دینامیک

۱- **نیروی فنر:** نیروی فنر از رابطه ی مقابل به دست می آید.

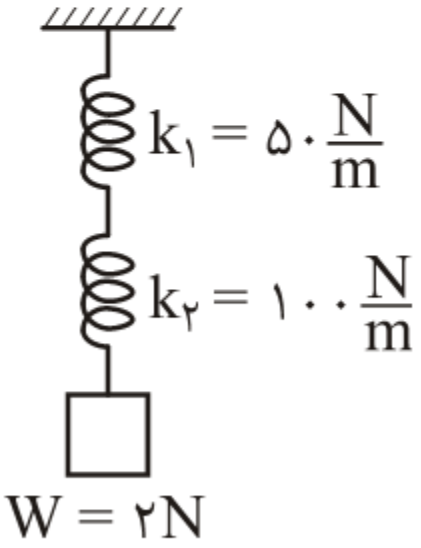
$$F = -k.x$$

- F: نیروی فنر (N)
- $x = \Delta L$: تغییر طول فنر (m)
- k: ضریب سختی (ثابت) فنر $\frac{N}{m}$

۱) انتهای فنر به طول ۳۰cm را به سقف می‌بندیم و به انتهای دیگر آن کفه‌ای متصل می‌کنیم و در کفه وزنه‌ای به جرم ۲۰۰g قرار می‌دهیم. طول فنر ۳۶cm می‌شود. اگر به‌جای وزنه‌ی ۲۰۰ گرمی وزنه‌ای به جرم ۴۰۰g در کفه قرار دهیم طول فنر ۴۰cm می‌شود. جرم کفه چند گرم است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰

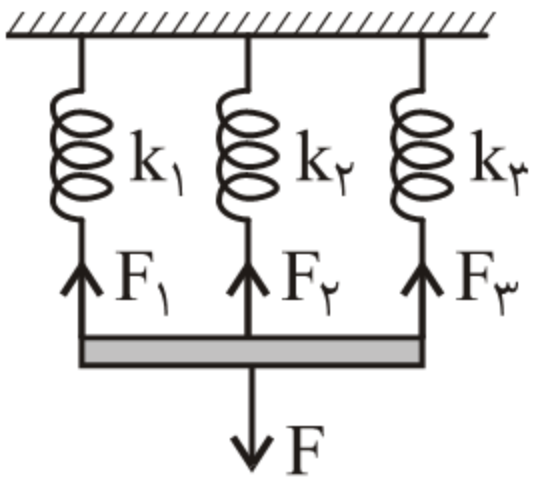
۲) به انتهای دو فنر با جرم ناچیز و ضریب ثابت $k_1 = ۵۰ \frac{N}{m}$, $k_2 = ۱۰۰ \frac{N}{m}$ مطابق شکل، جسمی به وزن ۲ نیوتن آویزان می‌کنیم. مجموع افزایش طول فنرها چند سانتی‌متر است؟ **(آزاد ریاضی- ۱۳۷۲)**



۱) ۱/۳ ۲) ۳

۳) ۶ ۴) ۴

اتصال موازی



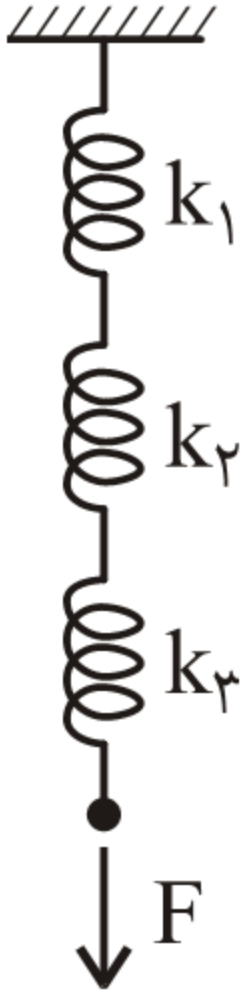
$$\mathbf{F = F_1 + F_2 + F_3}$$

$$\mathbf{x = x_1 = x_2 = x_3}$$

$$\mathbf{ke = k_1 + k_2 + k_3}$$

اگر فنری به ثابت $\mathbf{k}$ به $\mathbf{n}$ قسمت مساوی تقسیم کنیم، ضریب سختی هر قسمت $\mathbf{k' = nk}$ می‌شود.

اتصال متوالی(سری)



$$F = F_1 = F_2 = F_3 = \dots$$

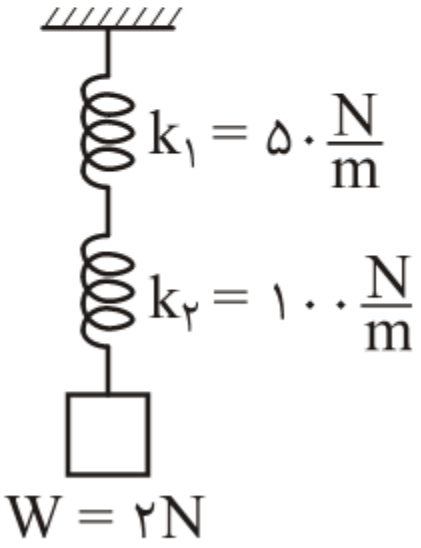
$$x = x_1 + x_2 + x_3 + \dots$$

$$\frac{1}{ke} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots$$

در صورت اتصال دو فنر به طور متوالی

$$ke = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

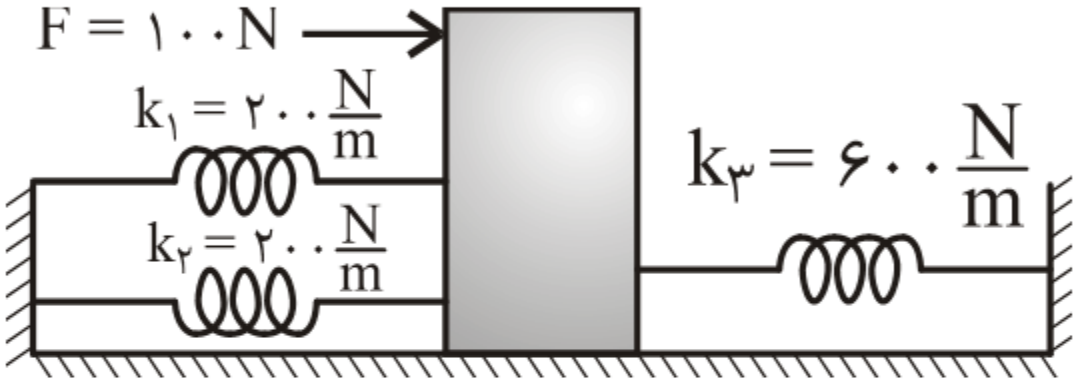
۲) به انتهای دو فنر با جرم ناچیز و ضریب ثابت $k_1 = ۵۰ \frac{N}{m}$, $k_2 = ۱۰۰ \frac{N}{m}$ مطابق شکل، جسمی به وزن ۲ نیوتن آویزان می‌کنیم. مجموع افزایش طول فنرها چند سانتی‌متر است؟ **(آزاد ریاضی- ۱۳۷۲)**



۱) ۱/۳ ۲) ۳

۳) ۶ ۴) ۴

۳) در شکل مقابل، تغییر مکان نقطه اثر نیروی $F = ۱۰۰N$ چند سانتی‌متر است؟



۱) ۱۲

۲) ۱۴/۲

۳) ۴۱/۲

۴) ۱۰

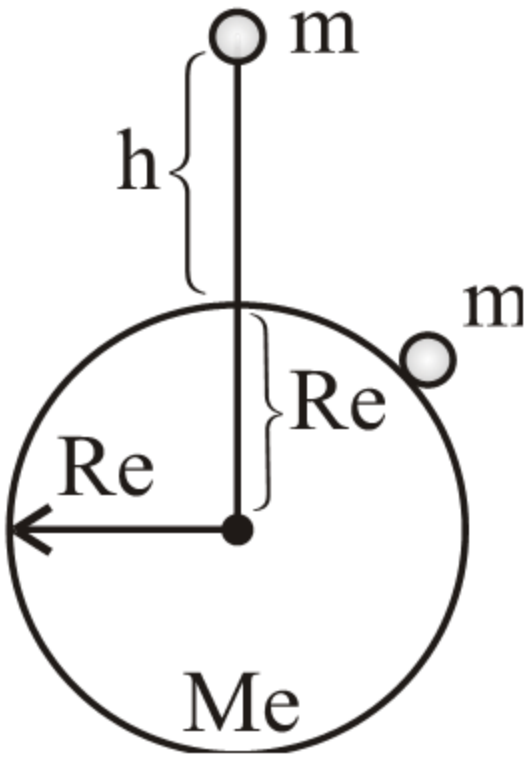
۲- **نیروی گرانش:** دو جسم به جرم های m_1 و m_2 که فاصله ی مراکزشان r است نیروی جاذبه ای بر هم وارد می کنند که از رابطه ی زیر به دست می آید.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \begin{matrix} \rightarrow kg \\ \rightarrow m^2 \end{matrix} \quad \leftarrow N \qquad ; \quad G = 6/67 \times 10^{-11}\ \frac{N - m^2}{kg^2}$$

شدت میدان جاذبـــه ی جـــرم m در فاصـــله ی r از آن، نیرویی است که به واحد جرم در آن فاصله وارد می کنـــد.

$$\frac{N}{kg}=\frac{m}{s^{۲}} \leftarrow \boxed{g=G\frac{m}{r^{۲}}};G=۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\frac{N-m^{۲}}{kg^{۲}}$$

نیروی وزن: نیرویی است که از طرف کره ی زمین به جسم وارد می شود. نیروی وزن یک جسم در سطح زمین و در فاصله h از سطح زمین و همین طور شدت میدان جاذبه در آن دو نقطه از روابط زیر بدست می آید.


m
h
m
Re
Re
Me

وزن جسم در سطح زمین $W_o = G\frac{Me.m}{R_e^2}$

شدت جاذبه در سطح زمین $g_o = \frac{GMe}{R_e^2}$

$\Rightarrow \boxed{W_o = mg_o}$

وزن جسم در h متری از سطح زمین $W_h = G\frac{Mem}{(R_e + h)^2}$

شتاب جاذبه در h متری از سطح زمین $g_h = \frac{GMe}{(R_e + h)^2}$

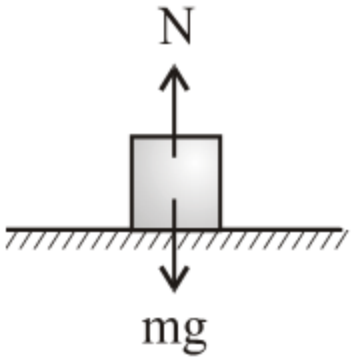
$\Rightarrow \boxed{W_h = mg_h}$

$$\frac{W_{\circ}}{Wh} = \frac{g_{\circ}}{g_h} = \left(\frac{R_e + h}{R_e}\right)^{۲}$$

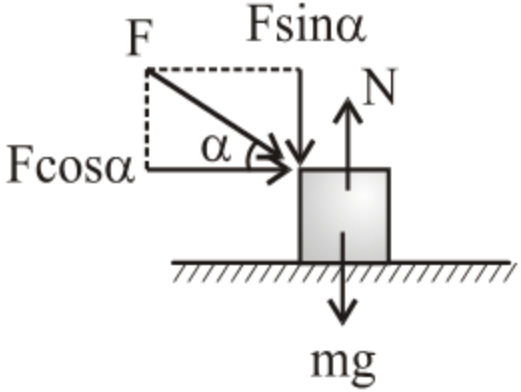
۴) اگر وزن جسمی در نقطه‌ی A که در ارتفاع h از سطح زمین قرار دارد، نصف وزن جسم در سطح زمین باشد، h چه کسری از شعاع کره‌ی زمین است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۵

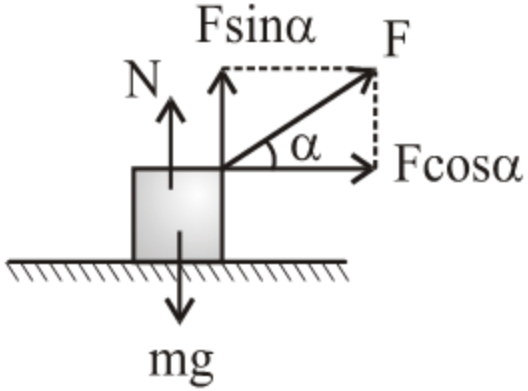
نیروی عمودی سطح: نیرویی است که از طرف سطح به طور عمود بر جسم وارد می شود.



$N = mg$

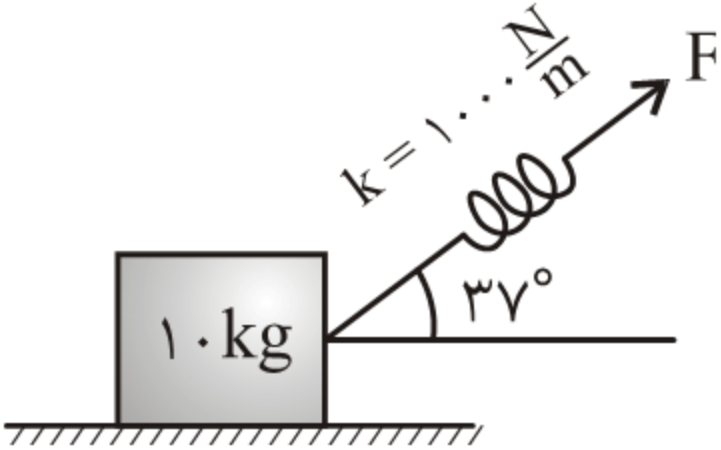


$N = mg + F\sin\alpha$



$N = mg - F\sin\alpha$

۵) در شکل مقابل، نیروی عمودی سطح چند نیوتن است. (تغییر طول فنر نسبت به حالت آزاد ۱۰cm می‌باشد.)



۱) صفر
۲) ۱۰
۳) ۴۰
۴) ۲۰

قانون اول نیوتن: هرگاه برآیند نیروهای وارد بـر جسـمی صفر باشد. اگر جسم ساکن است ساکن مـی مانـد و اگـر حرکت دارد به حرکت مستقیم الخط یکنواخت خود ادامه می دهد.

۶) اسبی با نیروی F، یک گاری را در جاده‌ای مستقیم با سرعت ثابت می‌کشد. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت f باشد، کدام رابطه درست است؟

۱) $F>f$ ۲) $F=f$

۳) $F<f$ ۴) هر سه ممکن است

قانون دوم نیوتن: برآیند نیروهای وارد بر جسم به آن شتابی هم راستا و هم جهت و متناسب با آن می دهد بطوری که شتاب با جرم جسم نسبت معکوس دارد.

$$\sum F = ma$$

- $\sum F$: برآیند نیروها (N)
- m: جرم جسم (kg)
- a: شتاب جسم $(\frac{m}{s^2})$

۷) جسمی به جرم $5kg$ تحت اثر سه نیروی $\vec{F}_1 = -15\vec{i} + 8\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = -21\vec{i} + 19\vec{j}$ و $\vec{F}_3$ قرار گرفته و شتاب $\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$ را پیدا کرده است. اندازه‌ی نیروی $\vec{F}_3$ کدام است؟

(سراسری ریاضی- ۱۳۸۹)

۱) ۴ ۲) ۲۰

۳) ۲۸ ۴) ۴۸

تکانه: کمیتی برداری است. حاصل ضرب جرم در سرعت جسم می باشد. آن را با P نشان می دهیم.

$$kg\frac{m}{s} \leftarrow \boxed{P = mV} \rightarrow \frac{m}{s}$$

جرم جسم (kg)

- تکانه همواره بر مسیر حرکت مماس می باشد. تکانه هم راستا و هم جهت با سرعت است.
- نمودار $P-t$ شبیه به نمودار $V-t$ می باشد.

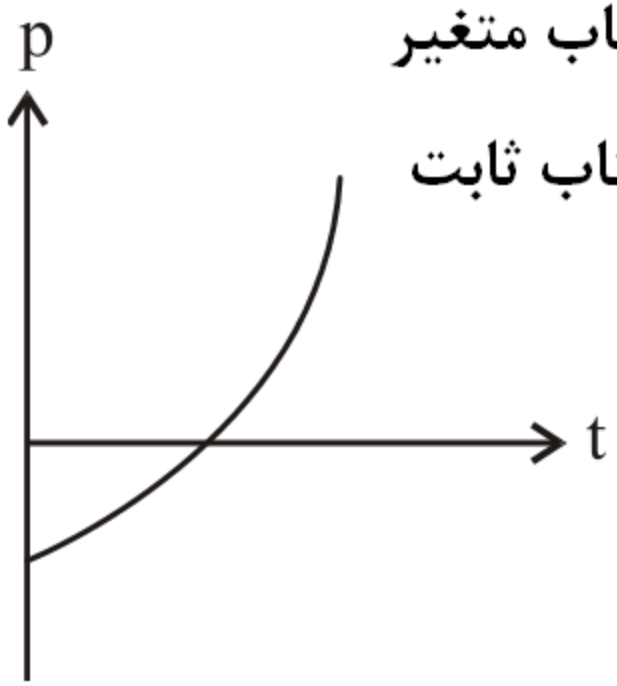
۸) نمودار تکانه- زمان جسمی مطابق شکل مقابل می‌باشد. نوع حرکت متحرک چگونه است؟

۱) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده با شتاب ثابت

۲) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده با شتاب متغیر

۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده با شتاب ثابت

۴) همواره تندشونده با شتاب متغیر



• اگر تغییر تکانه ی جسمی در مدت Δt، $\overrightarrow{\Delta P}$ باشد نیروی متوسطی که در این مدت بر جسم وارد می شود برابر است با:

$$\overline{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

۹) ذره‌ای به جرم m روی محیط دایره‌ای، حرکت یکنواخت با سرعت V دارد. اندازه‌ی تغییر تکانه‌ی ذره در مدتی که $\frac{۳}{۴}$ محیط دایره را طی می‌کند، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور- ۱۳۸۷)

۱) $۲mv$

۲) $\sqrt{۲}\ mv$

۳) $۲\sqrt{۲}\ mv$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\ mv$

- نیروی وارد برجسم در هر لحظه برابر بـا مشـتق معادلـه ی تکانه نسبت به زمان است.

$$F = \frac{dP}{dt}$$ لحظه ای

- هرگاه برآیند نیروهای وارد برجسمی صفر باشـد، تکانـه ی آن ثابت می ماند.

- سطح زیر نمودار $F - t$ برابر با تغییر تکانه ی جسم است.

۱۰) معادله تکانه- زمان ذره‌ای که بر محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $P = t^{۲} - ۲t - ۳$ است. نوع حرکت از لحظه $t = ۰$ تا $t = ۳s$ کدام است؟

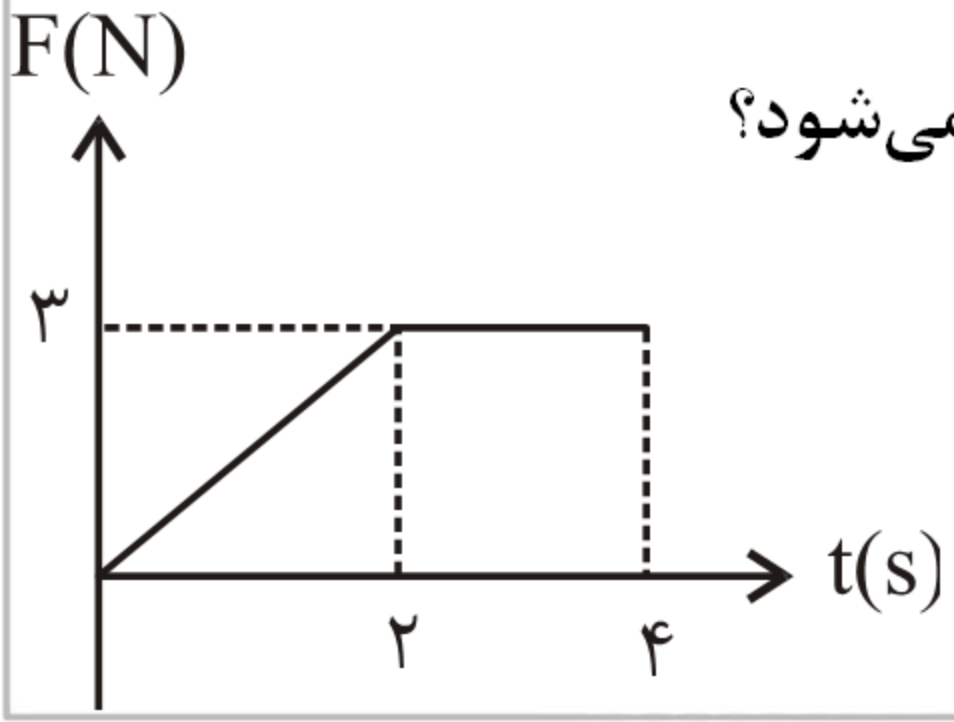
۱) همواره کند شونده

۲) همواره تندشونده

۳) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

۴) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

۱۱)سرعت اولیه‌ی جسمی به جرم $2\ kg$ ، $3\ \frac{m}{s}$ می‌باشد و نیروئی مطابق شکل به آن وارد می‌شود. سرعت جسم در $t = 4s$ چند متر بر ثانیه می‌شود؟



۱) ۶ ۲) ۸

۳) ۷/۵ ۴) ۹

رابطه ی تکانه با انرژی جنبشی:

$$K = \frac{P^{۲}}{۲m}$$

۱۲)اگر انرژی جنبشی جسمی دو برابر شـــود، تکانـــه‌ی آن چند برابر می‌شود؟

۱) ۲

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۴

۴) $\sqrt{۲}$

هرگاه به دو جسم در زمان های مساوی نیروهای یکسانی وارد شود، تغییر تکانه ی آن ها نیز یکسان می شود و در صورتی که در ابتدا تکانه ی دو جسم برابر باشد (مثلاً دو جسم ساکن باشند) در هر لحظه، تکانه ی دو جسم برابر می شود. در این صورت می توان نوشت:

$$\left.\begin{aligned} m_1 V_1 &= m_2 V_2 \\ m_1 x_1 &= m_2 x_2 \\ m_1 a_1 &= m_2 a_2 \end{aligned}\right| \Rightarrow \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{m_1}{m_2}}$$

۱۳)به دو سر فنری دو وزنه به جرم‌های $m_1 = 2kg \ , \ m_2 = 3kg$ می‌بندیم و آن‌ها را از هم دور می‌کنیم و روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار می‌دهیم و رها می‌کنیم. در این صورت نسبت انرژی جنبشی دومی به اولی چیست؟

۱) $\frac{4}{9}$ ۲) $\frac{9}{4}$

۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

قانون سوم نیوتن: هر عمل یک عکس العمل دارد مساوی خود و در خلاف جهت آن. نیروهای عمل و عکس العمل به دو جسم وارد می شوند در نتیجه نمی‌توان برآیندی برای آن ها در نظر گرفت.

نیروی اصطکاک: نیرویی است که از طرف سطح و مماس بر سطح به جسم وارد می شود. عکس العمل آن نیرویی است مماس بر سطح که از طرف جسم به سطح وارد می شود. اگر جسم روی سطح نلغزد، نیروی اصطکاک را ایستایی می-گوییم و آن را با $\mathbf{f_s}$ نشان می دهیم.

در این حالت نیروی اصطکاک از رابطه ی کلی $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ محاسبه می شود. وقتی جسم در آستانه ی لغزش قرار می گیرد، نیروی اصطکاک به بیش ترین مقدار خود می رسد که از رابطه $f_{s\,max} = \mu_s N$ به دست می آید μ_s ضریب اصطکاک ایستایی است که به جنس سطح تماس و میزان صافی و زبری آن بستگی دارد.

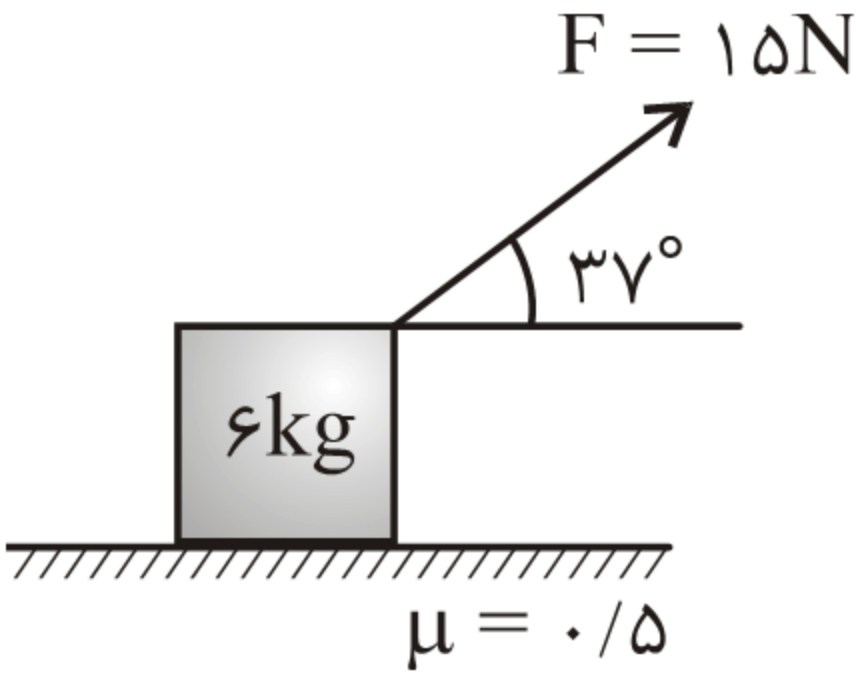
در صورتی که جسم روی سطح بلغـزد، نیـروی اصـطکاک را «جنبشی» می گوییم و آن را با f_k نشان می دهیم مقـدار آن از رابطه ی $f_k = \mu_k N$ محاسبه می‌شود.

نیروی اصطکاک

- جسم روی سطح می لغزد → $f_k = \mu_k N$
- جسم روی سطح نمی لغزد → $0 \le f_s \le f_{smax} = \mu_s N$ $\Rightarrow$

از رابطه ی $\sum F = ma$ محاسبه می شود

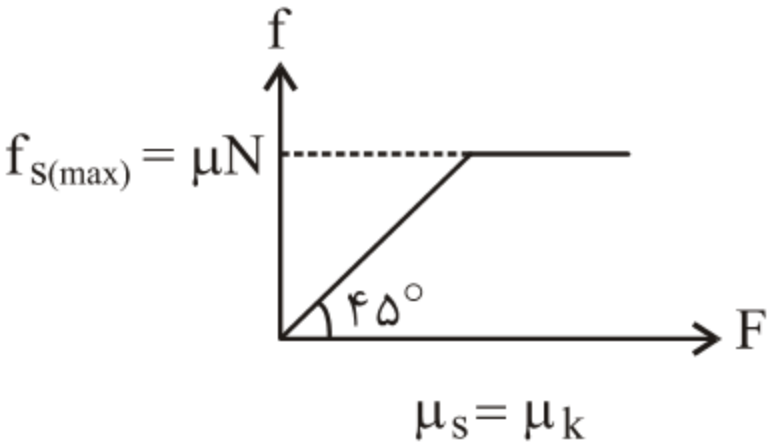
۱۴)در شکل مقابل نیروی اصطکاک بین جسم و سطح چند نیوتن است؟ **(آزاد تجربی- ۱۳۸۰)**

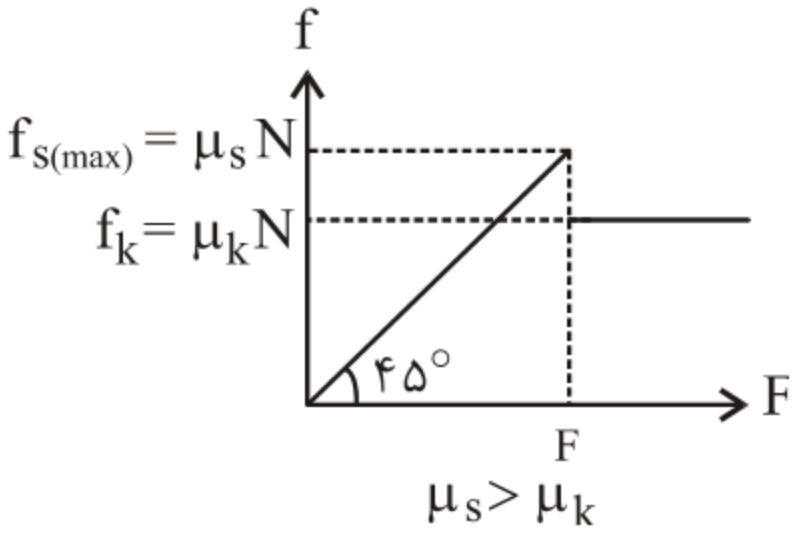


۱) ۱۵ ۲) ۳۰

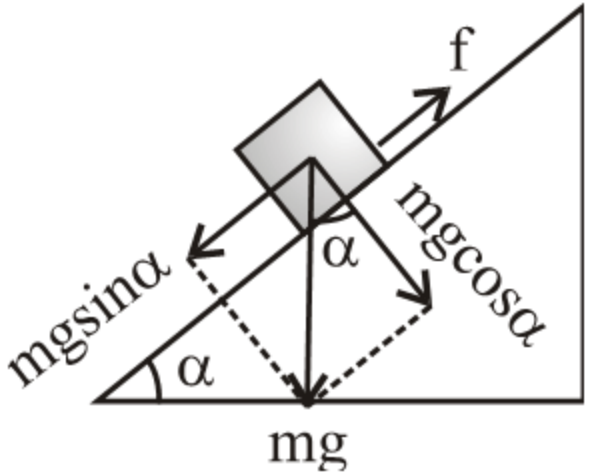
۳) ۱۲ ۴) ۲۵/۵

نمودار نیروی اصطکاک برحسب نیـــروی محـــرک در امتـــداد سطح (F) به شکل زیر است.





اصطکاک روی سطح شیب دار: جسمی به جرم **m** را روی سطح شیب دار به زاویه ی α قرار می دهیم نیروی اصطکاک از روابط زیر به دست می آید.



$$f_s = mg\sin\alpha \Leftrightarrow \mu_s > tg\alpha$$

$$f_s = \mu_s mg\cos\alpha = mg\sin\alpha \Leftrightarrow \mu_s = tg\alpha$$

$$f_k = \mu_k mg\cos\alpha = mg\sin\alpha \Leftrightarrow \mu_k = tg\alpha$$

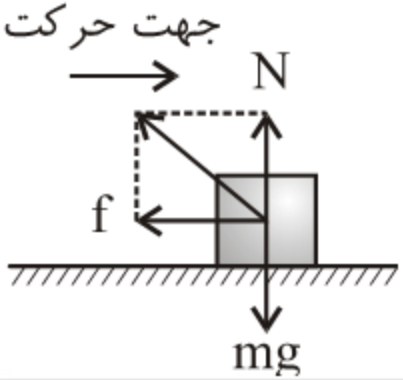
$$f_k = \mu_k mg\cos\alpha \Leftrightarrow \mu_k < tg\alpha$$

حرکت جسم روی سطح افقی بدون اعمال نیرو: جسمی به جرم m را با سرعت V_0 روی یک سطح افقی پرتاب می کنیم. شتاب حرکت جسم، زمانی که در راه است تا توقف کند و طول خط ترمز (مسافتی که طی می کند تا بایستد.) از روابط زیر به دست می آید.

$$\boxed{a = -\mu_k g} \Rightarrow \boxed{t_{\text{توقف}} = \frac{V_0}{\mu_k g}} \Rightarrow \text{طول خط ترمز } x = \frac{V_0^2}{2\mu_k g}$$

•شتاب حرکت جسم روی سطح افقی بدون اعمال نیروی خارجی به جرم جسم بستگی ندارد و با ضریب اصطکاک سطح متناسب است.

نیروی عکس العمل سطح (واکنش سطح): نیرویی است که از طرف سطح به جسم وارد می شود (**R**) .دو مؤلفه دارد. یکی عمود بر سطح (**N**) و دیگری در امتداد سطح (اصطکاک **f**) .و از رابطه ی زیر به دست می آید.



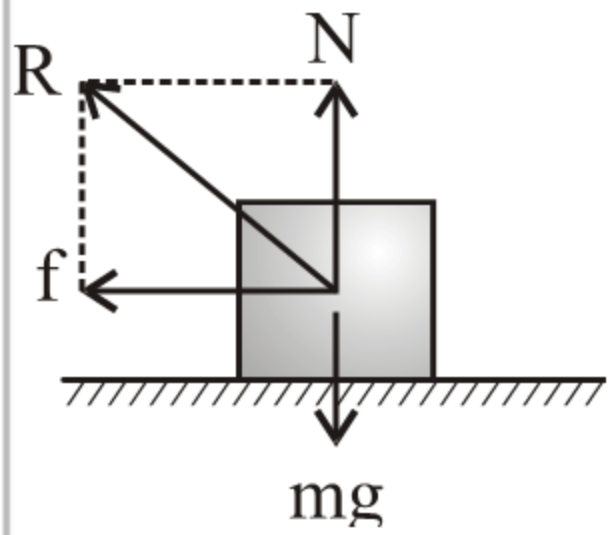
$$R = \sqrt{f^2 + N^2}$$

۱۵)جسمی به جرم mرا با سرعت $72\ \frac{km}{h}$ روی سطح افقی پرتاب می‌کنیم. پس از آن‌که جسم به اندازه‌ی $75\ m$روی سطح جابه‌جا شد، سرعتش به $10\ \frac{m}{s}$ می‌رسد. ضریب اصطکاک سطح چیست؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲

۳) ۱ ۴) ۲

نیروی واکنش سطح (نیروی سطح): نیروئی است که از طرف سطح به یک جسم وارد می‌شود. دو مولفه دارد. یکی عمود بر سطح و دیگری در امتداد سطح که همان نیروی اصطکاک می‌باشد. در حالت کلی نیروی سطح از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:



$$R=\sqrt{f^2+N^2} \xrightarrow[f=\mu N]{\text{اگر جسم در حرکت باشد}}$$

$$R=\sqrt{(\mu N)^2+N^2} \Rightarrow \boxed{R=N\sqrt{\mu^2+1}}$$

۱۶) بر جسمی به جرم $4\ kg$ نیروی افقی $30N$ وارد می‌شود. این جسم با سرعت ثابت روی یک سطح افقی حرکت دارد. نیروئی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود چند نیوتن است؟ **(سراسری ریاضی- ۱۳۷۷)**

۱) صفر ۲) ۴۰

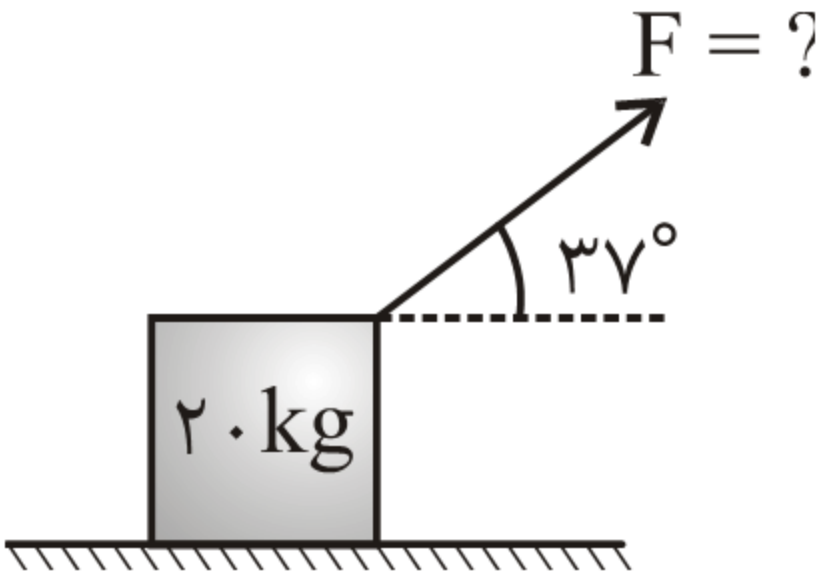
۳) ۵۰ ۴) ۷۰

برای حل مسائل دینامیک پس از رسم شکل و نیروهای وارد برجسم، نیروها را به دو مولفه در امتداد حرکت و عمود بر آن تجزیه می کنیم و مقادیر مولفه ها را به دست می آوریم. سپس معادله نیوتن ($\sum \mathbf{F} = \mathbf{ma}$) در این دو امتداد را می نویسیم و آن ها را در یک دستگاه حل می کنیم.

۱۷)در شکل زیر،شتاب حرکت جسم $\frac{m}{s^2}$ ۰/۵ و نیـــــروی اصطکاک ۸N است. F برابر چند نیوتن است؟

۱) ۲۷/۵ ۲) ۱۵

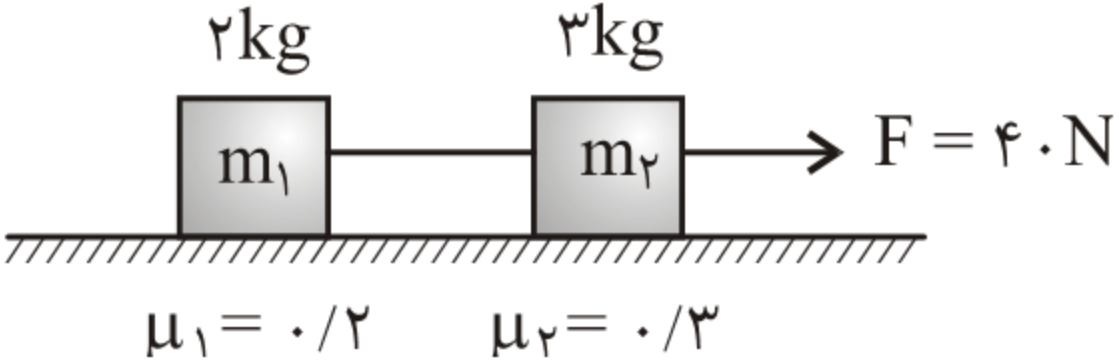
۳) ۲۲/۵ ۴) ۳۰

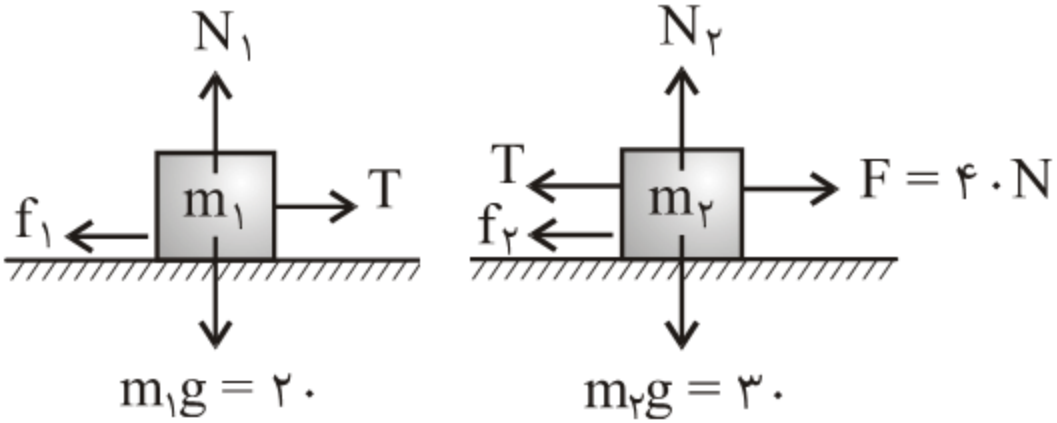


کشش نخ: نیرویی است که به نخ پاره شده وارد می شود تا جسم وضع سابق خود را حفظ کند. در امتداد نخ به جسم وارد می شود و نوک پیکان آن به طرف بیرون جسم است.

کشش نخ بدون جرم در طرفین قرقره ی بدون اصطکاک برابر است.

۱۸) در شکل مقابل، کشش نخ را به دست آورید؟





$$\text{برای } m_1 \begin{cases} \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 20, f_1 = \mu_1 N_1 = 0/2 \times 20 = 4N \\ \Sigma F_x = ma \Rightarrow T - 4 = 2a \ (A) \end{cases}$$

$$\text{برای } m_2 \begin{cases} \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 = 30, f_2 = \mu_2 N_2 = 0/3 \times 30 = 9N \\ \Sigma F_x = ma \Rightarrow 40 - T - 9 = 3a \ (B) \end{cases}$$

$$T = 14/8N$$

$$\Rightarrow a = 5/4 \frac{m}{s^2}$$

نکته:

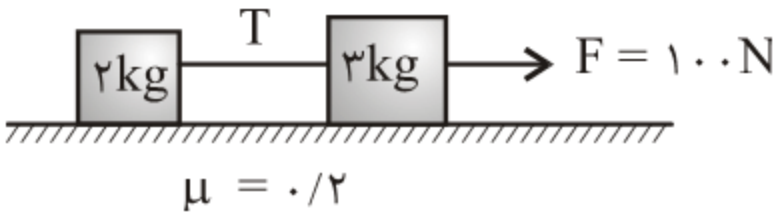
اگر

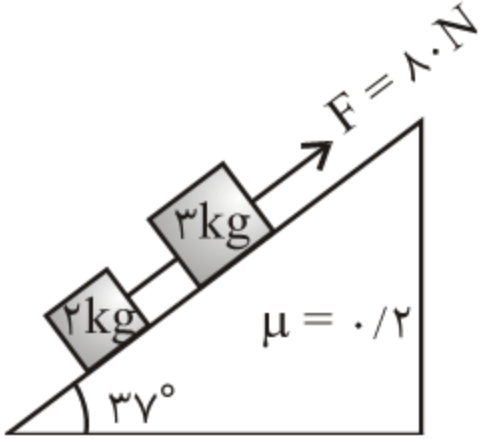
۱- نیروی F در امتداد سطح باشد

۲- ضریب اصطکاک کلیه سطوح یکسان باشد

۳- اجسام در حال لغزش و یا در آستانه لغزش باشند می توان به کمک تناسب نیروی کشش نخ را به دست آورد.

۱۹)در شکل های زیر نیروی کشش نخ چیست؟





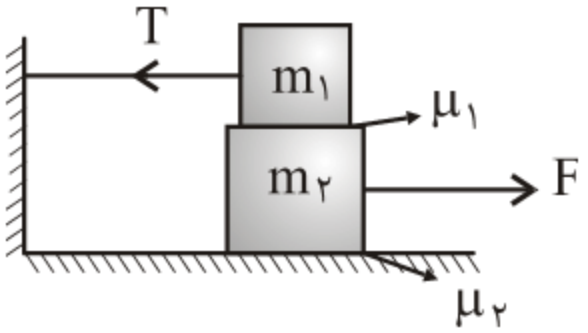
۵kg ۱۰۰N

۲kg T = ۴۰N

۵kg ۸۰N

۲kg T = ۳۲N

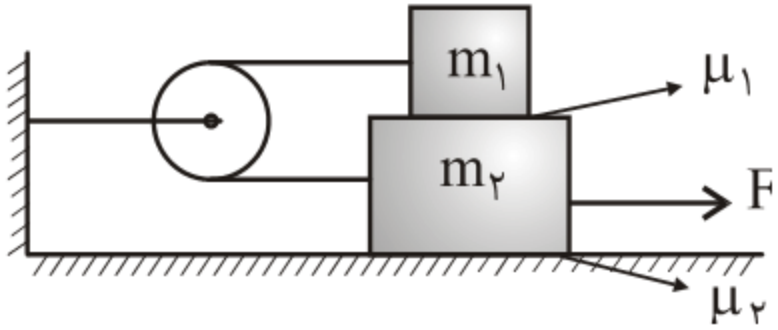
روابطی برای محاسبه حداقل F برای کشیدن وزنه‌ی زیری در شکل‌های زیر ارائه شده است:



$$T = f_1 = \mu_1 m_1 g$$

$$F = f_1 + f_2 =$$

$$\mu_1 m_1 g + \mu_2 (m_1 + m_2) g$$

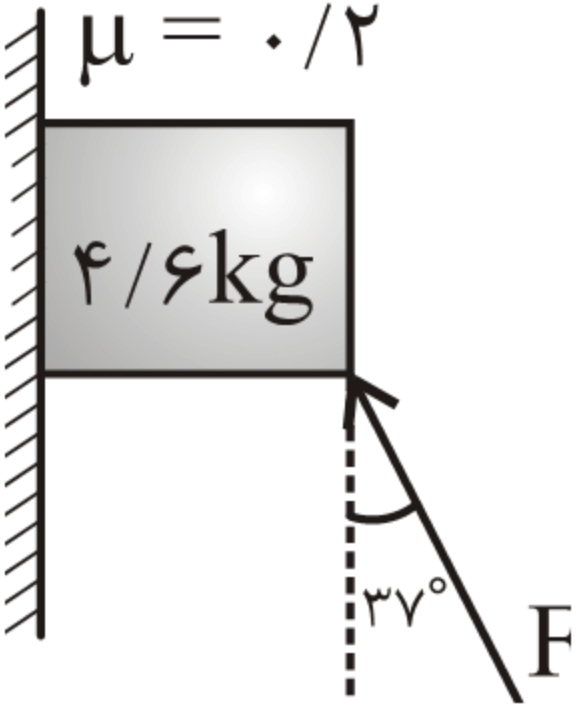


$$T = f_1 = \mu_1 m_1 g$$

$$F = 2f_1 + f_2 =$$

$$2\mu_1 m_1 g + \mu_2 (m_1 + m_2) g$$

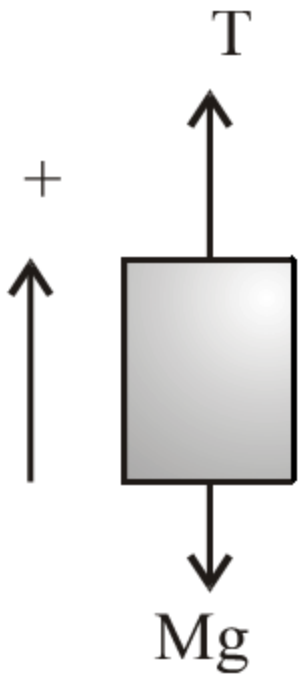
۲۰)در شکل مقابل حداقل F چند نیوتون باشد تا جسم سر نخورد؟



۱) ۴۰
۲) ۴۶
۳) ۵۰
۴) ۶۰

آسانسور

الف) آسانسور بالا می رود



$$\sum F_y = ma \Rightarrow T - mg = Ma$$

$$\boxed{\vec{T} = M(\vec{g} + \vec{a})}$$

وزن ظاهری جسمی به جرم m درون آسانسور نیز از رابطه ی زیر بدست می آید.

$$\overrightarrow{W'} = m(\vec{g} + \vec{a})$$

۱) اگر آسانسور تندشونده بالابرود، $a > 0$ و $W' > W$ می باشد.

۲) اگر آسانسور یکنواخت بالابرود، $a = 0$ و $W' = W$ می باشد.

۳) اگر آسانسور کندشونده بالابرود، $a < 0$ و $W' < W$ می باشد.

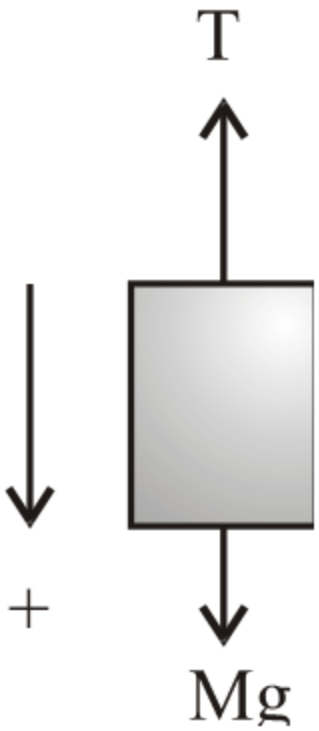
وزن ظاهری جسمی به جرم m درون آسانسور نیز از رابطه ی زیر بدست می آید. $\overrightarrow{W'} = m(\vec{g} - \vec{a})$

۱) اگر آسانسور تندشونده پایین بـــرود، $a > 0$ و $W' < W$ مـــی باشد.

۲) اگر آسانسور یکنواخت پایین بـــرود، $a = 0$ و $W' = W$ مـــی باشد.

۳) اگر آسانسور کندشـــوندپایین بـــرود، $a < 0$ و $W' > W$ مـــی باشد.

ب) آسانسور پایین می رود



$$\sum F_y = ma \Rightarrow mg - T = Ma$$

$$\boxed{\vec{T} = M(\vec{g} - \vec{a})}$$

* بنابراین اگر شتاب آسانسور روبه بالا باشـــد $W' > W$ و

اگر رو به پایین باشد$W' < W$ می باشد.

۲۱)شخصی به وزن $۶۰۰N$ درون آسانسوری، روی یک ترازوی فنری ایستاده است و ترازو عدد $۴۸۰N$ را نشان می‌دهد. شتاب آسانسور چند متر بر مجذور ثانیه و به کدام جهت است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۱۳۸۶)

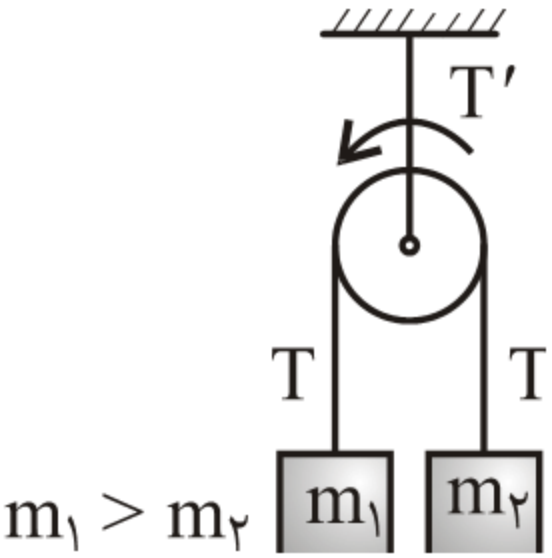
۱) ۲، پائین

۲) ۲، بالا

۳) $\frac{۱}{۲}$ ، پائین

۴) $\frac{۱}{۲}$ ، بالا

ماشین آتوود: در صورتی که $m_1 > m_2$ و دستگاه از حال سکون به حرکت در آید و از جرم قرقره و اصطکاک ها صرف نظر شود شتاب، کشش نخ طرفین قرقره و بالای قرقره از روابط زیر به دست می آید.



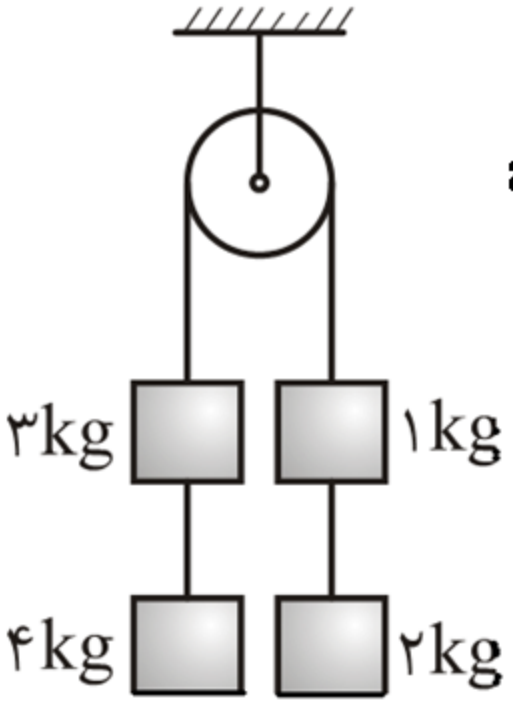
$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$T = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$T' = 2T$$

اگر در هر طرف قرقره دو یا چند جسم داشته باشیم روابط فوق صادق است. در این حالت مجموع جرم یک طرف را m_1 و طرف دیگر را m_2 در نظر می‌گیریم. کشش نخ بدست آمده، کشش نخ طرفین قرقره می باشد.

۲۲) در شکل مقابل شتاب حرکت وزنه ها و کشش نخ طرفین قرقره چیست؟

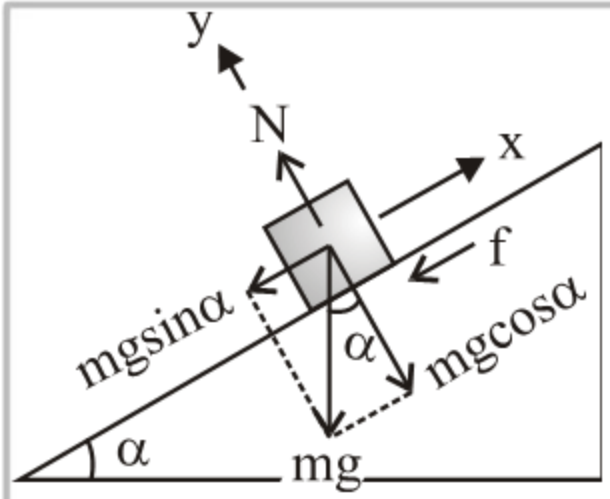


$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{(۴+۳)-(۱+۲)}{۴+۳+۱+۲} \times ۱۰ = ۴ \frac{m}{s^2}$$

$$T = \frac{۲m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{۲ \times (۴+۳)(۱+۲)}{(۴+۳)+(۱+۲)} \times ۱۰ = ۴۲N$$

سطح شیب دار: از پایین سطح شیب داری به زاویه ی α جسمی به جرم m را با سرعت اولیه V_0 به بالا پرتاب می کنیم جدول زیر شتاب در رفت و برگشت و همچنین زمان توقف و مسافت طی شده تا توقف در رفت را نشان می دهد.

شتاب در رفت:



$$\sum F_y = 0 \rightarrow N = mg\cos\alpha$$

$$f = \mu mg\cos\alpha$$

$$\sum F_x = ma \rightarrow -mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma$$

$$a = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

زمان توقف $t_s = \dfrac{V_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

طول خط ترمز $x_s = \dfrac{V_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

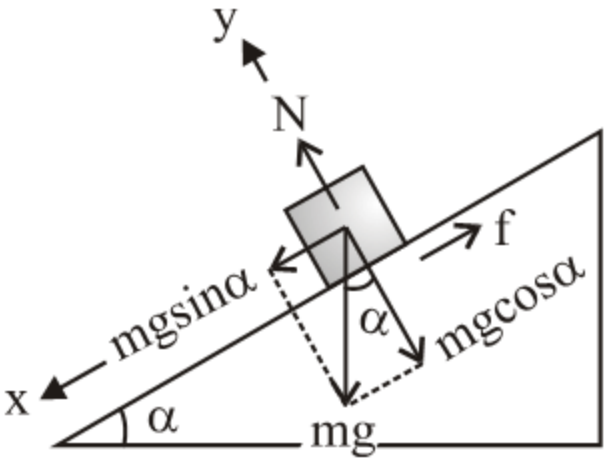
شتاب در برگشت:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N = mg\cos\alpha$$

$$f = \mu mg\cos\alpha$$

$$\sum F = ma \rightarrow mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma$$

$$\boxed{a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$$



اندازه ی شتاب در رفت بیش تر از برگشت و زمان رفت کم تر از زمان برگشت می باشد.

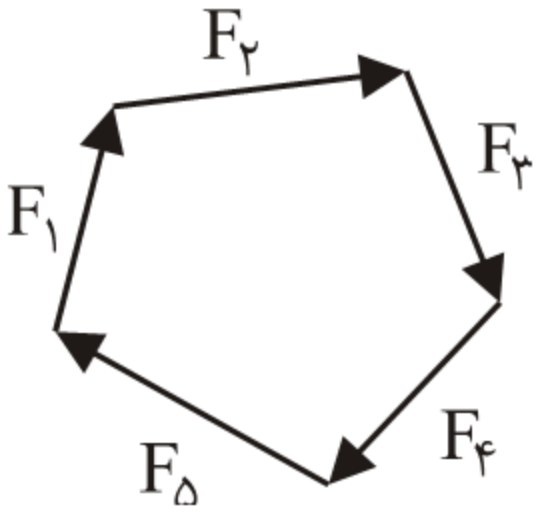
از پایین سطح شیب داری به زاویه ی 45° گلوله ای که ضریب اصطکاکش با سطح $\mu = 1/4$ است را با سرعت $12\frac{m}{s}$ به طرف بالا پرتاب می کنیم گلوله چه مسافتی برحسب متر روی سطح بالا می رود و با چه شتابی برحسب $\frac{m}{s^2}$ به پایین برمی گردد؟

حل:

$$x = \frac{V_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{12^2}{2\times 10(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1/4\times\frac{\sqrt{2}}{2})} = 3\sqrt{2}m$$

چون $\mu = 1/4 > tg45 = 1$ می باشد پس جسم به پایین برنمی گردد و شتاب در برگشت صفر می شود.

تعادل: جسمی در حال تعادل است که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. در این صورت نیروها تشکیل یک کثیرالاضلاع می دهند. برآیند یک دسته از نیروها قرینه ی برآیند دسته باقی مانده می شود.



$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} + \vec{F_5} = 0$$

$$(\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}) = -(\vec{F_4} + \vec{F_5})$$

در این صورت اگر یک دسته از نیروها حذف شود، انـــدازه ی برآیند دسته باقیمانده اندازه ای برابر با اندازه ی برآیند نیروهای حذف شده دارد.

۲۳)جسمی به جرم $2kg$ تحت اثر نیروهایی با اندازه های $10N$ و $20N$ و $30N$ و $40N$ در حال تعادل است. اگر نیروی ۳۰ نیوتنی حذف شود جسم با چه شتابی حرکت می کند؟

حل: با حذف نیروی ۳۰ نیوتنی، اندازه ی برآیند نیروهای باقیمانده $30N$ می شود

$$\sum F = ma \Rightarrow 30 = 2a \rightarrow a = 15\,\frac{m}{s^2}$$

* در صورتی که به جسم در حال تعادل سه نیرو وارد شده باشد، آن سه نیرو تشکیل یک مثلث می دهند. در این حالت اندازه ی هر نیرو از جمع اندازه ی نیروهای دیگر کوچک تر یا مساوی و از تفاضل اندازه ی نیروهای دیگر بزرگ تر یا مساوی می باشد.

۲۴)برآیند کدام دسته از نیروهای با اندازه های زیر می تواند صفر باشد؟

۱) ۲ و ۴ و ۷ ۲) ۳ و ۴ و ۸

۳) ۵ و ۶ و ۹ ۴) ۲ و ۵ و ۸

حرکت دایره ای: حرکتی است که متحرک بر مسیر دایره انجام می دهد.

سرعت زاویه ای متوسط و لحظه‌ای: زاویه ای است که متحرک در واحد زمان طی می کند.

$$\frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \boxed{\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}} \begin{matrix} \rightarrow \text{rad} \\ \rightarrow \text{s} \end{matrix} \qquad \boxed{\bar{\omega} = \frac{d\theta}{dt}}$$

سرعت زاویه ای متوسط و لحظه‌ای: زاویــه ای اســت کــه متحرک در واحد زمان طی می کند.

$$\frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \boxed{\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}} \begin{matrix} \rightarrow \text{rad} \\ \rightarrow \text{s} \end{matrix}$$

$$\boxed{\bar{\omega} = \frac{d\theta}{dt}}$$

۲۵)معادله ی زاویه ی پیموده شده در یک حرکت دایــره ای به صورت $\theta = t^{۳} + ۲t + ۱$ بدست آورید:

۱) سرعت زاویه ای متوسط در دو ثانیه‌ی اول

۲) سرعت زاویه ای در $t = ۲$

$$۱)\ \bar{\omega} = \frac{\theta_{۲} - \theta_{۱}}{۲ - ۰} = \frac{(۲^{۳} + ۲\times ۲ + ۱) - (۱)}{۲} = ۶\,\frac{rad}{s}$$

$$۲)\ \omega = \frac{d\theta}{dt} = ۳t^{۲} + ۲ \xrightarrow{t=۲} \omega_{۲} = ۳\times ۲^{۲} + ۲ = ۱۴\,\frac{rad}{s}$$

حرکت دایره ای یکنواخت: حرکتی است که با سرعت زاویه ای ثابت انجام می شود در این حرکت سرعت زاویه ای متوسط و لحظه ای برابرند معادله ی آن به صورت مقابل است.

$$\theta = \omega t + \theta_{\circ}$$

دوره: مدت زمانی است که متحرک یک دور کامل دایره را طی می کند (T) واحد آن ثانیه است.

بسامد: تعداد دورها در واحد زمان می باشد (f) واحد آن هرتز است.

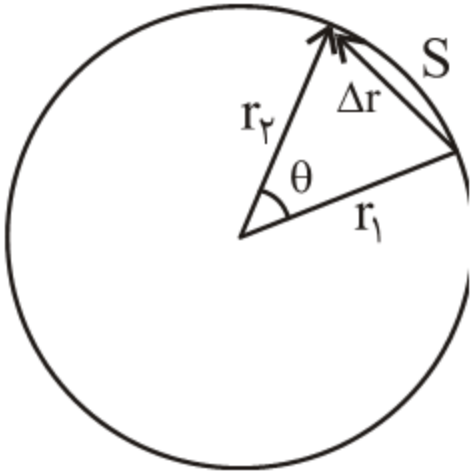
دور ۱ ثانیه T

$$۱ \quad f \Rightarrow \boxed{f = \frac{۱}{T}}$$

۲π رادیان T ثانیه

$$۱ \quad \omega \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{۲\pi}{T} = ۲\pi f}$$

سرعت خطی در حرکت دایره ای: در مدتی کـه متحـرک زاویه ی θ را می پیماید طول قوس طی شده S می باشد.



طول قوس	زاویه ی طی شده
$۲\pi R$	۲π
$s \Rightarrow \boxed{s = R\theta}$	θ

طرفین رابطه را به Δt (زمان جابه جایی) تقسیم می کنیم.

در حد وقتی Δt به سمت صفر میل کند طول قوس به سمت جابه جایی میل می کند.

$$|\bar{V}| = \lim_{\Delta t \to 0} \left| \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} R \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{V = R\omega}$$

۲۶)طول عقربه‌ی دقیقه شمار یک ساعت، ۲ برابر طول عقربه‌ی ساعت شمار آن است. نسبت سرعت خطی نوک عقربه‌ی دقیقه‌شمار به سرعت نوک عقربه‌ی ساعت‌شمار آن چیست؟

۱) ۶ ۲) ۱۲

۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) ۲۴

شتاب در حرکت دایره ای یکنواخت: سرعت همواره مماس بر مسیر حرکت می باشد و در این نوع حرکت راستای آن تغییر می کند. در نتیجه‌ی تغییر بردار سرعت، حرکت شتاب دار است این شتاب در امتداد شعاع و به طرف مرکز دایره می باشد که به آن شتاب مرکزگرا می گوییم.

$$a = \frac{V^2}{R} = R\omega^2 = V\omega$$

۲۷)اگر در یک حرکت دایره‌ای یکنواخت، شعاع انحنای مسیر و سرعت خطی متحرک ۲ برابر شود، شتاب مرکزگرا چند برابر می‌شود؟ **(سراسری تجربی- ۱۳۸۸)**

۱) ۰/۵ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۴

نیروی مرکزگرا: عامل دوران یک جسم روی مسیر دایره، نیرویی در امتداد شعاع و به طرف مرکز دایره است که بـــه آن نیروی مرکزگرا می گوییم:

$$F = m\frac{V^2}{R} = mR\omega^2 = mV\omega$$

•برای حل مسئله ی دینامیک در حرکت دورانی پس از رسم شکل و نیروهای وارد برجسم، نیروها را به دو مولفه در امتداد شعاع و عمود به آن تجزیه می کنیم. سپس جهت مثبت در امتداد شعاع را به طرف مرکز دایره در نظر می گیریم و برآیند نیروهای مرکزگرا را محاسبه کرده آن ها را برحسب شرایط برابر $\frac{mV^2}{R}$ یا $mR\omega^2$ قرار می دهیم.

۲۸) یک صفحه‌ی افقی دوار در هر دقیقه ۱۵ دور می‌چرخد. اگر حداکثر فاصله‌ی سکه‌ای که روی صفحه قرار دارد از محور آن ۲ متر باشد، سکه نمی‌لغزد. ضریب اصطکاک ایستایی بین صفحه و سکه چه‌قدر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2}, \pi^2=10)$

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۱۳۸۶)

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۸ ۴) ۱/۰

۲۹)سطلی پر از آب به طنابی بسته شده و روی دایره‌ای به شعاع ۹۰cm در سطح قائم می‌چرخد. کم‌ترین سرعت در بالاترین نقطه‌ی مسیر چند متر بر ثانیه باشد تا آب سطل نریزد؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)

(سراسری تجربی خارج از کشور- ۱۳۸۶)

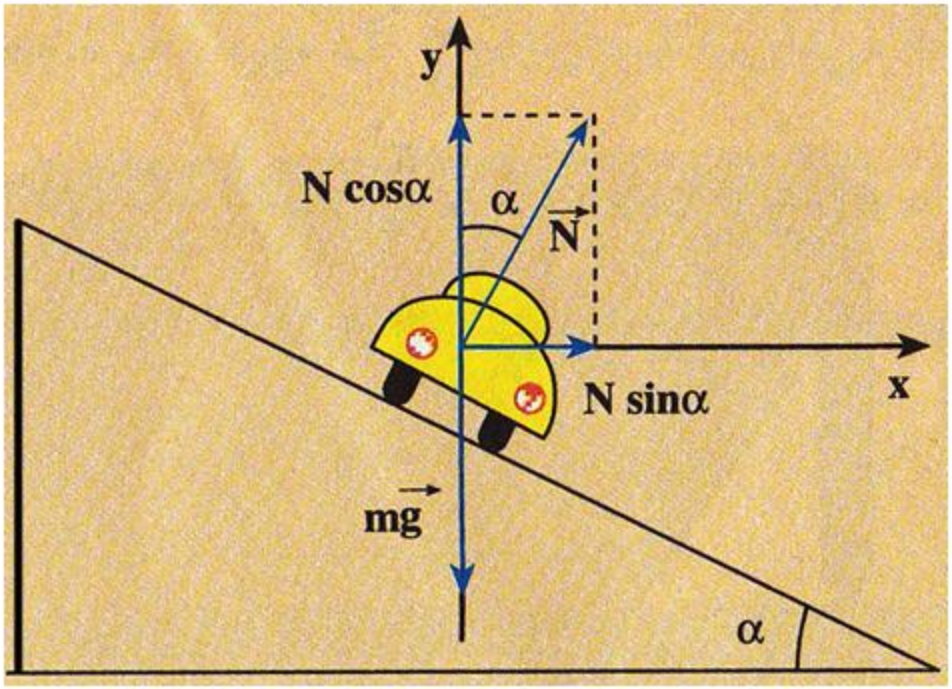
۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۶ ۴) ۹

۳۰) اتومبیلی جاده‌ای به شیب عرضی ϕ را به‌طور یکنواخت با سرعت مجاز دور می‌زند. اگر بزرگی نیروی عمود از جاده به اتومبیل N و وزن اتومبیل w باشد، کدام گزینه صحیح است؟ (اصطکاک ناچیز است.)

۱) $N = w$ ۲) $N = w\cos\phi$

۳) $N > w$ ۴) $N < w$



$$\left.\begin{aligned} N\sin\alpha &= \frac{mV^2}{R} \\ N\cos\alpha &= mg \end{aligned}\right| \Rightarrow \tan\alpha = \frac{V^2}{Rg} = \frac{a}{g}$$