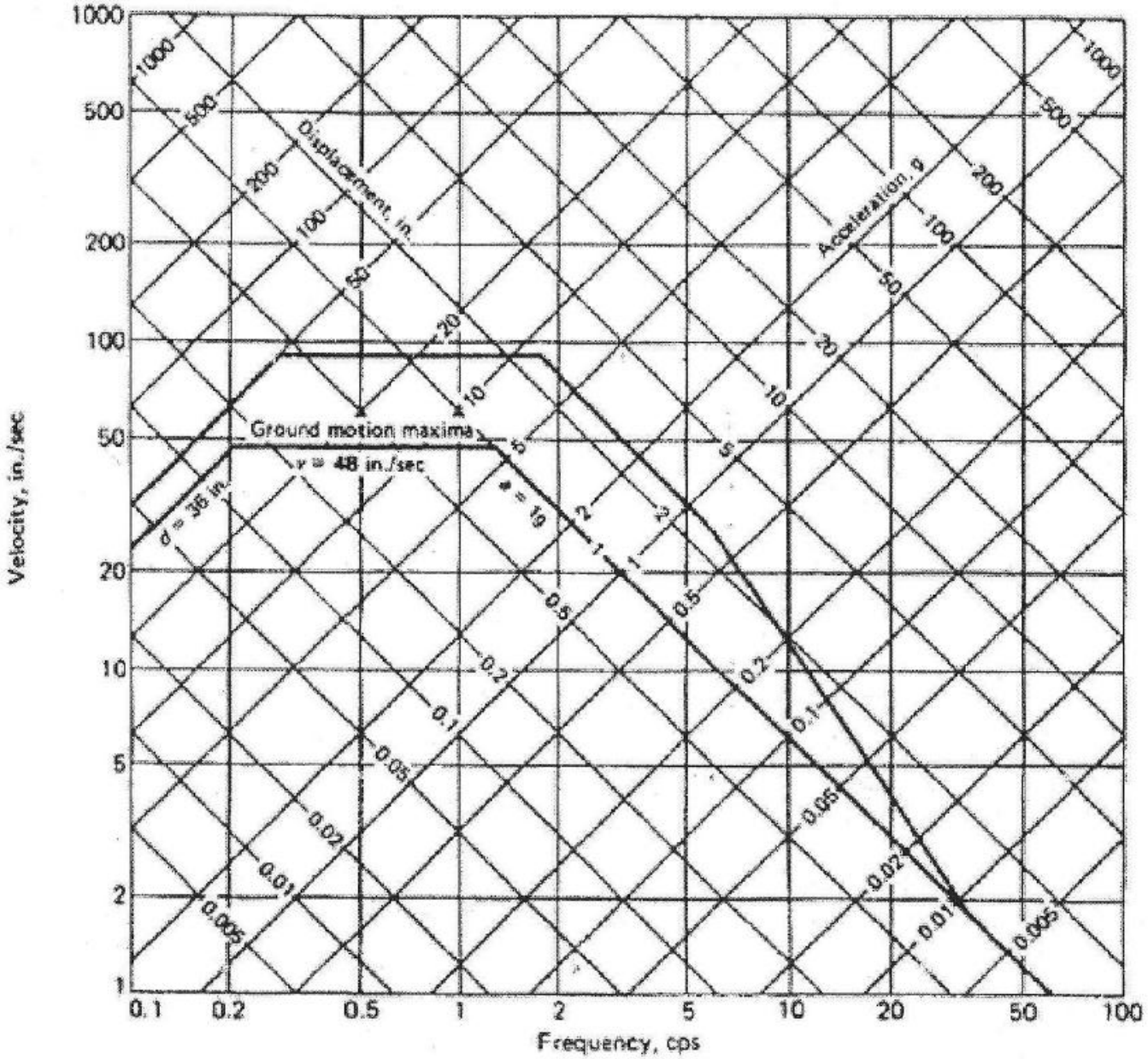
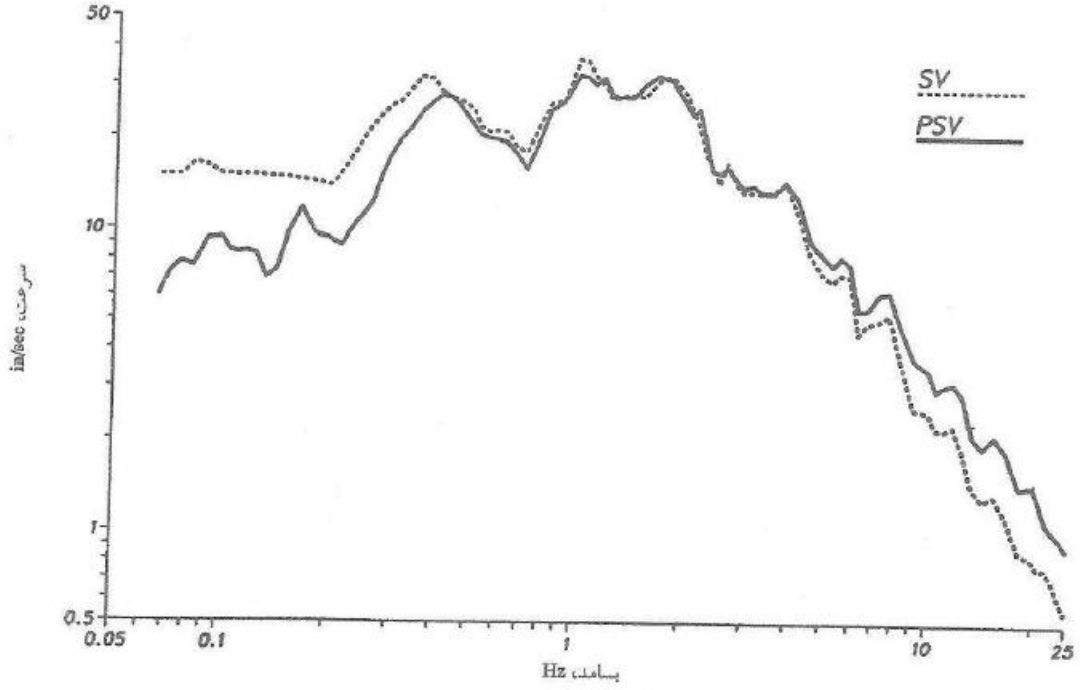


Figure 4-17. Basic New mark-Hall design spectrum normalized to 1.0g for 5% damping (4-3).

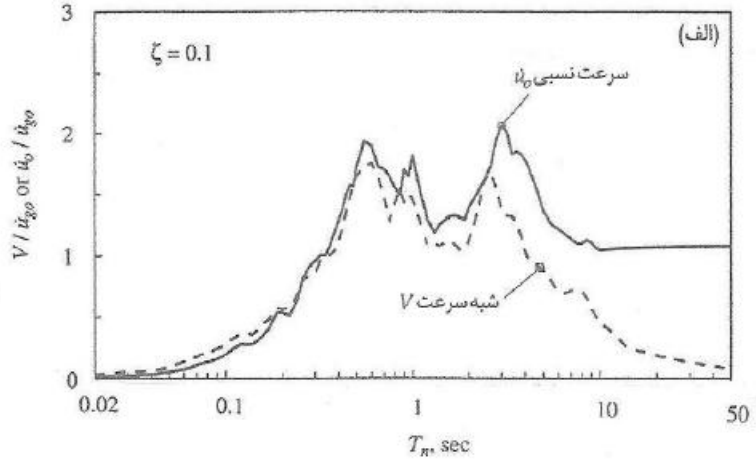
عامل شبه سرعت و سرعت :

اگر رکورد یک زلزله خاص مد نظر باشد در صورتی که دمپینگ را یکسان فرض کنیم برای رکاس های بلند و متوسط با تقریب خوب می توانیم این دو طیف را به جای هم استفاده کنیم (خصوصاً متوسط که به هم مطابق اند) ولی در رکاس های پایین نمی توانیم به جای هم استفاده کنیم.

$$PSV = \omega SD$$ ← شبه سرعت ، ← جابجایی نسبی



(۱) مقایسهٔ شبه‌سرعت و ماکزیمم سرعت نسبی با میرایی ۵٪ برای مؤلفهٔ S00E، زلزلهٔ امپریال‌ولی، که در تاریخ ۱۸ مه ۱۹۴۰ در ال‌سنترو رخ داد.

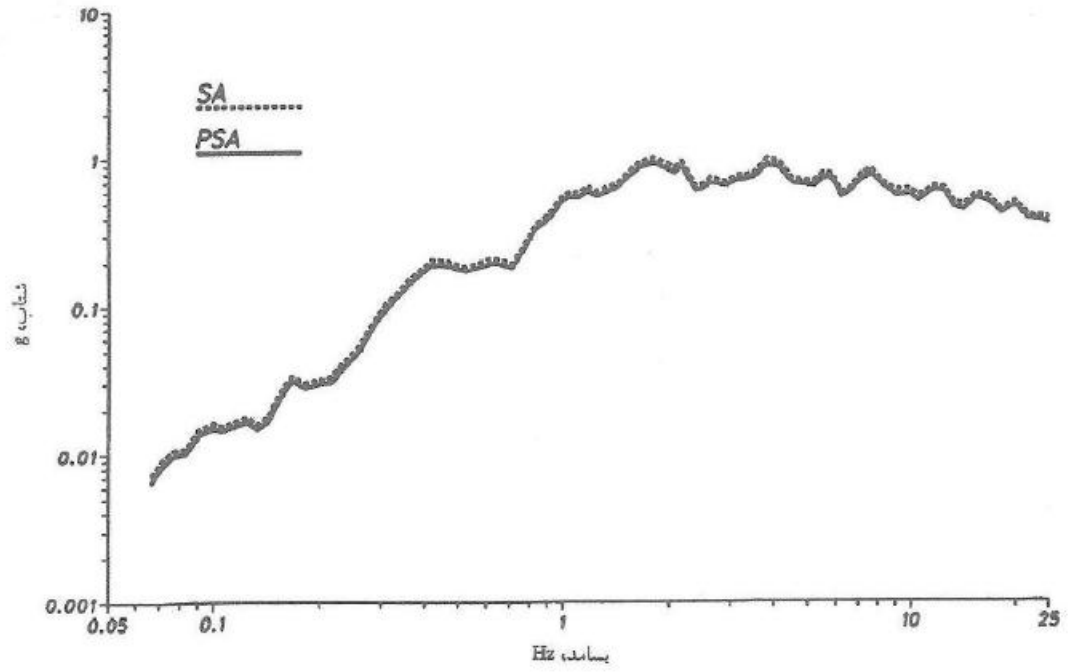


(۲) مقایسهٔ بین طیفهای پاسخ شبه‌سرعت و سرعت نسبی؛ ۱۰٪ = ζ.

برای دمپینگ های پایین ۵٪ تا بین ۲,۵ ثانیه می توانیم این دو طیف (سرعت و شبه سرعت) را به جای هم استفاده کنیم ولی برای دمپینگ های بالا نمی توانیم به جای هم استفاده کنیم.

همان طور که در شکل ① مشاهده می‌شود در حوزه میدانه متوسط (0.5 تا 5 هرتز) این دو طیف با هم مساوی و بر هم منطبق اند (میرایی 5٪).
در فرکانس‌های بالا (بیشتر از 5 هرتز یا با عبارتی کمتر از 0.2 ثانیه) این دو طیف تقریباً با هم برابرند به شکل ② توجه کنید.
در فرکانس‌های کمتر از 0.5 هرتز این دو طیف اختلاف زیادی دارند (شکل ①)

طیف شتاب و شبه شتاب:
بیان میرایی مبنی طیف شبه شتاب بر هم منطبق اند اما برای میرایی مخالف صفر این دو اندکی متفاوتند
در صورتی که دمپینگ کمتر از 10٪ باشد (کاربردهای مهندسی) طیف شتاب و شبه شتاب را می‌توان به جای هم استفاده کرد (استفاده تردیدی برای دمپینگ‌های بالا (30٪ or 20٪) نمی‌توان به جای هم استفاده کرد.

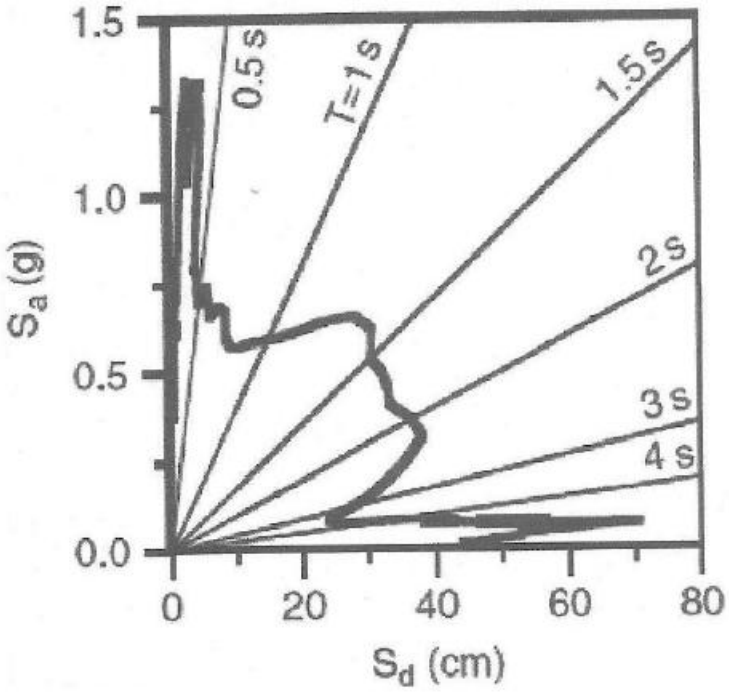


مقایسهٔ شبه‌شتاب و ماکزیمم شتاب مطلق با میرایی ۵٪ برای مؤلفهٔ S00E، زلزلهٔ امپریال‌ولی، که در تاریخ ۱۸ مه ۱۹۴۰ در ال‌سنترو به‌وقوع پیوست.

طیف شتاب تقاضای مکان:

در دیاگرام شتاب تقاضای مکان ممکن دوم تقاضای مکان به ازای پریودهای مختلف بدست می آید. همانطور که می دانیم این تقاضای مکان فقط تقاضای مکان الاستیک دقیق باشد و تقاضای مکان ناحیه ای غیرخطی را بین لحاظ کرده اند.

مطابق با طیف هرچه سازه سخت باشد یعنی هرچه پریود بیشتر باشد باشد تقاضای مکان بیشتر می باشد. بان طوری هرچه پریود بیشتر باشد S_d کمتر است یا به عبارتی شیب کمتر است. پس هرچه سازه نرمتر باشد شیب کمتری از زلزله می برد.



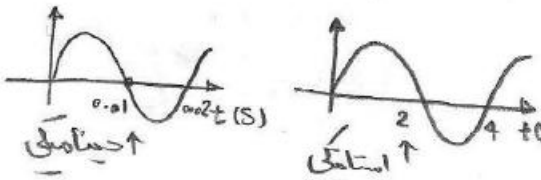
با توجه به دیاگرام (طیف) با ازای تقاضای مکان و جان شیب راه ها را پیدا و بر اساس آن نوع سازه مشخص می شود و سازه طراحی می شود.

یکی از صفت های طیف شتاب، تقاضای مکان این است که در پریودهای بلند نقاط دیاگرام با هم نزدیک می شوند

آنالیز دینامیکی:

بار دینامیکی ← بار دینامیکی است یعنی اینکه بار با گذشت زمان تغییر می‌کند. وسعت زمان تغییر بار کم است

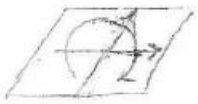
بار استاتیکی ← باری می‌باشد که با مدت زمان تغییر زیاد به جسم وارد می‌شود



جابجایی تحت اثر دو نوع اثر می‌باشد: بزرگ، کوچک

۳ جهت داریم ← 6 حرکت بلی یک جسم مستقل تحت اثر داریم.

اگر بدنه را با صفحه محدود کنیم و جابجایی در جهت تمام این صفحات را مشخص کنیم (یعنی صفحه جابجایی داخل صفحه را مشخص کنیم) در این صورت این صفحه در ۲ جهت [→ ↓ Ω] می‌تواند حرکت کند.



هر صفحه 6 درجه آزادی دارد. پس با آزادی‌هایی که در ساختمان، می‌توان گفت 6 درجه آزادی داریم. پس یک سازه n طبقه 6n درجه آزادی دارد.

همان طور که قبلاً گفتیم سازه در هر جهت یک فرکانس یا بیشتر دارد، با ازای هر جهت (درجه آزادی)، سازه حرکتی از خود نشان می‌دهد که با آن Mode shape می‌گوییم.

← یک سازه با تعداد درجات آزادی اش، فرکانس، و بیشترین تعداد Mode shape دارد.

برای ساده سازی آنالیز دینامیکی، سازه را از حالت ۳ بعدی خارج کرده و ۲ بعدی آنالیز می‌کنیم.

آنالیز دینامیکی در هر جهت ← در جهت آن جهت نیست
← در راستای حرکت در آن جهت جگونه است.

با دو بعدی سازی، تعداد درجات آزادی را کم کرده‌ایم. پس با این حساب، ۳ درجه آزادی مستقل داریم ← x و y و M_z.

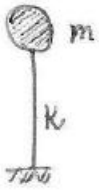
از این جهت از جابجایی در راستای z صرف نظر کرده‌ایم که، سازه در جهت z خنثی می‌باشد و تغییر مکان ها کم می‌باشد.

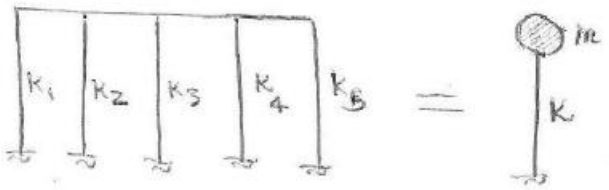
از این جهت از پیچش در دو جهت دیگر: (M_x و M_y) صرف نظر کرده‌ایم که تقریباً پیچش در این جهت بی‌اهمیت تلقی می‌شود.

پیچش حول در راستای z نیز خنثی می‌باشد و در پیش رو واقع می‌شود از آن صرف نظر کرده

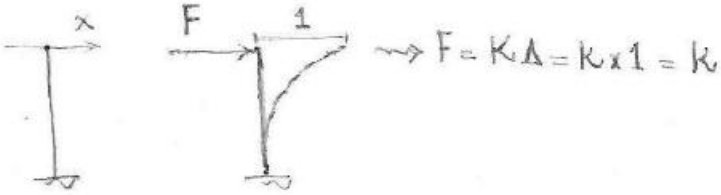
مثال برای یک قاب دوبعدی، شکل حرکت در صفحه قاب را در نظر میگیریم و از اینجا به بعد فقط با این مورد کار میکنیم ← فقط 1 درجه آزادی را لحاظ میکنیم:

پس همه‌ی این سازه‌ها را به یک سازه‌ی n طبقه، n درجه آزادی دارد.





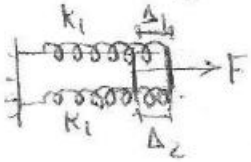
سختی‌ها K، جرم‌ها در جهت حرکت افقی m باشد که این سازه، تا وقتی از حرکت در طبقات متصل به آن (دیوارها) جلوگیری شود:



ترکیب فنرها:

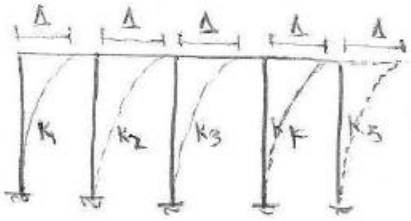
به صورت خیلی ساده، در صورتی که جابجایی تمام فنرها در یک مجموعه برابر بود فنرها موازی‌اند و اگر جابجایی همه‌ی آن‌ها با هم برابر نباشد و جابجایی‌های تک تک فنرها متفاوت باشد، فنرها متوالی‌اند.

فنرهای موازی:



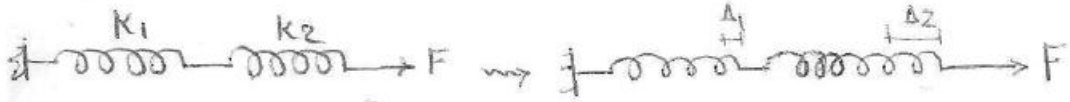
فنرها موازی‌اند $\Delta_1 = \Delta_2$

$$F_1 = K_1 \Delta_1$$
$$F_2 = K_2 \Delta_2$$
$$F = F_1 + F_2 = K_1\Delta_1 + K_2\Delta_2 = K_1\Delta + K_2\Delta$$
$$F = K_T\Delta \rightsquigarrow K_T\Delta = (K_1 + K_2)\Delta \rightsquigarrow K_T = K_1 + K_2$$



فنرهای متوالی موازی‌اند $\rightsquigarrow K_T = K_1 + K_2 + \dots + K_5$

شکل متوالی:



می دانیم که در مجموعه‌ی بالا، فنر را آنقدر باید کشید تا نیروی F با نیروی دست (نیروی استاتیکی) برابر شود.

$\rightsquigarrow F_1 = F_2 = F \qquad F_1 = K_1\Delta_1 \;,\; F_2 = K_2\Delta_2 \rightsquigarrow F = K_1\Delta_1 = K_2\Delta_2$ (I)

$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$ (II)

برای ترکیب معادلات (I) و (II) مقادیر Δ_1 و Δ_2 را از معادله (I) بدست آورده و در (II) جایگذاری می‌کنیم.

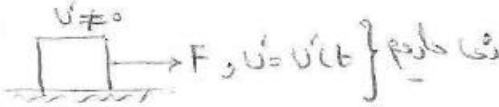
$$\Delta_1 = \frac{F}{K_1} \;,\; \Delta_2 = \frac{F}{K_2} \xrightarrow{(II)} \frac{F}{K_T} = \frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2} \longrightarrow \frac{1}{K_T} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

$$E = K_T\Delta \rightsquigarrow \Delta = \frac{F}{K}$$

خود سازه علاوه بر سختی‌ای که دارد، یک Damping هم دارد که نیروی زلزله را Damp می‌کند.

یادآوری: Damping ← خود سازه، اصطکاک، متوسل.

Damping پدیده‌ای است که در آن انرژی حرکت به آرامی کم شده و از حرکت می‌افتد زیرا حرکت وجود نداشت و انرژی حرکت انرژی تلف شده‌ای می‌شود. دمپینگ را به صورت نیرویی در خلاف جهت سرعت سازه در نظر می‌گیریم.



$\rightsquigarrow F = C\dot{U}$

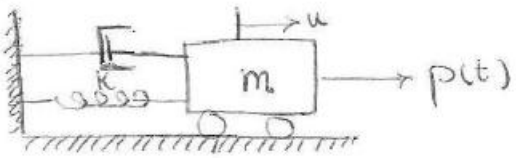
C: damping ، $\dot{U}$: سرعت

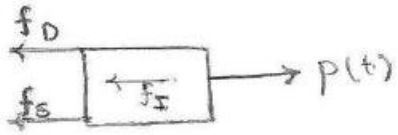
↓

البته در اینجا فقط مثال، ولی حرف اتلاف انرژی آورده شده، زیرا در حالت دوم که اتلاف انرژی داریم نیروی اصطکاک، برای جسم در هر سرعتی ($\dot{U}(t)$)، ثابت و برابر $\mu_k \cdot N$ می‌باشد.

در سیستم سازه‌ای، damping که اتلاف انرژی‌ها را شامل می‌شود، سیستم‌ها متفاوت از اصطکاک دارد ولی این کاملاً بدیهی است که سازه در صورتی که حرکتی نداشته باشد، یعنی اجزای داخلی سازه، جابجایی‌ای نداشته باشند نیرویی damp نشده.

مدل سازی دینامیکی یک ذره:





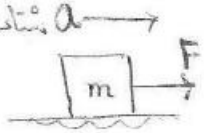
جسم جدا شده

$$p(t) = f_I + f_D + f_S$$

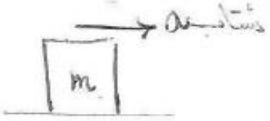
(Damping: میرایی)

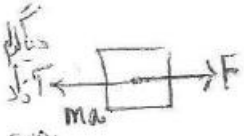
نیروی اینرسی:

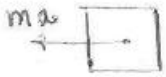
هرگاه جسمی شتاب داشته باشد نیرویی مخالف جهت شتاب جسم به جسم وارد می شود که نیروی اینرسی نام دارد.



$$F = ma$$





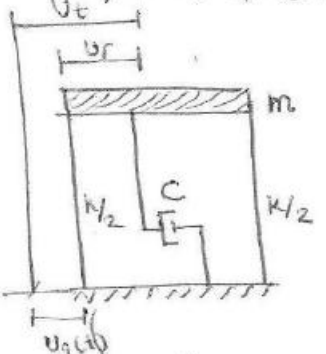


در تحلیل دینامیکی، با مکان جسم را در هر لحظه نشان می دهد، تا سرعت جسم در هر لحظه و تا شتاب جسم در هر لحظه را بیان می کند.

$$f_I = m\ddot{U} \quad , \quad f_D = C\dot{U} \quad , \quad f_S = KU$$

(اینرسی، damping، سختی)

$$\rightsquigarrow m\ddot{U} + C\dot{U} + KU = p(t)$$



$U_t = U_r + U_g$

(U_t: کل، U_r: نسبی، U_g: زمین)

نیروی سختی: ذرات از جایی در فنر می بایست نیروی در صورتی که جرم m نسبت به انتهای فنر دارای جابجایی شود در این صورت فنر خودش به کار افتاده و نیرویی برابر KU_r ایجاد می کند پس در صورتی که سازه دارای سرعت یا شتاب و یا جابجایی در المان های داخلی سازه باشیم باعث به وجود آمدن نیروی سختی ایجاد می شود و ... از خواهد بود چون فنر به کار نیرو افتاد

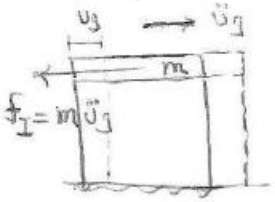
نیروی damping :

همان طور که گفته شد ، damping در صورت به کار افتادن المان های داخلی سازه ایجاد می‌شود . به کای افتادن المان های داخلی سازه نیز ناشی از U_r می‌باشد .

$$f_D = C\dot{U}_r$$

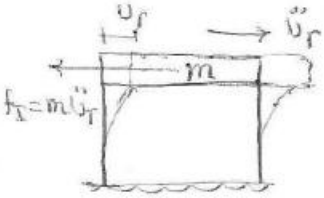
نیروی اینرسی :

ناشی از عرضه و جابجایی است . فرض کنید سر سازه نسبت به پای سازه ثابت باشد ($U_r = 0$) در این صورت اگر سازه (جرم m) با شتاب حرکت کند مشخص است که نیروی اینرسی $f_I = m\ddot{U}_g$ خواهیم داشت زیرا جسم m با شتاب در حال حرکت است .



$$f_I = m\ddot{U}_g$$

حال در صورتی که پای سازه (زمین) ثابت باشد و سازه (جرم m) با شتاب حرکت کند به عبارت دیگر ، اگر U_r داشته باشیم باز هم نیروی اینرسی $f_I = m\ddot{U}_r$ خواهیم داشت زیرا جرم m با شتاب در حال حرکت است



$$f_I = m\ddot{U}_r$$

پس اگر هر دو نوع حرکت را داشته باشیم U_r و U_g ، در این صورت نیروی اینرسی برابر $f_I = m(\ddot{U}_r + \ddot{U}_g)$ خواهیم داشت زیرا شتاب کل سازه ناشی از دو جابجایی U_r و U_g است و نیروی اینرسی متناسب با شتاب مطلق وارد بر جسم است .

$$U_t = U_r + U_g \rightsquigarrow \ddot{U}_T = \ddot{U}_r + \ddot{U}_g$$

$$f_I = m\ddot{U}_t = m(\ddot{U}_r + \ddot{U}_g)$$

←

$$m\ddot{U}_t + C\dot{U}_r + KU_r = 0 \rightsquigarrow m\ddot{U}_r + C\dot{U}_r + KU_r = \underbrace{-m\ddot{U}_g}_{\text{نیروی زلزله}} = P_{eff}(t)$$

شتاب زمین که هر گونه زلزله وجود دارد .

حال در صورتی که طرف دوم معادله صفر باشد یعنی نیروی زلزله وجود نباشد در این صورت یا سازه نیروی خارجی (حتی از نوع اینرسی) وارد نمی‌شود و حرکت جسم ، ارتعاش آزاد می‌باشد .

اگر یا جسم حرکت اولیه یا نیروی وارد شود ، ارتعاش در آن ایجاد می‌شود که این ارتعاش تا زمانی که انرژی سازه به طور کامل damp شود ادامه دارد .

تمام سازه‌ها به طور طبیعی یک حرکت دارند که با آن ارتعاش طبیعی می‌کنند . (مثلاً در صورت کوبا جیرید)

کاربرد معادله‌ی ارتعاش آزاد ← یافتن فرکانس طبیعی سازه.
هر حرکت ارتعاش آزاد تنها یک مکان به صورت موج است که از روی موج فرکانس را می‌یابیم.

معادله ارتعاش آزاد سیستم:

$$U = C'e^{St}$$

$$m\ddot{U} + C\dot{U} + KU = 0 \Rightarrow mC'S^2e^{St} + CC'Se^{St} + KC'e^{St} = 0$$

$$mS^2(C'e^{St}) + CS(C'e^{St}) + K(C'e^{St}) = 0 \Rightarrow mS^2 + CS + K = 0$$

$$S = \frac{-C \pm \sqrt{C^2 - 4mK}}{2m} = -\frac{C}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{2m}\right)^2 - \left(\frac{K}{m}\right)} = -\frac{C}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{2m}\right)^2 - \omega^2}$$

در صورت نبودن damping:

$$C = 0 \longrightarrow m\ddot{U}_r + KU_r = 0$$

$$S = \frac{-C'}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{C'}{2m}\right)^2 - \omega^2} = \pm\sqrt{-\omega^2} = \pm i\omega$$

$$U(t) = C_1e^{i\omega t} + C_2e^{-i\omega t} \leftarrow \{U = Ce^{St}\}$$

اویلر: $e^{\pm i\omega t} = \cos\omega t \pm i\sin\omega t \longrightarrow U(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t$

شرایط اولیه:
مکان در لحظه صفر ← $U(0)$
سرعت در لحظه صفر ← $\dot{U}(0)$

$$U(0) = A\sin\omega x_0 + B\cos\omega x_0 = B \longrightarrow B = U(0)$$

$$\dot{U}(t) = A\omega\cos\omega t - B\omega\sin\omega t$$

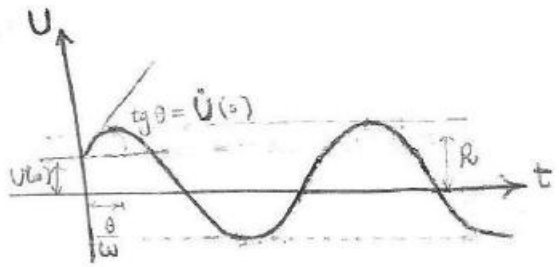
$$\dot{U}(0) = A\omega \longrightarrow A = \frac{\dot{U}(0)}{\omega}$$

معادله حرکت

$$\Rightarrow U(t) = \frac{\dot{U}(0)}{\omega}\sin\omega t + U(0)\cos\omega t \quad (1)$$

پس با توجه به این عبارت دو صورتی تا یک سیستم یک درجه آزادی با سرعت اولیه $\dot{U}(0)$ و مکان اولیه $U(0)$ را مشروع با نوسان کند معادله حرکت نوسان آن با صورت معادله‌ی (1) خواهد بود.

R: دامنه حرکت
حدود مان θ/ω با نقطه Max در حرکت می‌رسد



معادله حرکت: $\dot{U}(t) = 0 \rightsquigarrow t = \frac{\theta}{\omega}$

معادله حرکت در صورتی که دمپینگ صفر نباشد:

ابتدا دمپینگ بحرانی را به صورت $C_c = 2m\omega$ تعریف می‌کنیم.
حال نوعی کنید دمپینگ سازه، دمپینگ بحرانی باشد یعنی: $C = C_c$ اولویه

$$\frac{C_c}{2m} = \frac{2m\omega}{2m} = \omega$$

$$S = \frac{-C}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{2m}\right)^2 - \omega^2} \longrightarrow S = -\omega$$

در صورتی که دمپینگ داشته باشیم (چه بحرانی چه بحرانی) جواب صورت معادله حرکت به صورت مقابل است $U(t) = (A+Bt)e^{-St}$

$$U(0) = (A)$$

$$\dot{U}(t) = (B)e^{-\omega t} - \omega(A+Bt)e^{-\omega t} \longrightarrow \dot{U}(0) = B - A\omega \xrightarrow{A = U(0)} \dot{U}(0) = B - \omega.U(0)$$

$$\longrightarrow B = \dot{U}(0) + U(0).\omega$$

$$\xrightarrow[B]{A} U(t) = (U(0) + (\dot{U}(0) + U(0).\omega)t)e^{-\omega t}$$

$$\longrightarrow U(t) = (U(0)(1+\omega t) + \dot{U}(0)t).e^{-\omega t}$$

حال برای دمپینگ واقعی (C) نسبت تعریف می‌کنیم و آن را ξ می‌نامیم.

$$\xi = \frac{C}{C_c} = \frac{C}{2m\omega} \Rightarrow \frac{C}{2m} = \xi.\omega$$

$$S = \frac{-C}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{2m}\right)^2 - \omega^2} = -\xi.\omega \pm \sqrt{(\xi\omega)^2 - \omega^2} = -\xi\omega \pm \omega\sqrt{\xi^2 - 1}$$

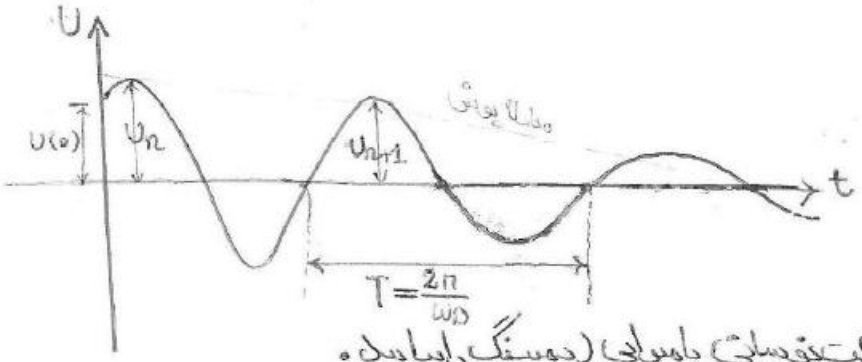
$$\omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2} \longrightarrow S = -\xi\omega \pm i\omega_D \quad ①$$

$$U(t) = Ce^{St} \xrightarrow{①} U(t) = C_1 e^{(-\xi\omega + i\omega_D)t} + C_2 e^{(-\xi\omega - i\omega_D)t} = e^{-\xi\omega t}(C_1 e^{i\omega_D t} + C_2 e^{-i\omega_D t})$$

$$U(t) = e^{-\xi\omega t}(A\sin\omega_D t + B\cos\omega_D t)$$

$$t = 0 \rightarrow U(0), \dot{U}(0) \longrightarrow U(t) = e^{-\xi\omega t}.\left(\frac{\dot{U}(0) + \xi\omega U(0)}{\omega_D}\sin\omega_D t + U(0)\cos\omega_D t\right)$$

وقتی damping عدد تقریبا صحیحی باشد، می‌توانیم با تقریب خوبی، ω_D را همان ω در نظر بگیریم مثلا موقعی که دمپینگ 5٪ باشد.
آن damping 2٪، 3٪ یا 5٪ باشد بایستی ω را با ω_D و T را با T_D جایگزین کنیم.



*** نسبت دو پیک متوالی را در حرکت نوسانی با میرایی (دمپینگ) بیابید.

$$U(t) = e^{-\xi\omega t}\cdot\left(\frac{\dot{U}(0)+\xi\omega U(0)}{\omega_D}\sin\omega_D t + U(0)\cos\omega_D t\right)$$

$$\frac{U_n}{U_{n+1}} = \frac{U(t)}{U(t+T)} = \frac{e^{-\xi\omega t}\cdot\left(\frac{\dot{U}(0)+\xi\omega U(0)}{\omega_D}\sin\omega_D t + U(0)\cos\omega_D t\right)}{e^{-\xi\omega(t+T)}\cdot\left(\frac{\dot{U}(0)+\xi\omega U(0)}{\omega_D}\sin\omega_D(t+T) + U(0)\cos\omega_D(t+T)\right)}$$

$$\omega_D\cdot T = 2\pi$$

$$\longrightarrow \frac{U_n}{U_{n+1}} = \frac{e^{-\xi\omega t}}{e^{-\xi\omega t}\cdot e^{-\xi\omega T}} = \frac{1}{e^{-2\pi\xi}} = e^{2\pi\xi}$$

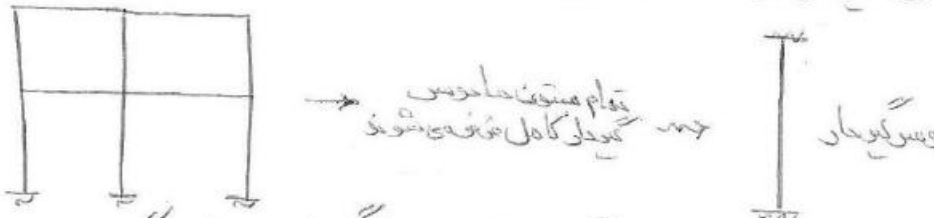
$$\rightarrow \ln\frac{U_n}{U_{n+1}} = 2\pi\xi \quad\rightarrow\quad \xi = \frac{\ln U_n / U_{n+1}}{2\pi}$$

حال در صورتی که دو پیک با اندازه‌ی $2m\pi$ اختلاف فاز داشته باشند یعنی اینکه m بار ماکزیمم مثبت در منحنی را داشته باشیم خواهیم داشت:

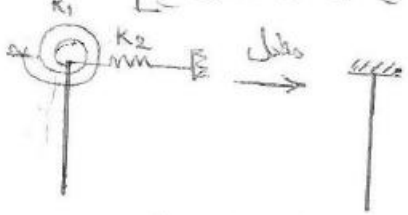
$$\xi = \frac{\ln(U_n / U_{n+m})}{2m\pi}$$

یافتن سختی:

ستون هایی که در سازه قرار دارند که دوسر آن ها مفصل نیست برای آنالیز مودال، سختی آن ها را، همچون ستونی دوسر گیردار در نظر گرفته ایم.

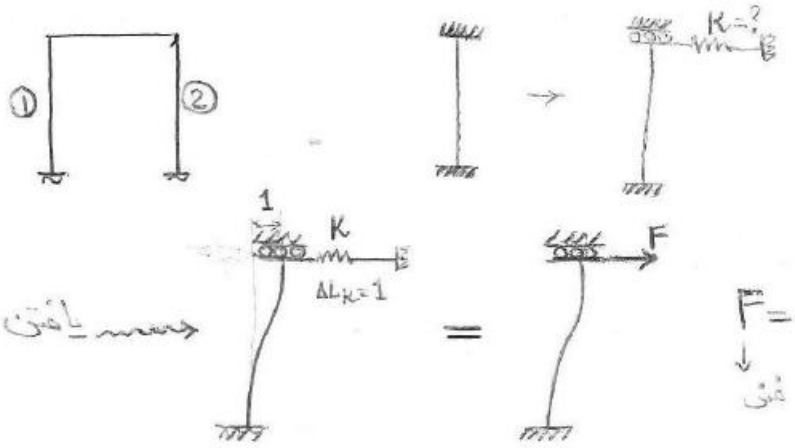


پس در صورتی که هر دو سر ستون، از لحاظ گشتاور و برش درگیر بود آن سر را گیردار در نظر می گیریم.



برای یافتن سختی ستون، از آنجا که ستون با ستون های مرده می شود سختی سازه را در جهت جانبی می یابیم یعنی منظور جابجایی واحد را در نقطه‌ای مورد نظر اعمال می کنیم و نیروی متناظر را می یابیم. یا اعمال جابجایی واحد، سختی گیردار زاویه‌ای متر ۲ همچنان دقیق می ماند یعنی زاویه نقطه مورد نظر ثابت باقی بماند

مثال: سختی ستون ① را بیابید.

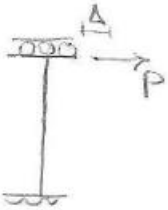


K یافتن ⟵

$F = K\Delta L_K = K$ (I)

↓ فنر

حل بروش نیروی: یک تکیه‌گاه را برداشته و آن را با نیروی مجهول جایگزین می‌کنیم.

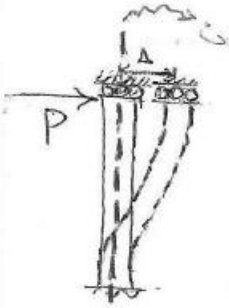


$\Delta = \frac{PL^3}{12EI}$ (II)

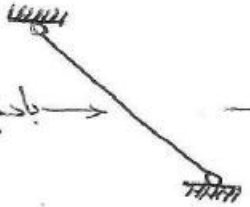
if $\Delta = 1$ (I) $\rightsquigarrow P = K$

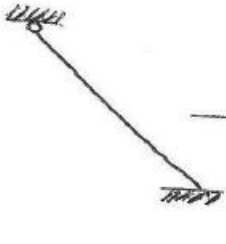
$\Delta = 1$ (II) $\rightarrow 1 = \frac{PL^3}{12EI} \rightarrow P = \frac{12EI}{L^3} \rightsquigarrow K = \frac{12EI}{L^3}$

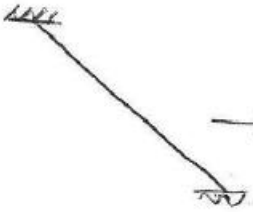
یافتن سختی‌های ستون‌ها به همین صورت می‌باشد البته این سختی ناشی از مقاومت خمشی است درصورتی که محور ستون عمود بر راستای جابجایی باشد یعنی:



درصورتی که محور ستون عمود بر جابجایی متناظر نباشد سختی محوری همواره دخیل است سختی خمشی بین دراین درصورتی دخیل است که حداقل یک سر اندیس ستون گیردار نشده گردد درصورتی که دو سر ستون مفصل نشود سختی خمشی وارد محاسبات نمی‌شود و ستون مربوطه بادبند نام دارد و فقط با صورت محوری عمل می‌کند.

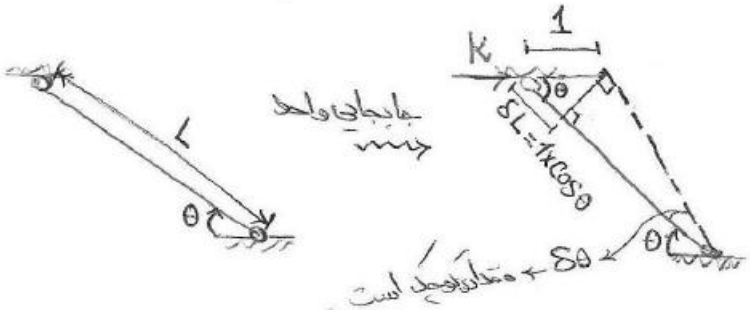






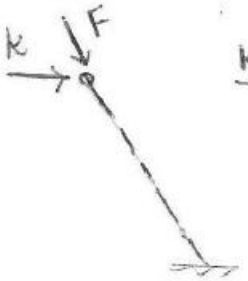
★ سختی یک باربند را بیابید.

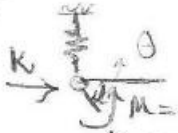
باربند یا بصورت کششی و یا بصورت فشاری وارد عمل می‌شود که در هر دو صورت مقاومت محوری عضو وارد عمل می‌شود و سختی را باعث می‌شود.



$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{A \cdot E} \rightsquigarrow 1 \times \cos\theta = \frac{F \cdot L}{A \cdot E}$$

$$\rightarrow F = \frac{AE}{L}\cos\theta \quad (I)$$

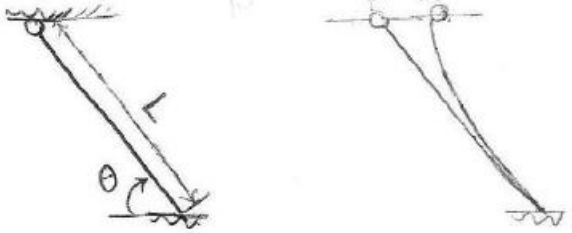




$$\sum F_x = 0 \rightsquigarrow K = F\cos\theta \quad (II)$$

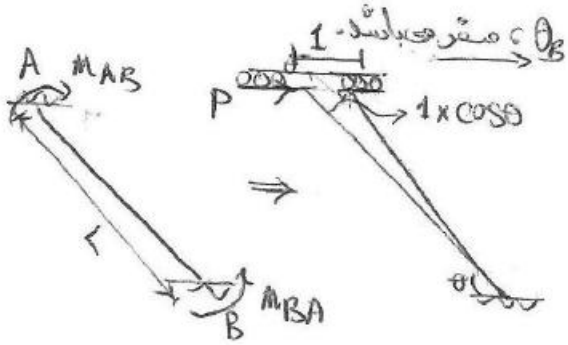
$$F \xrightarrow{(II),(I)} K = \frac{AE}{L}\cos\theta \cdot \cos\theta = \frac{AE}{L}\cos^2\theta$$

سختی ستون مقابل را بیابید.

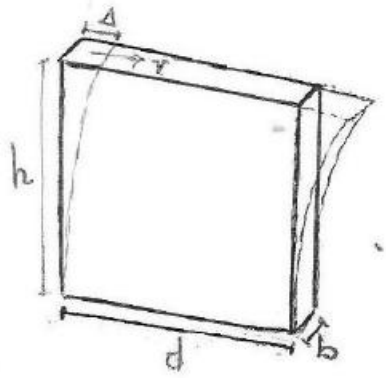


← همان طور که از تغییر شکل مشخص است علاوه بر مقاومت محوری، خمش نیز در سختی مؤثر است.

هنگامی که گیردار غلتکی می‌کنیم باید این مکان واحد θ_A و θ_B مثبت می‌باشد.

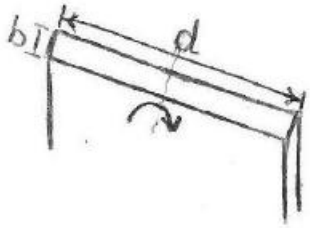


دیوار برشی:



$$K = \frac{V}{\Delta} = \frac{3EI}{h^3(1+0.6(1+\nu)d^2/h^2)}$$

I در این مدل مدل اینرسی در جهتی است که مقطع مقاومت می‌کند.

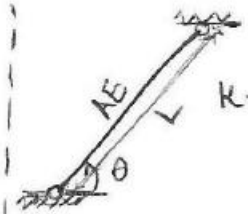


$$I = \frac{bd^3}{12}$$

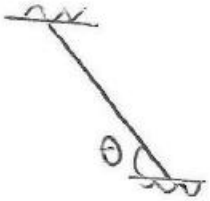
خلاصه مطالب سختی:

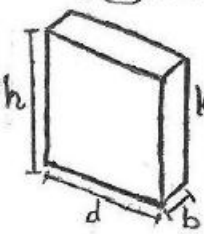
$$K = \frac{12EI}{L^3}$$

$$K = \frac{3EI}{L^3}$$



$$K = \frac{AE}{L}\cos^2\theta$$





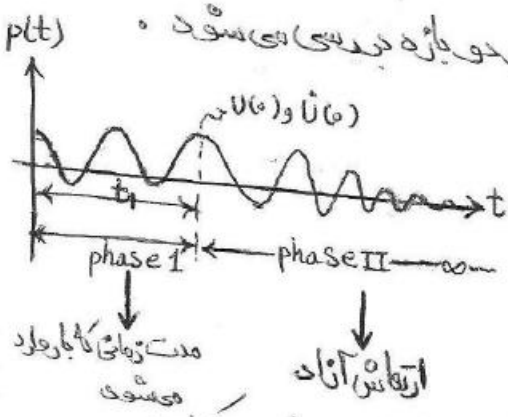
$$K = \frac{3EI}{h^3(1+0.6(1+\nu)\frac{d^2}{h^2})}$$

دو نوع بار داریم: ۱- هارمونیک ۲- ضربه‌ای.
هارمونیک: با تدریج انرژی به سازه وارد می‌کند ترکیبی از منحنی‌های Sin و Cos ای است.
ضربه‌ای: در مدت زمان کوتاه (duration کم) بار وارد می‌شود.

نقاطی از زمین که نزدیک محل زلزله است (2 یا 5 کیلومتری) حالت انفجار دارد و چسبندگی خاک در این نوع زلزله نقش کند، چون فاصله‌اش کوتاه است، موج به سطح زمین می‌رسد، شیبا یا کمی پرهیز می‌باشد
نقاطی از زمین که دور از محل زلزله است (بیش از 15 کیلومتر) میزان زلزله شیبا بارهای هارمونیک می‌باشد. زیرا موج حامل از جابجایی گسل‌ها، در اثر عبور از خاک، تضعیف کرده و تبدیل به موج هارمونیک می‌شود. که Peak و Damping آن بالا و پایین می‌شود.

Near field: موج ضربه‌ای می‌باشد.
far field: موج هارمونیک می‌باشد.

بارهای ضربه‌ای می‌توانند هر شکلی داشته باشند (مستطیلی، مثلثی، سینوسی و ...) خصوصیت تمام این‌ها این است که duration آن‌ها کم است.



هنگامی که بار ضربه‌ای به سازه وارد می‌شود پاسخ سازه به این بار در دو بازه بررسی می‌شود.
۱- مدت زمانی که بار ضربه‌ای در حال وارد شدن است.
۲- بار تمام شده اما اثرات بار یک شرایط اولیه را برای سازه ایجاد می‌کند که باعث آن سازه با حالت ارتعاش آزاد، نوسان می‌کند.

برای یافتن معادله حرکت دستگاه در حالت phase I (مدت زمانی که نیروی زلزله به آن وارد می‌شود) می‌آییم. کافی است آن بخواهیم معادله حرکت دستگاه را حول مبدا معادله (تابع) نیروی مبنا طرف داشته باشیم با استفاده از انتگرال دوهامل معادله حرکت دستگاه را در این مدت می‌یابیم.

$$U(t)=\frac{1}{m\omega}\int_0^t P(\tau).\sin\omega(t-\tau)\,d\tau$$

حال در صورتی که از این انتگرال که در آن m، جرم دستگاه و $P(\tau)$ معادله‌ی نیروی وارد بر دستگاه می‌باشد $U(t)$ را بیابیم که در آن t مربوط به مدت زمانی است که بار وارد می‌شود یعنی $0-t_1$.
حال با داشتن $U(t)$ یکی از حق می‌توانیم $\dot{U}(t)$ را محاسبه کنیم و با قرار دادن t_1 در این معادلات $U(t_1)$ و $\dot{U}(t_1)$ محاسبه می‌گردد.
قبل گفتیم در صورتی که یک دستگاه یک درجه آزادی دارای شرایط $U(0)$ و $\dot{U}(0)$ باشد شروع به ارتعاش آزاد می‌کند که برای یافتن معادله‌ی این حرکت، معادله‌ی دیفرانسیل $(m\ddot{U}+C\dot{U}+KU=0)$ را حل کردیم. که در صورت مغروبودن C (دمپینگ)، معادله حرکت به صورت $U(t)=\frac{\dot{U}(0)}{\omega}\sin\omega t+U(0)\cos\omega t$ درمی‌آید.
در ادامه‌ی تسیم شده دیوهامل نوسان دستگاه که لحظه t_1 حکم لحظه‌ی صفر را دارد یعنی با جابجایی $U(0)$ و $\dot{U}(0)$، $U(t_1)$ و $\dot{U}(t_1)$ را قرار دهیم که در این صورت وقتی t_1 حکم صفر را در روی محور t می‌گیرد پس لحظه‌ی t حکم $(t-t_1)$ را روی محور t می‌گیرد:

$$U(t-t_1)=\frac{\dot{U}(t_1)}{\omega}\sin\omega(t-t_1)+U(t_1)\cos\omega(t-t_1)$$

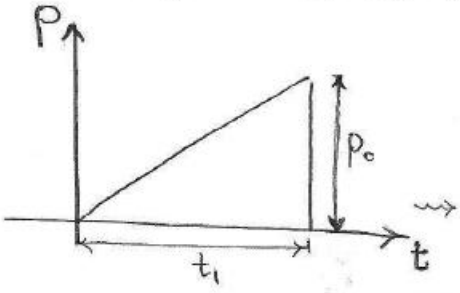
گاهی اوقات حل کردن انتگرال دیوهامل با مشکل یا مشقت مواجه می‌شود مثلاً حرکت دستگاه هنگام وارد شدن بار ممکن پیچیده باشد یعنی وقتی می‌خواهیم $U(t_1)$ و $\dot{U}(t_1)$ را بیابیم فقط از طریق روش‌های عددی می‌توانیم این مقادیر را بیابیم. حل پیدا حل این مشکل باید معادله دیفرانسیل دستگاه را در حالتی که نیرو به آن وارد می‌شود حل کنیم یعنی باید معادله $m\ddot{U}+C\dot{U}+KU=p(t)$ را حل کنیم.

معادله ارتعاش دستگاه یک درجه آزادی

$0 \longrightarrow t_1$ ⟹ $p(t)$ وارد می‌شود ⟹ باطل معادله بالا معادله نوسان دستگاه را نمی‌توانیم بیابیم

مثال:

بار مثلثی شکل زیر به دستگاه یک درجه آزادی با فرکانس ω وارد می‌شود. معادله ارتعاش آزاد دستگاه را بیابید.



$$\Rightarrow p(t)=\frac{P_0}{t_1}.t \Rightarrow p(\tau)=\frac{P_0}{t_1}.\tau$$

$$\Rightarrow U(t)=\frac{1}{m\omega}\int_0^t p(\tau)\sin\omega(t-\tau)\,d\tau$$

$$\Rightarrow U(t)=\frac{1}{m\omega}\int_0^t \frac{P_0}{t_1}.\tau\sin\omega(t-\tau)\,d\tau$$

$$\Rightarrow U(t)=\frac{P_0}{m\omega t_1}\int_0^t \tau.\sin\omega(t-\tau)\,d\tau \quad (I)$$

انتگرال جزء به جزء ↓

$d(uv)=u\,dv+v\,du \Rightarrow \int u\,dv=uv-\int v\,du$

$u=\tau$

$dv=\sin\omega(t-\tau)\,d\tau$ ⟹ $v=\frac{+\cos\omega(t-\tau)}{\omega}$

$$\int \tau\sin\omega(t-\tau)\,d\tau=\tau.\frac{\cos\omega(t-\tau)}{\omega}\Big|_0^t-\int_0^t\frac{\cos\omega(t-\tau)}{\omega}\,d\tau$$

$$\frac{t}{\omega}+\frac{\sin\omega(t-\tau)}{\omega^2}\Big|_0^t=\frac{t}{\omega}-\frac{\sin\omega t}{\omega^2} \quad (II)$$

(I) و (II) $\longrightarrow U(t)=\frac{P_0}{m\omega t_1}.\left(\frac{t}{\omega}-\frac{\sin\omega t}{\omega^2}\right)=\frac{P_0}{m\omega^2}\left(\frac{t}{t_1}-\frac{\sin\omega t}{\omega t_1}\right)$

$K=m\omega^2 \Rightarrow U(t)=\frac{P_0}{K}\left(\frac{t}{t_1}-\frac{\sin\omega t}{\omega t_1}\right), 0\le t\le t_1$

$$\dot{U}(t)=\frac{P_0}{K}\left(\frac{1}{t_1}-\frac{\cos\omega t}{t_1}\right)$$

$t=t_1 \Rightarrow U(t_1)=\frac{P_0}{K}\left(1-\frac{\sin\omega t_1}{\omega t_1}\right)$

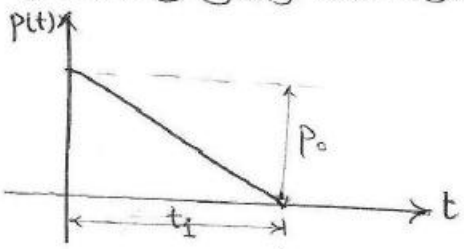
$\dot{U}(t_1)=\frac{P_0}{K}\left(\frac{1}{t_1}-\frac{\cos\omega t_1}{t_1}\right)$

$$U(\bar{t})=\frac{\dot{U}(t_1)}{\omega}\sin\omega(t-t_1)+U(t_1)\cos\omega(t-t_1)$$

$$U(\bar{t}) = \frac{P_0}{k\omega}\cdot\left(\frac{1}{t_1} - \frac{\cos\omega t_1}{t_1}\right)\sin\omega(t-t_1) + \frac{P_0}{K}\left(1 - \frac{\sin\omega t_1}{\omega t_1}\right)\cdot\cos\omega(t-t_1)$$

$$U(\bar{t}) = \frac{P_0}{K}\left(\frac{1}{\omega t_1}(1-\cos\omega t_1)\sin\omega\bar{t} + \left(1 - \frac{\sin\omega t_1}{\omega t_1}\right)\cos\omega\bar{t}\right)$$

بار مثلثی کاهشی روی یک دستگاه یک درجه آزادی بدون کاشش را وارد می‌شود. معادله ارتعاشی آزاد دستگاه را بیابید.



$$\rightsquigarrow p(t) = p_0\cdot(1 - t/t_1)$$

$$U(t) = \frac{1}{m\omega}\int_0^t P_0(1-\tau/t_1)\sin\omega(t-\tau)\,d\tau$$

$$U(t) = \frac{P_0}{m\omega}\int_0^t (1-\tau/t_1)\sin\omega(t-\tau)\,d\tau$$

$$= \frac{P_0}{m\omega}\left(\int_0^t \sin\omega(t-\tau)\,d\tau\right) - \frac{P_0}{m\omega t_1}\underbrace{\left(\int_0^t \tau\sin\omega(t-\tau)\,d\tau\right)}_{\text{جزء به جزء حساب شود}}$$

$$= \frac{P_0}{m\omega}\cdot\left(\frac{\cos\omega(t-\tau)}{\omega}\right)\Big|_0^t - \frac{P_0}{m\omega t_1}\cdot\left(\frac{t}{\omega} - \frac{\sin\omega t}{\omega^2}\right)\Big|_0^t$$

$$= \frac{P_0}{m\omega^2}(1-\cos\omega t) - \frac{P_0}{m\omega t_1}\left(\frac{t}{\omega} - \frac{\sin\omega t}{\omega^2}\right)$$

$$= \frac{P_0}{m\omega^2}\left(1 - \cos\omega t - \frac{t}{t_1} + \frac{\sin\omega t}{\omega t_1}\right)$$

$$\dot{U}(t) = \frac{P_0}{m\omega^2}\left(\omega\sin\omega t - \frac{1}{t_1} + \frac{\cos\omega t}{t_1}\right)$$

$$\rightsquigarrow U(t_1) = \frac{P_0}{m\omega^2}\left(1 - \cos\omega t_1 - 1 + \frac{\sin\omega t_1}{\omega t_1}\right) = \frac{P_0}{m\omega^2}\left(\frac{\sin\omega t_1}{\omega t_1} - \cos\omega t_1\right)$$

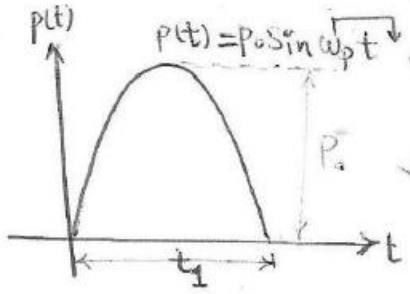
$$\dot{U}(t_1) = \frac{P_0}{m\omega^2}\left(\omega\sin\omega t_1 - \frac{1}{t_1} + \frac{\cos\omega t_1}{t_1}\right)$$

$$U(\bar{t}) = \frac{\dot{U}(t_1)}{\omega}\sin\omega\bar{t} + U(t_1)\cos\omega\bar{t}$$

$$U(\bar{t}) = \frac{P_0}{k\omega}\left(\omega\sin\omega t_1 - \frac{1}{t_1} + \frac{\cos\omega t_1}{t_1}\right)\sin\omega\bar{t} + \frac{P_0}{K}\left(\frac{\sin\omega t_1}{\omega t_1} - \cos\omega t_1\right)\cos\omega\bar{t}$$

$$U(\bar{t}) = \frac{P_0}{k}\cdot\left[\left(\sin\omega t_1 - \frac{1}{\omega t_1} + \frac{\cos\omega t_1}{\omega t_1}\right)\sin\omega\bar{t} + \left(\frac{\sin\omega t_1}{\omega^2 t_1} - \frac{\cos\omega t_1}{\omega}\right)\cos\omega\bar{t}\right]$$

بار سینوسی متقابل با یک سیستم یک درجه آزادی بدون دمپینگ وارد می شود معادله
دینامیکی آن را بیابید.



فرکانس زاویه‌ای $\omega_p = \frac{2\pi}{T_p} = \frac{2\pi}{2t_1} = \frac{\pi}{t_1}$

از آنجا که اعمال دینامیکی بطور ناگهانی معادله حرکت دستگاه دستخوش تغییر است در نتیجه معادله دیفرانسیل را حل می کنیم.

$$m\ddot{U} + KU = p(t) \rightsquigarrow m\ddot{U} + KU = P_0 \sin \omega_p t$$

برای حل معادله دیفرانسیل بالا باید جواب خصوصی و عمومی این معادله را بیابیم و با هم جمع کنیم.

$U(t) =$ جواب عمومی + جواب خصوصی

جواب عمومی:

برای یافتن جواب عمومی طرف دوم معادله مربوطه را برابر صفر قرار می دهیم.

$m\ddot{U}_1 + KU_1 = 0$ ← این معادله دیفرانسیل، معادله‌ای ارتعاش آزاد سیستم یک درجه آزادی است که قبلاً حل کردیم و می دانیم جواب آن با جواب عمومی و خصوصی با هم جمع می شوند پس A و B مربوط به جواب را در پایان می یابیم:

$$U_1(t) = A\sin \omega t + B\cos \omega t$$

جواب خصوصی:

$$m\ddot{U}_2(t) + KU_2(t) = P_0 \sin \omega_p t$$

از آنجا که در این معادله طرف دوم یک تابع هارمونیک ثابت از خود تابع، تابعی سینوسی شده است پس تابع خود سینوسی است. و از آنجا که در مشتق گیری تابع سینوسی، دوره تناوب خود را حفظ می کند پس داریم ←

$$U_2(t) = \bar{C}\sin \omega_p t$$

با منظور حفظ کردن دوره تناوب

$$m\ddot{U}_2 + KU_2 = P_0 \sin \omega_p t \rightsquigarrow m(-\bar{C}\omega_p^2 \sin \omega_p t) + K(\bar{C}\sin \omega_p t) = P_0 \sin \omega_p t$$

$$\rightsquigarrow -m\bar{C}\omega_p^2 + K\bar{C} = P_0 \rightsquigarrow \bar{C}(-m\omega_p^2 + K) = P_0 \rightsquigarrow \bar{C} = \frac{P_0}{K - m\omega_p^2}$$

$$\rightsquigarrow \bar{C} = \frac{P_0}{K\left(1 - \frac{m\omega_p^2}{K}\right)} \quad (I)$$

$$\frac{m\omega_p^2}{K} = \alpha^2 \rightarrow m\omega_p^2 = K\alpha^2 \rightsquigarrow m\omega_p^2 = m\omega^2\alpha^2 \rightarrow \alpha^2 = \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{\omega_p}{\omega}}$$

$$(I) \rightarrow \bar{C} = \frac{P_0}{K(1-\alpha^2)} = \frac{P_0}{K} \cdot \frac{1}{1-\alpha^2}$$

$$\rightsquigarrow \text{(جواب خصوصی)}: U_2(t) = \frac{P_0}{K} \cdot \frac{1}{1-\alpha^2} \cdot \sin \omega_p t$$

$$U(t) = U_1(t) + U_2(t) = A\sin \omega t + B\cos \omega t + \frac{P_0}{K} \cdot \frac{1}{1-\alpha^2} \cdot \sin \omega_p t$$

حال $U(0)$ و $\dot{U}(0)$ را محاسبه کرده می‌کنیم تا ثابت‌های A و B را بیابیم.

$\boxed{U(0) = B}$

$$\dot{U}(t) = A\omega\cos\omega t - B\omega\sin\omega t + \frac{P_0\omega p}{K(1-\alpha^2)}\cdot\cos\omega pt$$

$$\dot{U}(0) = A\omega + \frac{P_0\omega p}{K(1-\alpha^2)} \rightarrow A = \frac{\dot{U}(0)}{\omega} - \frac{P_0\omega p}{K(1-\alpha^2)\omega}$$

$$\rightarrow U(t) = \left(\frac{\dot{U}(0)}{\omega} - \frac{P_0\alpha}{K(1-\alpha^2)}\right)\sin\omega t + U(0)\cos\omega t + \frac{P_0}{K}\cdot\frac{1}{1-\alpha^2}\cdot\sin\omega pt$$

جواب معادله در حالت کلی همان صورت بالا است ولی در صورتی که فرض کنیم $U(0)=0$ و $\dot{U}(0)=0$ داریم:

$$U(t) = \frac{-P_0}{K}\cdot\frac{\alpha}{1-\alpha^2}\cdot\sin\omega t + \frac{P_0}{K}\cdot\frac{1}{1-\alpha^2}\cdot\sin\omega pt$$

$$U(t) = \frac{P_0}{K}\cdot\frac{1}{1-\alpha^2}(\sin\omega pt - \sin\omega t) \qquad 0 \le t \le t_1$$

این معادله‌ی حرکت دستگاه یک برج آبادی، از لحظه‌ی صفر تا t_1 می‌باشد که بار فنرهای سیستم در فاصله‌ی صفر تا t_1 به آن وارد می‌شود حال از لحظه‌ی t_1 به بعد دستگاه از نقاش آزاد می‌کند که برای یافتن معادله‌ی ارتعاش آزاد دستگاه، $U(t_1)$ و $\dot{U}(t_1)$ را می‌یابیم:

$$U(t_1) = \frac{P_0}{K}\cdot\frac{1}{1-\alpha^2}\cdot(\sin\omega pt_1 - \sin\omega t_1) \quad *$$

$$\dot{U}(t) = \frac{P_0}{K}\cdot\frac{1}{1-\alpha^2}\cdot(\omega p\cos\omega pt - \omega\sin\omega t)$$

$$\dot{U}(t_1) = \frac{P_0}{K}\cdot\frac{1}{1-\alpha^2}\cdot(\omega p\cos\omega pt - \omega\sin\omega t)$$

حال مقادیر بدست آمده را در معادله‌ی ارتعاش آزاد دستگاه جایگذاری می‌کنیم.

$$U(\bar{t}) = \frac{\dot{U}(t_1)}{\omega}\cdot\sin\omega\bar{t} + U(t_1)\cos\omega\bar{t}$$

نکات:

$\alpha = \frac{\omega p}{\omega}$ ← بار / ← سازه

اگر $\alpha < 1$ ⇝ Max تعیین مکان در حالتی رخ می‌دهد که نیرو در حال ← یعنی فرکانس سازه از فرکانس بار بیشتر باشد ⇝ وارد شدت به سازه است. $(0 < t < t_1)$.

اگر $\alpha > 1$ ⇝ Max تعیین مکان در حالتی رخ می‌دهد که دستگاه ← یعنی فرکانس باران فرکانس سازه بیشتر باشد در حالت آزاد می‌باشد. $(t > t_1)$.

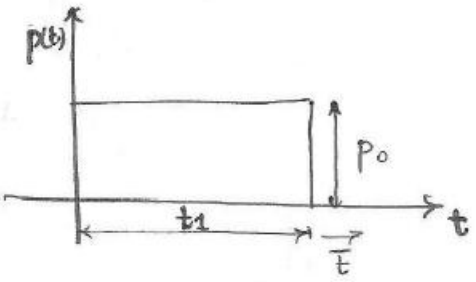
می‌خواهیم Max تعیین مکان در حالت دوم $(t > t_1)$ رخ دهد ←

$$\dot{U}_{Max}(t) = 0 \rightarrow \dot{U} = \frac{\dot{U}(t_1)}{\omega}\times\omega\cos\omega t - U(t_1)\times\omega\sin\omega t = 0 \rightsquigarrow tg(\omega t) = \frac{\dot{U}(t_1)}{U(t_1)} \rightarrow t\surd$$

$$\left(\cos\omega t = \frac{1-tg^2\omega t}{1+tg^2\omega t},\ \sin(\omega t) = \frac{2tg\omega t}{1+tg^2\omega t}\right) \rightsquigarrow D = \frac{U_{Max}}{P_0/K} = 2\sin\frac{\pi t_1}{T}$$

(ضریب تشدید در فاز دوم)

حل مستطیلی :



$$U(t)=\frac{1}{m\omega}\int_0^t P_0 \sin\omega(t-\tau)d\tau = \frac{1}{m\omega}\times P_0 \times \frac{\cos\omega(t-\tau)}{\omega}\Big|_0^t = \frac{P_0}{m\omega}(1-\cos\omega t)$$

$$\longrightarrow \dot{U}(t)=\frac{P_0}{m\omega}\times(-\omega\sin\omega t) = -\frac{P_0}{m}\sin\omega t$$

$$\begin{cases} U(t_1)=\frac{P_0}{m\omega}(1-\cos\omega t_1) \\ \dot{U}(t_1)=\frac{-P_0}{m}\sin\omega t_1 \end{cases} \rightsquigarrow U(\bar{t})=\frac{-P_0\sin\omega t_1}{m\omega^2}\sin\omega\bar{t}+\frac{P_0}{m\omega}(1-\cos\omega t_1)\cos\omega\bar{t}$$

انتگرال دیوهامل در حوزه وجود دمپینگ :

$$U(t)=\frac{1}{m\omega_D}\int_0^t p(\tau).e^{-S\omega.(t-\tau)}.\sin\omega_D(t-\tau)d\tau$$

تئوری زلزله :

تئوری زلزله ($p(t)=m\ddot{g}(t)$) تئوری مربوطی می باشد که با صورت کاملاً تقریبی به سازه وارد می شود در این جا $\ddot{g}(t)$ ق شتاب زمین می باشد که با سازه وارد می شود که مقادیر این شتاب $\ddot{g}(t)$ با توجه به رکورد شتاب چست می آید.

رکورد شتاب

حال با داشتن رکورد و حل عددی انتگرال دیوهامل با ازای هر ω ، طیف های مورد نظر را ترسیم و این که ترسیم طیف قبلاً توضیح داده شده است .

$$U(t)=\frac{1}{\omega}\int \ddot{g}(\tau)\sin\omega(t-\tau)d\tau$$

معادلات دینامیکی برای سیستم چند درجه آزادی:

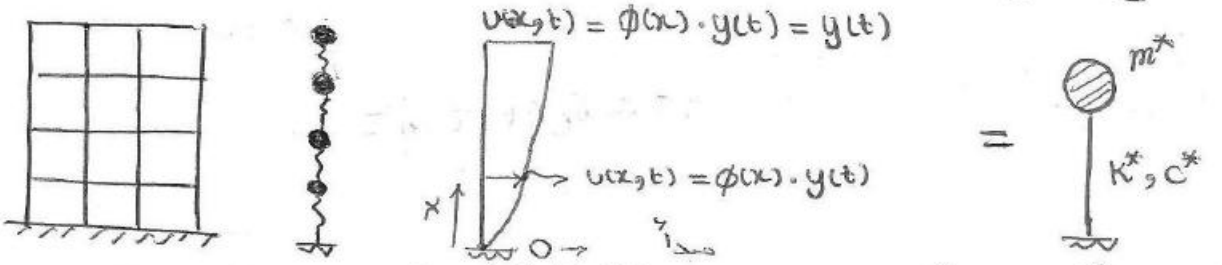
تعداد طبقات را بعنوان تعداد درجات آزادی می‌گیریم. و این فرض را مبنای کار خود قرار می‌دهیم:
جرم هر طبقه متمرکز (مثلاً در وسط طبقه) می‌باشد.

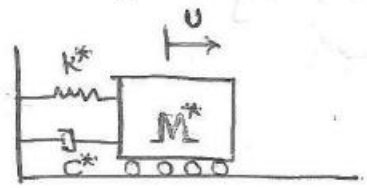
دو نوع آنالیز داریم:
- آنالیز طیفی: در این آنالیز مقادیر ماکزیمم را می‌یابیم. مانند ماکزیمم شتاب، سرعت، تغییر مکان
- آنالیز تاریخچه زمانی: در این آنالیز برای هر لحظه مقادیر یا لنگرهای حرکت سازه را می‌یابیم (یعنی برای سازه (تمام مشخص) تابع سرعت، شتاب، مکان در هر لحظه را داریم).

بدین منظور آنالیز تاریخچه زمانی باید انتگرال دیفرانسیل را برای سازه (تمام مشخص) در هر لحظه حل کنیم.
برای رسیدن به این منظور از آنالیز طیفی استفاده می‌کنیم زیرا مقادیر ماکزیمم را می‌دهد.

روش مختصات عمومی:

ابتدا سیستمی را که دارای چند درجه آزادی می‌باشد با یک سیستم یک درجه آزادی تبدیل می‌کنیم.
(c^* ، k^* ، m^* ، u^*) و سپس برای سیستم حاصل حل یا یابی را می‌یابیم و سپس این بردش یابی را در طبقات توزیع می‌کنیم.





$\longrightarrow u^*$

در این روش سیستم را با یک سیستم یک درجه آزادی تبدیل می‌کنیم که تابع این سیستم u^* است حال بردش یابی را برای این سیستم (درجه آزادی) می‌یابیم سپس با سیستم n درجه آزادی برگشته و بردش یابی را در طبقات توزیع می‌کنیم. با این روش، روش نرمالیزه شده می‌گویند. Genarized Method

معادلای مکان جسم $\longrightarrow U(x,t)$

$U(x,t) = \phi(x) \cdot y(t)$

$\phi(x) \longrightarrow$ تابع مد شیب

عوامل مؤثر در این تابع:
1. سختی
2. جرم
3. فاصله (تا مبدأ)

پس تابع مد شیب هیچ ارتباطی با رفتار دینامیکی ندارد و فقط مستقل از نیروست. و تابع مشخصات ذاتی سازه است.

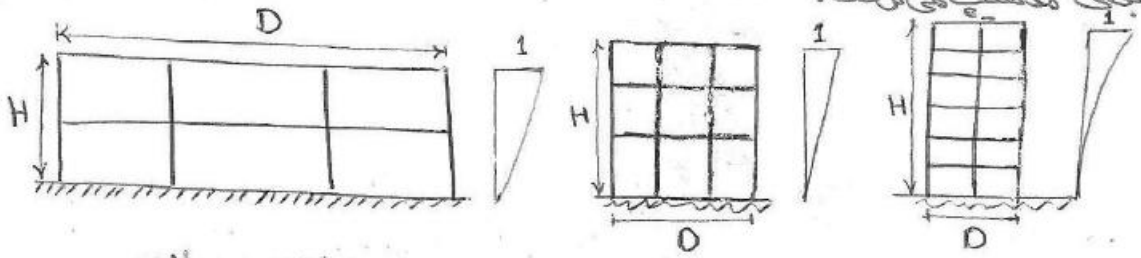
تابع $y(t)$ مربوط به رفتار دینامیکی می‌باشد همچنین خصوصیات هندسی سازه و شدت $y(t)$ تأثیر گذار است. شکل هندسی سازه، تأثیری در $y(t)$ ندارد.

با منظور استفاده از این روش، تقارت هندسی و توزیع سختی و جرم طبقات مهم میباشد.

تابع مد شیب:

شرایط استفاده: از روابط زیر برای شروع آنالیز: ۱- سازه متقارن باشد ۲- سختی طبقات زیاد متفاوت نباشد ۳- جرم یکسان توزیع شده باشد.

تقریبا گاهی در سختی یا جرم، باعث تقریبا گاهی در تقریب کل میشود که خود باعث اشتباه فرض شدن روابط استفاده شده برای مدشیب می‌گردد.



$(\frac{H}{D}<1.5)$ $\quad \phi(x)=\sin\frac{\pi x}{2H}$

$(1.5<\frac{H}{D}<3)$ $\quad \phi(x)=(\frac{x}{H})$

$(\frac{H}{D}>3)$ $\quad \phi(x)=1-\cos\frac{\pi x}{2H}$

ژرمالیزه کردن:

$$f_i + f_D + f_S = p(t)$$

$$f_i \delta u_i + f_D \delta u_D + f_S \delta u_S = p(t) \cdot \delta u_p$$

در این روش، کار نیروی داخلی را در یک بازه زمانی خیلی کم δt، با کار نیروهای دیگر برابر قرار می‌دهیم

کار نیروهای موجود در یک طبقه:

$$\begin{cases} W_{f_i} = f_i \delta u_i = [m_i \ddot{u}(x,t)] \cdot [\phi(x) \times \delta y(t)] = [\sum m_i \overbrace{\phi_i(x) \ddot{y}(t)}^{\text{شتاب کل}}] \times [\overbrace{\phi_i(x) \cdot \delta y(t)}^{\text{جابجایی طبقه در بازه } \delta t}] \\ W_{f_D} = C_i \dot{u} \delta u_2 = [C_i \overbrace{\Delta\phi_i(x) \dot{y}(t)}^{\text{سرعت نسبی}}] \cdot [\overbrace{\Delta\phi_i(x) \delta y(t)}^{\text{جابجایی نسبی در مدت } \delta t}] \\ W_{f_S} = [K_i \Delta\phi_i(x) y(t)] \times [\Delta\phi_i \delta y(t)] \\ W_{p(t)} = P_i(t) \phi_i(x) \delta y(t) \end{cases}$$

$$\sum [(W_{f_i})_i + (W_{f_D})_i + (W_{f_S})_i] = \sum (W_{p(t)})_i$$

$$\rightarrow \sum m_i \phi_i^2(x) \ddot{y}(t) \delta y(t) + \sum C_i \Delta\phi_i^2(x) \dot{y}(t) \delta y(t) + \sum K_i \Delta\phi_i^2 y(t) \delta y(t) = \sum P_i(t) \phi_i(x) \delta y(t)$$

$$\rightarrow \sum m_i \phi_i^2(x) \ddot{y}(t) + \sum C_i \Delta\phi_i^2(x) \dot{y}(t) + \sum K_i \Delta\phi_i^2 y(t) = \sum P_i(t) \phi_i(x) \qquad (P_i(t) = m_i \ddot{g}(t))$$

$$\xrightarrow{P_i(t)=m_i\ddot{g}(t)} \sum P_i(t) \phi_i(x) = \sum m_i \ddot{g}(t) \phi_i(x) = \ddot{g}(t) \sum m_i \phi_i(x)$$

$$\begin{cases} m^* = \sum m_i \phi_i^2 \\ c^* = \sum c_i \Delta\phi_i^2(x) \\ k^* = \sum k_i \Delta\phi_i^2(x) \\ L = \sum m_i \phi_i(x) \end{cases} \Longrightarrow m^*\ddot{y}(t) + c^*\dot{y}(t) + k^* y(t) = L\ddot{g}(t)$$

$$\omega^* = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}}$$

حال با استفاده از روابط معادلاتی بالا از انتگرال دیوهامل استفاده می‌کنیم.

$$y(t) = \frac{1}{m^*\omega^*}\int_0^t p(\tau)\cdot \sin\omega^*(t-\tau)\,d\tau$$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{1}{m^*\omega^*}\int_0^t L\ddot{g}(\tau)\sin\omega^*(t-\tau)\,d\tau = \frac{L}{m^*\omega^*}\int_0^t \ddot{g}(\tau)\sin\omega^*(t-\tau)\,d\tau$$

$$U(x,t) = \phi(x)\,y(t) = \frac{\phi(x)\,L}{m^*\omega^*}\boxed{\int_0^t \ddot{g}(\tau)\sin\omega^*(t-\tau)\,d\tau}$$

$$\downarrow$$

$$V(t)$$

$$\rightarrow U(x,t) = \frac{\phi(x)L}{m^*\cdot\omega^*}\cdot V(t)$$

نیروی وارد بر جرم $\leftarrow q(x,t) =$ جرم $\times$ شتاب $= m(x)\times\ddot{U}(x,t) = m(x)\times\omega^{*2}\times U(x,t)$

$$\rightarrow q(x,t) = \frac{m_i(x)\cdot\phi_i(x)\cdot L\cdot\omega^*}{m^*}V(t) \qquad (I)$$

برش پایه $\leftarrow Q(t) = \sum_{i=1}^{n} q_i(x,t) = \sum_{i=1}^{n}\frac{m_i(x)\,\phi_i(x)\,L\,\omega^*}{m^*}V(t)$

$$= \frac{L\omega^2}{m^*}V(t)\cdot\sum m_i(x)\,\phi_i(x) = \frac{L^2\omega^*}{m^*}V(t) \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I)\,,\,(II)} q(x,t) = \frac{m_i\phi_i}{L}\times Q(t)$$

آنالیزها و مفهوم های بالا مقادیری برای هر گام زمانی می دهد که با این آنالیز ، آنالیز تاریخچه زمانی سیستم می‌گوییم.

حال در مورد کاربرد این مقادیر ماکزیمم را بخواهیم : (آنالیز طیفی)

$$U_{max}(x,t) = \frac{\phi(x)\cdot L}{m^*\cdot\omega^*}\cdot V_{max}(t)$$

$$V_{max}(t) = \int_0^b \ddot{g}(\tau)\sin\omega^*(t-\tau)\,d\tau = \omega SD = PSV \Rightarrow U_{max}(x) = \frac{\phi(x)\cdot L}{m^*\omega^*}PSV$$

$$U_{max}(x) = \frac{\Phi(x) \cdot L}{m^* \cdot \omega^{*2}} \cdot PSA$$

$$Q(t) = \frac{L^2 \cdot \omega^*}{m^*} V(t) \longrightarrow Q_{max} = \frac{L^2 \omega^*}{m^*} PSV = \frac{L^2}{m^*} \cdot PSA$$

$$q_{max}(x) = \frac{m_i \Phi_i}{L} Q_{max} = \frac{m_i \Phi_i}{L} \times \frac{L^2}{m^*} PSA = \frac{m_i \Phi_i L}{m^*} PSA$$

or

$$q_{max} = M_{(x)} \times (\text{شتاب مکانیزم})_i = m(x) \times \omega^2 U_{max}(x) = m(x) \times \omega^{*2} \times \frac{\Phi(x) \cdot L}{m^* \cdot \omega^{*2}} PSA$$

$$\Rightarrow q_{max} = \frac{m(x) \Phi(x) \cdot L}{m^*} PSA = \frac{\Phi(x)\, m(x)}{L} \cdot a_{max} = m_i \times \ddot{U}_{max}(x) = m_i \cdot \omega^2 \cdot U_{max}(x)$$

خلاصه روش تحلیل شده :

$$m^* = \sum m_i \Phi_i^2$$

$$C^* = \sum C_i \Delta \Phi_i^2(x) \qquad \rightsquigarrow m^* \ddot{y}(t) + C^* \dot{y}(t) + K^* y(t) = L \ddot{g}(t)$$

$$K^* = \sum K_i \Delta \Phi_i^2(x) \qquad \omega^* = \sqrt{\frac{K^*}{m^*}}$$

$$L = \sum m_i \Phi_i(x)$$

حل با روش کاربخیر تحلیلی :

$$U(x,t) = \frac{\Phi(x) \cdot L}{m^* \omega^*} V(t)$$

$$Q(t) = \frac{L^2 \omega^*}{m^*} \cdot V(t) \quad \leftarrow \text{بیشترین برش پایه}$$

$$q(x,t) = \frac{m_i \Phi_i}{\sum m_i \Phi_i} Q(t) \quad \leftarrow \text{نیروهای وارد بر طبقات مورد نظر}$$

حل با روش طیفی :

$$U_{max}(x) = \frac{\Phi(x) L}{m^* \omega^*} PSA$$

$$q_{max} = \frac{m(x) \Phi(x) L}{m^*} PSA = \frac{\Phi(x) \cdot m(x)}{L} Q_{max}$$

$$Q_{max} = \frac{L^2}{m^*} PSA$$

وزن موثر مدلی (effective weight):

$$W_e = g \times \frac{L^2}{m^*}$$

$$\frac{L^2}{m^*} = \frac{(\sum m_i \phi_i)^2}{\sum m_i \phi_i^2} = \frac{(\sum \frac{w_i}{g} \cdot \phi_i)^2}{\sum \frac{w_i}{g} \cdot \phi_i} = \frac{1}{g} \cdot \frac{(\sum w_i \phi_i)^2}{\sum w_i \cdot \phi_i}$$

$$\longrightarrow g \times \frac{L^2}{m^*} = \frac{(\sum w_i \phi_i)^2}{\sum w_i \phi_i}$$

$$\rightsquigarrow Q_m = \frac{L^2}{m^*} \cdot pSA = \frac{W_e}{g} \cdot pSA$$

روش ریلی برای اصلاح مدشیب:

بعد از یافتن $\phi(x)$ می‌توانیم نیروها وارد ← با مقادیر ϕ های محاسبه شده ← فرض شده بود

به طبقات را پیدا کنیم

← می‌توانیم جابجایی‌های افقی ← تغییرمکان طبقات را بدست آمده ←

راحت‌تری از آن برای اصلاح ϕ این نیروها می‌توانیم پیدا کنیم

استفاده کنیم

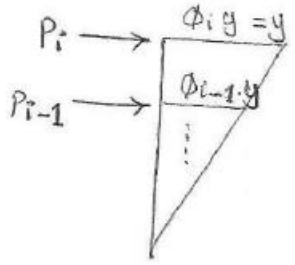
$U_i = \phi_i \cdot y_t$ ← y_t مقداری ثابت است یعنی مربوط به لحظه‌ای که U max رخ می‌دهد در کل بازه

$y(t)$ با توجه به بازه مقادیری را خواهد می‌گیرد که مقدار max این تابع را y می‌نامیم.

کل نیروهای هر طبقه

$W_i = \frac{1}{2} P_i \cdot U_i$

$W_i = \frac{1}{2} P_i \times \phi_i \times y$



$$E_i = \frac{1}{2} m_i \dot{U}_i^2$$

$$\dot{U}_i = \omega(\phi_i y)$$

$$\longrightarrow E_i = \frac{1}{2} \cdot m_i \times (\omega(\phi_i y))^2 = \frac{1}{2} \cdot m_i \omega^2 \phi_i^2 y^2$$

$$\sum W_i = \sum E_i \longrightarrow \sum \frac{1}{2} m_i \omega^2 \phi_i^2 y^2 = \sum \frac{1}{2} P_i \times \phi_i y$$

مقادیر ثابت از داخل Σ خارج می‌شود

$$\frac{1}{2}\omega^2 y^2 \sum m_i \phi_i^2 = \frac{1}{2} y \sum p_i \phi_i$$

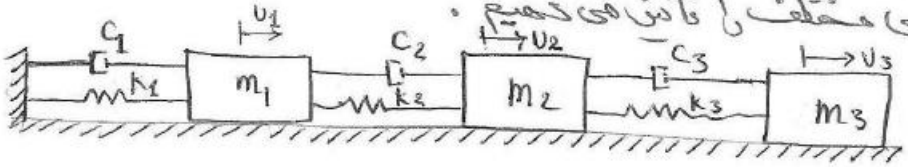
$$\omega^2 \times y \times m^* = p^* \longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{p^*}{y \times m^*}}$$

حال در صورتی که ω_1 بدست آمده از این روش با ω_1 قبلی یعنی ω_1^* تفاوت داشت یعنی مدشیپ درست حدس زده نشده بود پس برای اصلاح مدشیپ با ω_1 جدید که از این روش بدست آمده p وارد شده طبقات را دوباره محاسبه می‌کنیم سپس برش طبقات را محاسبه و Δ هر طبقه را حساب می‌کنیم باقیمانده Δهای بدست آمده می‌توانیم γ_1(ضریب) را حساب کنیم و از آن جا با در نظر گرفتن $\phi = 1$ برای بالاترین طبقه، مدشیپ یعنی ϕ های هر طبقه حساب می‌شود.

در صورتی که ω_1 با دو تقریب تفاوت زیادی نداشت برای ادامه حل مسئله، ω_1 بدست آمده را بعنوان ω_1 سازه در نظر می‌گیریم زیرا با این حدس سازه را سخت‌تر در نظر گرفته‌ایم و با این کار نیروهای بیشتری را برای تحلیل سازه، به سازه وارد می‌کنیم. بدیهی است که در این حالت مدشیپ (ϕ) مربوط به ω_1 در نظر گرفته شده را برای ادامه حل مسئله به کار می‌بریم.

آنالیز مودال:

در این روش با ارزیابی هر جرم با آزادی یک ω_1 و یک مدشیپ خواهیم دانست که برای بدست آوردن جواب مسئله در این روش، مدهای مختلف را با هم جمع می‌کنیم.



با تحلیل دینامیکی حرکت هر جرم خواهیم داشت:

$$m_1 \ddot{u}_1 + c_1 \dot{u}_1 + k_1 u_1 - c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) - k_2(u_2 - u_1) = 0$$

بقیه معادلات در کتاب موجود است

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2+c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

$$[m][\ddot{u}] + [k][u] = 0 \rightarrow -\omega^2[m][u] + [k][u] = 0$$

$$\{[k] - \omega^2[m]\}\{u\} = 0$$

$$|[k] - \omega^2[m]| = 0$$

کوچکترین فرکانس بدست آمده از معادله بالا، مربوط به مد اول است و ...
بعد از یافتن دامنه ها، باید بازای هر کدام، مشخص شود مربوط به کدام مد است.

$$\{[k]-\omega^2[m]\}\{U\}=0$$

U طبقه‌ای آخر را 1 فرض می‌کنیم و معادله را حل می‌کنیم که این‌صورت U_2 و U_1 را بدست آوریم.

$$U=\begin{Bmatrix}U_1\\U_2\\U_3\end{Bmatrix}$$ ↓ دامنه‌ها

با فرض $U_3=1$: U برای طبقه‌ای آخر، ماتریس U، همان ϕ است زیرا:

$$U=\phi(x)\times y(t)$$

$y(t)$ در تمام طبقات مقداری ثابت است

$$\left.\begin{array}{l}\text{فرض کردیم} \rightarrow U_3=1\\ \text{می‌دانیم} \rightarrow \phi_3=1\end{array}\right\} \rightarrow y(t)=\frac{U(x)}{\phi(x)}=1$$

با این کار $y(t)$ یا کار در تمام طبقات مقداری ثابت است 1 می‌شود

$$U=\phi(x)\times y(t)=\phi(x)\times 1=\phi(x)$$

پس بازای هر مد، با این روش، ϕ را می‌یابیم در نتیجه خواهیم داشت:

$$[\phi]=\begin{bmatrix}\overset{\omega_1}{\phi_1} & \overset{\omega_2}{\phi'_1} & \overset{\omega_3}{\phi''_1}\\ \phi_2 & \phi'_2 & \phi''_2\\ \phi_3 & \phi'_3 & \phi''_3\end{bmatrix}$$

حال سیستم ذیل را داریم:

$$[M]_{n\times n}[\phi]_{n\times 1}\{\ddot{y}(t)\}+[c][\phi_n]\{\dot{y}(t)\}+[k][\phi]\{y(t)\}=\{p(t)\}\quad (I)$$

$$(I)\times[\phi_n]^T \Longrightarrow [\phi_n]^T[M][\phi_n]\ddot{y}_n(t)+[\phi_n]^T[c][\phi_n]\dot{y}_n(t)+[\phi_n]^T[k][\phi_n]y_n(t)$$

$$=[\phi_n]^T p_n(t)$$

جرم کلی مد n ام: M_n^* — میرایی کلی مد n ام: C_n^* — سختی کلی مد n ام: K_n^* — نیروی کلی مد n ام: P_n^*

$$\Longrightarrow M_n^*\ddot{y}_n+C_n^*\dot{y}_n+K_n^*y_n=P_n^*$$

معادله‌ای مکانی بازای مد n ام:

P_n^* تابع کاهنده زلزله $\hookrightarrow L_n\ddot{g}(t)$

$$\{U_n\}_{n\times 1}=[\phi_n]_{n\times 1}y_n(t)$$

$$P_n^*=L_n\ddot{g}(t)\longrightarrow L_n=[\phi_n]^T[M]\{1\}$$

حل معادله بالا با روش دوهامل

$$\longrightarrow y_n(t)=\frac{1}{m_n^*\omega_n}\int_0^t L_n\ddot{g}(\tau)\sin\omega_n(t-\tau)\,d\tau=\frac{L_n}{m_n^*\omega_n}\times V_n(t)$$

$$[y_n(t)]_{n\times 1} = \frac{[\phi_n]_{n\times 1} L_n}{M_n^* \cdot \omega_n} \cdot \ddot{V}_n(t)$$

$$[\ddot{U}_n(t)] = \omega^2 \cdot \frac{[\phi_n] L_n}{M_n^* \omega_n} \cdot V_n(t) = \frac{[\phi_n] \cdot L_n}{M_n^*} \omega_n \cdot \ddot{V}_n(t)$$

$$\text{یا: } \{q_n(t)\} = [M]_{n\times n} \{\ddot{U}_n(t)\}_{n\times 1} = \frac{[M][\phi_n] L_n \omega_n}{M_n^*} \cdot V_n(t)$$

$$Q_n(t) = \sum_{i=1}^{N} q_{in}(t) = \{1\}^T \{q_n(t)\}$$

$$Q_n(t) = \frac{\{1\}^T [M][\phi_n] L_n \omega_n}{M_n^*} \cdot V_n(t)$$

$$\rightarrow Q_n(t) = \frac{[\phi_n]^T [M]\{1\} L_n \omega_n}{M_n^*} \cdot \ddot{V}_n(t)$$

$$\rightarrow Q_n(t) = \frac{L_n^2}{M_n^*} \cdot \omega_n \cdot \ddot{V}_n(t) = M_{en} \omega_n \ddot{V}_n(t)$$

نکته:

$\sum M_{en} = M_{total} \rightarrow$ جرم کل سازه

$$\{q_n(t)\} = \frac{[M]_{n\times n} \cdot [\phi_n]_{n\times 1}}{L_n} Q_n(t)$$

لازم نیست تمام مدها را برای آنالیز در نظر بگیریم تا جایی مدها را تأثیر می‌گذاریم که جرم مؤثر آن‌ها تا آن مد بیشتر از 95٪ جرم کل سازه باشد.

تعداد کل طبقات N_T

$$\sum_{n=1}^{N} M_{en} > 0.95 \sum_{n=1}^{N_T} M_{en} = M_{total} \rightarrow$$ تا مد Nام را تأثیر می‌دهیم

آنالیز شبه استاتیکی:

$$\{U_n\} = \frac{[\phi_n] L_n}{M_n^* \omega_n^2} \cdot (PSA)_n$$

$$Q_n = M_{en} \cdot (PSA)_n$$

$$\{q_n\} = \frac{[M][\phi_n]}{L_n} Q_n = \frac{[M][\phi_n]}{L_n} \cdot M_{en} (PSA)_n$$

$$L_n = [\phi_n]^T [M][1] = \sum m_i \phi_{in}$$

$$M_n^* = [\phi_n(x)]^T [M] [\phi_n(x)] = \sum m_i \phi_{in}^2$$ ← ساده‌کننده مسائل

آیین نامه:

در روش آیین نامه ای برطبق یک سری دستورالعمل ها و مقدمات، تحلیل را از حالت دینامیکی خارج می کنیم یعنی دیگر زمان تأثیر گذار نیست و صرفاً مثل بارگذاری ثابت است.

در استفاده از روش آیین نامه ای سازه باید متقارن باشد و سختی طبقات مناسب توزیع شده باشد

(منظم) همچنین ارتفاع ساختمان و تعداد دهانه ها (مشخص) بیشتر شود

عواملی وجود دارد که ساختمان از حالت زلزله ای

۱- سختی سازه ۲- جرم سازه ۳- ارتفاع ۴- مشخصات زلزله ۵- جنس خاک محل ساخت ۶- شکل پذیری سازه ۷- شکل پلان و ارتفاع سازه و ...

روش آیین نامه ای اهم برای مقاومت هوایی و هم برای عناصر و محل های متفاوت استفاده کرد.

آیین نامه ای ایران (2800)

نوع سازه	درصد سربار
مسکونی، اداری، تجاری	20
بیمارستان، مدرسه، محل اجتماع	40
انبار، کتابخانه	60
مخازن آب و سایر مایعات	100

برش پایه

$V = C \cdot W$

پارامتر ساختمان + درصدی از سربار

$C = \frac{ABI}{R}$

معماری باید حدود اولیه بدست آید

A = شتاب مبنای طرح

	A
با خطر نسبی خیلی زیاد	0.35
" " " زیاد	0.3
" " " متوسط	0.25
" " " کم	0.2

B = منحنی بازتاب ساختمان ← با جنس خاک و پریود سازه بستگی دارد

T = زمان تناوب اصلی ساختمان (پریود سازه)

(ارتفاع سازه بر حسب متر)

$T = 0.08 H^{3/4}$ ⇒ سیستم قاب مهاربندی (فلزی)

$T = 0.07 H^{3/4}$ ⇒ بتنی " " " "

$T = 0.05 H^{3/4}$ ⇒ برای سایر سیستم های ساختمانی های متفاوت

در روابط فوق H ارتفاع ساختمان بر حسب متر از تراز پایه است و هر ساختمانی که ارتفاع آن بیشتر شود، درصدی که قسمت آن بیشتر از ۲۵ درصد وسعت بام باشد، نیز باید منظور گردد.

نوع زمین	T_0	T_S	خاک نسبی کم و متوسط	خاک نسبی زیاد یا خیلی زیاد
I	0.1	0.4	$S=1.5$	$S=1.5$
II	0.1	0.5	$S=1.5$	$S=1.5$
III	0.15	0.7	$S=1.75$	$S=1.75$
IV	0.15	1	$S=2.25$	$S=1.75$

$B=1+5\,(T/T_0)$ $\quad 0 \leqslant T \leqslant T_0$

$B=S+1$ $\quad T_0 \leqslant T \leqslant T_S$

$B=(S+1)\,(T_S/T)^{2/3}$ $\quad T \geqslant T_S$

I : ضریب اهمیت ساختمان.

اهمیت	ضریب I
گروه 1 : خیلی زیاد	1.4
(گروه 2) زیاد	1.2
(گروه 3) متوسط	1
(گروه 4) کم	0.8

R : ضریب رفتار ساختمان.

عوامل تأثیرگذار بر R :

۱- نوع مترویال (مصالح مصرفی) .

۲- سیستم مقابله کننده با زلزله (دیوار برشی ، دهانه بندی ، قاب خمشی) .

۳- شکل هندسی ساختمان .

۴- نوع مقاطع مصرفی : (فولادی) و یا درصد فولاد در مقاطع بتنی (در I یا II) . (در □)

R ← با شکل پذیری ساختمان رابطه‌ای زیادی دارد

۱- بین فولاد و بتن ، فولاد شکل پذیری بیشتری دارد و همیشه متداول است.

۲- قاب خمشی شکل پذیری اش از همه بیشتر است .

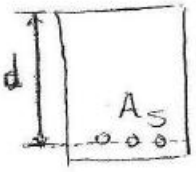
۳- ساختمان متقارن شکل پذیرتر است .

۴- در مقاطع فولادی ، اساسی مقطع دوقرینه شکل پذیری است . I در نسبت b/t خیلی موثر است .

برای شکل پذیری در مقاطع بتن آرمه ، ما درصد فولادی را با درصدی محدود می‌کنیم $0.75\rho_b$

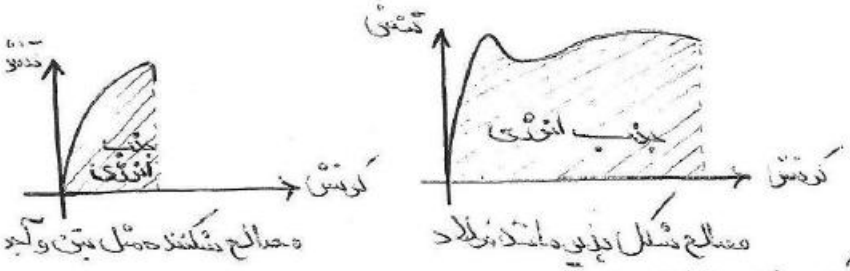
ب: درصد فولاد بالانس

برای یک مقطع بتن آرمه، هرچه درصد فولاد را کمتر کنیم بهتر است ولی باید بتوانیم با همان مقدار فولاد کم، مقاومت لازم را کسب کنیم.



$\rho = \frac{A_s}{b.d}$ $\quad \rho < 0.75\rho_b$ (برای شکل پذیری خوب)

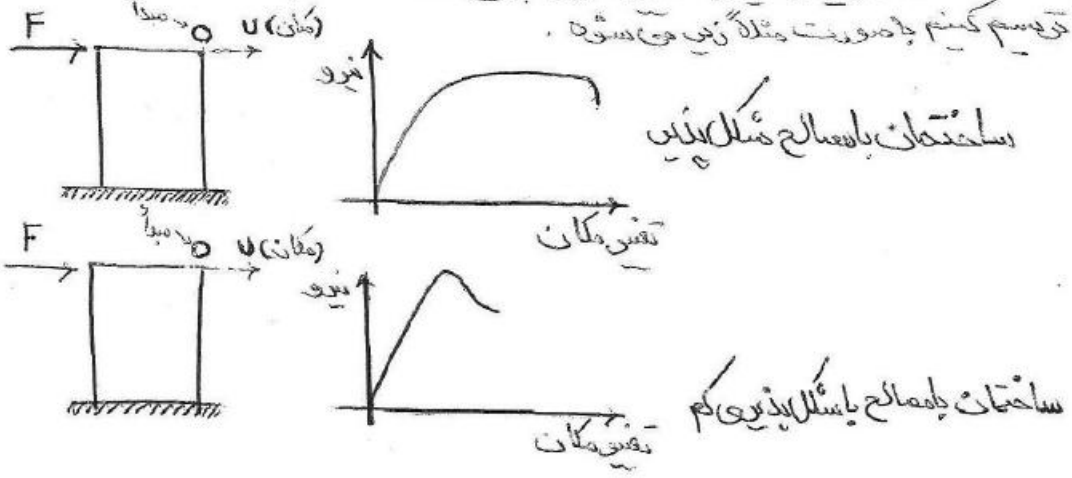
تقسیم بندی مصالح به لحاظ رفتار مکانیکی:



مفهوم شکل پذیری برای اعضاء بارین و برای کل سازه قابل تعریف است.

سازه شکل پذیر: سازه‌ای که بتواند در حالت غیرخطی، انرژی بیشتری را بدون کاهش مقاومت در خود ذخیره کند.

منحنی‌های بالا منحنی‌های (تنش - کرنش) یا (نیرو - تغییر مکان) برای مثلاً اعضای باشند حال می‌خواهیم که برای یک ساختمان منحنی را ترسیم کنیم با صورت مثلاً زیر می‌شود.



شیبی زاویه با انرژی رابطه دارد و از آن جایی که انرژی همان سطح زیر نیرو — تغییر مکان بدست می‌آید.

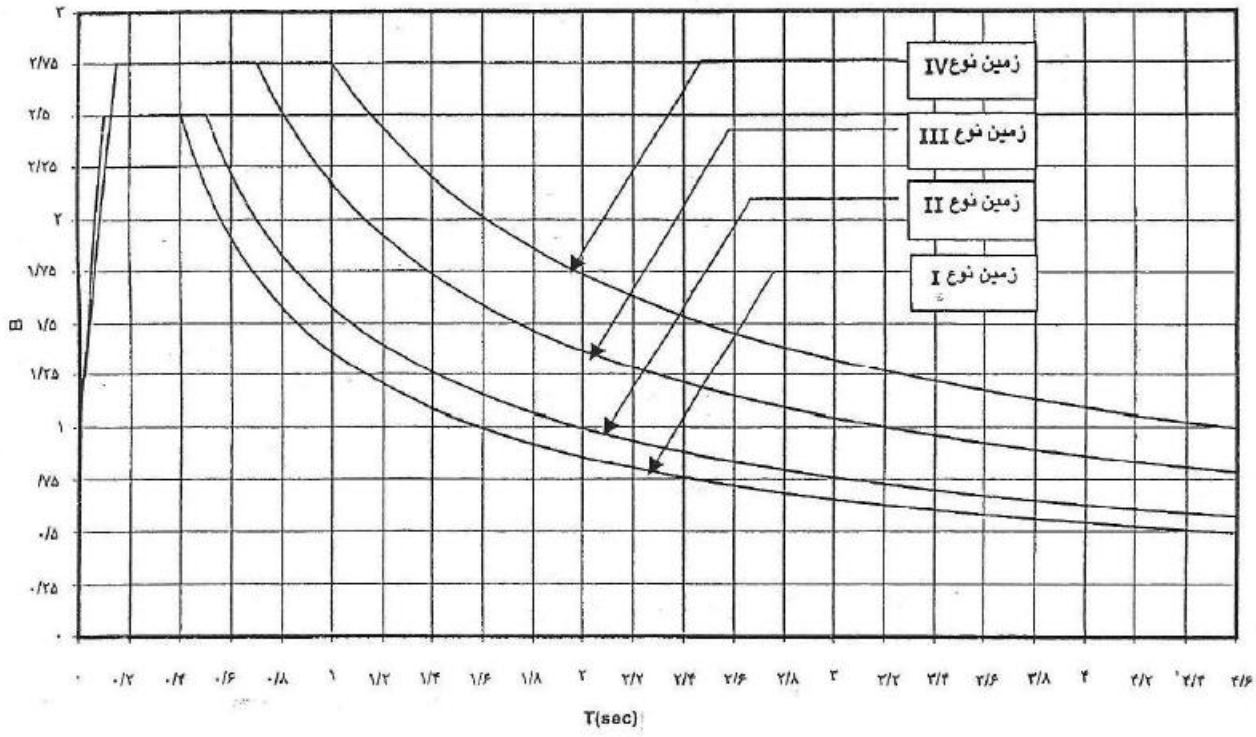
پس می‌توانیم جذب انرژی سازه را با عبارتی مشابه عبارت زیر مدل کنیم.

$E = E_p + E_e$ (انرژی که سازه در برابر زلزله جذب می‌کند)

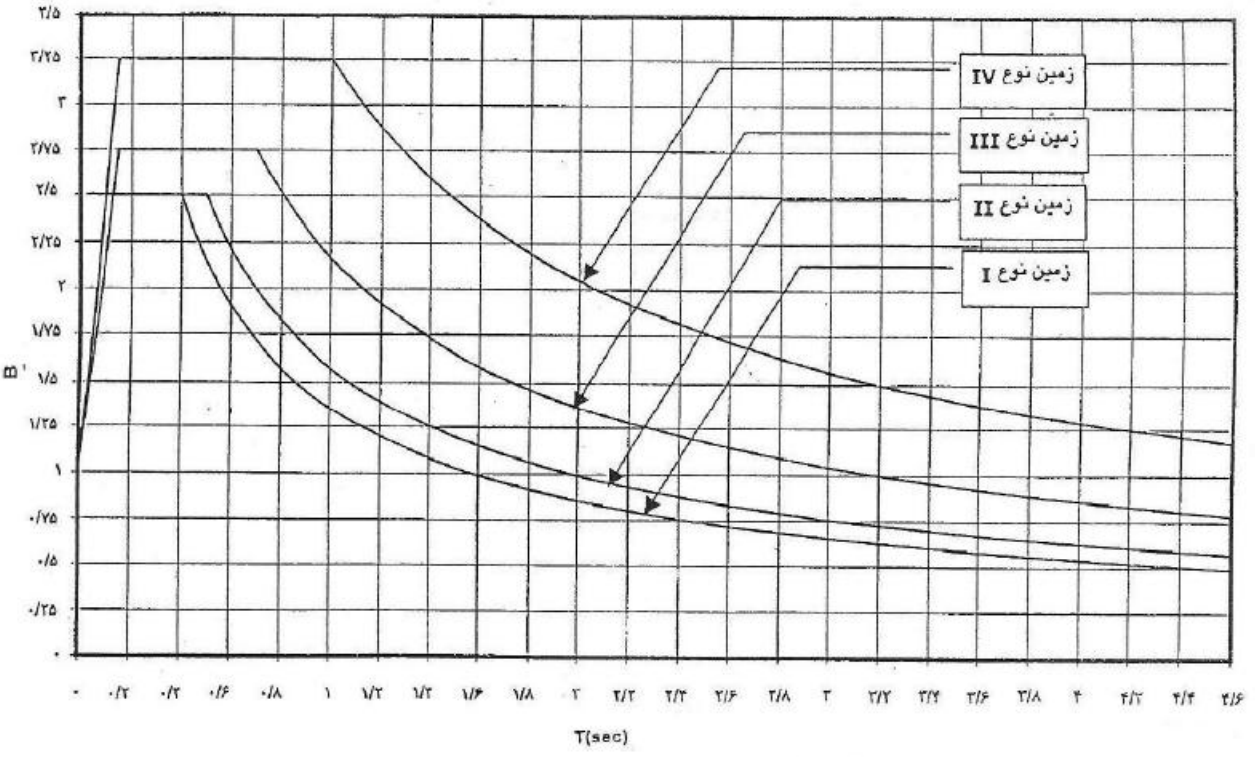
E_p: انرژی جذب شده به طریق پلاستیک (انرژی جذب شده به طریق پلاستیک)

E_e: انرژی جذب شده به طریق الاستیک

سوال: می‌دانیم فولاد شکل پذیرتر از بتن است، پس چرا نگوییم همه چیز را با افزایش درصد فولاد در یک مقطع بتن آرمه، شکل پذیری کم می‌شود یعنی چرا نمی‌آییم شکل پذیری یک مقطع تر سلت شده از یک ماده کم شکل پذیر، درصد ماده شکل پذیر را زیاد کرده و آن را کم می‌کنیم؟



ضریب بازتاب ساختمان برای مناطق با خطر نسبی زیاد و خیلی زیاد



ضریب بازتاب ساختمان برای مناطق با خطر نسبی کم و متوسط

مقادیر ضریب رفتار ساختمان، R، همراه با حداکثر ارتفاع مجاز ساختمان H_m

سیستم سازه	سیستم مقاوم در برابر نیروهای جانبی	R	H_m (متر)
الف- سیستم دیوارهای باربر	۱- دیوارهای برشی بتن مسلح ویژه	۷	۵۰
	۲- دیوارهای برشی بتن مسلح متوسط	۶	۵۰
	۳- دیوارهای برشی بتن مسلح معمولی	۵	۳۰
	۴- دیوارهای برشی با مصالح بنّایی مسلح	۴	۱۵
ب- سیستم قاب ساختمانی ساده	۱- دیوارهای برشی بتن مسلح ویژه	۸	۵۰
	۲- دیوارهای برشی بتن مسلح متوسط	۷	۵۰
	۳- دیوارهای برشی بتن مسلح معمولی	۵	۳۰
	۴- دیوارهای برشی با مصالح بنّایی مسلح	۴	۱۵
	۵- مهاربندی برون محور فولادی [۱]	۷	۵۰
	۶- مهاربندی هم محور فولادی [۱]	۶	۵۰
پ- سیستم قاب خمشی	۱- قاب خمشی بتن مسلح ویژه[۲]	۱۰	۱۵۰
	۲- قاب خمشی بتن مسلح متوسط [۲]	۷	۵۰
	۳- قاب خمشی بتن مسلح معمولی [۲] و [۳]	۴	-
	۴- قاب خمشی فولادی ویژه[۱]	۱۰	۱۵۰
	۵- قاب خمشی فولادی متوسط [۱]	۷	۵۰
	۶- قاب خمشی فولادی معمولی [۳] و [۴]	۵	-
ت- سیستم دوگانه یا ترکیبی	۱- قاب خمشی ویژه (فولادی یا بتنی)+ دیوارهای برشی بتن مسلح ویژه	۱۱	۲۰۰
	۲- قاب خمشی بتنی متوسط+دیوارهای برشی بتن مسلح متوسط	۸	۷۰
	۳- قاب خمشی فولادی متوسط+دیوارهای برشی بتن مسلح متوسط	۸	۷۰
	۴- قاب خمشی فولادی ویژه+مهاربندی برون محور فولادی	۱۰	۱۵۰
	۵- قاب خمشی فولادی ویژه+مهاربندی هم محور فولادی	۹	۱۵۰
	۶- قاب خمشی فولادی متوسط+مهاربندی برون محور فولادی	۷	۷۰
	۷- قاب خمشی فولادی متوسط+مهاربندی هم محور فولادی	۷	۷۰

بعد از جایگذاری مقادیر بدست آمده (با توجه به زمان و منطقه) مقدار C را می‌یابیم و بعد با داشتن مقدار C، برش پایه ($V=CIW$) را می‌یابیم. سپس برش پایه را بین طبقات تقسیم می‌کنیم یعنی نیروی وارد بر هر طبقه، تحت زلزله‌ای می‌یابیم.

$$F_i = (V - F_t) \cdot \frac{W_i h_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i h_i}$$

F_i: نیروی وارد بر طبقه i ام

V: برش پایه

F_t: نیروی وارد بر بام (نیروی باقی‌مانده از $0.7T.V$)

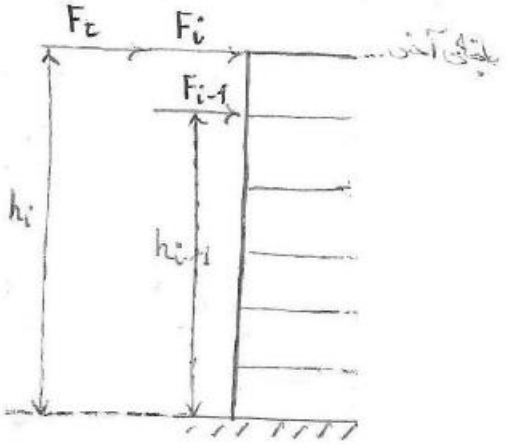
W_i: وزن طبقه i

h_i: ارتفاع طبقه i از تراز پایه (زمین)

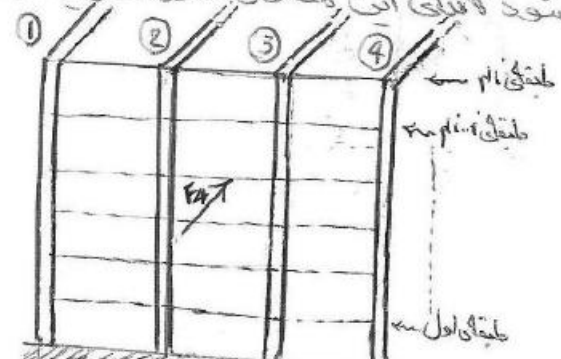
$$T \leqslant 0.7s \Rightarrow F_t = 0$$

$$T > 0.7s \Rightarrow F_t = 0.07T.V < 0.25V$$

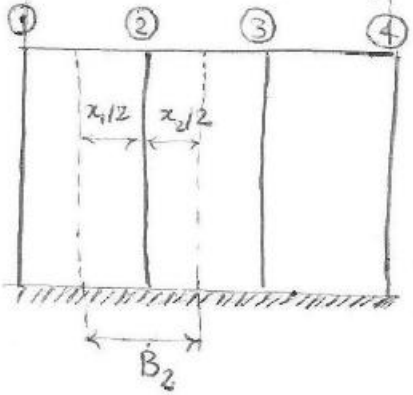
با این حساب هر طبقه‌ای، آخرین نیروی $F_i + F_t$ وارد می‌شود و بین سایر طبقات (یعنی طبقات پایین‌تر)، نیروی F_i وارد می‌شود.



حال فرض کنید مراحل قبل را رفته و می‌خواهیم نیروی وارد بر طبقه‌ای را بیابیم. قاب دلخواه انتقال جرم و مقدار آن نیرو را بیابیم یعنی اینکه با هر قاب در طبقات چه نیرویی وارد می‌شود که برای این منظور به صورت زیر عمل می‌کنیم.



قاب‌ها: ①، ②، ③، ④



نوع کنید نیروی وارد بر قاب ② را محاسبه می‌کنیم به این صورت:

$$F_{i②} = F_i \times \frac{B_2}{B} = F_i \times \frac{x_1/2 + x_2/2}{B}$$

این در صورتی است که صلبیت تمام قاب‌ها یکی باشد یعنی در صورتی که قاب‌ها یکی و ولی قاب‌های خارجی دارای بادبند باشند در این صورت نمی‌توان از این روش برای پیدا کردن سهم هر قاب استفاده کرد.

آیین نامه UBC-97!

روش استفاده از آیین نامه و بدست آوردن نیروهای وارد به ساختمان همچون آیین نامه ایران می باشد. فقط در این آیین نامه بیش یا برآورد متفاوت است که قسمتی از پارامترهای آن نیز همچون آیین نامه ایران است. فقط مقادیر پارامترها متفاوت می باشد.

$$V = \frac{C_v I}{R T} . W$$

↓ بیش یا برآورد

$$V_{max} = \frac{2.5\, C_a . I}{R} . W \qquad \max\left(\frac{C_v}{T}\right)$$

$$V_{min} = 0.11\, C_a\, I\, W$$

zone 4 $\longrightarrow$ $V_{min} = \frac{0.8\, Z N_v I}{R} . W$

↓

highest sismicity

I : ضریب اهمیت سازه :

Table 5-1 Seismic Importance Factor

Occupancy Category	Occupancy or Functions of Structure	Seismic Importantce Factor, I
1. Essential facilities	Group I, Division 1 Occupancies having surgery and emergency treatment areas. Fire and police stations. Garages and shelters for emergency vehicles and emergency aircraft. Structures and shelters in emergency-preparedness centers. Aviation control towers. Structures and equipment in government communication centers and other facilities required for emergency response. Standby power-generating equipment for Category 1 facilities. Tanks or other structures containing housing or supporting water or other fire-suppression material or equipment required for the protection of Category 1, 2 or 3 structures.	1.25
2. Hazardous facilities	Group H, Divisions 1, 2, 6 and 7 Occupancies and structures therein housing or supporting toxic or explosive chemicals or substances. Nonbuilding structures housing, supporting or containing quantities of toxic or explosive substances that, if contained within a building, would cause that building to be classified as a Group H, Division 1, 2 or 7 Occupancy.	1.25
3. Special occupancy structures	Group A, Divisions 1, 2 and 2.1 Occupancies. Buildings housing Group E, Divisions 1 and 3 Occupancies with a capacity greater than 300 students. Buildings housing Group B Occupancies used for college or adult education with a capacity greater than 500 students. Group I, Divisions 1 and 2 Occupancies with 50 or more resident incapacitated patients, but not included in Category 1. Group I, Division 3 Occupancies. All structures with an occupancy greater than 5,000 persons. Structures and equipment in power-generating stations, and other public utility facilities not included in Category 1 or Category 2 above, and required for continued operation.	1.00
4. Standard occupancy	All structures housing occupancies or having functions not listed in Category 1, 2 or 3 and Group U Occupancy towers.	1.00
5. Miscellaneous	Group U Occupancies except for towers	1.00

ضریب C_v:

Table 5-3. Seismic Coefficient C_v

Soil Profile Type	Seismic Zone Factor, Z				
	Z = 0.075	Z = 0.15	Z = 0.2	Z = 0.3	Z = 0.4
S_A	0.06	0.12	0.16	0.24	$0.32N_v$
S_B	0.08	0.15	0.20	0.30	$0.40N_v$
S_C	0.13	0.25	0.32	0.45	$0.56N_v$
S_D	0.18	0.32	0.40	0.54	$0.64N_v$
S_E	0.26	0.50	0.64	0.84	$0.96N_v$
S_F	*Site-specific geotechnical investigation and dynamic site response analysis shall be performed.*				

ضریب Ca:

Table 5-4. Seismic Coefficient C_a کنترل حوزه پریودی کوتاه

Soil Profile Type	Seismic Zone Factor, Z				
	Z = 0.075	Z = 0.15	Z = 0.2	Z = 0.3	Z = 0.4
S_A	0.06	0.12	0.16	0.24	$0.32N_a$
S_B	0.08	0.15	0.20	0.30	$0.40N_a$
S_C	0.09	0.18	0.24	0.33	$0.40N_a$
S_D	0.12	0.22	0.28	0.36	$0.44N_a$
S_E	0.19	0.30	0.34	0.36	$0.36N_a$
S_F	*Site-specific geotechnical investigation and dynamic site response analysis shall be performed.*				

انواع خاک از لحاظ ویژگی‌های زمین شناسی:

Table 5-5. Soil Profile Types

Soil Profile Type	Soil Profile Name/Generic Description	Average Soil Properties for Top 100 Feet (30 480 mm) of Soil Profile		
		Shear Wave Velocity, feet/second (m/s)	Standard Penetration Test, (blows/foot)	Undrained Shear Strength, psf (kPa)
S_A	Hard Rock	> 5,000 (1,500)	—	—
S_B	Rock	2,500 to 5,000 (760 to 1,500)		
S_C	Very Dense Soil and Soft Rock	1,200 to 2,500 (360 to 760)	> 50	>2,000 (100)
S_D	Stiff Soil Profile	600 to 1,200 (180 to 360)	15 to 50	1,000 to 2,000 (50 to 100)
S_E	Soft Soil Profile	< 600 (180)	< 15	< 1,000 (50)
S_F	Soil Requiring Site-specific Evaluation.			

R (ضریب رفتار سازه):

Table 5-2. Structural Systems

Basic Structural System	Lateral-Force-Resisting System Description	R
1. Bearing wall system	1. Light-framed walls with shear panels	
	a. Wood Structural panel walls for structures three stories or less	5.5
	b. All other light-framed walls	4.5
	2. Shear walls	
	a. Concrete	4.5
	b. Masonry	4.5
	3. Light steel-framed bearing walls with tension only bracing	2.8
	4. Braced frames where bracing carries gravity load	
	a. Steel	4.4
	b. Concrete	2.8
	c. Heavy timber	2.8
2. Building frame system	1. Steel eccentrically braced frame (EBF)	7.0
	2. Light-framed walls with shear panels	
	a. Wood structural panel walls for structures three stories or less	6.5
	b. All other light-framed walls	5.0
	3. Shear walls	
	a. Concrete	5.5
	b. Masonry	5.5
	4. Ordinary braced frames	
	a. Steel	5.6
	b. Concrete	5.6
	c. Heavy timber	5.6
	5. Special concentrically braced frames	
	a. Steel	6.4
3. Moment-resisting frame system	1. Special moment-resisting frame (SMRF)	
	a. Steel	8.5
	b. Concrete	8.5
	2. Masonry moment-resisting wall frame (MMRWF)	6.5
	3. Concrete intermediate moment-resisting frame (IMRF)	5.5
	4. Ordinary moment-resisting frame (OMRF)	
	a. Steel	4.5
	b. Concrete	3.5
	5. Special truss moment frames of steel (STMF)	6.5
4. Dual systems	1. Shear walls	
	a. Concrete with SMRF	8.5
	b. Concrete with steel OMRF	4.2
	c. Concrete with concrete IMRF	6.5
	d. Masonry with SMRF	5.5
	e. Masonry with steel OMRF	4.2
	f. Masonry with concrete IMRF	4.2
	g. Masonry with masonry MMRWF	6.0
	2. Steel EBF	
	a. With steel SMRF	8.5
	b. With steel OMRF	4.2
	3. Ordinary braced frames	
	a. Steel with steel SMRF	6.5
	b. Steel with steel OMRF	4.2
	c. Concrete with concrete SMRF	6.5
	d. Concrete with concrete IMRF	4.2
	4. Special concentrically braced frames	
	a. Steel with steel SMRF	7.5
	b. Steel with steel OMRF	4.2
5. Cantilevered column building systems	1. Cantilevered column elements	2.2
6. Shear wall-frame interaction systems	1. Concrete	5.5

تعیین Z: با توجه به Zone (بر اساس نقشه پهنه‌بندی آیین‌نامه) تعیین می‌گردد.

Zone	1	2A	2B	3	4
Z	0.075	0.15	0.2	0.3	0.4

انواع Source زلزله:

Table 5-6. Seismic Source Type

Seismic Source Type	Seismic Source Description	Seismic Source Definition	
		Maximum Moment Magnitude, M	Slip Rate, SR (mm/year)
A	Faults that are capable of producing large magnitude events and that have a high rate of seismic activity.	$M \geq 7.0$	$SR \geq 5$
B	All faults other than Types A and C.	$M \geq 7.0$ $M < 7.0$ $M \geq 6.5$	$SR < 5$ $SR > 2$ $SR < 2$
C	Faults that are not capable of producing large magnitude earthquakes and that have a relatively low rate of seismic activity.	$M < 6.5$	$SR \leq 2$

ضریب Na:

Table 5-7. Near-Source Factor N_a

Seismic Source Type	Closest Distance to Known Seismic Source		
	≤ 2 km	5 km حوزه نزدیک	≥ 10 km حوزه دور
A	1.5	1.2	1.0
B	1.3	1.0	1.0
C	1.0	1.0	1.0

ضریب N_v:

Table 5-8. Near-Source Factor N_v

Seismic Source Type	Closest Distance to Known Seismic Source			
	≤ 2 km	5 km	10 km	≥ 15 km
A	2.0	1.6	1.2	1.0
B	1.6	1.2	1.0	1.0
C	1.0	1.0	1.0	1.0

پارامتر پریود سازه:

$$T = C_t h_n^{3/4}$$

$$C_t = \begin{cases} 0.035 \text{ for steel moment frames} \\ 0.030 \text{ for concrete moment frames} \\ 0.030 \text{ for eccentric braced frames} \\ 0.020 \text{ for all other buidlings} \end{cases}$$

پریود محاسبه شده برای سازه با هر روشی، در صورتی که سازه در zone 4 باشد، مقدار محاسبه شده، حداکثر می‌تواند 30٪ بزرگتر از مقدار محاسبه شده توسط این مرحله باشد و صورتی که سازه در zone 1, 2, 3 باشد مقدار محاسبه شده توسط روش مربوطه، حداکثر می‌تواند 40٪ بیشتر از مقدار محاسبه شده توسط این مرحله باشد

محاسبه‌ی نیروی وارد بر طبقات:
مجهول آیین نامه 2800 داریم:

$$F_x = (V - F_t)\cdot\frac{W_x h_x}{\sum_{i=1}^{n} W_i h_i}$$

$$\frac{m_i \phi_i}{\Sigma m_i \phi_i} \times Q \quad ، \phi = \frac{X}{H}$$

طبقه‌ی آخر $F'_x = F_t + F_x$

لحاظ کردن اثر شلاقی بوسیله‌ی پارامتر F_t:

$F_t = 0.07\,TV \leq 0.25V$ if $T > 0.7$ sec.

$F_t = 0.0$ if $T \leq 0.7$ sec.

W:

$$W = D.L + 0.25\,LL$$

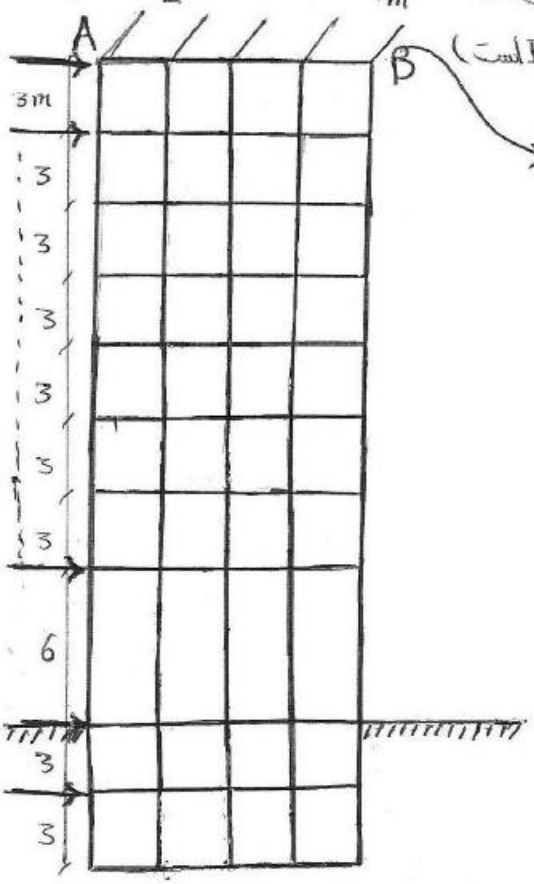
شرایط استفاده از آیین نامه UBC-97:

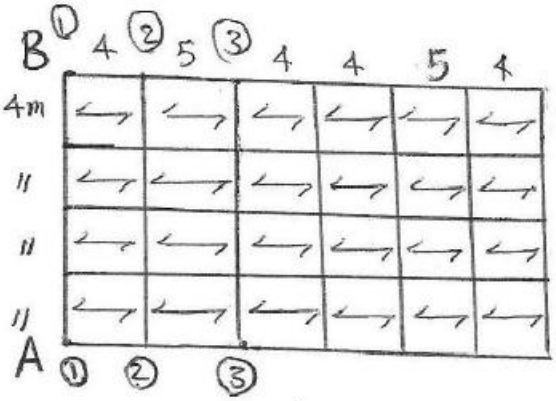
درصورتی که سازه منظم باشد ارتفاع سازه باید کمتر از 240 فوت باشد و درصورتی که سازه نامنظم باشد ارتفاع سازه بایستی کمتر از 65 فوت باشد.

روش UBC برای سازه‌هایی با پریود کمتر از 0.7s و سازه‌های بنا شده بر روی خاک سست (S_F) مورد استفاده قرار می‌گیرند مناسب است.

موفق باشید

سوال: ساختمان یک بیمارستان ۸ طبقه در شهر هراری مورد تحلیل است. سیستم باربر جانبی آن قاب خمشی فولادی ویژه (Special Moment Resisting Frame) می‌باشد. سیستم سقف از نوع تیرچه و بلوک گلاف کف‌سازی بار مرده آن $35+15=500\ \frac{kg}{m^2}$ می‌باشد بابت تیغه‌بندی، اسکلت فلزی، تأسیسات ساختمان و غیره $300\ \frac{kg}{m^2}$ زیاد می‌شود. بار زنده هر طبقه مسکونی $250\ kg/m^2$ فرض کنید. قاب شماره 3 که سهمی از بارهای زلزله می‌برد؟ (خاک ساز از گروه III است)





پلان سازه:

جهت زلزله مورد نظر

نکته: اگر زیر زمین با دیوار بتن آرمه اجرا شده باشد با طوری که بتوان فرض کرد ارتباش لز کف زمین است مبنا را کف زمین می‌گیریم.

حل مسئله به روش آیین نامه 2800:

مساحت سقف = $26\times16=416$ plan

بار مرده هر طبقه $W_D = 800\times416 = 332800\ kg = 332.8\ ton$ (500+300)

بار زنده هر طبقه $W_L = 250\times416 = 104000\ kg = 104\ ton$

بار مرده طبقه آخر (بام) $W'_D = 600\times416 = 249600\ kg = 249.6\ ton$ (500+100 وزن دیوارهای جانپناه)

بار زنده طبقه آخر (بام) $W'_L = 150\times416 = 62400\ kg = 62.4\ ton$

← بار زنده بام کمتر از 250 (بار زنده طبقات می‌باشد).

براساس آیین نامه 2800 (با توجه به جدول جزوه) درصد بار زنده 40٪ می‌باشد

منظور از درصد بار زنده، درصد بار زنده‌ای است که می‌باشد.

$$W_i = W_D + 0.4W_L = 332.8 + 0.4\times104 = 374.4\ ton$$

$$W'_i = W'_D + 0.4W'_L = 249.6 + 0.4\times62.4 = 274.56\ ton$$

$$W_{tot} = \sum_{i=1}^{9} W_i + W'_i = 9\times374.4 + 274.56 = 3644.2\ ton$$

$$C = \frac{ABI}{R}$$

ساری ← منطقه با خطر نسبی زیاد ← $A = 0.30$

بیمارستان ← ساختمان با اهمیت خیلی زیاد ← $I = 1.4$

تاب شکل پذیری فولادی ویژه ← $R = 10$

پیامنت B:

تناب خمشی فولادی → $T = 0.08 H^{3/4} = 0.08 \times (33)^{3/4} = 1.1$

← از آنجا که حرکت زمین لرزه بین ساختمان‌های بتن آرمه اجرا شده‌اند H را ارتفاع سازه همراه با ارتفاع زیرزمین در نظر می‌گیریم.

با توجه به جدول صفحه‌ی 27 جزوه:

نوع زمین III ← $T_0 = 0.15$ ، $T_S = 0.7$ ، $S = 1.75$

$T = 1.1 > T_S = 0.7 \xrightarrow{(\text{ص } 27)} B = (S+1)(T_S/T)^{2/3}$

$\longrightarrow B = (1.75+1)(0.7/1.1)^{2/3} = 2.04$

$\overset{A,B,I,R}{\rightsquigarrow} C = \frac{ABI}{R} = \frac{0.3 \times 1.85 \times 1.4}{10} = 0.078$

نکته: C باید حدود 0.1 بدست آید.

$V = C \cdot W_{tot} = 0.078 \times 3644.2 = 284.2 \text{ ton}$

$T = 1.1 > 0.7 \longrightarrow$ اثر شلاقی وجود دارد $F_t = 0.07 \times T \times V = 0.07 \times 1.1 \times 284.2 = 21.88$

$0.07 TV < (0.25V = 0.25 \times 284.2 = 71.05) \longrightarrow 21.88 < 71.05$ ✓

$F_i = (V - F_t) \times \frac{w_i h_i}{\sum w_i h_i} = (284.2 - 21.88) \frac{w_i h_i}{\sum w_i h_i} = 262.3 \times \frac{w_i h_i}{\sum w_i h_i}$

فقط طبقه آخر

طبقه	W_i	h_i	$W_i h_i$	$\frac{W_i h_i}{\Sigma W_i h_i}$	$F_i + F_t$	$(F_i + F_t)$ × ③ (سهم تاب)
10	274.6	33	9061.8	0.134	21 + 35.1	9.7 ton
9	374.4	30	11232	0.166	43.5	7.5
8	〃	27	10108.8	0.15	39.3	6.8
7	〃	24	8985.6	0.133	34.9	6.1
6	〃	21	7862.4	0.177	30.7	5.3
5	〃	18	6739.2	0.099	26	4.5
4	〃	15	5616	0.083	21.8	3.8
3	〃	12	4492.8	0.067	17.6	3.0
2	〃	6	2246.4	0.033	8.7	1.5
1	〃	3	1123.2	0.02	5.2	0.9
			$\Sigma = 67468$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 284$	$\Sigma = 49.1$

← برش پایه کل سازه

برش پایه تاب شماره 3 ↓

نحوه‌ی محاسبای سهم تاب ③ : (ص 31 (پایین صفحه))

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{x_{1/2} + x_{2/2}}{B} = \frac{5/2 + 4/2}{26} = 0.173$$

حل مسئله به روش آیین نامه UBC-97 :

$$V = \frac{C_v I}{R T} W$$

$$W = D.L + 0.25 LL$$

$$W_i = 332.8 + 0.25 \times 104 = 358.8$$

$$W_i' = 249.6 + 0.25 \times 62.4 = 265.2$$

$$W_{tot} = \sum_{i=1}^{9} W_i + W_i' = 9 \times 358.8 + 265.2 = 3494.4$$

خاک ساری ← نوع III ← آیین نامه ایران ← $175 < \bar{V}_s < 375$ ← $(\frac{m}{s})$ ← با تقریب با جدول (5-5)

صفحه 33 (پایین صفحه)

Soil profile type	shear wave velocity $(\frac{m}{s})$
S_D	(180 to 360)

حال باید با توجه به مشخصاتی ارائه شده در آیین نامه UBC-97، Z را بیابیم که این Z با توجه به منطقه‌ای که در آبالت آمریکا قرار دارد تعیین می‌گردد. با توجه به اینکه ساری در آبالت آمریکا قرار ندارد فرض می‌کنیم $Z=0.15$ است و مسئله را حل می‌کنیم.

I ← بیمارستان ساختمان

C_V ← جدول صفحه‌ی 33: (table 5-3)

S_D و $Z=0.15 \longrightarrow C_V=0.32$

C_a ← جدول صفحه‌ی 33: (table 5-4)

SD و $Z=0.15 \longrightarrow C_a=0.22$

$I=1.25 \xleftarrow{\text{table 5-1 (329)}}$ I: بیمارستان سازه با اهمیت بالایی باشد

$R=8.5 \leftarrow$ (Special Moment Resistig Frame) R: قاب خمشی فولادی ویژه

$T=C_t \cdot h_n^{3/4}$

T: (ص 34 (پایین صفحه)):

قاب خمشی فولادی ویژه $\longrightarrow C_t=0.035$

$h_n=33\,m=33\times3.28=108.27\,ft$

$T=0.035\times(108.27)^{3/4}=1.17$

تعیین نوع کلاس خنثی منطقه: ساری منطقه‌ای با خطر نسبی زیاد است. $\xleftarrow{\text{table 5-6}}$ Seismic Source type $=B$

فرض می‌کنیم ساختمان بیمارستان در فاصله‌ای بیشتر از 10 کیلومتری از Source قرار دارد

$\xrightarrow[B]{\text{table 5-7}} N_a=1.0$

$\xrightarrow[B]{\text{table 5-8}} N_v=1.0$

N_a را بدین منظور مناسب می‌کنیم که آنی در تعیین C_a و C_V، Z با Z بود مقدار Z تابعی از N_a خواهد بود. (مثلاً S_A و $Z=0.4 \longrightarrow C_a=0.32N_a$)

برش پایه $V=\dfrac{C_V \cdot I}{R \cdot T} \cdot W = \dfrac{0.32\times1.25}{8.5\times1.17}\times 3494.4 = 140.54$ (kips)

W ↓ برحسب ton است آوردیم

محدودیت های V : (ص 32)

$$V_{max} = \frac{2.5 C_a \cdot I}{R} \cdot W$$

$$V_{max} = \frac{2.5 \times 0.22 \times 1.25}{8.5} \times 3494.4 = 282.6 \text{ (ton)}$$

$$V_{min} = 0.11 C_a \cdot I \, W$$

$$V_{min} = 0.11 \times 0.22 \times 3494.4 = 84.56 \text{ (ton)}$$

$$V_{max} < V = 140.54 < V_{max} \checkmark$$

اثر شلاقی را بررسی می کنیم : (ص 35)

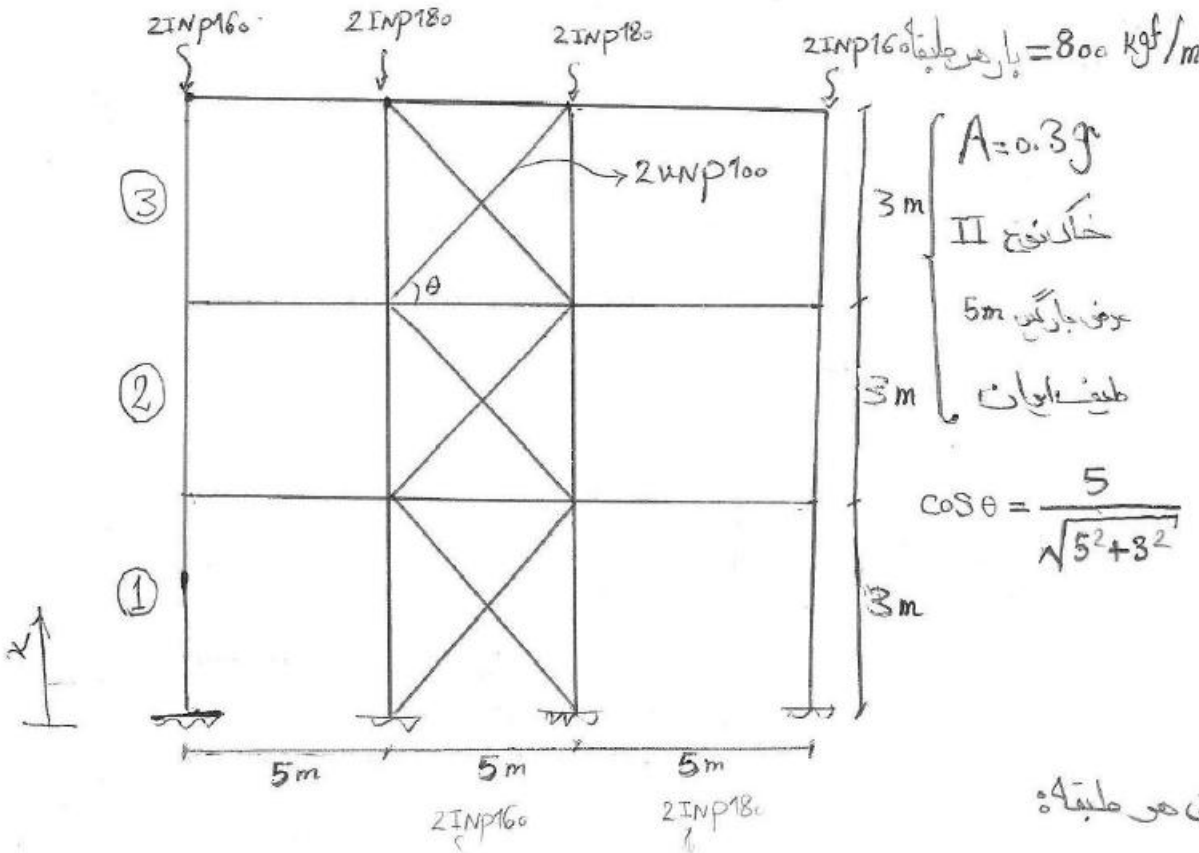
$$T = 1.17 > 0.7 \longrightarrow F_t = 0.07 \times T \times V = 0.07 \times 1.17 \times 140.54 = 11.51$$

$$F_x = (V - F_t) \cdot \frac{W_x h_x}{\sum W_i h_i} = (140.54 - 11.51) \cdot \frac{W_x h_x}{\sum W_i h_i} = 129.03 \frac{W_x h_x}{\sum W_i h_i}$$

↓ ↓

در این جا چون W و h در تحقیق موثرند، پایه ها طبقات با نسبت با هم مرتبط می شوند پس واحد W و h هم نیست فقط باید در صورت و مخرج هم واحد باشند

حال همانند حل آیین نامه ایران بحثی تشکیل می دهیم و سهم هر طبقه از سازه و همین طور سهم هر بادبند از تاب را می یابیم.



$$\cos\theta = \frac{5}{\sqrt{5^2+3^2}}$$

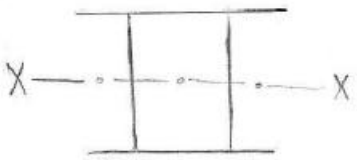
یافتن سختی هر طبقه:

$$K_1 = K_2 = K_3 = 2\times\frac{12EI_1}{L^3} + 2\times\frac{12EI_2}{L^3} + 1\times\left(\frac{AE}{L}\times\cos^2\theta\right)$$

برای حل این مثال فرض می کنیم بادبند مشابهی کاشت می کند وفقط سختی یک بادبند را درنظر می گیریم کاین فرض از لحاظ ایمنی، محافظه کارانه است.

$$2INP\,16o \Longrightarrow I_1 = 2\times 935 = 1870\ cm^4$$

$$2INP\,18c \Longrightarrow I_2 = 2\times 1450 = 2900$$



$$2\,UNp10o \Rightarrow A = 2\times 13.5 = 27\ cm^2$$

$$K_1 = K_2 = K_3 = 2\times\frac{12\times 2.1\times 10^6\times 1870}{300^3} + 2\times\frac{12\times 2.1\times 10^6\times 2900}{300^3} + \frac{27\times 2.1\times 10^6}{\sqrt{300^2+500^2}}\times\left(\frac{25}{25^2+9^2}\right)$$

$$K_1 = K_2 = K_3 = 8044\ \left(\frac{kg}{cm}\right)$$

$$g = 9.81\ \frac{m}{s^2} \rightarrow g = 981\ \frac{cm}{s^2}$$

هرگاه بار طبقه (مرده + زنده) بحسب نیرو بود بر مقدار شتاب ثقل تقسیم می کنیم تا جرم طبقه را بدست آوریم.

برای بدست آوردن جرم طبقات، بار واحد سطح هر طبقه را بر مساحت طبقه تقسیم می‌کنیم و از آن جا که بار واحد سطح بر حسب نیوتن است آن را با جرم تبدیل می‌کنیم.

$$m_1 = m_2 = m_3 = \frac{800 \times 15 \times 5}{g=981} = 61.16 \left(\frac{Kgf.S^2}{cm}\right)$$

طبقه	M_i	K_i	ϕ_i	$\Delta\phi_i$	$m_i\phi_i$	$m_i\phi_i^2$	$K_i\Delta\phi_i^2$
3	61.16		1		61.16	61.16	
		804.4		0.134			1443.7
2	61.16		0.866		52.96	45.37	
		804.4		0.366			1077.06
1	61.16		0.5		30.58	15.29	2101
		804.4		0.5			
$\sum$					$L=144.7$	$m^*=122.32$	$K^*=32315.3$

$$\frac{H}{D} = \frac{9}{15} < 1.5 \Rightarrow \phi = \sin\frac{\pi x}{2H}$$

$$\omega^* = \sqrt{\frac{K^*}{m^*}} \Rightarrow \omega^* = \sqrt{\frac{32315.3}{122.32}} = 16.25 \left(\frac{rad}{s}\right) \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{16.25} = 0.386\,(s)$$

حال برش پایه را می‌یابیم:

$$Q = \frac{L^2\, PSA}{M^*} \qquad g = 9.81 \frac{m}{s} = 9.81 \times 100 \frac{cm}{s} = 981 \frac{cm}{s}$$

$$PSA = \frac{ABI}{R} \qquad A = 0.3g = 0.3 \times 981 = 294.3$$

قاب خمشی فولادی + مهاربند $\Rightarrow R = 7$

متوسط اهمیت سازه (در این مثال، خودمان فرض می‌کنیم) $\Rightarrow I = 1$

خاک نوع (II) $\begin{cases} T_0 = 0.1 \\ T_S = 0.5 \\ S = 1.5 \end{cases}$ خطر نسبی زیاد و خطر زیاد

$$T_0 = 0.1 < T = 0.386 < T_S = 0.5 \Rightarrow B = S + 1 = 1.5 + 1 = 2.5$$

$$PSA = \frac{ABI}{R} = \frac{294.3 \times 2.5 \times 1}{7} = 105.1$$

$$Q = \frac{L^2 \cdot PSA}{M^*} = \frac{144.7^2 \times 105.1}{122.32} = 17990\ kg$$ ← برش پایه

نیروی عرضی وارد بر هر طبقه:

$$q_i = \frac{m_i \times \phi_i}{L} \times Q$$

$$q_1 = \frac{m_1 \phi_1}{L} \times Q = \frac{30.58}{144.7} \times 17990 = 3801.9\ kg$$

$$q_2 = \frac{m_2 \phi_2}{L} \times Q = \frac{52.96}{144.7} \times 17990 = 6584.3\ kg$$

$$q_3 = \frac{m_3 \phi_3}{L} \times Q = \frac{61.16}{144.7} \times 17990 = 7603.8\ kg$$

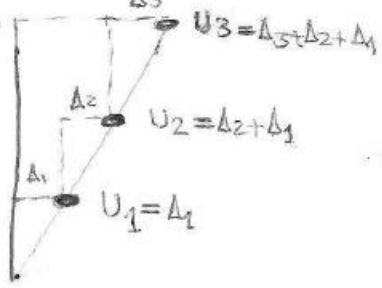
اعلاع موجب ماده با روش ریلی:

طبقه	M_i	K	$q_i = P_i$	V	$\Delta = \frac{V}{K}$	U	ϕ_i	$m_i \phi_i$	$m_i \phi_i^2$	$P \phi_i$
3	61.16		7603.8	7603.8	0.094	0.494	1	61.16	61.16	7603.8
2	61.16	80404	6584.3	14188.1	0.176	0.4	0.81	49.54	40.13	5333.3
1	61.16	80404 80404	3801.9	17990	0.224	0.224	0.453	27.70	12.55	1722.3
$\sum$								$L = 138.4$	$M^* = 113.84$	$P^* = 14659.4$

$U = \phi y$ ← طبقه آخر → $U_{(\text{طبقه آخر})} = 1 \times y = y(t)$

$y = U_3$

$$\omega^* = \sqrt{\frac{P^*}{y \cdot m^*}} = \sqrt{\frac{14659.4}{0.494 \times 113.84}} = 16.14\ \left(\frac{rad}{s}\right)$$ ω* روش ریلی



$$\frac{16.25 - 16.14}{16.25} \times 100 = 0.677\% < 30\% \Longrightarrow$$ نتایج بدست آمده با استفاده از مود شیب دوم نوع گونه‌ی صحیح است.

حال برای تعیین با استفاده از نتایج بدست آمده از روش ریلی، مسئله را حل می‌کنیم:

$$\omega = 16.14 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{16.14} = 0.39\ (s)$$

$$Q = \frac{L^2 . PSA}{M^*}$$

$$PSA = \frac{ABI}{R} \Rightarrow A = 0.3g = 0.3 \times 981 = 294.3$$

$$R = 7$$

$$I = 1$$

$$\begin{cases} T_0 = 0.1 \\ T_S = 0.5 \\ S = 1.5 \end{cases}$$

$$T_0 = 0.1 < T = 0.39 < T_S = 0.5 \Rightarrow B = S + 1 = 2.5$$

$$PSA = \frac{ABI}{R} = \frac{294.3 \times 2.5 \times 1}{7} = 105.11$$

$$Q = \frac{L^2 . PSA}{M^*} = \frac{138.4^2 \times 105.11}{113.84} = 17685.7 \text{ kg} \quad \Leftarrow \quad \text{برش پایه}$$

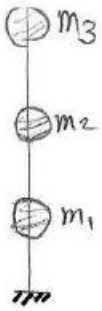
نیروی وارد بر طبقات:

$$q_i = \frac{m_i \Phi_i}{L} \times Q$$

$$\begin{cases} q_1 = \frac{27.70}{138.4} \times 17685.7 = 3539.7 \text{ kg} \\ q_2 = \frac{49.54}{138.4} \times 17685.7 = 6330.6 \text{ kg} \\ q_3 = \frac{61.16}{138.4} \times 17685.7 = 7885.4 \text{ kg} \end{cases}$$

آنالیز مودال:

$$M = \begin{bmatrix} 61.16 & 0 & 0 \\ 0 & 61.16 & 0 \\ 0 & 0 & 61.16 \end{bmatrix}$$



$$K = \begin{bmatrix} 16080.8 & -8040.4 & 0 \\ -8040.4 & 16080.8 & -8040.4 \\ 0 & -8040.4 & 8040.4 \end{bmatrix}$$

$$\det\left[[K] - \omega^2 [M]\right] = 0$$

$$\Rightarrow [K] - \omega^2 [M] = \begin{bmatrix} 16080.8 & -8040.4 & 0 \\ -8040.4 & 16080.8 & -8040.4 \\ 0 & 8040.4 & 8040.4 \end{bmatrix} - \omega^2 \cdot \begin{bmatrix} 61.16 & 0 & 0 \\ 0 & 61.16 & 0 \\ 0 & 0 & 61.16 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 16080.8 - 61.16\omega^2 & -8040.4 & 0 \\ -8040.4 & 16080.8 - 61.16\omega^2 & -8040.4 \\ 0 & -8040.4 & 8040.4 - 61.16\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(16080.8 - 61.16\omega^2)\left[(16080.8 - 61.16\omega^2)(8040.4 - 61.16\omega^2) - 8040.4^2\right] + 8040.4\,(-8040.4 \times (8040.8 - 61.16\omega^2)) = 0$$

$$\begin{cases} \omega_1 = 16.14 \\ \omega_2 = 45.21 \quad \left(\frac{rad}{s}\right) \\ \omega_3 = 65.33 \end{cases}$$

محاسبات مد اول: $\omega_1 = 16.14$

$$\left[[K]-\omega^2[M]\right]\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{bmatrix}=0$$

$$\left[[K]-16.14^2[M]\right]\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{bmatrix}=0$$

$$[K]-16.14^2[M] \triangleq \begin{bmatrix}144876 & -8044 & 0\\ -8044 & 144876 & -8044\\ 0 & -8044 & 64472\end{bmatrix}$$

$$u_3=1 \Rightarrow \begin{cases}144876\,u_1 - 8044\,u_2 = 0\\ -8044\,u_1 + 144876\,u_2 = 8044\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}u_1 = 0.145\\ u_2 = 0.802\end{cases} \Rightarrow \Phi_1 = \begin{bmatrix}0.145\\0.802\\1\end{bmatrix}$$

محاسبات مد دوم: $\omega_2 = 45.21$

$$[K]-45.21^2[M] = \begin{bmatrix}35800 & -8044 & 0\\ -8044 & 35800 & -8044\\ 0 & -8044 & -44604\end{bmatrix}$$

$$u_3 = 1 \Rightarrow \begin{cases}35800.4u_1 - 8044\,u_2 = 0\\ -8044u_1 + 35800.4\,u_2 = 8044\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}u_1 = -1.247\\ u_2 = -0.555\end{cases} \quad \Phi_2 = \begin{bmatrix}-1.247\\-0.555\\1\end{bmatrix}$$

محاسبات مد سوم: $\omega_3 = 59.8$

$$[K]-59.8^2[M] = \begin{bmatrix}-5792 & -8044 & 0\\ -8044 & -5792 & -8044\\ 0 & -8044 & -138307\end{bmatrix}$$

$$u_3=1 \Rightarrow \begin{cases}-10022.3u_1 - 8044u_2 = 0\\ -8044u_1 - 10022.3u_2 = 8044\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}u_1 = 1.806\\ u_2 = -2.251\end{cases} \Rightarrow \Phi_3 = \begin{bmatrix}1.806\\-2.251\\1\end{bmatrix}$$

بررسی تأثیر گذاری

$$M^*_{e_n} = \frac{L_n^2}{M_n^*}$$

$$L_n = [\phi_n(x)]^T [M] \{1\} = \sum m_i \phi_i$$

$$M_n^* = [\phi_n(x)]^T [M] [\phi_n(x)] = \sum m_i \phi_i^2$$

$$M^*_{e_1} = \frac{L_1^*}{M_1^*}$$

مد اول:

$$\Longrightarrow L_1 = \begin{bmatrix} 0.445 \\ 0.802 \\ 1 \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} 61.16 & 0 & 0 \\ 0 & 61.16 & 0 \\ 0 & 0 & 61.16 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 137.43$$

$$\Rightarrow M^*_{e_1} = \frac{137.43^2}{112.61} = 167.72$$

$$M_1^* = \begin{bmatrix} .445 \\ .802 \\ 1 \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} 61.16 & 0 & 0 \\ 0 & 61.16 & 0 \\ 0 & 0 & 61.16 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.445 \\ 0.802 \\ 1 \end{bmatrix} = 112.61$$

مد دوم:

$$L_2 = \begin{bmatrix} -1.247 \\ -0.555 \\ 1 \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} 61.16 & 0 & 0 \\ 0 & 61.16 & 0 \\ 0 & 0 & 61.16 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = -49 \longleftarrow \sum m_i \phi_i$$

$$M_2^* = \begin{bmatrix} -1.247 \\ -0.555 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 61.16 & 0 & 0 \\ 0 & 61.16 & 0 \\ 0 & 0 & 61.16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.247 \\ -0.55 \\ 1 \end{bmatrix} = 175 \longleftarrow \sum m_i \phi_i^2$$

$$\Rightarrow M^*_{e_2} = \frac{49^2}{175} = 13.72$$

مد شیب سوم:

$$L_3 = \begin{bmatrix} 1.806 \\ -2.25 \\ 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 61.16 & 0 & 0 \\ 0 & 61.6 & 0 \\ 0 & 0 & 61.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 33.94$$

$$M_3^* = \begin{bmatrix} 1.806 \\ -2.251 \\ 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 61.16 & 0 & 0 \\ 0 & 6116 & 0 \\ 0 & 0 & 61.16 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1.806 \\ -2.251 \\ 1 \end{bmatrix} = 570.54$$

$$\Rightarrow M_{e3}^* = \frac{33.94^2}{570.54} = 2.02$$

$$\sum_{i=1}^{3} M_{en}^* = 167.72 + 13.72 + 2.02 = 183.46 = \sum M_i = M_{tot} \checkmark$$

$M_{e1}^* = 167.72 > 90\% \times 183.48 = 165.132 \Rightarrow$ باتوجه با برقراری این رابطه می‌توان از مد دوم و سوم صرفنظر کرد. ولی در این جا برای تمرین مد دوم و سوم را هم انجام میدهیم

مد اول: $\omega_1 = 16.14 \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{16.14} = 0.389$

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 0.445 \\ 0.802 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$PSA = \frac{ABI}{R} = \frac{294.3 \times 2.5 \times 1}{7} = 105.11$$

$$T_0 = 0.1 < T = 0.389 < T_S = 0.5 \rightarrow B = S + 1 = 2.5$$

$$L_1 = 137.43 \Rightarrow U_1(x,t) = \phi_1(x) \times \frac{L_1 \times PSA}{M_1^* \times \omega_1^2} = \begin{bmatrix} 0.445 \\ 0.802 \\ 1 \end{bmatrix} \times \frac{137.43 \times 105.11}{112.61 \times 16.142}$$

$$\longrightarrow U_1(x,t) = \begin{bmatrix} 0.219 \\ 0.395 \\ 0.492 \end{bmatrix}$$

$\omega_2 = 45.21 \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{45.21} = 0.139$ (s)

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} -1.247 \\ -0.555 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad PSA_{\omega_2} = \frac{ABI}{R} = \frac{294.3 \times 2.5 \times 1}{7} = 105.11$$

$T_0 = 0.1 < T_2 = 0.139 < T_S = 0.5 \rightarrow B = S + 1 = 2.5$

$$L_2 = -49 \rightarrow u_2(x,t) = \phi_2(x) \times \frac{L_2 \times PSA_{\omega_2}}{M_2^* \times \omega_2^2} = \begin{bmatrix} -1.247 \\ -0.555 \\ 1 \end{bmatrix} \times \frac{-49 \times 105.11}{175 \times 45.21^2}$$

$$\Rightarrow u_2(x,t) = \begin{bmatrix} 0.018 \\ -0.008 \\ -0.014 \end{bmatrix}$$

$\omega_3 = 65.33 \Rightarrow T_3 = \frac{2\pi}{\omega_3} = \frac{2\pi}{65.33} = 0.096$

$T_3 < T_0 = 0.1 \Rightarrow B = 1 + S\left(\frac{T}{T_0}\right) = 1 + 1.5 \times \left(\frac{0.096}{0.1}\right) = 2.44$

$$\phi_3 = \begin{bmatrix} 1.806 \\ -2.251 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad PSA_{\omega_3} = \frac{ABI}{R} = \frac{294.3 \times 2.44 \times 1}{7} = 102.58$$

$$L_3 = 33.94 \rightarrow u_3(x,t) = \phi_3(x) \times \frac{L_3 \times PSA_{\omega_3}}{M_3^* \times \omega_3^2} = \begin{bmatrix} 1.806 \\ -2.251 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{33.94 \times 102.58}{5700.54 \times 65.33^2}$$

$$\Rightarrow u_3(x,t) = \begin{bmatrix} 0.0026 \\ -0.0032 \\ 0.0014 \end{bmatrix}$$

محاسبه‌ی برش پایه:

$$Q_n = \frac{L_n^2 \; PSA_{cm}}{M_n^*}$$

مد اول: $\omega_1 = 16.14$

$$Q_1 = \frac{(137.43)^2 \times 1.5.11}{112.61} = 17629 \text{ kg}$$

مد دوم: $\omega_2 = 45.21$

$$Q_2 = \frac{(-49)^2 \times 1.5.11}{175.2} = 1442 \text{ kg}$$

مد سوم: $\omega_3 = 65.53$

$$Q_3 = \frac{(33.94)^2 \times 1.2.58}{57.0.54} = 207 \text{ kg}$$

برش کل وارد بر پای ساز:

$$Q = \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2} = \sqrt{17629^2 + 1442 + 207^2}$$

$$\Rightarrow Q = 17689 \text{ kg}$$

نیروی وارد بر هر طبقه:

مد اول: $\omega_1 = 16.14$

$$[q_i] = \frac{[M]\,[\phi_n]}{L_n} Q_n$$

$$\Rightarrow [q_1] = \frac{\begin{bmatrix} 61.16 & 0 & 0 \\ 0 & 61.16 & 0 \\ 0 & 0 & 61.16 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.445 \\ 0.802 \\ 1 \end{bmatrix}}{137.43} \times 17629 = \begin{bmatrix} 3491 \\ 6292 \\ 7845 \end{bmatrix}$$

مد دوم: $\omega_2 = 45.21$

$$[q_2] = \frac{\begin{bmatrix} 61.16 & 0 & 0 \\ 0 & 61.16 & 0 \\ 0 & 0 & 61.16 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1.247 \\ -0.555 \\ 1 \end{bmatrix}}{-49} \times 1442 = \begin{bmatrix} 2244 \\ 999 \\ -1800 \end{bmatrix}$$

مدسوم:

$$[q_3] = \frac{\begin{bmatrix} 61.16 & 0 & 0 \\ 0 & 61.16 & 0 \\ 0 & 0 & 61.16 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1.806 \\ -2.251 \\ 1 \end{bmatrix}}{33.94} \times 207 = \begin{bmatrix} 674 \\ 840 \\ 373 \end{bmatrix}$$

حال این مدهارا ترکیب کرده و تغییرمکان و نیروی وارده ی کل وارد برهرطبقه را میابیم.

$$u_T = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

$$q_T = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}$$

$$\Rightarrow u_T = \begin{bmatrix} \sqrt{0.219^2 + 0.018^2 + 0.0026^2} \\ \sqrt{0.395^2 + 0.008^2 + 0.0032^2} \\ \sqrt{0.492^2 + 0.014^2 + 0.0014^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.219 \\ 0.395 \\ 0.492 \end{bmatrix}$$

← جابجایی طبقه ①
← جابجایی طبقه ②
← جابجایی طبقه ③

$$q_T = \begin{bmatrix} \sqrt{3491^2 + 2244^2 + 674^2} \\ \sqrt{6292^2 + 999^2 + 840^2} \\ \sqrt{7845^2 + 1806^2 + 373^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 42.4 \\ 6426 \\ 6057 \end{bmatrix}$$

← نیروی طبقه ①
← نیروی طبقه ②
← نیروی طبقه ③

۱- اگر نسبت دو پیک متوالی حرکت نوسانی با دمپینگ $\frac{u_n}{u_{n+1}}$ باشد رابطه‌ی زیر را اثبات کنید:

$$\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\ln \frac{u_n}{u_{n+1}}}{2\pi}$$

حل:

$$u(t) = e^{-\xi\omega t}\cdot\left(\frac{\dot{U}(0)+\xi\omega V(0)}{\omega_D}\sin\omega_D t + V(0)\cos\omega_D t\right)$$

$$\Downarrow$$

$$V(t) = e^{-\xi\omega t}(A\sin\omega_D t + B\cos\omega_D t)$$

$$\Rightarrow \frac{u(t)}{u(t+T_D)} = \frac{e^{-\xi\omega t}(A\sin\omega_D t + B\cos\omega_D t)}{e^{-\xi\omega(t+T_D)}(A\sin\omega_D(t+T_D)+B\cos\omega_D(t+T_D)}$$

$$\Rightarrow \frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{e^{-\xi\omega t}(A\sin\omega_D t + B\cos\omega_D t)}{e^{-\xi\omega(t+T_D)}(A\sin(\omega_D t+2\pi)+B\cos(\omega_D t+2\pi)}$$

$$\Rightarrow \frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{e^{-\xi\omega t}(A\sin\omega_D t + B\cos\omega_D t)}{e^{-\xi\omega(t+T_D)}(A\sin\omega_D t + B\cos\omega_D t)} = \frac{e^{-\xi\omega t}}{e^{-\xi\omega t-\xi\omega T_D}}$$

$$\Rightarrow \frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{1}{e^{-\xi\omega T_D}} = e^{\xi\omega T_D}$$

$$\omega_D = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} \rightarrow \omega = \frac{\omega_D}{\sqrt{1-\xi^2}} \longrightarrow \frac{u_n}{u_{n+1}} = e^{\xi\frac{\omega_D}{\sqrt{1-\xi^2}}T_D}$$

$$\omega_D T_D = 2\pi \longrightarrow \frac{u_n}{u_{n+1}} = e^{\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\times 2\pi i} \xrightarrow{\ln} \ln\frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

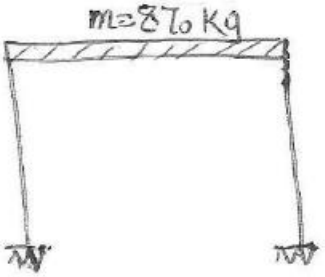
$$\Rightarrow \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\ln\frac{u_n}{u_{n+1}}}{2\pi}$$

مقدار ξ کوچک می‌باشد بنابراین دلیل $\sqrt{1-\xi^2}$ تقریباً برابر واحد می‌باشد ←

$$\xi = \frac{\ln\frac{u_n}{u_{n+1}}}{2\pi}$$

۲ حرکت آزمایش فرکانس قاب مقابل برابر ۲.۲۵ هرتز بدست آمده و دامنه ارتعاش آزاد در جدول زیر داده شده است:

m	0	1o	2o	3o	4o
A(mm)	15.2	1o	6.7	4.8	3.4



مطلوبست: ۱- درصد میرایی ۲- سختی قاب ۳- تغییرات درصد میرایی بازای دوره های مختلف را چگونه توجیه می کنید ۴- مزیت میرایی:

$$\xi = \frac{\ln \frac{u_n}{u_{n+m}}}{2m\pi} \longrightarrow \xi = \frac{\ln \frac{15.2}{1o}}{2\times 1o\times \pi} = 0.0067$$

$$f_D = 2.25\ Hz \longrightarrow \omega_D = 2\pi f_D = 2\times 3.14\times 2.25 = 14.13$$

f_D: فرکانس — ω_D: فرکانس زاویه

$$\omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2} \longrightarrow \omega = \frac{\omega_D}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{14.13}{\sqrt{1-0.0067^2}} = 14.13$$

↑ فرکانس زاویه طبیعی

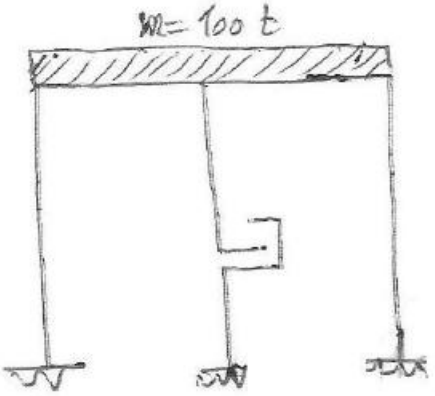
$$K = m\omega^2 \longrightarrow K = 87o\times 14.13^2 = 173709\ \frac{N}{m}$$

$$C = 2\xi m\omega = 2\times 0.0067\times 87o\times 14.13 = 164\ \frac{Kg}{s}$$

در مورد قسمت سوم قاعدتاً انتظار می رود با کاهش دامنای ارتعاش، میزان میرایی نیز کم شود

$$\xi = \frac{\ln \frac{A_{3o}}{A_{2o}}}{2\pi(3o-2o)} = \frac{\ln \frac{6.7}{4.8}}{2o\pi} = 0.0053$$

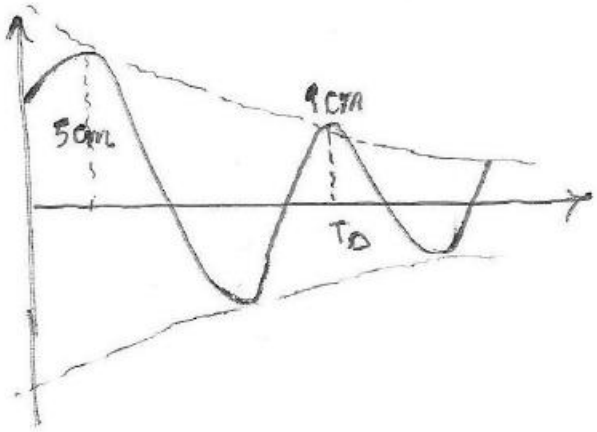
با کاهش دامنهٔ ارتعاش میزان میرایی نیز کم می شود.



سازه مقابل از یک جابجایی اولیه 5cm در زمان $t=0$ رها می‌شود. اگر حداکثر جابجایی در هنگام بازگشت (ابتدای دور دوم) برابر 1cm باشد و در زمان $t=0.5sec$ یک حد طلب است:

۱- نسبت میرایی ξ ۲- سختی جانبی K

۳- ضریب میرایی C :



حل:

$$T_D = 0.5s \;,\; \omega_D = \frac{2\pi}{T_D} \rightarrow \omega_D = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi \;(I)$$

$$\omega = \frac{\omega_D}{\sqrt{1-\xi^2}} \;,\; \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\ln \frac{u_n}{u_{n+m}}}{2m\pi} \rightarrow \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\ln 5}{2\pi}$$

$$\xi = 0.256\sqrt{1-\xi^2} \rightarrow \xi^2 = 0.0656 - 0.0656\xi^2 \rightarrow \xi = 0.248 \;(II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \omega = \frac{4\pi}{\sqrt{1-0.248^2}} = 12.97$$

$$K = m\omega^2 = 100\times10^3 \times 12.97^2 = 168.27\times10^5 \left(\frac{N}{m}\right) = 16827 \left(\frac{KN}{m}\right)$$

↓ سختی جانبی

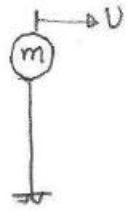
$$C = 2\xi m\omega = 2\times0.248\times100\times10^3\times12.97 = 643.3\times10^3 \left(\frac{Kg}{s}\right)$$

$$= 643.3 \left(\frac{ton}{s}\right)$$

↓ ضریب میرایی

۴- ثابت نمایید:

$PSV = \omega SD$ و $PSA = \omega^2 SD$



$F = KU \quad F = m\ddot{U} \longrightarrow KU = m\ddot{U}$

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \longrightarrow K = m\omega^2 \longrightarrow m\omega^2 U = m\ddot{U}$

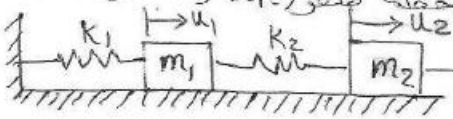
$\longrightarrow \ddot{U} = \omega^2 U \longrightarrow \ddot{U}_{max} = \omega^2 U_{max} \longrightarrow \boxed{PSA = \omega^2 SD}$

$E = \frac{1}{2} m\dot{U}^2 \quad E = \frac{1}{2} KU^2 \longrightarrow \frac{1}{2} m\dot{U}^2 = \frac{1}{2} KU^2$

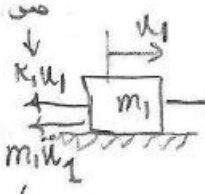
$\longrightarrow \dot{U}^2 = \frac{K}{m} U^2 \longrightarrow \dot{U}^2 = \omega^2 U^2 \longrightarrow \dot{U} = \omega U$

$\longrightarrow \dot{U}_{max} = \omega U_{max} \longrightarrow PSV = \omega SD$

۵- فرکانس طبیعی دستگاه دو درجه آزادی زیر را بیابید همچنین معادلات حاکم بر حرکت را بصورت ماتریسی بنویسید. (مکان m_1 در لحظه صفر $u_1(0)$ و مکان m_2 در لحظه صفر $u_2(0)$ می باشد).



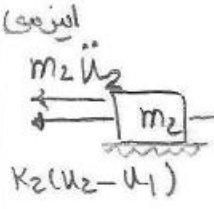
بلی شروع حل سوال می کنیم u_2 بزرگتر از u_1 می باشد که در این صورت طول فنر افزایش یافته و نیروی داخلی آن کششی است. در این صورت ما



$K_2(u_2 - u_1)$ ← فنر

$\longrightarrow m_1\ddot{u}_1 + K_1u_1 - K_2(u_2 - u_1) = 0$

$\longrightarrow m_1\ddot{u}_1 + (K_1 + K_2)u_1 - K_2u_2 = 0$ (I)



$\longrightarrow m_2\ddot{u}_2 + K_2(u_2 - u_1) - P(t) = 0$

$\longrightarrow m_2\ddot{u}_2 - K_2u_1 + K_2u_2 = P(t)$ (II)

$$\xrightarrow[\text{(II)}]{\text{(I)}} \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1+K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ p(t) \end{bmatrix}$$

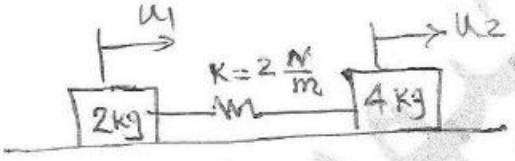
$$\xrightarrow[\text{حالت‌های حرکت}]{\text{معادله}} -\omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1+K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ p(t) \end{bmatrix}$$

$\rightarrow \{-\omega^2 M + K\}\{u\} = \{0\}$ ← بطور کلی که $p(t)$ را صفر فرض می‌کنیم

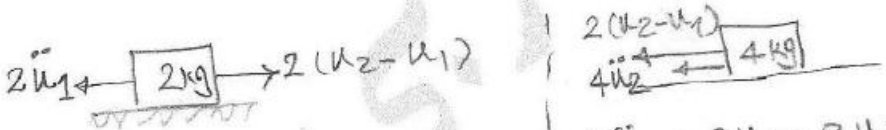
$$\rightarrow |-\omega^2 M + K| = 0 \longrightarrow \begin{vmatrix} -m_1\omega^2 + K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & -m_2\omega^2 + K_2 \end{vmatrix} = 0$$

← با حل دترمینان و برابر صفر قرار دادن آن به دست می‌آید.

۴- فرکانس طبیعی دستگاه زیر را بیابید.



$u_2 > u_1 \longrightarrow$ فشردگی



$$2\ddot{u}_1 - 2(u_2 - u_1) = 0 \quad \Big| \quad 4\ddot{u}_2 + 2u_2 - 2u_1 = 0$$

$$\downarrow$$

$$-2\omega^2 u_1 + 2u_1 - 2u_2 = 0 \ (I) \quad \Big| \quad -2u_1 + (-4\omega^2 + 2)u_2 = 0 \ (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \begin{cases} (-2\omega^2+2)u_1 - 2u_2 = 0 \\ -2u_1 + (-4\omega^2+2)u_2 = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{vmatrix} -2\omega^2+2 & -2 \\ -2 & -4\omega^2+2 \end{vmatrix} = 0$$

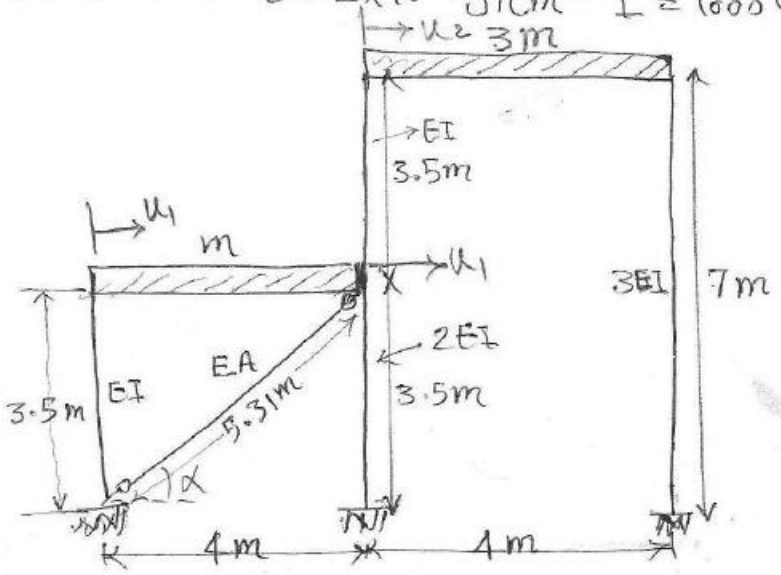
$$(-2\omega^2+2)(-4\omega^2+2) - 4 = 0 \rightarrow 8\omega^4 - 4\omega^2 - 8\omega^2 + 4 - 4 = 0$$

$$\rightarrow 8\omega^4 - 12\omega^2 = 0 \longrightarrow 4\omega^2(2\omega^2 - 3) = 0 \rightarrow 2\omega^2 - 3 = 0$$

$$\xrightarrow[\text{نامیرایی}]{\text{فرکانس}} \omega = \sqrt{\frac{3}{2}} \longrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \rightarrow \underset{\text{فرکانس}}{f} = \frac{1}{T} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi\sqrt{2}}$$

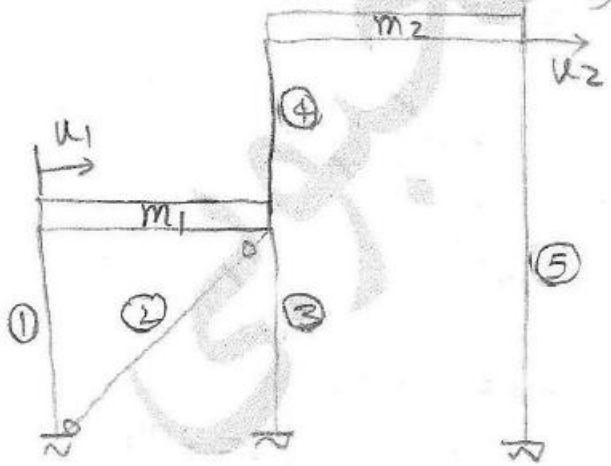
۷- فرکانس سازه‌ی زیر را محاسبه کنید.

$m = 100\ ton \quad E = 2\times10^6\ kg/cm^2 \quad I = 1000\ cm^4$

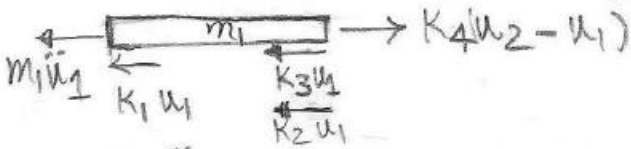


$$K_a = \frac{12EI}{L^3} = \frac{12\times2\times10^6\times1000}{350^3} = 559.76\ \left(\frac{kg}{cm}\right)$$

$$K_b = \frac{EA}{L}\cos^2\alpha = \frac{2\times10^6\times3}{350}\times\left(\frac{4}{5.31}\right)^2 = 9727.8\ \left(\frac{kg}{cm}\right)$$

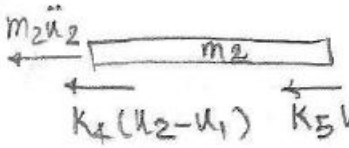


فنرهای K_2 و K_3 نیز کشیده شده و طبق کار هر این صورت فنر ③ ی خواهد جرم m_1 را به سمت راست میکشند.



$$\rightarrow m_1\ddot{u}_1 + K_1u_1 + K_2u_1 + K_3u_1 - K_4(u_2 - u_1) = 0$$

$$m_1\ddot{u}_1 + (K_1 + K_2 + K_3 + K_4) - K_4u_2 = 0 \quad (I)$$



$$m_2\ddot{u}_2 + K_4(u_2-u_1) + K_5u_2 = 0$$

$$m_2\ddot{u}_2 - K_4u_1 + (K_4+K_5)u_2 = 0 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1+K_2+K_3+K_4 & -K_4 \\ -K_4 & K_4+K_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = 0$$

① $L, EI \rightarrow Ka$

③ $L, 2EI \rightarrow 2Ka$

④ $L, EI \rightarrow Ka$

⑤ $2L, 3EI \rightarrow \frac{3}{8}Ka$.

$$\rightarrow \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4Ka+Kb & -Ka \\ -Ka & Ka+\frac{3}{8}Ka \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\rightarrow -\omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4Ka+Kb & -Ka \\ -Ka & \frac{11}{8}Ka \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -m_1\omega^2 + 4Ka + Kb & -Ka \\ -Ka & -m_2\omega^2 + \frac{11}{8}Ka \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = 0$$

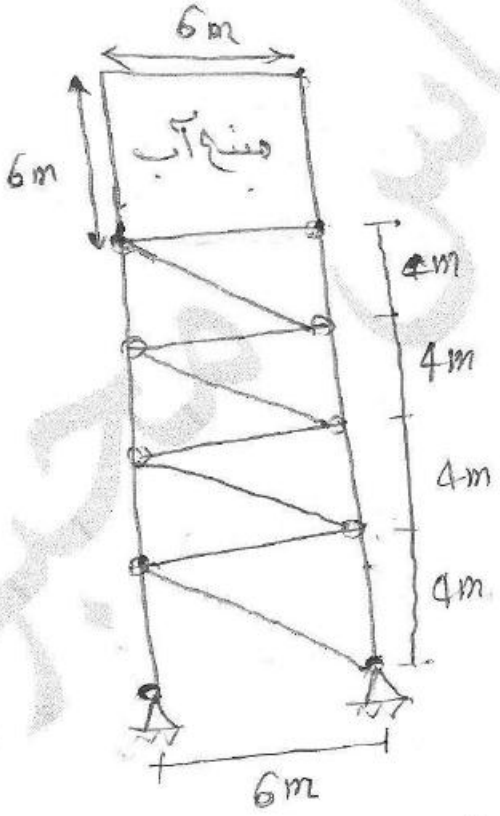
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -10^5\omega^2 + 11966.8 & -559.76 \\ -559.76 & -3\times10^5\omega^2 + 769.67 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} -10^5\omega^2 + 11966.8 & -559.76 \\ -559.76 & -3\times10^5\omega^2 + 769.67 \end{vmatrix} = 0$$

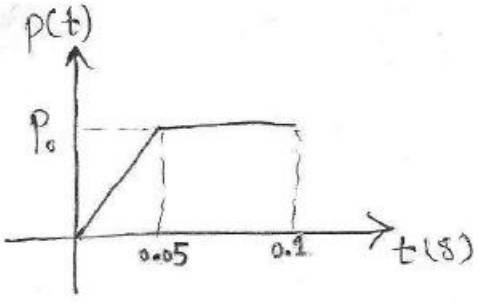
$$\rightarrow (-10^5\omega^2 + 11966.8)(-3\times10^5\omega^2 + 769.67) - 559.76^2 = 0$$

$$\rightarrow \omega_1 = 0.0497$$
$$\omega_2 = 0.346$$

۸- منبع آبی به حجم ۱۲۰ تن (همراه با آب) بر روی سازه مهاربندی مقابل نصب گردیده است. هر طوح اولیه برای اعضای قائم و افقی لوله با قطر ۵۰۰ میلی متر و ضخامت ۵ میلی متر و برای اعضای مورب میلگرد با قطر ۳۰ میلی متر در نظر گرفته شده است. پریود ارتعاش طبیعی منبع و برروی زلزله مؤثر بالا را محاسبه کنید. وزن گره‌ای برج را کنترل فرمایید. محل برج کجاست و زمین محل از نوع ۳ می باشد.

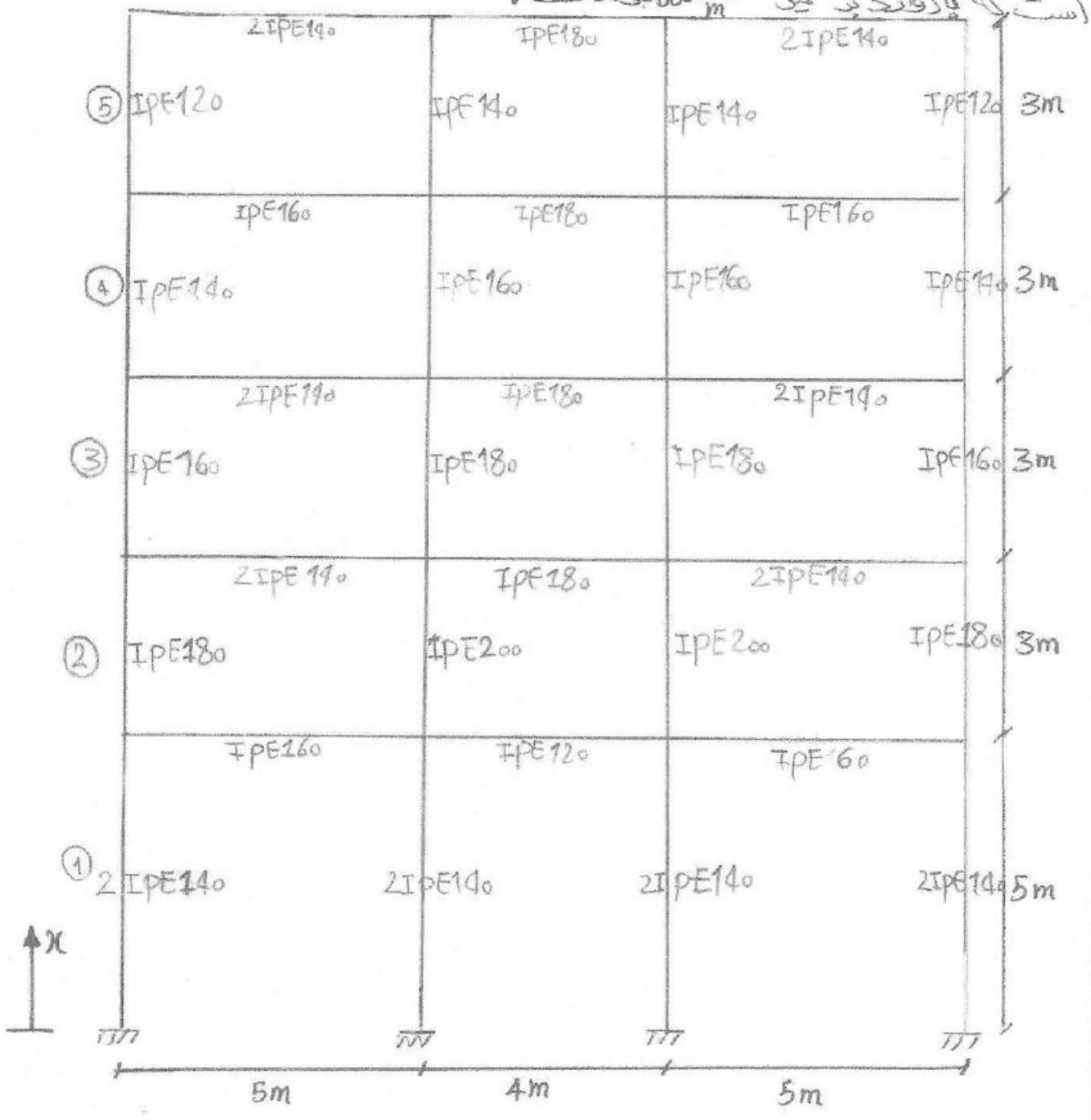


۹- بار ضربه‌ای مقابل به یک سیستم یک درجه آزادی بدون دمپینگ وارد می‌شود. معادله ارتعاش آزاد سیستم را بیابید.

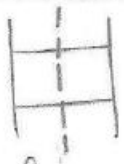


تمرین سری دوم مهندسی زلزله　　به نام خدا　　تهیه کننده : عباس محبوبی

در این سوال یک قاب 5 طبقه 3 دهانه‌ای قاب خمشی را با روش مختلف عمودی تحلیل می‌کنیم. جدا شدن مختصات عمودی یکی از شرایط لازم برای استفاده از روش ۶ شدگی بودن سختی طبقات می‌باشد حال برای اینکه مودهای مورد نظر را با روش دقیق اصلاح کنیم برای اینکار خطا ایجاد کنیم ارتفاع طبقه‌ای اول را زیاد فرض می‌کنیم تا سختی این طبقه کم شود و شرایط استفاده از روش تقریبی کند. حال با استفاده از Etabs مقطع مناسب را برای قاب می‌یابیم فرض بر این است که $680 \frac{Kgf}{m}$ بار وارد بر تیر وجود دارد.



تمرین سری دوم مهندسی زلزله به نام خدا تهیه کننده : عباس محبوبی



① : 2IPE140 × 4 ⟶ $I = 8 \times 541 = 4328\ cm^4$

$$K_{①} = \frac{12EI}{L^3} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^6 \times 4328}{(500)^3} = 872.5\ \left(\frac{kg}{cm^2}\right)$$

② : 2IPE180 + 2IPE200 ⟶ $I = 2 \times 1320 + 2 \times 1940 = 6520\ cm^4$

$$K_{②} = \frac{12EI}{L^3} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^6 \times 6520}{(300)^3} = 6085\ \left(\frac{kg}{cm^2}\right)$$

③ : 2IPE160 + 2IPE180 ⟶ $I = 2 \times 869 + 2 \times 1320 = 4378\ cm^4$

$$K_3 = \frac{12EI}{L^3} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^6 \times 4378}{(300)^3} = 4086\ \left(\frac{kg}{cm^2}\right)$$

④ : 2IPE140 + 2IPE160 ⟶ $I = 2 \times 541 + 2 \times 869 = 2820\ cm^4$

$$K_4 = \frac{12EI}{L^3} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^6 \times 2820}{(300)^3} = 2632\ \left(\frac{kg}{cm^2}\right)$$

⑤ : 2IPE120 + 2IPE140 ⟶ $I = 2 \times 318 + 2 \times 541 = 1718\ cm^4$

$$K_5 = \frac{12EI}{L^3} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^6 \times 1718}{(300)^3} = 1603\ \left(\frac{kg}{cm^2}\right)$$

حال فرض می‌کنیم مقدار جرمی هر کف طبقه برابر 1 متن مت‌امند و مقدار بار طبقه 4 طبق آیین نامه (مرده + ٪ زنده) محاسبه می‌شود. که در این جا مقدار بار طبقه را $680\ kg/m^2$ در نظر می‌گیریم.

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = \frac{(2 \times 5 + 4) \times 680}{981} = 9.7\ \left(\frac{kg.s^2}{cm}\right)$$

حال برای یافتن مود شیب، نسبت ارتفاع به عرض سازه را می‌یابیم:

$$\frac{H}{D} = \frac{4 \times 3 + 5}{14} = 1.21 < 1.5 \longrightarrow \phi(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2H}\right) = \sin\left(\frac{\pi x}{2 \times 17}\right)$$

1 طبقه‌ی : $x = 5 \longrightarrow \phi(5) = 0.446$

2 طبقه‌ی : $x = 8 \longrightarrow \phi(8) = 0.674$

3 طبقه‌ی : $x = 11 \longrightarrow \phi(11) = 0.850$

4 طبقه‌ی : $x = 14 \longrightarrow \phi(14) = 0.962$

5 طبقه‌ی : $x = 17 \longrightarrow \phi(17) = 1$

تمرین سری دوم مهندسی زلزله به نام خدا تهیه کننده : عباس محبوبی

طبقه	m_i	k_i	ϕ_i	$\Delta\phi_i$	$m_i\phi_i$	$m_i\phi_i^2$	$k_i\Delta\phi_i^2$
5	9.7	1603	1	0.038	9.7	9.7	2.315
4	9.7	2632	0.962	0.112	9.33	8.98	33.01
3	9.7	4086	0.850	0.176	8.24	7	126.57
2	9.7	6085	0.674	0.228	6.54	4.41	316.32
1	9.7	872.5	0.446	0.446	4.33	1.93	173.55
$\sum$					$L=38.14$	$m^*=32.02$	$K^*=651.7$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m^*}{K^*}} = 2\times\pi\times\sqrt{\frac{32.02}{651.7}} = 1.39\ (S)$$

حال برای طبقه اول داریم:

$$Q = \frac{L^2 \cdot PSA}{M^*} \qquad g = 981\ \frac{m}{S^2} = 981\ \left(\frac{cm}{S^2}\right)$$

$$PSA = \frac{ABI}{R}g \qquad A = 0.3 \leftarrow \text{منطقه خطرپذیری زیاد}$$

$R = 7 \rightarrow$ قاب خمشی فولادی متوسط

$I = 1 \rightarrow$ ساختمان مسکونی

خاک نوع 2 $\rightarrow \begin{cases} T_0 = 0.1 \\ T_S = 0.5 \\ S = 1.5 \end{cases}$

فرض می‌کنیم خاک منطقه نوع II ای باشد.

$$T = 1.39 > T_S = 0.5 \rightarrow B = (S+1)\left(\frac{T_S}{T}\right)^{2/3} = (1.5+1)\times\left(\frac{0.5}{1.39}\right)^{2/3}$$

$$= 1.26$$

تمرین سری دوم مهندسی زلزله به نام خدا تهیه کننده : عباس محبوبی

$$PSA = \frac{ABI}{R}.g = \frac{0.3 \times 1.26 \times 1}{7} \times 981 = 52.97 \left(\frac{cm}{s^2}\right)$$

روش پایه $\rightarrow Q = \frac{L^2 . PSA}{m^*} = \frac{(38.14)^2 \times 52.97}{32.02} = 2406\ kg$

حال نیروی وارد بر هر طبقه را محاسبه می‌کنیم :

$$q_i = \frac{m_i \phi_i}{L} . Q$$

$$q_1 = \frac{m_1 \phi_1}{L} \times Q = \frac{9.7 \times 0.446}{38.14} \times 2406 = 273\ kg$$

$$q_2 = \frac{m_2 \phi_2}{L} \times Q = \frac{9.7 \times 0.674}{38.14} \times 2406 = 412\ kg$$

$$q_3 = \frac{m_3 \phi_3}{L} \times Q = \frac{9.7 \times 0.850}{38.14} \times 2406 = 520\ kg$$

$$q_4 = \frac{m_4 \phi_4}{L} \times Q = \frac{9.7 \times 0.962}{38.14} \times 2406 = 589\ kg$$

$$q_5 = \frac{m_5 \phi_5}{L} \times Q = \frac{9.7 \times 1}{38.14} \times 2406 = 612\ kg$$

حال با استفاده از روش رلی مود شیپ را اصلاح کرده و T جدید را می‌یابیم درصورتی که این T با T روش مختصات عمومی بیشتر از 30٪ اختلاف داشت مقدار T را برابر $T \times 1.3$ حدس می‌گیریم. ولی درصورتی که T محاسبه شده از روش رلی با T قبل کمتر از 30٪ اختلاف داشت روش رلی را تا جایی ادامه می‌دهیم که مقدار T محاسبه شده از روش رلی همگرا شود.

تمرین سری دوم مهندسی زلزله　　به نام خدا　　تهیه کننده : عباس محبوبی

طبقه	m_i	K	$q_i=P_i$	V	$\Delta=\frac{V}{K}$	u	ϕ_i	$m_i\phi_i$	$m_i\phi_i^2$	$P_i\phi_i$
5	9.7	1603	612	612	0.382	4.366	1	9.7	9.7	612
4	9.7	2632	589	1201	0.456	3.984	0.912	8.85	8.07	537.2
3	9.7	4086	520	1721	0.421	3.528	0.808	7.84	6.33	420.2
2	9.7	6085	412	2133	0.350	3.107	0.712	6.91	4.92	293.3
1	9.7	872.5	273	2406	2.757	2.757	0.631	6.12	3.86	172.3
$\sum$								L=39.4	m^*=32.9	P^*=2035

$$\omega^*_{\text{ریلی}}=\sqrt{\frac{P^*}{y\cdot m^*}}=\sqrt{\frac{2035}{4.366\times 32.9}}=3.764$$

$u=\phi y \rightarrow u(\text{طبقه آخر})=1\times y$

$\rightarrow u(\text{طبقه آخر})=y=4.366$

$$\rightarrow T'=\frac{2\pi}{\omega^*}=\frac{2\pi}{3.762}=1.67\,(S)$$

اختلاف T محاسبه شده به روش ریلی $\rightarrow \frac{1.67-1.39}{1.39}\times 100=20.1\,\%<30\,\%$ → نیروی وارده بر طبقات را با T ریلی محاسبه و مقایسه می‌کنیم

$$Q'=\frac{L^2\,PSA}{M^*} \qquad g=981\left(\frac{cm}{s^2}\right)$$

$$PSA=\frac{ABI}{R}g \qquad A=0.3\ ,\ R=7\ ,\ I=1$$

طبق جدول II →
$T_0=0.1$
$T_S=0.5$
$S=1.5$

$$T=1.67>T_S=0.5 \longrightarrow B=(S+1)\left(\frac{T_S}{T}\right)^{2/3}=(1.5+1)\times\left(\frac{0.5}{1.67}\right)^{2/3}=1.12$$

تمرین سری دوم مهندسی زلزله به نام خدا تهیه کننده : عباس محبوبی

$$PSA = \frac{ABI}{R}g = \frac{0.3 \times 1.12 \times 1}{7} \times 981 = 47.1$$

$$\longrightarrow Q = \frac{L^2 \cdot PSA}{m^*} = \frac{(39.4)^2 \times 47.1}{32.9} = 2222 \text{ kg}$$

حال نیروی جانبی وارده به طبقات را می یابیم :

$$q_i = \frac{m_i \phi_i}{L} \cdot Q$$

$$q_1 = \frac{m_1 \phi_1}{L} \times Q = \frac{9.7 \times 0.631}{39.4} \times 2222 = 345 \text{ kg}$$

$$q_2 = \frac{m_2 \phi_2}{L} \times Q = \frac{9.7 \times 0.712}{39.4} \times 2222 = 389.5 \text{ kg}$$

$$q_3 = \frac{m_3 \phi_3}{L} \times Q = \frac{9.7 \times 0.808}{39.4} \times 2222 = 442 \text{ kg}$$

$$q_4 = \frac{m_4 \phi_4}{L} \times Q = \frac{9.7 \times 0.912}{39.4} \times 2222 = 498.9 \text{ kg}$$

$$q_5 = \frac{m_5 \phi_5}{L} \times Q = \frac{9.7 \times 1}{39.4} \times 2222 = 547 \text{ kg}$$

Tabb	m_i	K_i	$q_i = P_i$	V_i	$\Delta = \frac{V_i}{K_i}$	μ_i	ϕ_i	$m_i \phi_i$	$m_i \phi_i^2$	$P_i \phi_i$
5	9.7	1603	547	547	0.341	3.957	1	9.7	9.7	547
4	9.7	2632	498.9	1045.9	0.397	3.616	0.914	8.866	8.103	456
3	9.7	4086	442	1487.9	0.364	3.219	0.813	7.886	6.411	359.3
2	9.7	6085	389.5	1877.4	0.308	2.855	0.721	6.994	5.042	280.8
1	9.7	872.5	345	2222.4	2.547	2.547	0.644	6.247	4.023	222.2
$\sum$								L=39.7	m^*=33.3	P^*=1853

تمرین سری دوم مهندسی زلزله به نام خدا تهیه کننده : عباس محبوبی

$$\omega^* = \sqrt{\frac{P^*}{y_0 m^*}} = \sqrt{\frac{1865.3}{3.957 \times 33.3}} = 3.76 \longrightarrow T'' = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3.76} = 1.669 \ (S)$$

(بی‌بعد)

$$\text{اختلاف } T \text{ دو حرکت} \longrightarrow \left|\frac{1.669 - 1.67}{1.67} \times 100\right| = 0.0598\% \longrightarrow$$

اصلی

همگرا شد

حال با T بدست آمده دوباره ضریبی دارد بطیفات رابدست می‌آوریم.

$$Q'' = \frac{L^2 PSA}{M^*}$$

$$PSA = \frac{ABI}{R} g \qquad A = 0.3 \ , \ R = 7 \ , \ I = 1$$

حرکات نوع II $\rightarrow$ $T_0 = 0.1$, $T_S = 0.5$, $S = 1.5$

$$T = 1.669 > T_S = 0.5 \longrightarrow B = (S+1)\left(\frac{T_S}{T}\right)^{2/3} = (1.5+1) \times \left(\frac{0.5}{1.669}\right)^{2/3} = 1.119$$

$$PSA = \frac{ABI}{R} g = \frac{0.3 \times 1.119 \times 1}{7} \times 981 = 47.06$$

$$Q'' = \frac{L^2 PSA}{M^*} = \frac{39.7^2 \times 47.06}{33.3} = 2227.3$$

$$q_1 = \frac{m_1 \phi_1}{L} \times Q = \frac{9.7 \times 0.644}{39.7} \times 2227.3 = 350.5 \text{ kg}$$

$$q_2 = \frac{m_2 \phi_2}{L} \times Q = \frac{2.7 \times 0.721}{39.7} \times 2227.3 = 392.4 \text{ kg}$$

$$q_3 = \frac{m_3 \phi_3}{L} \times Q = \frac{2.7 \times 0.813}{39.7} \times 2227.3 = 442.4 \text{ kg}$$

$$q_4 = \frac{m_4 \phi_4}{L} \times Q = \frac{2.7 \times 0.914}{39.7} \times 2227.3 = 497.4 \text{ kg}$$

$$q_5 = \frac{m_5 \phi_5}{L} \times Q = \frac{2.7 \times 1}{39.7} \times 2227.3 = 544.2 \text{ kg}$$

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

در اینجا یک قاب از یک ساختمان 9 طبقه نامنظم را توسط نرم افزار Etabs 9 تحت بارهای ثقلی طراحی اولیه می کنیم فرض بر این می باشد که عرض بارگیر تیرهای قاب از هر طرف 2.5 متر و در کل 5 متر می باشد و بار کذاری کف هر طبقه از این قرار است :

$$\text{Dead Load} = 550\ {}^{\text{kg}}/_{\text{m}^2}$$

$$\text{Live Load} = 200\ {}^{\text{kg}}/_{\text{m}^2}$$

از آنجایی که عرض بارگیر تیرهای قاب از هر طرف 2.5 متر و در کل 5 متر می باشد در نتیجه برای یافتن بار واحد طول تیرها بار واحد سطح را در 5 متر ضرب می کنیم .

$$\text{Dead Load} = 550\ {}^{\text{kgf}}/_{\text{m}^2} * 5\text{m} = 2750\ {}^{\text{kgf}}/_{\text{m}}$$

$$\text{Live Load} = 200\ {}^{\text{kgf}}/_{\text{m}^2} * 5\text{m} = 1000\ {}^{\text{kgf}}/_{\text{m}}$$

$$\text{W} = \text{W}_{\text{Dead}} + 0.2\text{W}_{\text{Live}} = 2750 + 0.2 * 1000 = 2950\ {}^{\text{kgf}}/_{\text{m}}$$

فرض بر این می باشد که طبقه اول دارای ارتفاع 5 متر و طبقات بالاتر دارای ارتفاع 3 متر می باشند فولاد مورد استفاده برای مقاطع ST-37 با مقاومت تسلیم $F_y = 2400\ {}^{kg}/_{cm^2}$ و مقاومت نهایی $F_u = 3700\ {}^{kg}/_{cm^2}$ می باشد .

سیستم مورد استفاده در این سازه سیستم ترکیبی قاب خمشی با مهاربند از نوع بادبند می باشد

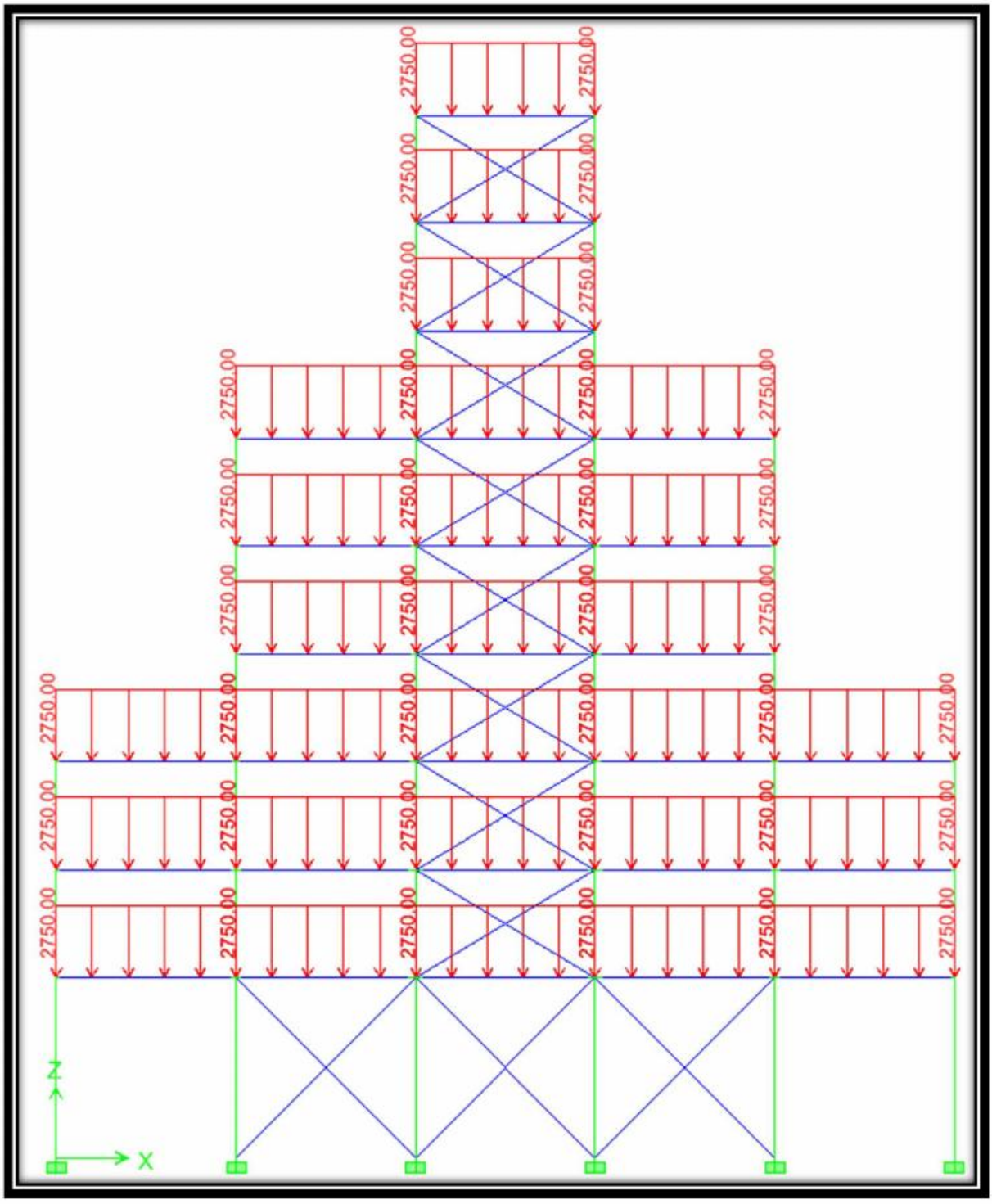
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

به منظور طراحی اولیه با استفاده از نرم افزار Etabs سازه را مدل و با استفاده از قابلیت انتخاب خودکار مقاطع که یکی از قابلیت های نرم افزار می باشد مقاطع مناسب جهت تحمل بارهای ثقلی را می یابیم که نتیجه آنالیز در ادامه آورده شده است ضمناً آیین نامه مورد استفاده جهت طراحی UBC97-LRFD می باشد که سایر پارامترهای مربوط به سازه و منطقه و ... که در نرم افزار استفاده شده است در زیر آورده شده است .

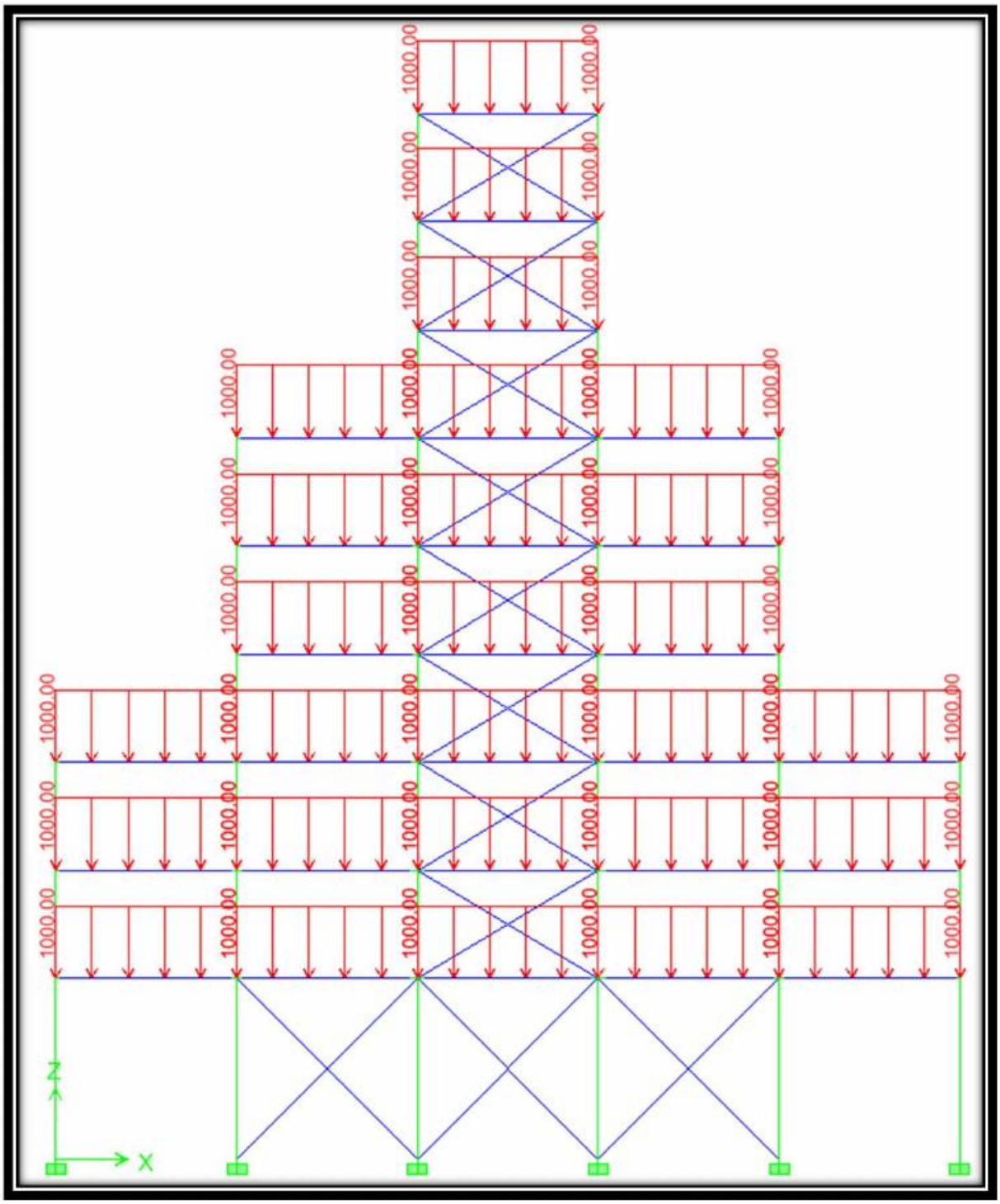
Design Code	UBC97-LRFD
Frame Type	Ordinary MRF
Zone	Zone 3
Importance Factor	1.
System R	8.
System Omega0	3.
Phi(Bending)	0.9
Phi(Compression)	0.85
Phi(Tension)	0.9
Phi(Shear)	0.9
Phi(Compression, Angle)	0.9
Consider Deflection?	Yes
Deflection Check Type	Both
DL Limit, L /	120.
Super DL+LL Limit, L /	120.
Live Load Limit, L /	360.
Total Limit, L/	240.
Total--Camber Limit, L/	240.
DL Limit, abs	2.54
Super DL+LL Limit, abs	2.54
Live Load Limit, abs	2.54
Total Limit, abs	2.54
Total--Camber Limit, abs	2.54
Pattern Live Load Factor	0.75
Stress Ratio Limit	0.95
Maximum Auto Iteration	1

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

بارگذاری مرده :

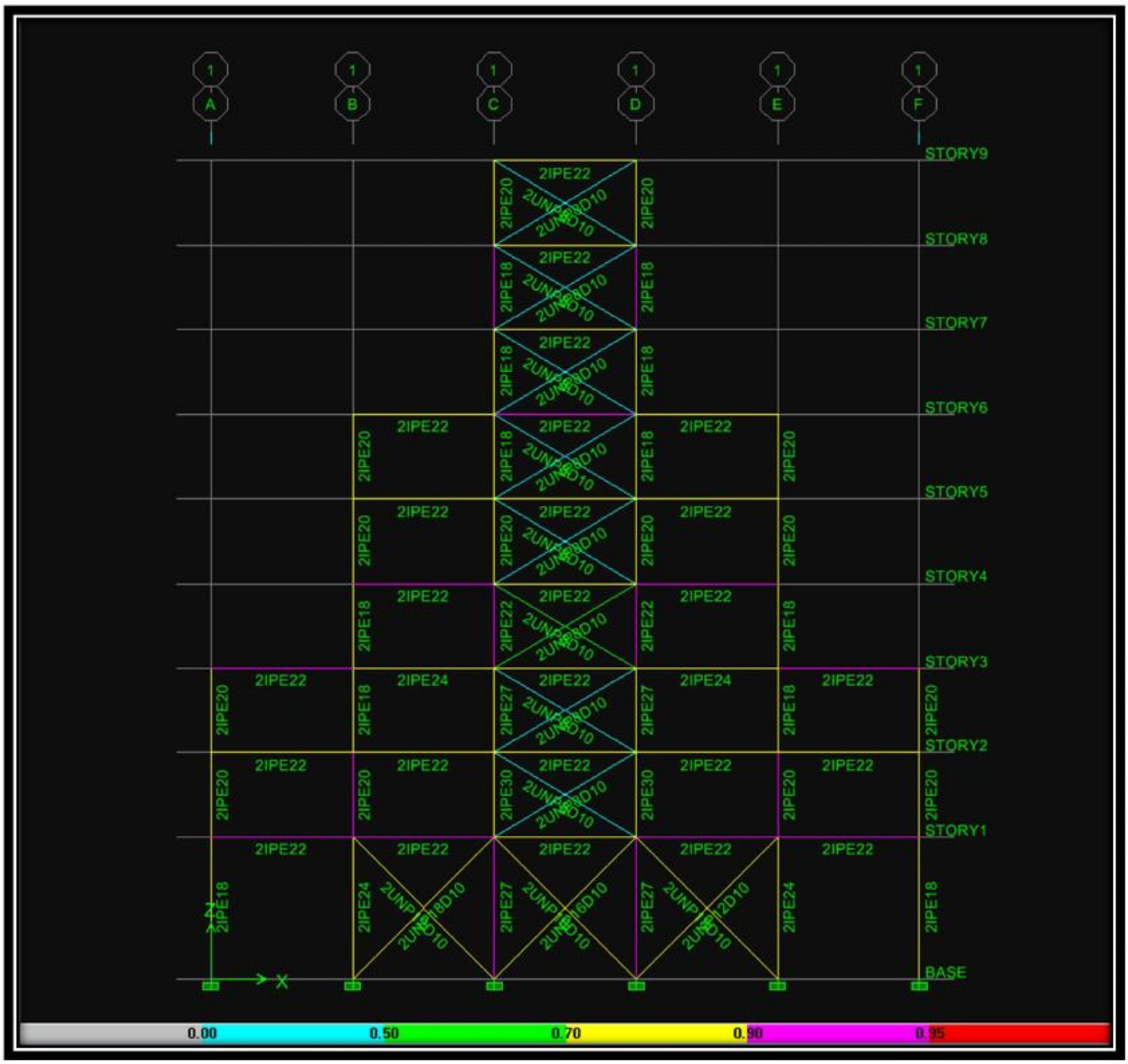


بارگذاری زنده :



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نتایج طراحی نرم افزار به صورت زیر می باشد :



تهیه کننده : عباس محبوبی (9108254)

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حال سختی نسبی جانبی هر طبقه را بدست می آوریم (فرض بر این می باشد که بادبند فشاری کمانش می کند و سختی بادبند فشاری را لحاظ نمی کنیم)

$$E = 2.1 * 10^6 \, kgf/cm^2$$

طبقه	مقاطع به کار رفته در طبقه(ستون)	مقاطع به کار رفته در طبقه(بادبند کششی)
9	2*(2IPE20)	1*(2UNP8)
8	2*(2IPE20)	1*(2UNP8)
7	2*(2IPE20)	1*(2UNP8)
6	2*(2IPE18)+2*(2IPE20)	1*(2UNP8)
5	4*(2IPE20)	1*(2UNP8)
4	2*(2IPE18)+2*(2IPE22)	1*(2UNP8)
3	2*(2IPE20)+2*(2IPE18)+2*(2IPE27)	1*(2UNP8)
2	4*(2IPE20)+2*(2IPE30)	1*(2UNP8)
1	2*(2IPE18)+2*(2IPE24)+2*(2IPE27)	2*(2UNP18)+1*(2UNP16)

طبقه	ممان اینرسی کل ستونها(cm^4)	سطح مقطع کل بادبندها(cm^4)	$k = 12EI/L^3 + AE/L\cos^2\theta$
9	7772	22	65499
8	7772	22	65499
7	7772	22	65499
6	13040	22	70416
5	15544	22	72753
4	16356	22	73511
3	36200	22	92032
2	48968	22	103949
1	43996	160	246457

تهیه کننده : عباس محبوبی (9108254)

حال ماتریس m و k را تشکیل می دهیم :

$$m_1 = m_2 = m_3 = 2950 * 25/981 = 75.2\,(Kg * S^2/cm)$$

$$m_4 = m_5 = m_6 = 2950 * 15/981 = 45.1\,(Kg * S^2/cm)$$

$$m_7 = m_8 = m_9 = 2950 * 5/981 = 15\,(Kg * S^2/cm)$$

$$M = \begin{Bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_9 \end{Bmatrix}$$

$$M = \begin{Bmatrix} 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \end{Bmatrix}$$

تهیه کننده : عباس محبوبی (9108254)

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

ماتریس سختی به صورت زیر می باشد .

$$K=\begin{Bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3+k_4 & -k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4+k_5 & -k_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5+k_6 & -k_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_6 & k_6+k_7 & -k_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_7 & k_7+k_8 & -k_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_8 & k_8+k_9 & -k_9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_9 & k_9 \end{Bmatrix}$$

$$K=\begin{Bmatrix} 350406 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -103949 & 195981 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -92032 & 165543 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -73511 & 146264 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -72753 & 143169 & -70416 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & 135915 & -65499 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 130998 & -65499 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 130998 & -65499 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 65499 \end{Bmatrix}$$

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

$$\det\left[[K]-\omega^2[M]\right]=0 \quad \rightarrow$$

$$\begin{vmatrix}
350406-75.2\,\omega^2 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-103949 & 195981-75.2\,\omega^2 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -92032 & 165543-75.2\,\omega^2 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -73511 & 146264-45.1\,\omega^2 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -72753 & 143169-45.1\,\omega^2 & -70416 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & 135915-45.1\,\omega^2 & -65499 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 130998-15\,\omega^2 & -65499 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 130998-15\,\omega^2 & -65499 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 65499-15\,\omega^2
\end{vmatrix} = 0$$

نتایج حل معادله فوق با استفاده از نرم افزار Wolfram Mathematica 7 :

```
In[1]:= Solve[Det[{{350406 - 75.2 x^2, -103949, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
    {-103949, 195981 - 75.2 x^2, -92032, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
    {0, -92032, 165543 - 75.2 x^2, -73511, 0, 0, 0, 0, 0},
    {0, 0, -73511, 146264 - 45.1 x^2, -72753, 0, 0, 0, 0},
    {0, 0, 0, -72753, 143169 - 45.1 x^2, -70416, 0, 0, 0},
    {0, 0, 0, 0, -70416, 135915 - 45.1 x^2, -65499, 0, 0},
    {0, 0, 0, 0, 0, -65499, 130998 - 15 x^2, -65499, 0},
    {0, 0, 0, 0, 0, 0, -65499, 130998 - 15 x^2, -65499},
    {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -65499, 65499 - 15 x^2}}] == 0, x]

Out[1]= {{x → -119.943}, {x → -87.2443}, {x → -74.6117}, {x → -72.3975}, {x → -59.1757}, {x → -49.3969}, {x → -36.4266},
  {x → -23.7416}, {x → -9.63379}, {x → 9.63379}, {x → 23.7416}, {x → 36.4266}, {x → 49.3969}, {x → 59.1757}, {x → 72.3975}, {x → 74.6117}, {x → 87.2443}, {x → 119.943}}
```

در نتیجه مقادیر ω مورد نظر مقادیر مثبت می باشد :

$$\omega_1 = 9.63\,,\omega_2 = 23.74\,,\omega_3 = 36.43\,,\omega_4 = 49.40\,,\omega_5 = 59.18$$

$$\omega_6 = 72.40\,,\omega_7 = 74.61\,,\omega_8 = 87.24\,,\omega_9 = 119.94$$

تهیه کننده : عباس محبوبی (9108254)

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

$$[[K]-\omega^2[M]]=\begin{vmatrix} 350406-75.2\,\omega^2 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -103949 & 195981-75.2\,\omega^2 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -92032 & 165543-75.2\,\omega^2 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -73511 & 146264-45.1\,\omega^2 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -72753 & 143169-45.1\,\omega^2 & -70416 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & 135915-45.1\omega^2 & -65499 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 130998-15\,\omega^2 & -65499 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 130998-15\,\omega^2 & -65499 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 65499-15\,\omega^2 \end{vmatrix}$$

حال مدشیپ مربوط به مود اول را محاسبه می کنیم :

$$[[K]-\omega^2[M]]\begin{bmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \\ U4 \\ U5 \\ U6 \\ U7 \\ U8 \\ U9 \end{bmatrix}=0\ ,\omega_1=9.63\rightarrow$$

$$[[K]-9.63^2[M]]=\begin{pmatrix} 343432 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -103949 & 189007 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -92032 & 158569 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -73511 & 142082 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -72753 & 138987 & -70416 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & 131733 & -65499 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 129607 & -65499 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 129607 & -65499 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 64108 \end{pmatrix}$$

تهیه کننده : عباس محبوبی (9108254)

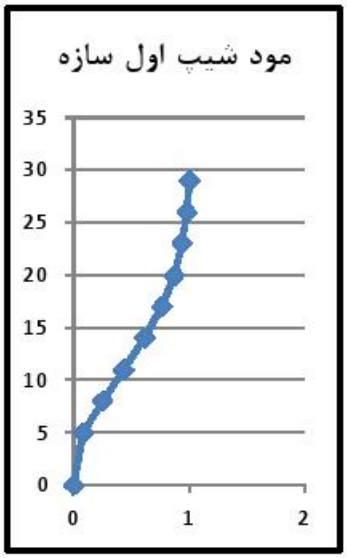
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حال تغییر مکان طبقه آخر وU_9 را برابر واحد قرار می دهیم که در این صورت ماتریس U با ماتریس مودشیپ Ø برابر خواهد شد .

$$\begin{pmatrix} 343432 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -103949 & 189007 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -92032 & 158569 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -73511 & 142082 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -72753 & 138987 & -70416 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & 131733 & -65499 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 129607 & -65499 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 129607 & -65499 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 64108 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

حال با حل دستگاه معادلات خطی ماتریس مود شیپ که همان ماتریس تغییر مکان است بدست می آید :

$$\emptyset_1 = \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \\ u9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.076 \\ 0.252 \\ 0.431 \\ 0.615 \\ 0.765 \\ 0.874 \\ 0.936 \\ 0.979 \\ 1 \end{pmatrix}$$



تهیه کننده : عباس محبوبی (9108254)

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مود شیپ مود دوم :

$$\left[[K]-\omega^2[M]\right]\begin{bmatrix}U1\\U2\\U3\\U4\\U5\\U6\\U7\\U8\\U9\end{bmatrix}=0\ ,\omega_2=23.74\rightarrow$$

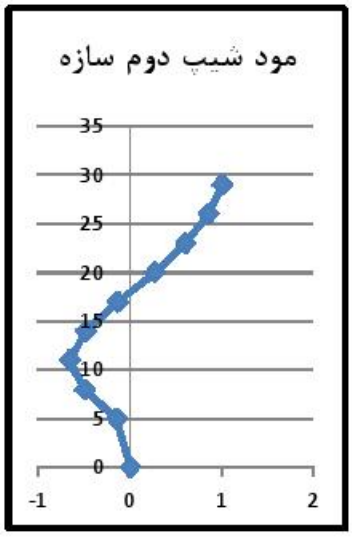
$$\left[[K]-23.74^2[M]\right]=\begin{pmatrix}308024&-103949&0&0&0&0&0&0&0\\-103949&153599&-92032&0&0&0&0&0&0\\0&-92032&123161&-73511&0&0&0&0&0\\0&0&-73511&120846&-72753&0&0&0&0\\0&0&0&-72753&117751&-70416&0&0&0\\0&0&0&0&-70416&110497&-65499&0&0\\0&0&0&0&0&-65499&122544&-65499&0\\0&0&0&0&0&0&-65499&122544&-65499\\0&0&0&0&0&0&0&-65499&57045\end{pmatrix}$$

حال تغییر مکان طبقه آخر U_9 را برابر واحد قرار می دهیم که در این صورت ماتریس U با ماتریس مودشیپ Ø برابر خواهد شد .

$$\begin{pmatrix}308024&-103949&0&0&0&0&0&0&0\\-103949&153599&-92032&0&0&0&0&0&0\\0&-92032&123161&-73511&0&0&0&0&0\\0&0&-73511&120846&-72753&0&0&0&0\\0&0&0&-72753&117751&-70416&0&0&0\\0&0&0&0&-70416&110497&-65499&0&0\\0&0&0&0&0&-65499&122544&-65499&0\\0&0&0&0&0&0&-65499&122544&-65499\\0&0&0&0&0&0&0&-65499&57045\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u1\\u2\\u3\\u4\\u5\\u6\\u7\\u8\\1\end{pmatrix}=0$$

حال با حل دستگاه معادلات خطی ماتریس مود شیپ که همان ماتریس تغییر مکان است بدست می آید :

$$\emptyset_2 = \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \\ u9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.150 \\ -0.495 \\ -0.657 \\ -0.481 \\ -0.135 \\ 0.271 \\ 0.603 \\ 0.857 \\ 1 \end{pmatrix}$$



مود شیپ مود سوم :

$$\left[[\mathrm{K}]-\omega^2[\mathrm{M}]\right]\begin{bmatrix}\mathrm{U1}\\ \mathrm{U2}\\ \mathrm{U3}\\ \mathrm{U4}\\ \mathrm{U5}\\ \mathrm{U6}\\ \mathrm{U7}\\ \mathrm{U8}\\ \mathrm{U9}\end{bmatrix}=0\ ,\omega_3=36.43\rightarrow$$

$$\left[[K]-36.43^2[M]\right]=\begin{pmatrix} 250605 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & 96180 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & 65742 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & 86410 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & 83315 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & 76061 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 111091 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 111091 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 45592 \end{pmatrix}$$

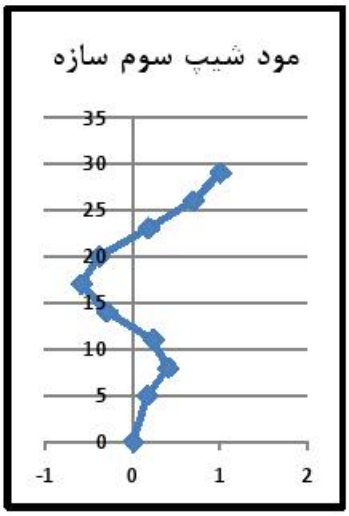
حال تغییر مکان طبقه آخر U_9 را برابر واحد قرار می دهیم که در این صورت ماتریس U با ماتریس مودشیپ Ø برابر خواهد شد .

$$\begin{pmatrix} 250605 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & 96180 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & 65742 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & 86410 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & 83315 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & 76061 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 111091 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 111091 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 45592 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u1\\ u2\\ u3\\ u4\\ u5\\ u6\\ u7\\ u8\\ 1 \end{pmatrix}=0$$

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حال با حل دستگاه معادلات خطی ماتریس مود شیپ که همان ماتریس تغییر مکان است بدست می آید :

$$\emptyset_3 = \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \\ u9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.168 \\ 0.404 \\ 0.233 \\ -0.298 \\ -0.589 \\ -0.389 \\ 0.181 \\ 0.696 \\ 1 \end{pmatrix}$$



تهیه کننده : عباس محبوبی (9108254)

مود شیپ مود چهارم :

$$\left[[\mathrm{K}]-\omega^2[\mathrm{M}]\right]\begin{bmatrix}\mathrm{U1}\\ \mathrm{U2}\\ \mathrm{U3}\\ \mathrm{U4}\\ \mathrm{U5}\\ \mathrm{U6}\\ \mathrm{U7}\\ \mathrm{U8}\\ \mathrm{U9}\end{bmatrix}=0\ ,\omega_4=49.40\rightarrow$$

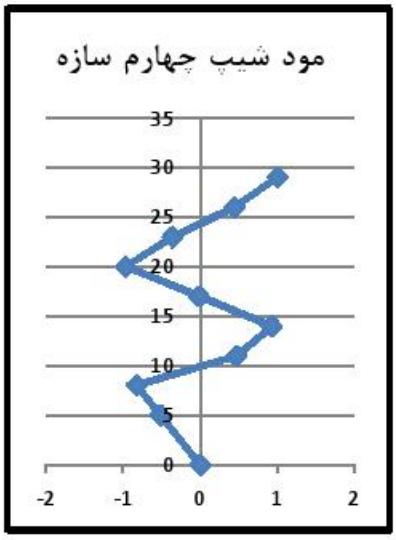
$$\left[[K]-49.40^2[M]\right]=\begin{pmatrix} 166891 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & 12466 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -17972 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & 36204 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & 33109 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & 25855 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 94393 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 94393 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 28894 \end{pmatrix}$$

حال تغییر مکان طبقه آخر وU_9 را برابر واحد قرار می دهیم که در این صورت ماتریس U با ماتریس مودشیپ Ø برابر خواهد شد .

$$\begin{pmatrix} 166891 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & 12466 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -17972 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & 36204 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & 33109 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & 25855 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 94393 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 94393 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 28894 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u1\\ u2\\ u3\\ u4\\ u5\\ u6\\ u7\\ u8\\ 1 \end{pmatrix}=0$$

حال با حل دستگاه معادلات خطی ماتریس مود شیپ که همان ماتریس تغییر مکان است بدست می آید :

$$\emptyset_4 = \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \\ u9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.518 \\ -0.832 \\ 0.472 \\ 0.927 \\ -0.017 \\ -0.965 \\ -0.363 \\ 0.442 \\ 1 \end{pmatrix}$$



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مود شیپ مود پنجم :

$$\left[[\mathrm{K}]-\omega^2[\mathrm{M}]\right]\begin{bmatrix}\mathrm{U1}\\ \mathrm{U2}\\ \mathrm{U3}\\ \mathrm{U4}\\ \mathrm{U5}\\ \mathrm{U6}\\ \mathrm{U7}\\ \mathrm{U8}\\ \mathrm{U9}\end{bmatrix}=0\ ,\omega_5=59.18\rightarrow$$

$$\left[[K]-59.18^2[M]\right]=\begin{pmatrix} 87035 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & -67390 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -97828 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & -11688 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & -14783 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & -22037 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 78464 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 78464 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 12965 \end{pmatrix}$$

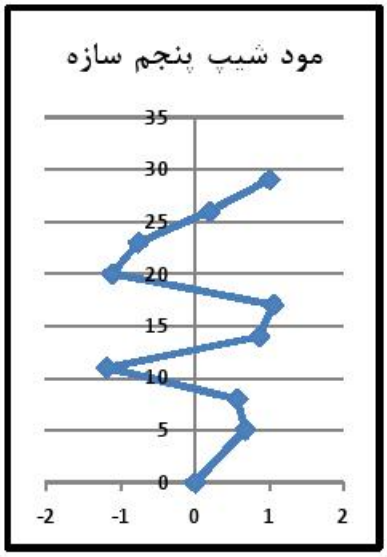
حال تغییر مکان طبقه آخر وU_9 را برابر واحد قرار می دهیم که در این صورت ماتریس U با ماتریس مودشیپ Ø برابر خواهد شد .

$$\begin{pmatrix} 87035 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & -67390 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -97828 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & -11688 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & -14783 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & -22037 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 78464 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 78464 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 12965 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u1\\ u2\\ u3\\ u4\\ u5\\ u6\\ u7\\ u8\\ 1 \end{pmatrix}=0$$

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حال با حل دستگاه معادلات خطی ماتریس مود شیپ که همان ماتریس تغییر مکان است بدست می آید :

$$\emptyset_5 = \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \\ u9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.677 \\ 0.567 \\ -1.180 \\ 0.861 \\ 1.054 \\ -1.111 \\ -0.760 \\ 0.200 \\ 1 \end{pmatrix}$$



تهیه کننده : عباس محبوبی (9108254)

مود شیپ مود ششم :

$$\left[[\mathrm{K}]-\omega^2[\mathrm{M}]\right]\begin{bmatrix}\mathrm{U1}\\ \mathrm{U2}\\ \mathrm{U3}\\ \mathrm{U4}\\ \mathrm{U5}\\ \mathrm{U6}\\ \mathrm{U7}\\ \mathrm{U8}\\ \mathrm{U9}\end{bmatrix}=0\ ,\omega_6=72.40\rightarrow$$

$$[[K]-72.40^2[M]]=\begin{pmatrix} -43774 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & -198199 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -228637 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & -90139 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & -93234 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & -100488 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 52372 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 52372 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -13127 \end{pmatrix}$$

حال تغییر مکان طبقه آخر وU_9 را برابر واحد قرار می دهیم که در این صورت ماتریس U با ماتریس مودشیپ Ø برابر خواهد شد .

$$\begin{pmatrix} -43774 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & -198199 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -228637 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & -90139 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & -93234 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & -100488 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 52372 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 52372 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -13127 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u1\\ u2\\ u3\\ u4\\ u5\\ u6\\ u7\\ u8\\ 1 \end{pmatrix}=0$$

حال با حل دستگاه معادلات خطی ماتریس مود شیپ که همان ماتریس تغییر مکان است بدست می آید :

$$\emptyset_6 = \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \\ u9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.646 \\ 0.693 \\ 0.366 \\ -2.007 \\ 2.116 \\ -0.729 \\ -1.157 \\ -0.197 \\ 1 \end{pmatrix}$$

تهیه کننده : عباس محبوبی (9108254)

مود شیپ مود هفتم :

$$\left[[\mathrm{K}]-\omega^2[\mathrm{M}]\right]\begin{bmatrix}\mathrm{U1}\\ \mathrm{U2}\\ \mathrm{U3}\\ \mathrm{U4}\\ \mathrm{U5}\\ \mathrm{U6}\\ \mathrm{U7}\\ \mathrm{U8}\\ \mathrm{U9}\end{bmatrix}=0\ ,\omega_7=74.61\rightarrow$$

$$\left[[K]-74.61^2[M]\right]=\begin{pmatrix} -68206 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & -222631 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -253069 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & -104792 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & -107887 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & -115141 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 47498 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 47498 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -18001 \end{pmatrix}$$

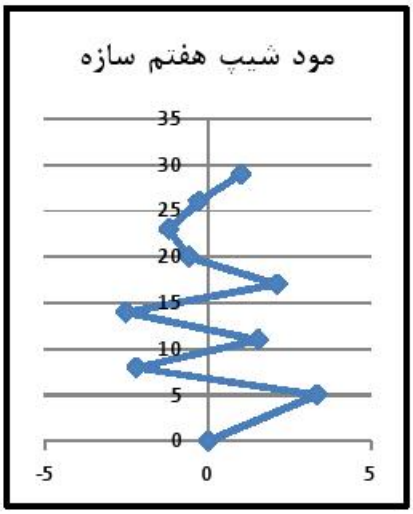
حال تغییر مکان طبقه آخر U_9 را برابر واحد قرار می دهیم که در این صورت ماتریس U با ماتریس مودشیپ Ø برابر خواهد شد .

$$\begin{pmatrix} -68206 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & -222631 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -253069 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & -104792 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & -107887 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & -115141 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 47498 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 47498 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -18001 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u1\\ u2\\ u3\\ u4\\ u5\\ u6\\ u7\\ u8\\ 1 \end{pmatrix}=0$$

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حال با حل دستگاه معادلات خطی ماتریس مود شیپ که همان ماتریس تغییر مکان است بدست می آید :

$$\emptyset_7 = \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \\ u9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.344 \\ -2.194 \\ 1.531 \\ -2.523 \\ 2.087 \\ -0.591 \\ -1.205 \\ -0.282 \\ 1 \end{pmatrix}$$



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مود شیپ مود هشتم :

$$\left[[\mathrm{K}]-\omega^2[\mathrm{M}]\right]\begin{bmatrix}\mathrm{U1}\\ \mathrm{U2}\\ \mathrm{U3}\\ \mathrm{U4}\\ \mathrm{U5}\\ \mathrm{U6}\\ \mathrm{U7}\\ \mathrm{U8}\\ \mathrm{U9}\end{bmatrix}=0\ ,\omega_8=87.24\rightarrow$$

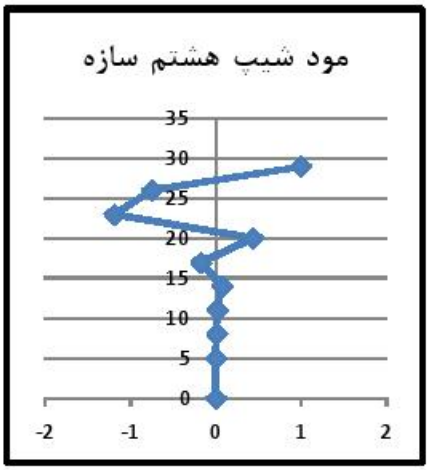
$$\left[[K]-87.24^2[M]\right]=\begin{pmatrix}-221927 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & -376352 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -406790 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & -196983 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & -200079 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & -207333 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 16834 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 16834 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -48663\end{pmatrix}$$

حال تغییر مکان طبقه آخر U_9 را برابر واحد قرار می دهیم که در این صورت ماتریس U با ماتریس مودشیپ Ø برابر خواهد شد .

$$\begin{pmatrix}-221927 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & -376352 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -406790 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & -196983 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & -200079 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & -207333 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 16836 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & 16836 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -48663\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u1\\ u2\\ u3\\ u4\\ u5\\ u6\\ u7\\ u8\\ 1\end{pmatrix}=0$$

حال با حل دستگاه معادلات خطی ماتریس مود شیپ که همان ماتریس تغییر مکان است بدست می آید :

$$\emptyset_8 = \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \\ u9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.002 \\ 0.004 \\ -0.014 \\ 0.072 \\ -0.180 \\ 0.437 \\ -1.191 \\ -0.744 \\ 1 \end{pmatrix}$$



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مود شیپ مود نهم :

$$\left[[\mathrm{K}]-\omega^2[\mathrm{M}]\right]\begin{bmatrix}\mathrm{U1}\\ \mathrm{U2}\\ \mathrm{U3}\\ \mathrm{U4}\\ \mathrm{U5}\\ \mathrm{U6}\\ \mathrm{U7}\\ \mathrm{U8}\\ \mathrm{U9}\end{bmatrix}=0\ ,\omega_9=119.94\rightarrow$$

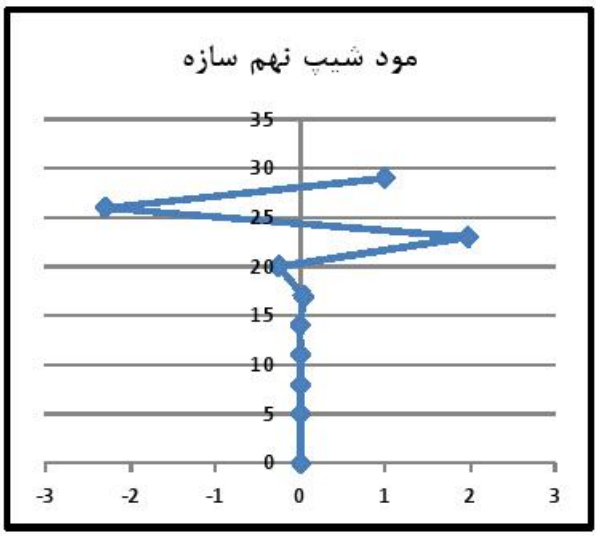
$$\left[[K]-119.94^2[M]\right]=\begin{pmatrix}-731291 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & -885816 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -916254 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & -502527 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & -505622 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & -512876 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -84786 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -84786 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -150285\end{pmatrix}$$

حال تغییر مکان طبقه آخر U_9 را برابر واحد قرار می دهیم که در این صورت ماتریس U با ماتریس مودشیپ Ø برابر خواهد شد .

$$\begin{pmatrix}-731291 & -103949 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -103949 & -885816 & -92032 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -92032 & -916254 & -73511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -73511 & -502527 & -72753 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -72753 & -505622 & -70416 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -70416 & -512876 & -65499 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -84786 & -65499 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -84786 & -65499\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65499 & -150285\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u1\\ u2\\ u3\\ u4\\ u5\\ u6\\ u7\\ u8\\ 1\end{pmatrix}=0$$

حال با حل دستگاه معادلات خطی ماتریس مود شیپ که همان ماتریس تغییر مکان است بدست می آید :

$$\emptyset_9 = \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \\ u9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.521E-6 \\ -4.588E-5 \\ 4.342E-4 \\ -5.355E-3 \\ 0.037 \\ -0.257 \\ 1.972 \\ -2.296 \\ 1 \end{pmatrix}$$



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حال جرم موثر مودی را برای هر مود بدست می آوریم اگر مجموع جرم موثر مودی از مود 1 تا مود n بزرگتر از 90٪ جرم سازه باشد تاثیر تا مود nام را لحاظ می کنیم .

$$M_{e_n}^* = \frac{L_n^2}{M_n^*}$$

$$L_n = [\emptyset_n(x)]^T.[M].\{1\} = \sum m_i \emptyset_i$$

$$M_n^* = [\emptyset_n(x)]^T.[M].\{\emptyset_n(x)\} = \sum m_i {\emptyset_i}^2$$

$$\sum m_i = 75.2 * 3 + 45.1 * 3 + 15 * 3 = 405.9$$

محاسبه جرم موثر مودی مود اول :

$$M_{e_1}^* = \frac{L_1^2}{M_1^*}$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0.076 \\ 0.252 \\ 0.431 \\ 0.615 \\ 0.765 \\ 0.874 \\ 0.936 \\ 0.979 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 202.46$$

$$M_1^* = \begin{pmatrix} 0.076 \\ 0.252 \\ 0.431 \\ 0.615 \\ 0.765 \\ 0.874 \\ 0.936 \\ 0.979 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.076 \\ 0.252 \\ 0.431 \\ 0.615 \\ 0.765 \\ 0.874 \\ 0.936 \\ 0.979 \\ 1 \end{pmatrix} = 139.60$$

$$\rightarrow M_{e_1}^{*} = \frac{202.46^2}{139.60} = 293.63 \rightarrow \frac{M_{e_1}^{*}}{\sum m_i} * 100 = \frac{293.63}{405.9} * 100 = 72.34\% < 90\%$$

محاسبه جرم موثر مودی مود دوم :

$$M_{e_2}^{*} = \frac{L_2^2}{M_2^{*}}$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} -0.150 \\ -0.495 \\ -0.657 \\ -0.481 \\ -0.135 \\ 0.271 \\ 0.603 \\ 0.857 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -76.57$$

$$M_2^{*} = \begin{pmatrix} -0.150 \\ -0.495 \\ -0.657 \\ -0.481 \\ -0.135 \\ 0.271 \\ 0.603 \\ 0.857 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.150 \\ -0.495 \\ -0.657 \\ -0.481 \\ -0.135 \\ 0.271 \\ 0.603 \\ 0.857 \\ 1 \end{pmatrix} = 98.62$$

$$\rightarrow M_{e_2}^{*} = \frac{-76.57^2}{98.62} = 59.45 \rightarrow \frac{M_{e_1}^{*} + M_{e_2}^{*}}{\sum m_i} * 100 = \frac{293.63 + 59.45}{405.9} * 100 = 86.99\% < 90\%$$

تهیه کننده : عباس محبوبی (9108254)

محاسبه جرم موثر مودی مود سوم :

$$M_{e_3}^* = \frac{L_3^2}{M_3^*}$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} 0.168 \\ 0.404 \\ 0.233 \\ -0.298 \\ -0.589 \\ -0.389 \\ 0.181 \\ 0.696 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 31.14$$

$$M_3^* = \begin{pmatrix} 0.168 \\ 0.404 \\ 0.233 \\ -0.298 \\ -0.589 \\ -0.389 \\ 0.181 \\ 0.696 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.168 \\ 0.404 \\ 0.233 \\ -0.298 \\ -0.589 \\ -0.389 \\ 0.181 \\ 0.696 \\ 1 \end{pmatrix} = 67.71$$

$$\rightarrow M_{e_2}^* = \frac{31.14^2}{67.71} = 14.32 \rightarrow \frac{M_{e_1}^* + M_{e_2}^* + M_{e_3}^*}{\sum m_i} * 100 = \frac{293.63 + 59.45 + 14.32}{405.9} * 100 = 90.51\% > 90\%$$

→ برای محاسبه برش پایه و تغییر مکان طبقات تا مد 3 را اثر می دهیم

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حال تغییر مکان تحت مود های تاثیرگذار را می یابیم :

ساختمان مسکونی ← I=1

ساختمان در zone3 ←Z=0.3

خاک منطقه خیلی سخت S_A و $C_a = C_V = 0.24$←Z=0.3

سیستم ساختمان سیستم ترکیبی قاب خمشی با مهاربند و جنس ساختمان فولادی ← R=6.5

تغییر مکان تحت مود اول :

$$\omega_1 = 9.63 \rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2 * 3.14}{9.63} = 0.652\ s$$

$$PSA_1 = \frac{C_V I}{RT_1} g = \frac{0.24 * 1}{6.5 * 0.652} * 981 = 55.55$$

$$PSA_{max} = \frac{2.5 C_a I}{R} g = \frac{2.5 * 0.24 * 1}{6.5} * 981 = 90.55$$

$$PSA_{min} = 0.11 C_a I g = 0.11 * 0.24 * 1 * 981 = 25.90$$

$$PSA_{min} < PSA_1 < PSA_{max} \rightarrow OK$$

$$U_1(x,t) = \emptyset_1(x) * \frac{L_1 * PSA_1}{M_1^* * \omega_1^2} = \begin{bmatrix} 0.076 \\ 0.252 \\ 0.431 \\ 0.615 \\ 0.765 \\ 0.874 \\ 0.936 \\ 0.979 \\ 1 \end{bmatrix} * \frac{202.46 * 55.55}{139.60 * 9.63^2} = \begin{bmatrix} 0.066 \\ 0.219 \\ 0.374 \\ 0.534 \\ 0.664 \\ 0.759 \\ 0.813 \\ 0.850 \\ 0.869 \end{bmatrix} (cm)$$

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

تغییر مکان تحت مود دوم :

$$\omega_2 = 23.74 \rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2 * 3.14}{23.74} = 0.265\ s$$

$$PSA_2 = \frac{C_V I}{RT_2} g = \frac{0.24 * 1}{6.5 * 0.265} * 981 = 136.68$$

$$PSA_{max} = \frac{2.5 C_a I}{R} g = \frac{2.5 * 0.24 * 1}{6.5} * 981 = 90.55$$

$$PSA_{min} = 0.11 C_a I g = 0.11 * 0.24 * 1 * 981 = 25.90$$

$$PSA_2 > PSA_{max} \rightarrow PSA_2 = PSA_{max} = 90.55$$

$$U_2(x,t) = \emptyset_2(x) * \frac{L_2 * PSA_2}{M_2^* * \omega_2^2} = \begin{bmatrix} -0.150 \\ -0.495 \\ -0.657 \\ -0.481 \\ -0.135 \\ 0.271 \\ 0.603 \\ 0.857 \\ 1 \end{bmatrix} * \frac{-76.57 * 90.55}{98.62 * 23.74^2} = \begin{bmatrix} 0.019 \\ 0.062 \\ 0.082 \\ 0.060 \\ 0.017 \\ -0.034 \\ -0.075 \\ -0.107 \\ -0.125 \end{bmatrix} (cm)$$

تغییر مکان تحت مود سوم :

$$\omega_3 = 36.43 \rightarrow T_3 = \frac{2\pi}{\omega_3} = \frac{2 * 3.14}{36.43} = 0.172\ s$$

$$PSA_3 = \frac{C_V I}{RT_3} g = \frac{0.24 * 1}{6.5 * 0.172} * 981 = 210.59$$

$$PSA_{max} = \frac{2.5 C_a I}{R} g = \frac{2.5 * 0.24 * 1}{6.5} * 981 = 90.55$$

$$PSA_{min} = 0.11C_aIg = 0.11 * 0.24 * 1 * 981 = 25.90$$

$$PSA_3 > PSA_{max} \rightarrow PSA_3 = PSA_{max} = 90.55$$

$$U_3(x,t) = \emptyset_3(x) * \frac{L_3 * PSA_3}{M_3^* * \omega_3^2} = \begin{bmatrix} 0.168 \\ 0.404 \\ 0.233 \\ -0.298 \\ -0.589 \\ -0.389 \\ 0.181 \\ 0.696 \\ 1 \end{bmatrix} * \frac{31.14 * 90.55}{67.71 * 36.43^2} = \begin{bmatrix} 0.005 \\ 0.012 \\ 0.007 \\ -0.009 \\ -0.018 \\ -0.012 \\ 0.006 \\ 0.022 \\ 0.031 \end{bmatrix} (cm)$$

حال برای یافتن تغییر مکان کل هر طبقه تحت ترکیب این مدها داریم :

$$U_T = \sqrt{{U_1}^2 + {U_2}^2 + {U_3}^2} = \begin{bmatrix} \sqrt{0.066^2 + 0.019^2 + 0.005^2} \\ \sqrt{0.219^2 + 0.062^2 + 0.012^2} \\ \sqrt{0.374^2 + 0.082^2 + 0.007^2} \\ \sqrt{0.534^2 + 0.060^2 + 0.009^2} \\ \sqrt{0.664^2 + 0.017^2 + 0.018^2} \\ \sqrt{0.759^2 + 0.034^2 + 0.012^2} \\ \sqrt{0.813^2 + 0.075^2 + 0.006^2} \\ \sqrt{0.850^2 + 0.107^2 + 0.022^2} \\ \sqrt{0.869^2 + 0.125^2 + 0.031^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.069 \\ 0.228 \\ 0.383 \\ 0.537 \\ 0.664 \\ 0.760 \\ 0.816 \\ 0.857 \\ 0.878 \end{bmatrix} (cm)$$

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حال در این مرحله برش پایه را تحت تاثیر 3 مد اول محاسبه می کنیم :

$$Q_n = \frac{L_n{}^2 * PSA_n}{M_n^*}$$

مد اول :

$$\omega_1 = 9.63$$

$$Q_1 = \frac{202.46^2 * 55.55}{139.60} = 16311\ kg$$

مد دوم :

$$\omega_2 = 23.74$$

$$Q_2 = \frac{76.57^2 * 90.55}{98.62} = 5383\ kg$$

مد سوم :

$$\omega_3 = 36.43$$

$$Q_3 = \frac{31.14^2 * 90.55}{67.71} = 1297\ kg$$

برش کل وار بر پای سازه از ترکیب برش پایه تحت هر مد بدست می آید :

$$Q_T = \sqrt{Q_1{}^2 + Q_2{}^2 + Q_3{}^2} = \sqrt{16311^2 + 5383^2 + 1297^2} = 17225\ \text{kg}$$

محاسبه نیروی وارد بر هر طبقه تحت تاثیر 3 مد اول :

$$[q_i] = \frac{[M] * [\emptyset_n]}{L_n} Q_n$$

مد اول :

$\omega_1 = 9.63$

$$[q_1] = \frac{\begin{pmatrix} 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.076 \\ 0.252 \\ 0.431 \\ 0.615 \\ 0.765 \\ 0.874 \\ 0.936 \\ 0.979 \\ 1 \end{pmatrix}}{202.46} * 16311 = \begin{pmatrix} 460 \\ 1527 \\ 2611 \\ 2235 \\ 2780 \\ 3176 \\ 1131 \\ 1183 \\ 1208 \end{pmatrix}$$

مد دوم :

$\omega_2 = 23.74$

$$[q_2] = \frac{\begin{pmatrix} 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.150 \\ -0.495 \\ -0.657 \\ -0.481 \\ -0.135 \\ 0.271 \\ 0.603 \\ 0.857 \\ 1 \end{pmatrix}}{-76.57} * 5383 = \begin{pmatrix} 793 \\ 2617 \\ 3473 \\ 1525 \\ 428 \\ -859 \\ -636 \\ -904 \\ -1054 \end{pmatrix}$$

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مد سوم :

$\omega_3 = 36.43$

$$[q_3] = \frac{\begin{pmatrix} 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.168 \\ 0.404 \\ 0.233 \\ -0.298 \\ -0.589 \\ -0.389 \\ 0.181 \\ 0.696 \\ 1 \end{pmatrix}}{31.14} * 1297 = \begin{pmatrix} 526 \\ 1265 \\ 730 \\ -560 \\ -1107 \\ -731 \\ 113 \\ 435 \\ 625 \end{pmatrix}$$

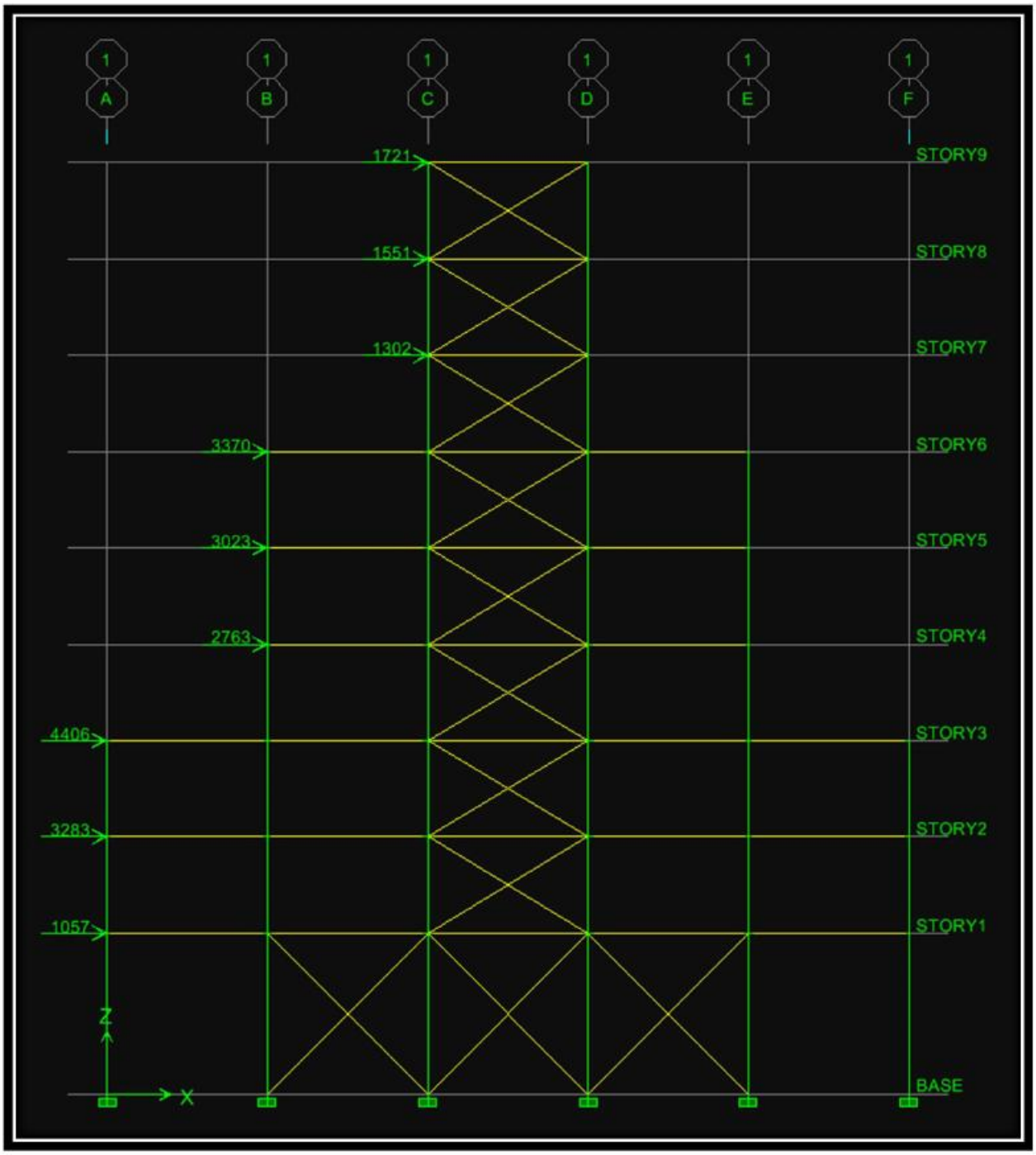
حال برای یافتن نیروی کل وارد بر هر طبقه ، نیروی بدست آمده از هر مد را از روش زیر ترکیب می کنیم :

$$q_T = \sqrt{q_1{}^2 + q_2{}^2 + q_3{}^2} == \begin{bmatrix} \sqrt{460^2 + 793^2 + 526^2} \\ \sqrt{1527^2 + 2617^2 + 1265^2} \\ \sqrt{2611^2 + 3473^2 + 730^2} \\ \sqrt{2235^2 + 1525^2 + 560^2} \\ \sqrt{2780^2 + 428^2 + 1107^2} \\ \sqrt{3176^2 + 859^2 + 731^2} \\ \sqrt{1131^2 + 636^2 + 113^2} \\ \sqrt{1183^2 + 904^2 + 435^2} \\ \sqrt{1208^2 + 1054^2 + 625^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1057 \\ 3283 \\ 4406 \\ 2763 \\ 3023 \\ 3370 \\ 1302 \\ 1551 \\ 1721 \end{bmatrix} \text{ (kg)}$$

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

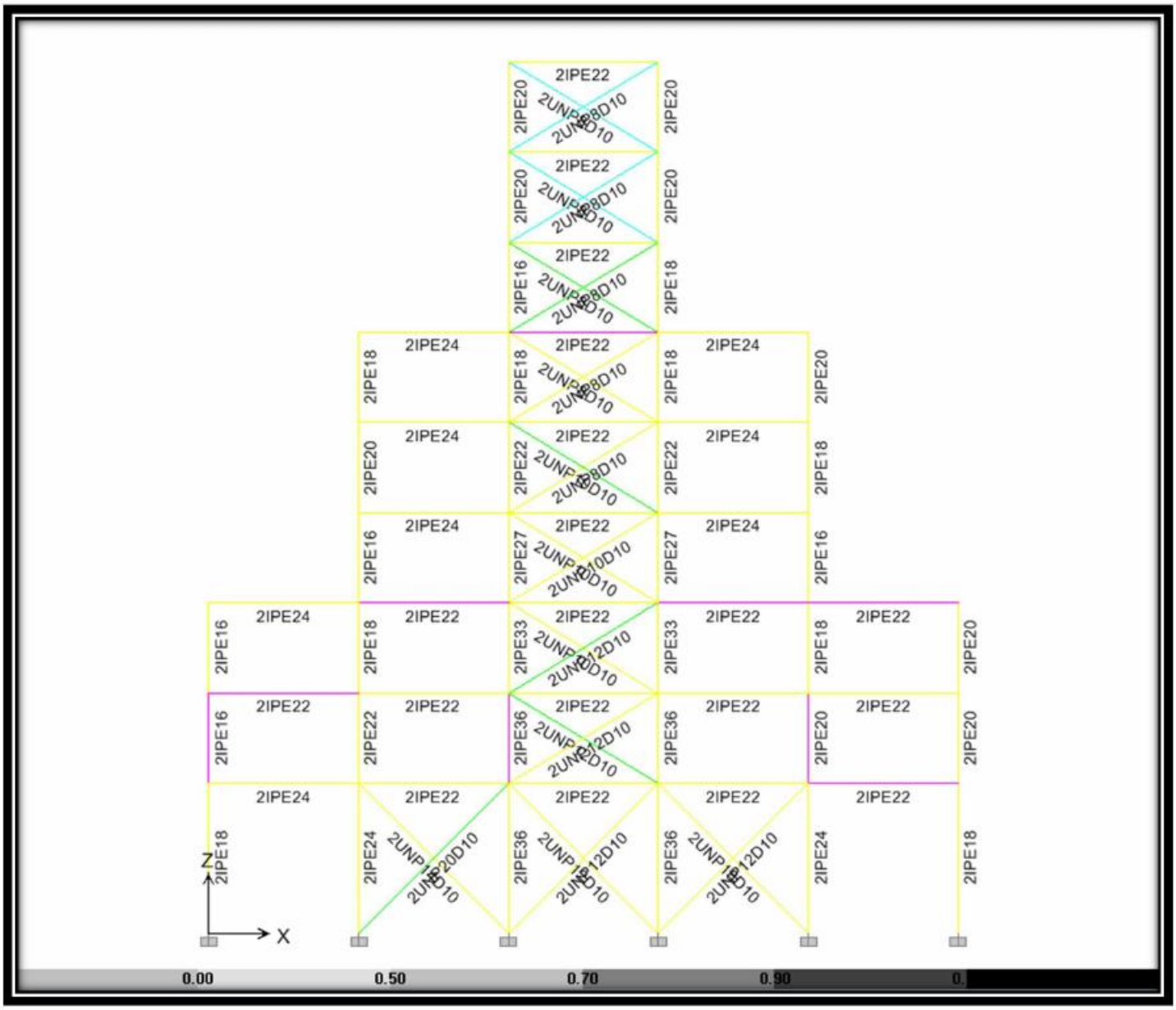
حال نیروهای جانبی بدست آمده را همراه بار مرده و زنده در نرم افزار Etabs به سازه اعمال کرده و مقاطع را بار دیگر طراحی می کنیم .

در شکل زیر نیروهای جانبی زلزله که در Etabs به سازه اعمال شده نشان داده شده است .



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

در شکل زیر مقاطع طراحی شده براساس نیروهای ثقلی و زلزله که توسط نرم افزار صورت گرفته نشان داده شده است .



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حال در این مرحله سازه را از ابتدا که تحت بارهای ثقلی طراحی اولیه شده است را به وسیله روش آیین نامه UBC97 تحلیل می کنیم .

$$W = W_{Dead} + 0.2W_{Live} = 2750 + 0.2 * 1000 = 2950\ {}^{kgf}/_{m}$$

$$\sum_{i=1}^{9} W_i = 3 * (2950 * 25) + 3 * (2950 * 15) + 3 * (2950 * 5) = 398250\ (kgf)$$

ساختمان مسکونی ← I=1

ساختمان در zone3 ←Z=0.3

خاک منطقه خیلی سخت S_A و Z=0.3← $C_a = C_V = 0.24$

سیستم ساختمان سیستم ترکیبی قاب خمشی با مهاربند و جنس ساختمان فولادی ← R=6.5

حال پریود سازه را با استفاده از فرمول آیین نامه محاسبه می نماییم ، در ابتدا ارتفاع سازه را بر حسب فوت محاسبه می نماییم .

$$h_n = 29 * 3.28 = 95.12\ ft$$

$$T = C_t {h_n}^{3/4} = 0.030 * 95.12^{3/4} = 0.91\ s$$

حال برش پایه را می یابیم :

$$V = \frac{C_V I}{RT} W = \frac{0.24 * 1}{6.5 * 0.91} * 398250 = 16159\ kgf$$

$$V_{max} = \frac{2.5 C_a I}{R} W = \frac{2.5 * 0.24 * 1}{6.5} * 398250 = 36761\ kgf$$

$$V_{min} = 0.11 C_a I W = 0.11 * 0.24 * 1 * 398250 = 10514\ kgf$$

$$V_{min} < V < V_{max} \rightarrow OK$$

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حال اثر شلاقی را بررسی می کنیم :

$$T = 0.91 > 0.7 \rightarrow F_t = 0.07 * T * V = 0.07 * 0.91 * 16159 = 1029\ kgf$$

$$F_x = (V - F_t) * \frac{W_x h_i}{\sum_{i=1}^{9} W_x h_i} = (16159 - 1029) * \frac{W_x h_i}{\sum_{i=1}^{9} W_x h_i} = 15130 * \frac{W_x h_i}{\sum_{i=1}^{9} W_x h_i}$$

طبقه	W_I	h_I	$W_i h_i$	$\frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i}$	$F_i = 15130 * \frac{W_x h_i}{\sum_{i=1}^{9} W_x h_i}$	F_T(kgf)
9	14750	29	427750	0.088	1346	2375
8	14750	26	383500	0.079	1207	1207
7	14750	23	339250	0.070	1067	1067
6	44250	20	885000	0.184	2785	2785
5	44250	17	752250	0.156	2367	2367
4	44250	14	619500	0.129	1949	1949
3	73750	11	811250	0.169	2553	2553
2	73750	8	590000	0.123	1856	1856
1	73750	5	427750	0.089	1346	1346
			∑=4808500			

تهیه کننده : عباس محبوبی (9108254)

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

حال نیروی بدست آمده از روش آنالیز مودال و آیین نامه را مقایسه می کنیم .

طبقه	نیروهای روش مودال	نیروهای روش آیین نامه UBC97
9	1721	2375
8	1551	1207
7	1302	1067
6	3370	2785
5	3023	2367
4	2763	1949
3	4406	2553
2	3283	1856
1	1057	1346

همانطور که مشاهده می شود نیروهای بدست آمده از روش مودال دارای مقادیر بیشتری نسبت به نیروهای بدست آمده از آنالیز آیین نامه می باشد . زیرا سازه دارای سختی های نامنظم می باشد و در این صورت آنالیز ما زیاد دقیق نمی باشد .

حال نیروهای بدست آمده از روش آیین نامه را به صورت جانبی به سازه وارد کرده و سازه را با نرم افزار Etabs طراحی می کنیم همانطور که در مقایسه بالا نیز مشاهده شد مقاطع بدست آمده در این حالت ضعیف تر از مقاطع بدست آمده حاصل از آنالیز مودال می باشد زیرا مقادیر نیروهای بدست آمده از آیین نامه کمتر است .

پس آنالیز مدال برای سازه هایی همچون این سازه که دارای سختی های نامنظم است بسیار مناسب می باشد .

www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسین عمران

ارائه کتابها و جزوات رایگان مهندسی عمران

بهترین و برترین مقالات روز عمران

انجمن های تخصصی مهندسی عمران

فروشگاه تخصصی مهندسی عمران

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

در این شکل نیروهای بدست آمده از روش آیین نامه را به صورت جانبی به سازه وارد کرده ایم و سازه را با نرم افزارEtabs طراحی کرده ایم که مقاطع به صورت زیر می باشد .