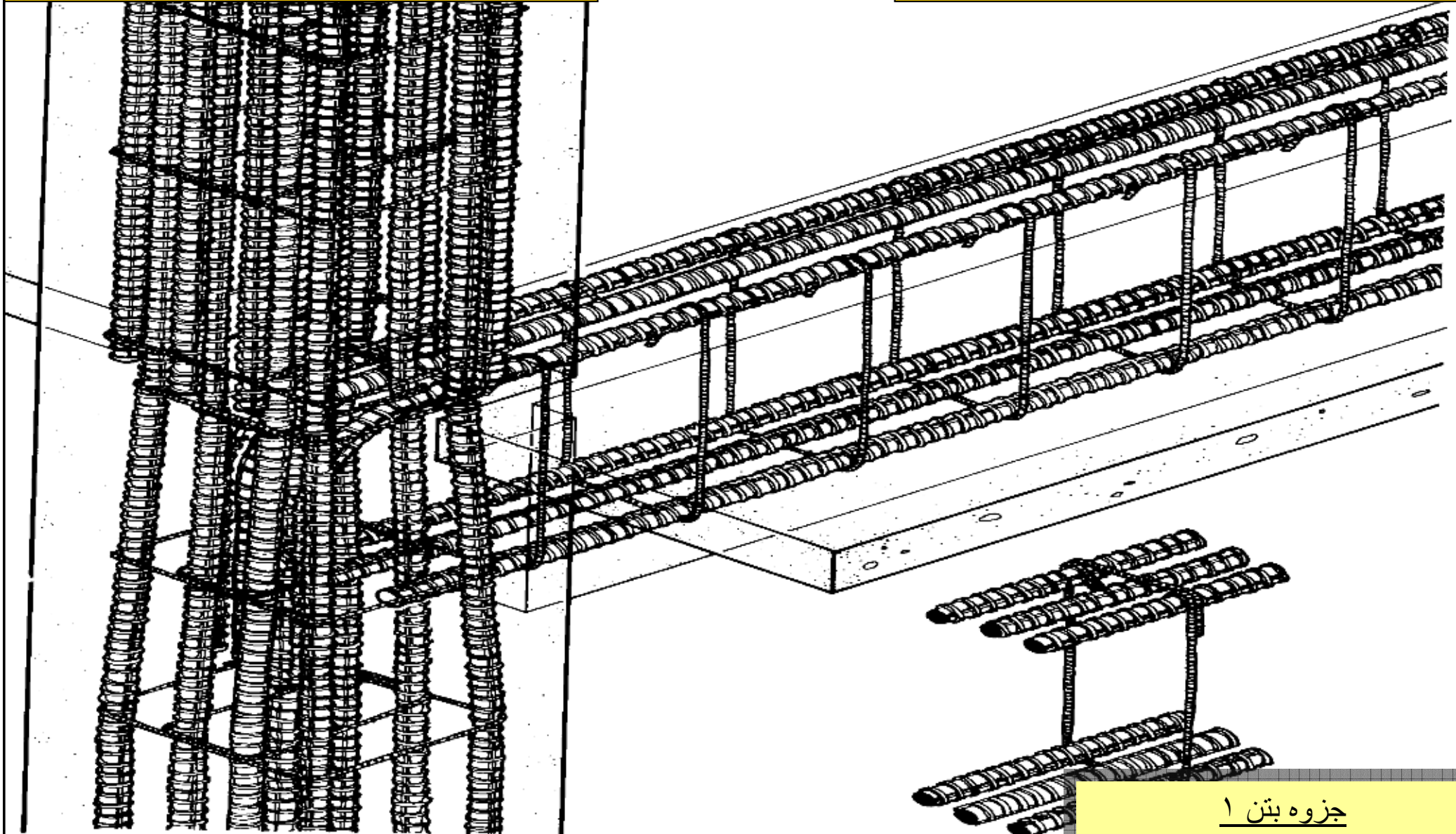
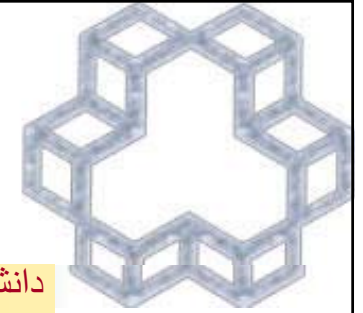


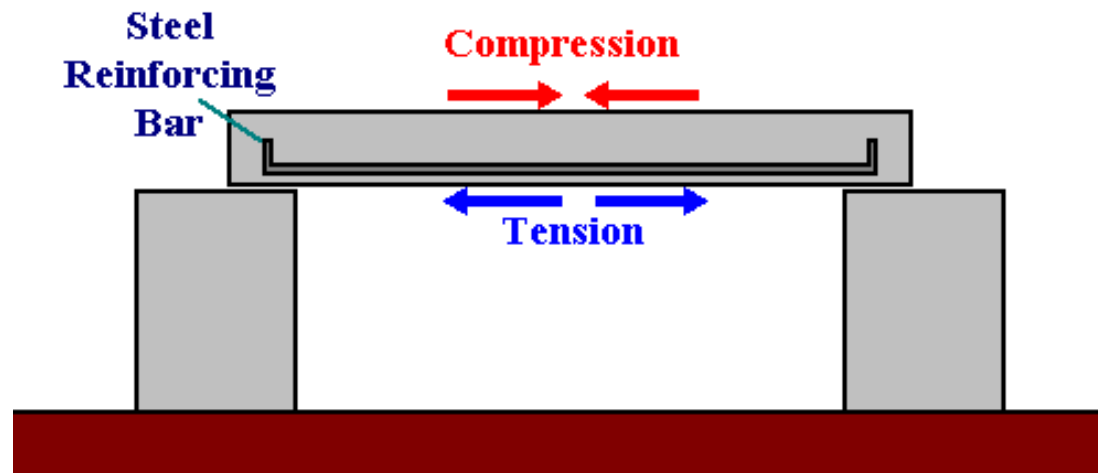
مراحلی برای خمش



جزوه بتن ۱

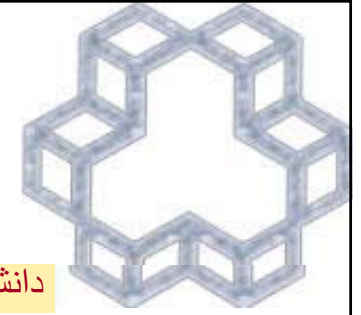


Reinforcing a Concrete Beam

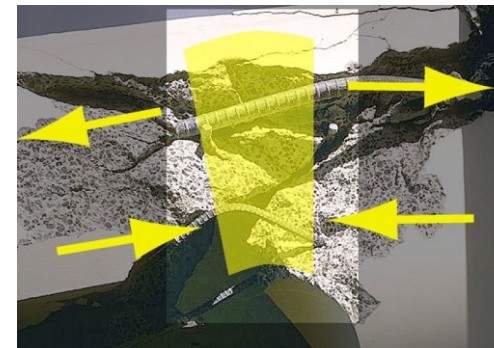
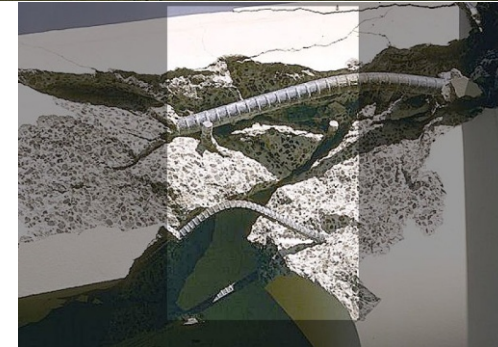
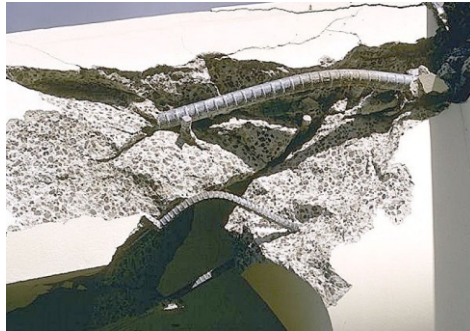


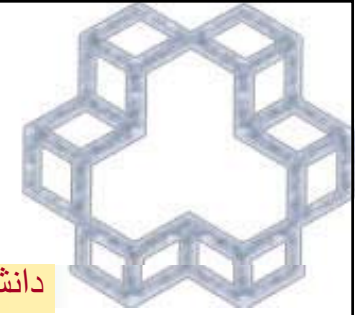
مقاومت مقطع مستطیلی در خمش

- انتقال بار از دالها به تیر
- رفتار تیر بتن مسلح
- لنگر مقاوم تیر مسلح تحت کشش
- ماکزیمم و مینیمم میلگردهای تسلیح
- طراحی تیر تحت کشش



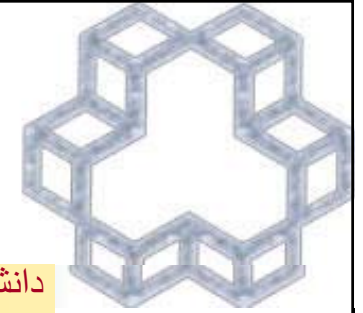
نمونه هایی از شکست خمشی





شکست برشی



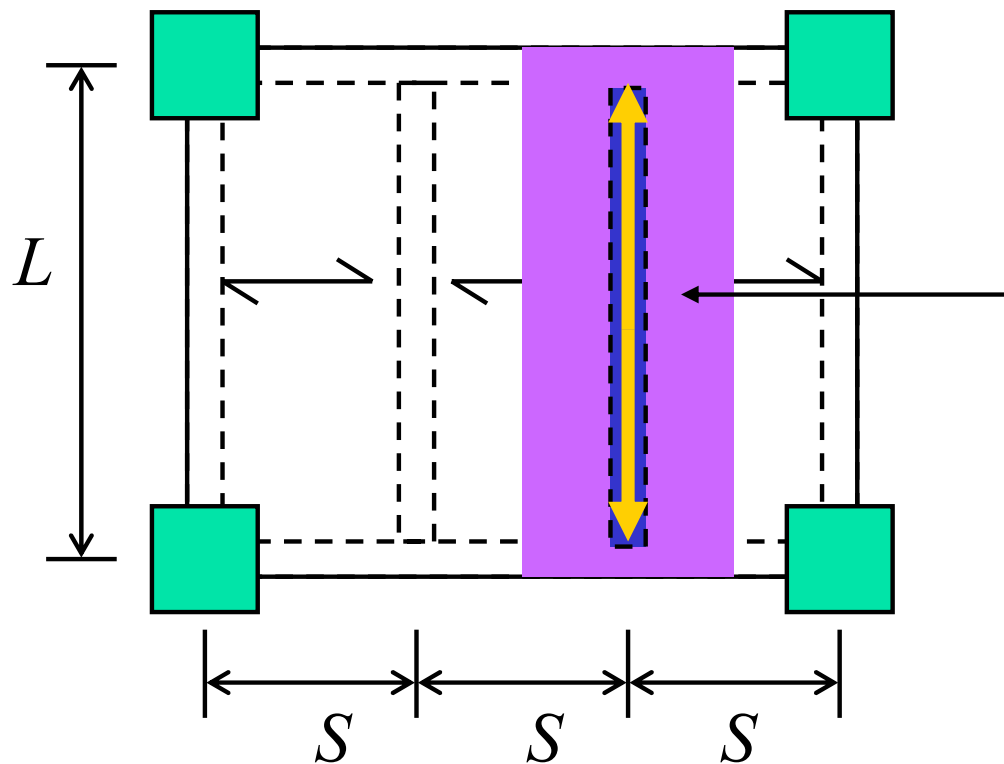


بار انتقال یافته به تیر از دال یکطرفه

دال هایی با نسبت $m = S/L < 0.5$

دال یک طرفه:

دالهایی که تنها روی دو لبه مقابل تکیه دارند و بارهای وارده در امتداد ضلع کوچکتر منتقل می شوند.



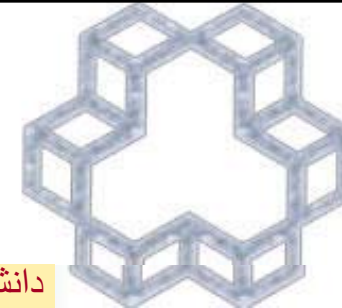
$S =$ فاصله در جهت کوتاه

$L =$ فاصله در جهت بلند

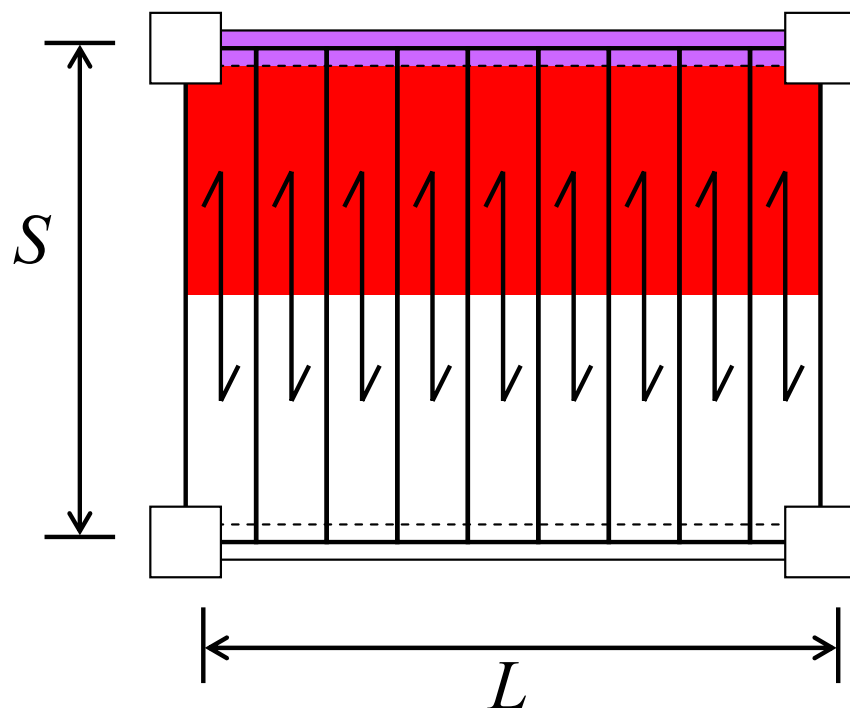
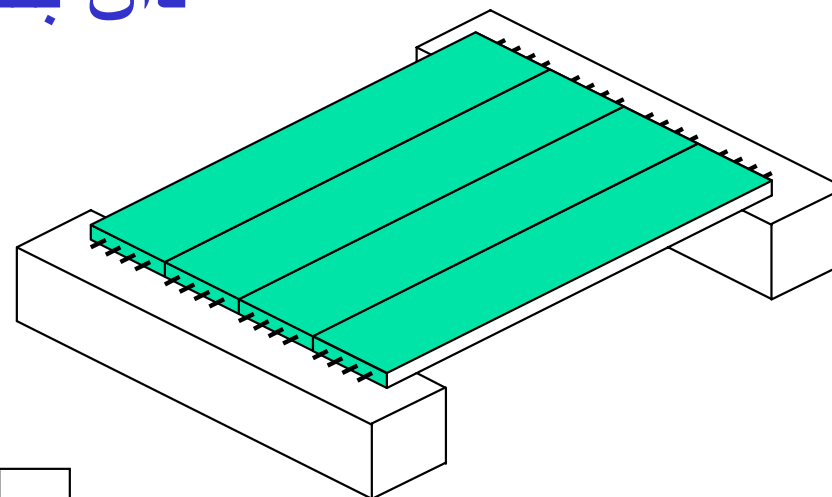
بار کف = $w \text{ kg/m}^2$

سطح بارگیر = $SL \text{ m}^2$

بار روی تیر = $wS \text{ kg/m}$



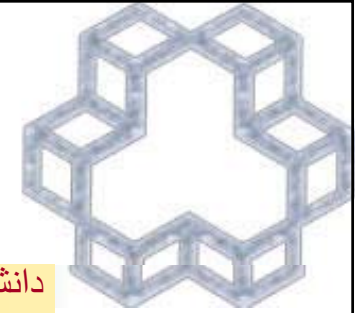
دال بتنی پیش ساخته



بار کف = $w \text{ kg/m}^2$

سطح بارگیر = $0.5SL \text{ m}^2$

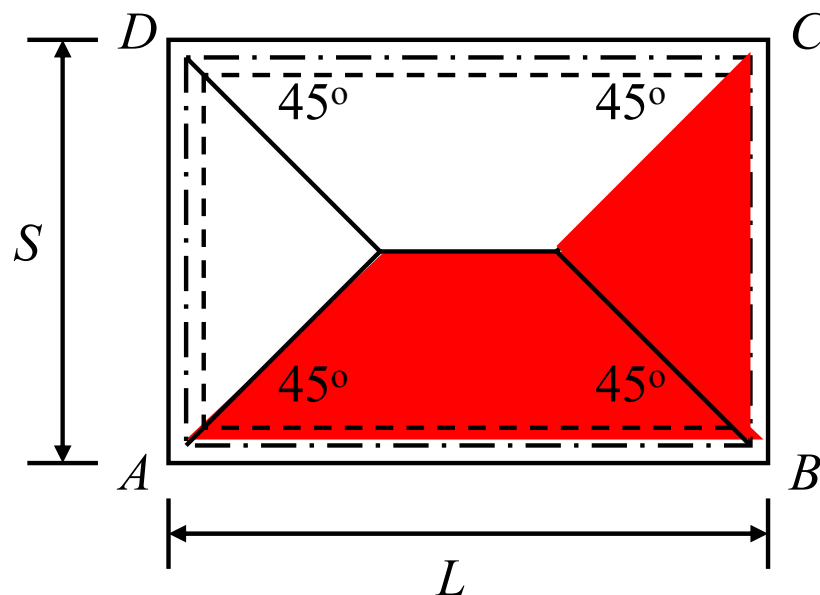
بار روی تیر = $0.5wS \text{ kg/m}$



دال دو طرفه

دال دو طرفه:

این نوع از دالها از هر ۴ طرف روی تیرهایی تکیه دارند و بارهای وارد بر دال توسط دو گروه نوارهای عمود بر هم به تیرهای طرفین منتقل می شوند.



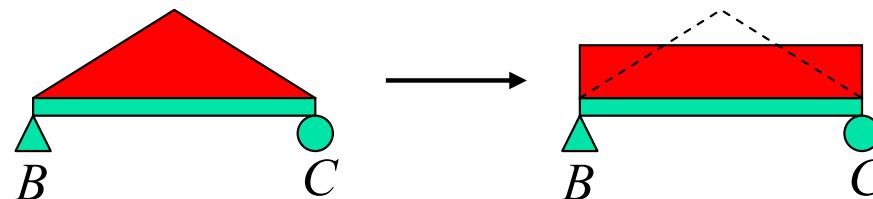
دالهایی با نسبت $0.5 < m = S/L < 2$

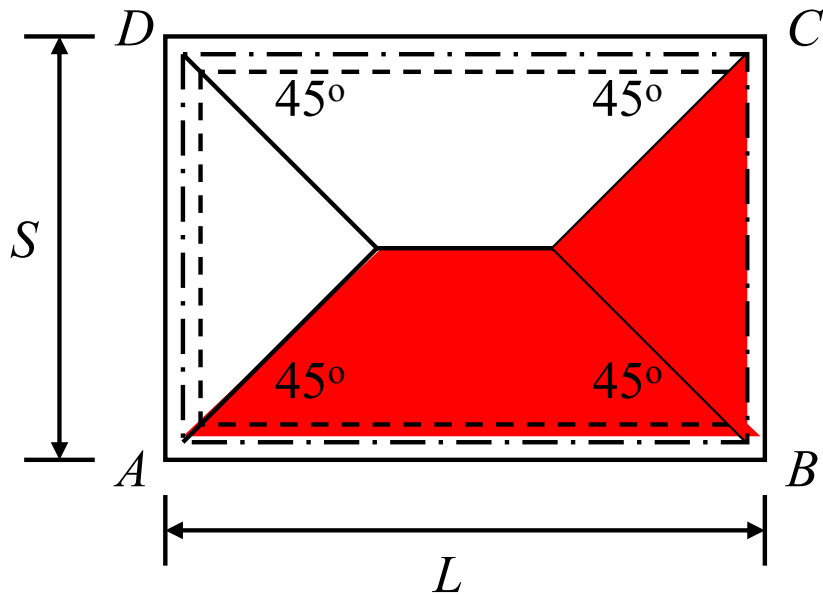
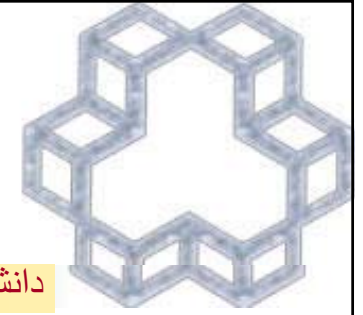
در جهت کوتاه (BC):

$$\text{بار کف} = w \text{ kg/m}^2$$

$$\text{سطح بارگیر} = S^2/4 \text{ m}^2$$

$$\text{بار روی تیر} = wS/4 \rightarrow wS/3 \text{ kg/m}$$



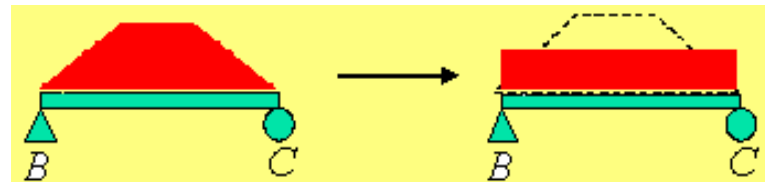


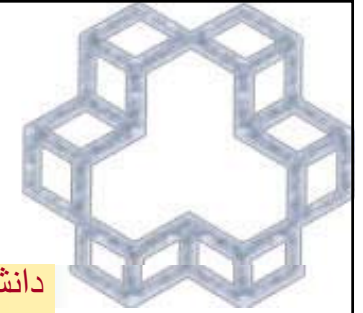
در جهت بند (AB) :

بار کف = $w \text{ kg/m}^2$

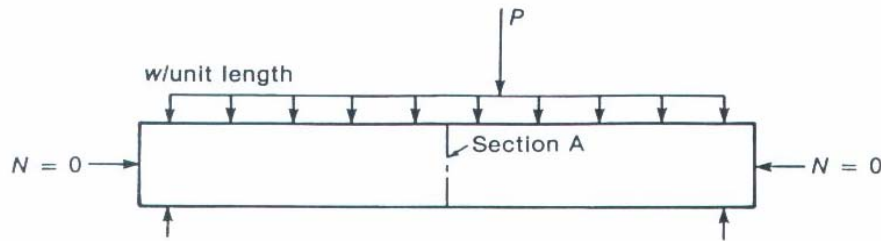
سطح بارگیر = $SL/2 - S^2/4 = \frac{S^2}{4} \left(\frac{2-m}{m} \right)$

بار روی تیر $\text{kg/m} \rightarrow \frac{wS}{3} \left(\frac{3-m^2}{2} \right)$

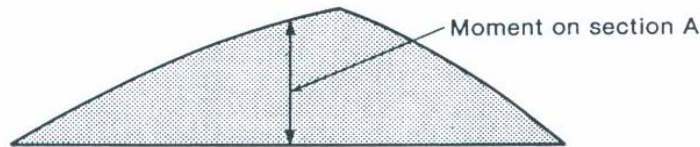




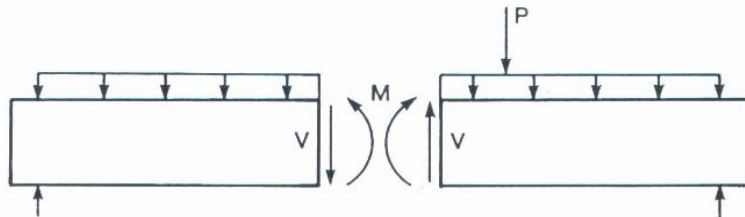
تنش خمشی



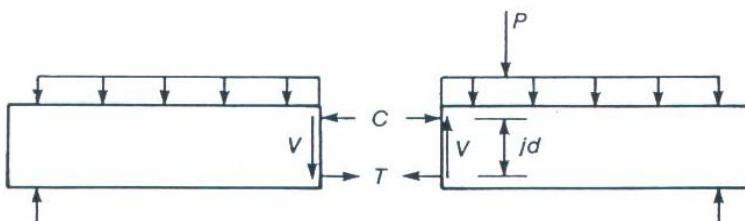
(a) Beam.



(b) Bending moment diagram.



(c) Free body diagrams showing internal moment and shear force.



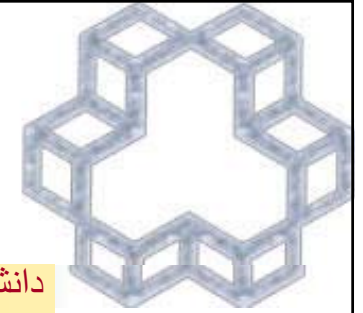
(d) Free body diagrams showing internal moment as a compression-tension force couple.

تیر عضو سازه ای است که جهت تحمل ممان های داخلی و برشها به کار می رود. اگر نیروی فشاری نیز وجود داشته باشد آن را تیر ستون می نامند.

$$C = T$$

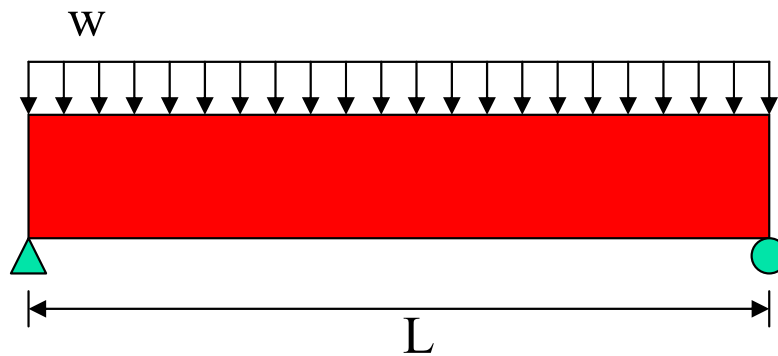
$$M = C * (jd)$$

$$= T * (jd)$$



رفتار تیر بتنی تحت اثر بار وارده

مرحله ۱: تیر تحت وزن خودش می باشد



The stress in the block is defined as:

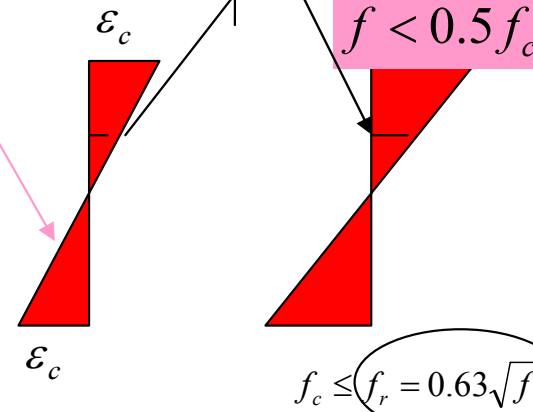
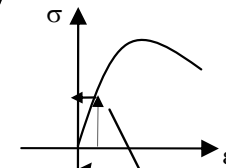
$$\sigma = (M \cdot y) / I$$

$$S_{xx} = I / (y_{max})$$

$$\sigma = M / S_{xx}$$

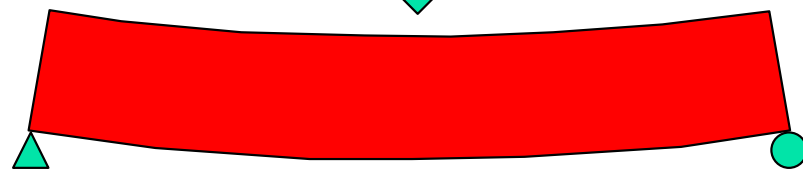
مرحله ۲: نیروی خارجی P سبب افزایش کرنش در مقطع شده (که باعث حداکثر تنش کششی کمتر از مقاومت گسیختگی کششی می شود)، توزیع تنش در مقطع خطی می باشد. در این حال حداکثر تنش فشاری کمتر از $0.5f'_c$ می باشد. کل مقطع بتن موثر بوده و فولاد در مقطع کششی دارای همان کرنش بتن مجاور آن است.

$\epsilon_{steel} = \epsilon_{concrete}$



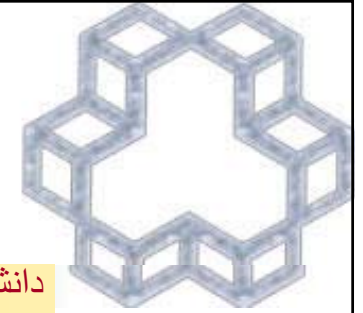
Elastic Design
توزیع خطی است

تنش گسیختگی کششی

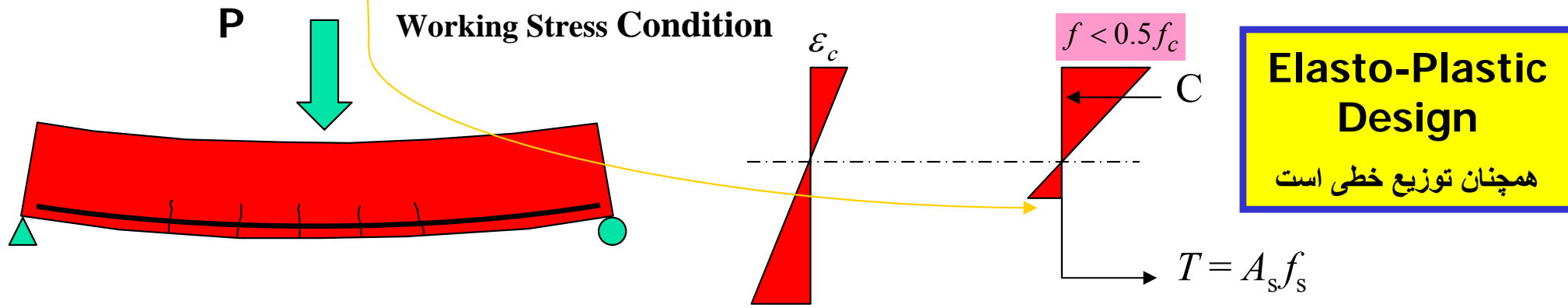


Elastic Bending (Plain Concrete)

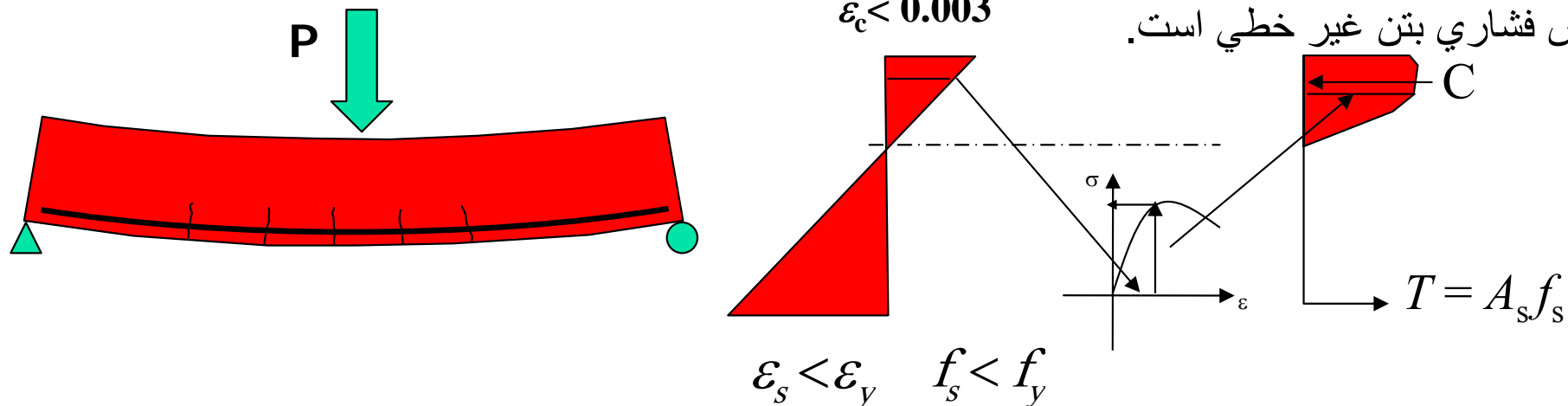
$$f_c \leq (f_r = 0.63 \sqrt{f'_c})$$

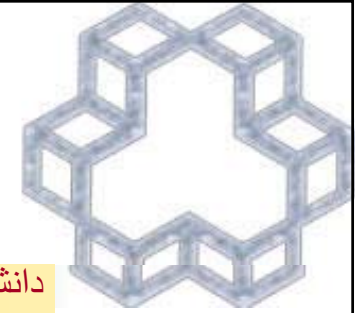


مرحله ۳: تنش کششی بتن از مقاومت گسیختگی کششی بتن f_t تجاوز نموده و ترک در مقطع گسترش می یابد. محور خنثی به سمت بالا منتقل شده و لذا ترک به همراه آن گسترش می یابد. بتن مقاومت کششی خود را از دست داده و فولاد وارد کارزار تامین مقاومت و جایگزین کل مقاومت کششی بتن می شود



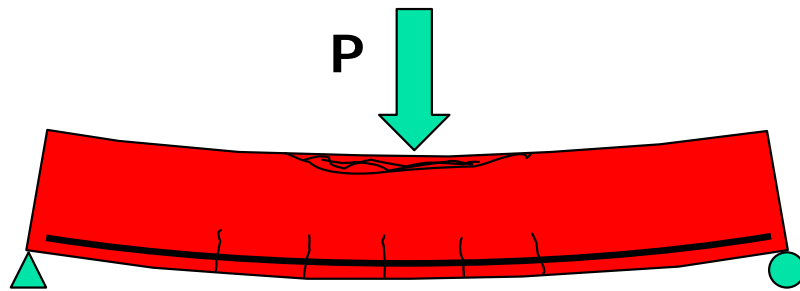
مرحله ۴: مقدار کرنش حداکثر بتن از $0.5 f'_c / E_c$ تجاوز نموده ولی کمتر از 0.003 است و لذا توزیع تنش در بخش فشاری بتن غیر خطی است.



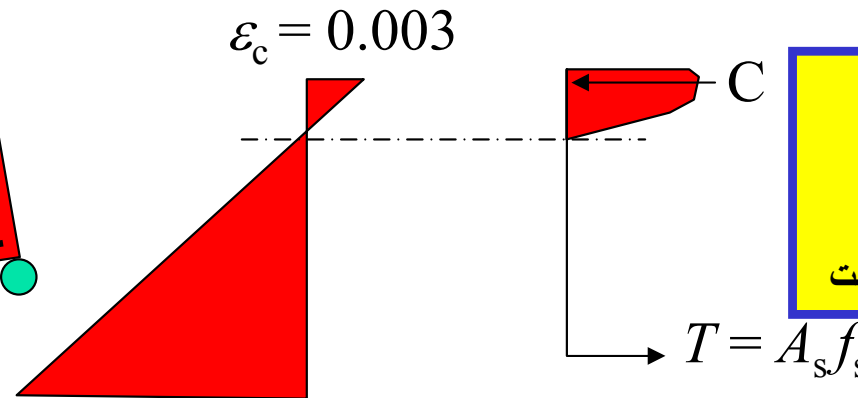


مرحله ۵: زوال تیر: معیار شکست تیر رسیدن مقدار کرنش حداکثر به مقدار کرنش نهایی بتن است (0.003)

مرحله ۱-۵: شکست نرم تیر: پیش از آنکه میزان کرنش حداکثر بتن به مقدار شکست 0.003 برسد، فولاد جاری می گردد.



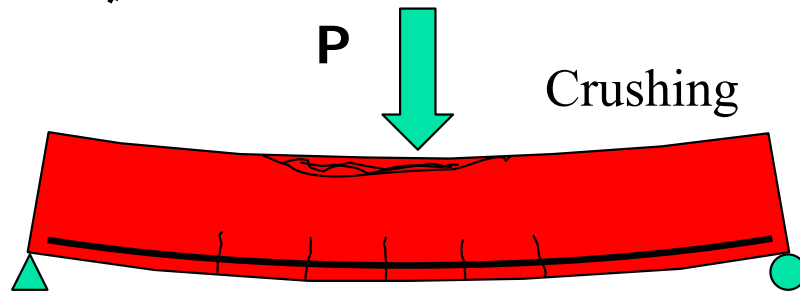
Ductile failure mode



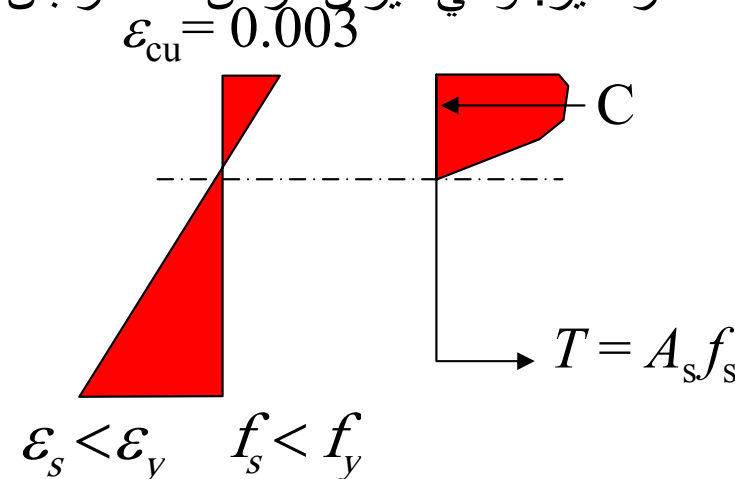
Plastic Design
توزیع غیرخطی است

$$\epsilon_s \geq \epsilon_y \quad f_s = f_y$$

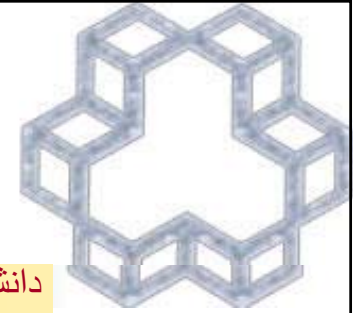
مرحله ۲-۵: شکست ترد تیر: وقتی میزان کرنش حداکثر بتن به مقدار شکست 0.003 برسد، فولاد جاری نشده است.



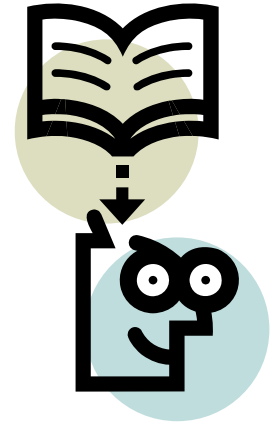
Brittle failure mode



$$\epsilon_s < \epsilon_y \quad f_s < f_y$$



طراحی در حالت الاستیک برای مواردی انجام می شود که ایجاد ترک در قطعه مجاز نباشد. مثل مواردی که قطعه در تماس با آب یا در معرض گازهای فرار باشد.

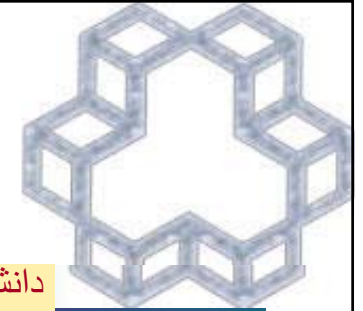


طراحی در حالت الاستوپلاستیک، در روشهایی که مبتنی بر تنش مجاز هستند و در آنها از بارهای خدمت (بهره برداری) برای آنالیز و طرح اعضا استفاده می شود، صورت می گیرد.

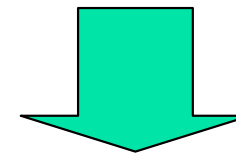
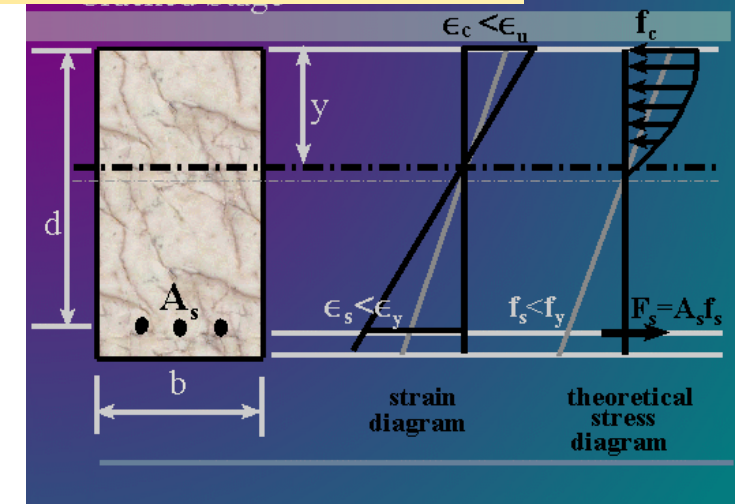
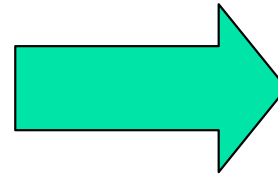
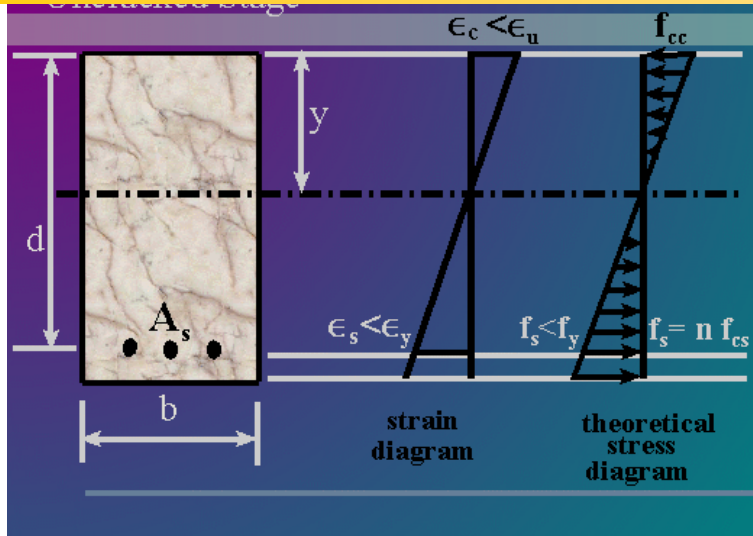


طراحی در حالت پلاستیک، در روشهای مقاومت نهایی به کار می رود که اساس این روشها بر این فرض است که در سازه مورد نظر تحت اثر بارهای ضریبدار مفصل پلاستیک تشکیل می شود.

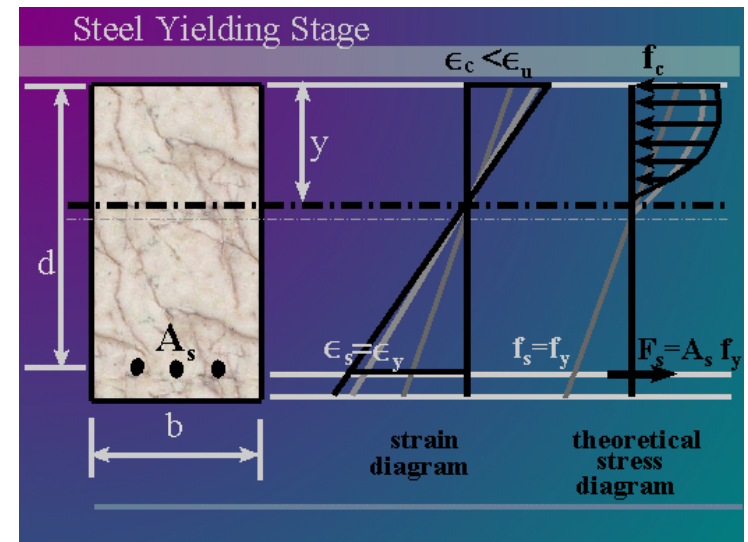
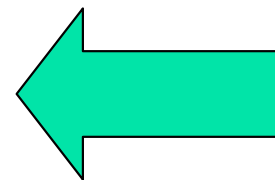
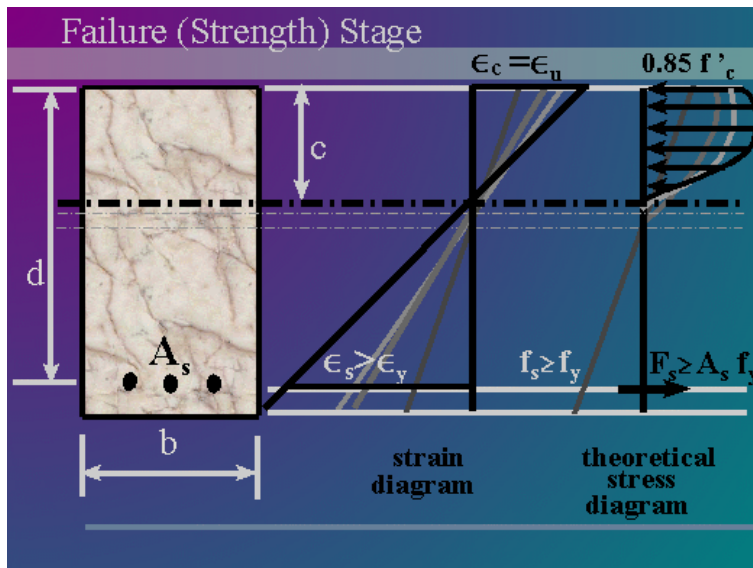


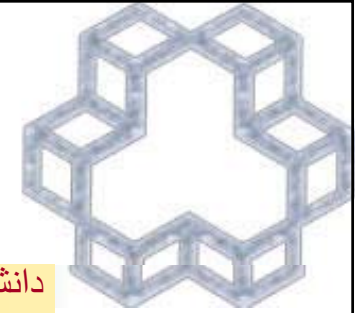


دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

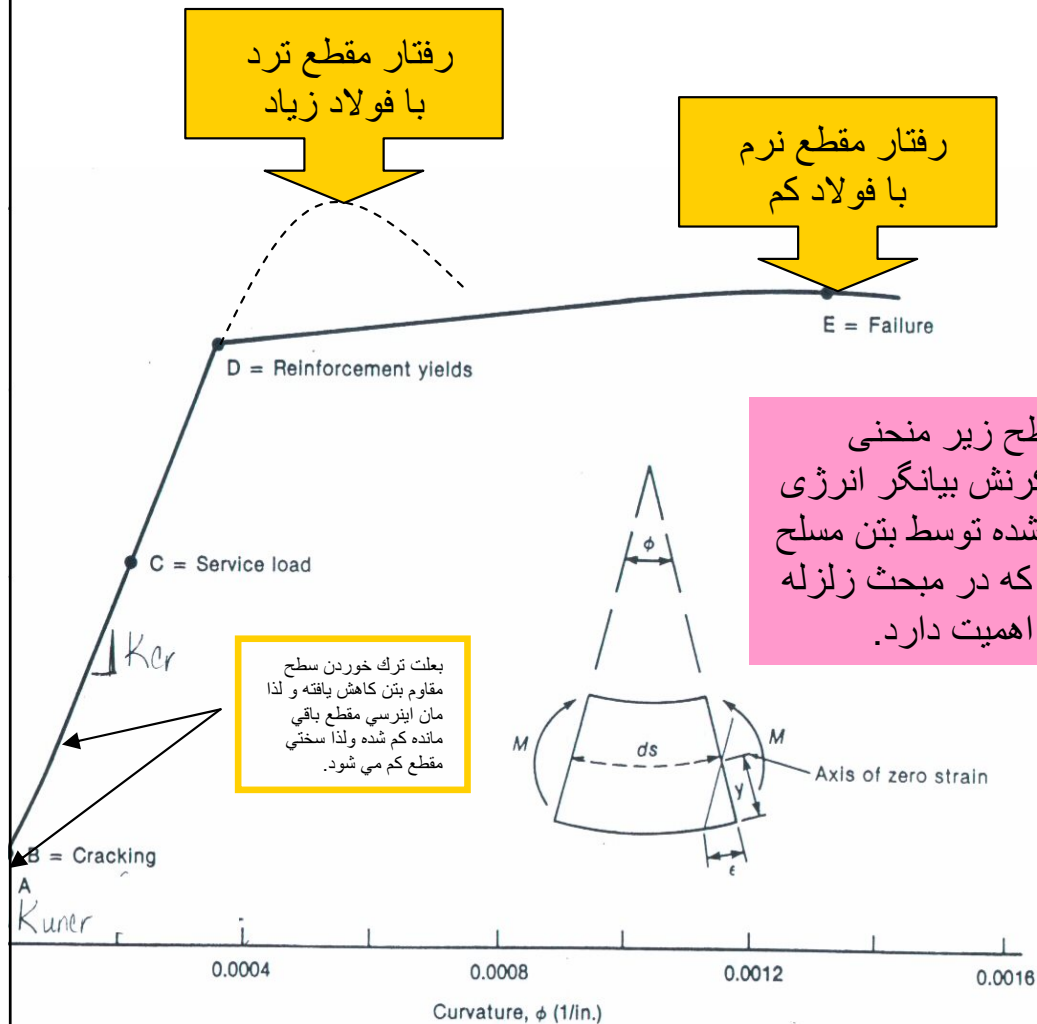


روند پیشرفت تنش در مقطع بتنی





تنش خمشی



curvature diagram for test beam.

نمودار لنگر- انحنای ۵ مرحله در تیر را نشان می دهد. نمودار زاویه انحنای در برابر ممان را نشان می دهد.

$$\phi = (\epsilon / y) = [\sigma / E] / y$$

$$= [(My / I) / E] / y$$

$$\phi = M / (EI)$$

سه مرحله در تیر :

مرحله ۱ : هیچ بار خارجی به تیر وارد نمی شود.

مرحله ۳ : تیر تحت بار سرویس

مرحله ۵ : شکست تیر

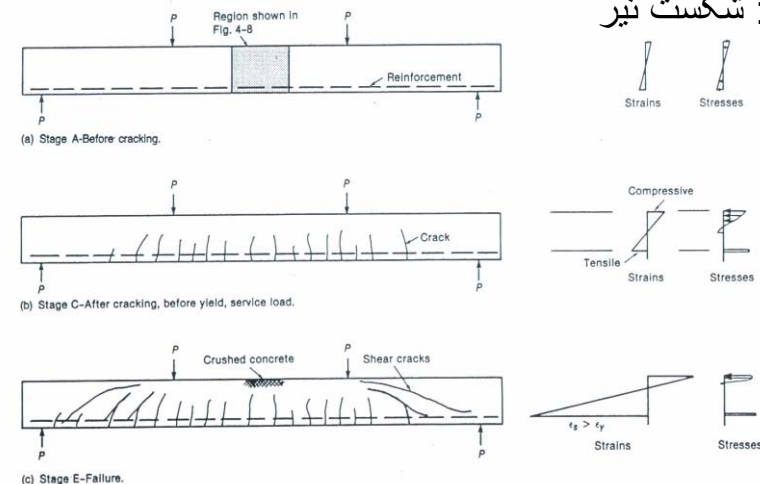
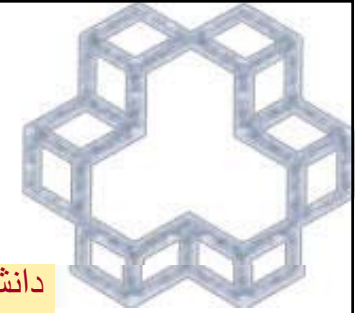
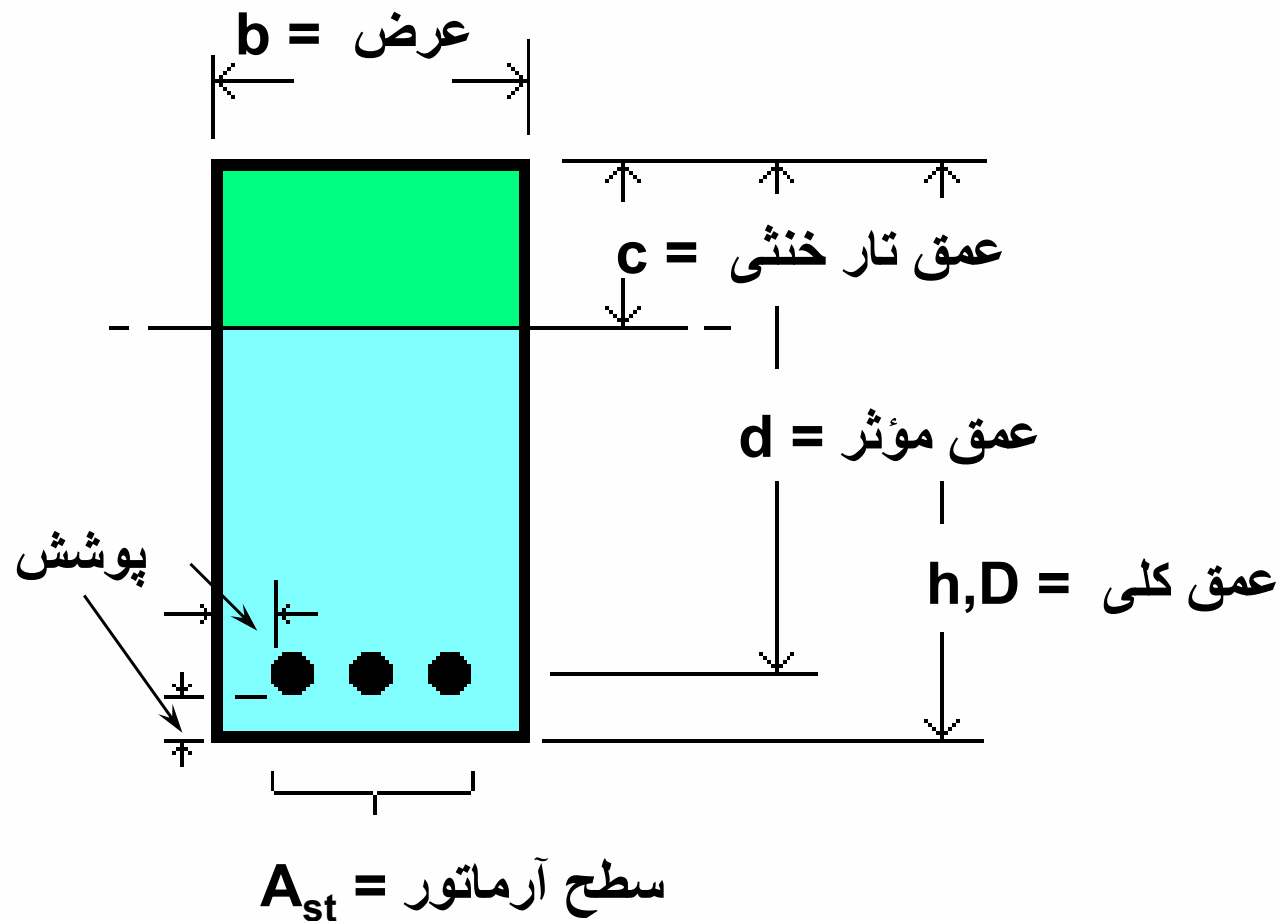


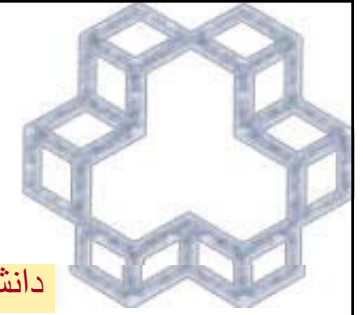
Fig. 4-5 Cracks, strains, and stresses in test beam.



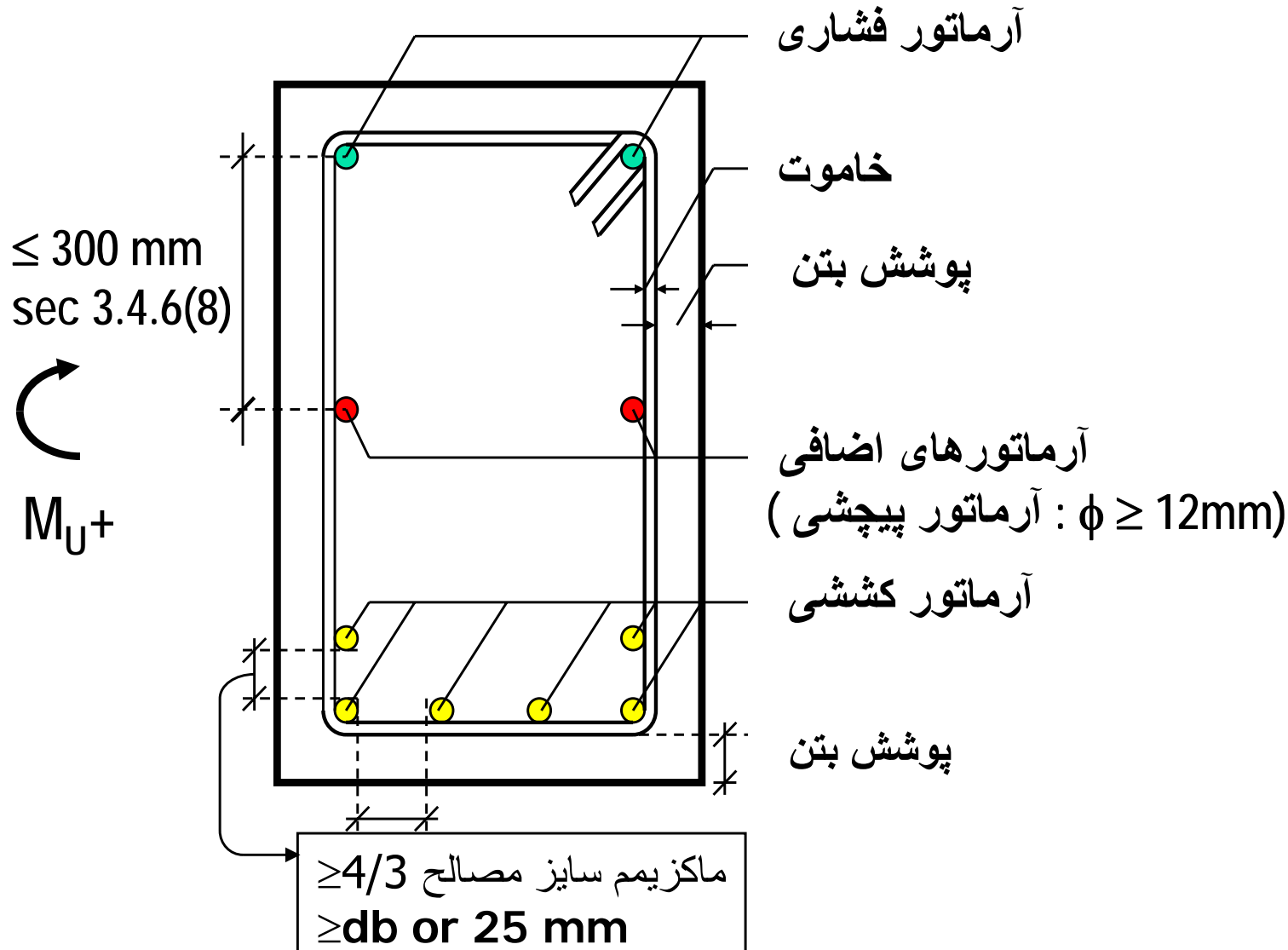
ابتدا چند نکته ...

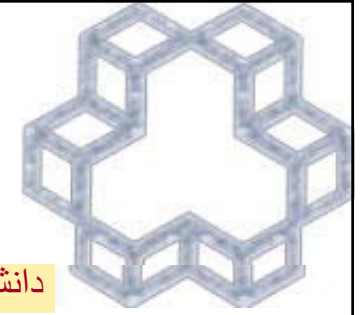
عمق مؤثر (d): فاصله از لبه بیرونی قسمت فشاری تا تار خنثی





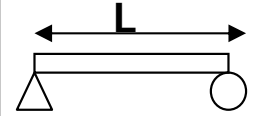
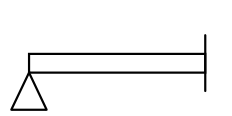
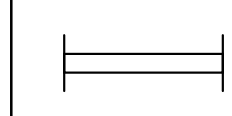
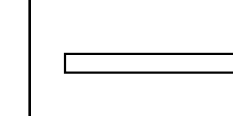
مقطع مستطیلی بتن مسلح





ملزومات طراحی تیر

۱- عمق مینیمم (جهت کنترل خیز)

				
One-way slab	L/20	L/24	L/28	L/10
BEAM	L/16	L/18.5	L/21	L/8

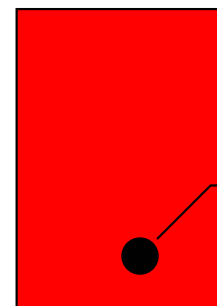
L: طول دهانه محاسباتی

فاصله محوره محوره محور تکیه گاه ها

تذکر:

مقادیر جدول هنگامی قابل استفاده هستند که المان غیر سازه ای به تیر متصل نباشد.

۱۱-۵-۲-۲ در صورتی که درصد فولاد کششی حاصل از محاسبه از ρ_{min} کمتر باشد می توان با قراردادن $1/33$ برابر مقطع حاصل از محاسبه از ضابطه مقابل صرف نظر نمود.



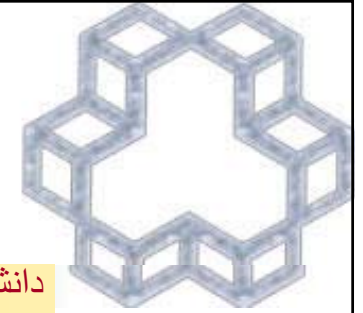
A_s MAX

$$\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y}$$

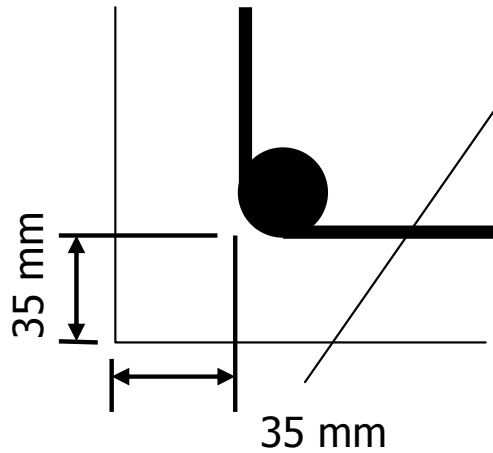
$$\rho_{min} = \frac{0.25\sqrt{f_c}}{f_y}$$

۲- فولاد حداقل (برای تیر)

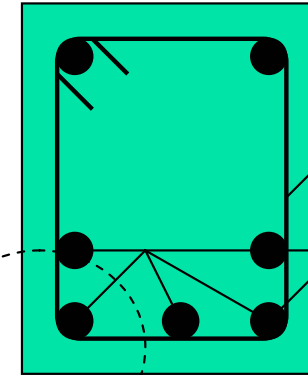
جهت اطمینان از اینکه فولاد قبل از وقوع اولین ترک جاری نمی شود



(۳) پوشش بتنی



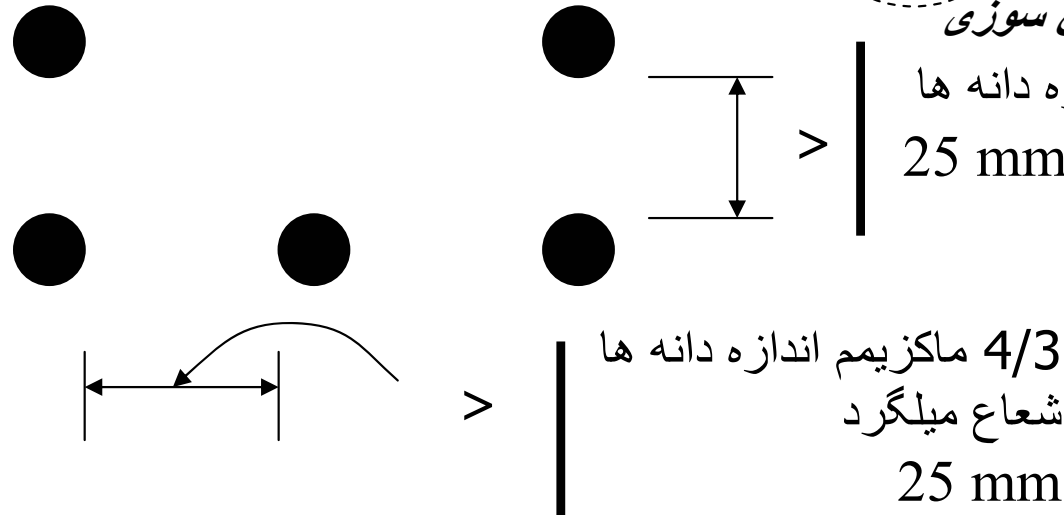
ضخامت پوشش نباید کمتر از مقادیر ذیل باشد:
 الف) قطر میلگرد
 ب) بزرگترین اندازه اسمی سنگدانه تا ۳۲ میلیمتر یا ۵ میلیمتر بیشتر از بزرگترین اندازه اسمی سنگدانه های بزرگتر از ۳۲ میلیمتر
 ج) حداقل لازم بر اساس شرایط محیطی و نوع قطعه از جدول ۸-۲-۹-۱ آبا



دوام و حفاظت در برابر آتش سوزی

4/3 ماکزیمم اندازه دانه ها
 > 25 mm

(۴) فاصله میلگرد ها :



هر کدام که بیشتر بود

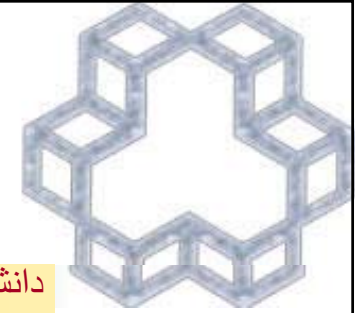
پوشش بتن

قطر خاموت

نصف قطر میلگرد اصلی (تقریباً ۲۰ Φ)

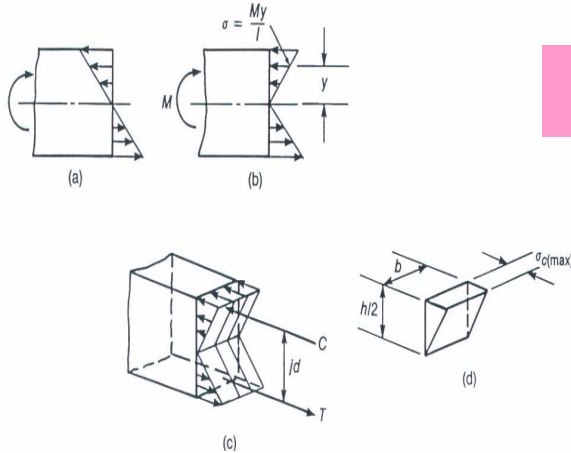
برای یک لایه میلگرد گذاری: $d = D - (3.5 + 1 + 1) \sim D - 6$

برای دو لایه میلگرد گذاری: $d = D - (3.5 + 1 + 2 + 1.25) \sim D - 9$



توزیع تنشها پیش از ترک خوردگی

- لنگر ترک خوردگی



- مرحله تیر بتنی ترک نخورده ($f_c < f_r$)
- در آستانه ترک خوردن

$$\sigma = \frac{My}{I} \Rightarrow \sigma \propto M$$

$$f = \frac{My}{I_g} \text{ for } M \leq M_{cr}$$

when $f \Rightarrow f_r$ (Modulus of rupture) \Rightarrow cracking moment M_{cr}

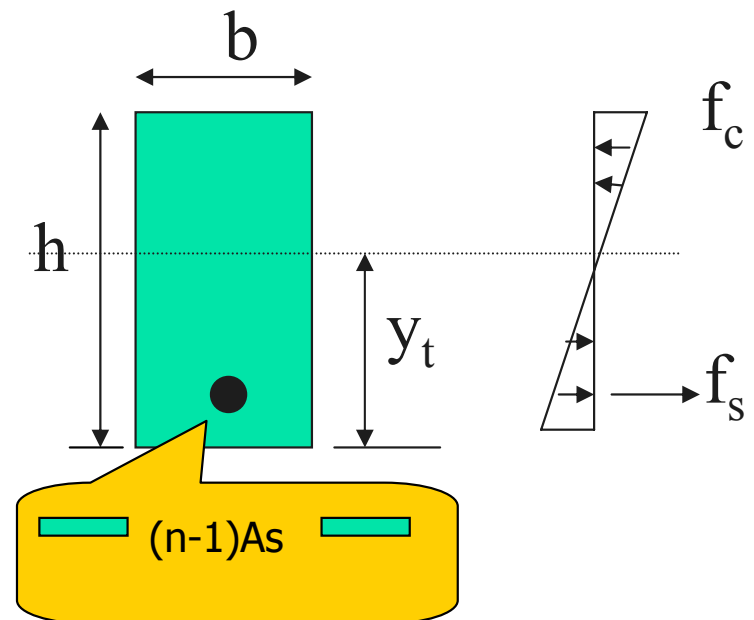
$$f_r = \frac{M_{cr} y_t}{I_g} \Rightarrow M_{cr} = \frac{I_g f_r}{y_t}$$

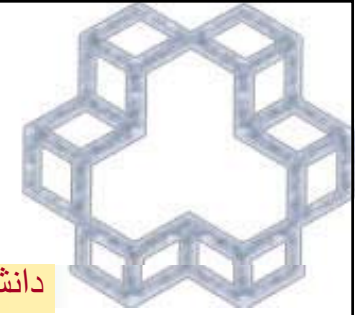
where $f_r = 0.63\sqrt{f'_c}$

$$I_g = \frac{bh^3}{12}$$

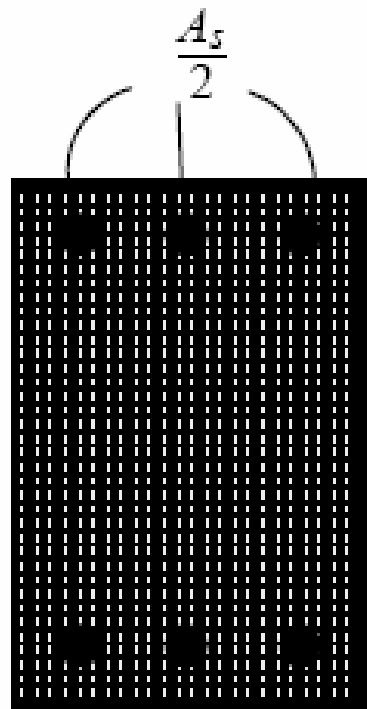
$$M \leq M_{cr}$$

به طور تقریبی مقطع تبدیل نیافته



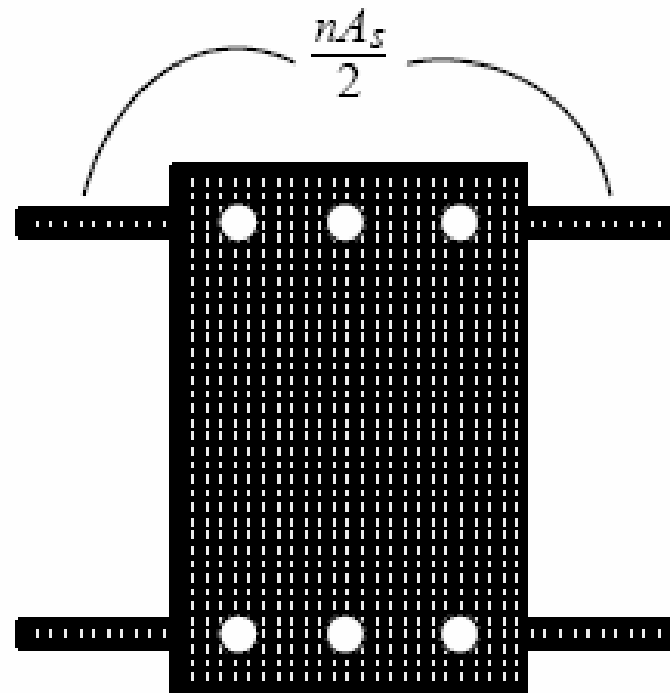


سطح معادل میگردها در تحلیل الاستیک ستونها



Actual Size

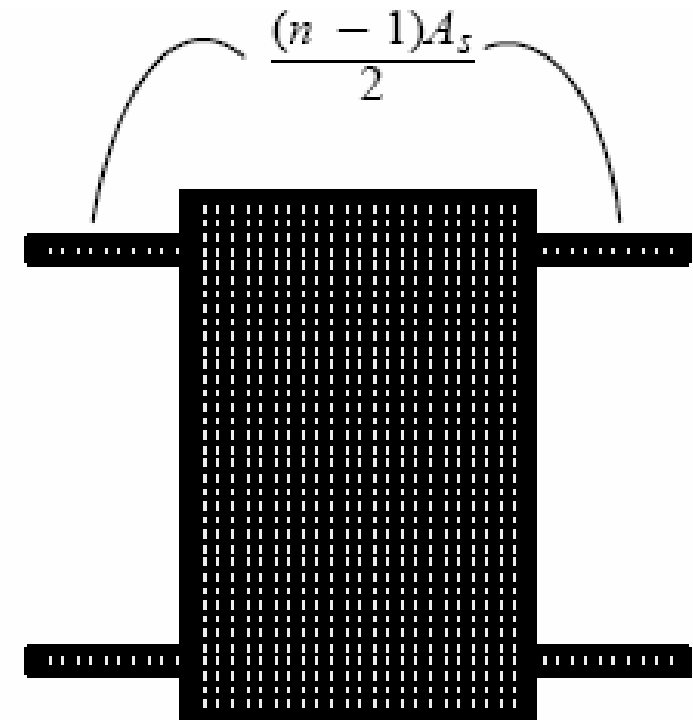
(a)



Transformed Section

$$A_t = A_c + nA_s$$

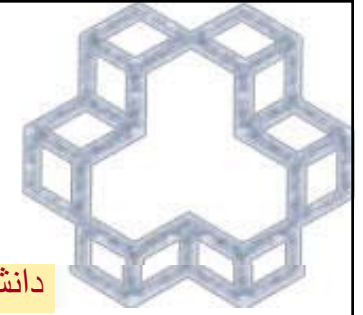
(b)



Transformed Section

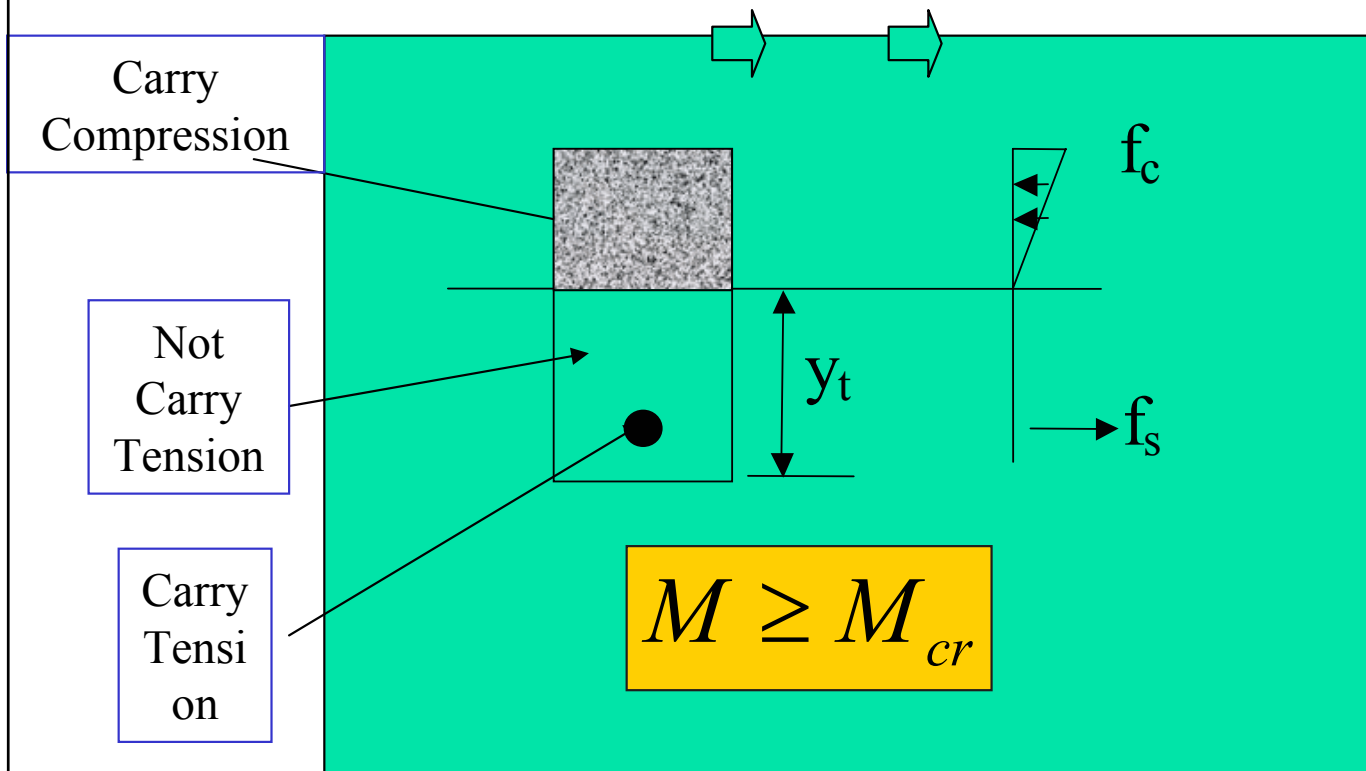
$$A_t = A_g + (n-1)A_s$$

(c)



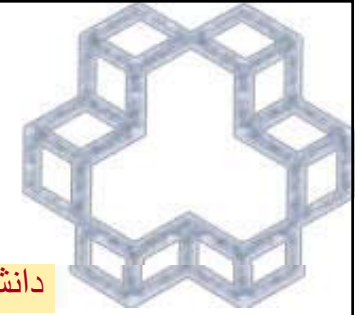
توزیع تنشها پس از ترک خوردگی- طراحی به روش تنشهای مجاز

- مرحله ترک خوردن تیر بتنی $(f_c \text{ (tension)} > f_r; f_c \text{ (comp.)} < f_c'/2)$
- معمولا هنگامی که بار سرویس وارد می شود $M > M_{cr}$ و ترکها در طول تیر گسترش یابند، در این صورت M_{cr} کاربرد عملی ندارد.
- اما در ادامه خواهیم دید که $d \rightarrow I_{eff} \rightarrow M_{cr}$

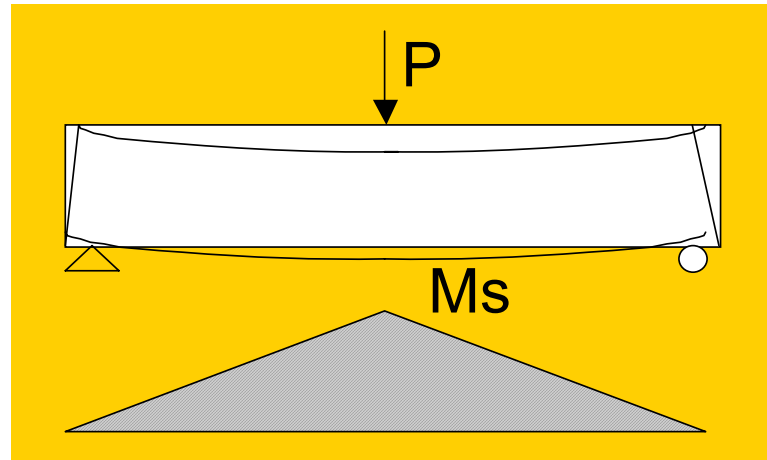


فرض: بتن مسلح مانند ماده الاستیک رفتار می کند و به طور یکنواخت در عرض تیر هر جا که $M \geq M_{cr}$ باشد ترک می خورد.

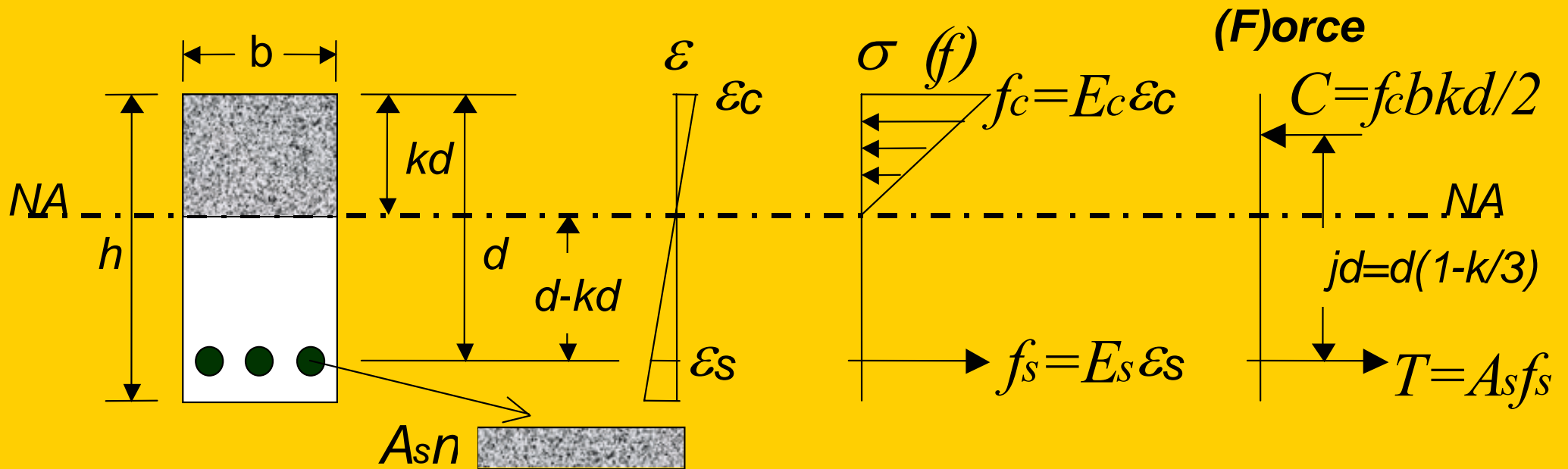
هدف: درک بهتر هنگامی که بارهای سرویس وارد می شوند و استخراج فرمولها.

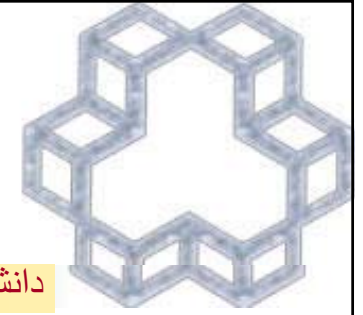


تنشهای خمشی حاصل از لنگر بارهای سرویس ≈



تحلیل مقطع ترک خورده در حالت الاستیک: اگر $f_c < 0.5f'_c$ & $f_s < f_y$
 هر دو مصالح رفتار تقریباً خطی دارند. چون تحت بارهای خدمت (سرویس) تنشها در محدوده فوق قرار دارند می توان از روابط زیر جهت محاسبه تنشها استفاده کرد.





طراحی به روش تنشهای مجاز

فرضیات :

- مقاطع صفحه، صفحه باقی می ماند. (تغییر شکل به صورت خطی تغییر می کند.)
- از قانون هوک تبعیت می کند.
- بتن ناحیه کششی کاملاً ترک می خورد و تنها فولاد کشش را تحمل می کند.
- پیوند کامل بین بتن و فولاد. (بدون لغزش)

$$C = T$$

$$kd * b \frac{f_c}{2} = A_s f_s$$

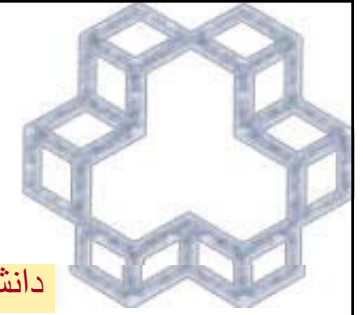
$$f_s = E_s \varepsilon_s ; f_c = E_c \varepsilon_c$$

تذکره:
 $E_c = 5000 \sqrt{f_c}$

$$kdb E_c \frac{\varepsilon_c}{2} = A_s E_s \varepsilon_s$$

$$\text{Strain } \frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d - kd}$$

$$kdb E_c \frac{kd}{2(d - kd)} \varepsilon_s = A_s E_s \varepsilon_s$$



$$kdb \frac{kd}{2} = A_s \frac{E_s}{E_c} (d - kd)$$

Modulus ratio $\frac{E_s}{E_c} = n$

$$kdb \frac{kd}{2} = nA_s (d - kd)$$

بر bd تقسیم شده

$$kdb \frac{kd}{2bd} = \frac{nA_s}{bd} (d - kd)$$

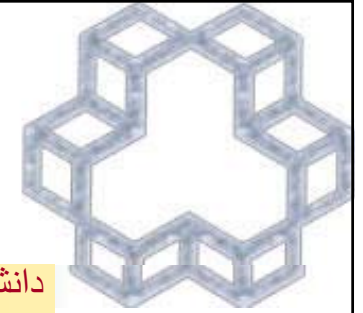
نسبت آرماتور $\rho = \frac{A_s}{bd}$

$$\frac{k^2}{2} = n\rho(1 - k)$$

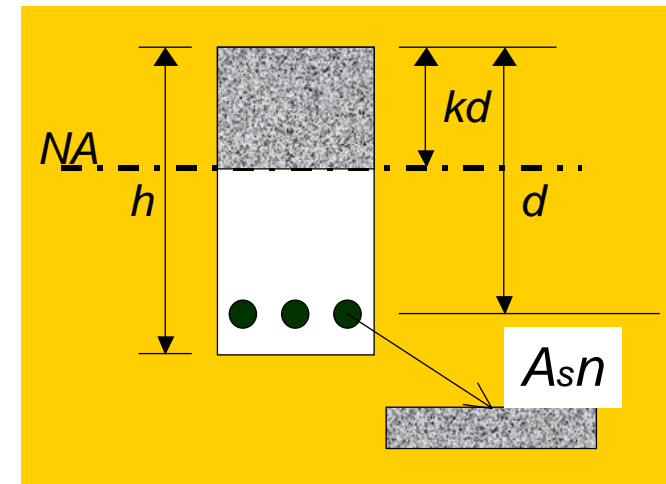
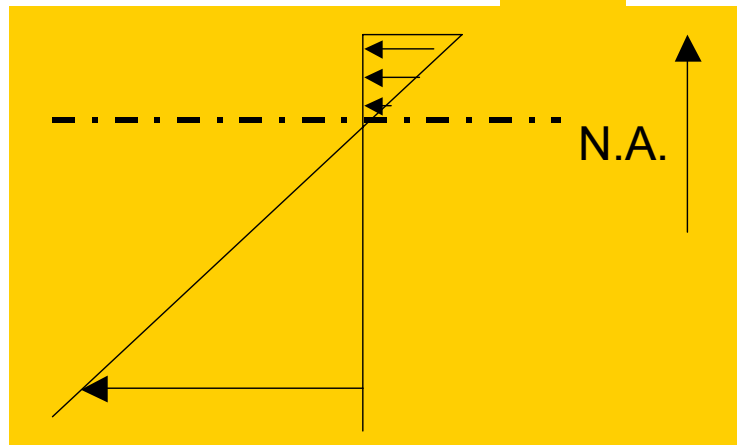
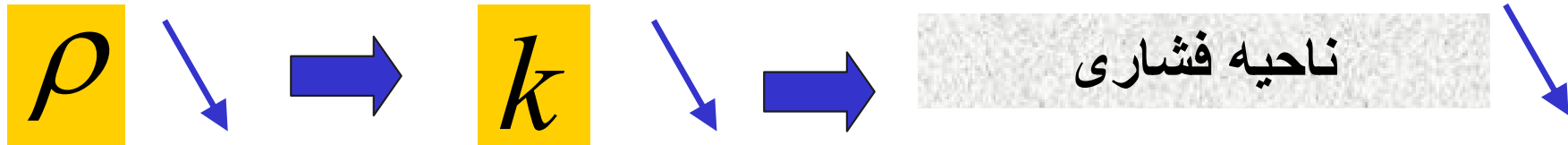
$$k^2 + 2n\rho k - 2n\rho = 0$$

$$k = -\rho n + \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n}$$

N.A. مکان
(ناحیه فشاری)



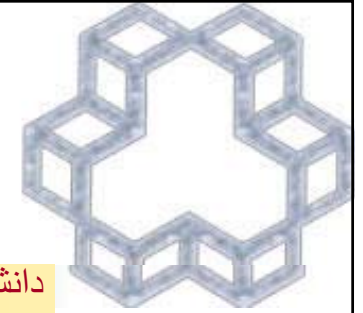
$$k = -\rho n + \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n}$$



لذا NA به سمت بالا حرکت می کند. $\epsilon_s \uparrow$ $\epsilon_c \downarrow$

روش مقطع
تبدیل یافته

$$I_{cr} = \frac{b(kd)^3}{3} + nA_s(d - kd)^2$$



کنترل تنشها در محل فولاد و بتن بطور مستقیم از لنگر مقاوم

f_s vs. M_s

$$M_s = T \times \text{arm} = A_s f_s j d$$

$$f_s = M_s / A_s j d; \text{ where } j d = d(1-k/3)$$

f_c vs. M_s

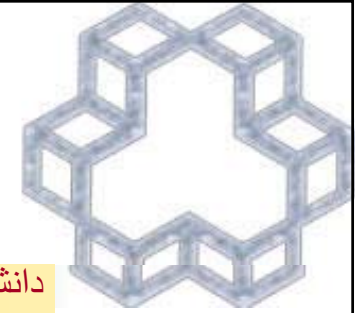
$$M_s = C \times \text{arm} = (f_c k d b / 2) j d$$

$$f_c = 2M_s / j k b d^2$$

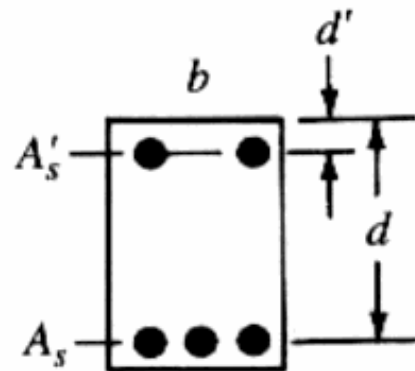
$$J = 1 - k/3$$

$$M_y = M_s \text{ (when } f_s = f_y) = A_s f_y j d$$

لنگر تسلیم فولاد:



مقطع با فولاد مضاعف



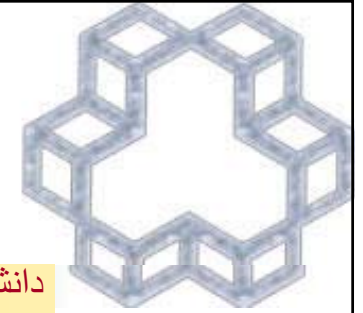
(a)

روش مقطع تبدیل یافته :

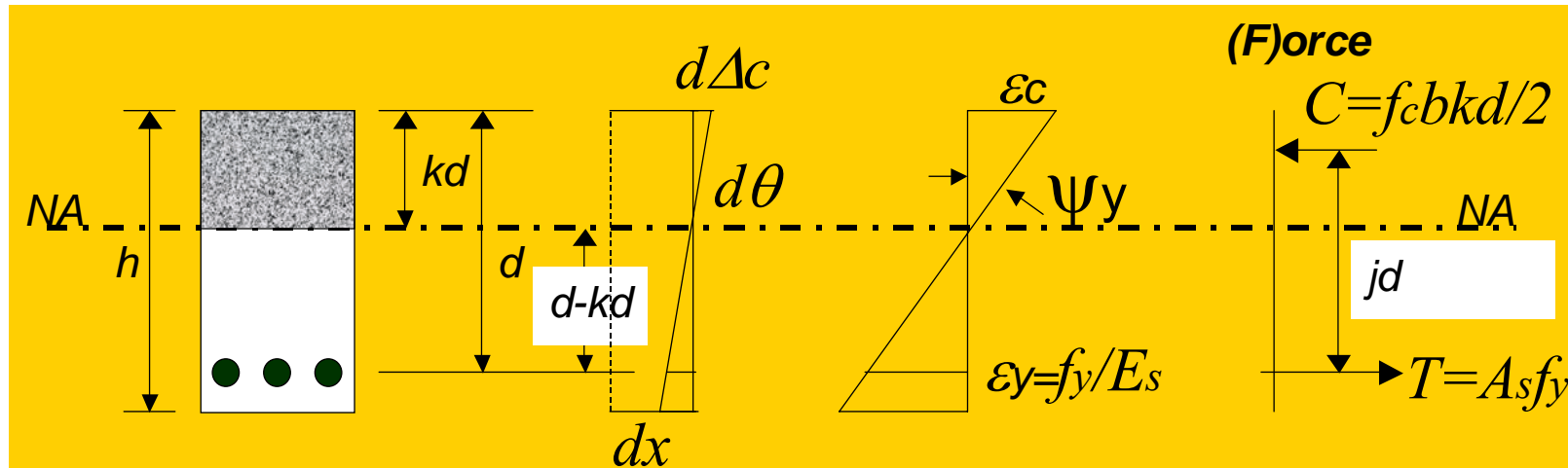
- فولاد کششی: $A_s \times n = A_s \times E_s / E_c$
- فولاد فشاری: $A_s' \times (2n-1)$ – "hair splitting"

چرا $2n$ برای فولاد فشاری ؟

- در طول زمان با در نظر گرفتن اثر خزش و جمع شدگی، بتن فشاری محکمتر فشرده میشود و از آرماتورها جدا می شود تا بار بیشتری را حمل کند.



انحنای تسلیم و انحنای شکست



در لنگر تسلیم فولاد

$$d\Delta_s = (d - kd)(d\theta)$$

$$\frac{d\Delta_s}{dx} = (d - kd) \frac{d\theta}{dx}$$

$$\varepsilon_s = (d - kd)\psi \Rightarrow \psi = \frac{\varepsilon_s}{d - kd}$$

$$\psi_y = \frac{\varepsilon_s = \varepsilon_y}{d - kd} \Rightarrow \psi_y = \frac{f_y}{E_s(d - kd)}$$

$$M_y = Tjd = f_y A_s jd = \psi_y (d - kd) E_s A_s jd$$

در لنگر خمشی نهایی یا نرمال

$$d\Delta_c = kd(d\theta)$$

$$\frac{d\Delta_c}{dx} = kd \frac{d\theta}{dx}$$

$$\varepsilon_c = kd\psi \Rightarrow \psi = \frac{\varepsilon_c}{kd}$$

$$\psi_u = \frac{\varepsilon_c = 0.003}{kd}$$

$$M_n = 0.85 f'_c ab \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$kd = c$$

طراحی در حالت حدی نهایی USD

فرضیات :

فواید روش USD:

- رسیدن به مود شکست رفتار غیرخطی بتن
- ضریب اطمینان واقع گرایانه تر
- پیش بینی بار نهایی بیشتر (F.S. کمتر)

(۱) مقطع صفحه باقی می ماند (برای تیرهای عمیق با $h > 4b$ ، در نزدیکی نواحی غیر پیوسته، بارهای متمرکز، تغییرات در مقطع عرضی و سوراخ ها صادق نیست.)

(۲) تناسب بین تنش و کرنش

(۳) بتن کشش تحمل نمی کند.

(۴) عدم لغزش بین بتن و فولاد.

(۵) شکست بتن هنگامی که کرنش به 0.003 برسد.

$$\epsilon_u = 0.003$$

(۶) استفاده از بلوک تنش برای رابطه بین تنش و کرنش

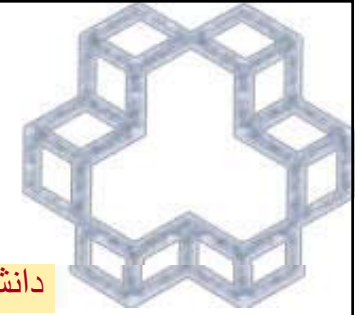
Ult. Load=5100kg



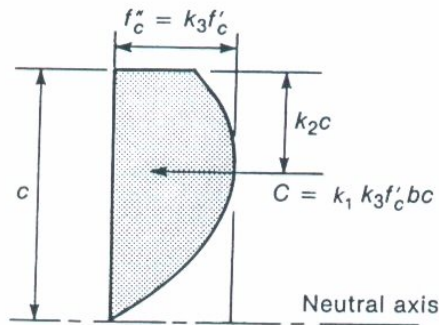
FS in ABA standard:

$$f_{yd} = \phi_s \times f_y = f_{yd}$$

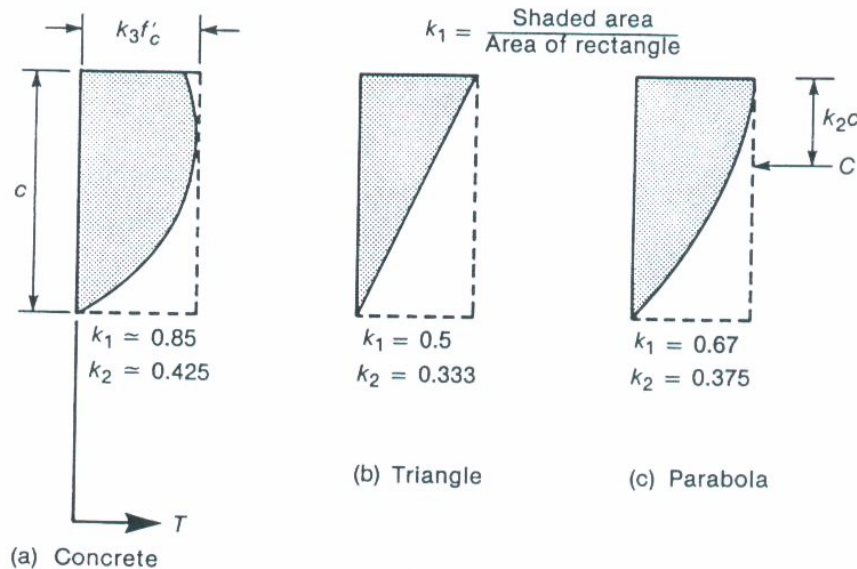
$$f_{cd} = \phi_c \times f_c = f_{cd}$$



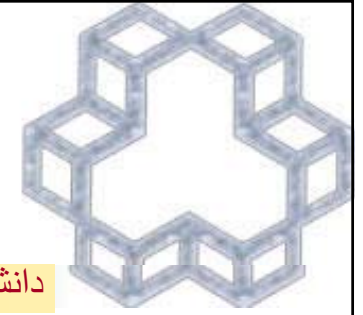
تنش خمشی



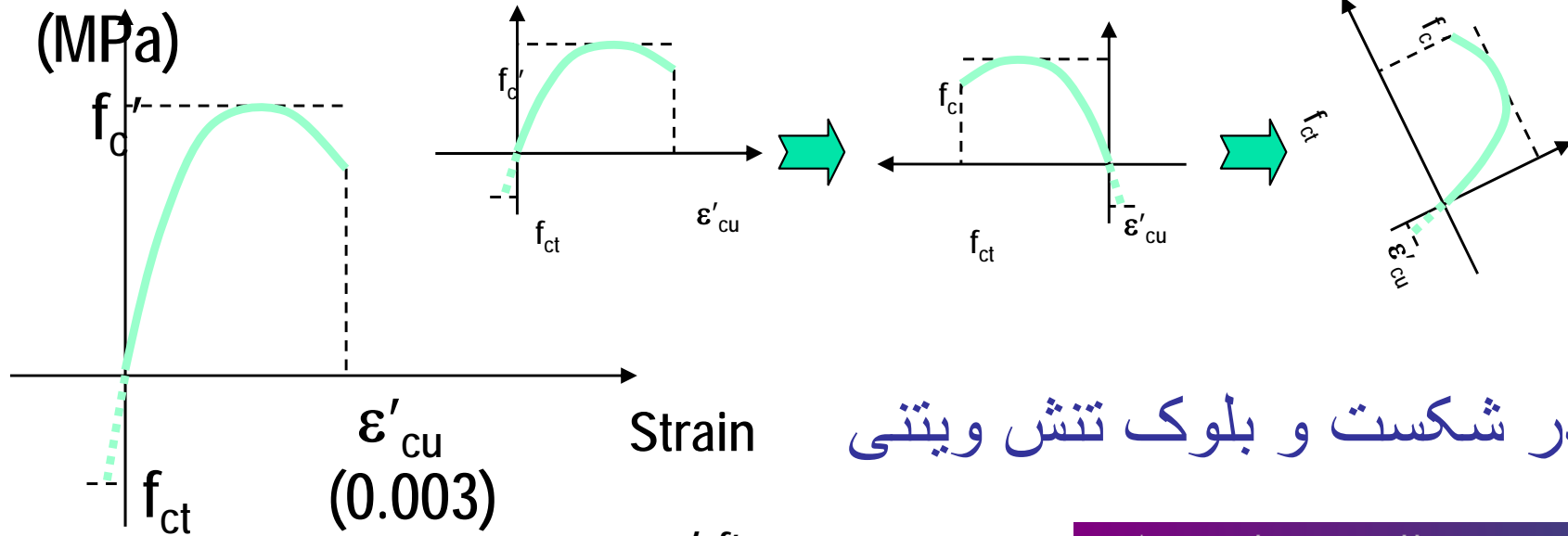
ضرایب فشاری بلوک تنش در شکل نشان داده شده است.



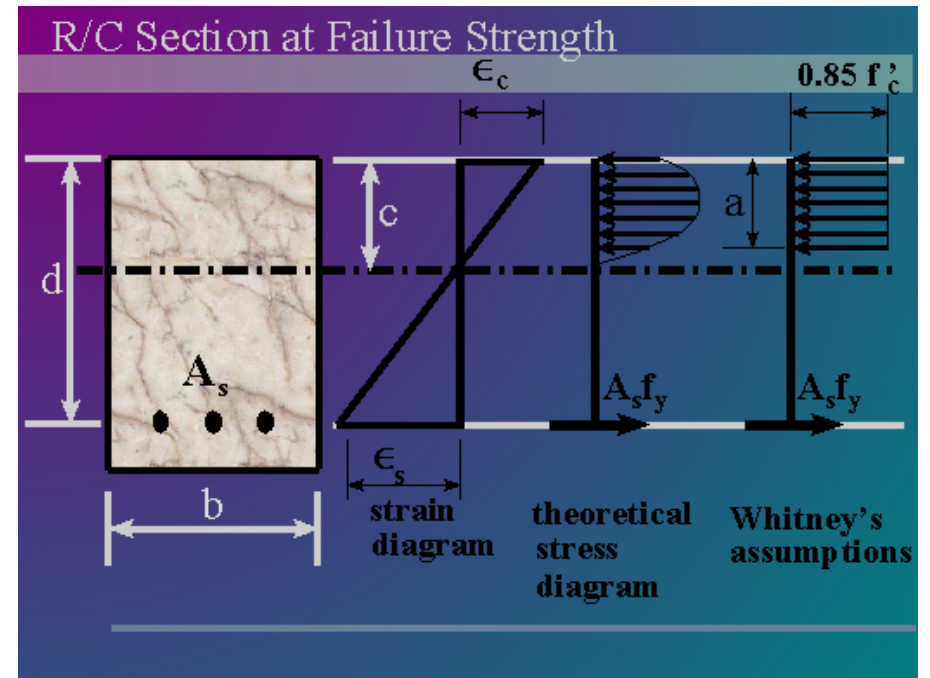
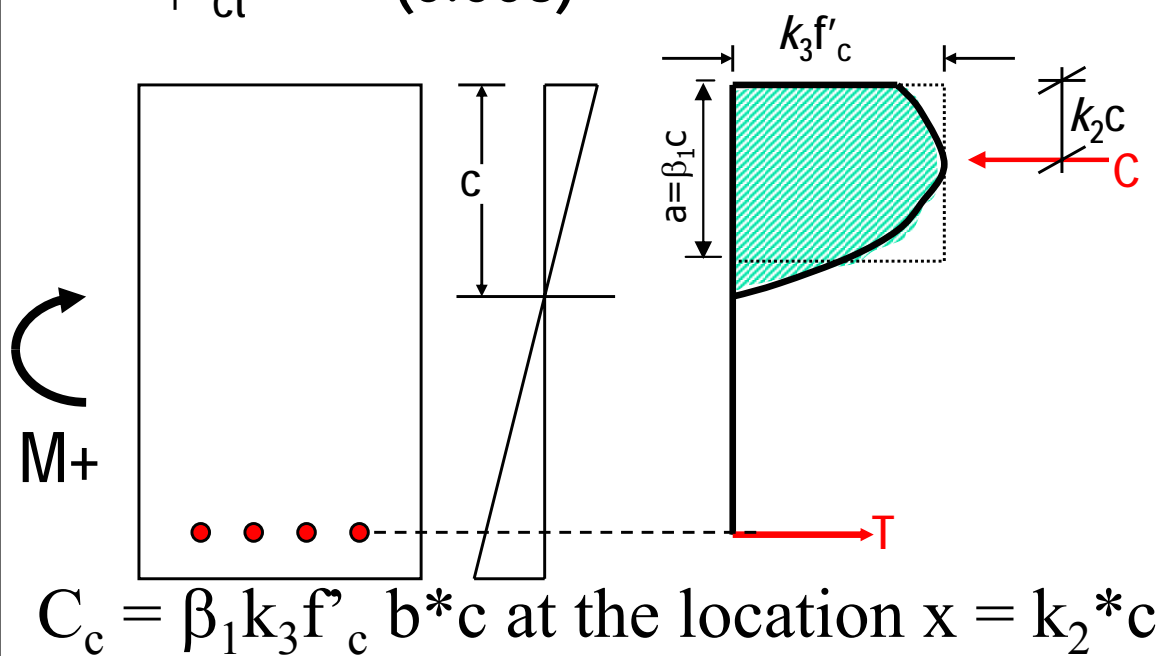
K_3 نسبت ماکزیم تنش در ناحیه فشاری تیر به مقاومت استوانه ای f'_c است (۰٫۸۵ مقدار رایجی در بتن های معمولی است).

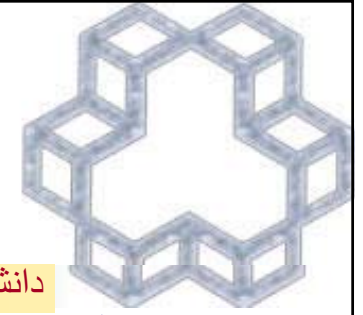


دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی



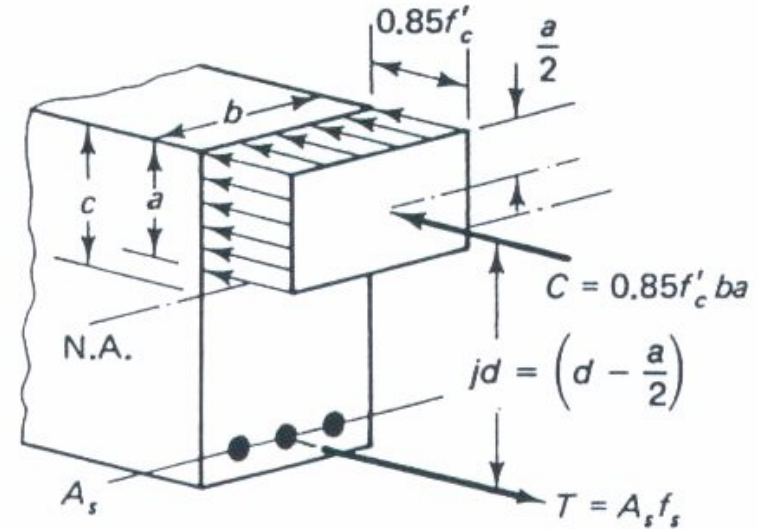
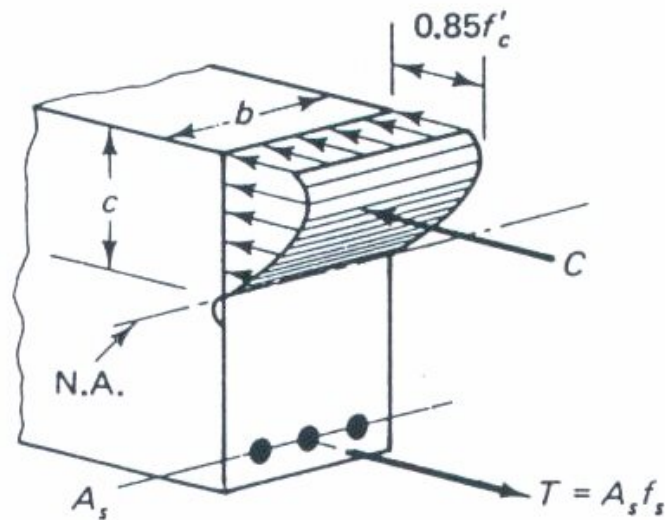
توزیع تنش در شکست و بلوک تنش ویتنی





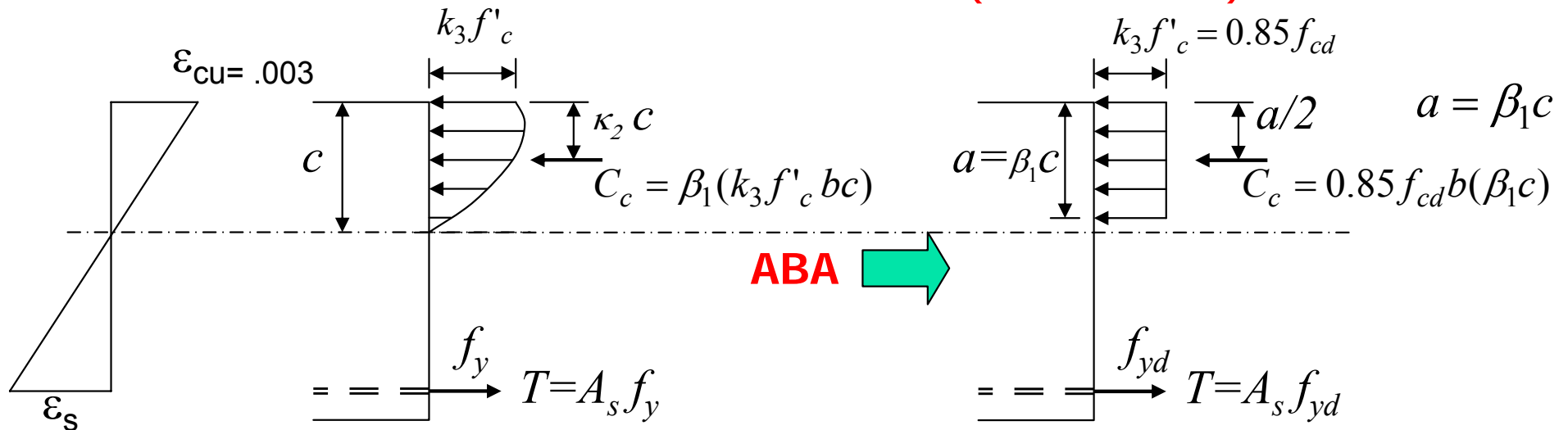
تنش خمشی

ناحیه فشاری با بلوک تنش معادلی مدل شده است.



مقاومت لنگر مقاوم (Mn) بر اساس استاندارد آبا

(بلوک تنش ویتنی)



$$\sum F_x = 0 \rightarrow$$

با فرض تسلیم فولاد

$$C_c = T$$

$$0.85 f_{cd} ab = A_s f_{yd}$$

$$a = \frac{A_s f_{yd}}{0.85 f_{cd} b}$$

توزیع تنش معادل

$$f_{cd} = \phi_c f'_c = 0.6 f'_c$$

$$f_{yd} = \phi_s f_y = 0.85 f_y$$

[1] سازگاری تنش و کرنش

-تنش در نقطه ای از عضو باید متناسب با کرنش در آن نقطه باشد.

$$M_r = A_s f_{yd} (d - a/2) = 0.85 f_{cd} ab (d - a/2)$$

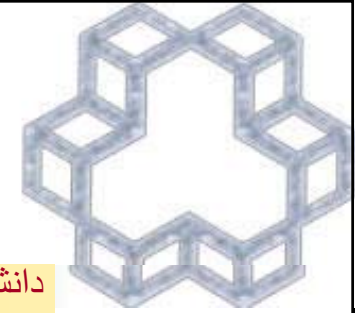
$$M_r = A_s f_{yd} \left(d - \frac{1}{2} \times \frac{A_s f_{yd}}{0.85 f_{cd} b} \right) \therefore \rho = \frac{A_s}{bd}$$

$$M_r = \rho b d^2 f_{yd} \left(1 - 0.59 \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \right)$$

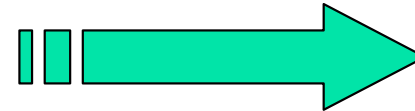
1

[2] تعادل

- نیروهای داخلی در تعادل با نیروهای خارجی باشد.



[3] نیاز به تأیید $\epsilon_s > \epsilon_y$



$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_s}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1}$$

$$\epsilon_s = \frac{(d - c)}{c} \epsilon_c > \epsilon_y$$

توزیع تنش مستطیلی معادل تحت عنوان ضریب β_1 مطرح می شود که نسبت توزیع تنش متوسط را تأمین می کند.

$$\left. \begin{array}{l} f'_c \leq 30 \text{ Mpa} \quad : \beta_1 = 0.85 \\ 30 \leq f'_c \leq 55 \text{ Mpa} \quad : \beta_1 = 0.85 - 0.008(f'_c - 30) \\ f'_c \geq 55 \text{ Mpa} \quad : \beta_1 = 0.65 \end{array} \right\}$$

$$R = \frac{M_u}{bd^2} \quad ; \quad m = \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}}$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2mR}{f_{yd}}} \right)$$

2

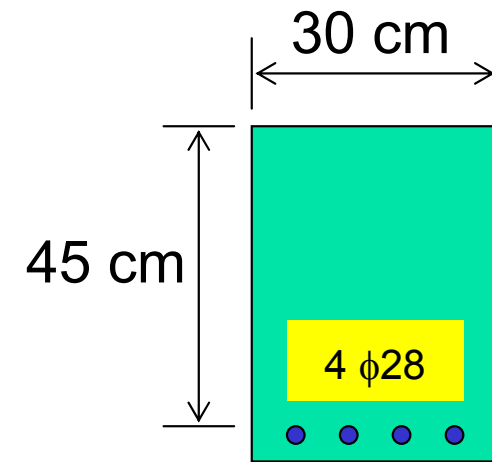
اگر معادله ۱ را برای ρ با تعریف اضافه داده شده حل کنیم خواهیم داشت:

Example 3.1

■ مقاومت خمشی مقطع زیر را حساب کنید.

$$b = 300\text{mm} \quad d = 450\text{mm} \quad f'_c = 30\text{ MPa} \quad f_y = 400\text{ MPa}$$

حل:



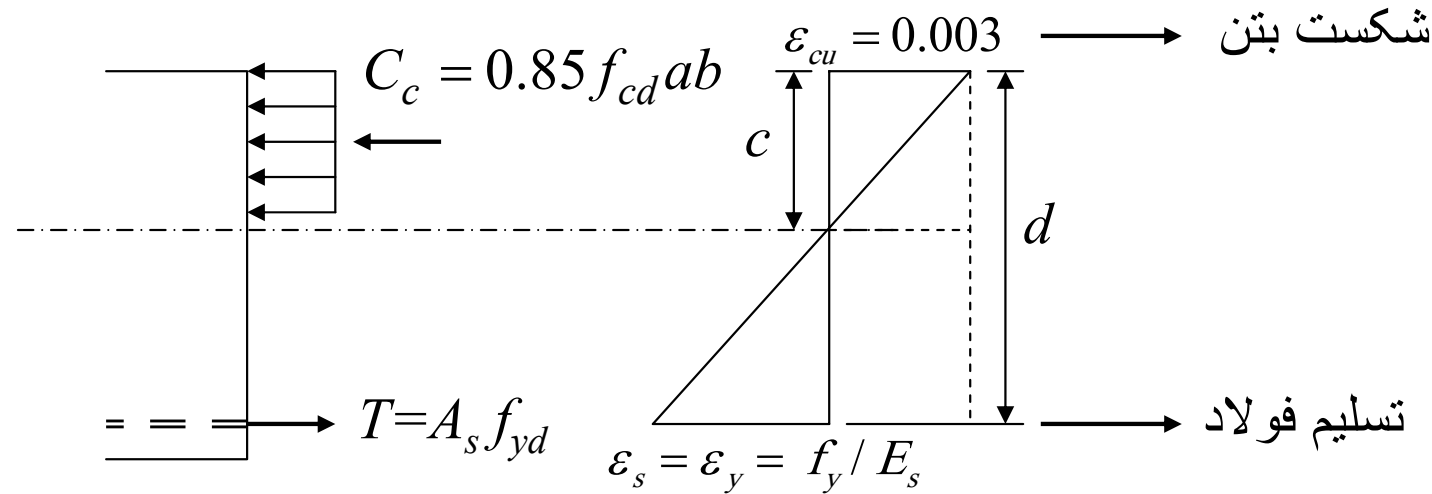
$$A_s = 4 \times \pi \frac{28^2}{4} = 2463\text{ mm}^2$$

$$\rho_{available} = \frac{2463}{300 \times 450} = 0.0182$$

$$\rho_{max} = 0.85 \times 0.85 \frac{0.6 \times 30}{0.85 \times 400} \times \frac{600}{600 + 400} = .023 \quad (3)$$

$$\rho \leq \rho_{max} \quad \text{Ok.}$$

$$M_r = 0.0182 \times 300 \times 450^2 \times 0.85 \times 400 \left(1 - 0.59 \times 0.0182 \frac{0.85 \times 400}{0.6 \times 30} \right) = 299673361 = 300\text{ kN.m} \quad (1)$$

نسبت فولاد بالانس (ρ_b)

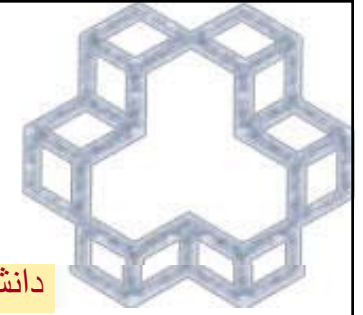
$$\frac{c_b}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} \Rightarrow c_b = \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} \right) d$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_c = T \Rightarrow 0.85 f_{cd} \beta_1 c_b b = A_s f_{yd} = \rho_b f_{yd} b d$$

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.003, \quad \varepsilon_y = \frac{f_y}{2 \times 10^5}$$

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} \Rightarrow \rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \frac{600}{600 + f_y}$$



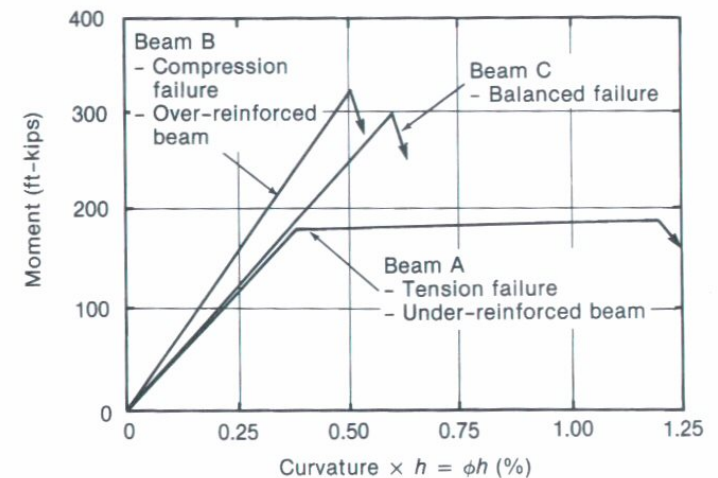
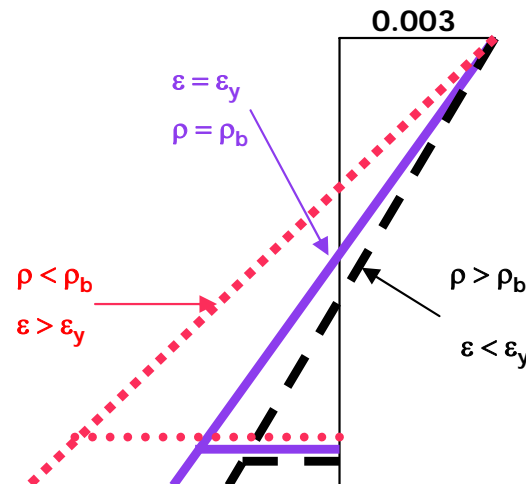
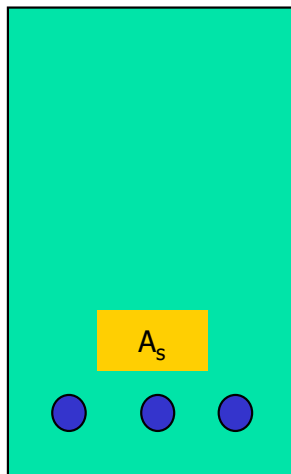
شکست خمشی تیر

■ امکان وقوع سه نوع شکست خمشی مجزا برای تیر وجود دارد :

۱- **شکست کششی** : فولاد قبل از شکست بتن جاری می شود. این نوع تیر را تحت مسلح (under-reinforced) گویند و این نوع رفتار را رفتار نرم، تیری با این نوع رفتار می تواند تغییر شکل زیادی را قبل از شکست تحمل کند. بنابراین ساکنین ساختمان قبل از خرابی شاهد علامتهایی هستند و لذا این شانس را دارند که قبل از خرابی کامل ساختمان را ترک کنند. ($\rho < \rho_b$)

۲- **شکست فشاری** : بتن قبل از جاری شدن فولاد می شکند. این نوع تیر را فوق مسلح (over-reinforcement) گویند. این نوع تیر به طور ناگهانی با رفتاری ترد و بدون هیچگونه هشدار به ساکنین می شکند. ($\rho > \rho_b$)

۳- **شکست بالانس** : بتن می شکند و فولاد هم همزمان جاری می شود. این تیر دارای فولاد بالانس است. ($\rho = \rho_b$)



توصیه های طراحی

$\rho = \rho_b$: balance, $\rho > \rho_b$: over RC, $\rho < \rho_b$: under RC

ماکزیمم نسبت فولاد : $\rho_{max} = \rho_b$

مینیمم نسبت فولاد : $\rho_{min} = 1.4 / f_y$ (Concrete first crack)

طراحی : $\rho_{min} < \rho < [\rho_{max} = \rho_b]$

طراحی محافظه کارانه : $\rho = 0.5\rho_{max}$

Example 3.2

به دلیل محدودیت های معماری تیری با مقطع زیر احتیاج است. سطح فولاد را در مقطع وسط محاسبه کنید.

$$b = 600\text{mm} \quad D = 600\text{mm} \quad f'_c = 21\text{MPa} \quad f_y = 420\text{MPa}$$

Solution 3.2

$$\text{Beam's weight} = 0.6 \times 0.6 \times 25 = 9 \text{ kN/m}$$

$$w_u = 1.25DL + 1.5LL$$

$$w_u = 1.25(15 + 9) + 1.5(36.5) = 84.75 \text{ kN/m}$$

$$M_u = \frac{w_u l^2}{8} \rightarrow M_u = \frac{84.75 \times 7.0^2}{8} = 519.09 \text{ kN.m}$$

$$d = 60 - 6 = 54 \text{ cm}$$

$$R = \frac{M_u}{bd^2} = \frac{519.09 \times 10^6}{600 \times 540^2} = 2.97$$

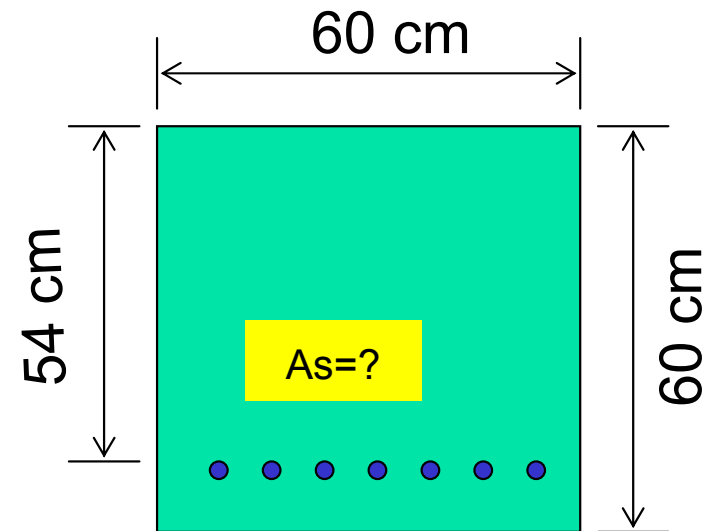
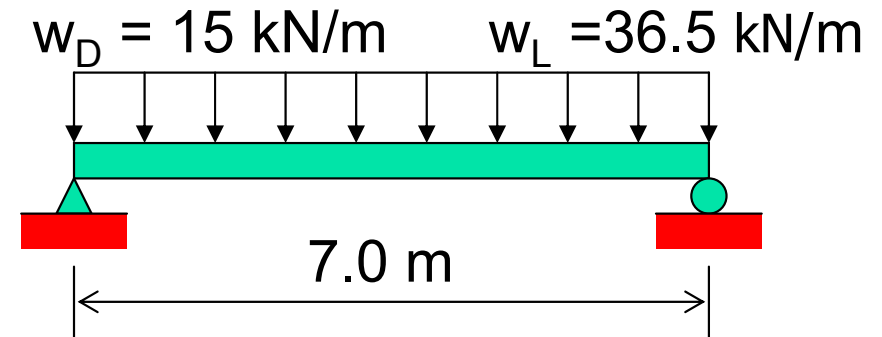
$$m = \frac{.85 \times 420}{.85 \times 0.6 \times 21} = 33.33$$

$$\rho = \frac{1}{33.33} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 33.33 \times 2.97}{.85 \times 420}} \right) = 0.009$$

$$A_s = 600 \times 540 \times 0.01 = 3229 \Rightarrow 7\phi 25 \quad A_{s_{av.}} = 3436 \text{ mm}^2$$

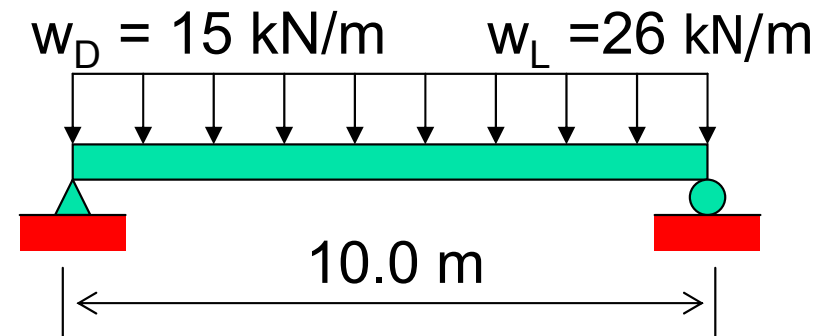
$$\rho_b = 0.85 \times 0.85 \frac{.6 \times 21}{.85 \times 420} \times \frac{600}{600 + 420} = 0.015 \quad \rho_{\min} = \frac{1.4}{420} = 0.003$$

$$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_b \quad \text{Ok}$$



Example 3.3

یک تیر ساده ۱۰ متری بار زنده ۲۶ kN/m و بار مرده ۱۵ kN/m را تحمل می کند.
 خصوصیات مقطع عرضی این تیر را در وسط دهانه محاسبه کنید.



$f'_c = 24.5 \text{ MPa}$, $f_y = 420 \text{ MPa}$

Solution 3.3

$$D_{\min} = \frac{L}{16} = \frac{1000}{16} = 62.5 \sim 65 \text{ cm} \quad \therefore b \sim h/2 \sim 35$$

$$\text{Beam's weight} = 0.65 \times 0.35 \times 2500 \text{ kg/m}^3 = 568 \text{ kg/m} \sim 6 \text{ kN/m}$$

$$w_u = 1.25(15 + 6) + 1.5 \times 26 = 65.25 \text{ kN/m}$$

$$M_u = 815.625 \text{ kN.m}$$

$$\rho_b = 0.85 \times 0.85 \times \frac{0.6 \times 25}{0.85 \times 420} \times \frac{600}{600 + 420} = 0.0178$$

$$M_r = M_u \rightarrow bd^2 = \frac{815.625 \times 10^6}{.0178 \times .85 \times 420 \left(1 - .59 \times .0178 \times \frac{.85 \times 420}{.6 \times 25} \right)} = 171123914$$

$$b \sim d/2 \rightarrow 4b^3 = 171123914 \rightarrow b = 349.7 \text{ mm} \rightarrow \therefore b = 400 \rightarrow d = 800$$

$$D = 800 + 90 \sim 900 \rightarrow d \sim D - 90 = 810 \rightarrow \text{Beam's weight} = 0.4 \times 0.9 \times 25 = 9 \text{ kN/m}$$

$$M_u = 862.5$$

$$R = \frac{M_u}{bd^2} = \frac{862.5 \times 10^6}{400 \times 810^2} = 3.286$$

$$m = \frac{f_{yd}}{0.85 \times f_{cd}} = \frac{0.85 \times 420}{0.85 \times 0.6 \times 25} = 28$$

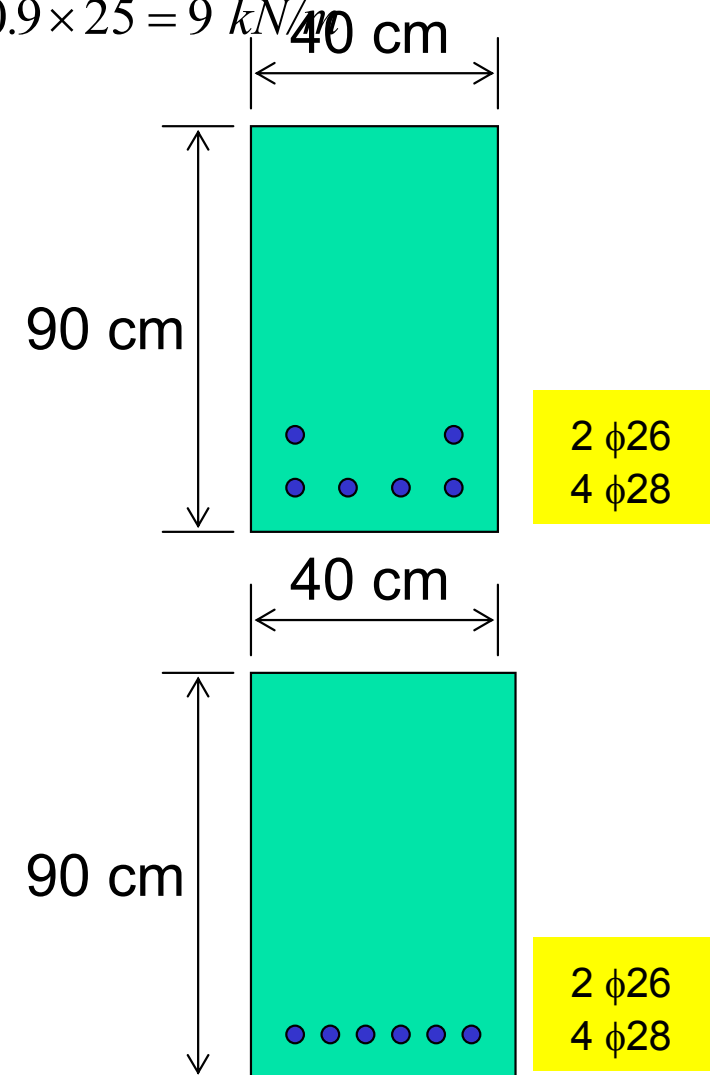
$$\rho = \frac{1}{28} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 28 \times 3.286}{0.85 \times 420}} \right) = 0.0108 \pi \rho_b$$

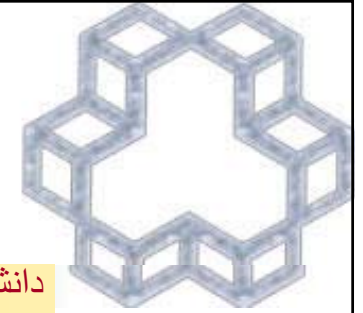
$$A_s = .0108 \times 400 \times 810 = 3499.2 \text{ mm}^2 \quad 4\phi 28 + 2\phi 26$$

$$A_s = 35200$$

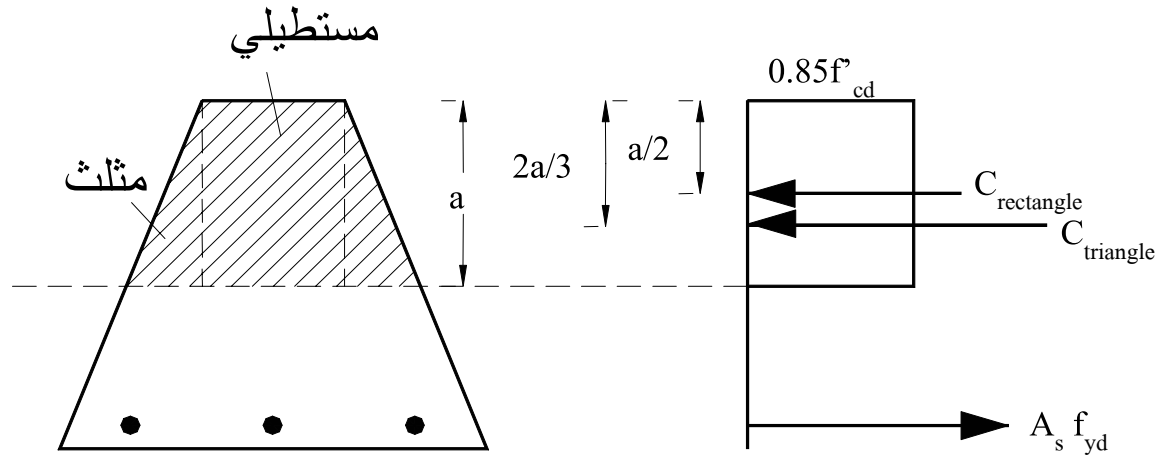
$$b_{\min} = 2 \times 26 + 4 \times 28 + 5 \times 28 + 2 + 2 \times 35 = 376 \text{ Ok.}$$

$$\rho_{\min} = 1.4/420 = 0.003 \rightarrow \rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max} \text{ Ok.}$$

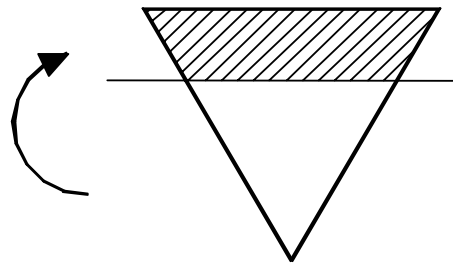
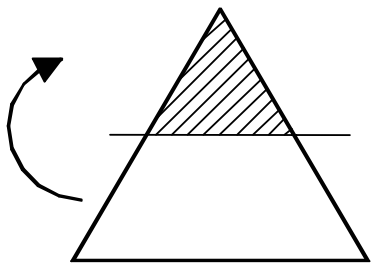




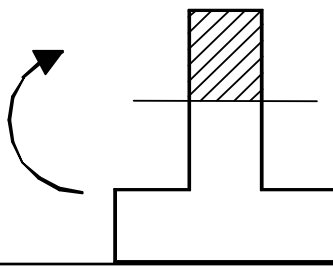
دیگر مقاطع غیر مستطیلی

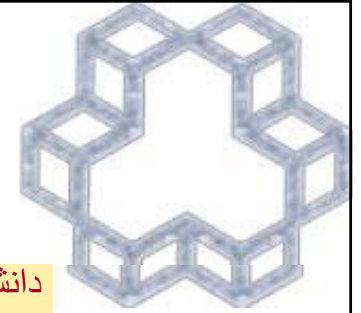


$$M_n = C_{rect} (d - a/2) + C_{traing} (d - 2a/3)$$

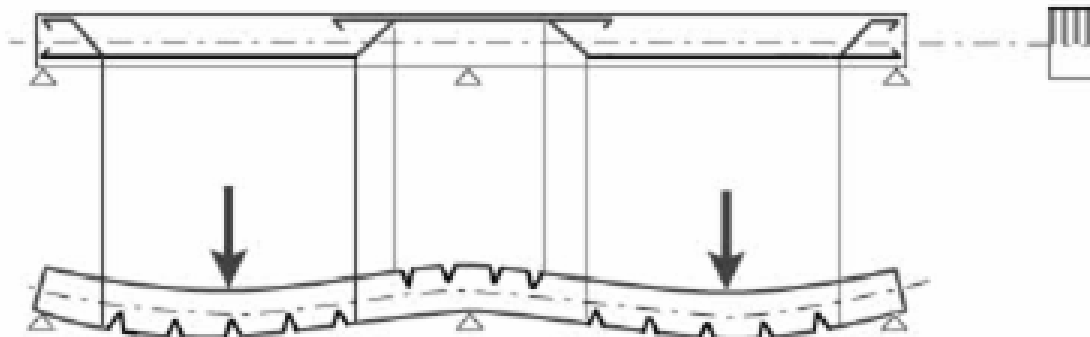


چرا؟ → طراحی بهتر

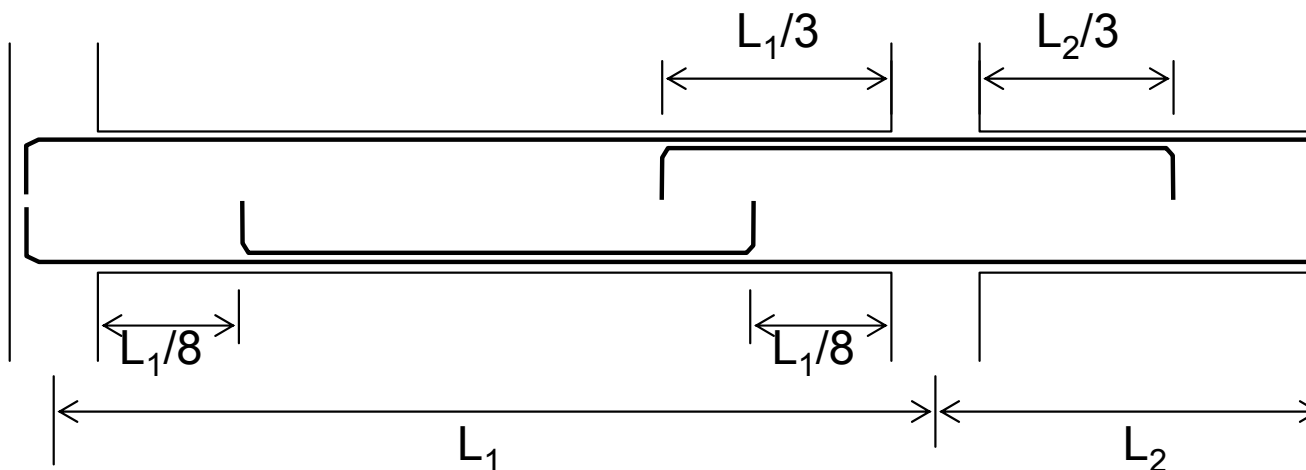


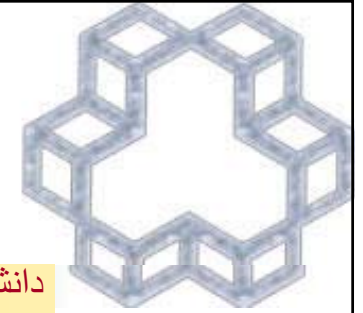


اختراع در تقویت تیرها



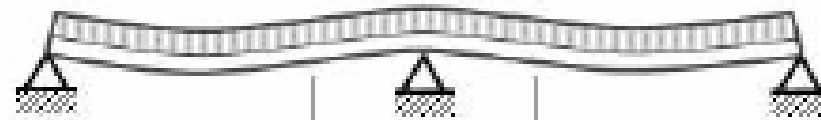
جزئیات میلگرد گذاری در تیر



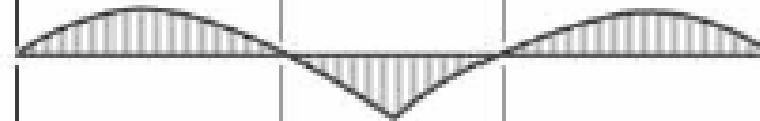


Principles of Reinforcing

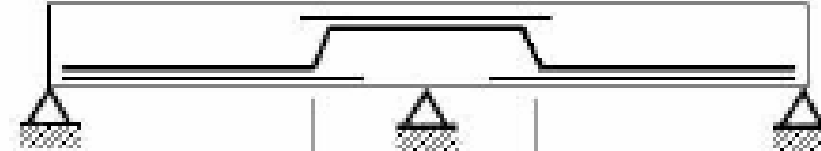
(a) Loading.



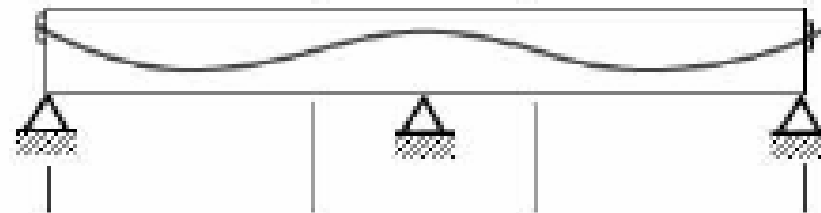
(b) Moment diagram.



(c) Reinforced concrete beam. Reinforcing steel is placed in tension regions.



(d) Post-tensioned beam. Cable is draped to reflect moments present.



Understanding

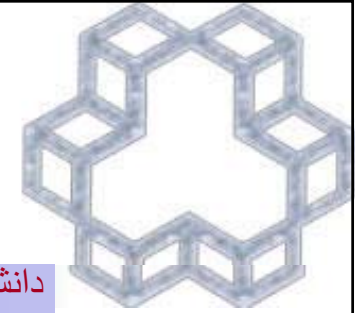
- when I **read** it I **forget** it
- when I **see** it I **remember** it
- when I **do** it I **understand** it

End of Chapter 1-1



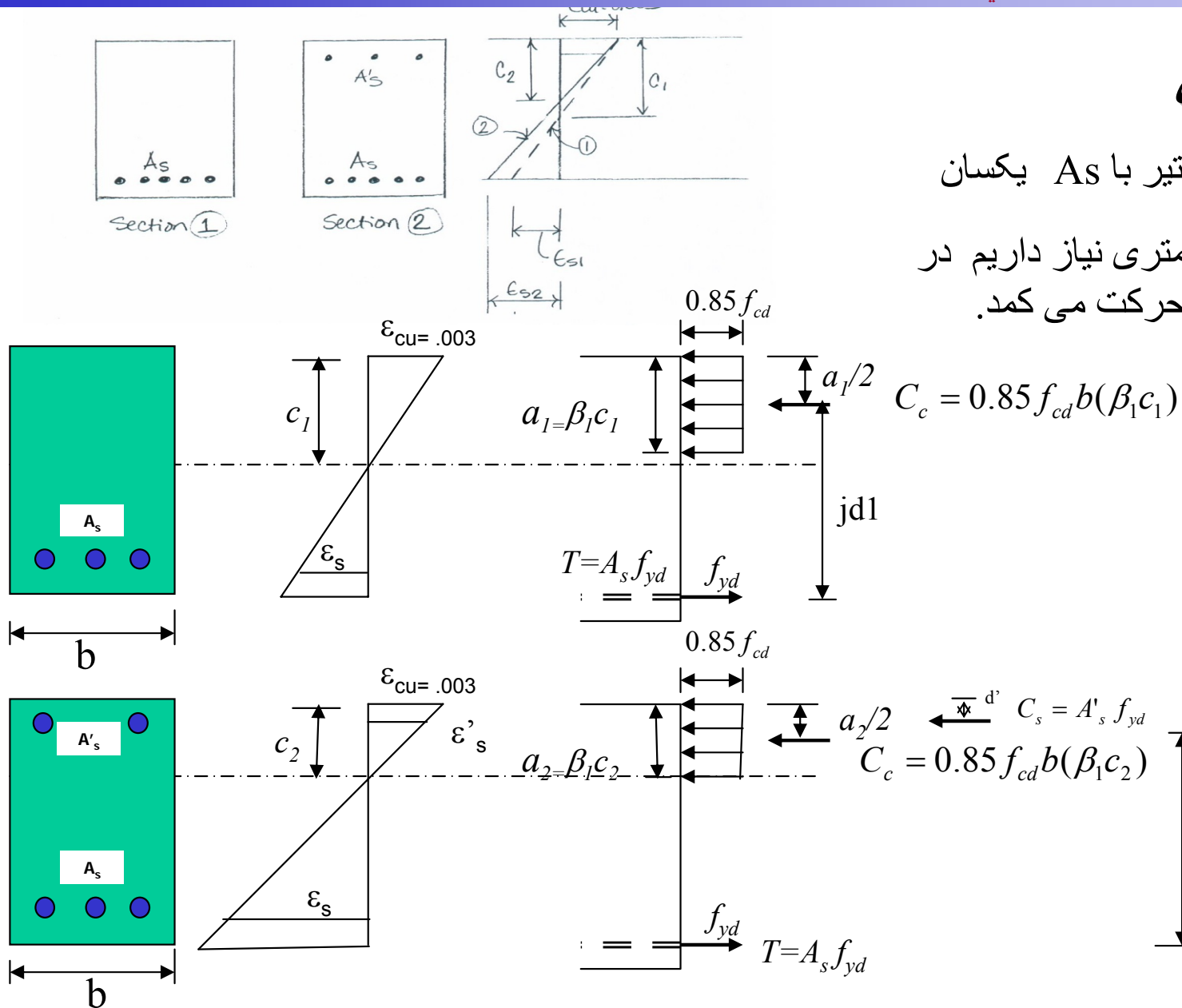
جزوه بتن ۱

تدوین : دکتر سید بهرام بهشتی

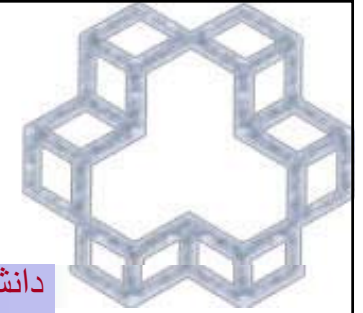


اثر فولاد فشاری

- مقایسه توزیع کرنش در دو تیر با A_s یکسان
- جهت برقراری تعادل بتن کمتری نیاز داریم در نتیجه تار خنثی به سمت بالا حرکت می کند.



مهمترین اثر فولاد فشاری:
 ** افزایش شکل پذیری مقطع
 * تا حدودی مقاومت مقطع را نیز
 افزایش می دهد.



مقطع ۱

$$T = A_s f_{yd}$$

$$T = C_1 = 0.85 f_{cd} b a_1 = 0.85 f_{cd} b \beta_1 c_1$$

$$c_1 = \frac{A_s f_{yd}}{0.85 f_{cd} b \beta_1}$$

$$T = C = C_{c1} ; M_{r1} = A_s f_{yd} j d_1$$

$$j d_2 > j d_1$$

مقطع ۲

$$T = A_s f_{yd}$$

$$T = C_s + C_c$$

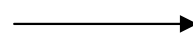
$$= A'_s f_{yd} + 0.85 f_{cd} b a_2$$

$$= A'_s f_{yd} + 0.85 f'_{cd} b \beta_1 c_2$$

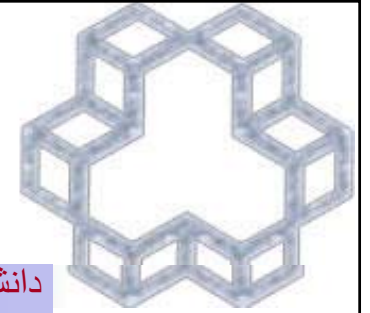
$$c_2 = \frac{A_s f_{yd} - A'_s f_{yd}}{0.85 f_{cd} b \beta_1}$$

$$T = C = C_c + C_s ; M_{r2} = A_s f_{yd} j d_2$$

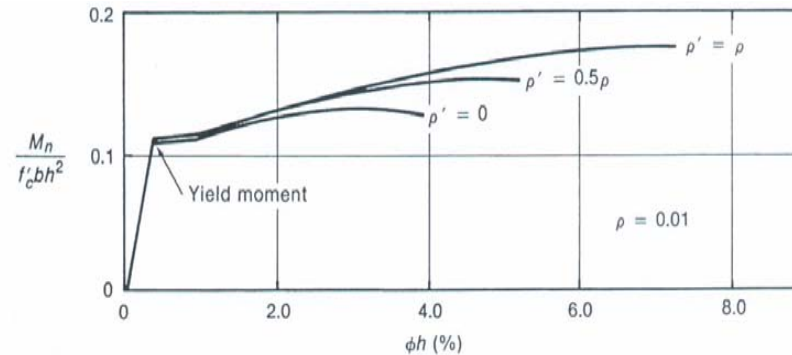
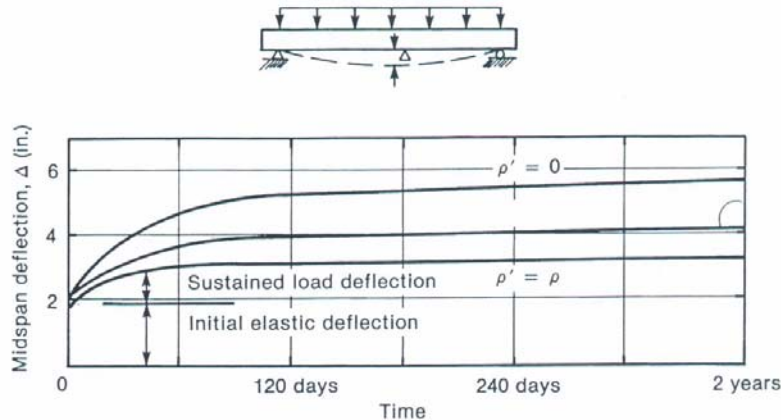
$$M_{r2} > M_{r1}$$



با افزایش A'_s ناحیه فشاری تقویت می شود، بنابراین بتن کمتری برای مقاومت در برابر مقدار داده شده T مورد نیاز است. NA بالاتر می رود ($c_2 < c_1$) بنابراین ($a_2 < a_1$) و مقدار ϵ_s زیاد می شود ($\epsilon_{s2} > \epsilon_{s1}$).



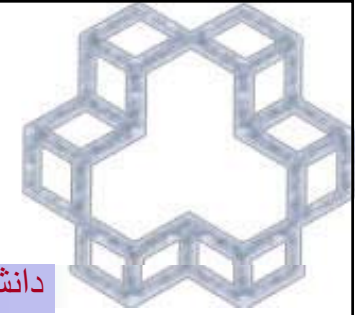
دلایل تأمین فولاد فشاری



فولاد فشاری از خزش نیز جلوگیری می کند بدین طریق که بار اضافی که بتن تحمل نمی کند توسط فولاد تحمل می شود.

- اثر کمتر روی مقاومت و شکل پذیری در تیرهای بتن مسلح $\rho < \rho_b$
- تغییر مود شکست از فشار به کشش . هنگامی که $\rho > \rho_{bal}$ ، افزایش AS باعث تقویت می شود.
- ناحیه فشاری به فولاد کششی این اجازه را می دهد تا قبل از شکست بتن جاری شود.
- نسبت فولاد مؤثر $(\rho - \rho')$
- سهولت در ساخت، استفاده به عنوان میلگردهای گوشه جهت نگهداری و مهار خاموت ها.

- کاهش خمش ناشی از بارهای دائمی
- - بار به فولاد فشاری منتقل می شود بنابراین تنش در بتن کاهش می یابد.
- - خزش کمتر
- - خمش کمتر ناشی از بارهای دائمی
- کاهش عمق بلوک تنش در نتیجه افزایش کرنش فولاد و منحنی های بزرگتری به دست می آیند.
- افزایش شکل پذیری به دلیل عمق کمتر تار خنثی



چهار مود امکان پذیر شکست

• شکست تحت مسلح (under-reinforced Failure) :

– (حالت ۱) فولاد کششی و فشاری جاری شوند.

– (حالت ۲) تنها فولاد کششی جاری شود.

• ~~شکست فوق مسلح (over-reinforcement Failure) :~~

– (حالت ۳) تنها فولاد فشاری جاری شود.

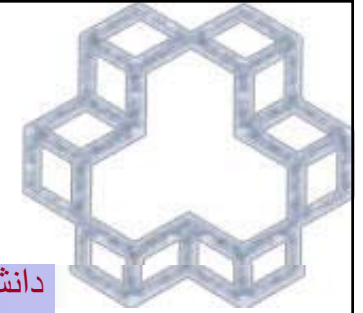
– (حالت ۴) جاری شدن اتفاق نیفتد و بتن بشکند.



قبلی
تغییر

* چون طراحی بر مبنای شکست نرم می باشد همواره سعی می شود تا فولاد کششی جاری شود.

همانطور که ملاحظه می شود، وضعیت فولاد کششی در شکست ترد و نرم موثرتر است.



آنالیز مقطع مستطیلی با فولاد مضاعف

(حالت ۱)

• فرض کنید A_s جاری شده است $f_s = f_{yd}$

$$C_c = 0.85 f_{cd} b a$$

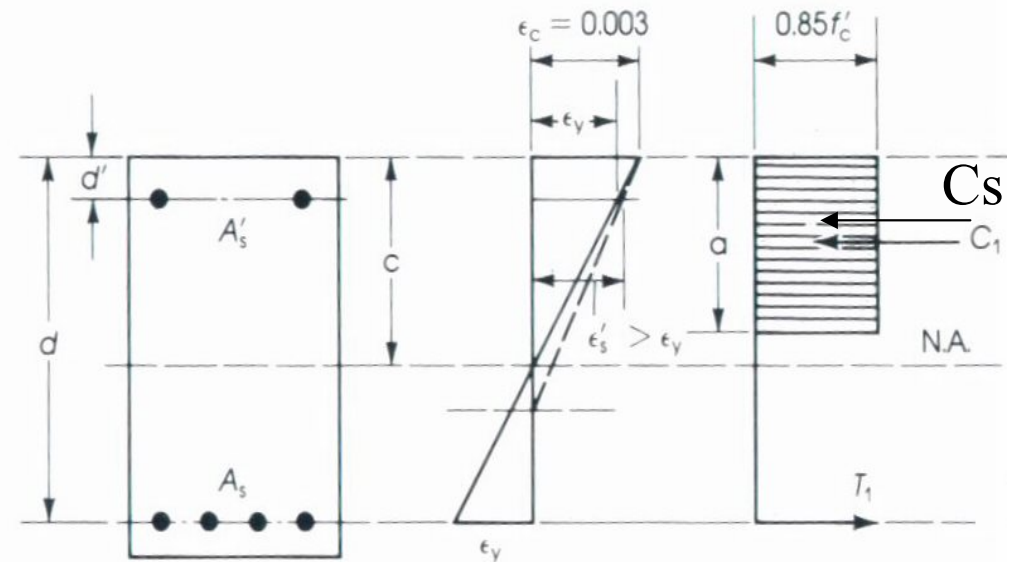
$$T = A_s f_{yd}$$

$$C_s = A'_s (f_{yd} - 0.85 f'_c)$$

• استفاده از معادله تعادل و به دست آوردن a :

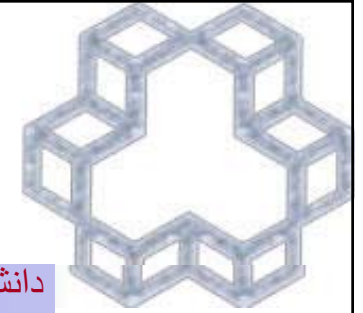
$$T = C_c + C_s \Rightarrow a = \frac{A_s f_{yd} - A'_s (f_{yd} - 0.85 f_{cd})}{0.85 f_{cd} b}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1}$$



مقادیر اسمی

مقادیر کاهش یافته



آنالیز مقطع مستطیلی با فولاد مضاعف

(حالت ۱) ادامه

• چک کردن فرض

$$\epsilon'_s = \left(\frac{c - d'}{c} \right) \epsilon_{cu}$$

$$\epsilon_s = \left(\frac{d - c}{c} \right) \epsilon_{cu}$$

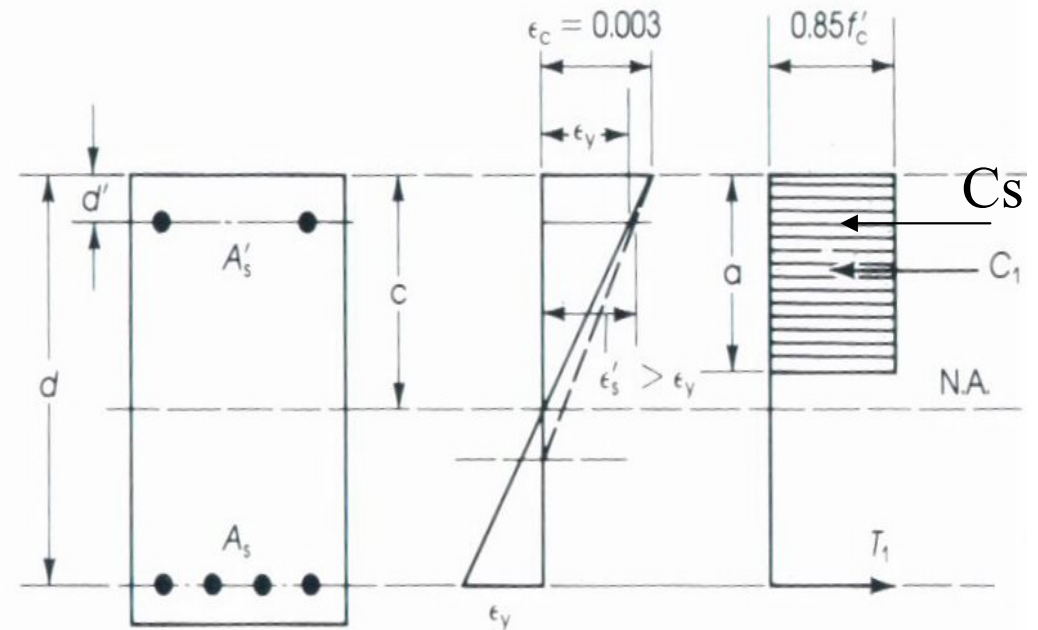
• تأیید

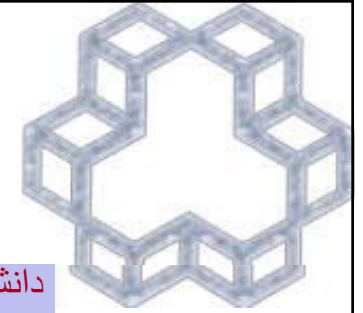
$$\epsilon'_s \geq \epsilon_y = \frac{f_y}{E_s};$$

$$\epsilon_s \geq \epsilon_y$$

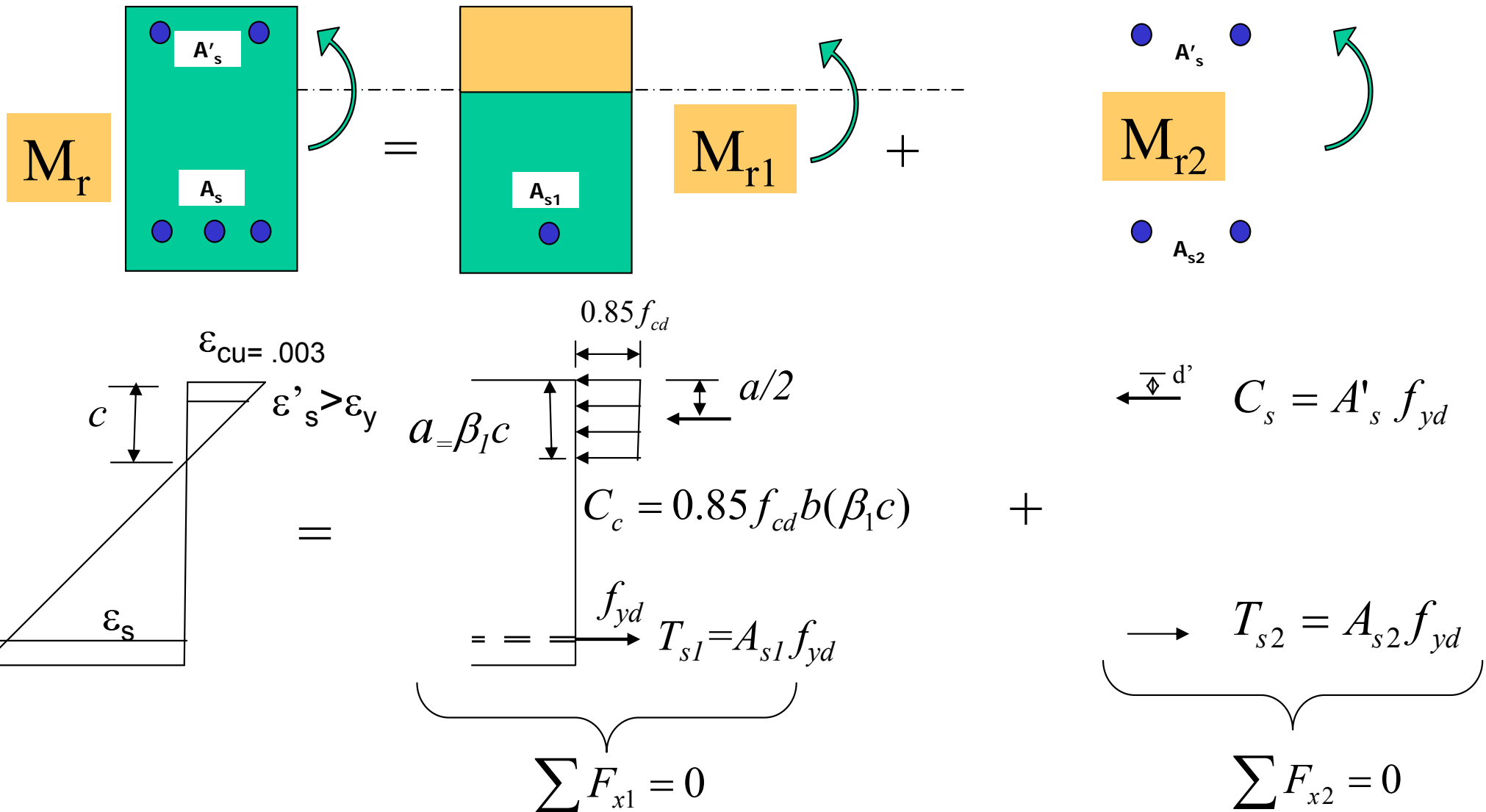
• محاسبه:

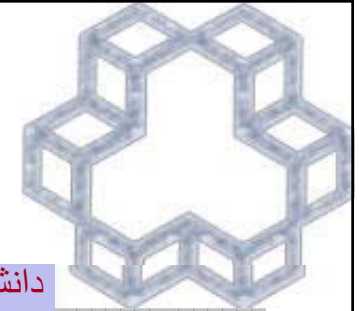
$$M_r = C_c \left(d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d')$$





نگرشی دیگر به محاسبه لنگر مقاوم مقطع مضاغف





با فرض تقسیم فولاد کششی به دو بخش که قسمت اول آن با بلوک فشاری بتنی و مابقی با فولاد فشاری در تعادل باشد، می توان ظرفیت خمشی مجموع دو مقطع فرضی را معادل مقطع بتنی با فولاد مضاعف در نظر گرفت.

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

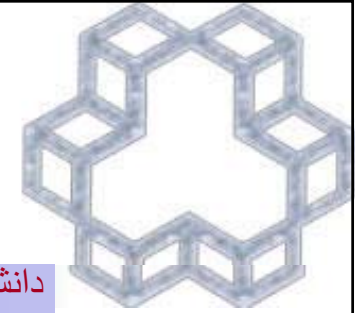
$$\sum F_{x2} = 0 \rightarrow A'_s = A_{s2}$$

$$\sum F_{x1} = 0 \rightarrow a = \frac{A_{s1} f_{yd}}{0.85 f_{cd} b} = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{0.85 f_{cd} b}$$

$$\rightarrow M_{r1} = (A_s - A'_s) f_{yd} (d - a / 2)$$

$$M_{r2} = A'_s f_{yd} (d - d')$$

$$M_r = M_{r1} + M_{r2}$$



آنالیز مقطع مستطیلی با فولاد مضاعف (حالت ۲)

• فرض کنید A_s هنوز جاری نشده است.

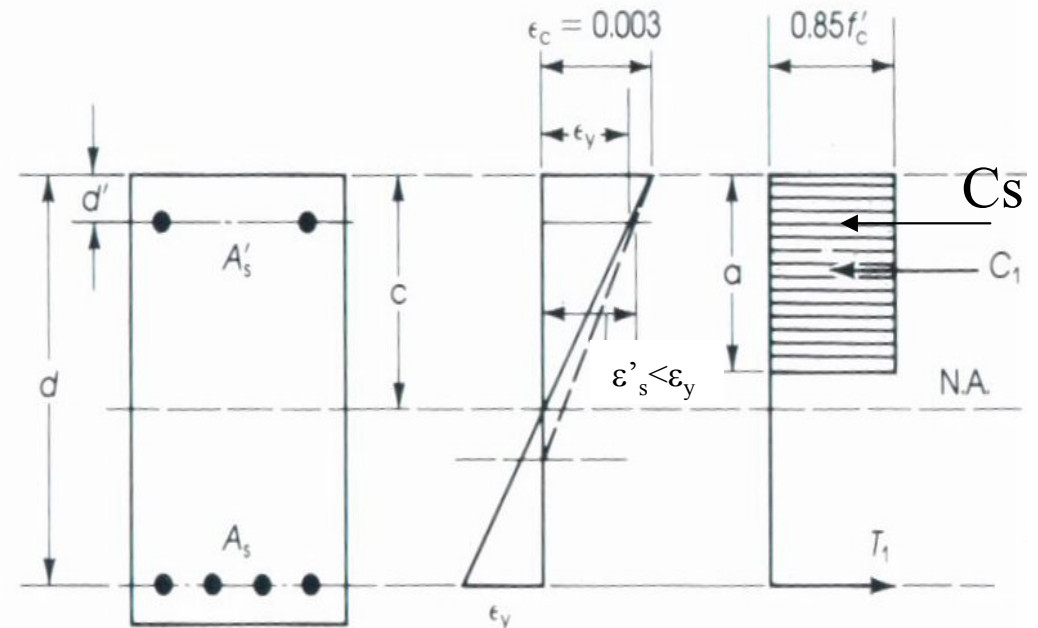
$$C_c = 0.85 f_{cd} ba = 0.85 f_{cd} b \beta_1 c$$

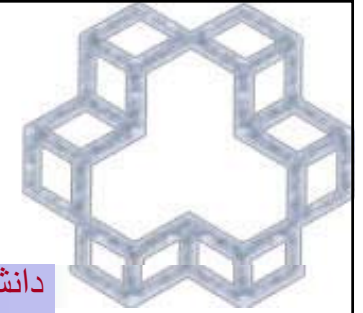
$$T = A_s f_{yd}$$

با استفاده از مثلث مشابه:

$$\varepsilon'_s = \left(\frac{c - d'}{c} \right) \varepsilon_{cu}$$

$$C_s = A'_s (f_s - 0.85 f_{cd}); \text{ where, } f_s = E_s \varepsilon'_s$$





آنالیز مقطع مستطیلی با فولاد مضاعف

(حالت ۲) ادامه

معادله تعادل:

$$T = C_c + C_s$$

* حل معادله درجه دوم را جهت یافتن NA و c

• چک کردن فرض

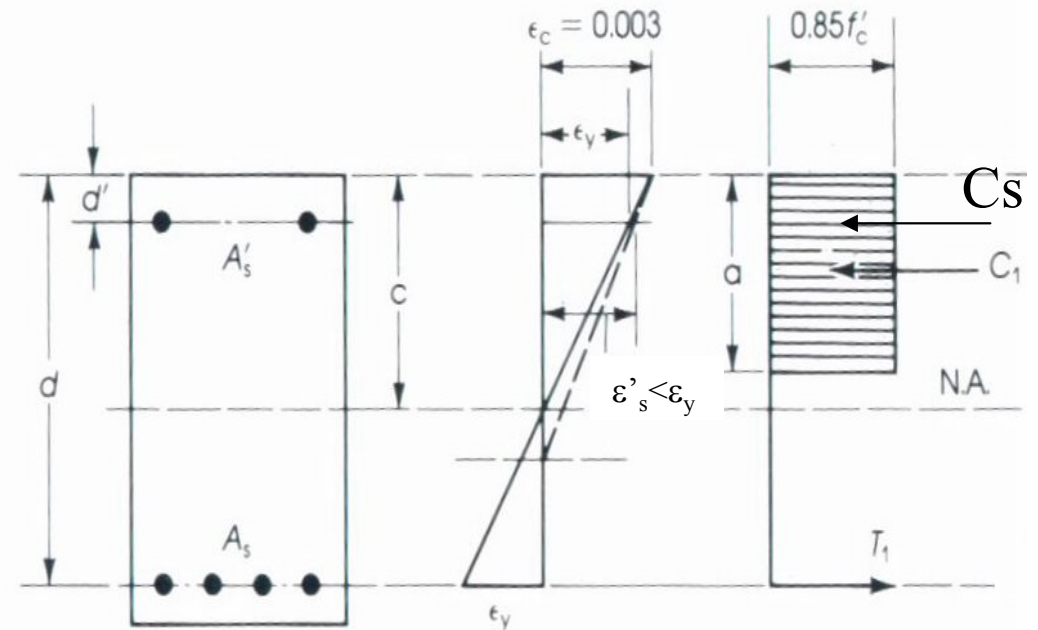
$$\epsilon'_s \leq \epsilon_y$$

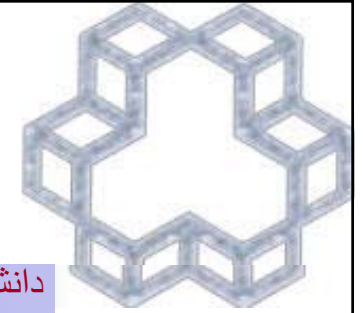
$$\epsilon_s \geq \epsilon_y$$

• محاسبه:

$$a = \beta_1 c$$

$$M_r = C_c \left(d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d')$$





آنالیز مقطع مستطیلی با فولاد مضاعف

راه حلی دیگر جهت محاسبه M_r

به کارگیری آزمون وخطا برای محاسبه c

– سعی اول $c = (1/3) * d$

– محاسبه $T, C_s, f'_s, \epsilon'_s$

– کنترل

- $T < C_c + C_s$ (کاهش c)
- $T > C_c + C_s$ (افزایش c)

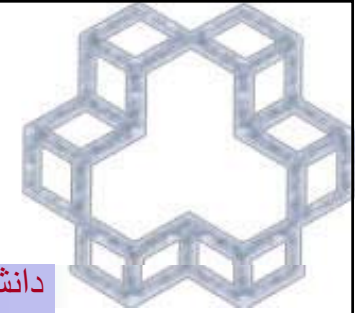
– تکرار تا زمانی که $T = C_c + C_s$

– محاسبه M_r

حداقل فولاد کششی

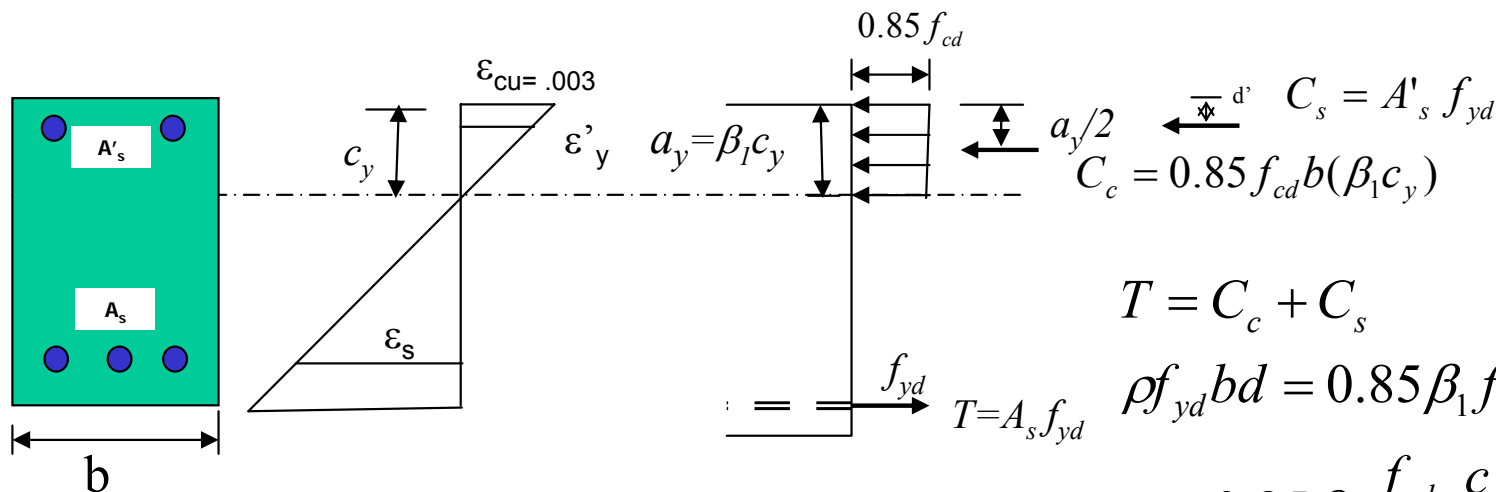
حداقل مقدار ρ همانند تیر بتنی بدون فولاد مضاعف است.

$$\rho_{\min} = \frac{1.4}{f_y}$$



معیار سیلان فولاد فشاری در مقاطع مستطیلی

با فرض آنکه فولاد فشاری در آستانه تسلیم باشد، از تعادل نیروها در مقطع، میزان فولاد کششی لازم را محاسبه کرده و با فولاد کششی موجود مقایسه می کنیم. چنانچه میزان فولاد موجود بیشتر از لازم باشد، فولاد فشاری جاری شده است. دقت کنید که در مقطع فرض کردیم که فولاد کششی در مقطع فوق جاری شده که می باید بررسی گردد.



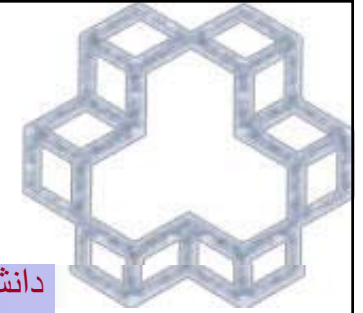
$$T = C_c + C_s$$

$$\rho f_{yd} b d = 0.85 \beta_1 f_{cd} b c + \rho' f_{yd} b d$$

$$\rho = 0.85 \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \frac{c}{d} + \rho' \quad \rightarrow \quad c = \frac{0.003}{0.003 - \epsilon_y} d'$$

فولاد موثر

$$\rho - \rho' \geq 0.85 \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \frac{600}{600 - f_y} \frac{d'}{d}$$



حداکثر فولاد کششی در مقاطع مستطیلی

(الف) فرض سیلان فولاد فشاری

با توجه به یکی بودن توزیع کرنش در مقطع مضاعف با مقطع با فولاد موثر ($A_s - A'_s$) و لذا کرنش مساوی فولاد کششی مقطع اصلی مضاعف با کرنش فولاد کششی مقطع با فولاد موثر، می توان چنین برداشت نمود که میزان فولاد حداکثر در مقطع مضاعف متناسباً با میزان فولاد حداکثر در مقطع با فولاد موثر همزمان برآورد می گردند. لذا کافی است میزان فولاد مقطع با فولاد موثر را با میزان فولاد حداکثر یک مقطع تک فولاده که قبلاً بدست آوردیم مقایسه می کنیم.

$$A_{sb} \geq A_s - A'_s \rightarrow A_{sb} + A'_s \geq A_s \rightarrow \bar{\rho}_b + \rho' \geq \rho$$

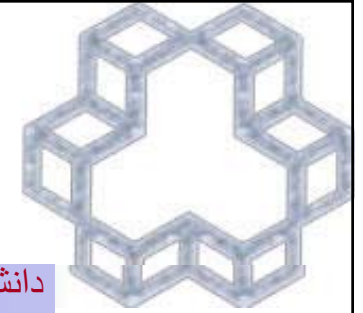
(ب) فرض عدم سیلان فولاد فشاری

چنانچه فولاد فشاری در مقطع بالانس فرضی جاری نشده باشد، از تعادل مقطع دوم خواهیم داشت:

$$A'_s f'_{sb} = A_{s2} f_y \rightarrow A_{s2} = \frac{A'_s f'_{sb}}{f_y} \rightarrow A_{s1} = A_s - \frac{A'_s f'_{sb}}{f_y}$$

و لذا بر اساس استدلالی مشابه حالت قبل میزان فولاد حداکثر معادل خواهد بود با:

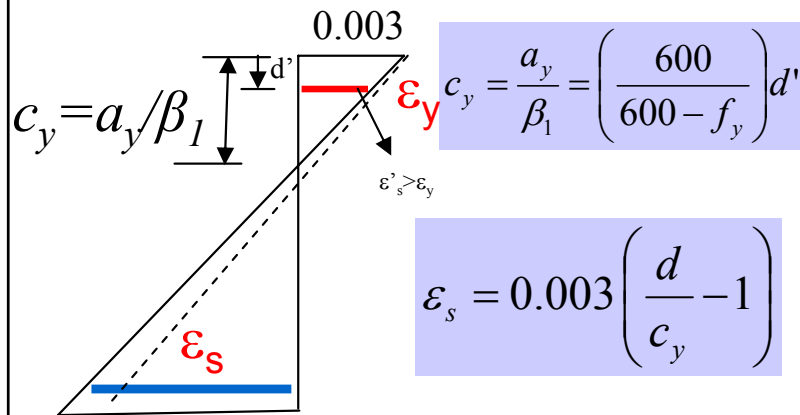
$$\Rightarrow \bar{\rho}_b = \rho_b + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y} \quad f'_{sb} = E_s \varepsilon'_s = E_s \left[0.003 - \frac{d}{d'} (0.003 + \varepsilon_y) \right] = 600 - \frac{d'}{d} (600 + f_y) \leq f_y$$



بررسی وضعیت سیلان فولاد ها در مقاطع کلی

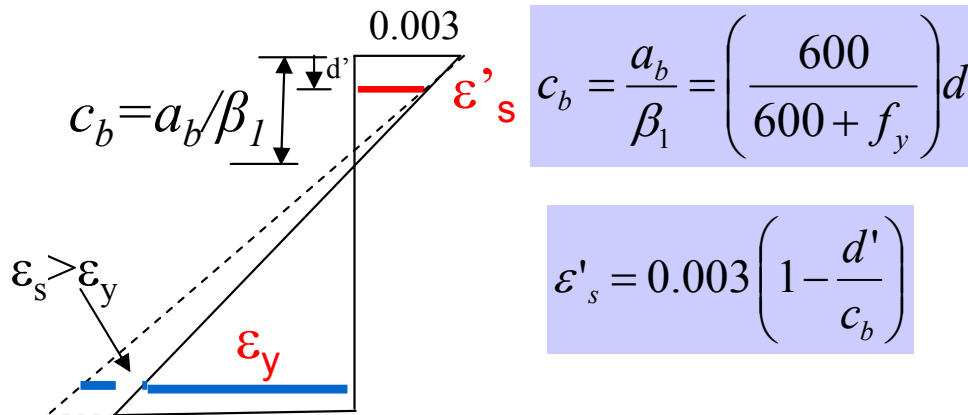
همانطور که ملاحظه گردید می توان با فرض سیلان فولاد کششی و فشاری در قدم اول میزان ارتفاع بلوک فشاری را تعیین نمود و سپس به بررسی وضعیت سیلان فولادها پرداخت. این روش ممکن است برای مقاطع غیر مستطیلی تا حدودی طولانی باشد. بدین جهت با تغییر استراتیژی تا حدودی سعی می کنیم تا روش را کوتاه تر نماییم.

۱- فولاد فشاری

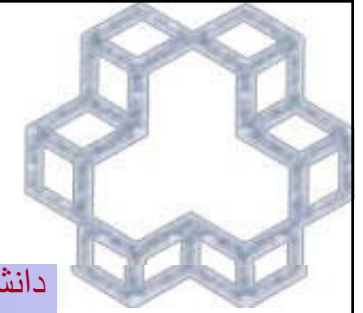


ارتفاع تار خنثی c_y را از تشابه مثلثها در دیاگرام توزیع کرنش مقطع به گونه ای می یابیم که فولاد فشاری در آستانه تسلیم باشد (ε_y) سپس بر این اساس از تعادل نیروهای افقی میزان فولاد کششی را می یابیم که چنانچه در مقطع باشد چنین گردد. میزان فولاد کششی موجود را با مقدار محاسبه شده مقایسه می کنیم. چنانچه مقدار بیشتری موجود باشد نشان دهنده سیلان فولاد فشاری است و گرنه برعکس.

۲- فولاد کششی



ارتفاع تار خنثی c_b را از تشابه مثلثها در دیاگرام توزیع کرنش مقطع به گونه ای می یابیم که فولاد کششی در آستانه تسلیم باشد (ε_y) سپس بر این اساس از تعادل نیروهای افقی میزان فولاد کششی حداکثر را می یابیم که چنانچه در مقطع باشد چنین گردد. میزان فولاد کششی موجود را با مقدار محاسبه شده مقایسه می کنیم. چنانچه مقدار کمتری موجود باشد نشان دهنده سیلان فولاد کششی موجود است و گرنه برعکس.



طراحی تیر با فولاد مضاعف با معلوم بودن مقطع

۱ محاسبه لنگر طراحی بر اساس ترکیب بارگذاری غالب M_u ,

۲ تخمین d بر حسب ارتفاع h تیر

برای یک لایه فولاد: $d = h - (3.5 + 1 + 1) \sim D-6$

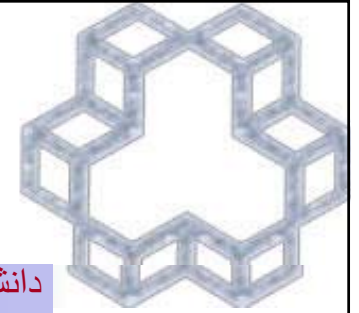
برای دو لایه فولاد: $d = h - (3.5 + 1 + 2 + 1.25) \sim D-9$

۳ تخمین نسبت c/d که سبب کرنش $\epsilon_t > \epsilon_y$ در لایه فولاد کششی و محاسبه سطح A_{s1} برای فولاد تک آرمه. محاسبه c از d

۴ محاسبه لنگر مقاوم تامین شده بر اساس A_{s1}

$$A_{s1} = \frac{0.85 f_{cd} ab}{f_{yd}}$$

$$M_1 = A_{s1} f_{yd} (d - a_1 / 2)$$



۵ محاسبه لنگر مقاوم تامین شده توسط فولاد فشاری

$$M_2 = M_r - M_1$$

اگر $M_2 \leq 0$ نیازی به فولاد فشاری برای تحمل M_r نیست.

اگر $M_2 > 0$ به قدم ۶ بروید

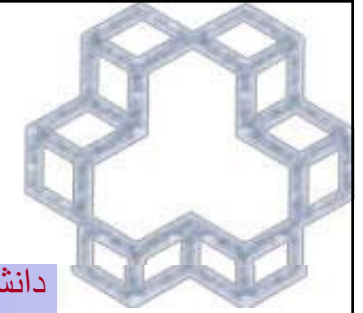
۶ محاسبه $A's$ لازم جهت مقاومت M_2 (فرض می شود $\epsilon_s \geq \epsilon_y$. زیرا فولاد فشاری باید جاری شود)

$$A'_{s(req'd)} = \frac{M_2}{(d - d') f_{yd}}$$

۷ محاسبه فولاد کششی لازم

$$A_{s(req'd)} = A_{s1} + A'_{s(req'd)}$$

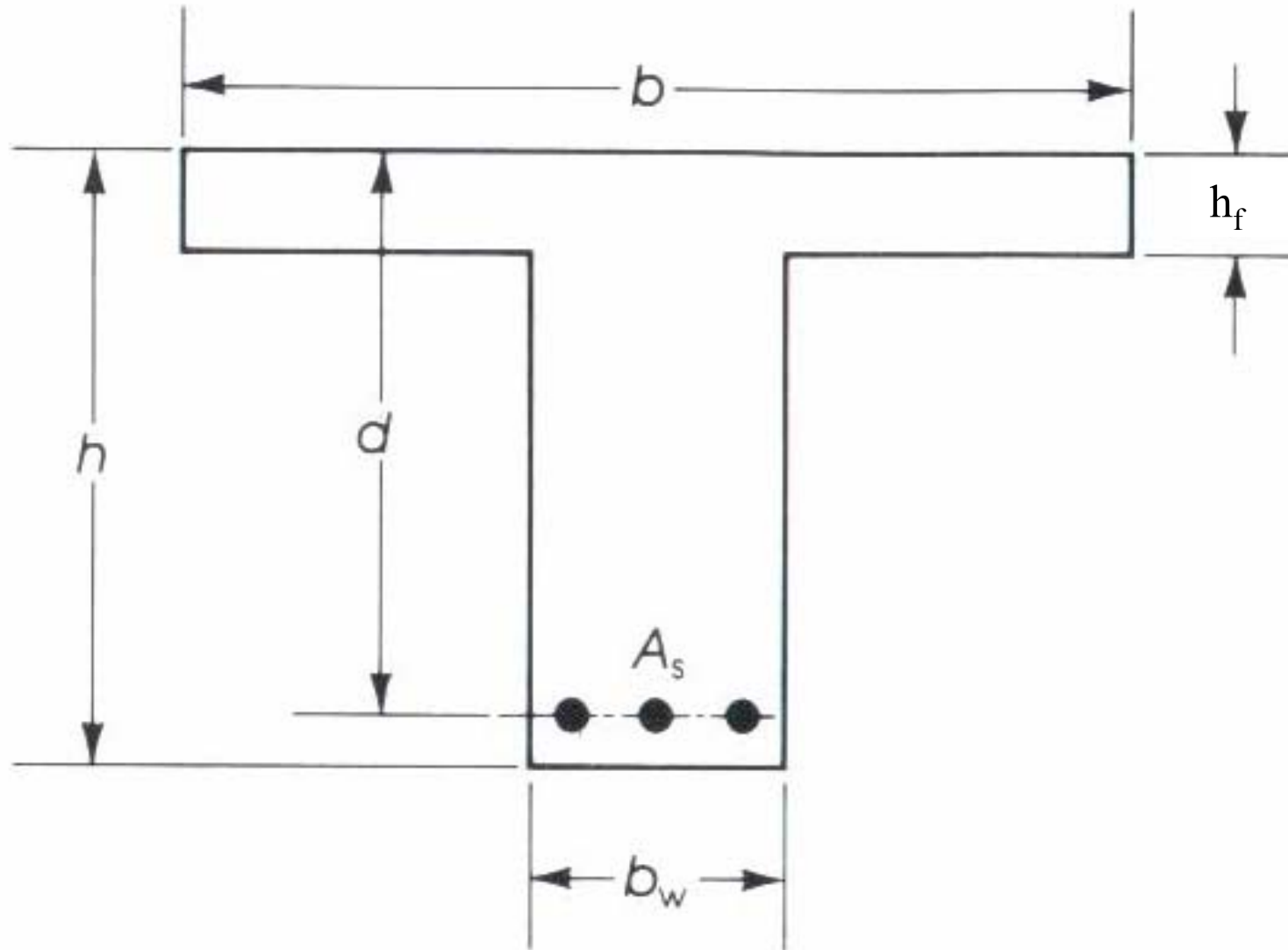
۸ انتخاب میلگردهای فولادی بطوریکه $A_s(provided) \geq A_s(req'd)$ و $A's \geq A's(req'd)$. مطمئن شوید که فولادها در عرض مقطع جای می گیرند.

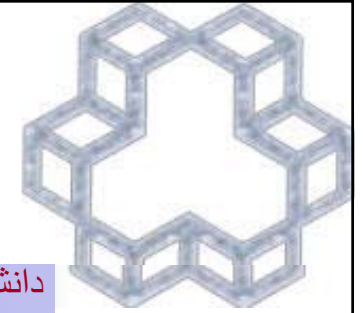


۹ اطمینان از $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_y$ و گرنه بازگشت به قدم ۶ و جایگزینی $f'_s = E_s \varepsilon'_s$ برای f_y جهت محاسبه صحیح $A'_{s(\text{req'd})}$

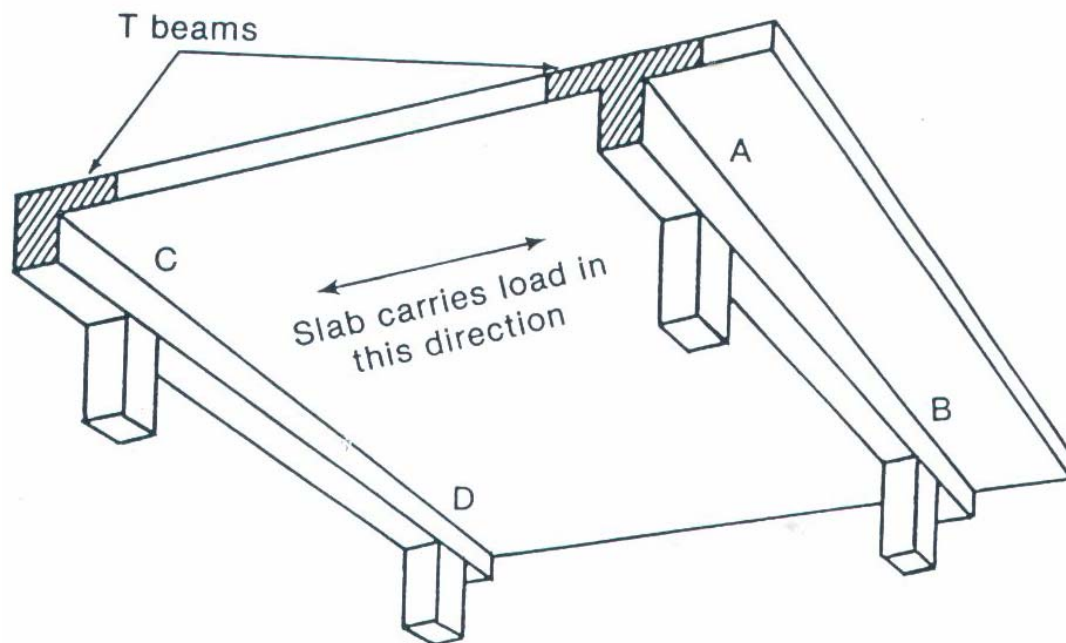
۱۰ محاسبه مقدار واقعی M_r برای ابعاد مقطع و فولاد انتخاب شده. کنترل $M_r \geq M_u$ (حفظ مقاومت اضافی در حدود ۱۰٪)

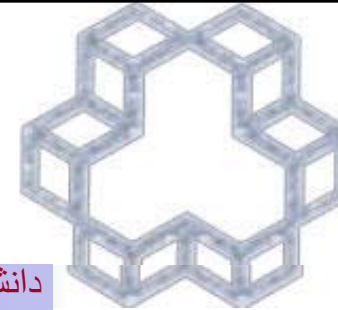
۱۱ کنترل آنکه ρ در محدوده مجاز است یا خیر



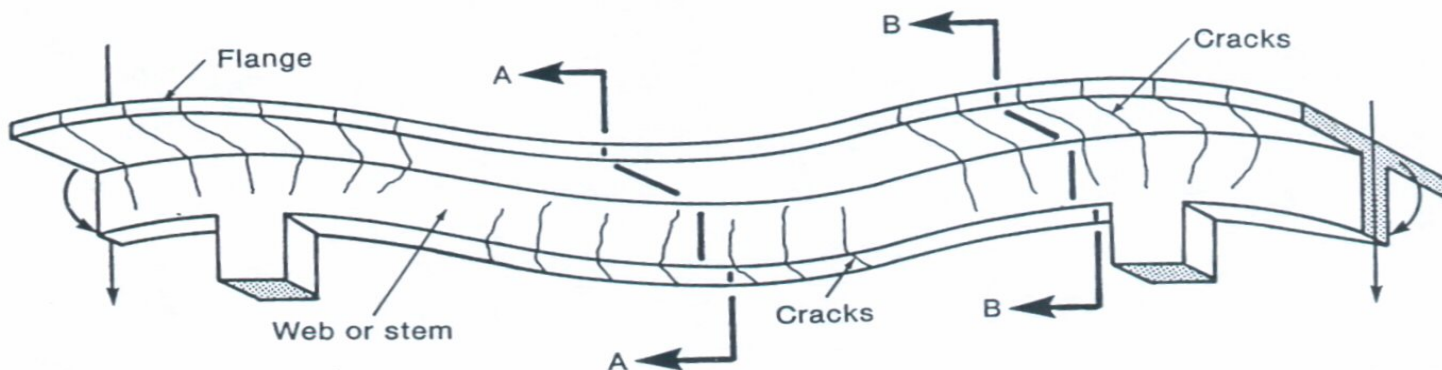


معمولاً دال کف و تیرها بشکل یکپارچه اجرا می گردند. لذا دال به عنوان بال بالایی تیر L و T شکل عمل می کند. فلسفه انتخاب یک مقطع بال دار در مقایسه با مقطع مستطیلی، حذف قسمت هایی از بتن مقطع تیر است که در کشش قرار گرفته و به خصوص در لحظه نهایی مقاومت خمشی تیر، وجود آن تاثیری بر مقاومت نمی گذارد که موجب کاهش مصرف بتن و سبک شدن میشود.

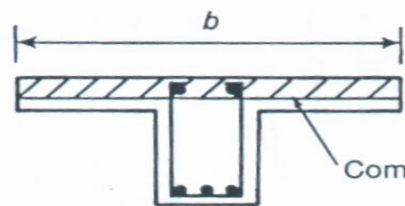




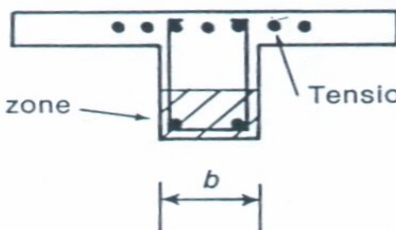
بسته به قرار گیری تیر در ناحیه لنگر مثبت یا منفی رفتار تیر متفاوت است.
در ناحیه لنگر مثبت اگر محور خنثی در محدوده ضخامت دال قرار گیرد، تیر مانند مقطع مستطیلی عمل میکند و در غیر اینصورت به مانند مقطع T شکل



(a) Deflected beam.



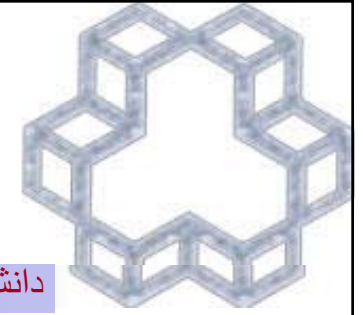
(b) Section A-A (rectangular compression zone).



(c) Section B-B (negative moment).



(d) Section A-A (T-shaped compression zone).

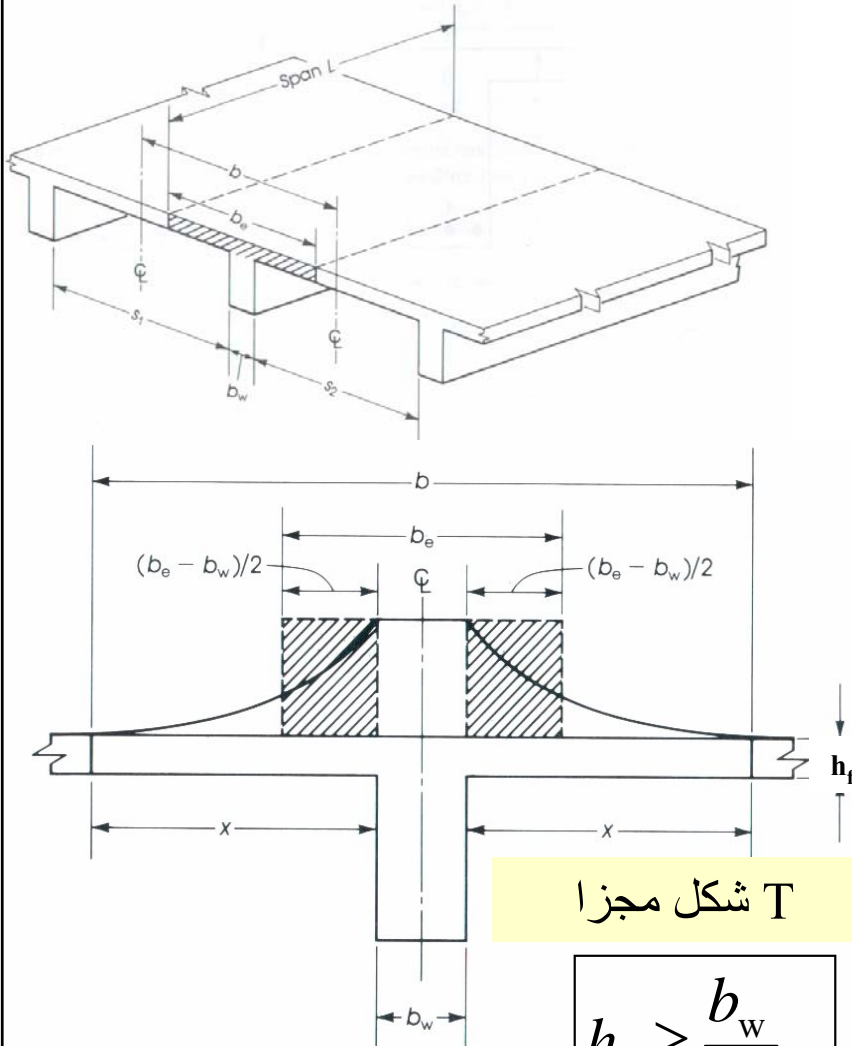


عرض موثر بال (b_{eff})

بخشهایی از بال که نزدیک جان قرار دارند تحت تنش بسیار بالایی نسبت به بخشهایی دور از جان قرار دارند.

b_{eff} بیانگر عرضی است که چنانچه بطور یکنواخت تحت تنش قرار گیرد دارای همان نیروی فشاری است که واقعاً در ناحیه فشاری در عرض واقعی ایجاد می‌گردد. این عرض بستگی به نوع بارگذاری و شرایط تکیه گاهی، فاصله تیرها و سختی نسبی دال‌ها به تیرها دارد.

معیارهای آبا برای تعیین عرض موثر



شکل مجزا T

$$h_f \geq \frac{b_w}{2}$$

$$b_{eff} \leq 4b_w$$

شکل L

$$b_{eff} \leq \frac{L_n}{12} + b_w$$

$$\leq 6h_f + b_w$$

$$\leq b_{actual} = b_w + 0.5(\text{clear dist. to next web})$$

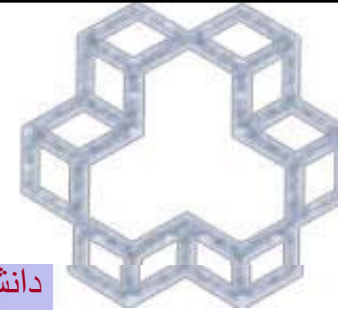
شکل T

تیر ساده — تیر سرتاسری

$$b_{eff} \leq \frac{L_n}{4}, 2L_n/5$$

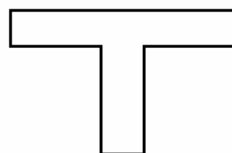
$$\leq 16h_f + b_w$$

$$\leq b_{actual}$$

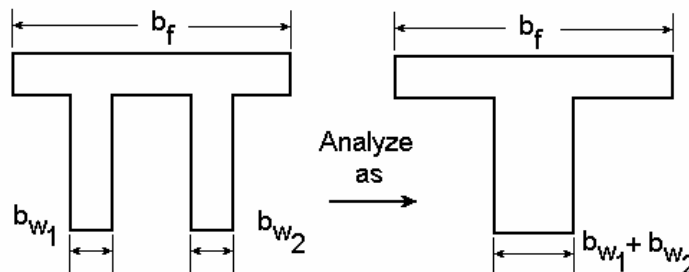


شکل های مختلف مقطع T شکل:

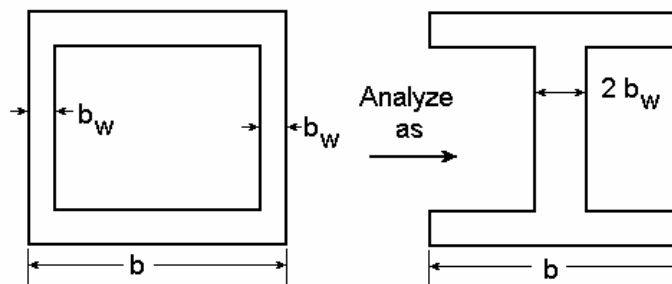
Single Tee

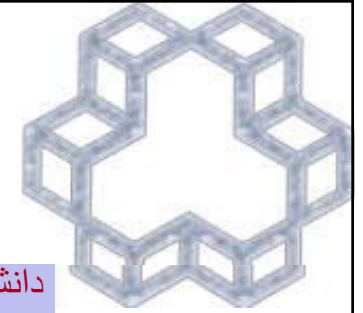


Twin Tee



Box



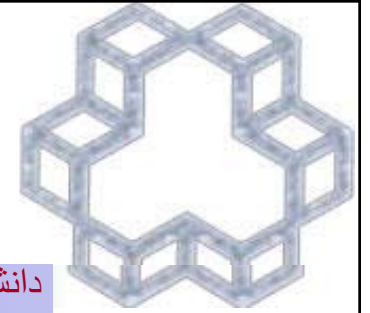


سایر مقاطع بالدار:

الف) مقاطع L شکل :

مقاطع L شکل ممکن است به صورت مجزا و یا همراه با دال اجرا شوند. چنانچه یک مقطع L شکل به صورت مجزا ساخته شود یک مقطع نامتقارن محسوب می شود. تیری که با این مقطع ساخته شده و تحت بار قرار گیرد، برای تغییر شکل قائم و جانبی بین تکیه گاهها آزاد خواهد بود.

در یک مقطع نامتقارن (مثل L شکل مجزا) اگر تار خنثی به صورت افقی واقع شود مرکز سطح نیروهای فشاری در بال نامتقارن و مرکز سطح نیروهای کششی در میلگردها، در یک صفحه قائم قرار نگیرفته و بنابراین نیروهای داخلی مقطع علاوه بر لنگر مقاوم حول محور افقی لنگر مقاومی حول محور قائم نیز ایجاد خواهند کرد که این مساله با لنگر ناشی از بارهای خارجی که فقط حول محور افقی است همخوانی ندارد. بدین ترتیب اجباراً تار خنثی باید به صورت مورب قرار گیرد و بررسی این مقطع تحت خمش باید به روش ویژه ی مقاطع نامتقارن صورت گیرد. با این وجود مقاطع L شکل که به صورت پیوسته با دال ساخته شده باشند و توسط دال به تیرهای میانی T شکل وصل شوند، به دلیل پیوستگی با سایر اجزا آزادی لازم جهت تغییر شکل جانبی بین تکیه گاهها را ندارد در نتیجه تار خنثی به اجبار باید خیلی نزدیک به حالت افقی واقع شود در این حالت تیر را می توان در حالت معمولی بررسی کرده و آنالیز و طراحی آن را مشابه تیرهای T شکل انجام داد.

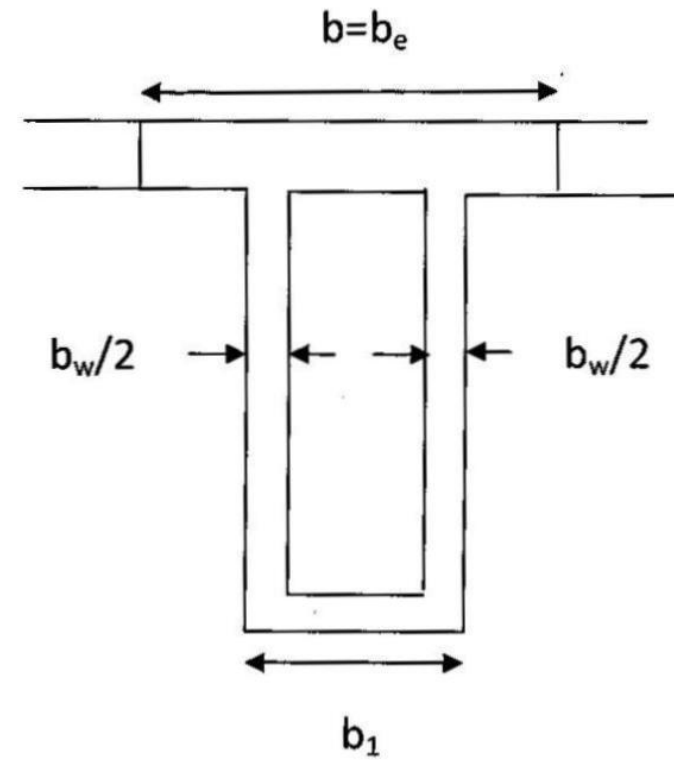
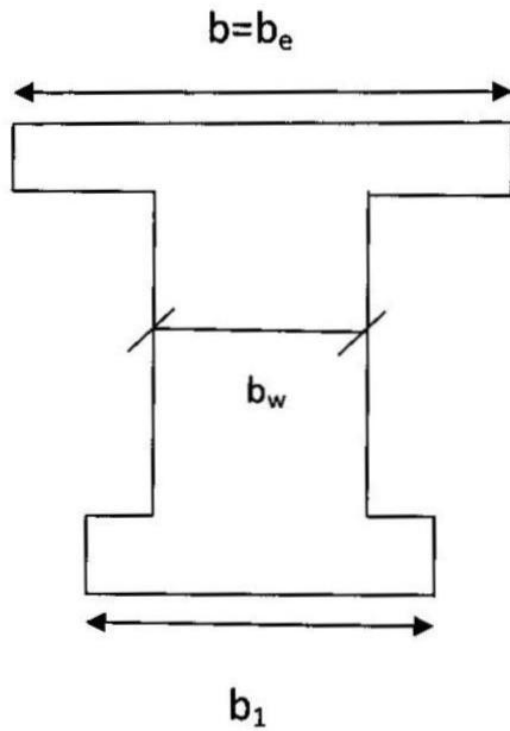
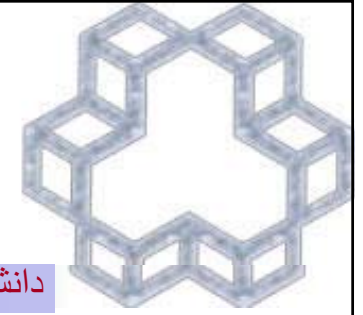


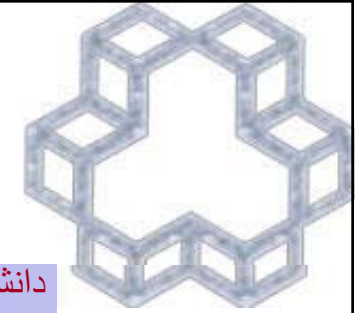
مقاطع I شکل :

از آنجا که وجود یا عدم وجود بال کششی در یک مقطع I شکل تاثیری در رفتار خمشی مقطع در لحظه باربری ندارد، آنالیز یا طراحی این مقطع را می توان دقیقاً مشابه مقطع T شکل انجام داد.

مقاطع توخالی قوطی شکل :

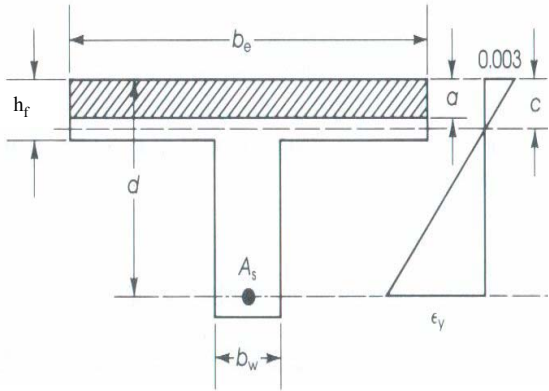
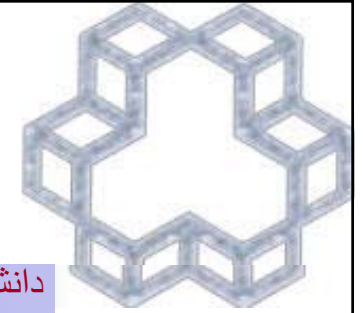
رفتار خمشی یک مقطع توخالی قوطی شکل دقیقاً مشابه یک مقطع T شکل (یا I شکل) است. این مقطع فقط به دلیل رفتار بهتر تحت پیچش به صورت مجوف ساخته شده. در آنالیز و طراحی می توان فرض کرد که دو قسمت جان به هم متصل باشند تا ظاهر یک مقطع T شکل (یا I شکل) حاصل شود. بدیهی است که کنترل عرض موثر در یک مقطع قوطی شکل باید بر اساس مقدار مجاز برای عرض موثر بال از لبه های جان در دو طرف مقطع صورت گیرد این بدان معناست که در روابط b_1 به جای bw جانشین می شود که b_1 فاصله افقی بیرون ترین خطوط قائم لبه های جان در مقطع قوطی شکل است.





تحلیل مقطع T شکل:

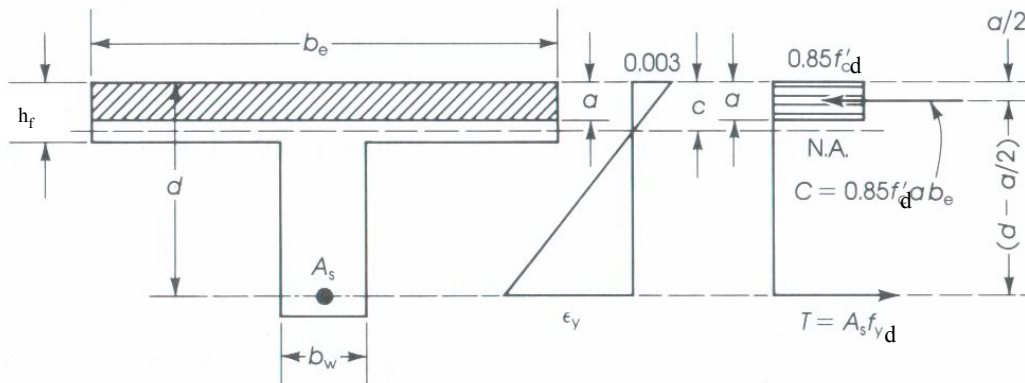
در هر دو حالت ۱ و ۲ که در زیر آمده است، فرض می‌کنیم که فولاد کششی جاری شده است. این فرض در مقطع T شکل در جهت اطمینان است، چون اگر فولاد کششی جاری نشود تا خنثی را به سمت پایین می‌کشد و a حاصله قطعاً بزرگتر از a با فرض جاری شدن فولاد کششی است.



حالت ۱: مانند مقطع مستطیلی $a \leq h_f$

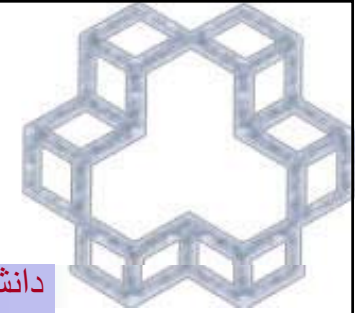
با فرض (مقطع نرم است) $\epsilon_s \geq \epsilon_y \Rightarrow f_s = f_{yd}$

کنترل: $a \leq h_f$



تعداد:

$$T = C \Rightarrow a = \frac{A_s f_{yd}}{0.85 f'_c b_{eff}}$$



محاسبه M_r

$$M_r = A_s f_{yd} \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

اطمینان از: $\epsilon_s \geq \epsilon_y$

$$c = \frac{a}{\beta_1}$$

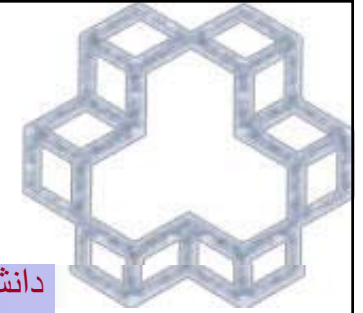
$$\epsilon_s = \left(\frac{d - c}{c} \right) \epsilon_{cu} \geq \epsilon_y$$

$$or \frac{a}{d} \leq \frac{a_b}{d} = \beta_1 \left(\frac{600}{600 + f_y} \right)$$

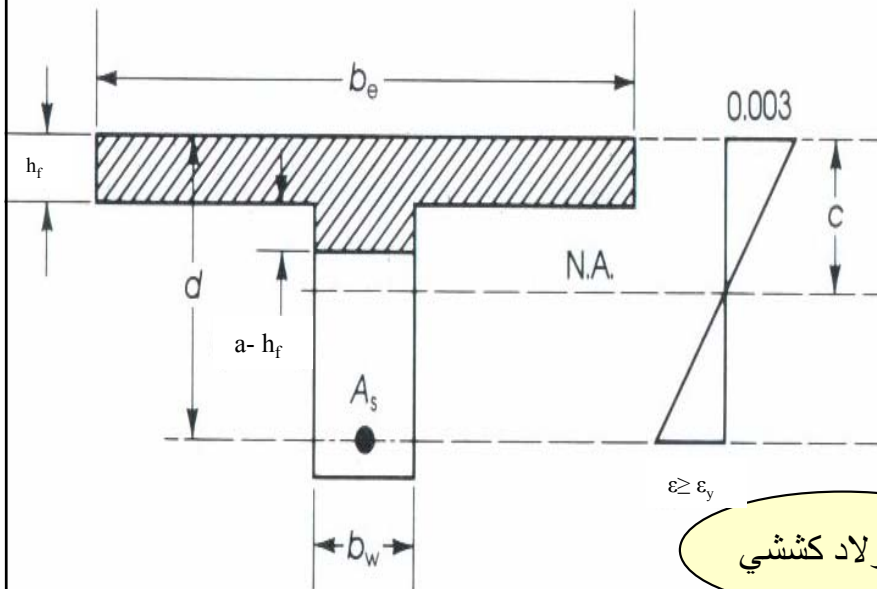
*راه دیگر برای تشخیص اینکه مقطع مستطیلی عمل میکند یا T شکل:

فرض می کنیم که $a = h_f$ باشد و سپس C_C ، C_S و T_S را به دست می آوریم. اگر $C_C + C_S < T_S$ بود آنگاه $a > h_f$ است که

$$C_C = 0.85 \Phi_c f_c ab, \quad C_S = \Phi_s A'_s f'_s, \quad T_S = \Phi_s A_s f_y$$



حالت ۲: $a > h_f$ فرض می شود فولاد جاری گردد یعنی عملکرد T شکل.



بخشی از فولاد کششی با نیروی فشاری در بالها در تعادل می باشند و باقی مانده فولاد کششی نیز با نیروی فشاری در جان مقابله می کنند

$$C_f = 0.85 f_{cd} (b_e - b_w) h_f$$

$$C_w = 0.85 f_{cd} b_w a$$

$$T = A_s f_{yd}$$

کل فولاد کششی

با نیروی فشاری در بال بالانس می شود

با نیروی فشاری در جان بالانس می شود
 $= A_s - A_{sf}$

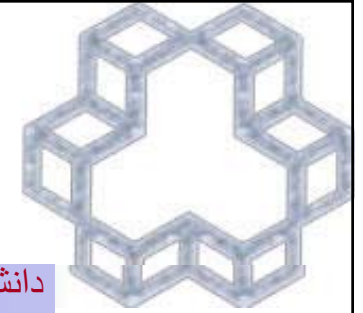
$$A_s = A_{sf} + A_{sw}$$

$$\xrightarrow{C_f = T_f}$$

$$A_{sf} = \frac{0.85 f'_{cd} (b_e - b_w) h_f}{f_{yd}}$$

$$\xrightarrow{C_w = T_w}$$

$$a = \frac{(A_s - A_{sf}) f_{yd}}{0.85 f'_{cd} b_w}$$



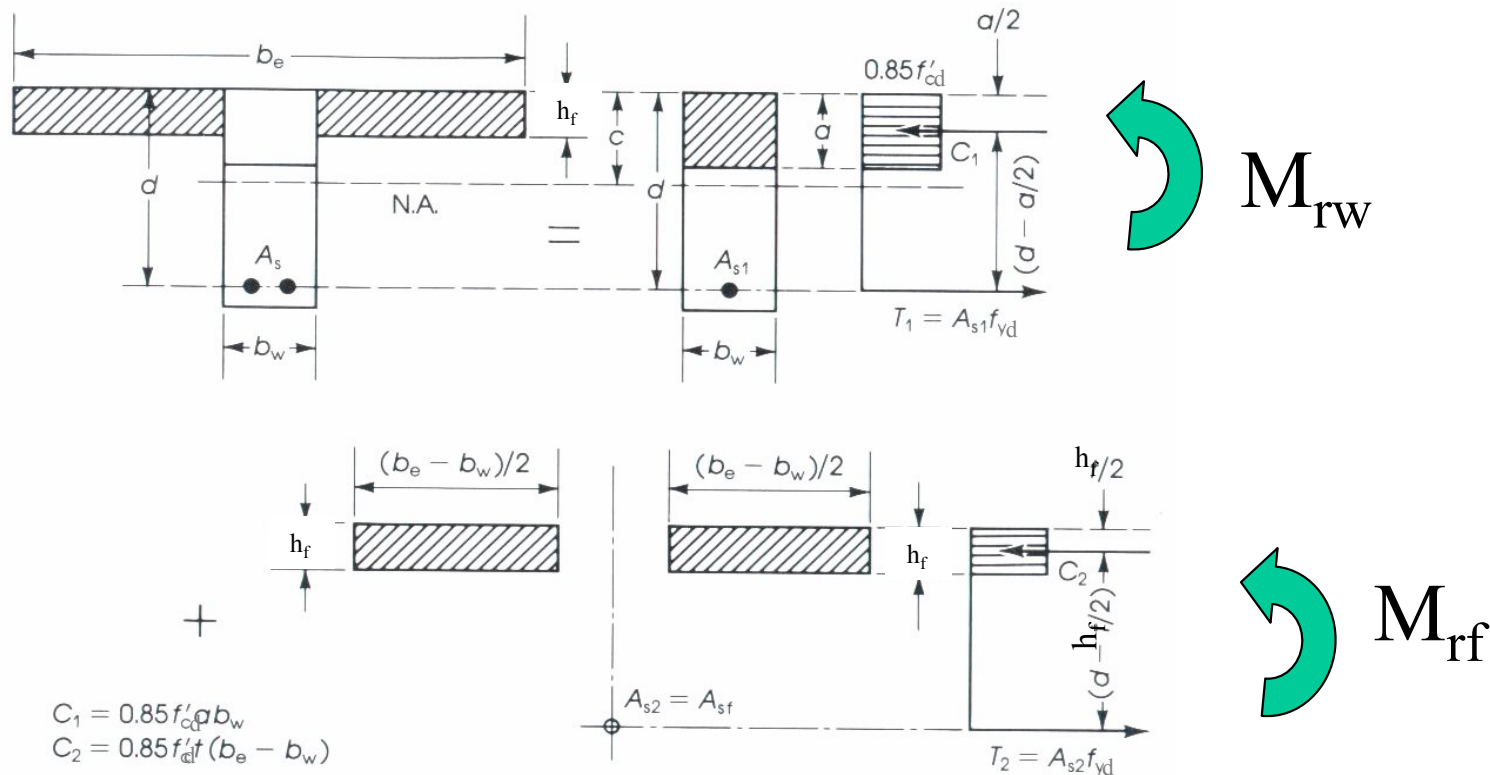
$$M_r = M_{rw} + M_{rf}$$

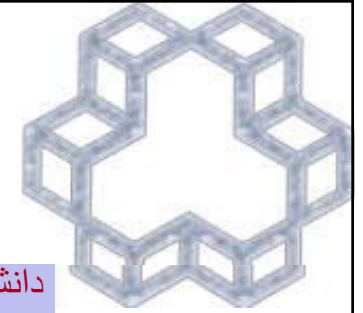
محاسبه لنگر مقاوم $a > h_f$

$$M_{rw} = (A_s - A_{sf}) f_{yd} \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_{rf} = A_{sf} f_{yd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right)$$

تعریف M_{rw} و M_{rf} برای مقطع T شکل چنین است:





محدودیت مقدار فولاد

محدودیت پایین:

• بالها در فشار

• بالها در کشش

~~$$\rho_{\min} = \frac{A_s}{b_{\text{eff}} d} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{1.4}{f_y} \\ 0.25 \sqrt{f'_c} \\ f_y \end{array} \right.$$~~

$$\rho_{\min} = \frac{A_s}{b_w d} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{1.4}{f_y} \\ 0.25 \sqrt{f'_c} \\ f_y \end{array} \right.$$

در عمل اعمال محدودیت های فوق منجر به قرار گیری بلوک فشاری در ناحیه بال مقطع T شکل با ابعاد و مقاومت های معمول می گردد. لذا در اغلب موارد تیر های فوق با استفاده از روابط معمول تیر های مستطیلی طراحی می شود.

$$\frac{c_b}{d} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_y}$$

در یک مقطع با فولاد متعادل چنین می توان نوشت:

$$A_s f_{yd} = 0.85 \beta_1 c f_{cd} b_w + .85 f_{cd} (b - b_w) h_f$$

$$A_s f_{yd} = 0.85 \beta_1 c f_{cd} b_w + A_{sf} f_{yd}$$

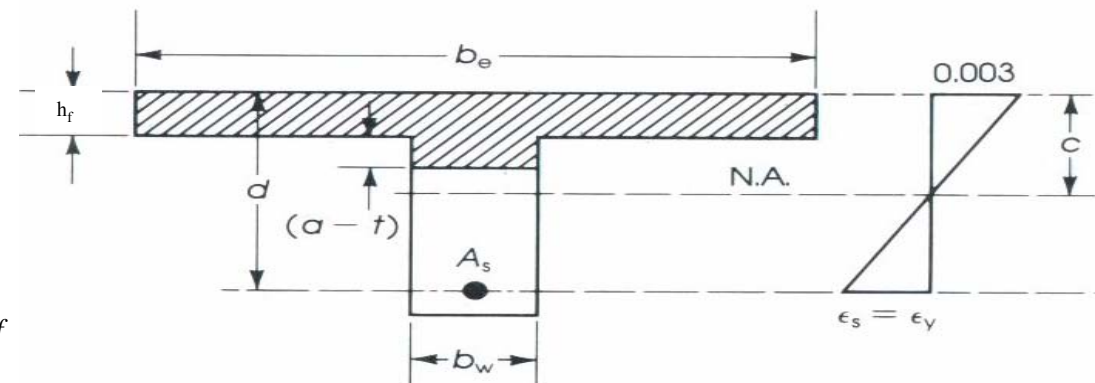
$$\rho_w = \frac{A_s}{b_w d}, \rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d} \rightarrow$$

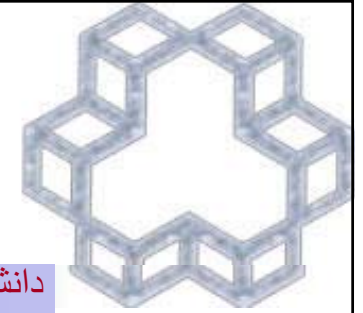
$$\rho_w = 0.85 \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_y} + \rho_f$$

$$\rho_{wb} = \rho_b + \rho_f \rightarrow (\rho_w)_{\max} = \left(\frac{A_s}{b_w d} \right)_{\max} = \rho_b + \rho_f$$

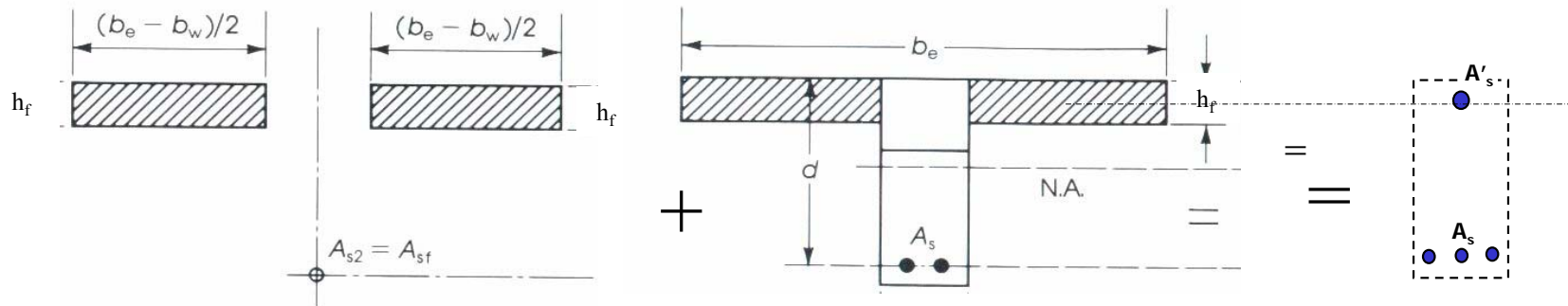
در صورتیکه درصد فولاد کششی حاصل از محاسبه، از ρ_{\min} کمتر باشد می توان با قراردادن ۱/۳۳ برابر مقطع حاصل از محاسبه از ضوابط مقابل صرف نظر نمود.

محدودیت بالا:



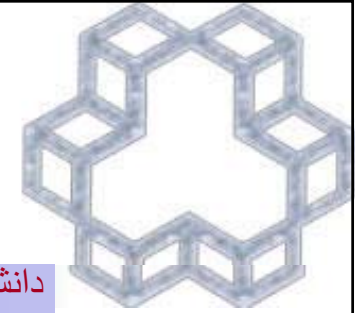


محدودیت بالا میزان فولاد از منظر دیگر:



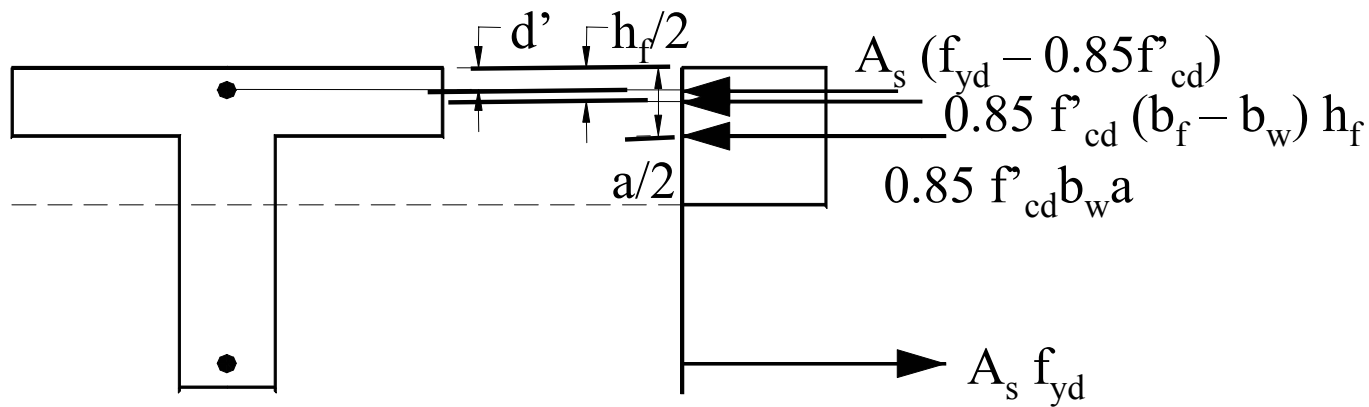
$$\bar{\rho}_b = \rho_{wb} = \rho_b + \rho' = \rho_b + \rho_f$$

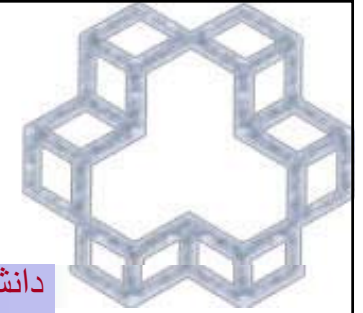
چنانچه بجای بتن بال فشاری، فولاد فشاری جایگزین نماییم و مقطع را به شکل مستطیلی با فولاد شاری در نظر بگیریم، از همان روابط معرفی شده برای محاسبه فولاد متعادل در مقطع مستطیلی مضاعف استفاده کنیم.



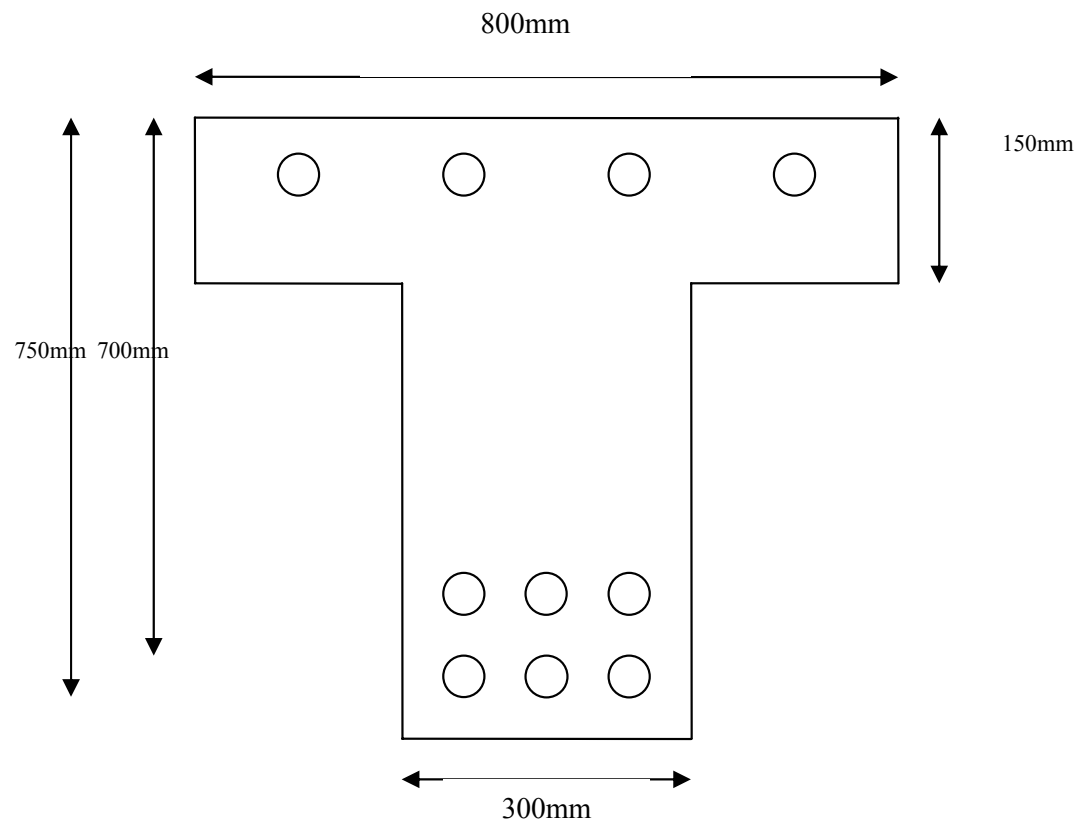
مقطع T شکل با فولاد فشاری

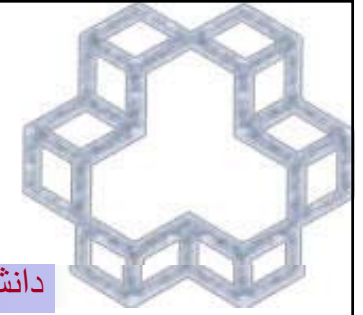
برای شکست شکل پذیر $\rho_w - \rho_f - \rho' \leq \rho_b$





مثال: در مقطع شکل از $6\Phi 36$ به عنوان فولاد کششی و از $4\Phi 20$ به عنوان فولاد فشاری استفاده شده است. به فرض آن که $d'=60\text{mm}$ و $f'_y=400\text{Mpa}$ باشد، لنگر مقاوم نهایی مقطع را به دست آورید.





$$A'_s = 4\Phi 20 = 1257 \text{ mm}^2$$

فرض: $a = h_f = 150 \text{ mm}$

$$f_s' = 600 \left(\frac{a - \beta_1 d'}{a} \right) = 396 \text{ Mpa}$$

$$f_s = f_y = 400 \text{ Mpa}$$

$$C_c = 0.85 \Phi_c f_c a b = 1285 * 10^3$$

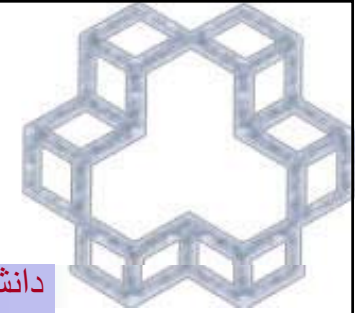
$$C_s = \Phi_s A'_s f_s' = .85(1257)(396) = 423 * 10^3$$

$$T_s = \Phi_s A_s f_y = .85(6107)(400) = 2076 * 10^3$$

$a > h_f < \dots C_c + C_s = 1708 \text{ KN} < T_s$ مقطع عملکرد T شکل دارد.

$$A_{sf} = .85 \frac{\phi_c}{\phi_s} \frac{f_c}{f_y} h_f (b - b_w) = 2363 \text{ mm}^2$$

$$M_{rf} = \Phi_s A_{sf} f_y (d - h_f/2) = 502.1 * 10^6 \text{ N.mm}$$



$$A_{s \max, T} = A_{sb, T} = A_{sf} + A_{sb, w}$$

$$A_{sb, w} = .85 \beta_1 \frac{\phi_c f_c}{\phi_s f_y} a_b b_w = 4631$$

$$A_{s \max, T} = 2363 + 4631 = 6994$$

$$A_s = 6107 < A_{s \max} \quad \text{OK}$$

به فرض جاری شدن فولادهای فشاری داریم:

$$a = \frac{\phi_c (A_s - A_{sf}) f_y - A'_s f'_y}{\phi_s 0.85 f_c b_w} = 263.2 \text{ mm}, \quad f'_s = 600 \frac{a - \beta_1 d'}{a} \leq f'_y \quad f'_s = f_y = 400 \text{ Mpa}$$

$$M_{rw} = M_{r1} + \Delta M_r = \Phi_s (A_s - A_{sf} - A'_s) f_y (d - a/2) + \Phi_s A'_s f_y (d - d') = 480.6 + 273.5 = 754.1$$

$$M_{rf} = \Phi_s A_{sf} f_y (d - h_f/2) = 502.1 * 10^6 \text{ N.mm}$$

$$M_r = M_{rf} + M_{rw} = 502.1 + 754.1 = 1256.2 \text{ KN.m}$$

خسته نباشید

