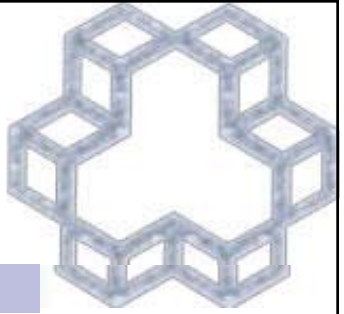
www.icivil.ir

K.N.Toosi
University of Technology



فصل پنجم

خدمت پذيري

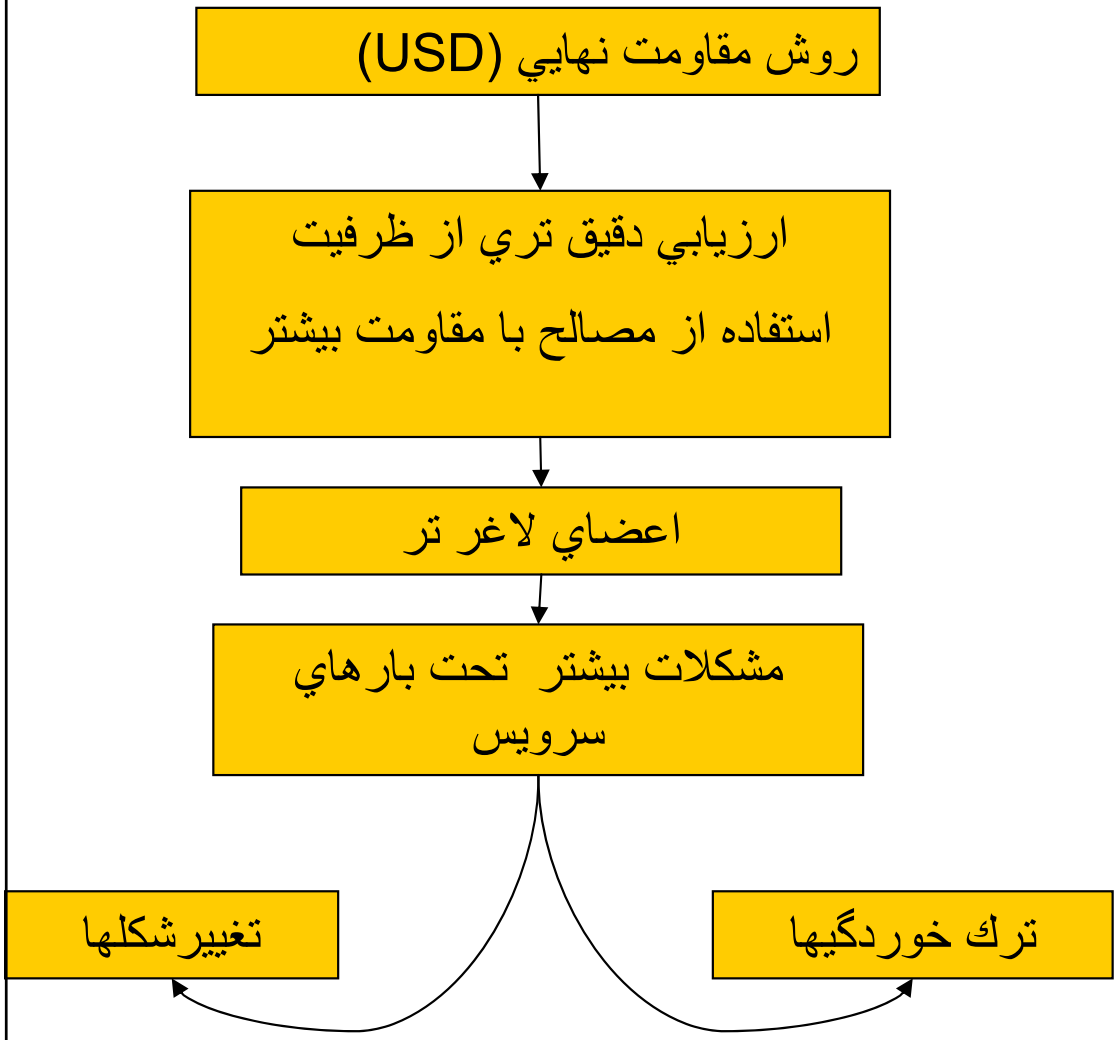
۱- ترك خوردگي
۲- تغيير شكل

جزوه بتن ۱

تدوين : دكتر سيد بهرام بهشتي

يكي از موارد با اهميت در بحث خدمت پذيري تغيير شكل است

كليات



گذشته (قبل از ۱۹۶۰): **Working Stress Design (WSD)**

استفاده از بتنهاي با مقاومت حدود ۱۰ تا ۲۰ MPa و ميلگردهاي با مقاومت تسليم ۲۳۰ -۲۸۰ MPa و كاربرد روش محافظه كارانه تنشهاي مجاز سبب طراحي مقاطع سخت با تغيير شكلهاي كوچك مي گرديد. لذا نگراني زيادي در ارتباط با كنترل تغيير شكل وجود نداشت.

امروزه: **Ultimate Stress Design (USD)**

استفاده معمول از ميلگردهاي با مقاومت ۴۰۰ MPa و بتن با مقاومت ۲۰-۶۰ MPa و كاربرد روش مقاومت نهايي امكان استفاده از مقاطع كوچكتر را ممكن ساخته است.

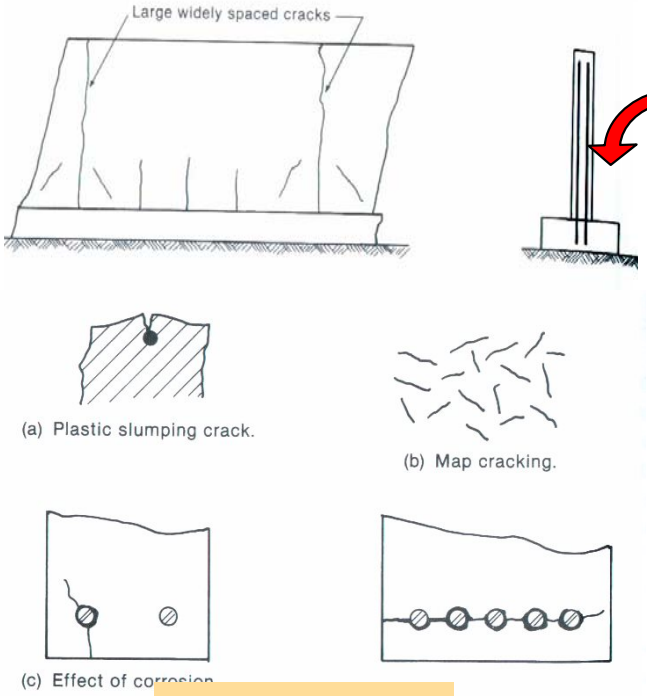
عوامل ايجاد ترك:

بارها چون: لنگر، برش،..

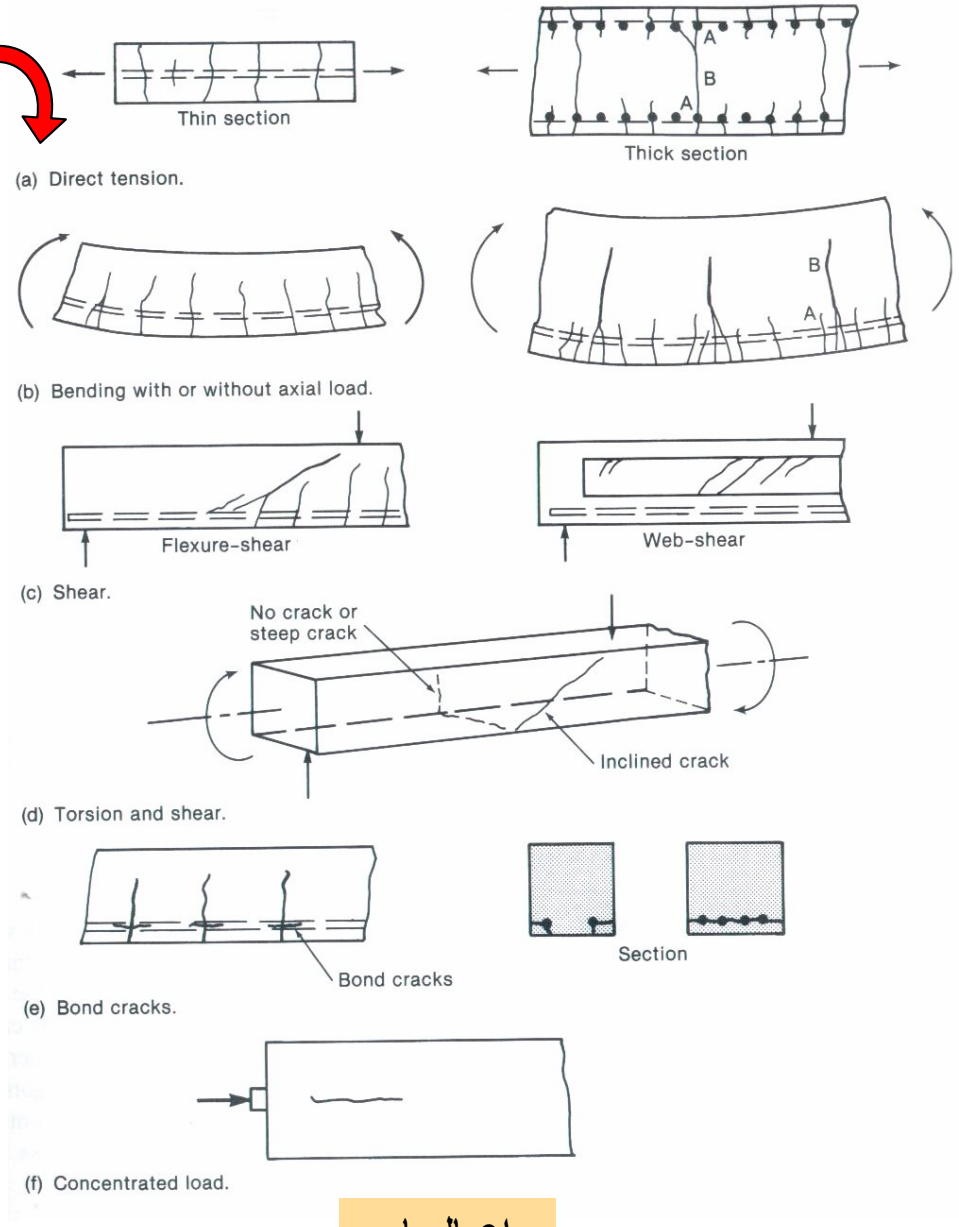
۲-تغيير شكلهاي اعمالي ناشي از اثراتي چون: حرارت، افت

ايجاد ترك حرارتي

ايجاد ترك در مجاورت ميلگرد



اعمال تغيير شكل



اعمال بار

انواع حالات حدي خدمت پذيري:

- **عرض ترك زياد**
- **تغيير مكان زياد**
- **ارتعاش غير دلخواه**
- **خستگي**

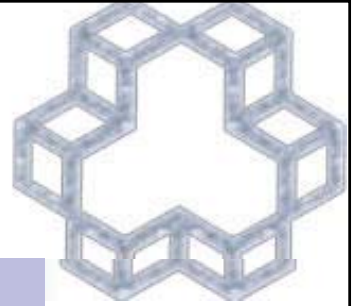
دلايل كنترل عرض ترك:

۱- ظاهر

۲- نفوذ رطوبت و فرار آب

۳- نفوذ مواد خورنده و لذا توليد گاز در اثر خوردكي

www.icivil.ir



• فصول

- خدمت پذيري چيست؟
- ترك خوردگي در اعضاي بتن آرمه
- ضوابط آيين نامه آبا و ACI در ارتباط با ترك خوردگي
- تغيير شكلها براي مقاطع الاستيك
- تغيير شكلهاي آني
- تغييرشكلهاي ناشي از افت و وارفتگي
- ضوابط آيين نامه آبا و ACI در ارتباط با تغيير شكل

خدمت پذيري چيست؟

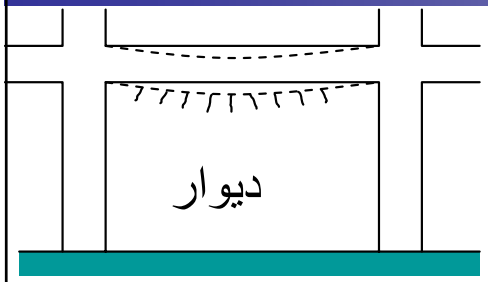
- ارضاي عملكرد مطلوب تحت بارهاي خدمت را گويند. به عبارت ديگر تغيير شكلها و ساير عوامل مانند عرض ترك ها تحت بارهاي سرويس از مقدار مجاز تجاوز نمايد.
- در صورت عدم رعايت ضوابط مربوطه:

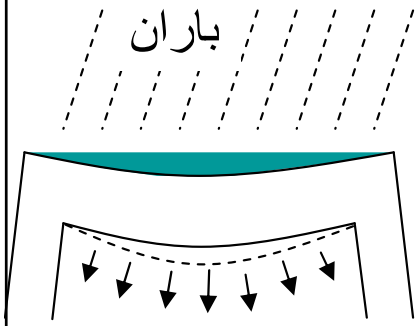
۱-آسيب به نازك كاريها و تزئينات داخلي

۲-لرزش زياد سبب آسيب به ساكنان و ماشين آلات حساس مي گردد.

۳-ترك خوردگي سبب خورندگي و زنگ زدگي آرماتورها مي شود.

۴-جمع شدگي آب روي پشت بام و لذا افزايش بار وارده





ترك خوردگي در اعضاي بتن آرمه

بتن در برابر كشش ضعيف است لذا بسياري از سازه هاي بتن آرمه تحت بارهاي سرويس ترك بر مي دارند.

ترك ممكن است:

نوع قابل رويت آسيب رساننده است

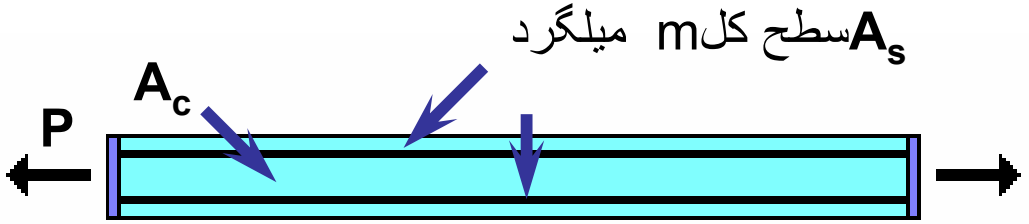
براي طول عمر سازه مضر است

براي سازه هاي مرتعش خطرناك است.

هدف ما جلوگيري از ترك نيست بلكه كنترل عرض آن است.

ترك خوردگي اعضاء كششي

- در اين بخش فقط اثر كشش مستقيم را بررسي مي كنيم. در فصل بعد به ترك حاصل از خمش مي پردازيم (تئوري Watstein و Parsons) .
- مدل مورد مطالعه عضو منشوري است با ميلگرد گذاري متقارن.



چند پرسش:

۱-كجا و در چه سطح از بار اولين ترك اتفاق مي افتد؟

۲-در محدوده ترك چه اتفاقي مي افتد.؟

۳-كجا تركها اتفاق مي افتند؟

۴-فاصله تركها چقدر است؟

۵-مقدار تنش و كرنش در طول ميلگردها چگونه تغيير مي كند؟

۱- اولين ترك در Pcr

$\rho = A_s / A_c$

$n = E_s / E_c$

f_t = مقاومت كششي بتن

وقتي ضعيف ترين مقطع به مقاومت كششي بتن برسد ترك اتفاق مي افتاد. درست قبل از ترك خوردگي بتن و فولاد بطور مشترك بار را تحمل مي نمايند.

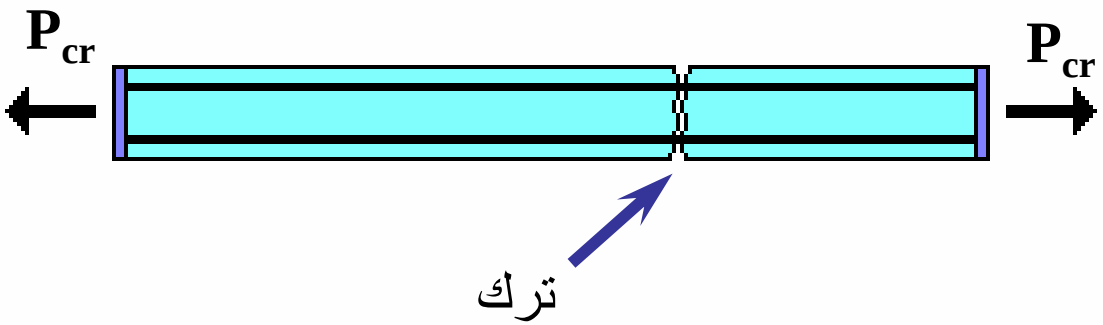
$$P = F_c + F_s$$

$$= A_c \sigma_{ct} + A_s \varepsilon E_s$$

$$= A_c \sigma_{ct} + A_s \frac{\sigma_{ct}}{E_c} E_s$$

$$= A_c \sigma_{ct} (1 + \rho n)$$

$$P_{cr} = A_c f_t (1 + \rho n)$$

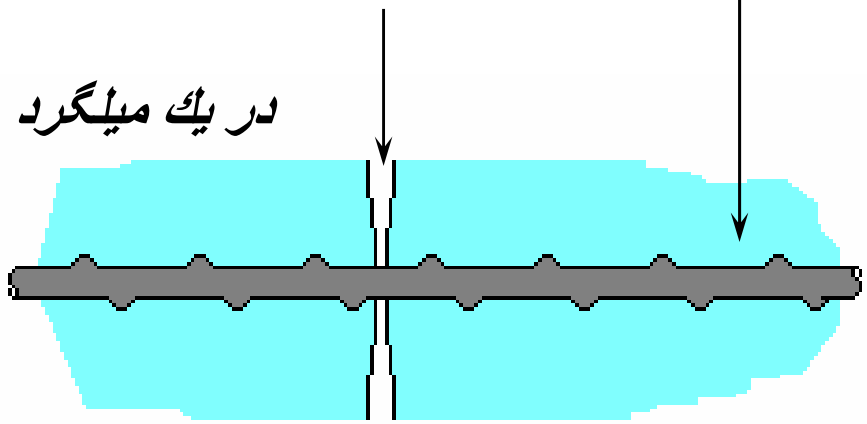


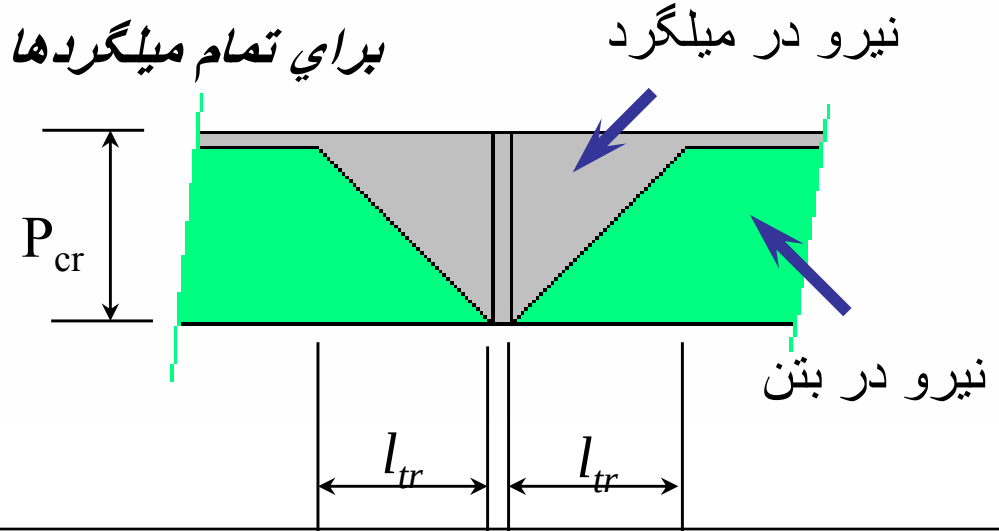
بعلت كوچك بودن ρn در محاسبات P_{cr} را معادل $A_c f_t$ در نظر مي گيرند

۲- چه اتفاقي در محل ترك مي افتد

در محلي دور از ترك فولاد و بتن با هم نيرو را تحمل مي كنند

ميلگرد همه بار را در عرض ترك تحمل مي كند





انتقال بار از ميلگرد به بتن توسط چسبندگي u, در طول l_{tr} در هر طرف ترك اتفاق مي افتد:

بطور تقريب:

$$m\,(\pi\, d_b\, l_{tr})u = P_{cr} = A_c\, f_t$$

اما: $A_c = A_s / \rho$

$$= (m\, \pi d_b^2 / 4) / \rho$$

So $$\boldsymbol{l_{tr} = (f_t / u)\,(d_b /(4\,\rho))}$$

تحقيقات نشان مي دهد:

$f_t / u = 0.55$ تقريباً

$$\boldsymbol{l_{tr} = 0.55\, d_b /(4\,\rho)}$$

تركهاي بعدي چگونه اتفاق مي افتند

اگر As بسيار كوچك باشد يعني $P_{cr} > A_s f_{sy}$ در لحظه P_{cr} فولاد جاري شده و مقطع بسرعت مي شكند. لذا:

$$A_c f_t (1 + \rho n) > A_s f_{sy} \quad \text{or } \rho < f_t / (f_{sy} - n f_t)$$

لذا بطور تقريب $\rho_{crit} = f_t / f_{sy}$ و ترك بيشتري اتفاق نمي افتد و ترك فوق به باز شدن ادامه داده تا سبب شكست منشور گردد.

اگر ρ از ρ_{crit} تجاوز نمايد، ترك بعدي در باري كمي بيشتر اتفاق مي افتد.

بايد توجه داشت از آنجا كه تنش در بتن در محدوده l_{tr} كمتر از مقاومت ترك خوردگي است لذا ترك نمي تواند نزديك تر از l_{tr} به اولين ترك باشد.

لذا :

$$s_{min} = l_{tr} .$$

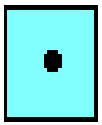
هرگاه طول ترك نخورده از $2\, l_{tr}$ تجاوز نمايد تركهاي بعدي در باري اندكي بيشتر اتفاق مي افتد. يعني:

$$s_{max} = 2\, l_{tr} .$$

هرگاه هيچ فاصله تركي از S_{max} تجاوز نكند گفته مي شود كه ترك كاملاً فراگير است. در اين حال ترك اضافي حتي با افزايش بار اتفاق نمي افتد.

$S_{min} < S < S_{max}$ ➡ $S_{average} = 1.5\, l_{tr}$

متوسط فاصله ترک چقدر است؟



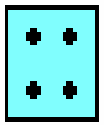
150 x 150, 1ϕ20

$\rho = 314 / 22500$

$= 0.014$

$l_{tr} = 0.55*20/(4*0.014)$

$= 200$ mm



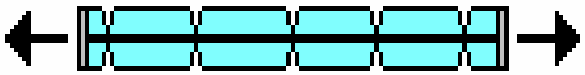
150 x 150, 4ϕ10

$\rho = 314 / 22500$

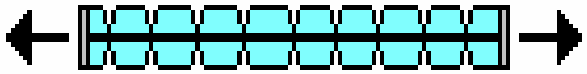
$= 0.014$

$l_{tr} = 0.55*10/(4*0.014)$

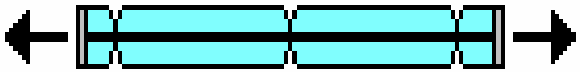
$= 100$ mm



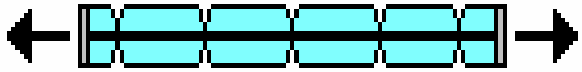
$s = 200$ mm



$s = 100$ mm

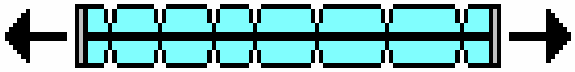


$s = 400$ mm



$s = 200$ mm

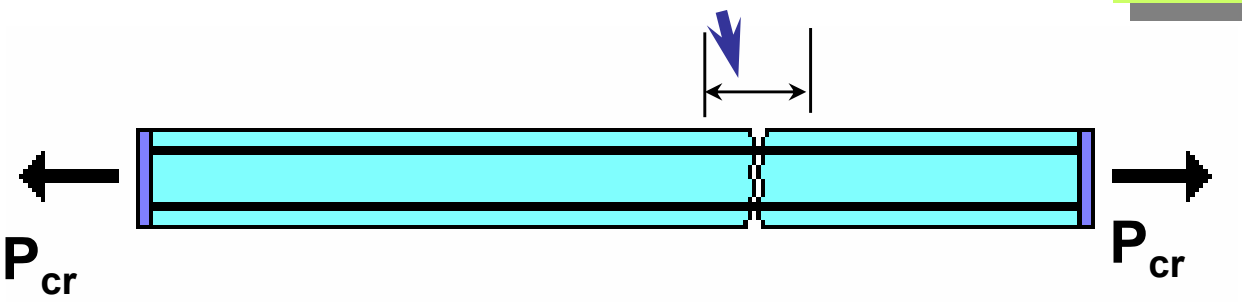
$200 < s < 400$



$100 < s < 200$

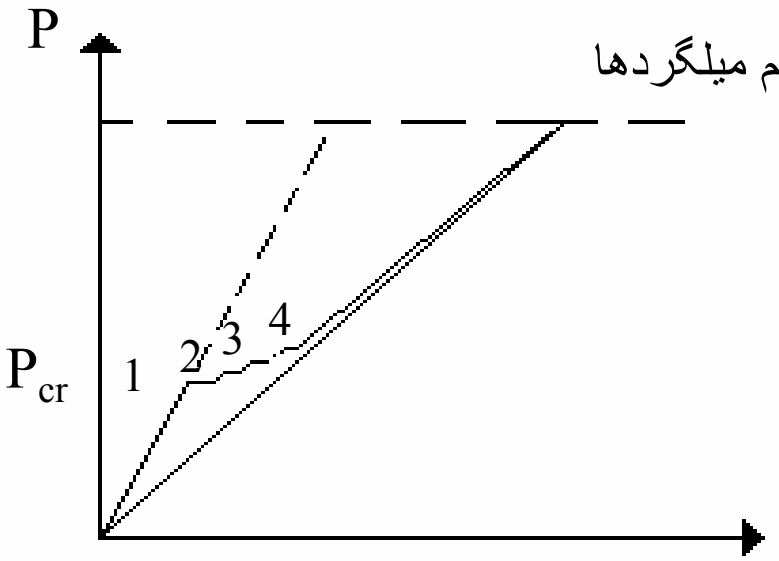
ميزان افزايش طول منشور چه مقدار مي باشد؟

افزايش طول اضافي ناشي از كشيدگي در طول $2l_{tr}$ به وقوع مي پيوندد. اين افزايش همراه با افزايش بار نخواهد بود.



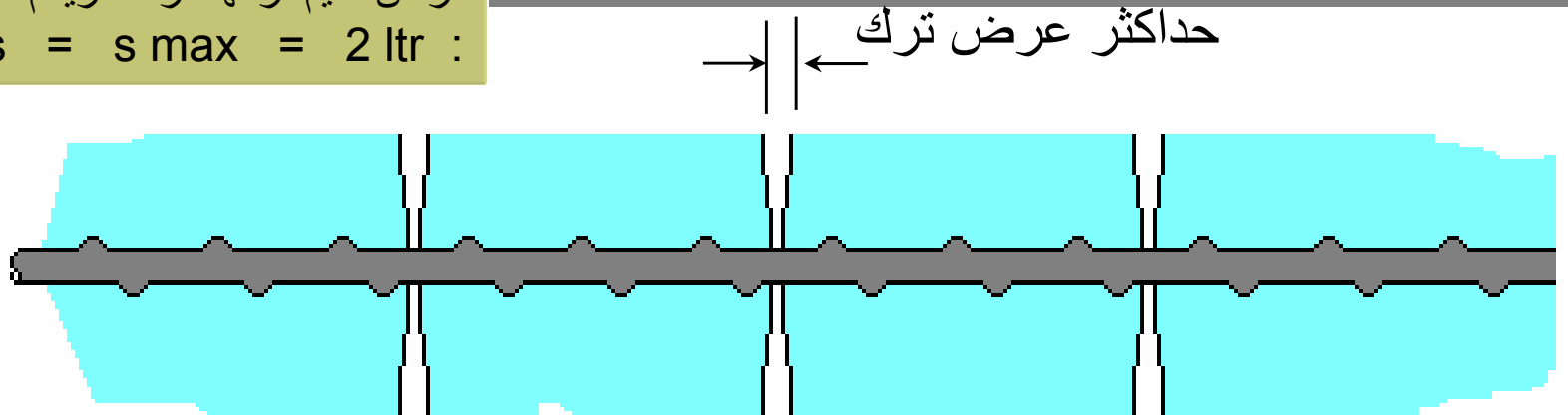
رابطه نيرو و تغيير مكان در منشور

توجه كنيد كه چگونه هر ترك در افزايش طول نقش دارد

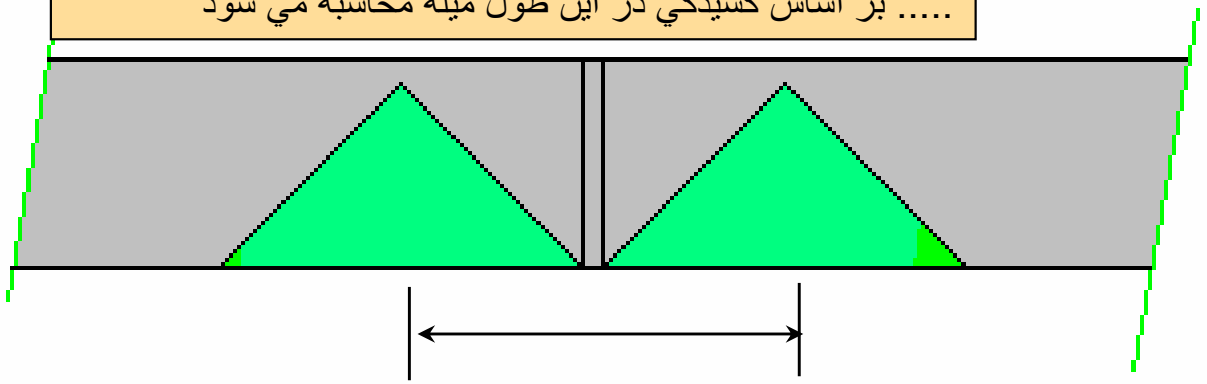


ماكزيمم عرض ترك چگونه حساب مي شود.

فرض كنيم تركها در ماكزيمم فاصله اتفاق افتاده يعني :
s = s max = 2 ltr



..... بر اساس كشيدگي در اين طول ميله محاسبه مي شود



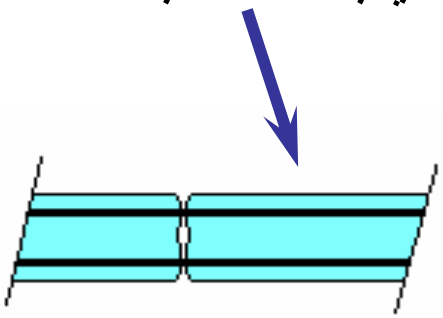
... بر اساس متوسط تنش در ميلگرد از اين منحني بدست مي آيد.

لذا:

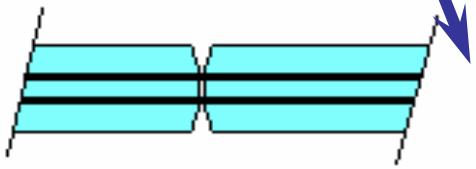
w = عرض ترك
متوسط xفاصله تركها
كرنش در ميلگرد

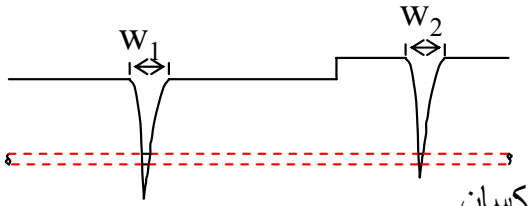
تاثیر ضخامت پوشش آرماتور

عرض ترك كمتر براي پوشش كوچكتر



مقایسه کنید با این



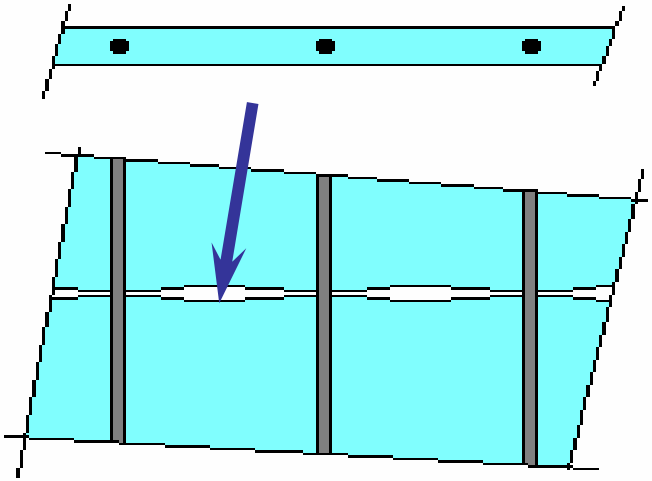


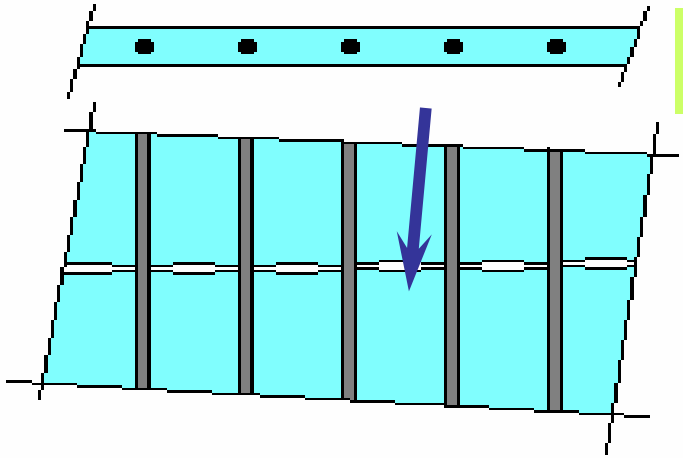
$w_2 > w_1$

میلگرد تحت کرنش یکسان

$\varepsilon_s \rightarrow f_s$

اثر فاصله آرماتورها

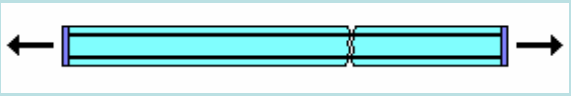




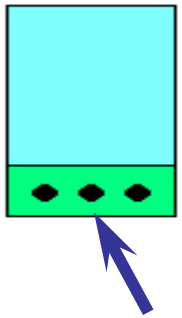
هرچه فاصله آرماتورها بیشترباشد عرض ترکها

ترك خوردگي در اعضاء خمشي

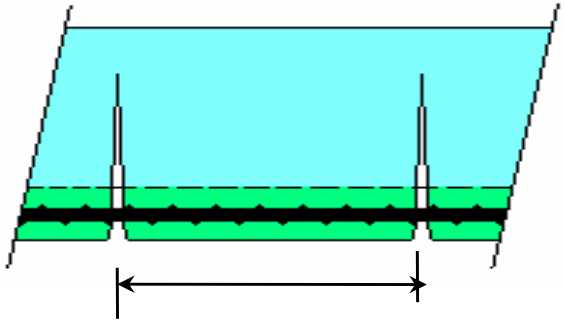
آيا مي توان ترك خوردگي در اعضاء خمشي را مشابه ترك خوردگي در يك منشور تحت كشش دانست؟



بله! اما با چند اصلاح و مشابه سازي



منشور كششي مي تواند بر اساس اين سطح تخمين گردد.



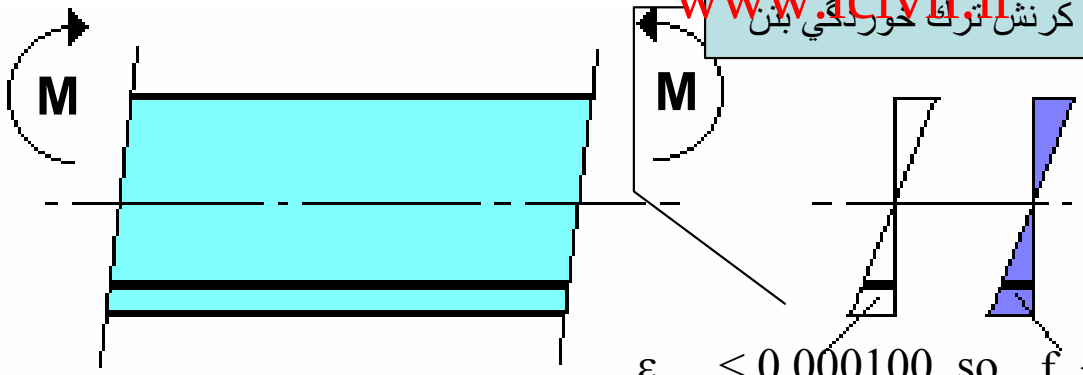
ترك بستگي به گراديان كرنش در مقطع عرضي دارد.

www.icivil.ir

میزان تنش در میلگرد در اعضاء خمشي

کرنش ترک خوردگي بتن

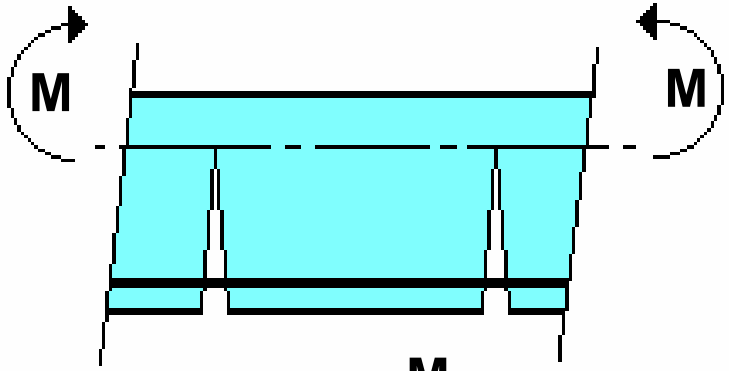
$M < M_{cr}$



$\varepsilon_{sm} < 0.000100$ so $f_s < 0.0001 * 200000$ or 20 MPa

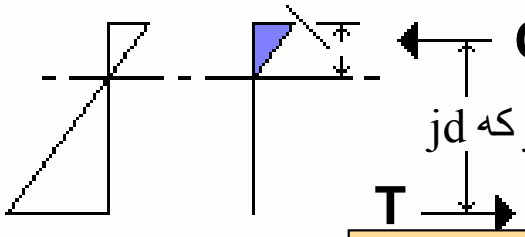
---

$M = M_{cr}$



$$f_s = \frac{M_{cr}}{A_{st}\, j\, d}$$

kd که $k = \sqrt{(pn)^2 + 2pn} - pn$

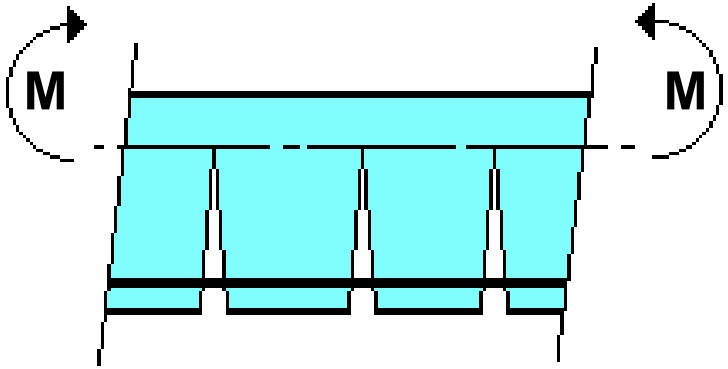


jd که $j = 1 - k/3$

$= f_{sr} A_{st}$

که f_{sr} تنش در میلگرد به مجرد ترك خوردگي است

$M > M_{cr}$

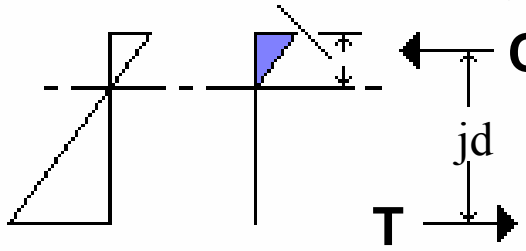


تحت بار سرويس

$M = M_s = M_D + M_L$

$$f_{sr} = \frac{M_s}{A_{st}\, j\, d}$$

kdو jd عين بالا

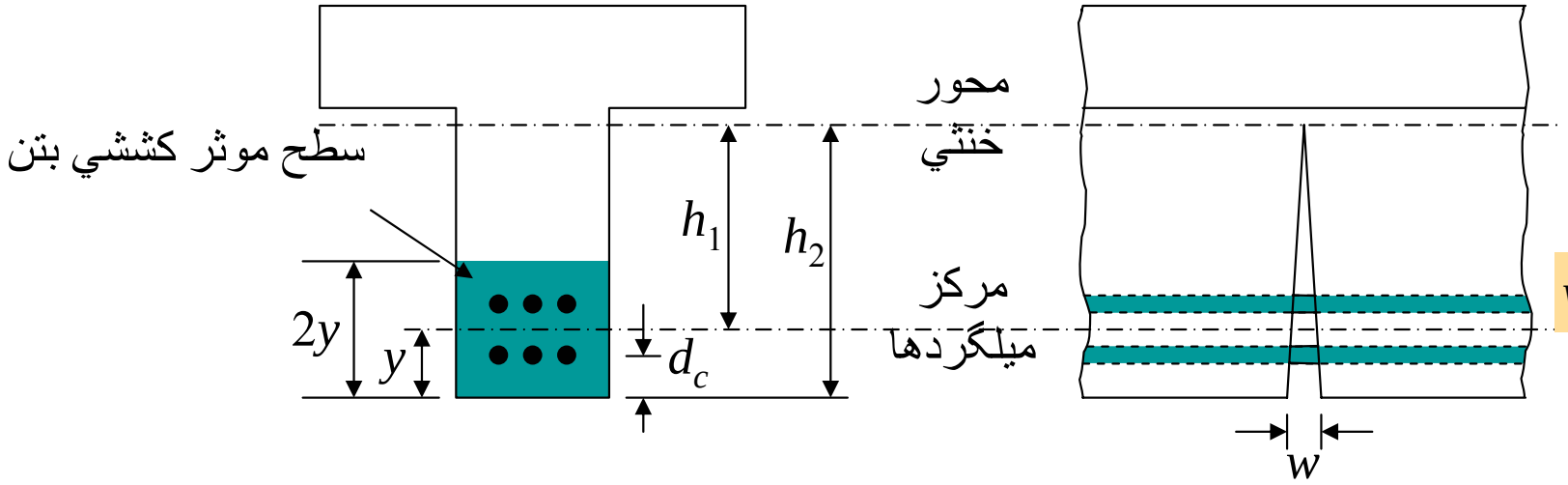


$= f_{scr} A_{st}$

که fscr تنش در میلگرد تحت بار سرويس است

K.N.Toosi University of Technology
www.icivil.ir

معادله Gerely-Lutz براي عرض ترك براي اعضاي خمشي



$$w = 1.1x10^{-5}\,\beta f_s \sqrt[3]{d_c A}\ \text{mm}$$

f_s = تنش ميلگردها تحت بار خدمت, N/mm² = 0.6 f_y (اگر اطلاعات موجود نباشد)

d_c = پوشش بتن تا مركز اولين رديف ميلگرد, mm

β = نسبت فاصله h_2/h_1 = 1.20 براي تير = 1.35 براي دال يكطرفه

A = سطح بتن حول يك ميلگرد, mm²

$$= \frac{\text{كل سطح موثر}}{\text{تعداد ميلگردها}} = \frac{2\,y\,b_w}{n}$$

ضوابط آبا براي كنترل عرض ترك

$$w = 1.3 \times 10^{-5} \beta f_s \sqrt[3]{d_c A}$$

مقدار فوق نبايد از مقادير جدول زير بيشتر گردد.

شرايط رطوبتي	حداكثر عرض ترك (mm)
بتن در تماس با هواي داخل ساختمان	۰/۴
بتن در تماس با هواي خارج	۰/۳۵
بتن در شرايط محيطي مهاجم، نواحي در تماس با آب	۰/۲۵
بتن در شرايط محيطي بسيار مهاجم، نواحي خشك و ترشونده، ناحيه پاششي در سازه هاي دريايي	۰/۱۵

- جهت كنترل عرض ترك

مقدار fy كمتر از ۵۰۰ MPa است

از ميلگردهاي آجدار بايد استفاده نمود

از ميلگردهاي با قطرهاي پايين استفاده نمود.

ضوابط ACI براي كنترل عرض ترك

براي تيرها, $\beta = 1.20$

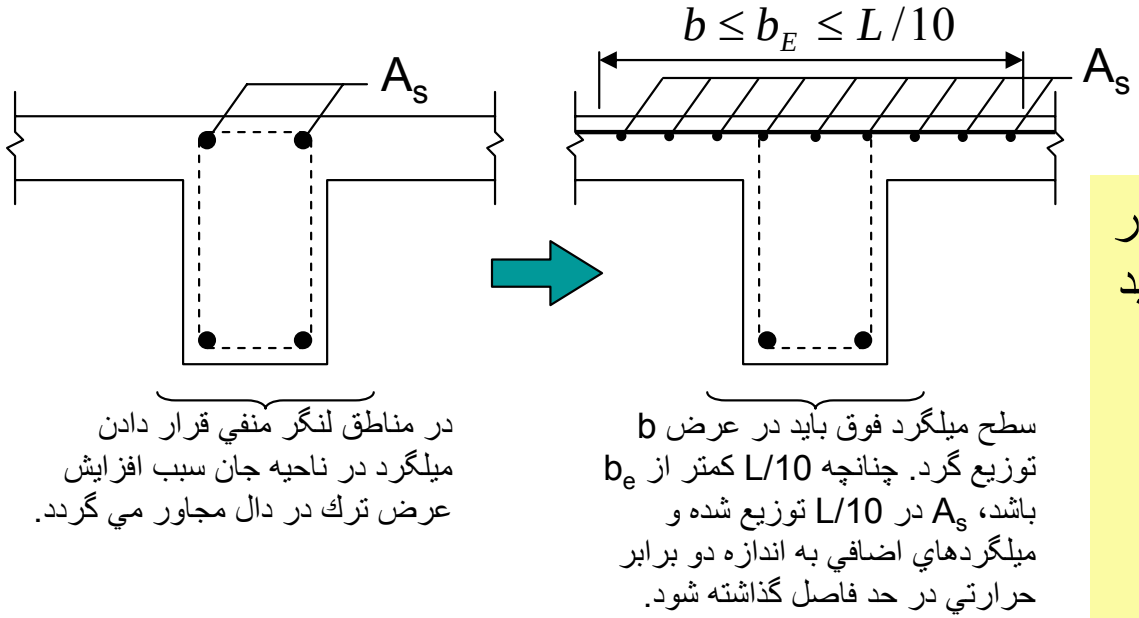
Zرا به شكل مقابل تعريف مي كند

$$z = f_s \sqrt[3]{d_c A} = \frac{w}{c\beta}$$

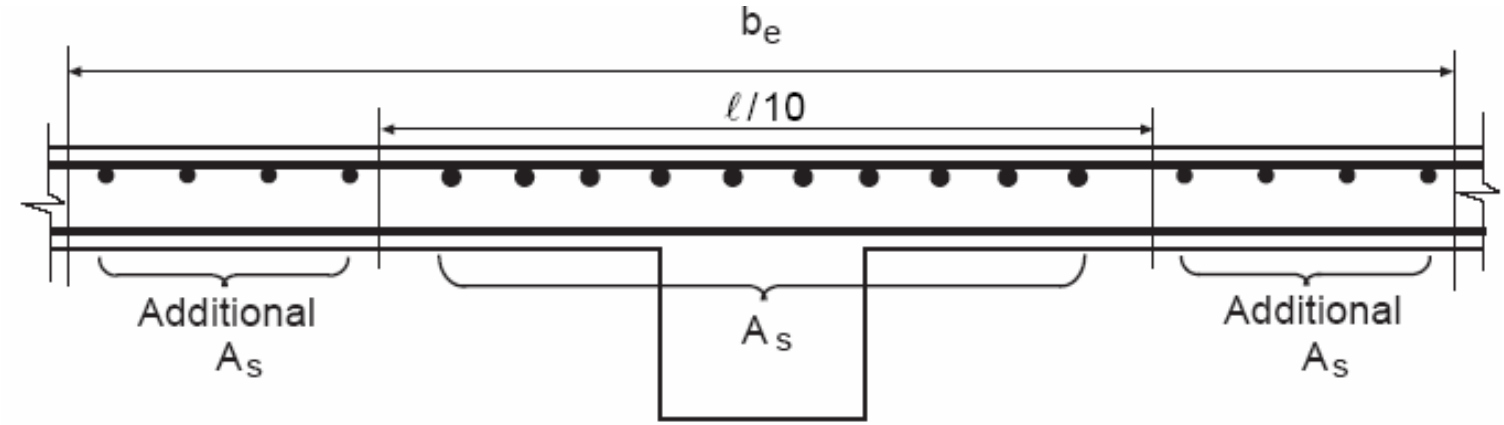
تيرهاي داخلي $z \leq 30000$ N/mm ($w \leq 0.41$ mm)

تيرهاي خارجي $z \leq 25000$ N/mm ($w \leq 0.34$ mm)

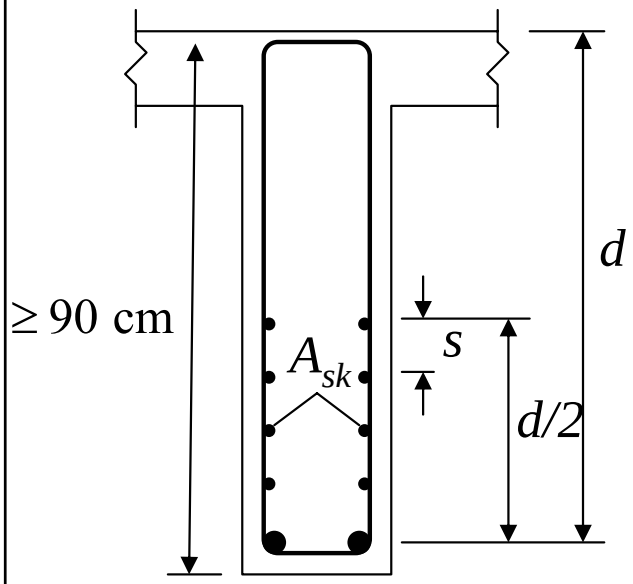
بالهاي تير T شكل در كشش



در تيرهاي T شكل اصلي، در پخش ميلگردهاي بالا در ناحيه لنگر خمشي منفي جهت كنترل ترك خوردگي بايد دو ملاحظه ذيل را مد نظر قرار داد. ۱-فاصله زياد پخش ميلگردها در كل عرض موثرممكن است سبب زياد شدن عرض تركها در ناحيه دال گردد. ۲-فاصله نزديك در ناحيه جان تير سبب مي گردد كه ناحيه خارج از آن بدون محافظ گردد. لذا آيين نامه با قرار دادن شرط عرض L/10 جهت پخش ميلگردها سعي نموده است تا فاصله ميلگردها را تحت كنترل در آورد.



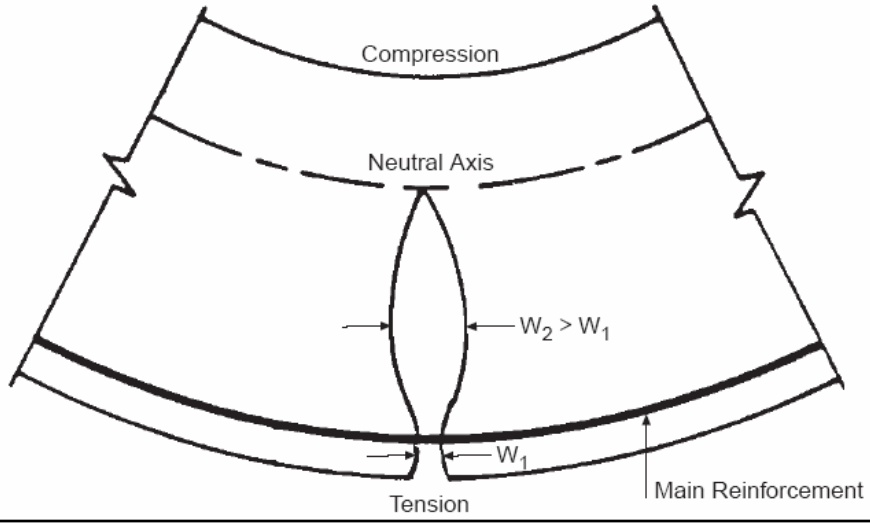
ميلگردهاي اضافي در گونه تيرعميق :(*h* > 900 mm)



در اعضاء خمشي عميق، جهت كنترل عرض تركها در جان كه مي تواند داراي عرضي بزرگتر از عرض تركهاي حاصل از خمش باشد، آيين نامه مقرر مي دارد كه ميلگردهاي اضافي در كناره هاي عمودي بخش كششي جان قرار داده شود

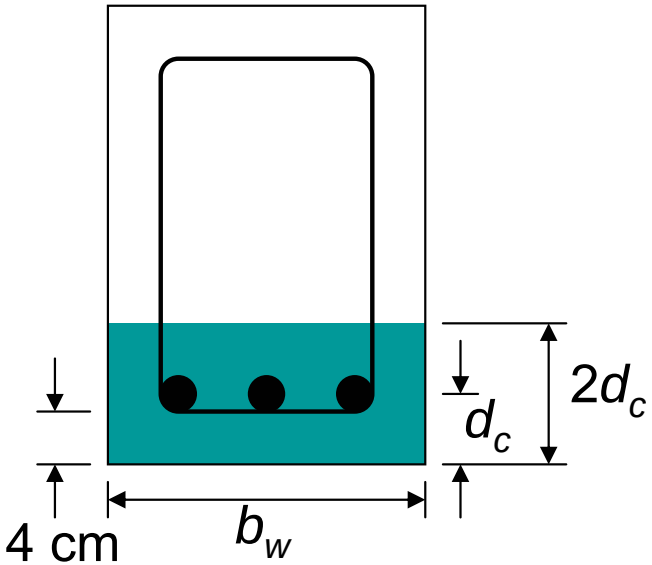
اين ميلگردهاي اضافي در ارتفاع d/2 قرار داده مي شوند. مقدار كل اين آرماتورهاي گونه از نصف ميلگردهاي كششي بيشتر باشد.

در صورت لزوم مي توان از افزايش مقاومت خمشي ناشي از وجود اين ميلگردها در محاسبات استفاده نمود.



$$A_{sk} \geq d - 750 \quad \text{mm}^2/\text{m}$$
$$s_{max} \leq d/6 \leq 300 \,\text{mm}$$

حداقل تعداد میلگرد در یك لایه



کل سطح کششي = $2\,d_c\,b_w$

سطح کششي براي هرميله:

$$A=\frac{2\,d_c\,b_w}{m}$$

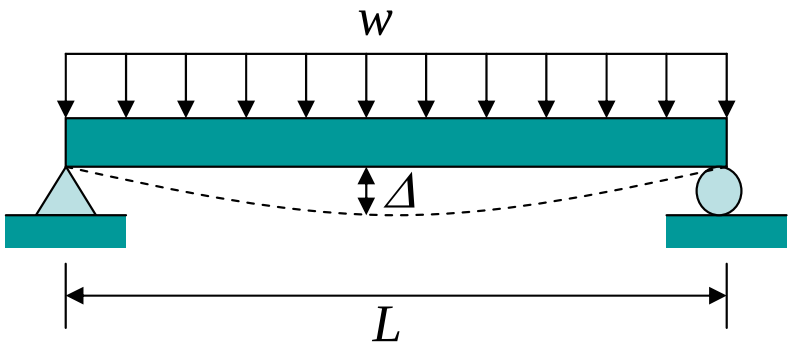
m = تعداد میلگرد ها در یك لایه

From $z=f_s\sqrt[3]{d_c\,A}\rightarrow\left(\frac{z}{f_s}\right)^3=\frac{2\,d_c^2\,b_w}{m}\rightarrow m=\frac{2\,d_c^2\,b_w}{(z/f_s)^3}$

بر اساس **ABA**

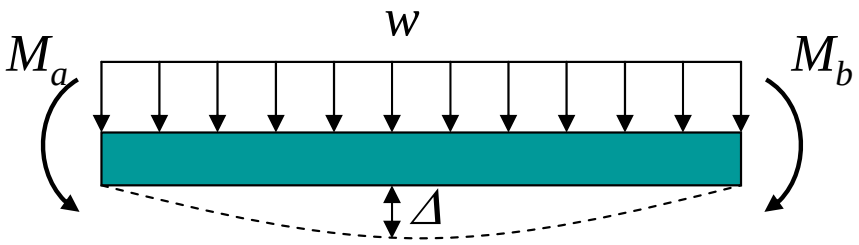
$$m=\frac{2d_c^2b_w}{(77000w/\,f_s)^3}$$

تغییرشکل الاستیک اعضا خمشي

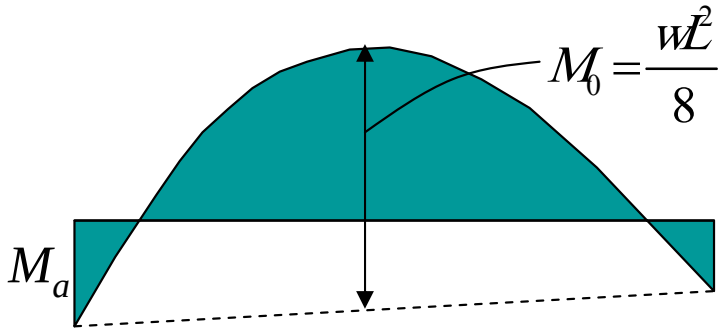


تیر ساده (حالت ایده آل)

$$\Delta = \frac{5\,wL^4}{384\,EI}$$

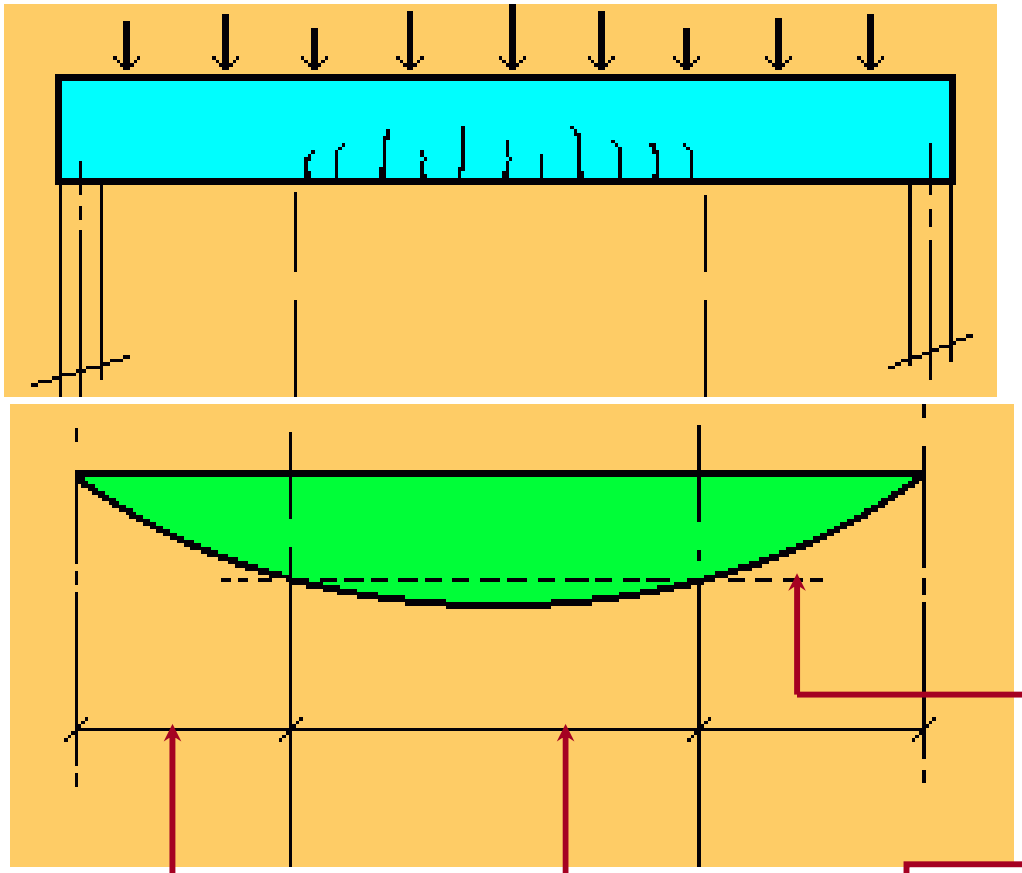


تیر سراسري با تکیه گاههاي یکسره (حالت واقعي)



$$\Delta_{\max} = \frac{L^2}{48\,EI}\left[5M_0 - 3\left(M_a + M_b\right)\right] \Rightarrow \beta_a \frac{ML^2}{EI}$$

تغيير شكل تير ترك خورده



لنگر ترك خوردگي

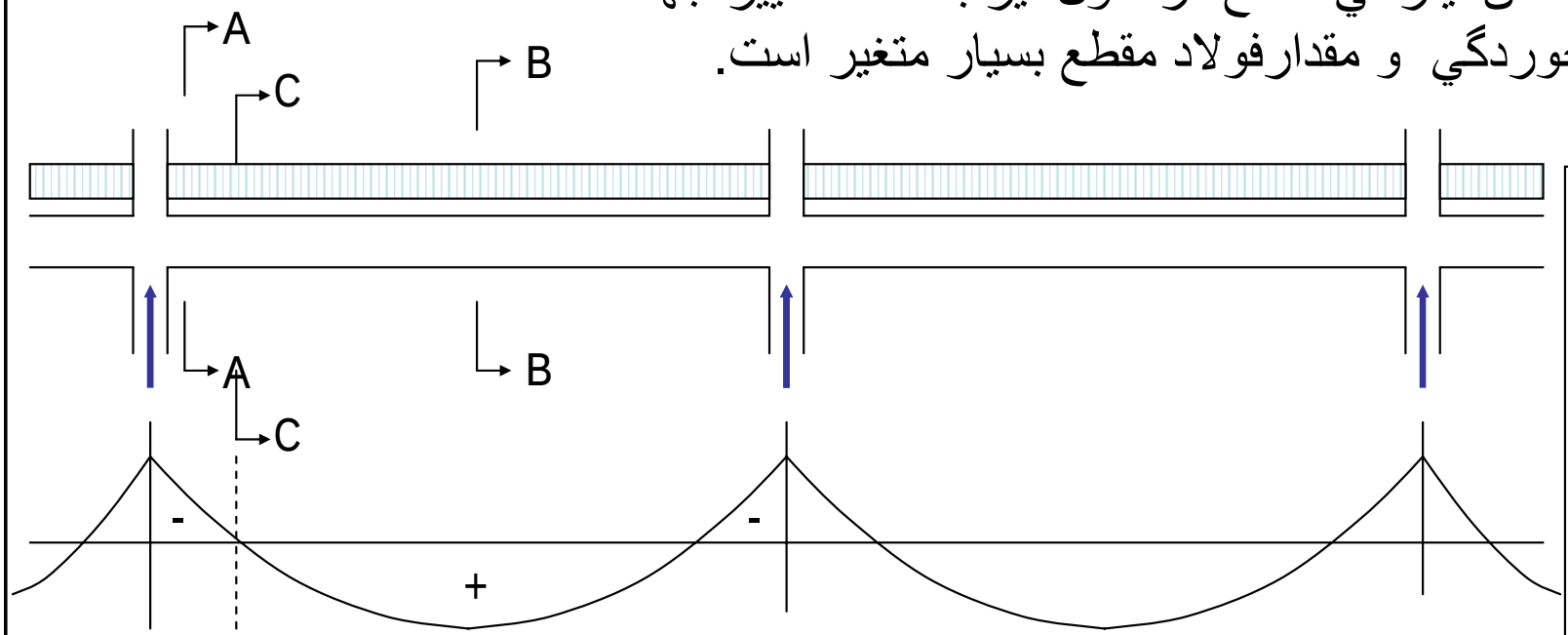
Mcr

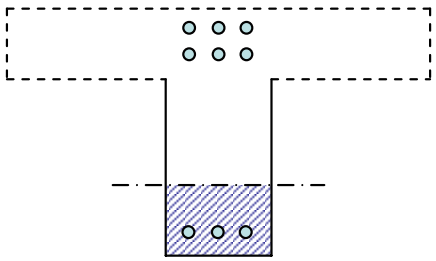
محدوده كاهش سختي به علت ترك خوردگي

سختي كاملي در دو انتها تير موجود است

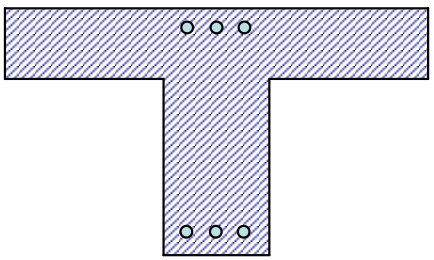
ممان اينرسي موثر براي تير پيوسته با مقطع T شكل

ملاحظه مي گردد كه ممان اينرسي مقطع در طول تير به علت تغيير جهت لنگر و لذا نوع ترك خوردگي و مقدارفولاد مقطع بسيار متغير است.

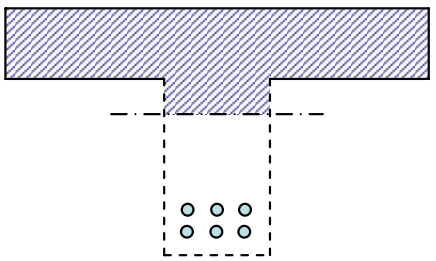




Section A-A



Section C-C



Section B-B

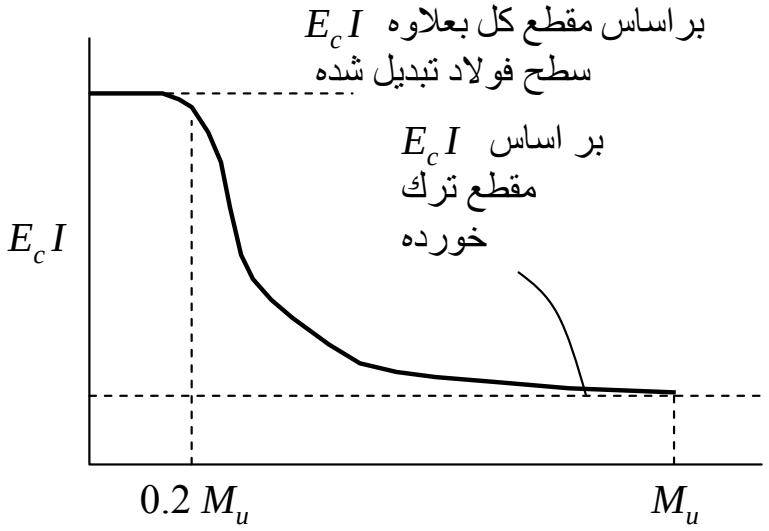
اگرچه در يك تحليل ارتجاعي نيروهاي داخلي به مقادير نسبي سختي بستگي دارند، ولي براي محاسبه تغيير مكان نيازمند مقدار سختيها مي باشيم. در سازه هاي بتن آرمه سختي مقطع تابعي از ميزان بار وارده مي باشد. چراكه با افزون شدن لنگر خمشي در مقطع از ميزان مقاومت ترك خوردگي، مقطع از مشخصات ترك نخورده به مشخصات مقطع ترك خورده كه داراي لنگر اينرسي كمتر است تبديل مي گردد. بدين جهت محاسبه تغيير مكان تير تحت بار وارده يك فرآيند غير خطي مي باشد.

در اين وضعيت مقدار جابجايي در هر مقدار افزايش جزء بار ثابت نيست. سختي خمشي $E_c I$ در سطوح پايين بار بزرگتر است. (به علت ترك نخوردگي)، لذا مقطع كاملاً ترك نخورده، داراي بزرگترين ممان اينرسي است.

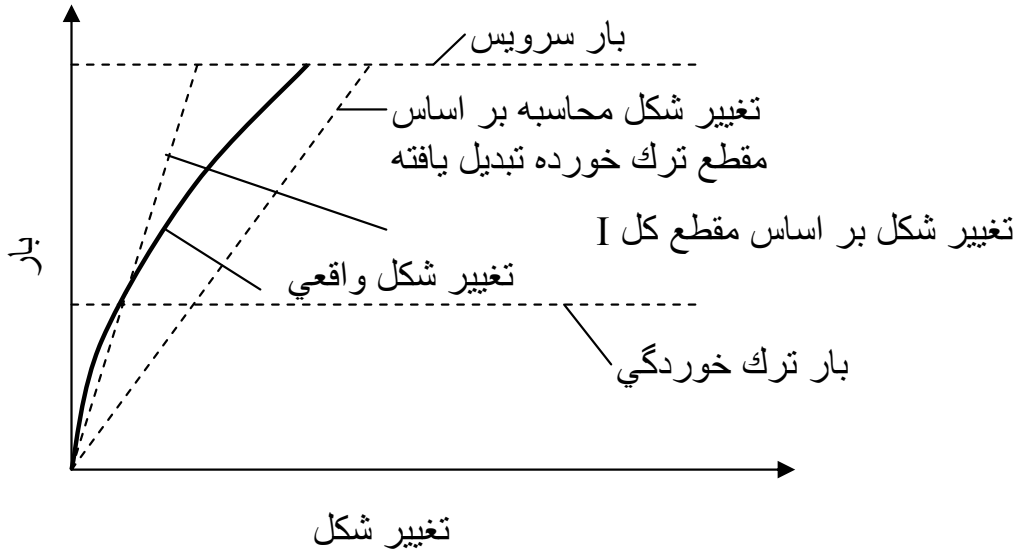
تغيير سختي خمشي نسبت به لنگر خمشي

محاسبه ممان اينرسي موثر Ie يكي از زمينه هاي مورد بحث براي محاسبه تغييرمكان است. مطابق شكل مقابل سختي خمشي E_cI با مقدار لنگر خمشي مطابق شكل مقابل تغيير مي كند.

مقاطع با فولاد بيشتر تغيير كمي در سختي نسبت به مقاطع كم فولاد با افزايش لنگر وارده دارند.

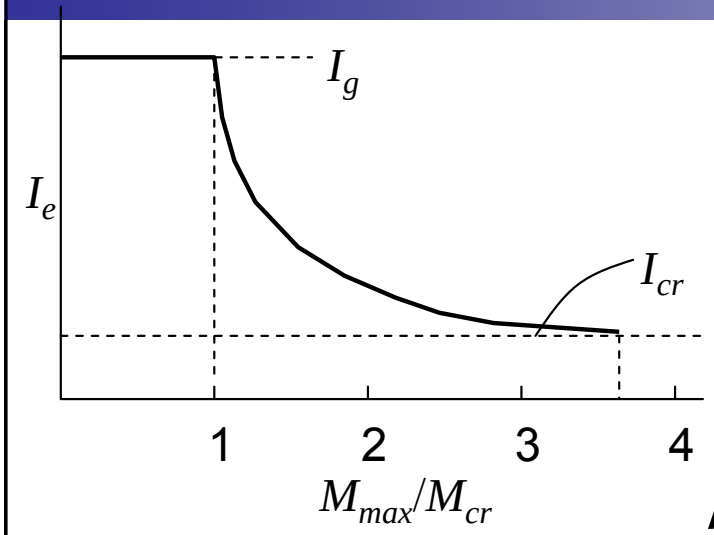


در بار كمتر از بار ترك خوردگي تغيير شكل مي تواند بر اساس مقطع بتن ناخالص محاسبه شود و فقط اختلاف كوچكي بين مقطع تبديل يافته يا نيافته وجود دارد. با افزوني بار از ميزان ترك خوردگي، اگرچه بين تركها مقطع ترك نخورده است اما ممان اينرسي به مقطع ترك خورده انتقال يافته نزديك مي شود. لذا مطابق شكل مقابل استفاده از ممان اينرسي ترك نخورده سبب محاسبه دست پايين تغيير شكل تير و استفاده از ممان اينرسي ترك خورده تبديل يافته سبب محاسبه دست بالاي آن مي شود.



ممان اينرسي موثر (Ie)

بجهت انتقال پيوسته ميان مقطع ترك نخورده و مقطع ترك خورده Branson(1963) رابطه زير را بر اساس لنگر حداكثر وارده پيشنهاد نمود.



$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3\right] I_{cr} \le I_g$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \text{cracking moment}$$

M_{max} = ماكزيمم لنگر بار سرويس

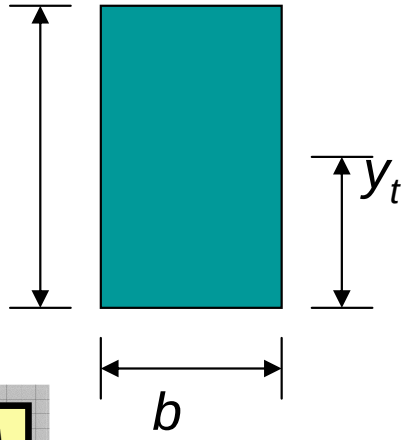
I_g = ممان مقطع كل = $bh^3/12$

I_{cr} = ممان اينرسي مقطع ترك خورده تبديل يافته

f_r = مدول گسيختگي بتن = $0.63\sqrt{f'_c}$

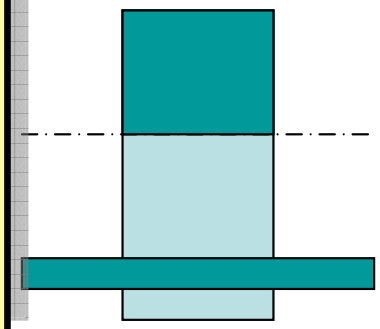
y_t = فاصله تار خارجي كششي تا محور خنثي كل مقطع بتني

اگرچه مقدار فوق درمحل حداكثر لنگر محاسبه مي شود ولي از مقدار فوق براي كل يك تير دو سر مفصل و يا بين دو نقطه عطف در تير يكسره استفاده مي گردد. اگر بخواهيم تغيير پيوسته مقدار لنگر اينرسي را در طول تير در نظربگيريم ، Branson پيشنهاد نموده است كه از قوه چهار معادله فوق استفاده نموده و مقدار M_{cr} و M_{max} را براي قطعات فرضي تير محاسبه نماييم. با استفاده از يك انتگرال عددي مي توان براي تير با ممان اينرسي موثر متغير ميزان تغيير شكل را محاسبه نمود، اگرچه استفاده از يك مقدار براي كل تير مي تواند سبب سادگي محاسبات گردد.



مقطع ترك نخورده

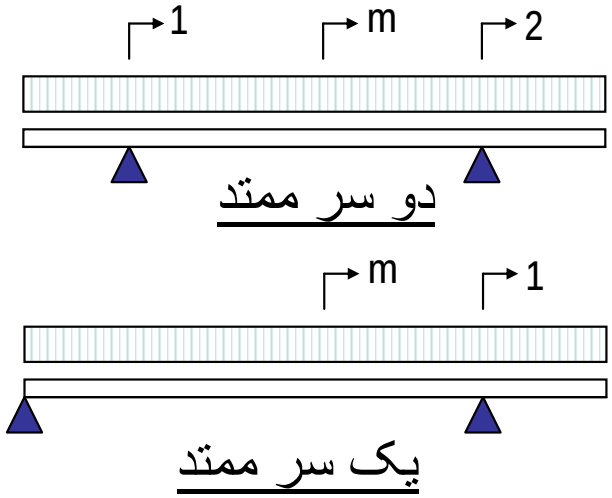
تبديل نيافته



مقطع ترك خورده

مقدار ممان اینرسي موثر واحد

بسته به آنکه لنگر خمشي مقطع چه مقدار سبب ترک خوردگی گردد، میزان I در طول تیر متغیر است. سه روش برای تقریب ممان اینرسی موثر در طول تیر توسط آیین نامه ها پیشنهاد شده است.



۱- مقدار وسط دهانه : برای تیر دو سر ساده یا ممتد و مقدار تکیه گاهی برای تیر طره (این مقدار برای محاسبات ابتدایی مناسب می باشد.)

$$I_e = I_m$$

۲-متوسط وزني:

هر دو انتها پیوسته :

$$I_e = 0.70\, I_m + 0.15(I_{e1} + I_{e2})$$

يك انتها پیوسته:

$$I_e = 0.85\, I_m + 0.15\, I_{e1}$$

۳-متوسط ساده

هر دو انتها پیوسته :

$$I_e = 0.50\, I_m + 0.25(I_{e1} + I_{e2})$$

يك انتها پیوسته:

$$I_e = 0.75\, I_m + 0.25\, I_{e1}$$

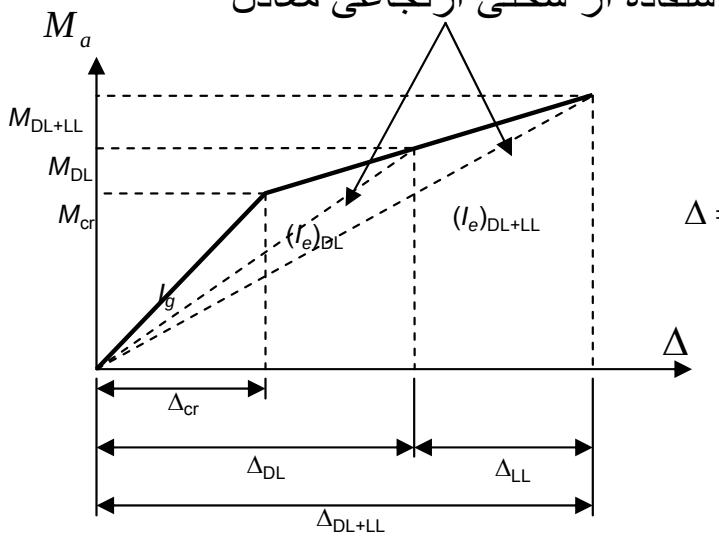
نکته: برای یک تیر پیوسته با بار گسترده استفاده از روش متوسط وزنی نسبت به مقدار وسط دهانه دارای دقت بیشتری می باشد در حالیکه برای تیر تحت بار متمرکز سنگین در وسط دهانه بر عکس می باشد

تغيير شكلهاي كوتاه مدت بار مرده و زنده

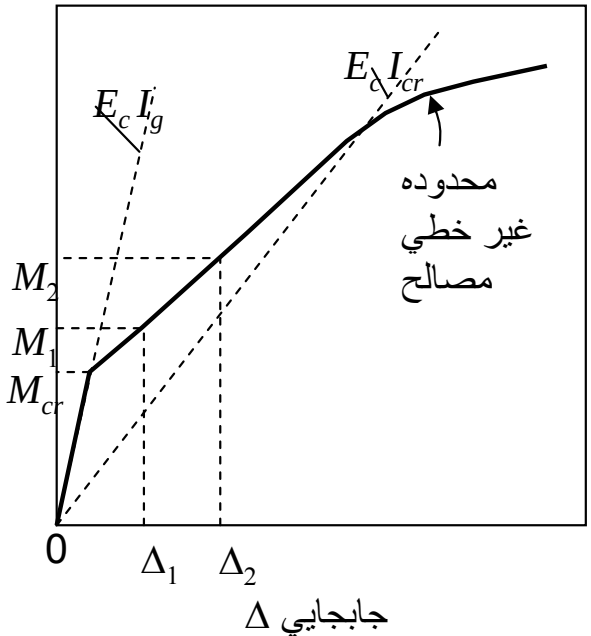
تعيير شكل كوتاه مدت اعضاء بتن آرمه می تواند بر اساس ممان اينرسي موثر مقطع مطابق فرمول كلی مقابل محاسبه شود. ممان اينرسي موثر مقطع فوق بر اساس ميزان لنگر وارده ومقادير ممان اينرسي مقطع ترک خورده انتقال يافته و مقطع ناخالص ترک نخورده تخمين مي گردد. β_a ضريبی است كه بستگی به نوع بار و شرايط مرزی دارد.

$$\Delta = \beta_a \left(\frac{ML^2}{E_c I_e} \right)$$

استفاده از سختی ارتجاعی معادل



تغييرشكل تير بتن آرمه تحت بار يک پديده غير خطی است كه برای آنكه بتوان از روشهای خطی برای محاسبه استفاده نمود. با توجه به آنكه در هر مرحله از بارگذاري ممان اينرسی به ميزان بار وارده بستگي دارد بايد مطابق شكل مقابل نسبت به محاسبه آن در هر سطح بار مطابق مطالب قبل اقدام شده و سپس بر اساس مقدار فوق كه سختی كج متناظر به تغيير شكل ارتجاعی است از روابط ارتجاعی بهره گرفت.
واضح است كه برای محاسبه ميزان تغيير مكان بار زنده از آنجاكه اين بار نمی تواند بدون وجود بار مرده اعمال گردد، ابتدا تغيير مكان مجموعه حساب شده و سپس مقدار فوق از ميزان بار مرده به تنهايی كم می شود.



جابجايي بار مرده : $\Delta_{DL} = \beta_a \dfrac{ML^2}{E_c (I_e)_{DL}}$

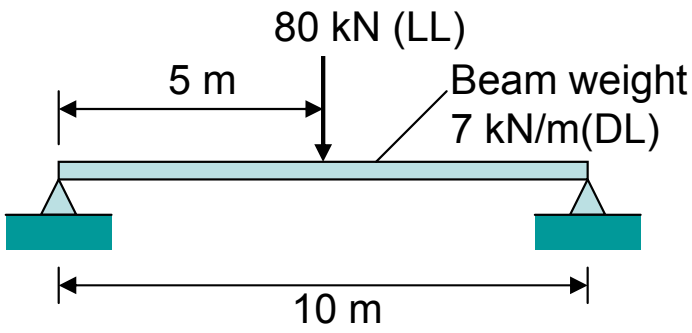
جابجايي بار مرده و زنده : $\Delta_{DL+LL} = \beta_a \dfrac{ML^2}{E_c (I_e)_{DL+LL}}$

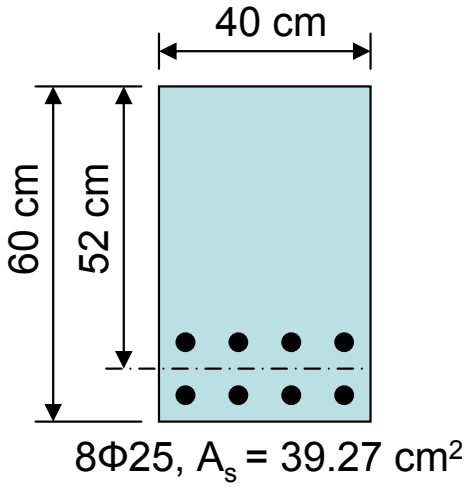
جابجايي بار زنده : $\Delta_{LL} = \Delta_{DL+LL} - \Delta_{DL}$

www.icivil.ir

مثال ۱: جابجايي آني تير دو سر ساده به طول ۱۰ متر را در شكل زير تحت بار زنده اعمالي محاسبه كنيد.

$f'c$=28, fy=400 MPa





حداقل عمق بر اساس ACI

L/16 = 10(100)/16 = 62.5 cm > 60 cm **NG**

افتادگي بايد كنترل شود.

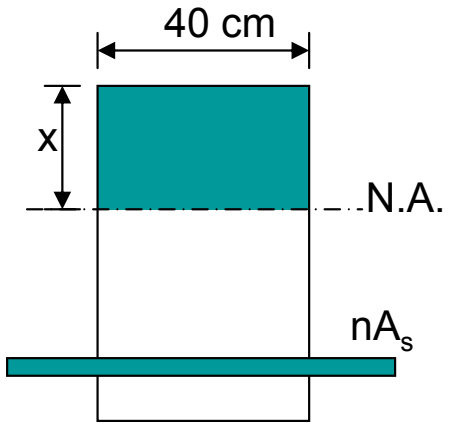
الف) افتادگي ناشي از بار مرده

$$I_g = \frac{(40)(60)^3}{12} = 7.2e5\ \text{cm}^4$$

$$M_{\max} = \frac{(7)(10)^2}{8} = 87.5\ kN-m$$

www.icivil.ir

براي مقطع انتقال يافته



$$f'c = 28\ \text{MPa}$$

$$Ec = 5000\sqrt{f'c} = 26458\ \text{MPa}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2x10^5}{26458} \approx 8$$

محابه محل تار خنثي:

$[\Sigma M_{N\text{-}A} = 0]$

$$40\frac{x^2}{2} = 8(39.27)(52 - x)$$

$$x^2 + 15.71x - 816.82 = 0$$

$$x = 21.8\ \text{cm}$$

$$I_{cr} = I_{concrete} + I_{steel} = \frac{1}{3}(40)(21.8)^3 + 8(39.27)(52 - 21.8)^2$$

$$I_{cr} = 424{,}663\ \text{cm}^4$$

www.icivil.ir

$$f_r = 0.63\sqrt{28} = 3.33\ \text{MPa}$$

$$\mathrm{M_{cr}} = \frac{\mathrm{f_r I_g}}{\mathrm{y_t}} = \frac{3.33x7.2e9}{300} = 79.92\ \text{kN - m}$$

$$\frac{\mathrm{M_{cr}}}{\mathrm{M_{max}}} = \frac{79.92}{87.5} = 0.91 \quad , \quad \left(\frac{\mathrm{M_{cr}}}{\mathrm{M_{max}}}\right)^3 = 0.76$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{\max}}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{\max}}\right)^3\right] I_{cr} \le I_g$$

ممان اينرسي موثر:

$I_e = 0.76(720{,}000) + 0.24(424{,}663) = 649{,}119\ \text{cm}^4$

افتادگي ناشي از بار مرده:

$$\Delta_{DL} = \frac{5wL^4}{384E_cI_e} = \frac{5x7x(10000)^4}{384x26458x649119e4} = 5.3\ \text{mm}$$

www.icivil.ir

ب) افتادگي ناشي از بار مرده و زنده

M_{max} = 87.5 + 80(10)/4 = 287.5 kN-m

$$\frac{M_{cr}}{M_{max}} = \frac{79.92}{287.5} = 0.28 \quad , \quad \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3 = 0.022$$

I_e = 0.022(720,000) + 0.978(424,663) = 431,160 cm^4

$$\Delta_{DL+LL} = \frac{5wL^4}{384E_cI_e} + \frac{PL^3}{48E_cI_e} = \frac{5x7x(10000)^4}{384x26458x431160e4} + \frac{80000x(10000)^3}{48x26458x431160e4}$$

$$= 8.0 + 14.6 = 22.6 \text{ mm}$$

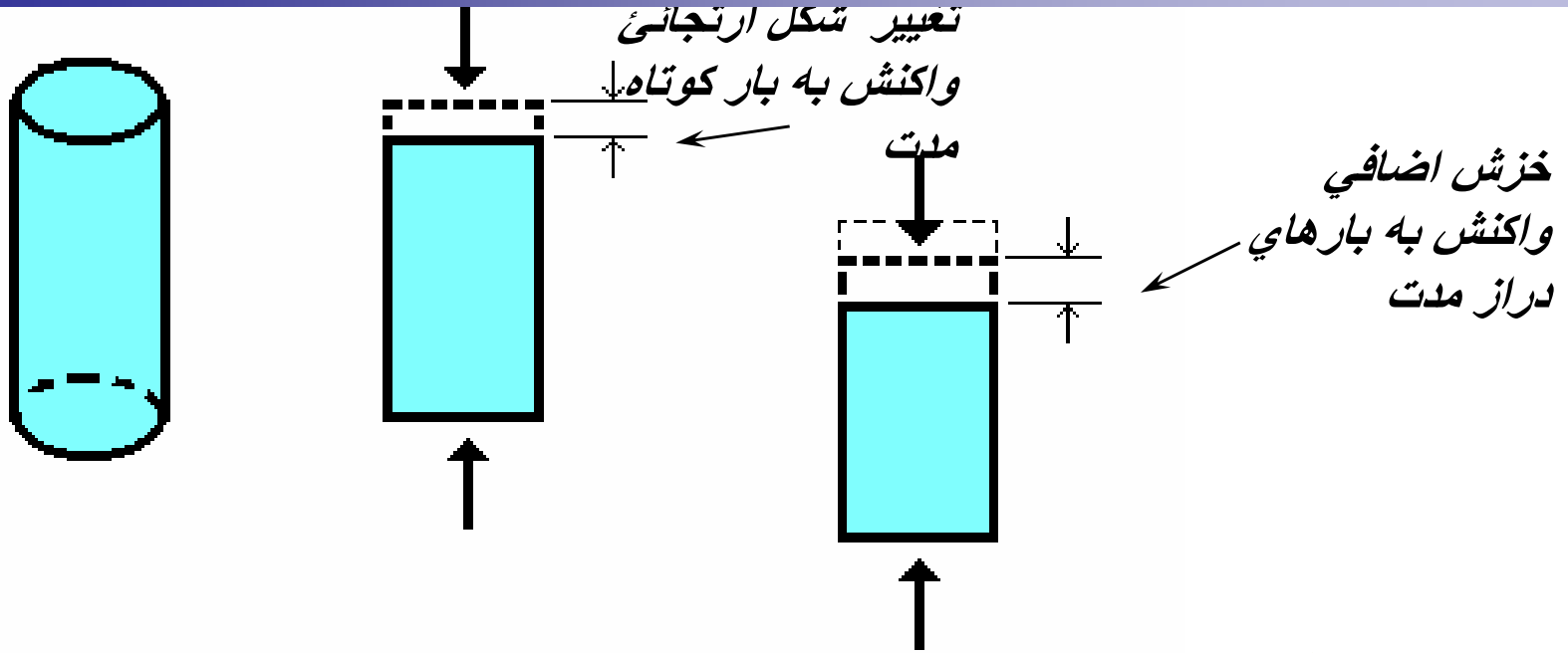
ج) جابجايي ناشي از بار زنده:

$\Delta_{LL} = \Delta_{DL+LL} - \Delta_{DL}$ = 22.6 –5.3 = 17.3 mm

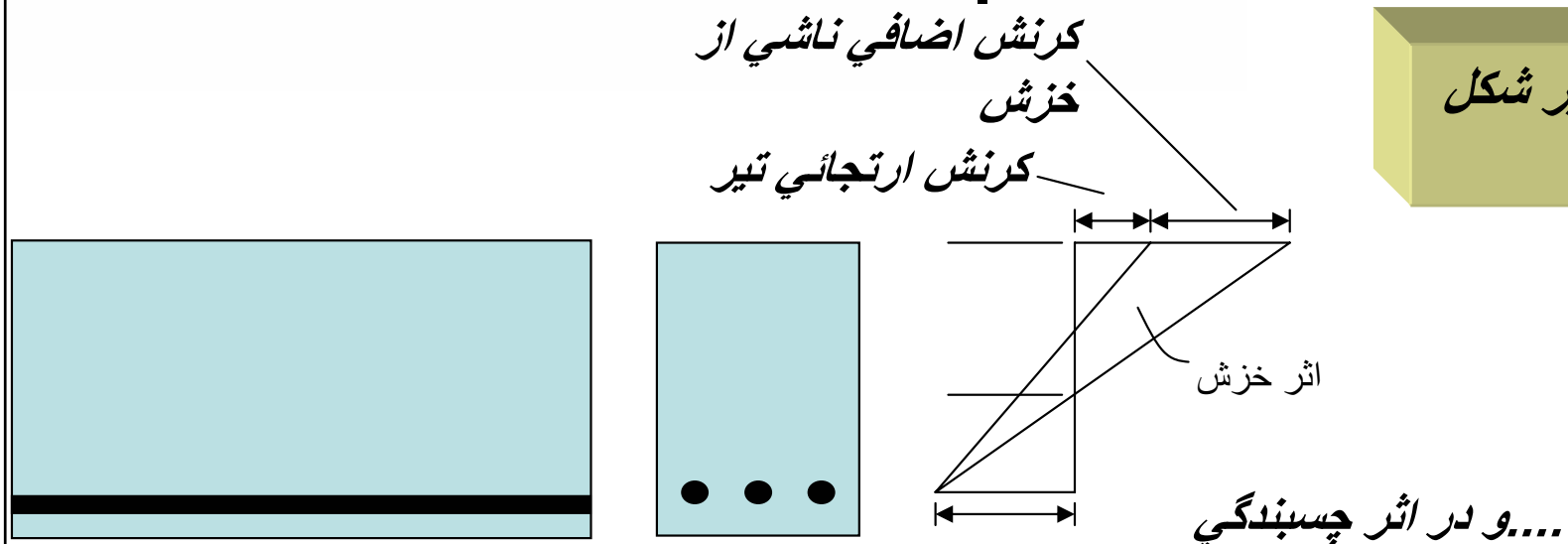
مجاز $\quad \Delta_{LL} = \frac{L}{360} = \frac{10000}{360} = 27.8 \text{ mm} \; \phi \; 17.3 \text{ mm Ok}$

K.N.Toosi
University of Technology
www.icivil.ir

تاثير خزش

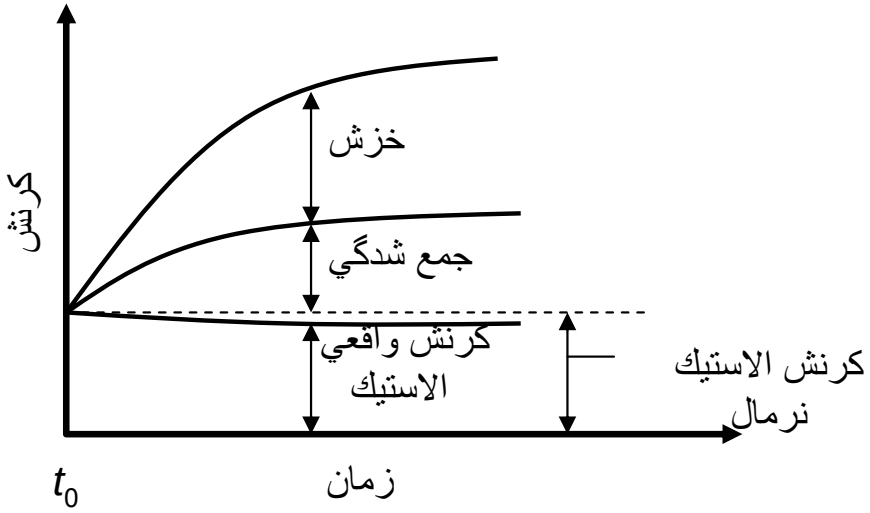


چگونه اثر فوق باعث تغيير شكل تير مي شود



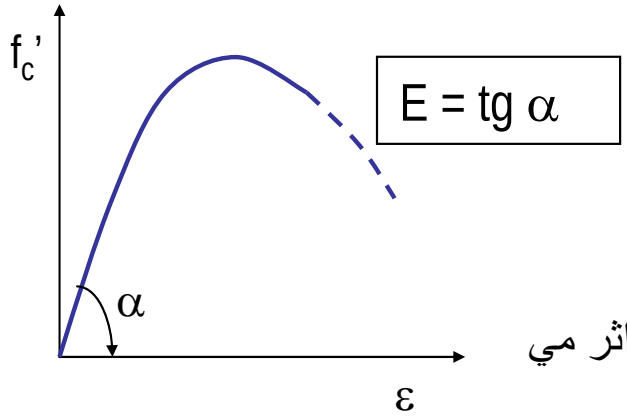
....و در اثر چسبندگي

تغيير شكلهاي طولاني مدت خزش



چنانچه در فصل اول ديديم خزش تغيير شكل در طول زمان تحت باردراز مدت در محدوده ارتجاعی (زير 0.5f'c) می باشد. عوامل موثر بر ميزان خزش عبارتند از::

۱-اجزاء تشكيل دهنده (نرمی سيمان، اب به سيمان، ...)
۲-دما و رطوبت در حين به عمل آمدن
۳-اندازه اعضاي بتني
۴-زمان و مدت بارگذاري
۵-مقدار تنش
۶-نسبت سطح به حجم
۷-اسلامپ



مدول ارتجائي

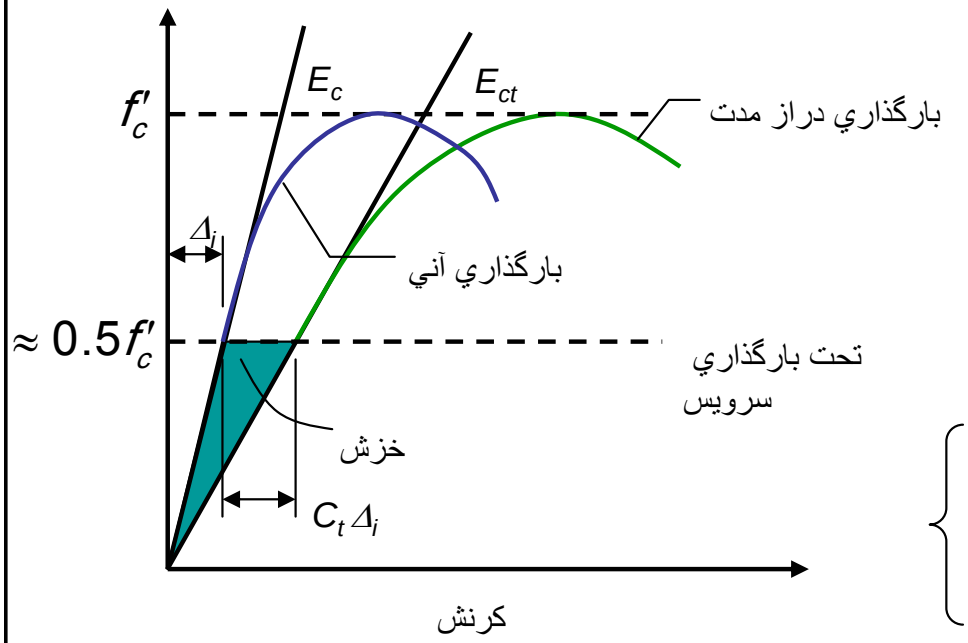
براي مواد همگن مدول ارتجائي E در كشش و فشار يكسان است

در بتن مسلح خزش سبب تغييرEدر قسمت فشاري مي شود و ترك نيز بر Eدر قسمت كشش اثر مي گذارد

در قسمت كششي و فشاري، نتنها E با تغيير تنش در مقطع تغيير مي نمايد بلكه در طول دهنه نيز داراي تغيير است.

بعلاوه، خزش و جمع شدگي در طول گذر زمان سبب كاهش E مي شود كه خود باعث افزايش تغيير شكل با ضريبي حدود ۲ تا ۳ مي شود.

تاثیر خزش بر تغییر شکل تحت بار دراز مدت

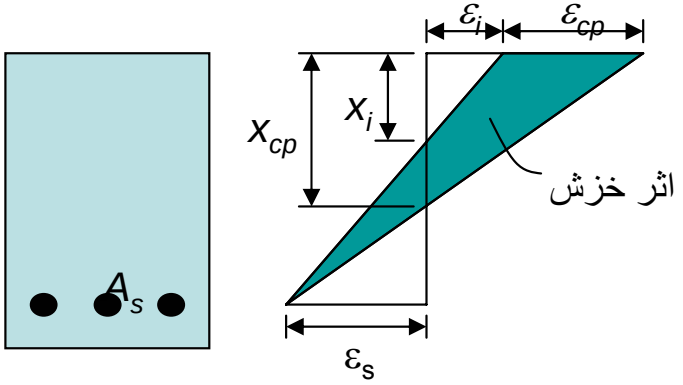


یکی از راههای به حساب آوردن خزش، مطابق شکل مقابل کاهش مدول ارتجاعی است و یا اعمال ضریب C_t بر تعییر مکان ارتجاعی Δ_i است

$$\left.\begin{array}{l}\varepsilon_{cp} = C_t\varepsilon_i \\ \Delta_{cp} = C_t(\Delta_i)_{DL}\end{array}\right\}$$

کرنش و تغییرشکل پلاستیك حاصل از خزش

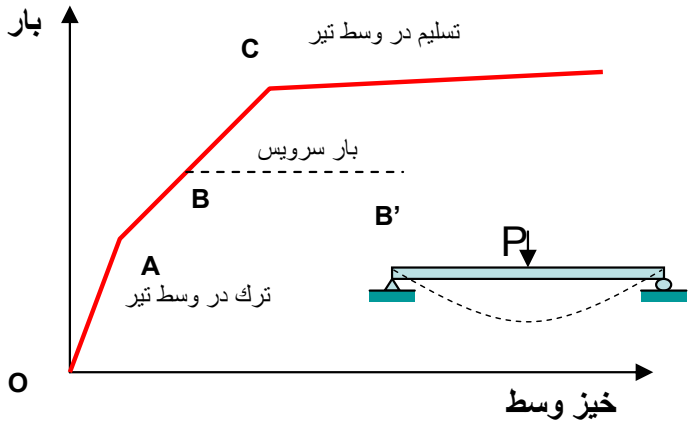
کرنش و تغییرشکل الاستیك



به جهت فهم اثر خزش بر تغییر شکل تیر، تغییر انحناء تیر در اثر خزش در ناحیه فشاری بتن مقطع تک فولاده مقابل قابل ملاحظه است. بتن سهم کمی درتحمل تنش در ناحیه کششی در اثر ترک داشته و میزان خزش در فولاد نیز ناچیز است. تار خنثي به سمت پايين حركت كرده و سطح بيشتري از بتن تحت فشار قرار مي گيرد. با توجه به منحني تنش – كرنش اصلاح شده در بالا در محدوده زير تنش 0.5 f'c ميزان تنشها كاهش يافته و با توجه به ثابت بودن تنش در فولاد كششي بايد ميزان برآيند تنشهاي فشاري در بتن ثابت باشد. ميزان افزايش انحناء از ميزان افزايش كرنشها كمتر است.

ضریب C_t که نسبت کرنش حاصل از خزش به کرنش ارتجاعی در زمان t بعد از عمل آوری اولیه می باشد، بر اساس ضریب خزش نهایی C_u که داراي مقدار ۲/۳۵ برای رطوبت ۴۰% است، محاسبه مي گردد.

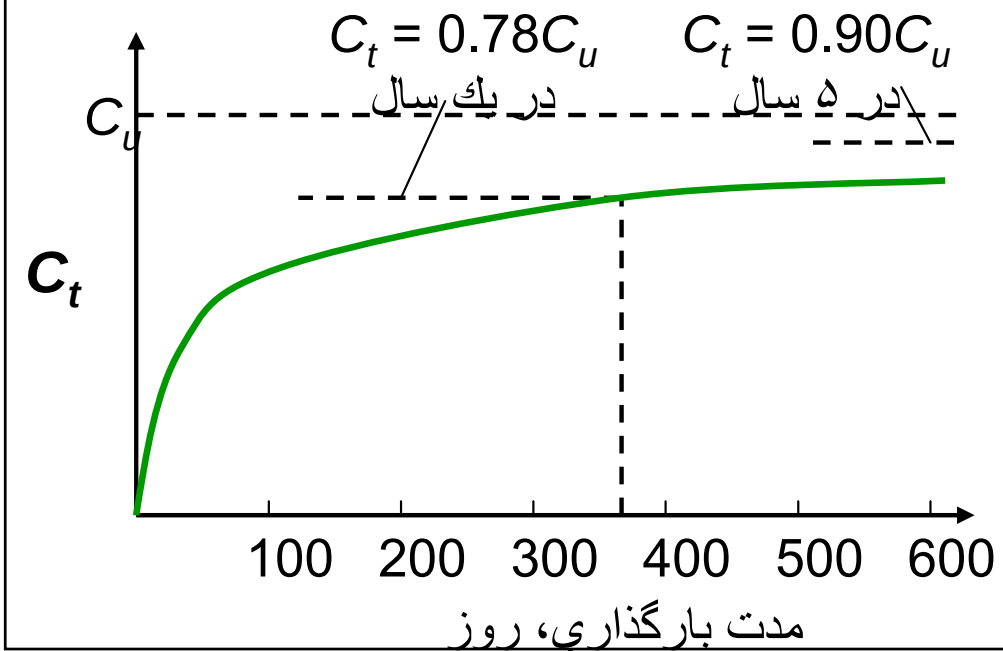
تاثير خزش بر تغيير شكل تحت بار دراز مدت



نمودار بار خيز تير دو سر مفصل در شكل مقابل نشان داده شده است. ملاحظه مي گردد چنانچه سطح بار سرويس در حد نقطه B نشان داده شده باشد. در اثر خزش با ثابت ماندن بار خيز افزايش مي يابد.

- شرايطي كه بر اساس آن معادلات ACI معتبر است
۱-۴۰% رطوبت نسبي
۲-اسلامپ كمتر از ۱۰ ساتيمتر
۳-عمر بارگذاري ۷ روز (عمل آوري در رطوبت)
۴-عمر بارگذاري۱-۳ روز (عمل آوري در بخار)
۵-ضخامت بتن ۱۵ سانتيمتر

برای شرايط ديگر بايد ضرايب تصحيح بكار برد.



$$C_t = \left(\frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}}\right) C_u$$

ضرایب تصحیح خزش

۱) عمر بارگذاري (روز)

$(CF)_a = 1.25\, t_a^{-0.118}$ شرایط عمل آوری در رطوبت

$(CF)_a = 1.13\, t_a^{-0.095}$ شرایط عمل آوری در بخار

t_a = سن بارگذاري بر حسب روز

ta ↑ ↓ C

۲) رطوبت براي ۴۰%

$(CF)_h = 1.27 - 0.0067\, H$

H = رطوبت نسبي بر حسب %

H ↑ ↓ C

۳) تاثير آرماتور فشاري

$$k_r = \frac{0.85}{1+50\rho'} \quad , \quad \rho' = \frac{A'_s}{bd}$$

$$\Delta_{cp} = k_r C_t (\Delta_i)_{DL}$$

ρ' ↑ ↓ C

۴) بقيه عوامل

تاثیر کم داشته لذا از آنها صرفنظر می گردد.

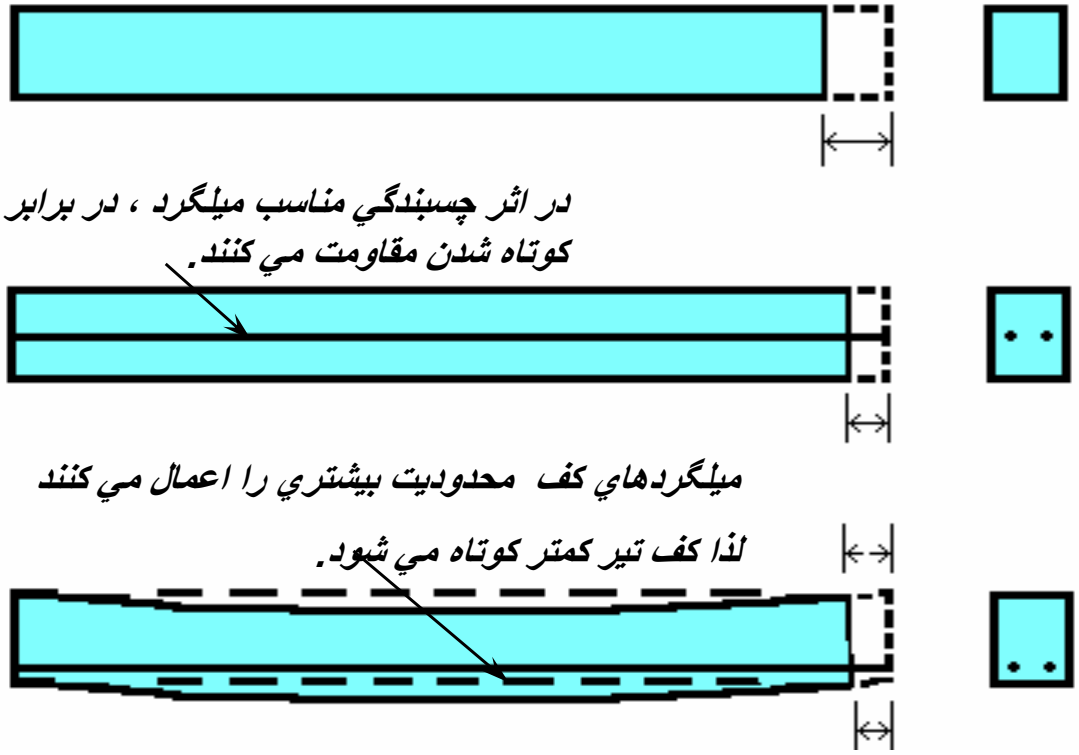
اثر جمع شدگي

جمع شدگي بتن در تيرها داراي اثرات مشابهي بر تغيير مكان با اثر خزش مي باشد.

جمع شدگي تير بتني ايزوله شده مانند تير با تسليح متقارن، با خمش همراه نيست.

عموماً جدا نمودن اثرات خزش و جمع شدگي بسيار مشكل مي باشد.

۹۰% جمع شدگي در يك سال اول اتفاق مي افتد، در حاليكه حداقل ۵ سال بايد سپري گردد تا ۹۰% خزش اتفاق افتد.



كرنش جمع شدگي

كميته ACI 209 بر اساس تحقيقات Branson ميزان كرنش جمع شدگي در زمان t بعد از عمل آوري اوليه را چنين تخمين مي زند.

عمل آوري در شرايط رطوبت در ۷ روز $\varepsilon_{sh} = \frac{t}{35+t}(\varepsilon_{sh})_u$

عمل آوري در شرايط بخار در ۱ -۳ روز $\varepsilon_{sh} = \frac{t}{55+t}(\varepsilon_{sh})_u$

$(\varepsilon_{sh})_u$ = كرنش جمع شدگي نهايي

براي ۴۰% رطوبت = 800×10^{-6} cm/cm

ضرايب تصحيح جمع شدگي

چنانچه رطوبت بيشتر از ۴۰% باشد ضريب تصحيح مقابل را بايد در ميزان كرنش جمع شدگي بالا بكار برد. بقيه عوامل به علت اثر كم صرفنظر مي گردد.

$(CF)_h = 1.40 - 0.010\,H \qquad 40\% \le H \le 80\%$

$(CF)_h = 3.00 - 0.030\,H \qquad H \ge 80\%$

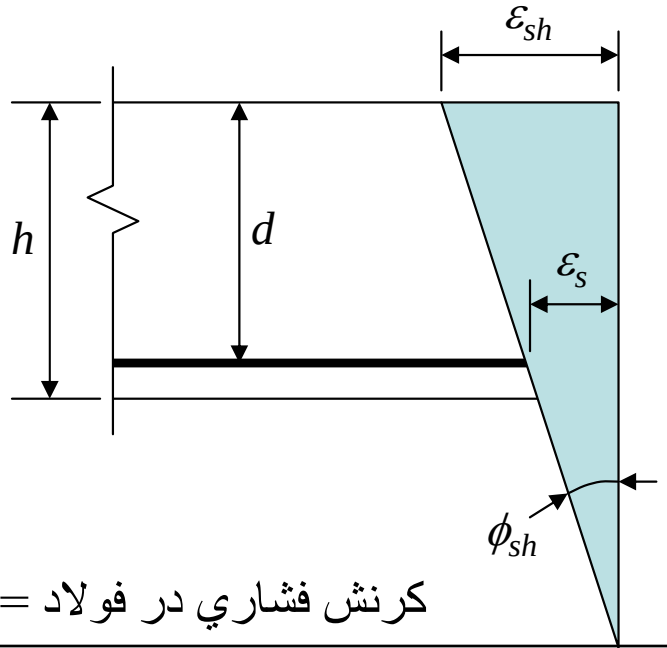
تغيير شكلهاي حاصل از جمع شدگي

اگر كرنش جمع شدگي آزاد معلوم باشد انحناء جمع شدگي در يك تير تك فولاده مي تواند مطابق شكل زير چنين محاسبه گردد.

$$\phi_{sh} = \frac{\varepsilon_{sh} - \varepsilon_s}{d} = \frac{\varepsilon_{sh}}{d}\left(1 - \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{sh}}\right)$$

چنين انحنايي به نسبت فولاد كششي و فشاري مشابه انحناء خزش بستگي خواهد داشت.

فرمول تجربي زير را براي محاسبه انحنا جايگزين نسبت $\varepsilon_s/\varepsilon_{sh}$ در مقطع با فولاد فشاري نمودند. Miller & Branson



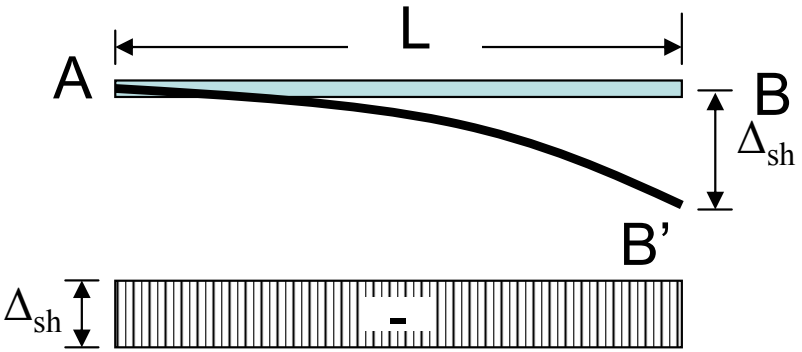
ε_s = كرنش فشاري در فولاد

$$\phi_{sh} = 0.7\frac{\varepsilon_{sh}}{h}(\rho - \rho')^{1/3}\left(\frac{\rho - \rho'}{\rho}\right)^{1/2} \quad \text{for} \quad (\rho - \rho') \le 3\%$$

$$\phi_{sh} = \frac{\varepsilon_{sh}}{h} \quad \text{for} \quad (\rho - \rho') > 3\%$$

where ρ or $\rho' = 100(A_s \text{ or } A_s')/bd$

تغيير شكلهاي حاصل از جمع شدگي



دياگرام M/EI معادل

اگر ميزان انحناء در سرتاسر تير معلوم باشد مي توان ميزان تغيير مكان را از روش سطح لنگر بدست آورد. از آنجاكه ميزان M/EI در حقيقت انحنائ ناشي از لنگر خمشي است، لذا دياگرام Φ_{sh} به عنوان دياگرام M/EI تلقي نمود.

بطور مثال مطابق شكل مقابل براي يك تير طره با انحناء ثابت Φ_{sh} در سرتاسر طول با استفاده از روش سطح لنگر خواهيم داشت:

لنگر دياگرام Φ_{sh}ميان A و B نسبت به B $\Delta_{sh} = BB' =$

$$= (\phi_{sh} L)\left(\frac{L}{2}\right) = 0.5\phi_{sh} L^2$$

بسته به شرايط تكيه گاهي مي توان رابطه كلي زير را براي محاسبه تغييرمكان ناشي از انحناء جمع شدگي در نظر گرفت كه ضريب a براساس شرايط تكيه گاهي قابل برداشت از جدول مقابل است.

$$\Delta_{sh} = \alpha_1 \phi_{sh} L^2$$

α_1 = 0.50 : تير طره

= 0.125 : تير دو سر ساده

= 0.086 : تير يكسر ممتد

= 0.063 : تير دو سر ممتد

ϕ_{sh} = : انحناء حاصل از جمع شدگي

L = دهانه بر حسب متر

تغيير شكل حاصل از مجموع خزش و جمع شدگي

آيين نامه بجاي محاسبه مجزاء اثرات خزش و جمع شدگي اجازه مي دهد كه از فرمولي مشترك اثرات افتادگي دراز مدت را بر اساس ميزان افتادگي كوتاه مدت محاسبه گردد.

۱۴-۲-۲-۱ افتادگي اضافي ايجاد شده در قطعات در طول زمان را كه در اصطلاح "اضافه افتادگي دراز مدت"ناميده مي شود، در صورت عدم استفاده از روشهاي تحليلي دقيقتر، مي توان از حاصلضرب افتادگي آني ناشي از بار مرده (دراز مدت) در ضريب λ كه از رابطه زير مشخص شده است، بدست آورد.

$$\Delta_{cp+sh} = k_r \xi \left(\Delta_i\right)_{DL} = \lambda \left(\Delta_i\right)_{DL}$$

ξ	طول مدت بار دراز مدت
2.0	۵ سال يا بيشتر
1.4	۱ سال
1.2	۶ ماه
1.0	۳ ماه

$$\lambda = k_r \xi = \frac{\xi}{1+50\rho'}$$

نكته : جمع شدگي در دالها بيشتر از تيرها است

روشهايي ديگرمحاسبه تغيير شكل حاصل از مجموع خزش و جمع شدگي

۱- محاسبه تغييرمكان ناشي از اثرات مجزاء خزش و جمع شدگي توسط ACI 435 چنين توصيه شده است:

$$\Delta_{cp+sh} = \Delta_{cp} + \Delta_{sh} \qquad \Delta_{sh} = \alpha_1 \phi_{sh} L^2$$

$$\Delta_{cp} = k_r C_t (\Delta_i)_{DL}$$

كه در آن k_r ضريب مربوط به فولاد فشاري و C_t ضريب خزش با استفاده از فرمولهاي صفحات قبل است:

۲- روش ديگري مشابه روش ACIپيشنهاد شده است بجز آنكه ضريب ξ بر اساس جدول زير برداشت مي گردد:

$$\Delta_{cp+sh} = k_r \xi (\Delta_i)_{DL} = \lambda (\Delta_i)_{DL}$$

$$\lambda = k_r \xi = \frac{\xi}{1+50\rho'}$$

درصدهاي پايين بايد در مقادير جدول فوق براي بارهاي ماندگار كه در مدت هاي زير وارد مي گردند ضرب گردند.

مقاومت بتن MPa	متوسط رطوبت نسبي، سن بارگذاري								
	%۱۰۰			%۷۰			%۵۰		
	≤۷d	۷d	≥ ۲۸d	≤۷d	۷d	≥ ۲۸d	≤۷d	۷d	≥ ۲۸d
17 to 28	۲	۱/۵	۱	۳	۲	۱/۵	۴	۳	۲
>28	۱/۵	۱	۷	۲/۵	۱/۸	۱/۲	۳/۵	۲/۵	۱/۵

۲۵% براي ۱ ماه يا كمتر

۵۰% براي ۳ ماه

۷۵% براي يك سال

۱۰۰% براي ۵ سال يا بيشتر

۵۰% مقادير براي رطوبت زير ۵۰% استفاده مي گردد.

روش کنترل تغییرشکل

براي دال يكطرفه:

الف) ضخامت حداقل (h_{min})

ب) كنترل خيز مجاز

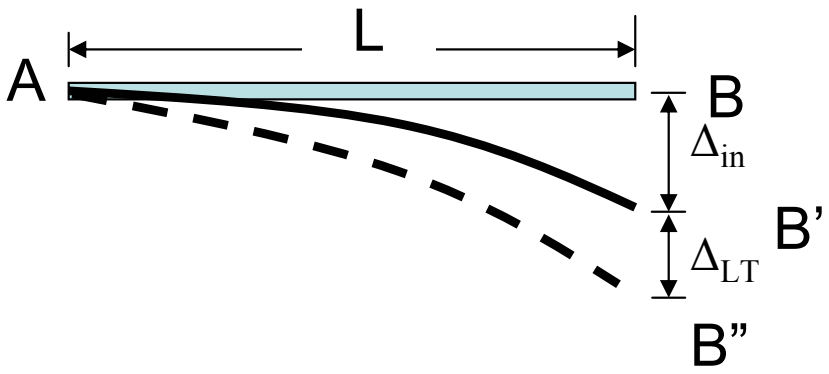
براي دال دو طرفه:

الف) ضخامت حداقل (h_{min})

$$= \Delta_{total} - \Delta_{DL(inst)}$$

Δ_{total} (بعد از اتصال اعضاي غير سازه اي)

براي بار مرده و زنده



$$\Delta_{total} = \Delta_{DL(inst)} + \Delta_{LL(inst)} + \Delta_{DL(L.T.)} + \Delta_{LL(L.T.)}$$

DL و LL ممكن است داراي ضريب ζ مختلفي براي LT (طول زمان) محاسبات Δ باشد

مقدار مناسب I_c بايد براي محاسبه Δ در هر سطح بارگذاري استفاده شود.

حداقل ضخامت

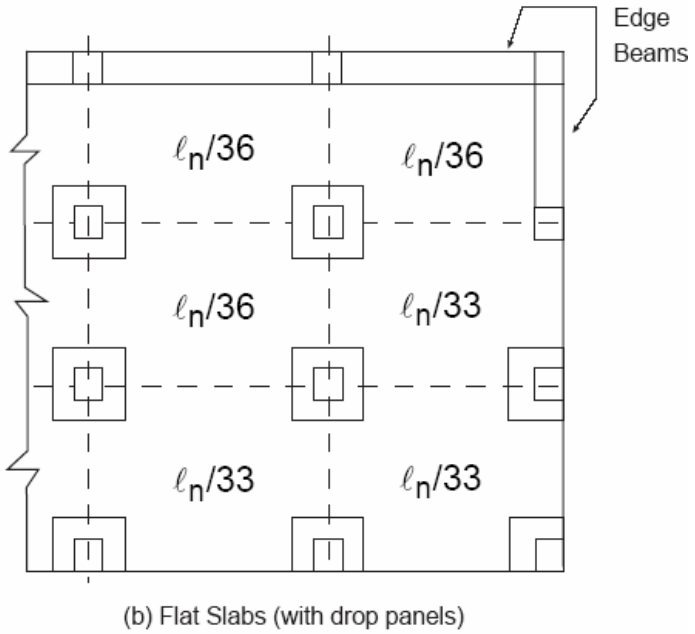
۱-دال یکطرفه

حداقل ضخامت بر اساس جدول ذیل تعیین مي گردد

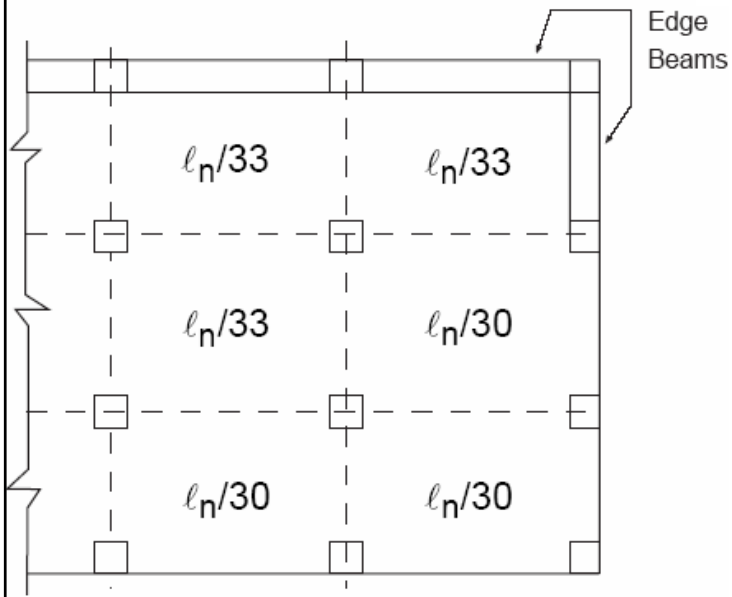
f_y	400	240	400	240	400	240	400	240
Slab	L/20	L/27	L/24	L/32	L/28	L/37	L/10	L/13
Beam	L/16	L/21	L/18.5	L/24.5	L/21	L/28	L/8	L/11

- مشروط بر آنکه به عناصر غیر سازه اي که در اثر تغییر شکل آنها آسیب ببینند متصل نباشند
- براي fy به غیر از ۴۰۰ MPa مقادیر داده شده باید در ضریب 0.4+fy/670 ضرب شوند.

دالهاي دو طرفه



(b) Flat Slabs (with drop panels)



(a) Flat Plates (without drop panels)

حداقل ضخامت دال تخت بدون تير مياني (h_{min})

يا با تير مياني ولي α_m مساوي يا كوچكتر از ۰/۲ است

نوع فولاد	بدون كتيبه			با كتيبه		
	پانل هاي بيروني		پانلهاي دروني	پانل هاي بيروني		پانلهاي دروني
	بدون تير لبه	با تير لبه	--	بدون تير لبه	با تير لبه	--
S300	$L_n/33$	$L_n/36$	$L_n/36$	$L_n/36$	$L_n/40$	$L_n/40$
S400	$L_n/30$	$L_n/33$	$L_n/33$	$L_n/33$	$L_n/36$	$L_n/36$

دالهاي دو طرفه (با تير داخلي)

حداقل ضخامت دال با تير مياني (h_{min})

$$h_{\min} = \frac{l_n(800 + 0.6 f_y)}{36000 + 5000\beta(\alpha_m - 0.2)} \phi\ 125\,\text{mm} \quad : \quad 0.2\ \pi\ \alpha_m\ \pi\ 2$$

$$h_{\min} = \frac{l_n(800 + 0.6 f_y)}{36000 + 9000\beta} \phi\ 90\,\text{mm} \quad : \quad 2\ \pi\ \alpha_m$$

$$\alpha = \frac{E_{cb}}{E_{cs}} \frac{b}{l} \left(\frac{a}{h}\right)^3 f$$

که:

α = سختي نسبي تير به دال

α_m = متوسط α

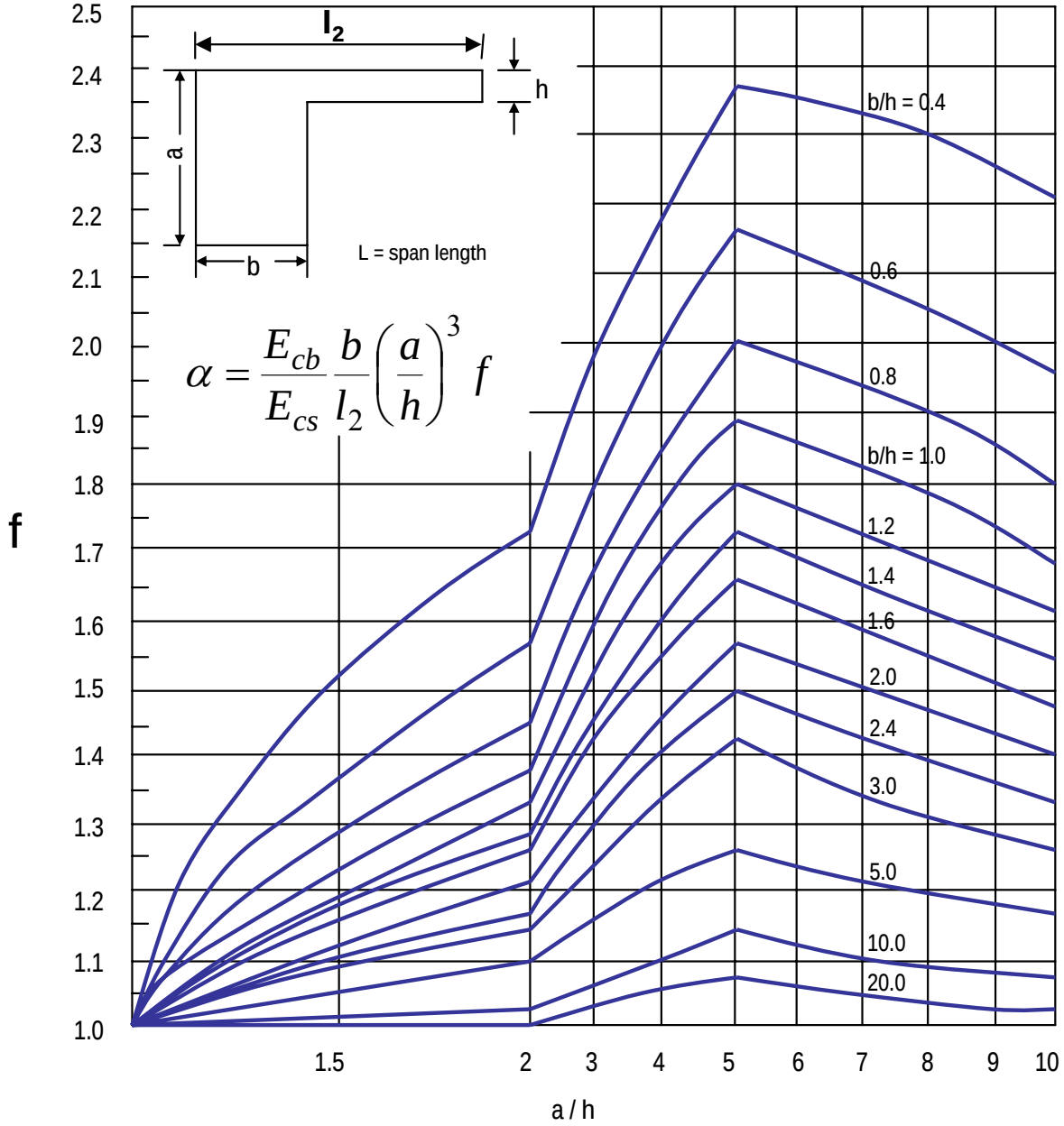
f = ثوابت بر اساس اشكال چند صفحه بعد

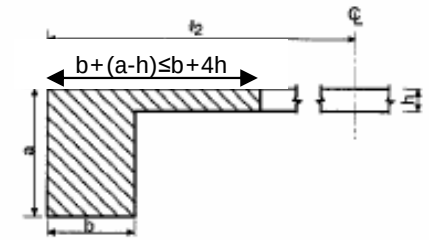
β=نسبت طول دهانه آزاد بزرگتر به طول دهانه آزاد كوچكتر

l_n=طول دهانه آزاد بزرگتر

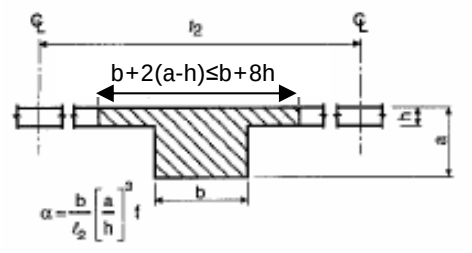
f_y=مقاومت تسليم فولاد بر حسب مگا پاسكال

l=(دردهانه كناري برابر نصف دهانه عمود بعلاوه نصف عرض ستون) عرض نوار طراحي

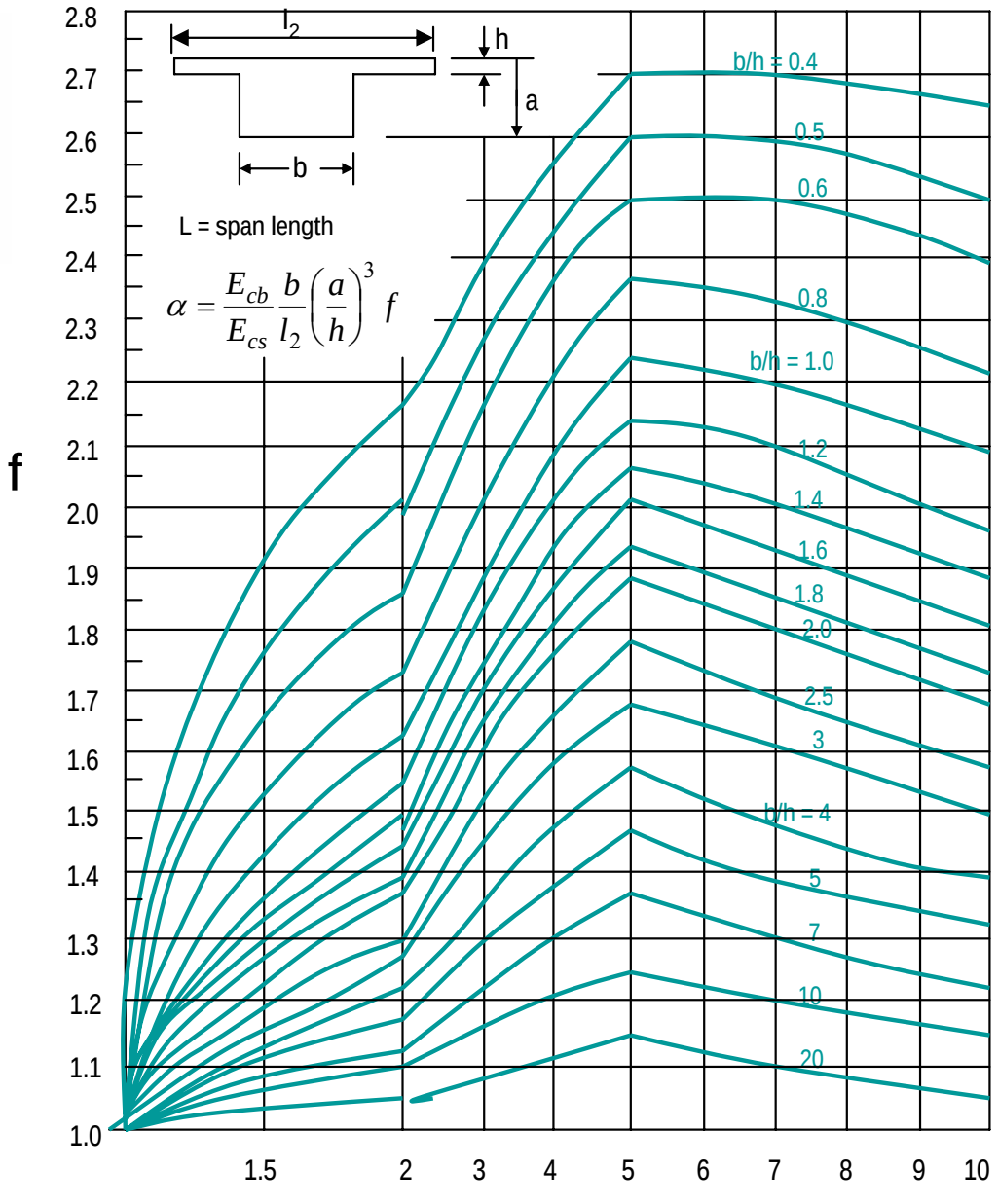




$$I_b = \frac{ba^3}{12} f$$



$$I_b = \frac{ba^3}{12} f$$



K.N.Toosi University of Technology
www.icivil.ir

تغییر مکان مجاز

Δ_{total} = تغییر شکل کل
$\Delta_{(i)}$ = تغییر شکل آني = تغییر شکل کوتاه مدت
$\Delta_{(cs)}$ = تغییر شکل ناشي از خزش و جمع شدگي = تغییر شکل طولاني مدت
$\Delta_{allowable}$ = تغییر شکل مجاز

$$\Delta_{total} = \Delta_{(i)} + \Delta_{(cs)}$$

$$\Delta_{total} < \Delta_{allowable}$$

تغییر مکان مجاز به عوامل مختلفي بستگي دارد:

۱-نوع ساختمان (انبار، مدرسه، کارخانه، مسکوني و غیره)
۲-وجود سقف پلاستر (گچي)
۳-نوع و ترتیب پارتیشنها
۴-حساسیت تجهیزات به جابجایي
۵-اندازه مدت اعمال بار زنده

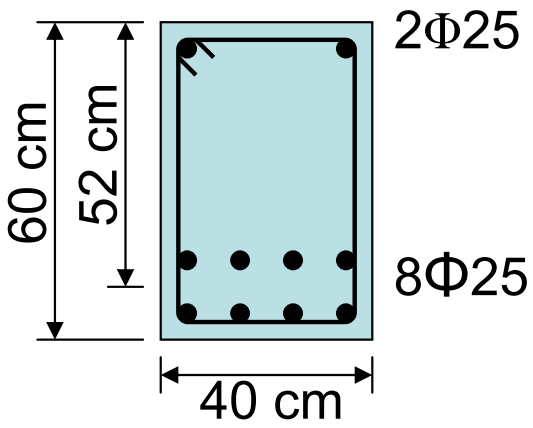
جدول ۱۴-۲-۴-۱ محدودیت افتادگي تیرها و دالها

انواع قطعه	افتادگي مورد نظر	محدودیت افتادگي
۱-بام هاي مسطح که به قطعاتي غیر سازه اي متصل نیستند یا آنها را نگهداري نمي کنند که افتادگي زیاد آسیبي در این قطعات ایجاد کند	افتادگي آني ناشي از بارهاي زنده	$\Delta_{LL(inst)} \le \frac{l}{180}$
۲-مانند بالا در مورد کف ها	مانند بالا	l/360
۳-بامها یا کف هایي که به قطعات غیر سازه اي متصل هستند یا آنها را نگهداري مي کنند و افتادگي زیاد ممکن است آسیبي در این قطعات ایجاد کند	آن قسمت از افتادگي که بعد از اتصال قطعات غیر سازه اي ایجاد مي شود. منظور مجموع اضافه افتادگي دراز مدت ناشي از تمامي بارهاي مرده و افتادگي آني ناشي از بارهاي زنده است	l/480
۳-بامها یا کف هایي که به قطعات غیر سازه اي متصل هستند یا آنها را نگهداري مي کنند ولي افتادگي زیاد آسیبي در این قطعات ایجاد نمي کند		l/240

در مواردي که تغییر مکانهاي دراز مدت مورد نظر است، آن قسمت از تغییرمکان که قبل از اتصال اجزاء غیرسازه اي ایجاد مي شود را مي توان از کل تغییرمکان کم کرد.

www.icivil.ir

مثال ۲: مطلوب است افت کل تير مثال ۱ براي بار بلند مدت در ۵ سال يا بيشتر



حل: الف) افت مياني از مثال ۱

$(\Delta_i)_{DL}$ = 5.3 mm

$(\Delta_i)_{DL+LL}$ = 22.6 mm

$(\Delta_i)_{LL}$ = 17.3 mm

ب) محاسبه افت ناشي از خزش و جمع شدگي:

$$\rho' = A'_s / bd = 2(4.91)/(40)(52) = 0.0047$$

$$\lambda = k_r \xi = \frac{2.0}{1+50(0.0047)} = 1.62$$

$$\Delta_{cr+sh} = \lambda(\Delta_i)_{DL} = 1.62(5.3) = 8.6 \text{ mm}$$

از آنجا كه $(\Delta_i)_{DL}$ مي تواند توسط خيز به سمت بالا رفع شود لذا:

$$\Delta_{total} = (\Delta_i)_{LL} + \Delta_{cr+sh} = 17.3 + 8.6 = 25.9$$