طراحی فرآیند

استاد : دکتر ابوالقاسمی

دانشگاه تهران

70 ۱۸

کنترل فرآیند

3 ۳۳۵۷

22 ۷۵

۷۸

جلسه اول ۸۸,۷,۷

میان‌ترم : تا آخر فصل ۸ ، 24 آبان ، 5-6 نمره

پایان‌ترم : حذفی 12 نمره HW 2 نمره

حضور در کلاس امتیاز + بار دادن الزامی نیست (2-3) نمره

* 1) process system Analysis and control
   By : Donald coughonower
2) process control By : Harriot
3) modern control Engineering By : ogata

فصل اول :

سیستم : محدوده یا ناحیه مشخصی در فضا که با مرزهای مشخص است. / Compelet unit

سیستم کنترل : یک سری دستگاه‌ها یا تجهیزاتی که به گونه‌ای آرایش یافته‌اند که به صورت واحد عمل می‌کنند

در کنترل سه عمل اصلی را انجام می‌دهند { ① تنظیم کردن ② هدایت کردن ③ فرمان دادن } → RDC

البته یک مقایسه را هم انجام می‌دهند

یک سیستم کنترلی عبارتست از یک واحد کامل که بتواند خودش یا سیستم دیگر فرمان بدهد آن را هدایت کند آن را تنظیم کند. هر سیستمی Input و output دارد

input → [سیستم] → output

suronding

هر چیزی غیر سیستم محیط را تشکیل می‌دهد.

input : هر متغیری از محیط که روی سیستم اثر بگذارد (تعریف کلی)

تعریف خاص : هر متغیری یا اغتشاشی که به سیستم وارد می‌شود

Subject:
Year. Month. Date. ( )

input : هر متغیری که از سیستم ؟ محیط وارد می‌شود / اثر فشاری روی سیست
Output عبارت است از پاسخ واقعی سیستم به ازای هر تحریک ورودی

در کنترل سیستم‌ها را به ۲ نوع مختلف تقسیم می‌کنند { single input
multi input multi output }

SISO
MIMO

ولی ترکیب اینها هم می‌شود.

variable یا متغیرهای کنترل ۲ نوع هستند.

variable { manipulated var
disturbance (or load) vars — کنترل آنها دست ماست

اگر شیر آب باشد با شیر با باز و بسته کردن شیر دبی را تغییر می‌دهیم
و ما که فشار را نمی‌توانیم تغییر بدهیم

در کنترل هر کاری را که می‌خواهیم انجام بدهیم باید پول بدهیم هر چقدر خرج بیشتری کنیم می‌توانیم حس بهتری را داشته باشیم.

انواع سیستم‌های کنترلی :

در ۲ دسته کلی می‌توانیم تقسیم کنیم

1) manifactured or Artificial control sys
2) Biological or Natural

نوع دوم طبیعی یا بیولوژیکی است.
هر چیز دست ساز انسان است نوع اول

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

یک تقسیم بندی جامع از دیدگاه کنترلی داریم :

1) closed-loop control sys
2) open-loop control sys

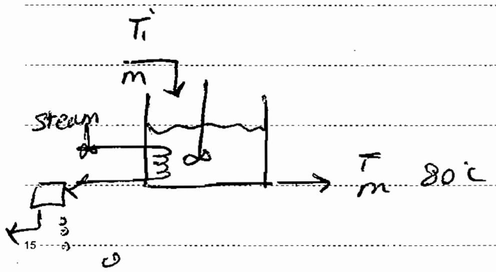
عمده بحث ما روی closed است اما با نوع (۲) هم در زندگی روزمره سروکار داریم.

مقدمه کتاب :

تعریف

closed loop control sys : سیستم هایی هستند که در آنها پاسخ خروجی سیستم اندازه گیری شده و با مقدار مطلوب یا setpoint مقایسه شده و بر اساس این مقایسه سیستم تنظیم می شود.

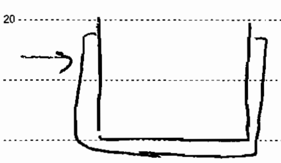
فرض می کنیم مخزنی داریم با دبی m که سیالی با T_1 وارد آن می شود.



ما به داخل مخزن یک مبدل حرارتی قرار می دهیم و برای افزایش دما یک سیستم گرم کننده (یک steam فرض می کنیم)

در صنعت استفاده از کویل روش مناسبی نیست چون ① حجم زیادی می گیرد ② باید همزن داشته باشیم ③ کویل اگر خورده شود steam با فشار زیاد وارد می شود و بسیار خطرناک است.

معمولاً از jacket استفاده می کنیم که baffle داشته باشد.



در ورودی و خروجی jacket لوله هایی باید داریم که در آنها steam trap می گذاریم. steam که حرارت خود را می دهد مایع های با دمای ثابت داخل آنها به صورت داغ خارج می شود.

چرا steam trap تولید می کنند؟ چون تولید steam هزینه زیادی دارد ① هزینه سوخت ② هزینه آب ③ هزینه برق زیادی که لازم دارد و تجارب همین طور که می خواهیم از آن ها برای استفاده کنیم هزینه بالایی دارد ...

Subject:

Year. Month. Date. ( )

در پالایشگاه‌ها لوله‌هایی داریم به نام سیستم کار خارج می‌شود. این اشکال اکثراً است ز اینکه در طراحی بوده

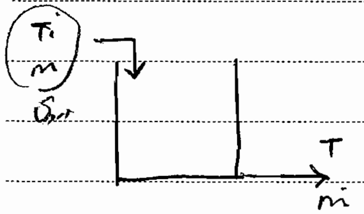
شکل اساسی‌تر : اگر مخزن حاوی مواد خطرناک باشد

اگر مخزن بزرگ باشد یکی باید بالای مخزن زمانسنج را بخواند و دیگری کار کنترل را انجام دهد

پس همه نیروی زیادی از کار می‌گیرد و هم بازده کاهش می‌رود.

اگر خطری پیش بیاید برای افراد و محیط زیست بسیار گران تمام است

پس سیگنال وسیله‌ای که داریم برای انسان در آن دخیل نباشد. چون وسایلی که داریم به سه نوع داریم

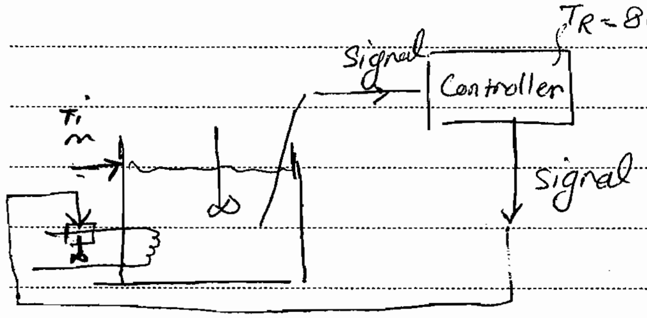


پس بین زمانسنج و شیر یک ارتباطی برقرار می‌کنیم و زمانسنج باید بتواند سیگنال بفرستد.

تنها سیگنالی که برای سیستم‌های کنترلی معنا دارد سیگنال‌های الکتریکی است.

مثلاً 30°C را معادل 5 mA بعد آن را می‌فرستد به Controler

در این قسمت چند کار انجام می‌شود
۱ـ record کردن



سپس یک خطا تعریف می‌شود $\varepsilon = T_R - T_m$

set مقدار تنظیمی — اندازه‌گیری شده

پس خطا را حساب می‌کند براساس خطای محاسبه شده دو نوع Controller داریم سیگنالی را برای قسمت بعدی می‌فرستد سیستم

PAPCO

تعاریف خود استاد مهم‌تر
(مخصوصاً فصل ۱)

سیگنال را به شیر می‌فرستند به شیر کنترلی است.

شیر کنترلی انواع مختلف دارد که بهترین نوع آن control valve است

یک برج تقطیر ۱۰۰ تا شیر کنترلی می‌خواهد ولی کل برج تقطیر را می‌توان با 40 میلیون ساخت

دستور می‌فرستد که شیر را باز کند اگر دما کم بسته باشد به محض آنکه دما 80 شد همان جا اتصال جریان را قطع می‌کند.

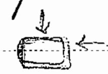
حالت loop را حلقه بسته داریم به همین دلیل به آنها closed loop می‌گویند.

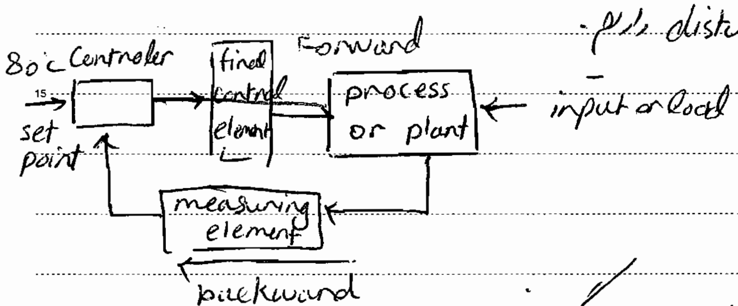
Block diagram

طبق کار همان فرآیند است.

از process یک سیگنال گرفتیم

یک سری ورودی input یا disturbance داریم.





در اینجا (Feed back control sys هم می‌گویند.

سیستم‌هایی هستند که از خروجی Feed back می‌گیریم برای بررسی پاسخ

تمام صنایعی که داریم از نوع closed-loop هستند.

open-looped control sys :

سیستم هایی هستند که در آنها پاسخ خروجی اندازه گیری نمی‌شود و بر مبنای مقادیر تعیین از قبل تعیین شده عملیات فرآیندی انجام می‌شود.

تمام وسایلی که در منزل هست ماشین لباسشویی، یخچال، کولر

مثلاً در کل ماشین لباسشویی درجه هایی دارد مثلاً 35c که به شرکت سازنده اعتماد کنیم setpoint ها مثلاً توسط شرکت قرار داده شده ولی دماسنج داخل آن نداریم که دما را اندازه بگیریم.

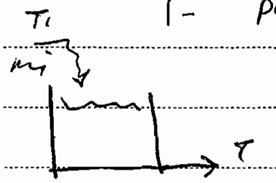
از قبل تعیین شده s.p → Controller → process → output

pakage

سیستم های پایه Feed Forward control sys

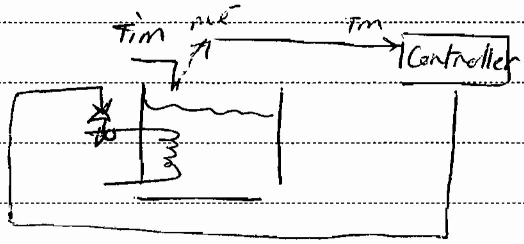
برعکس Feed back هستند خروجی اندازه گیری نمی‌شود

سیستم هایی هستند که در آنها ورودی سیستم اندازه گیری شده و بر اساس مقدار Set point تنظیم



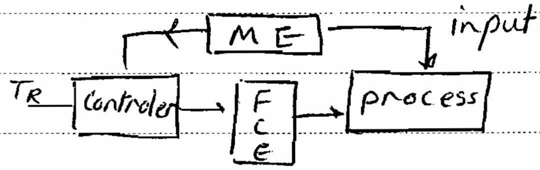
مثال‌ها: ما آب گرم را می‌خواهیم 80 درجه باشیم ولی دمای ورودی را اندازه می‌گیرد در اینجا هستیم نیاز به مدل سازی داریم موازنه جرم و انرژی را می‌نویسیم

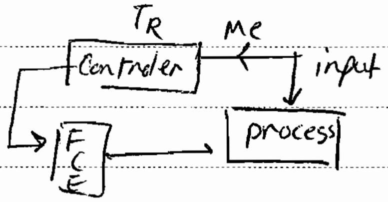
$T = f(T_i)$ را می‌نویسیم مدل سازی بالایی نیاز داریم



Subject:
Year. Month. Date. ( )

Block diagram:





انواع Controller :

1, proportional Controller P cont

کنترل های تناسبی : پاسخ خروجی از کنترلر متناسب است با خطا

$$P \propto \mathcal{E} \Rightarrow P = K_c \mathcal{E} + P_s$$

هرچه k بالا باشد یعنی حساسیت بیشتر است ، k خیلی بالا خوب نیست پایین

2) proportional - integral Con / PI - Co

پاسخ متناسب است با خطا و انتگرال خطا

$$p \propto (\mathcal{E} + \int \mathcal{E})$$

$$P = K_c \mathcal{E} + K_E \int^t \mathcal{E} dt + P_s$$

3) proportional integral derivative PID - cont

جاهایی که حساسیت کار خیلی بالاست از نوع (1) ، 30s جواب بدهد نوع (3) ، 15s

$$P = P_s + K_c \mathcal{E} + K_I \int^t \mathcal{E} dt + K_D \frac{d\mathcal{E}}{dt}$$

PAPCO

71

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسه دوم : ۸۸/۷/۱۱

Chapter 2
Laplace Transformation

در فصل ۶ تا فصل ۸ معادلات دیفرانسیل به دست می‌آید که از آن مدل‌سازی کنترلی می‌گوییم.
برای حل آن‌ها ما لازم است به تبدیل لاپلاس احتیاج داریم.

اگر تابعی مثل $f(t)$ و یا $f(x)$ را داشته باشیم
تبدیل لاپلاس را با t نشان می‌دهیم چون t بین صفر تا بی‌نهایت تغییر می‌کند

if $f(t)$ $0 < t < \infty$
$f(x)$ $0 < x < \infty$

اگر بازه بین صفر و بی‌نهایت باشد مسئله جواب دارد
حدود انتگرال همان حدود بازه ما است.

$$\mathcal{L}\{f(x)\} = F(S) = \int_0^\infty \underbrace{e^{-st}}_{\text{Transform Fun}} f(t)\,dt$$

$$t\text{-space} \xrightarrow{Lap} s\text{-space}$$

$$f(t) \underset{Lap^{-1}}{\overset{Lap}{\rightleftarrows}} F(S)$$

در کتاب ثابت شده

$$\mathcal{L}\left\{\frac{df}{dt}\right\} = \int_0^\infty \frac{df}{dt} e^{-st}\,dt = \underline{\underline{SF(S)}} - f(0)$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2F}{dt^2}\right\} = S^2F(S) - sf(0) - f'(0)$$

$$\vdots$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^nF}{dt^n}\right\} = S^nF(S) - S^{n-1}f(0) - S^{n-2}f'(0) - S^{n-3}f''(0) - \ldots$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$L\{t^m f(t)\} = (-1)^m \frac{d^m}{ds^m} L\{f(t)\}$$

$$L\left\{t^m \frac{d^n f}{dt^n}\right\} = (-1)^m \frac{d^m}{ds^m} L\left\{\frac{d^n f}{dt^n}\right\}$$

کتاب در این فصل توابعی را معرفی کرده. وقتی یک وسیله را می‌سازیم، باید آن را تست کنیم که کنترل‌پذیر مثلاً

Equipment or process

کتاب، کتاب طراحی وسایل کنترلی است. برای شرکت‌های تولیدکننده سیستم برای جابجایی به فقط مصرف‌کننده است

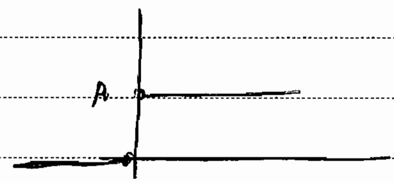
تست وسیله کنترلی:

$$\xrightarrow[\text{input}]{\ \Sigma\ } \boxed{\text{equipment or process}} \xrightarrow[\text{output}]{}$$

با ریاضیات و مدل‌سازی به دست می‌آوریم که خروجی‌ها باید چه باشند یک جوری باشند. اگر خروجی‌ها مطابقت کرد درست است.
اگر نه یعنی یک جای کار مشکل دارد.
پس function‌هایی که ما در اینجا استفاده می‌کنیم
input‌های شاخصی است که در کنترل استفاده می‌کنیم

انواع function‌ها:

۱) step function $= \begin{cases} 0 & t<0 \\ A & t>0 \end{cases}$



چه خوشگل نوشتی امروز
یادگاری از شادی
XXX

$$L\{A\} = \int_0^\infty A e^{-st}\, dt = \frac{A}{s}$$

از شنبه دو هفته داریم که صفحه‌ها را با هم تکمیل می‌نویسیم.

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

Equil or ss $\begin{cases} t<0 \text{ or } t=0^- \\ t=0^+ \\ t\to\infty \end{cases}$

لحظه قبل از شروع کنترل اصلی

لحظه وارد کردن input به سیستم

لحظه تعادل نهایی

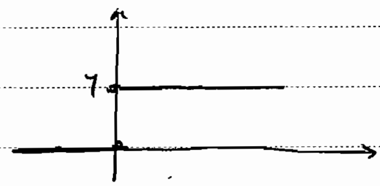
برای مثال درست لحظه‌ای که به طبقه دماغ را می‌زنیم، معمولاً هر چه تکنولوژی سیستم بالا می‌رود زمان ها پایین‌تر می‌آید

البته اگر خیلی t_{ss} کوچک باشد بعد از مدت زمانی دستگاه خراب می‌شود چون با هر تغییری سریع خاموش و روشن می‌شود.

افزایش حساسیت باعث آسیب پذیری دستگاه می‌شود.

2) unit-step function

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 1 & t>0 \end{cases}$$



$u(t)$ مشخصه سیستم‌های کنترلی

چون در $t<0$ هیچ چیزی وارد نمی‌شود. چون در کنترل قبل از صفر معنی ندارد گذشته معنی ندارد در اینجا

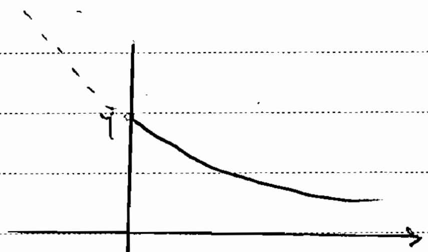
در ریاضیات تابعی داریم به اسم هیویساید که بسیار شبیه $u(t)$ است

$$H(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 1 & t>0 \end{cases}$$

unit fun معمولاً مختص سیستم‌های کنترلی است.

3) Exponential function:

$$e^{-at} \begin{cases} 0 & t<0 \\ e^{-at} & t>0 \end{cases}$$



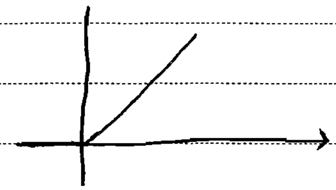
در کنترل تابع e^{-at} را می‌خواهند نشان دهند در $u(t)$ ضرب باشد تا قابل خوانش

در کنترل سیستم‌ها متغیری که ما داریم متغیر زمان است. تبدیل لاپلاس برای تحلیل به کار می‌رود که اساس این معادله است.

$$L\{e^{-at}\} = \frac{1}{S+a} \qquad L\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}$$

4) Ramp funct, t or t^n - این تابع فقط در بعضی سیستم‌هایی که از دستگاه‌ها استفاده می‌شود. جاهایی که انتگرال‌گیری داشته باشیم

$$= \begin{cases} 0 & t<0 \\ t & t>0 \end{cases}$$



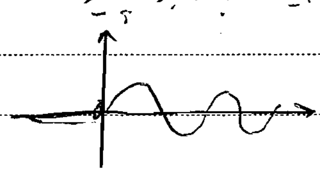
$$L\{t\} = 1/s^2 \qquad L\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

5) Sine function

$\sin\omega t$

این تابع کاربرد بسیار زیادی در سیستم‌های کنترلی دارد
چون پریودیک Sin اطلاعات بسیار خوبی درباره پایداری دستگاه به ما می‌دهد

$$= \begin{cases} 0 & t<0 \\ \sin\omega t & t>0 \end{cases}$$



$$L\{\sin\omega t\} = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

اگر ورودی Cos داشته باشیم به Sin تبدیل می‌کنیم
اختلاف فاز $\pi/2$ خواهیم داشت

$$L\{\cos\omega t\} = \frac{s}{s^2+\omega^2}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\mathcal{L}\{\sinh \omega t\} = \dfrac{\omega}{s^2-\omega^2}$ $\qquad$ $\mathcal{L}\{\cosh \omega t\} = \dfrac{s}{s^2-\omega^2}$

ورودی هایی که در فصل های بعدی معرفی می شوند و بسیار هم می توان ورودی سیستم های کنترلی استفاده می شود

$\left.\begin{matrix} \text{step} \\ \text{Sin} \end{matrix}\right\}$ بسیار مهم

مثال: فرض کنید در یک سیستم کنترلی داریم.

$\dfrac{dy}{dt} + y = 0 \qquad 0 < t < \infty$

$y(0) = 3$

$sY(s) - y(0) + Y(s) = 0 \qquad \mathcal{L}^{-1}\left\{Y(s) = \dfrac{3}{s+1}\right\} \qquad y(t) = 3e^{-t}$

$\lim_{t \to \infty} y(t) \to$ مقدار صفر

$\dfrac{dy}{dt} + y = 1 \qquad y(0) = 0$

$sY(s) - y(0) + Y(s) = 1/s \qquad Y(s) = 1/s(s+1)$

Subject:
Year.　Month.　Date.　( )

جلسه سوم :

Chapter 3

Inverse Laplace Transformation:

partial fraction expansion method:

$$\mathcal{L}\left\{ \frac{dy}{dt} + y = 1 \right\}$$

$$sY(s) - y(0) + Y(s) = 1/s \qquad Y(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

$Y(s)$ را می‌توان به دو کسر تبدیل کرد :

$$Y(s) = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} = \frac{As + A + Bs}{s(s+1)} = \frac{(A+B)s + A}{s(s+1)}$$

$A + B = 0$

$A = 1 \qquad B = -1$

$$Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{-1}{s+1} \Rightarrow \mathrm{Lap}^{-1} \quad \boxed{y(t) = 1 - e^{-t}}$$

P.F.E.M

این روش ، روشی جالب برای بدست آوردن A یا B است

$$Y(s) = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1}$$

$$\frac{1}{s+1} = A + \frac{Bs}{s+1}$$

دو طرف رابطه را در مخرج جمله‌ای که A دارد ضرب می‌کنیم.
ریشه مخرج را قرار می‌دهیم

$s = 0 \quad \boxed{A = 1}$

B برای :
$$\frac{1}{s} = \frac{A(s+1)}{s} + B \qquad s = -1 \quad \boxed{B = -1}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر تعداد جمله‌ها بیش از ۲ یا ۳ باشد روش مخرج مشترک دشوار می‌شود.

$$Y(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)(s+5)\cdots} =$$

$$\frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{s+3} + \frac{D}{s+5} + \cdots \qquad A \xrightarrow{s=0} \frac{1}{3\times 5} \qquad B \xrightarrow{s=-1} \frac{1}{-1\times(-1+3)}$$

محدودیت‌های مهمی دارد:

مخرج باید حتما جمله‌هایش درجه یک باشد یعنی s^2 و s^3 را به ریشه‌هایش تجزیه می‌کنیم

یک مثال درجه ۲ است اتفاقی که در سیستم‌های کنترلی به وجود می‌آید زیاد است: مثال ۲:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 2y = 2$$

$$y(0) = y'(0) = 0$$

$$s^2Y(s) + 2sY(s) + 2Y(s) = 2/s \qquad Y(s) = \frac{2}{s(s^2+2s+2)}$$

$$s_{1,2} = 1 \pm j \qquad j = \sqrt{-1}$$

در اینجا ریشه‌های مخرج مختلط است این روش نسبت به مخرج مشترک طولانی‌تر می‌شود.

$$Y(s) = \frac{2}{s(s^2+2s+1)} = \frac{2}{s(s+1+j)(s+1-j)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1+j} + \frac{C}{s+1-j}$$

$$A = 1 \qquad B = \checkmark \qquad C = \checkmark$$

A و B و C اعداد مختلطی هستند

$$y(t) = A + Be^{(-1-j)t} + Ce^{(-1+j)t}$$

$$e^{a\pm bj} = e^{at}\left[\cos bt + j\sin bt\right]$$

$$y(t) = A + Be^{-t}(\cos t + j\sin t) + Ce^{-t}(\cos t - j\sin t)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$y(t) = 1 - e^{-t}\left[\cos t + \sin t\right]$$

$s = -1 \pm j$: ریشه‌های مخرج

$\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$

e^{-t} به خاطر عدد ۱- به دست آمده

در کمترین حالت exp فرض شود عدد ۱- است $\underline{\underline{o}}$

اگر ۱+ بود مقدار بحالت یک عدد ثابت می‌شد.

* وقتی ریشه‌ها مختلط هستند بهتر است از روش مخرج مشترک بریم.

$$Y(s) = \frac{2}{s(s^2+2s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+2s+2} = \frac{(A+B)s^2 + 2As + 2A + Cs}{s(s^2+2s+2)}$$

$A + B = 0 \qquad 2A = 2 \qquad \boxed{A = 1}$

$2A + C = 0 \qquad \begin{cases} C = -2 \\ B = -1 \end{cases}$

$$Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{-s-2}{s^2+2s+2} = \frac{1}{s} + \frac{-(s+1)}{\underbrace{s^2+2s+2}_{(s+1)^2+1}} - \frac{1}{\underbrace{s^2+2s+2}_{(s+1)^2+1}}$$

if $L\{f(t)\} = F(s)$

این همان تعریف تابع exp است با این تفاوت که

then $\{e^{-at} \qquad \} = F(s+a)$

Lap^{-1} $\quad f_0 = 1 - e^{-t}\cos t - e^{-t}\sin t$

مهم سوالی است که از این الگو e^{-t}

تالیدم سه عشک ۱۵

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال ۳: $\frac{d^3y}{dt^3}+3\frac{d^2y}{dt^2}+3\frac{dy}{dt}+y=2$

$y(0)=y'(0)=y''(0)=0$

چنین معادله‌ای که در کنترل با آن برخورد می‌کنیم نمی‌تواند درجه ۳ باشد، در هیچ رشته مهندسی

Lap: $s^3Y(s)+3s^2Y(s)+3Y(s)+Y(s)=1/s$

$Y(s)=\frac{1}{s(s^3+3s^2+3s+1)}=\frac{1}{s(s+1)^3}$

$\frac{A}{s}+\frac{B}{(s+1)^3}+\frac{C}{(s+1)^2}+\frac{D}{(s+1)}$

for A : $A=1$

for B : $\xrightarrow{\times(s+1)^3}$ $\boxed{\frac{1}{s}=\frac{A(s+1)^3}{s}+C(s+1)+D(s+1)^2+B}$ (I)

$B=-1$

for C : $A\left[\frac{3(s+1)^2-1}{s^2}\right.$

$\frac{1}{s(s+1)}=\frac{A(s+1)^2}{s}+\frac{B}{s+1}+C+D(s+1)$

if $s=-1$ ← در جا ∞ خواهیم داشت → پس این روش قابل ادامه دادن نیست

روش حل: از رابطه (I) مشتق می‌گیریم نسبت به s

نیازی به محاسبه نیست

$\boxed{\frac{-1}{s^2}=[\quad]'+0+C+2D(s+1)\Big]_{s=-1}}$ (II)

$\boxed{-1=C}$

همه مشتق‌ها لازم نیست چون خود به خود صفر می‌شوند

for D از رابطه (II) نسبت به s مشتق می‌گیریم : $\frac{2}{s^3}=[\quad]''+0+0+2D\Big|_{s=1}$ $\boxed{D=-1}$

PAPCO

اثبات مشتق گرفتن در کتاب ماسیت در کتاب لوئیس هست.

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{(s+1)^3} - \frac{1}{(s+1)^2} - \frac{-1}{s+1} \qquad \mathcal{L}\{t^2\} = \frac{2}{s^3}$$

$$y(t) = 1 - e^{-t} \times \frac{t^2}{2} - e^{-t}t - e^{-t}$$

Stability پایداری

در مثال ۲ داشتیم $Y(s) = \frac{1}{s(s^2+2s+2)}$ در حالت رسیدم به $y(t) = 1 - e^{-t}(\cos t + \sin t)$

$s_{1,2} = -1 \pm j$

تعریف پایداری: یک سیستم پایدار سیستمی است که در ازای یک ورودی محدود دارای یک پاسخ محدود است

* پاسخ محدود: یعنی عدد هرچه می‌خواهد باشد ولی بی‌نهایت نباشد.

output = limited or bounded $(\neq \infty)$

input $\longrightarrow$ $\boxed{sys}$ $\longrightarrow$ output

Stability برای هر سیستم کنترلی لازم است ولی کافی نیست شرط کافی بودن را ابتدا پایدار کنید

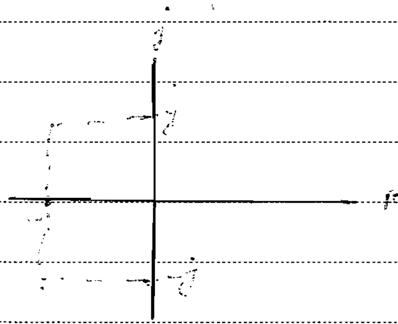
پاسخ: $\boxed{\lim_{t \to \infty} y(t) = \text{limited}}$

در کنترل موارد خیلی کوتاهی است مثلاً روشن کردن چراغ ← es
روشن کردن ماشین ← 1 min

در مثال ۲ $\lim_{t \to \infty} y(t) \neq \pm\infty$ ← سیستم پایدار است.

(در سیستم های کنترلی برای سیستم دوام سیستم پاسخ پایدار دارد :

یکی از راه های این است که لاپلاس بگیریم و $t \to \infty$ ...... (



دلیل این پایداری چیست ؟ همان اینجوری

از فصل ۵ به بعد با این نمودارها سروکار داریم

سوال امتحان : رسم نمودار ریشه های موهومی

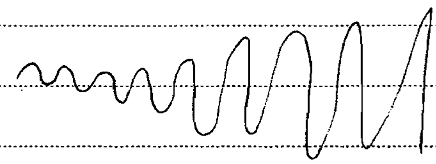
نیم چپی و

اگر ریشه های معادله ما (یا همان معادله مشخصه) در سمت چپ نمودار موهومی قرار بگیرد باشکل حقیقی

باشد سیستم ما پایدار است.

اگر ریشه های معادله در سمت راست باشد سیستم ناپایدار است چون $t \to \infty$ می‌شود جواب

$s = a \pm bj$ $\qquad y(t) = A + e^{t}[\quad]$ $\qquad \lim_{t \to \infty} y(t) \to \infty$



نوسان بیشتر می‌شود .

نیم راستی :

ریشه ارتعاش

اگر ریشه های معادله ما بصورت $a \pm bj$ باشد سیستم unstable خواهد بود اگر حتی یک ریشه موهومی ها

در سمت راست قرار بگیرد سیستم ناپایدار است.

مرز : روی محور j یا $a=0$ اگر ریشه های معادله روی محور موهومی قرار بگیرد سیستم در آستانه پایداری است.

just becom oscilating

نوسانات دائمی دارد

$s = \pm bj$

5,6

Subject :

Year . Month . Date . ( )

در طراحی باید از آستانه خطر به اندازه کافی دور باشیم یعنی از محور $j\omega$ دور باشیم (دقیق‌تر قطب‌ها را می‌خواهیم 70/150/
باید از آستانه خطر دور باشند)
عدد real یک عدد است که از z مشخص شده است.

$$z = \underbrace{x}_{\text{Real}} + j\underbrace{y}_{\text{imaye}}$$

هر ریشه اگر سمت راست قرار بگیرد ناپایدار است.

بعداً می‌توانیم مکان هندسی ریشه‌ها را رسم کنیم.

جلسه چهارم ۸۸/۷/۱۹

Chapter 4

Further properties of trasform

* Final value theory:

وقتی که تمام ریشه‌های مخرج منفی است یعنی به جز مخرج لاپلاس نداریم

قضیه Final value .

$$\boxed{\begin{aligned} &\text{if} \quad L\{f(t)\} = F(s) \\ &\text{then} \quad \lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sF(s) \end{aligned}}$$

شرط : $SF(s) \neq \infty$ for $s > 0$

این شرط شبیه یک شرط کافی است نه یک شرط لازم است برای $F(s)$ باشند $\lim_{t \to \infty} f(t)$

گواه:

$$L\left\{\frac{df}{dt}\right\} = \int_0^\infty \frac{df}{dt} e^{-st} dt = sF(s) - f(0)$$

21

$$\lim_{s \to 0} \int_0^\infty \frac{df}{dt} e^{-st} dt = \lim_{s \to 0} sF(s) - f(0)$$

$$f(t) \Big|_0^\infty = \lim sF(s) - f(0)$$

$$f(\infty) - \cancel{f(0)} = \ \ldots - \cancel{f(0)}$$

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sF(s)$$

مثال: $Y(s) = 1/s(s+1)^3$ $\qquad sY(s) = 1/(s+1)^3$

↳ همان مثال قبلی

$$sY(s) \Big|_{s=-1} = \infty \qquad \lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s) = \lim_{s \to 0} \frac{1}{(s+1)^3} = 1$$

به مقدار ۱ رسیده است چون stable

حالا مهم این است که خودمان مطمئن باشیم سیستم پایدار است [illegible]

[illegible]

یکی از کاربردهای این قضیه در تعیین offset ها است. سوال امتحان

قضیه * Initial value theorem

if $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$ $\qquad$ این قضیه در کنترل کاربرد ندارد

then $\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} sF(s)$

Translation of trasform — قضیه انتقال تبدیل

if $L\{f(t)\} = F(s)$

then $L\{e^{-at} f(t)\} = F(s+a)$

or

$L\{e^{at} f(t)\} = F(s-a)$

هر توانی در exp ظاهر بشود جایگزین

مثال: $Y(s) = \dfrac{1}{s^2 - 2s + 5} = \dfrac{1}{(s-1)^2 + 2^2}$

$y(t) = \frac{1}{2} e^{t} \sin 2t$ $\qquad \lim_{t \to \infty} y(t) = \text{unstable}$

پس حاصل یک ریشه از کل ریشه‌ها در سمت راست محور است.

پایداری یک سیستم منوط به ریشه‌های مخرج این کسرهاست.

قضیه Translation of function

این قضیه در کنترل و ریاضیات بسیار کاربردی است.

if $L\{f(t)\} = F(s)$

the

$L\{f(t-t_0)\} = e^{-st_0} F(s)$

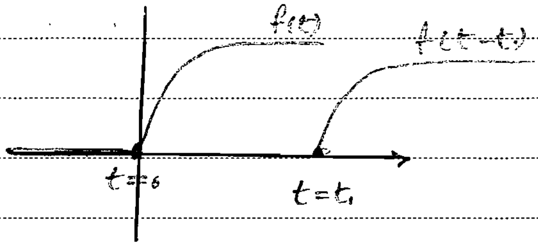
کنترل دقیق سیستم

این یک محدودیتی دارد برای کنت‌های کنترلی

را داشتیم برای تمام توابع کنترلی این شرط وجود دارد

چون برای کنترل لحظه قبل از صفر معنی ندارد.

for $t<0$: $f(t)=0$



مهم : سؤال امتحانی رسم توابع
مثلاً یک تابع F(s) می‌دهند تا آن را رسم کنند و رسم توابعی که انتقال دارند
فصل اول تعاریف سؤال امتحانی.

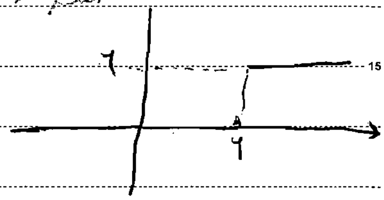
اثبات:

$$L\{f(t-t_0)\} = \int_0^\infty f(t-t_0)e^{-st}\,dt \qquad t-t_0=u \qquad t=u+t_0$$

$$= \int_{-t_0}^{\infty} f(u)\, e^{-su} \underbrace{e^{-st_0}}_{\text{به انتگرال ربطی ندارد}} du = e^{-st_0}\int_0^\infty f(u)e^{-su}\,du$$

انتگرال از $-t_0$ تا صفر چون صفر است حذف می‌شود.

مثال: $L^{-1}\left\{\dfrac{e^{-s}}{s}\right\} = L^{-1}\left\{e^{-s}\cdot \tfrac{1}{s}\right\} = u(t-1)$



قضیه Transform of Integral

if $L\{f(t)\} = F(s)$

then $L\left\{\int_0^t f(t)\,dt\right\} = \dfrac{F(s)}{s}$

انتگرال در حوزه زمان با این قضیه تبدیل به تقسیم می‌شود.
مثال کتاب را بخوانید.

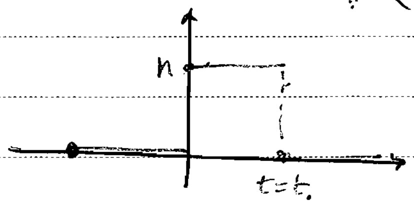
در فصل ۳ چند تا تابع را بررسی کردیم. تابع ثابت، تابع unit step، ...

حال چند تا تابع دیگر داریم که پرکاربرد است.

تابع ضربه‌ای pulsed function

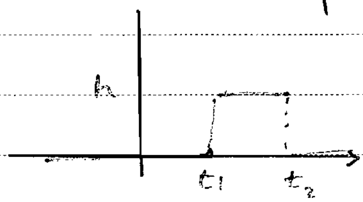
شکل کلی این تابع ضربه‌ای است که در یک زمان محدود تعریف می‌شود

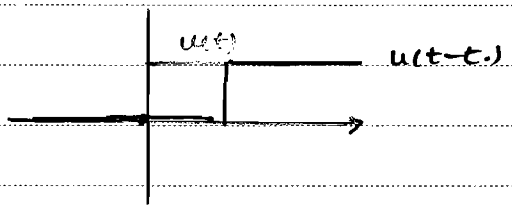
$$pulse = \begin{cases} 0 & t<0 \\ h & 0<t<t_0 \\ 0 & t>t_0 \end{cases}$$



می‌تواند در یک زمان دیگر هم باشد:

$$pulse = \begin{cases} 0 & t<t_1 \\ h & t_1<t<t_2 \\ 0 & t>t_2 \end{cases}$$

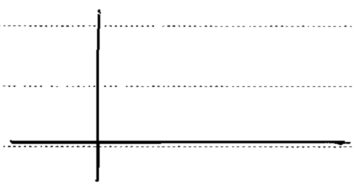




حالا تابع ضربه‌ای را با پله نشان می‌دهیم:

$$pulse = h\{u(t) - u(t-t_0)\} \qquad L\{pulse\} = \frac{h}{s} - \frac{h}{s}e^{-st_0}$$

$$\frac{h}{s}\left[1-e^{-st_0}\right]$$

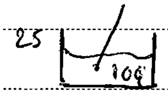


$$pulse = h\left[u(t-t_1) - u(t-t_2)\right]$$

$$L\{pulse\} = h\left[\frac{e^{-st_1}}{s} - \frac{e^{-st_2}}{s}\right]$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

if $h=1$: unit pulse function



ظرف آب داغی داریم و یک محیط 25C : رو

اگر دماسنج را وارد ظرف کنیم و برای همیشه نگهش داریم : ورودی step

اگر دماسنج را داخل آب ببریم و دوباره بیرون بیاوریم بعد از چند دقیقه : ورودی pulse

در مسئله همیشه گفته نمی‌شود تابع پله‌ای است ممکن است به این صورت گفته شود !

مقدار ورودی step $= 100-25 = 75$ $\qquad$ $step = 75$

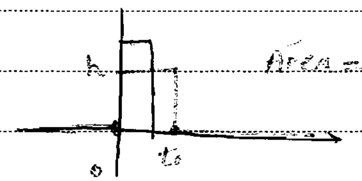
تابع ضربه‌ای Impulsed function :

نهایت ورودی‌ها impulsed است

دماسنج را جهت سریع نخواهیم داخل آب ببریم خارج بکنیم هیچ وقت pulsed واقعی نیست دلیلها

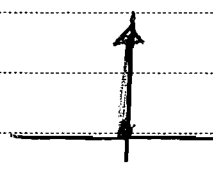
مجبوریم این آنها را کار کنیم

تابع ضربه‌ای همان تابع pulsed است به این صورت که دامنه آن به سمت صفر و ارتفاع به سمت بی‌نهایت میل بکند با این فرض که سطح زیر منحنی ثابت باشد



چون h بی‌نهایت نمی‌توانیم نشان دهیم

فلش



shock input

مثال : در زمان صفر یک ضربه را وارد سیستم می‌کنیم و برداریم

یک لحظه مشت زدن به دیوار یا مشت زدن به یک لحظه) یعنی یک شوک وارد کردیم.

یکی از مهمترین ورودی‌ها است مخصوصاً برای سیستم‌هایی که ضربه مثل موبایل‌ها و ...
باید هر وسیله الکتریکی در مقابل شوک‌های الکتریکی مقاوم باشند

Impulse = pulse $\quad$ همان تابع pulsed است

$t_0 \to 0$ or $h \to \infty$

$L\{Impulse\} = \lim L\{pulse\}$ (Area = const)

$t_0 \to 0$ or $h \to \infty$

مثال: $pulse = \frac{h}{s}(1-e^{-st_0})$

$A = ht_0 \Rightarrow h = \frac{A}{t_0} \to$ ثابت

$$L\{pulse\} = \frac{A(1-e^{-st_0})}{st_0} \qquad L\{Impulsed\} = \lim_{t_0 \to 0} \frac{A(1-e^{-st_0})}{s t_0} = \frac{0}{0}$$

$$\overset{\text{هوپ}}{=} \lim_{t_0 \to 0} \frac{0 - A(-s)e^{-st_0}}{s} = A = Area$$

لاپلاس تابع impulsed، Area آن pulse می‌شود

$L\{impulse\} = Area$

if $Area = 1$ $\quad L\{impulse\} = 1 \to$ unit Impulsed function اصطلاحاً

یا Dirac delta function (تابع δt)

$$\boxed{L\{\delta(t)\} = 1}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

کلیه توابع ضربه با انتگرال‌شان هم درجه یک step هستند :

$Impulsed = A\,\delta(t)$

خواص زیادی که تابع دارد و هیچ تابع مشابه آن نداریم.

در تمام وسایل الکترونیکی این سه مورد را حل می‌کنند

۱- ورودی step

۲- Sin

۳- impulse

* مخصوصاً این دو

در سیستم کنترل تعریف pulsed و impulsed هم استفاده می‌شد.

translation of fn

PAPCO

جلسه ۸۸٫۷٫۲۱

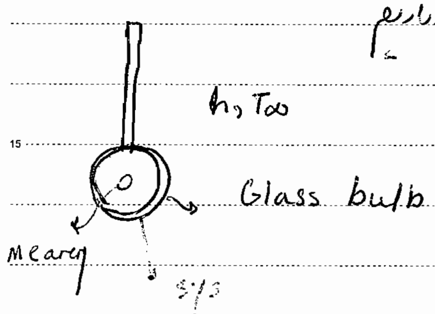
Chapter 5
Response of first_order system

در ۴ فصل قبلی توابع input را بررسی کردیم و سیستم‌های اصلی که را برشمردیم. در این فصل کار بر روی این سیستم‌ها را می‌خوانیم و مدل‌سازی سیستم‌ها را انجام می‌دهیم:

سیستمی که معادله آن درجه اول باشد می‌تواند یک سیستم کنترلی باشد

<u>مثال</u>: دماسنج جیوه‌ای شیشه‌ای را در محیطی با دمای T_∞ با ... قرار می‌دهیم با ضریب انتقال حرارت h.

۱- مشخص می‌کنیم کدام پدیده انتقال را دارد؟ اینجا heat transfer داریم



فرضیات کتاب:

اولین فرض: انتقال حرارت از محیط به جیوه
البته این جهت در مدل‌سازی و معادله آن تاثیر ندارد

دومین فرض: دیواره شیشه‌ای نازک است و از مقاومت آن صرف‌نظر می‌کنیم

سومین فرض: چون حباب شیشه‌ای خیلی کوچک است پس توزیع دما داخل شیشه نداریم یعنی دما تابعی از زمان است فقط

Subject:

Year. Month. Date. ( )

چهارمین فرض: cp جزو خواص فیزیکی یاتاب است.

موازنه انرژی: $\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \cancel{E_{Gen}} - \cancel{E_{Con}} = \frac{\partial E}{\partial t}$

$$hA(T_\infty - T) = \frac{d(mcT)}{dt}$$

$$hA(T_\infty - T) = \rho \forall c \frac{dT}{dt}$$ سیستم مرتبه اول

پس معادله درجه اول دیفرانسیلی برحسب T را برای آن بدست بیاوریم روشهای حل مختلفی داریم و

معمولاً در کنترل از روش لاپلاس استفاده می‌کنیم. برای ... دلیل دیگری هم داریم که می‌گوییم.

input = T_∞

input = T_∞ = $x(t)$ در کنترل input ها را با x نشان می‌دهیم.

output = $T = y(t)$

در کنترل output ها را با y نشان می‌دهیم.

$$\boxed{hA(x-y) = \overset{m}{\widetilde{\rho \forall}} c \frac{dy}{dt}} \quad \text{I}$$

دو هدف از مدل‌سازی داریم: ① میزان انحراف پاسخ است و ابستگی کار بدانیم چی هست

تغییرات y با شروع کار و x با شروع کار اگر وجود دارد بدست بیاوریم

مرحله اول) بدست آوردن معادله حاکم

مرحله دوم) همان هدف معلوم قبل

شرایط steady state: در ابتدای کار،

$$hA(x_s - y_s) = mc\frac{dy_s}{dt} \quad \text{II}$$

$$hA(x_s - y_s) = mc \times 0 \qquad \boxed{x_s = y_s} \quad \text{III}$$

پس اگر دو رابطه II و III را از هم کم کنیم میزان انحراف به ما می‌دهد.

$$hA[(x - x_s) - (y - y_s)] = mc\frac{d(y - y_s)}{dt}$$

متغیرهای انحراف را می‌خواهیم تعریف کنیم:

Deviation variable
$$\begin{cases} x - x_s = X \\ y - y_s = Y \end{cases}$$
تغییرات input در حول steady

$$\boxed{hA[X(t) - Y(t)] = mc\frac{dY}{dt}}$$

حل کردن مسئله:

اگر معادله حاکم تمام خطی باشد input, output را داشته باشد معادله انحراف هم مثل آن می‌شود
اگر نه [illegible] حل ثابت داشته باشد در معادله انحراف آن را خواهیم داشت

سوال امتحان میان ترم: مدل‌سازی مسائل مختلف

متغیرهای انحراف یک مزیت خوب دارند که در لاپلاس گیری به جای [illegible] کرده میزان انحراف‌ها از شروع کار در جا شان صفر می‌شوند. لاپلاس گیری:

$$hA[X_1(s) - Y(s)] = mc[sY(s) - Y(0)]$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$T(0) = y(0) - y_s = 0$

متغیرهای انحراف باعث می‌شوند مقادیر ثابت در لاپلاس حذف شوند
که مزیت بسیار بزرگ حل لاپلاس:

$$X(s) - T(s) = \frac{mC}{hA} s T(s)$$

$$\left[\frac{mC}{hA}\right] = time \qquad mC/hA = \tau : \text{time-constant}$$

تمام سیستم‌های درجه اول دارای τ است البته با تعریف‌های مختلف

تعریف ساده τ: مدت زمان پاسخ دهی سیستم { τ بزرگ سیستم دیر جواب می‌دهد
τ کوچک سیستم سریع پاسخ می‌دهد

τ خیلی بزرگ از نظر آینده به درد نمی‌خورد. مثلاً لامپ‌ها را ساعت بعد روشن شوند
τ خیلی کوچک هم unstability سیستم را کاهش می‌دهد.

$X(s) - T(s) = \tau s T(s) \qquad X(s) = T(s)(1 + \tau s)$

$$\boxed{\frac{T(s)}{X(s)} = \frac{1}{1+\tau s}} = G(s)$$

تابع انتقال یا Transfer function:

تمام سیستم‌های درجه اول تابع انتقالشان به این شکل است. یکی از دلایل استفاده از لاپلاس
به دست آوردن معادله‌هایی مشابه بالا و شرایط خوبی را مهیا می‌کند.

کافی است نوع سیستم مشخص باشد τ.

نکته: هر چه سیستم و تابع انتقال هر سیستم مقدار τ و فرم معادله آن سیستم‌ها را نشان می‌دهد، تعاریف سیستم مشخص است.

Block Diagram :

Block Diagram ها همه رابطه‌های لاپلاسی نوشته می‌شود بر مبنای متغیرهای انحراف

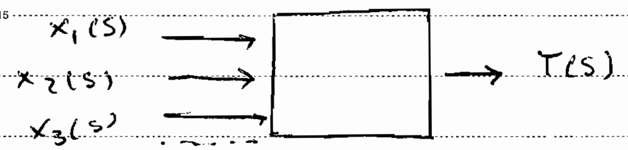
$X(s) \rightarrow \boxed{M.E} \rightarrow Y(s) \longrightarrow X(s) \rightarrow \boxed{G(s)} \rightarrow Y(s)$

$\longrightarrow X(s) \rightarrow \boxed{1/1+\tau s} \rightarrow Y(s)$

$Y(s)/X(s) = G(s)$ $\boxed{X(s)\,G(s) = Y(s)}$

در ساده‌سازی Loop ها به ما کمک می‌کند

$X(t) = X_1(t) + X_2(t) + \dots \xrightarrow[\text{لاپلاس}]{} \longrightarrow$



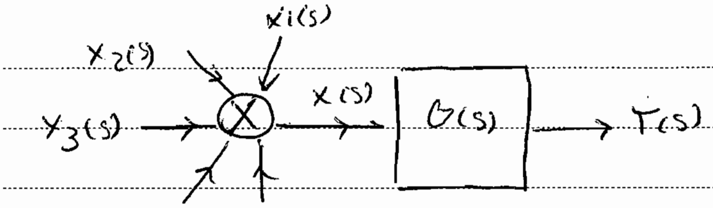
$\rightarrow X(S) = X_1(S) + X_2(S) + X_3(S) + \dots \xrightarrow{\times G(s)}$

$X(s)G(s) = X_1(s)G(s) + X_2(s)G(s) + X_3(s)G(s) + \dots$

$Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s) + \dots$

$Y(s) = G(s)\left[X_1(s) + X_2(s) + \dots\right]$ متغیرها باید همه از یک جنس باشند مانند فشار با هم فرق کنند.

MISO multi input single output



سیستم‌هایی که درجه اول اصطلاحاً خطی هم گفته می‌شود.

حال به ازای سه ورودی مختلف step ، Sin ، پاسخ را بررسی می‌کنیم؟
این کاری است که همه شرکت‌ها انجام می‌دهند تا پاسخ‌ها با تئوری چک می‌کنند؛
{ یکی بود سیستم مشکل ندارد
{ یکی نبود خط تولید مشکل دارد.

بررسی ورودی step : دو اصطلاح داریم

Step - Response : پاسخ sys به ازای ورودی پله‌ای

or

Step change :

می‌دانیم سیستم درجه اول است حال پاسخ را پیدا کنیم.

(در اینجا اثبات استفاده می‌خواد)

First order : $G(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{1}{\tau s+1}$

ورودی step است $\{ \; X(t) = A\,u(t) \qquad X(s) = A/s$

$$Y(s) = \frac{A}{s(\tau s+1)} = \frac{A/\tau}{s(s+1/\tau)} = \frac{C_1}{s} + \frac{C_2}{s+1/\tau}$$

$c_1 = A \qquad c_2 = -A$

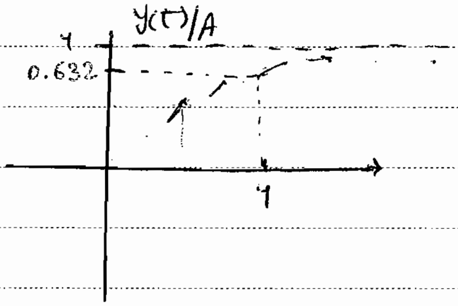
Lap:

$$Y(t) = A - Ae^{-t/\tau} = A\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

$$\lim_{t \to \infty} Y(t) = A$$

step → $\boxed{\text{firstorder}}$ → ?

$$\frac{Y(t)}{A} = 1 - e^{-t/\tau}$$



$t=0 \quad t/\tau = 0 \quad \frac{Y(t)}{A} = 0 \quad Y(t) = 0$

* $t/\tau = 1 \quad t = \tau \quad Y/A = 1 - e^{-1} = 0.632A$

$Y(t) = 63.2\% A$ حفظ*

$Y(t) = 0.632A$

$t/\tau = 2 \; \ldots$

$\vdots$

$t/\tau = \infty$ or $t = \infty \quad \frac{Y}{A} = 1$ or $\boxed{y(t) = A}$

به مقدار نهایی پاسخ

در تئوری plug هر ورودی که بدهیم همان خروجی را می‌گیریم. می‌دانیم که سیستم‌های ایده‌آلی هستند که به وجود آوردن آنها عملاً ممکن نیست.

نتیجه‌گیری:

۱) τ : ثابت زمانی برای یک سیستم درجه اول برای یک ورودی step برابر مدت زمانی است که پاسخ سیستم به 62.3٪ مقدار نهایی خود برسد.

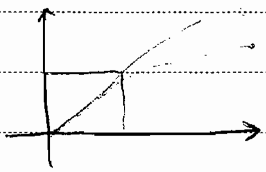
۲) وقتی روی تابع پاسخ با توجه به شکل جلو برویم شیب کم شده نهایتاً به صفر می‌رسد. حداکثر شیب در $t=0$ است.

$$\frac{d\left[\frac{y(t)}{A}\right]}{d(t/\tau)}\Bigg|_{t=0} = 0 - (-1)e^{-t/\tau}\Big]_{t=0} = 1 = \tan\theta$$

شیب برای سیستم خطی در $t=0$

$\boxed{\theta=45}$

اگر scale ها را ثابت کنیم: 45 قطر مربع بالا را

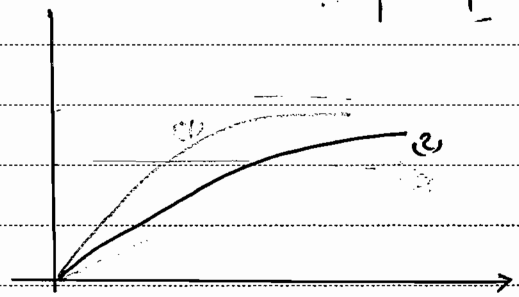


تعریف ثابت زمانی:

اگر پاسخ سیستم به جای شیب اولیه روی قطر مربع با شیب 45 حرکت کرد بعد از یک ثابت زمانی
پاسخ به مقدار نهایی می‌رسید
چون این امکان‌پذیر نیست

فرض کنید چند تا سیستم یک مطابق شکل برای ورودی پله داریم. کدام τ بزرگتری دارد؟

سیستم با τ بزرگتر دیرتر به پاسخ نهایی می‌رسد.



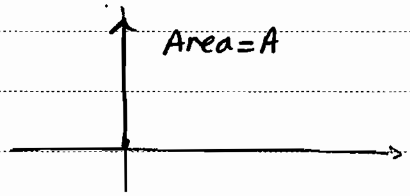
$\tau_{(1)} < \tau_{(2)} < \tau_{(3)}$

بررسی ورودی impulsed :

Impuls Response — پاسخ یک سیستم درجه اول به ازای ورودی Impuls

Subject: 5)

Year. Month. Date. ( )



$$G(s) = \frac{Y}{X} = \frac{1}{\tau s+1}$$

$$X(t) = A\,\delta(t) \Rightarrow X(s) = A$$

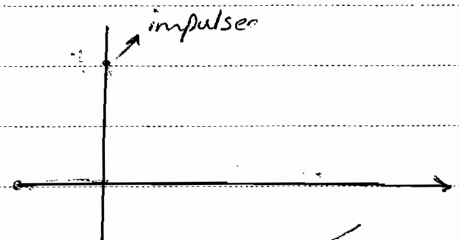
$$Y(s) = \frac{A}{\tau s+1} = \frac{A/\tau}{s+1/\tau}$$

$$\boxed{Y(t) = \frac{A}{\tau}\, e^{-t/\tau}}$$

$$\lim_{t\to\infty} Y(t) = 0 \qquad \text{stable}$$

$$\frac{Y(t)\,\tau}{A} = e^{-t/\tau}$$

$$\begin{cases} t/\tau = 0 & \dfrac{Y\tau}{A} = 1 \\ t/\tau = 1 & \dfrac{Y\tau}{A} = e^{-1} = 0.38 \\ \vdots & \\ t/\tau = \infty & \dfrac{Y\tau}{A} \to 0 \end{cases}$$



سیستم باید بتواند دوری که شوک را به صفر برساند به تدریج

$$X(t) = \pm A\,\delta(t)$$

$$20\ mA \pm 2\ mA$$

Subject: فصل ۵ ← ورودی های مهم

Year. Month. Date. ( )

فصل ۱: تعاریف — فصل ۲-۴ ← رسم توابع

جلسه ۸۸/۷/۲۶

• حال ورودی ها را بررسی می کنیم

Sine _ Response

input

$$x(t) = A\sin\omega t \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s+1}$$ داشتیم .

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{radion frequency} \ \frac{\text{rad}}{\text{time}} \qquad \omega = 2\pi f$$

f: frequency $\frac{\text{cycle}}{\text{time}}$ rpm

در فصل ۵ ورودی های sin بسیار مهم است .

$$X(s) = \frac{A\omega}{s^2+\omega^2} \qquad Y(s) = \frac{A\omega/\tau}{(s+1/\tau)\underbrace{(s^2+\omega^2)}_{(s+j\omega)(s-j\omega)}} = \frac{c_1}{s+1/\tau} + \frac{c_2 s + c_3}{s^2+\omega^2}$$

مراحل بدست آوردن ریشه ، بحث در رابطه با پاسخ های

در مثال ها با جواب های کمپلکس است

می کنیم

پس ورودی های sin بسیار مهم است .

$$c_1 = \frac{A\omega\tau}{1+\tau^2\omega^2} \qquad c_2 = \frac{-A\omega\tau}{1+\tau^2\omega^2}$$

$$c_3 = \frac{A\omega}{1+\tau^2\omega^2}$$

* جواب ها را حفظ باشید مهم

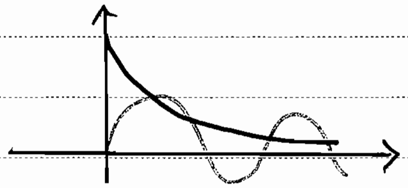
$$\text{Lap}^{-1}: \ Y(t) = \frac{A\omega\tau}{1+\tau^2\omega^2} e^{-t/\tau} - \frac{A\omega\tau}{1+\tau^2\omega^2}\cos\omega t + \frac{A}{1+\tau^2\omega^2}\sin\omega t$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$p\cos\omega t + q\sin\omega t = r\sin(\omega t+\phi)$$ در مثلثات داشتیم:

$$r=\sqrt{p^2+q^2} \qquad \phi=\tan^{-1}\left(\frac{p}{q}\right)$$

$$\Rightarrow Y(t)=\frac{A\omega\tau}{1+\tau^2\omega^2}e^{-t/\tau}+\frac{A}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}\sin(\omega t+\phi) \qquad \phi=\tan^{-1}(-\omega\tau)$$



در ابتدای کار اثر تابع exp محسوس است و روی مقدار خروجی $y(t)$ اثر می‌گذارد ولی بعد از یک مدت زمان اثرش از بین می‌رود.

پس تابع تعیین کننده sin است و برای ما مهم است. در عمل هم همین طور است وقتی پاسخ را روشن می‌کنیم تا مدتی اول مهم نیست وقتی به تعادل می‌رسیم مهم است.

پس جواب تاثیرگذار را برای $t \to \infty$ به دست آورده‌اند.

output $$\boxed{y(t)=\frac{A}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}\sin(\omega t+\phi)}$$

توی امتحان اشتباه نکنید که سینتیک پاسخ را حذف کنید

این پاسخ را بعضی جاها به اصطلاح شبه پایا می‌نامند. در فصول بعدی روش دیگری برای به دست آوردن آن می‌خوانیم.

نتایج مهمی در مورد فرکانس تابع sin:

(۱) ورودی به صورت یک تابع sin با فرکانس ω، خروجی هم به صورت یک تابع sin با فرکانس ω است به اصطلاح هم فرکانس‌اند.

(۲) اگر نسبت دامنه خروجی به دامنه ورودی را حساب کنیم ترمی به اسم نسبت دامنه تعریف می‌شود

AR = Amplitted Ratio

Subject:

Year. Month. Date. ( )

نسبت دامنه‌ها در ۲و۵ موارد به صورت کسر که نسبت خواسته شده باشد بر عکس تقسیم کنید

$$AR = \frac{\text{دامنه خروجی}}{\text{دامنه ورودی}} = \frac{A/\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}{A} = \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}} < 1$$

استفاده میان ترم: ورودی نرمال

نکته: برای سیستم درجه اول همیشه این نسبت کوچکتر از یک است. دامنه خروجی کوچکتر از دامنه ورودی هست یک سیستم واقعی.

همواره

مهم $\boxed{\begin{matrix}\tau > 0 \\ \omega > 0\end{matrix}}$

اگر در سیستم ω منفی درآمد حتما اشتباه کرده‌اید.

سیستم‌های phase lag است. : $\phi = \tan^{-1}(\omega\tau) < 0$

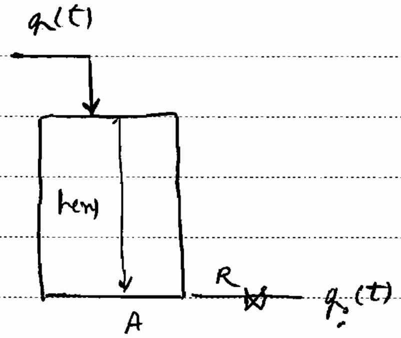
if $\phi > 0$: phase lead

این نوع سیستم‌ها

مقدار ϕ برای سیستم‌های درجه اول همواره منفی است و اصطلاحاً می‌گوییم سیستم دارای phase lag است که پاسخ دیرتر از ورودی دریافت می‌شود.

Chapter 6
physical examples of first_order systems

ارتفاع مایع داخل یک مخزن: Liquid Level



مخزنی داریم سیال با دبی مشخص وارد آن می‌شود و با دبی مشخص خارج می‌شود. پس حالت‌های مختلفی داریم

$q(t) < q_0(t)$ ارتفاع مایع کم می‌شود

$q(t) > q_0$ " " زیاد می‌شود

$q(t) = q_0(t)$ " " ثابت می‌ماند

if شیر کاملا بسته باشد مقاومت $= 100\% \Rightarrow q_0$ min

شیر باز $R = \downarrow \Rightarrow q_0 \uparrow$

شیر کاملا باز $R = 0 \Rightarrow q_0$ max

$$\left.\right\} q_0 \propto 1/R \quad (1)$$

q_0 علاوه بر R به ارتفاع $h(t)$ هم بستگی دارد

$q_0 \propto h$ (2)

$q_0 \propto h$

(1), (2) $\Rightarrow q_0 \propto h/R$

$$\boxed{q_0 = \frac{Kh}{R}}$$

Laminar flow circular pipe

برای خروجی‌های یک شکل و جریان آرام $K=1$ می‌شود

Subject:
Year. Month. Date. ( )

برای سیستم‌های دیگر خواهیم داشت:

$q_o \propto h^n$ or $q_o = ch^n$

if	$n=1$	جریان آرام	
if	$n = 1/2$	turbulant	
if	$n = 3/2$	Rectangular	chanel

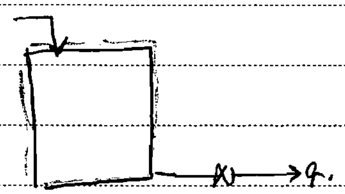
bcc

رابطه $q_o = \frac{h}{R}$ را از سیالات هم می‌توان اثبات کرد.

$v(r) = V_{max}\left[1-(r/R)^2\right]$

$q = \int u\, dA$ $\Delta P = \gamma h = \rho g h$ ......

در این سیستم‌ها با استفاده از شیرها ارتباط داریم پس ثابت نسبت را مشخصات آن را نشان دهند.
باید رابطه را حفظ باشیم



$\dot{m} = \rho u A$

$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} + \dot{m}_{Gen} - \dot{m}_{Cons} = \frac{dm}{dt}$$

فرض: جرم ثابت
سیستم ساده

$$\rho q(t) - \rho q_o(t) = \frac{d(\rho A h)}{dt}$$

$$\rho q(t) - \rho q_o(t) = \rho A\, dh/dt$$

$$q(t) - q_o(t) = A\, dh/dt$$

فرق با رابطه پاسخ ضربه‌ای؟

هدف: اگر تغییری در ورودی ایجاد کنیم در q_o هم تغییری داریم که روی h هم فرق بکند

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در این مسئله داریم

$input = q(t)$

$output = \begin{cases} q_o(t) \\ h(t) \end{cases}$ پس دو تا خروجی داریم

ولی هدف ما در این فصل چند تا خروجی نیست (در فصول بعدی خواهیم داشت) پس یکی را براساس دیگری می‌نویسیم ...

$q_o = h/R \qquad h = Rq_o$

$$\boxed{q(t) - \frac{h(t)}{R} = A\frac{dh}{dt}}$$ ← معادله دیفرانسیل در جدول سیستم درجه اول

$$SS: \quad q_s - \frac{hA}{R} = A\frac{dh}{dt}$$

$$(q - q_s) - \frac{h - h_s}{R} = A\frac{d(h - h_s)}{dt}$$

$$D.V \begin{cases} Q = q - q_s \\ H + h = h_s \end{cases} \qquad \boxed{Q(t) - \frac{H(t)}{R} = A\frac{dH}{dt}}$$

$$Lap: \quad Q(s) - \frac{H(s)}{R} = A\left[sH(s) - H(0)\right]$$

$$RQ(s) = H(s)\left[1 + RAs\right]$$

$$q_o = h/R \Rightarrow [R] = \frac{[h]}{[q_o]} = \frac{m}{m^3/s} = sec/m^2$$

$$[RA] = \frac{sec}{m^3} \qquad \boxed{RA = \tau}$$

x و y که در پاسخ جیوه‌ای داشتیم هر دو هم یکه بودند صورتی ظاهر نشد ولی اینجا دو یکه متفاوت دارند پس R در اکثر موارد یک تبدیل واحد بین x و y است. اگر x و y هم یکه باشند معمولاً R یک است نه همیشه.
اگر هم یکه نباشند R بیانگر تبدیل واحد است.

$$\boxed{\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\tau s+1}}$$

بعضی کتابها نوشته‌اند:

R: steady state gain

که این حرف خیلی درست نیست

Subject:
Year. Month. Date. ( )

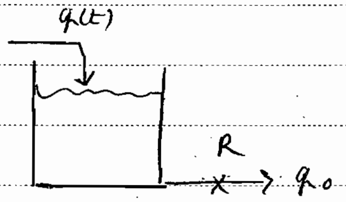
جلسه ۸۸/۷/۲۸

$$\frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{R}{\tau s+1} \quad (4)$$

سیستم liquid level داشتیم:

(البته گاهی اوقات ارتباط بین خروجی و ورودی ندارد)

$$q(t) - q_o(t) = A\frac{dh}{dt}$$



$$\boxed{q_o = \frac{h}{R}} \; *$$

$$h = Rq_o$$

$$q(t) - q_o(t) = RA\frac{dq_o}{dt}$$

۲ راه حل وجود دارد: به جای q_o، h بگذاریم یا برعکس
۲) از رابطه * استفاده کنیم

روش دوم:

$$q_o = \frac{h}{R} \quad (1)$$

$$SS) \quad q_s = \frac{h_s}{R} \quad (2)$$

$$(1) - (2) \quad q_o - q_{ss} = \frac{h - h_s}{R}$$

$$DV \begin{cases} Q_o = q_o - q_{os} \\ H = h - h_s \end{cases} \qquad Q_o(t) = \frac{H(t)}{R}$$

$$\text{Lap} \quad Q_o(S) = \frac{H(S)}{R} \qquad \boxed{H(S) = RQ_o(S)} \quad (3)$$

$$(3) \text{ in } (4) \quad \frac{RQ_o(s)}{Q(s)} = \frac{R}{\tau s+1} \qquad \frac{Q_o(s)}{Q(s)} = \frac{1}{\tau s+1}$$

سیستم حرارتی
$$\frac{T(s)}{X(s)} = \frac{K}{\tau s+1}$$

if unit step change $Q(t) = u(t)$ $\xrightarrow{\text{رابطه ۴}}$

$$Q(s) = 1/s \qquad H(s) = \frac{R/\tau}{s(s+1/\tau)} = \frac{c_1}{s} + \frac{c_2}{s+1/\tau}$$

$$c_1 = R \qquad c_2 = R$$

$$\text{Lap}^{-1} \quad H(t) = R\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

$$\lim_{t\to\infty} H(t) = R \rightarrow \text{ss gain}$$

مقدار گین در حالت ss همان R بدست می‌آید.

مقدار R که ss g است به پاسخ سیستم در حالت liquid level در اثر ورودی step داده به وجود می‌آید

$$Q(t) = B\,u(t)$$

$$Q(s) = B/s \qquad H(t) = BR\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

$$\lim_{t\to\infty} H(t) = BR \quad \text{ss } g$$

این مخزن بیشتر در منازل وجود دارد ولی در صنعت زیاد از آن استفاده نمی‌کنیم چون اگر حجم و عمق زیاد شود فشار خواهد داد به کشور یا مخزن دیگر که شود باید head کافی به هم برسد بسیار خطرناک است و هزینه بالایی هم دارد هم تعمیرات هم حسابی!

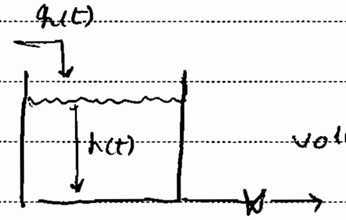
در کشورهای صنعتی از این کار برای ... کردن استفاده می‌کنند.

constant + outlet + flow

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مهمترین بحث فصل ۶ :

خطی سازی Linearization



شیر غیرخطی داریم

مثلا $q_o = c\sqrt{h}$

$q_o = ch^n \begin{cases} n = 1 & \text{linear} \\ n \neq 1 & \text{non linear} \end{cases}$

$$\dot m_{in} - \dot m_{out} = \frac{dm}{dt} \quad (V \times \rho),\ Ah$$

$$\rho q(t) - \rho q_o = \rho A\, dh/dt$$

$$q(t) - q_o = A\, dh/dt \qquad q(t) - ch^{1/2} = A\, dh/dt$$

۱ مشکل اول توان ۱/۲ در h است. وقتی از هم کم کنیم DV نمی‌توانیم تعریف کنیم

۲ لاپلاس نمی‌گیریم که برای سیستم غیرخطی نمی‌توانیم بگیریم

تیلور استفاده

خواسته: تنها راه این است که عامل غیرخطی را خطی کرد. خواسته: سیستم را قابل لاپلاس گیری کنیم.

۷ توضیح مهم است

$$q_o(t) = q_o(h)\Big|_{h=h_s} = q_o(h_s) + q_o'(h_s)\frac{(h-h_s)}{1!} + q_o''(h_s)\frac{(h-h_s)^2}{2!} + \dots$$

چون نقطه h_s نقطه تعادل باید حول h_s ثابت بماند.

تنها راه این است که از یک level gage استفاده کنیم و در ارتفاع 2m نگاه داریم ... دار باشد

ایستگاه

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

زمانی می‌توانیم $h-h_s$ را صفر فرض کنیم که h کوچک باشد.

توضیح کلاس :

ارتفاع h حول نقطه یا ارتفاع مقدار h تغییرات چندانی نکند $h-h_s \approx$ ← باید سیستم کنترل ارتفاع داشته باشیم $h \approx h_s$ پس سیستم غیرخطی را با فرض شرایط تبدیل به سیستم خطی می‌کنیم.
یا کوچکتر از یک باشد که به توان ۲ یا بیشتر رسید کوچکتر شود.

در کنترل هم غیرخطی‌ها را با فرض تبدیل به خطی می‌کنند تا قابل حل باشند

$$q_o = \underbrace{C h_s^{1/2}}_{\alpha} + \overbrace{\frac{C}{2\sqrt{h_s}}}^{\beta}(h-h_s)$$

$$q_o = q_{os} + \frac{h-h_s}{R_1}$$

ممکن است یک مسئله چند عامل غیرخطی داشته باشد.
هر سیستم را خطی کردیم باید در فرم زیر روبرو شود.

$$\ldots = \alpha + \beta(\underset{\text{کاری}}{\Delta})$$

$$q(t) - q_{os} = \frac{h-h_s}{R_1} = A\,dh/dt$$

$$\text{at ss} \quad q_s - q_{os} = \frac{h_s - h_s}{R_1} = A\,dh_s/dt \qquad \text{DV}\begin{cases} Q = q - q_s \\ H = h - h_s \end{cases}$$

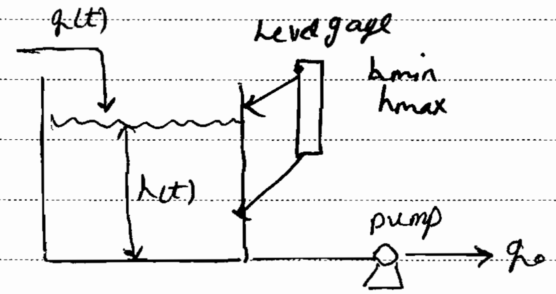
$$q_o = C h_s^{1/2} + \frac{C}{2\sqrt{h_s}}(h-h_s) \qquad Q(t) - 0 = \frac{H(t)}{R_1} = A\frac{dH}{dt}$$

$$\text{Lap}: \quad Q(s) - \frac{H(s)}{R_1} = AsH(s)$$

$$\frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{R_1}{\tau_1 s + 1} \qquad \boxed{\tau_1 = R_1 A}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

Constant + outlet + flow



در این کار تانک یک سیستم کنترل شده وارد می‌شود.

علت اینکه از پمپ استفاده کردیم این است که در خروجی یک دبی مشخص می‌خواهیم یعنی q_o به عنوان یک مقدار ثابت در نظر گرفته می‌شود.

① پمپ مشکلاتی را ایجاد می‌کند اگر ارتفاع مایع خیلی کم شود پمپ مکش هوا دارد و cavitation اتفاق افتاده یعنی پمپ سریعتر خراب می‌شود.

② ارتفاع مایع خیلی بالا می‌رود   if $q(t) < q_o \Rightarrow$

پس صرفاً پمپ مشکل را حل نمی‌کند پس دستگاهی احتیاج داریم که ارتفاع max و min را در دستگاه اندازه‌گیری کند و کنترل کند. level gag.

مدلسازی:

$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} \pm \dot{m}_{Gen,Cons} = \frac{\partial m}{\partial t}$$

$$\rho q(t) - \rho q_o = \rho A \, dh/dt$$

$$\boxed{q(t) - \underset{\downarrow \text{const}}{q_o} = A \, dh/dt}$$ I.

پس q_o تابعی از ارتفاع و q نخواهد بود.

نوشتن معادلات در ۲ مرحله ۱) SS اول

II

Subject:

Year. Month. Date. ( )

(2) _ (II)

$$(q(t) - q_s) - (q_0 - q_0) = A \frac{d(h - h_s)}{dt}$$

$$DV \begin{cases} Q = q - q_s \\ H = h - h_s \end{cases}$$

$$\boxed{Q(t) = A \frac{dH}{dt}}$$

Lap:

$$Q(s) = AsH(s) \qquad \boxed{\frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{1}{As}} \; * \; 3$$

سیستم مخازن را مسئله درجه اول داشتیم ولی تابعی که به دست آوردیم (مثل تابع انتقال آن $\frac{1}{\tau s+1}$ نبود)

پس سیستم همان درجه اول است ولی سیستم درجه اول غیرخطی!

وقتی یک تابع را به آن اعمال کنیم رفتار * ریاضی رفتار واقعی نیست چون یک عامل را به آن وارد کردیم.

$\frac{1}{As}$: به این integration Factor هم گفته شده

$$H(s) = \frac{1}{A} \frac{Q(s)}{s}$$

به دلیل قضیه انتگرال در لاپلاس هم گفته شده.

if $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$

then $\mathcal{L}\{\int_0^t f(t)dt\} = F(s)/s$

Lap^{-1}

$$\boxed{H(t) = \frac{1}{A} \int_0^t Q(t)dt}$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

if $Q(t) = u(t)$

روش اول $Q(s) = 1/s \qquad H(s) = \frac{1}{AS^2} \Rightarrow H(t) = \frac{t}{A}$

روش ساده $H(t) = 1/A \int_0^t 1\,dt = t/A \qquad \lim_{t \to \infty} H(t) \to \infty$ unstable ~~unsteady~~

یک عامل خارجی باعث پاسخ غیر مشخص یا نامحدود و هرگز ثابت نشده

if sys input = sustainted, output = unlimited $\}$ $\Rightarrow$ sys Non-Reyulation

در کنترل خواسته‌ها باید ایجاد هزینه می‌شود.

افزایش هزینه باعث ناپایداری سیستم، ناپایداری سیستم باعث غیرقابل کنترل بودن سیستم در شیمی حساب می‌شود.

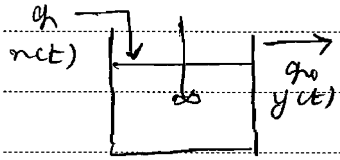
پس کنترل نقش کلیدی دارد، سیستم غیرقابل تنظیم داریم و نیاز به کنترل آن داریم.

تعادل عوامل

Mixing Process

مثال: سیالی با غلظت ثابت وارد مخزن می‌شود.

موازنه بصورت all component Balance



$x(t)$: inlet concentration
$y(t)$ outlet concentration

over Balance $q_{in} - q_{out} = \frac{dv}{dt}$

$q_{in} = q_{out} = q_o$

Com Balance

$q\,x(t) - q_o y(t) = \frac{d(v \cdot y)}{dt}$

$x(t) - y(t) = \frac{v}{q}\, dy/dt$

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$[V/A] = \tau$: time_cons

$$x(t) - y(t) = \tau \frac{dy}{dt}$$

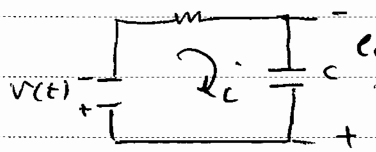
at SST :

$$x_s - y_s = \tau \frac{dy_s}{dt} \qquad X(t) - Y(t) = \tau \frac{dY}{dt}$$

$$X(s) - Y(s) = \tau s Y(s) \qquad \boxed{\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}}$$

کتاب مدار الکتریکی را در نظر گرفته

R = Resistance مقاومت



C capacitance ظرفیت

زمانی انتقال حرارت را بررسی می‌کردیم دیواره‌ها کردیم ...

input $= v(t)$ تغییر ... حل $\qquad \frac{E_c(s)}{V(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$

output $= e_c(t)$

$$\boxed{\tau = \underbrace{R}_{\text{مقاومت}} \cdot \underbrace{C}_{\text{ظرفیت}}}$$

τ که برای سیستم‌های درجه اول تعریف می‌شود در مفهوم در فرمولش است
با ظرفیت × مقاومت

مثال سیال $\quad \tau = \frac{mc}{hA} = \underbrace{1/hA}_{R} * \underbrace{mc}_{C}$

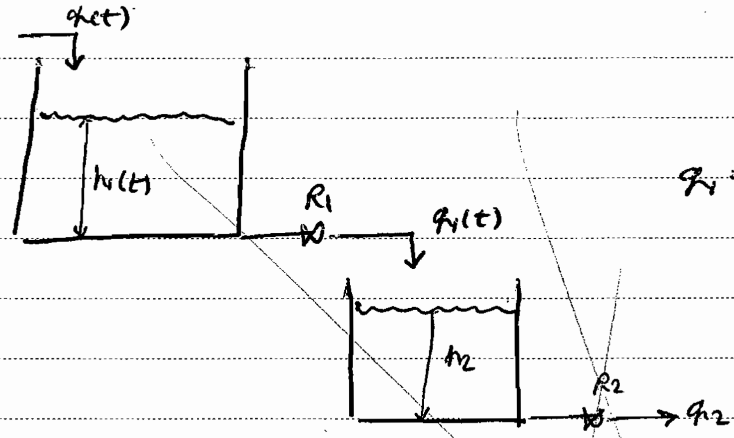
ظرفیت حرارتی کل سیال مورد C * R مقاومت حرارتی در برابر جریان حرارت

Subject:
Year. Month. Date. ( )

Chapter 7

جلسه ۸۸/۸/۳۰

Response of first order system in serrie



$$q_1 = \frac{h_1}{R_1}$$

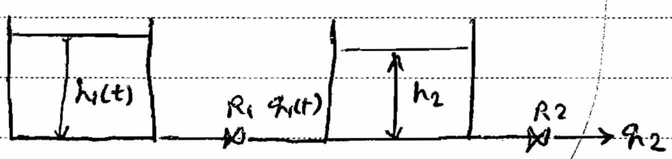
$$q_2 = \frac{h_2}{R_2}$$

↑ Non-interacting system:

فرض کنید دو تانک مطابق بالا داریم. خروجی از یک مخزن آزادانه وارد مخزن بعدی می‌شود.
این سیستم را غیر تداخلی یا non-interacting گویند

↓ interacting system:

در این مدل ارتفاعات هم مهم هستند.
در این نحوه اتصال سیستم‌ها که تداخلی گفته می‌شود، در اینجا q_1 به طور آزادانه نمی‌تواند وارد مخزن ۲ شود چون ارتفاع مایع در مخزن ۲ روی آن جلوی حرکت مایع را می‌گیرد.



$$\text{if} \begin{cases} h_1 = h_2 & q_1 = 0 \\ h_1 > h_2 & q_1\ ① \rightarrow ② \\ h_1 < h_2 & q_1\ ① \leftarrow ② \end{cases}$$

هرچه اختلاف ارتفاع ($h_1 - h_2$) بیشتر باشد q_1 بزرگتر خواهد بود. هرچه اختلاف ارتفاع کمتر q_1 کوچکتر خواهد بود

$h_1 - h_2 \gg \quad q_1 \uparrow \qquad q_1 \propto (h_1 - h_2)$

$$\boxed{q_1 = \frac{h_1 - h_2}{R_1}}$$

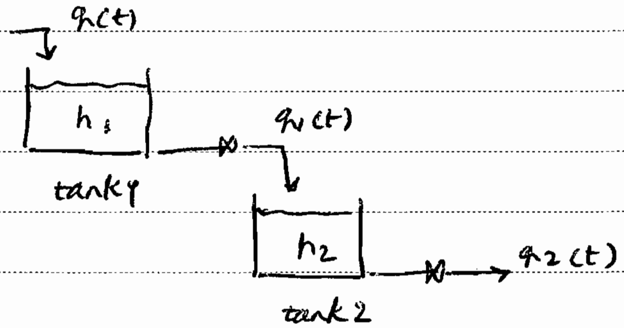
PAPCO

$$\boxed{q_2 = \frac{h_2}{R_2}}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در امتحان برای مدل سازی یا از نمونه‌های معمولی می‌دهند یا از یک تانک که غیرخطی است.

For Non-Interacting sys:



tank1 $\begin{cases} q(t) - q_1(t) = A_1 \dfrac{dh_1}{dt} \\ q_1 = \dfrac{h_1}{R_1} \end{cases}$ tank2 $\begin{cases} q_1(t) - q_2(t) = A_2 \dfrac{dh_2}{dt} \\ q_2 = \dfrac{h_2}{R_2} \end{cases}$

$$\frac{Q_1(s)}{Q(s)} = \frac{1}{\tau_1 s+1} \quad (1) \qquad \frac{Q_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{1}{\tau_2 s+1} \quad (3)$$

$$\frac{H_1(s)}{Q(s)} = \frac{R_1}{\tau_1 s+1} \quad (2) \qquad \frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{R_2}{\tau_2 s+1} \quad (4)$$

این تانک‌ها با عاملی با هم ارتباط دارند، آن ورودی خروجی از تانک اول است. ورودی تانک اول تغییر پیدا کند ورودی خروجی تانک دوم چه تغییری پیدا می‌کند؟

$\tau_1 = R_1 A_1 \qquad \tau_2 = R_2 A_2$

یا به عبارتی تغییر ورودی تانک (۱) در تانک ۲ چه تغییری می‌دهد؟

① × ③

$$\frac{Q_1(s)}{Q(s)} \times \frac{Q_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{1}{\tau_1 s+1} \times \frac{1}{\tau_2 s+1}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\frac{Q_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)} = \frac{1}{\tau_1\tau_2 s^2 + (\tau_1+\tau_2)s+1}$$

سیستم درجه دوم

رفتار ۲ سیستم درجه اول مشابه یک سیستم درجه ۲ است

« ۳ « « « « « « « « ۳ است

بطور کلی رفتار n سیستم درجه اول شبیه رفتار یک سیستم درجه n است.

(1) × (4)

$$\frac{H_2(s)}{Q(s)} = \frac{R_2}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$$

فرض : ورودی step به تانک اول ،

if $Q(t) = u(t)$ $\quad Q(s) = 1/s$

$$H_2(s) = \frac{R_2/\tau_1\tau_2}{s(s+1/\tau_1)(s+1/\tau_2)} = \frac{c_1}{s} + \frac{c_2}{s+1/\tau_1} + \frac{c_3}{s+1/\tau_3}$$

$c_1 = R_2$

$$c_2 = \frac{R_2/\tau_1\tau_2}{-1/\tau_1(-1/\tau_1+1/\tau_2)} = \frac{R_2\tau_1}{\tau_1-\tau_2} \qquad c_3 = \frac{R_3/\tau_1\tau_2}{-1/\tau_2(-1/\tau_2+1/\tau_1)}$$

$$c_3 = \frac{R_2\tau_2}{\tau_2-\tau_1} \qquad Lap^{-1} \quad H(t) = R_2 + \frac{R_2\tau_1}{\tau_1-\tau_2}e^{-t/\tau_1} + \frac{R_2\tau_2}{\tau_2-\tau_1}e^{-t/\tau_2}$$

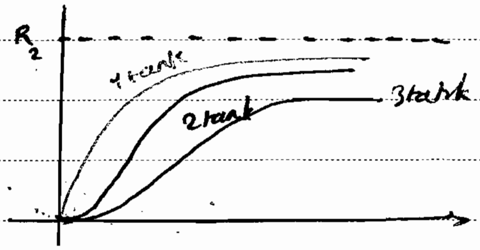
PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\lim_{t\to\infty} H(t) = R$$

$$\left.\frac{dH}{dt}\right|_{t=0} = 0$$



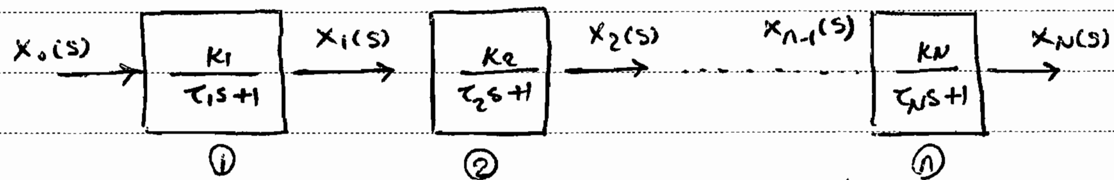
هر چه تعداد تانک‌ها بیشتر باشد مدت زمان بیشتری طول می‌کشد که سیستم پاسخ دهد.

transfer Lag   تاخیر انتقال $n\uparrow \rightarrow$ transfer Lag $\uparrow$

مثال برای بالا افزودن رنگ به تانک اول و مشاهده آن در تانک آخر زمان طول کشیده است.

برای n تا تانک هم یک رابطه کلی پیشنهاد شده است.

N-tank in series
(Non-interacting)



اگر n_1 و n_2 و ... رنگ حسی باشند $k_1=1$ است.

$$\frac{X_1(S)}{X_0(S)} = \frac{K_1}{\tau_1 S+1}$$

بین تانک (1) و (n) رابطه را می‌خواهیم بدست بیاوریم.

$X_2(S)$

PAPCO

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{X_1(s)}{X_0(s)} = \dfrac{K_1}{\tau_1 s+1} \\[2ex] \dfrac{X_2(s)}{X_1(s)} = \dfrac{K_2}{\tau_1 s+1} \\ \quad\vdots \qquad\qquad \vdots \\ \dfrac{X_N(s)}{X_{N+1}(s)} = \dfrac{K_N}{\tau_N s+1}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{K_1 K_2 \cdots\cdots K_N}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)\cdots\cdots(\tau_N s+1)} = \frac{X_N(s)}{X_0}$$

$$= \prod_{i=1}^{N}\left(\frac{K_i}{(\tau_i s+1)}\right)$$

مثال : $\dfrac{X_4(s)}{X_1(s)} = \dfrac{K_2}{\tau_2 s+1}\ \dfrac{K_3}{\tau_3 s+1}\ \dfrac{K_4}{\tau_4 s+1}$

همه تانکها $K=1$ به جز تانک آخر ...... ؟ ؟؟

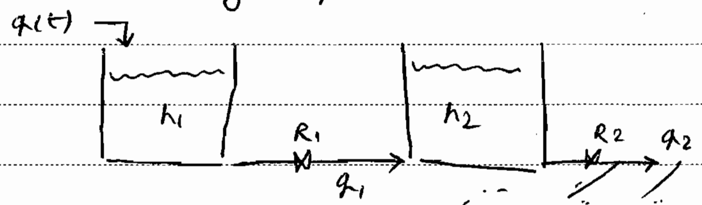
مثال حالت [illegible] : $\tau_1 = \tau_2 = \cdots\cdots = \tau_N = \tau$

$K_1 = K_2 = \cdots\cdots = K_i = K$

$$\frac{X_N(s)}{X(s)} = \left(\frac{K}{\tau s+1}\right)^N$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

Interacting system: جلسه ۸۸/۸/۵



برای سیستم‌های interacting شکل q_1 بستگی به ارتفاع دارد.

tank ①: $q(t) - q_1(t) = A_1 \frac{dh_1}{dt}$ ① $q_1 = \frac{h_1 - h_2}{R_1}$ ②

tank ②: $q_1(t) - q_2(t) = A_2 \frac{dh_2}{dt}$ ③ $q_2 = \frac{h_2}{R_2}$ ④

$$\text{at SS} \begin{cases} q_s - q_{1s} = A_1 \frac{dh_{1s}}{dt} & (1') \\ q_{1s} = \frac{h_{1s} - h_{2s}}{R_1} & (2') \\ q_{1s} - q_{2s} = A_2 \frac{dh_{2s}}{dt} \quad (3') \quad q_{2s} = \frac{h_{2s}}{R_2} & (4') \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1-1' & Q(t) - Q_1(t) = \frac{dH_1}{dt} \\ 2-2' & Q_1(t) = \frac{H_1 - H_2}{R_2} \\ 3-3' & Q(t) - Q_2(t) = A_2 \frac{dH_2}{dt} \\ 4-4' & Q_2(t) = \frac{H_2}{R_2} \end{cases}$$

نحوه رسیدن به رابطه‌ها را یاد بگیرید
نحوه انتقال با ورودی شبیه

$$\text{Dv} \begin{cases} Q = q - q_s & H_1 = h_1 - h_{1s} \\ Q_1 = q_1 - q_s & H_2 = h_2 - h_{2s} \\ Q_2 = q_2 - q_{2s} \end{cases}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\text{Lap}\begin{cases} Q(s) - Q_1(s) = A_1 S H_1(s) \\ Q_1(s) = \dfrac{H_1(s) - H_2(s)}{R_1} \\ Q_1(s) - Q_2(s) = A_2 S H_2(s) \\ Q_2(s) = \dfrac{H_2(s)}{R_2} \end{cases}$$

تنها تفاوت، مشتق مقدار h_2 است

در این سیستم‌ها هم loading گفته می‌شود.

$$\frac{H_2(s)}{Q(s)} = \frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2 + (\tau_1+\tau_2+R_2A_1)s + 1} \quad *$$

ضریب s بزرگتر از ضریبی است که در noninter sys است. اگر h_2 وجود داشت، q بیشتر

بود، زمان انتقال input از تانک ۱ به تانک ۲ بیشتر می‌شود.

اثر loading باعث افزایش زمان پاسخ کلی sys خواهد شد

شبیه‌سازی بین interacting sys و noninteracting

if $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ دو تانک مشابه

$$\frac{Q_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\tau s + 1} = \frac{1}{(\tau s+1)(\tau s+1)} = \frac{1}{\tau s+1} + \frac{1}{\tau s+1}$$

سیستم درجه ۲ را به ۲ سیستم درجه اول تبدیل می‌کنیم. ثابت زمانی‌های مؤثر sys را می‌خواهیم (تبدیل کردن

یک سیستم درجه n به n سیستم درجه ۱ و حالت نسبت آوردن effective time const

در سیستم‌های non interact ثابت زمانی‌های مؤثر تانک و کل برابر است.

مثال: سیستم قبلی را در نظر بگیریم؛

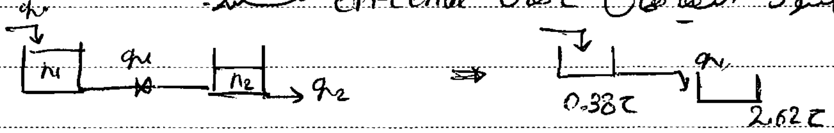
$$\text{Interacting} \xrightarrow[*]{\text{اگر}} \begin{cases} \tau_1 = \tau_2 \\ R_1 = R_2 = R \\ A_1 = A_2 \end{cases} \qquad \frac{Q_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 3\tau s + 1}$$

PAPCO

ریشه‌ها را بدست آوردیم

$$\frac{1}{(0.38\tau s+1)(2.62\tau s+1)} = \frac{1}{0.38\tau s+1} + \frac{1}{2.62\tau s+1}$$

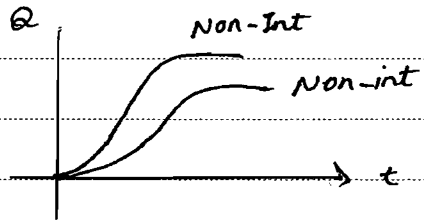
در واقع سیستم interact را با دو سیستم non interact شبیه‌سازی کردیم که یکی از آنها 0.38τ و دیگری 2.62τ می‌شود. اینها همان τ های effective هستند.



این نشان می‌دهد وقتی سیستم interacting باشد τ اثرش باید چون ارتفاع باعث شده کوچکتر شود و زمان پاسخ‌دهی را بسته به اندازه τ effective یک τ بیشتر از قبلی است

ثابت زمانی‌های موثر وقتی تعریف می‌شود که سیستم‌ها به صورت non_interacting باشد

τ overal = مجموع τ effective



تفاوت سیستم loading در جواب می‌دهد.

فصل ۵ و ۶ و ۷ مدلسازی سیستم‌های درجه اول بود مباحث مهم دیگر در دوره Sin

مسائل آخر این فصل‌ها را حل کنید

فصل ۱   ۱   (۵و۶و۴ و ۸) فصل ۶   1-8

(۲) فصل ۳   1-3   (۳) فصل ۷   1-3

(۲) فصل ۴   1-2

(۲و۶ و۱۲) فصل ۵   1-8

Subject:
Year. Month. Date. ( )

Chapter 8:

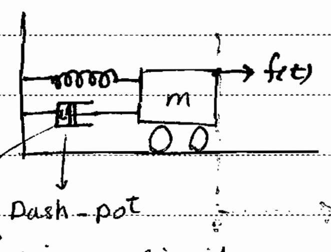
Second order systems:

سیستم های درجه دوم را بررسی می کنیم.

مثال: دستگاه نوسان کننده میرا (damped vibrator) داریم.

وزنی روی یک گاری قرار گرفته توسط فنری که به دیوار وصل شده و یک نوسان گیر داریم و مایع ویسکوز داخل آن قرار گرفته

(مثال مشابه این فنر و کمک فنر ماشین هاست اگر dash-pot نباشد ضربه ای وارد شود بسیار و سیستم ضربه می بینند)



وسیله نقلیه روی سطحی بدون اصطکاک قرار داده شده نیروی f(t) به این دستگاه وارد می شود

سه تا نیرو داریم { نیروی وزن : تاثیر ندارد

اینجا Mom Transf را می خواهیم بررسی کنیم. فقط حرکت را در راستای y قرار دادیم نیروها در جهت y است

راستای y : +
خلاف جهت y : -

$$\Sigma F_y = m a_y$$

$$F(t) - F_{sp} - F_{Dp} = m a_y$$

نیروی فنر $F_{sp} = ky$

$F_{Dp} = \dots$ Dashpot const velocity

Subject:
Year. Month. Date. ( )

سرعت هم تابع مسافت است.

$$f(t) - K_o y - c\, dy/dt = m\frac{d^2y}{dt}$$

پس معادله دیفرانسیل درجه دوم داریم. معادله دیفرانسیل درجه ۲ معادل سیستم درجه ۲ در کنترل است که s^2 ظاهر می‌شود.

$$\boxed{m\frac{d^2y}{dt^2} + c\, dy/dt + k_o y = F(t)}$$

وقتی $c=0$ باشد نوسان کم نداریم اگر چه نیرویی وارد شود تا که نوسان می‌کند پس میزان نوسانات Max است.

در حالت ss اول at $t=0$

$$\begin{cases} F(t)=0 & \text{نیروی خارجی وارد نشده} \\ y_s = 0 & \\ v=0 \quad dy_s/dt = 0 & \text{سرعت} \\ a=0 \quad d^2y_s/dt^2 = 0 & \end{cases}$$

$$\frac{m}{K}\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{c}{K}\frac{dy}{dt} + y = \frac{F(t)}{K}$$

input :

output :

در چنین شرایطی x_s ها و x_s، y_s صفر است

$$\begin{cases} X = x - x_s = x \\ Y = y - y_s = y \end{cases}$$

$$\frac{m}{K}\frac{d^2Y}{dt^2} + \frac{c}{K}\frac{dY}{dt} + Y = X(t)$$

PAPCO

$$\left[\frac{m}{k}\right] = time^2 = \tau^2 \qquad \tau = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{Time const}$$

c بسیار پارامتر مهمی در این sys هاست

$$\frac{c}{k} = 2\zeta\tau \qquad \zeta \propto c$$

از جنس زمان نیست

ثابت c را دیدیم که درون ریشه‌ها کمک می‌کند

یعنی یک ثابت + بدون بعد است. (می‌تواند منفی باشد و صفر) :D

τ هم بعد زمان را نشان می‌دهد

$$\tau^2 \frac{d^2Y}{dt^2} + 2\zeta\tau\frac{dY}{dt} + Y = X(t)$$

if $\zeta = 0$ $c = 0$: NO D p

نوسانات تابع ادامه می‌یابد
یعنی سیستم ناپایدار

$$\tau^2 s^2 Y(s) + 2\zeta\tau s Y(s) + Y(s) = X(s)$$

$$\boxed{\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}} = G(s)$$

function for 2nd order sys

تا τ و ζ مشخص نشود سیستم درجه ۲ مشخص نمی‌شود. دارای ۲ درجه آزادی است. ولی سیستم درجه ۱
با یک درجه آزادی است

Subject:
Year. Month. Date. ( )

بررسی ورودی های مختلف

unit step change (1

$x(t) = u(t)$

$X(s) = 1/s \qquad Y(s) = \dfrac{1/\tau^2}{s\left(s^2 + \frac{2\xi}{\tau}s + 1/\tau^2\right)}$

$(s-s_1)(s-s_2)$

$s_{1,2} = \dfrac{-\xi}{\tau} \pm \dfrac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau}$

فرق این مسئله با فصل 5 : ما ξ ، τ تغییر میدهند

$\xi < 1 \rightarrow$ ریشه موهومی

$\xi = 0 \rightarrow$ دو ریشه مساوی

$\xi > 1 \rightarrow$ دو ریشه حقیقی

$\xi < 1 \qquad s_{1,2} = -\xi/\tau \pm j\dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$

$\xi < 1$ پس سیستم کاملاً stable است

sys under-damped

رفتار که نوسان میکند و آرام آرام از بین میرود

oscillatory sys

تمام سیستم های واقعی چنین رفتاری را دارند.

if $\xi = 1 \qquad s_1 = s_2 = -1/\tau$

میرای بحرانی critical

از لحاظ ریاضی stable ولی ناپایدار است.

if $\xi > 1 \qquad s_{1,2} = -\xi/\tau \pm \sqrt{\xi^2-1}/\tau$

عملاً در سمت راست قرار نمیگیرند

non oscillatn

over-damped sys و هیچ نوسانی ندارد و سرعت کمتری داشته تا به صفر برود

P4PCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

جلسه ۹۸/۸/۱۰

Under damped $\xi < 1$

$$Y(s) = \frac{1/\tau^2}{s(s-s_1)(s-s_2)} \qquad s_{1,2} = \underbrace{\frac{-\xi}{\tau}}_{e \text{ توان}} \pm j \underbrace{\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}}_{\omega_d}$$

درجواب

دیدیم که برای سیستم های درجه ۲ بستگی به میزان نوسانات داشتن ندهد
در اسلاید اگر قرار بود این سیستم ها بررسی شود پاسخ نشان داده شده نیازی به حفظ نیست

$$Y(s) = \frac{1/\tau^2}{s\left(s+\frac{\xi}{\tau}+j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}\right)\left(s+\xi/\tau-j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}\right)}$$

$$= \frac{c_1}{s} + \frac{c_2}{s+\xi/\tau+j\sqrt{1-\xi^2}/\tau} + \frac{c_3}{s+\xi/\tau-j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}}$$

$c_1 e^{-\xi/\tau - j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}}$ $\quad c_2 e^{-\xi/\tau + j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{2}}$

$$Y(t) = c_1 + e^{-\xi/\tau\, t}\left[A \sin\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}t + B\cos\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}t\right]$$

$$Y(t) = 1 - e^{-\xi/\tau\, t}\left[\cos\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}t\right]$$

$$p\cos A + q\sin A = r\sin(A+\phi) \qquad \phi = \tan^{-1}(p/q) \quad r = \sqrt{p^2+q^2}$$

$$\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} = \omega_d \rightarrow \text{damped frequency}$$

if $\xi = 0$ $\quad c = 0$ $\quad$ No dashpot : نوسان آزاد : Natural frequency

$$\omega_n = \frac{\sqrt{1-}}{\tau} = 1/\tau$$

که عامل نوسان میراکن را حذف کردیم

$$\omega_d = \sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n$$

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$Y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi/c\, t} \sin(\omega t + \phi)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$$

پاسخ سیستم exp در sin است.

برای مقادیر مختلف این پاسخ را بررسی می‌کنیم:

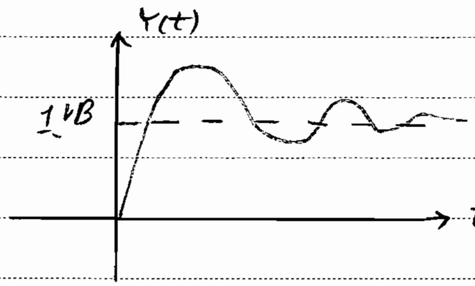
$$\lim_{t \to \infty} Y(t) = 1$$

مقدار نهایی پاسخ به ورودی unitstep

if $X(t) = B u(t)$ $\quad Y(t) = B\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdots\right]$

$$\lim_{t \to \infty} Y(t) = B$$

اکثر سیستم‌های واقعی همچین رفتاری دارند.



سیستم‌های واقعی خصوصاً موجودات هوشمند
درجه ۲ هستند مثل ما انسانها موقع کف زدن :D
استاد دوباره ما را گول زد :D

سیستم‌های مهم در واقعیت جزو دسته‌بندی ۱ و ۲ هستند.

PAPCO

2) Critically damped $\xi = 1$

$s_1 = s_2 = -1/\tau$: two equal Real roots

$$Y(s) = \frac{1/\tau^2}{s(s+1/\tau)^2} = \frac{c_1}{s} + \frac{c_2}{(s+1/\tau)^2} + \frac{c_3}{(s+1/\tau)}$$

$c_1 = 1$, $c_2 = -1/\tau$, $c_3 = -1$ — حساب کنید

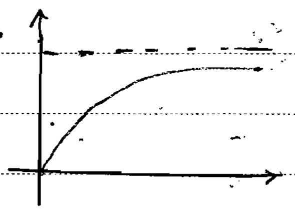
$$\boxed{Y(t) = 1 - (1 + t/\tau)\, e^{-t/\tau}}$$

حفظ

پاسخ یک سیستم درجه دوم در ازای یک ورودی پله واحد

$\lim_{t \to \infty} Y(t) = 1$ $\quad X(t) = B \quad$ $\lim_{t \to \infty} Y(t) = 1$

B or Y



شبیه تابع exp
با توان بیشتر

این سیستم پاسخ نوسانی ندارد اگر کمی بالاتر برویم نوسان می‌کند.
پایین برویم exp می‌شود

بحرانی زیرا این سیستم نه معلوم است نوسانی است نه exp . پس باید از آن دور باشیم.
چرا exp می‌شود؟ چون با داشتن $\xi = 1$ ، ξ را در سیستم حذف کرده‌ایم.

3) over damped $\xi > 1$

اثر نوسان گیر خیلی زیاد می‌شود و سریع حالت نوسانی از بین می‌رود و به صورت exp در می‌آید

$$s_{1,2} = -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\tau}$$: two Real Roots

Subject:

Year. Month. Date. ( )

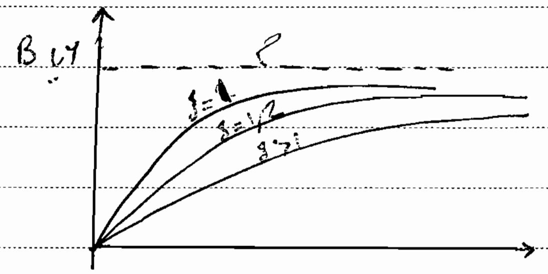
$$Y(s) = \frac{1/\tau^2}{s\left(s + \xi/_2 + \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau}\right)\left(s + \xi/_\tau - \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau}\right)}$$

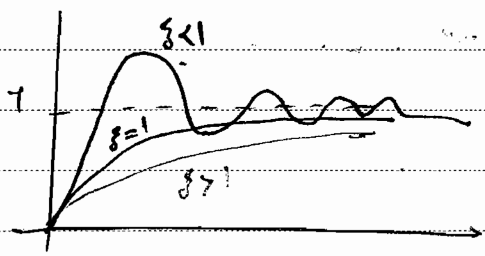
$$\frac{c_1}{s} + \frac{c_2}{\qquad} + \frac{c_3}{\qquad} \; \Big\} ?$$

$$Lap^{-1}: \; Y(t) = c_1 + c_2 e^{\left(-\xi/_\tau - \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau}\right)t} + c_3 e^{\left(-\xi/_\tau + \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau}\right)t}$$

or

$$Y(t) = 1 - e^{-\xi/_\tau t}\left[\cosh \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau} + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}} \sinh \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau} t\right]$$





اگر سیستم به سرعت نوساناتش از بین رود می‌گوییم سیستم دارای ثبات

چون هر وسیله‌ای را که روشن می‌کنیم در ثانیه اول نوسان دارد. روشن کردن لامپ‌ها و ماشین
تکنولوژی بالاتر ← زمان نوسان کمتر می‌شود البته خیلی هم خوب نیست زمان نوسان کوچک
باشد چون حساس‌تر می‌شود و با یک شوک الکتریکی به راحتی خراب می‌شود

Subject:
Year. Month. Date. ( )

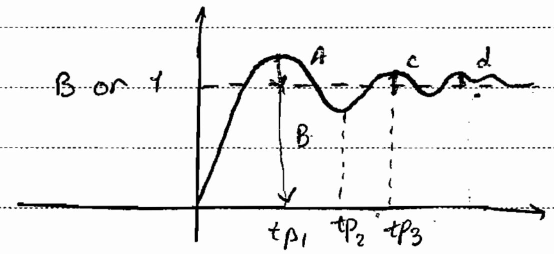
[illegible] ۵ :

مقاله راجع به کنترل و استانداردهای یک صنعت خاص ، برای جلسه بعد بیاورید !

پارامترها
- شیرهای کنترلی
- دماسنج‌ها
- level gage

تعریف برای سیستم under damped ابتدایی :

[illegible]



2nd order $\quad x(t) = B\,u(t)$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \qquad \omega_n = 1/\tau$$

پاسخ مثال $\quad Y(t) = \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}\, e^{-\xi/\tau\, t} \sin(\omega_d + \phi)\right] B$

۲) overshoot:

عبارتست از حداکثر میزان انحراف یک پاسخ سیستم underdamp از مقدار نهایی یک ورودی پله‌ای ، به عبارت دیگر overshoot معیاری است برای نشان دادن حداکثر میزان انحراف سیستم درجه ۲ !

یک جاهایی سیستم Max انحرافش نسبت به B دارد همان پیک اول ؛ A میزان Max انحراف

$$\text{overshoot} = ov.sh = A/B \qquad \text{if} \quad \text{برای } B=1 \quad ov.sh = A$$

به صورت ریاضی هم می‌توان این رابطه را نشان داد برای به دست آوردن آن نقطه می‌توانیم مشتق در Max صفر ! بگیریم

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\frac{dY(t)}{dt} = 0 = 0 - \frac{B}{\sqrt{1-\xi^2}}\left[\frac{-\xi}{\tau} e^{-\xi/\tau\, t} \sin(\omega_d t+\phi) + \omega_d \cos(\omega_d t+\phi)\, e^{-\xi/\tau\, t}\right] = 0$$

$\sin(\omega_d t) = 0 = \sin n\pi$? چرا؟ $\omega_d t = n\pi$

$$\boxed{t_p = \frac{n\pi}{\omega_d}}$$

اولین پیک

$$\omega_d = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} \qquad \boxed{t_p = \frac{\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

$y(t)\big|_{t_{p1}} = A+B$ $\quad A+B$ ✓ $\quad A$ ✓ $\quad \boxed{ov.sh = A/B = \exp\left(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)}$

این عدد باید کم باشد

هرچه A کوچکتر شود به critical damped نزدیک می‌شویم

هرچه A هم نزدیک باشد

سیستم ما بهتر است

ز نظر صنعتی به یک مرتبه اسیلاسیون می‌رسد if $A \simeq 0.2B$ باشد طراحی ما خوب

کوتاه‌تر می‌شود.

2) Decay Ration

میزان با شدت بازگشت پیک‌های متوالی را نشان می‌دهد.

Decay Ration $= \frac{C}{A}$ or C/D or .....

بیشترین تغییر در مقدار پاسخ را پیک اول است

چون بقیه هم اندازه کوچک‌تر مثل این ما نشان دهیم همین را به عنوان پاسخ می‌دهیم

Subject:
Year. Month. Date. ( )

for C:

$$Y(t)\Big|_{t=tp_3} = C + B \longrightarrow C = \checkmark \qquad tp_3 = \frac{3\pi}{\omega_d}$$

$$\boxed{D.R = \exp\left(\frac{-2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) = \left(e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\right)^2}$$

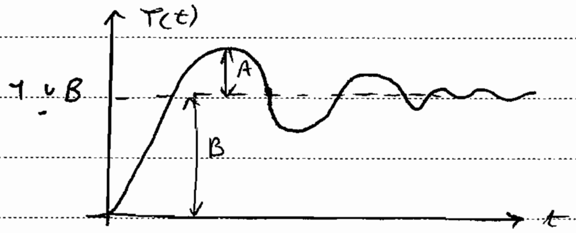
$$D.R = O.v.sh^2$$

معمولاً مقدار D.R حدود 0.25 است

مثل این است که نتایج را در هر دفعه با بیشتر تلقی کنیم.

جلسه ۸۸/۱۱/۱۲

3) Rise_time زمان صعود



زمان صعود زمانی است که پاسخ یک سیستم under damped به مقدار نهایی خود برای اولین بار برسد

یعنی Y(t) و خط B با هم تلاقی پیدا می‌کنند

$$Y(t) = B\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi/_{\tau} t} \sin(\omega_d t + \phi)\right] = B$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\frac{-1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi/\tau \, t} \sin(\omega_d t + \phi) = 0$$

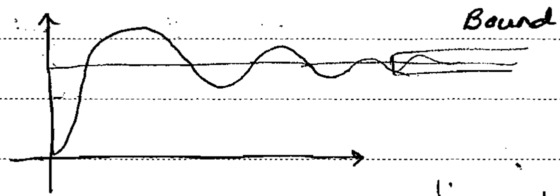
$$\sin(\omega_d t + \phi) = 0 = \sin^{-1} \cancel{n}\pi \qquad \boxed{t = \frac{\pi - \phi}{\omega_d}}$$

$$\omega_d = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} \qquad \tan(\phi) = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$$

4) Response time or selectivity time, t_s

مدت زمانی است که پاسخ کامل سیستم به $\pm 5\%$ مقدار نهایی (B) خود نزدیک بشود.

از لحاظ ریاضی همچنین تابع‌هایی تا زمان بی‌نهایت نوسان پیدا می‌کنند همیشه وجود دارند چون همیشه نوسانی هستند ما آنها را مشاهده نمی‌کنیم



در همه وسایل همچنین چیزی که می‌بینیم تلورانس خطا

دماسنج $\pm 1\,^\circ C$

$$\left.\begin{aligned} Y(t) &= 1.05B \\ Y(t) &= 0.95B \end{aligned}\right\} \Rightarrow t_s \text{ محاسبه می‌شود}$$

تعریف تقریبی $\boxed{t_s = \frac{3\tau}{\xi}}$

برای کنترلر

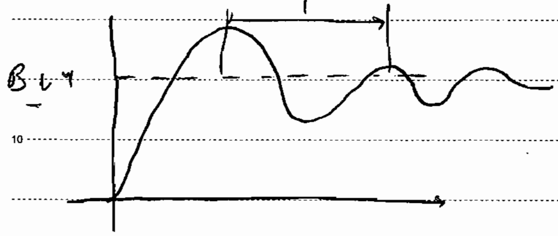
Subject:
Year. Month. Date. ( )

معمولاً نشانهای جدید این محدوده را ±۲٪ تعریف می‌کنند بستگی به اهمیت فرآیند دارد.

5) Period of osillation — دوره نوسانات

$$\omega_d = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} \qquad \boxed{T = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}} \qquad f = 1/T = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{2\pi\tau}$$



فاصله زمانی یک پیک تا پیک بعدی
یا نقطه‌ای تا نقطه مشابه

6) Natural period of osillation

در رابطه‌ای داریم با حذف یا حذف dashpot به نوسان می‌افتد که دوره آن نوسان طبیعی است

$$\text{if } \left(\begin{matrix} \xi = 0 \\ c = 0 \text{ or no dashpot} \end{matrix} \right) \Rightarrow \boxed{T_n = 2\pi\tau}$$

$$f_n = \frac{1}{T_n} = \frac{1}{2\pi\tau}$$

این تعاریف همه باید برای امتحان و ...!

در فصل ۵ سه تا ورودی را بررسی کردیم در اینجا هم این کار را می‌کنیم.

۱- ورودی (unit) را بررسی کردیم که پله پاسخ است حال دو ورودی دیگر را بررسی می‌کنیم.

Impulse _ Response :

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi \tau s + 1}$$

$X(t) = \delta(t)$ $\quad X(s) = 1$!!! حتما لاپلاس impulse یک است ~~1/s~~

$$Y(s) = \frac{1/\tau^2}{\underbrace{s^2 + \frac{2\xi}{\tau} s + 1/\tau^2}_{(s-s_1)(s-s_2)}}$$

$$s_{1,2} = \frac{-\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\tau}$$

if $\xi < 1$: $\quad s_{1,2} = \frac{-\xi}{\tau} \pm j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$ Complex Root

if $\xi = 1$ $\quad s_1 = s_2 = -1/\tau$

if $\xi > 1$ $\quad s_{1,2} = \frac{-\xi}{2} \pm \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{2}$ two Real Root

روش اول: مثل ورودی step پاسخ را جدا جدا بررسی می‌کنیم

روش دوم : استفاده از اطلاعات پاسخ step برای بدست آوردن پاسخ Impulsed

if $x(t) = u(t)$

$$Y(s)\Big|_{step} = \frac{1}{s(\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1)} \qquad s \cdot Y(s)\Big|_{step} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

$$\boxed{Y(s)\Big|_{impulsed} = s \cdot y(s)\Big|_{step}} \qquad Lap^{-1}: \boxed{Y(t)\Big|_{impulse} = \frac{dY}{dt}\Big|_{step}}$$

$$\boxed{Y(t)\Big|_{step} = \int_0^t Y(t)\Big|_{impulse} dt}$$ مهم

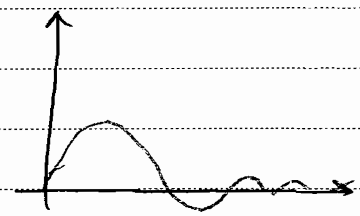
for : $\xi < 1$ under damped

$$Y(t)\Big|_{step} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi/\tau\, t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

$$Y(t)\Big|_{impulse} = \frac{dY}{dt}\Big|_{step} = 0 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \left(\frac{-\xi}{\tau} e^{-\xi/\tau\, t} \sin(\omega_d t + \phi) + \omega_d \cos(\omega_d t + \phi) e^{-\xi/\tau\, t} \right)$$

$$= \frac{1}{\tau\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi/\tau\, t} \sin(\omega_d t)$$

$$\lim_{t \to \infty} Y(t) = 0$$



شکل دمپ شده

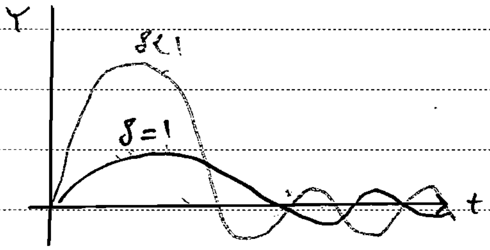
Subject:
Year. Month. Date. ( )

For $\xi = 1$

$$Y(t)\Big|_{step} = 1 - (1 + t/\tau)e^{-t/\tau}$$

$$Y(t)\Big|_{imp} = \frac{dY}{dt}\Big|_{step} = 1/\tau\, e^{-t/\tau} - 1/\tau\, e^{-t/\tau} + t/\tau^2\, e^{-t/\tau} = t/\tau^2\, e^{-t/\tau}$$

$$\lim_{t\to\infty} Y(t) \to 0$$



For $\xi > 1$

$$Y(t)\Big|_{step} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - 1}}\, e^{-\xi/\tau\, t}\, \sinh\left(\frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau}t + \phi\right)$$

$$Y(t)\Big|_{imp} = \frac{dY}{dt}\Big|_{step} = \frac{1}{\tau\sqrt{\xi^2-1}}\, e^{-\xi/\tau\, t} \cdot \sinh\left(\frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau}t\right)$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

Sine _ Response

حال ورودی سینوسی را بررسی می‌کنیم.

بازم این فصل یکی از مهمترین ورودی‌هاست.

سوال ساده ← ورودی پله

سوال مخصوص ← ورودی سینوسی اشکال بر فصل ... هم همین طور

$$x(t) = A \sin \omega t$$

مهم: ω را با پی اشتباه نگیرید!!

A: دامنه ورودی Sin

$$X(s) = \frac{A\omega^2}{s^2+\omega^2} \qquad Y(s) = \frac{A\omega^2/\tau^2}{\underbrace{(s^2+\omega^2)(s^2+2s/\tau+1/\tau^2)}_{(s-s_1)(s-s_2)}}$$

$$s_{1,2} = \frac{-\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau}$$

$$\begin{cases} \xi < 1 \\ \xi = 1 \\ \xi > 1 \end{cases}$$

به صورت جداگانه این سه حالت را داریم

فقط حل کنیم و نکته جالبی بدهیم

$$Y(s) = \frac{c_1 s + c_2}{s^2+\omega^2} + \frac{c_3}{s-s_1} + \frac{c_4}{s-s_2}$$

ضرایب را برای هر سه حالت می‌توانیم حساب کنیم

for $\xi < 1$: under damped :

$$s_{1,2} = \frac{-\xi}{2} \pm j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} \qquad y(t) = c_1 \cos \omega t + \frac{c_2}{\omega} \ldots$$

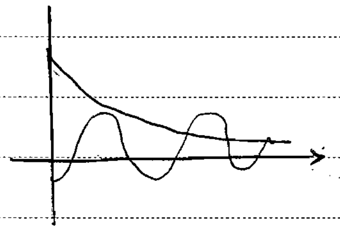
صفحه بعد ←

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$Y(t) = \underbrace{C_1 \cos\omega t + \frac{C_2}{\omega} \sin\omega t}_{\text{مربوط به ورودی } A\sin\omega t} + \underbrace{e^{-\xi/\tau\, t}\left[A \sin\omega_d t + B \cos\omega_d t\right]}_{\text{مربوط به ریشه های } \xi_1 , \xi_2}$$

همه جا ω با یک ظاهر شده



مهم این است که اگر قضیه است پس ترم اول که e است از بین میرود

$$\underset{t\to\infty}{Y(t)} = C_1 \cos\omega t + \frac{C_2}{\omega} \sin\omega t$$

پس ω در پاسخ نهایی تاثیری ندارد.

تاثیر اصلی ورودی روی S سیستم میگذارد نه مثال درجه دوم، سیستم درجه دوم فقط تاثیرش را در مقدار C_1 و C_2 میگذارد

$$C_1 = \frac{A\omega/\tau^2}{(2j\omega)\left(-\omega^2 + \frac{2\xi}{\tau} j\omega + 1/\tau^2\right)}$$

$$C_2 = \frac{A\omega/\tau^2}{-2j\omega\left(-\omega^2 - \frac{2\xi}{\tau} j\omega + 1/\tau^2\right)}$$

$$\boxed{Y(t) = \frac{A}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\tau\omega)^2}} \sin(\omega t + \phi)}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{-2\xi\tau\omega}{1-\tau^2\omega^2}\right)$$

تیم را در صحن درون بنویسیم

PAPCO

۳- پاسخ سینوسی سیستم درجه دوم مثل فصل ۶ :

۱) ورودی مانند تابع بصورت سینوسی با فرکانس ω است
خروجی هم " " " " ω است با تغییر فاز

۲)

$$AR = \frac{\text{دامنه خروجی}}{\text{دامنه ورودی}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2+(2\xi\tau\omega)^2}}$$

یادتان باشد AR ها لزوماً بصورت کسری هستند و جزئی مورد.

۳) برای سیستم های درجه اول $AR < 1$ همواره ولی برای سیستم های درجه دوم
$$\left\{\begin{array}{l} AR>1 \\ AR=1 \\ AR<1 \end{array}\right.$$

$AR<1$ هم، سیگنال در حال تضعیف شدن

$AR>1$ سیگنال در حال تقویت شدن amplify

تمام وسایل صوتی دارای amplifier هستند که طول موج بزرگتر تولید می‌کنند

$AR=1$ سیستم خنثی است

طول موج خروجی = طول موج ورودی

۳) سیستم درجه دوم هم دارای اختلاف فاز است.

max اختلاف فاز برای سیستم درجه اول 90°

$$\phi\Big|_{max}^{first\ order} = -90° \text{ or } -\pi/2$$

$$\phi\Big|_{max}^{second\ order} = -180° \quad -\pi$$

جلسه ۸۸/۸/۱۷

۱-۲ 170 / 171

Dead time

or

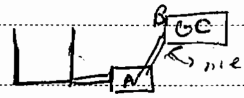
Transportation Lag_time

or

Distance/velocity Lag_time

زمان مرده یا زمان تأخیر

در جاهایی که با انتقال سیال سر و کار داریم زمان مرده داریم



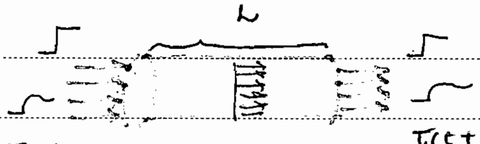
در فرآیندهایی که برای اندازه‌گیری غلظت خروجی هر چند دقیقه یک بار آن را می‌سنجند ولی این زمان، زمان طولانی است

پس باید فاصله خروجی مخزن و دستگاه GC هر چه کمتر باشد چون فرآیند ممکن است خطرناک و یا طولانی باشد

و نزدیک بستن بار آن خیلی ممکن نباشد

زمانی که سیال از A به B می‌رسد: زمان مرده.

مثال: سیال در جریان plug flow به طور کامل ممکن نیست چون ایده‌آل است



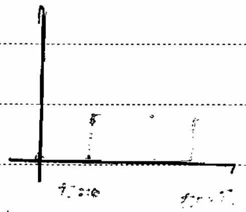
برای نزدیک شدن به آن:
۱- قطر لوله را تا جایی که ممکن است کاهش بدهیم
۲- سرعت سیال را زیاد کنیم
۳- لوله از نظر صاف و صیقلی باشد.

ولی در سرعت‌ها نمی‌توان سرعت را بالا برد و سیال باید قطر و قطر آن بشود پس از روش‌های ۱ و ۳ می‌توان استفاده کرد. هر چه سیال دیرتر حرکت کند رفتار به plug نزدیک‌تر می‌شود (کاهش ویسکوزیته سیال)

ص ۱۳۱ τ

Subject:

Year. Month. Date. ( )



طول $\uparrow \rightarrow$ زمان ورود $\uparrow$

ماسبق $\nearrow$

$$\tau = \tau_d = \frac{\text{volume of pipe}}{\text{volumetric flow}} = \frac{A\cdot L}{u\cdot A} = \frac{L}{u}$$

$$y(t) = x(t-\tau)$$
$$x(t) = y(t+\tau)$$

حال مراحل را طی میکنیم

1) $y(t) = x(t-\tau)$ or $x(t) = y(t+\tau)$

2) SS: $y_s = x_s$

3) $\underbrace{y - y_s}_{Y(t)} = \underbrace{x(t-\tau) - x_s}_{X(t-\tau)}$

4) $Y(t) = X(t-\tau)$

Lap: $Y(s) = e^{-\tau s} X(s)$

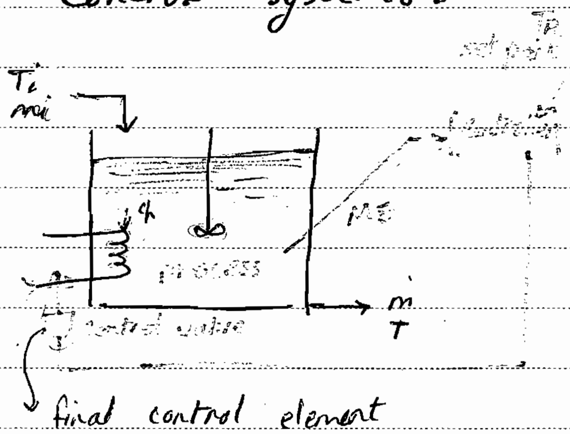
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = e^{-\tau s} = G(s)$$

P4PCO

در امتحان میان‌ترم یک پارامتر متغیر داریم { دما / ارتفاع / غلظت

Chapter 9:

Control systems:



دمای یک سیال را مثل فصل اول بررسی می‌کنیم.

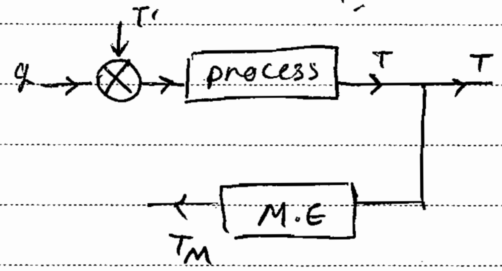
هدف کنترل دمای این ظرف
از یک ترموکوپل برای فرستادن سیگنال به کنترلر استفاده می‌کنیم.

اجزای اصلی هر سیستم کنترلی عبارتند از:

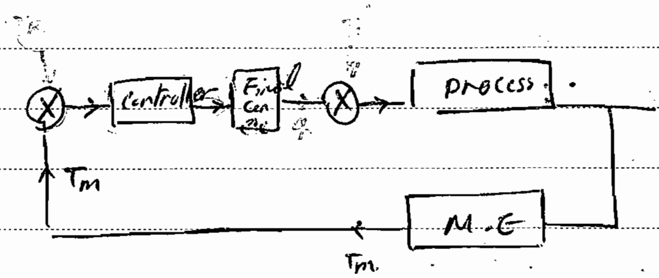
1) process یا فرآیند
2) Measuring element, ME
3) Controller: مغز سیستم
4) Final control element

Cascade control system

اگر سیستم کنترلی ما چند تا متغیر داشت مثلاً دما و ارتفاع دو تا control value می‌خواهیم



Subject:
Year. Month. Date. ( )



تشخیص دهید در sum junction کدام را مجبور کرده سلام را نقش فکر دهید } q روی loop اصلی
T_i روی loop اصلی نیست

* q و T_i چه هستند؟

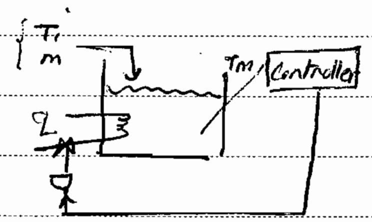
PAPCO

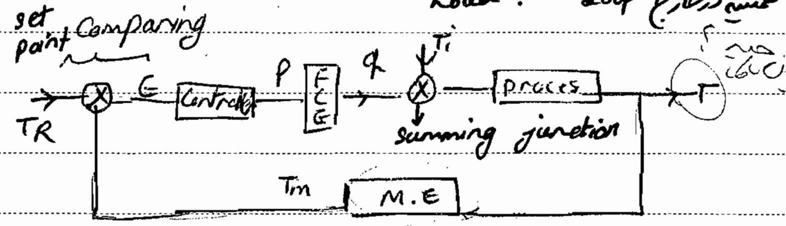
Subject:
Year. Month. Date. ( )

TR همان Tset point است؟

۸۷/۸/۱۹

Load : هستند در خارج loop





اگر sys یک سیستم برگشتی داشته باشد ورودی آن M.E باشد ورودی loop اصلی باشد

به این سیستم های کنترلی Feedback یا closed loop control sys گویند. Feedback بر ۲

صورت است { negative / positive

negative feed back control sys

اگر ورودی M.E بصورت منفی وارد sumjunction شود؟

$\mathcal{E} = T_R - T_m$

این همان خطا است. برای مثال ما می‌خواهیم 80 درجه باشیم

دمای تانک 30 است 80-30=50 می‌شود مقداری که باید شیر بسته شود یا باز گردد یا بسته

و یا باز گردد.

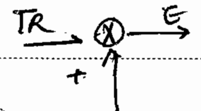
خطا همیشه با مقایسه علامت منفی به دست می‌آید تمام سیستم‌های کنترلی در سیستم‌ها بر اساس اختلاف با مقایسه است

Positive

$\mathcal{E} = T_R + T_m$

setpoint = 80
دمای تانک = 30
110

اگر بالا رفته هیچ موقع به پایداری نمی‌رسد.



سیستم positive هم [illegible]

* در امتحان سؤال داند: حتماً negative است، اگر نگوید + است.

یک loop اصلی ممکن است کلی loop میانی داشته باشد. هدف اصلی کار ما این است که برای M.E و Controller و Final control element تابع انتقال آنها را بدهیم.

تابع‌های انتقال را می‌شناسیم (درجه اول، درجه دوم)

اگر M.E سریع باشد تابع انتقال $\frac{1}{\tau s+1}$

1) Transform function for process:

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_{Gen} - E_{cons} = \frac{dE}{dt}$$

sys را مشخص کن در امتحان

این چیه؟!

$$\underset{\text{input}}{q} + \underset{\text{input}}{\dot{m}c(T_i - T_{ref})} - \underset{\text{output}}{\dot{m}c(T - T_{ref})} = \frac{d(mcT)}{dt} = mc\frac{dT}{dt} \qquad (I)$$

معمولاً یک Tref انتخاب می‌کنیم. Tref می‌تواند هر چیزی باشد.

[illegible]

$$\text{at ss:} \quad q_s + \dot{m}c(T_{is} - T_{ref}) - \dot{m}c(T_s - T_{ref}) = mc\frac{dT_s}{dt} \qquad II$$

$$① - ② \quad (q - q_s) + \dot{m}c(T_i - T_{is}) - \dot{m}c(T - T_s) = mc\frac{d(T - T_s)}{dt}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$DV \begin{cases} Q = q - q_s \\ T_i' = T_i - T_{is} \\ T' = T - T_s \end{cases} \Rightarrow$$ حالت گذرا

$$Q(t) + \dot{m}cT_i' - \dot{m}cT' = mc\frac{dT'}{dt} \qquad \div \dot{m}c$$

$$\frac{Q(t)}{\dot{m}c} + T_i' - T' = \underbrace{\frac{m}{\dot{m}}}_{\tau}\frac{dT'}{dt} \qquad \left[\frac{m}{\dot{m}}\right] = \text{time} \qquad \frac{m}{\dot{m}} = \tau$$

$$\text{Lap:} \quad \frac{Q(s)}{\dot{m}c} + T_i'(s) - T'(s) = \tau s T'(s)$$

$\tau = \tau_p$ ثابت زمانی!؟

$$i \qquad T'(s) = \frac{Q(s)/\dot{m}c}{\tau s + 1} + \frac{T_i'(s)}{\tau s + 1}$$

summing junction

$T'(s)$ را به صورت های مختلف می توان مرتب کرد:

$$ii \qquad T'(s) = \frac{1/\dot{m}c}{\tau s + 1}\left[Q(s) + \dot{m}c\,T_i'(s)\right]$$

$$Y'(s) = \frac{1}{\tau s + 1}\left[\frac{Q(s)}{\dot{m}c} + T_i'(s)\right]$$

در فصل ۵ داشتیم: نوشتن block diagram براساس معادله

$$X(s) \rightarrow \boxed{G(s)} \rightarrow Y(s)$$

Transfer function داخل box است

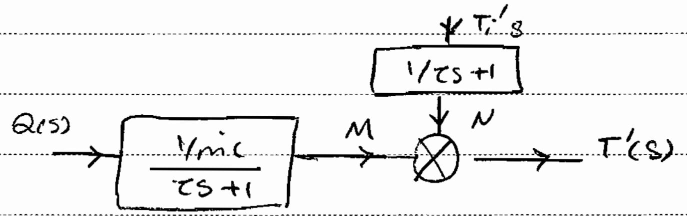
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s)$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

i) $T'(s) = \dfrac{Q(s)/mc}{\tau s+1} + \dfrac{T_i'(s)}{\tau s+1}$

حالا این را رسم کنیم :

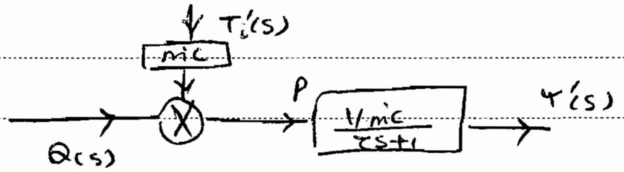


باید loopها را طوری بنویسیم که تعداد boxهای روی main loop بیشترین تعداد

box روی loop اصلی باشد از نظر ریاضی مشکلی ندارد ولی مهندسی چرا

پس این حالت مناسب نیست

ii) $T'(s) = \dfrac{1/mc}{\tau s+1}\left[Q(s) + mc\,T_i'(s)\right]$

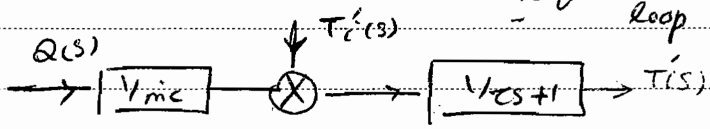


لزوماً حالت دوم بهتر است

iii)

حالت سوم T_i' همان شکل باقی می‌ماند

box اضافی روی main loop می‌آید



PaPCO

2) Measuring Element:

$$G(s) = \frac{1}{\tau_m s + 1}$$

ترموکوپل ها در مقایسه با دماسنج ها τ_m کوچکتری دارند.

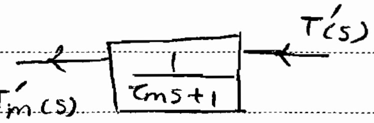
τ_m چی هست اصلا؟!

$$\tau_{m,T} \ll \tau_{m,Hg}$$

روی مسیر برگشتی توابع انتقال را با H نشان میدهند

در مسیر برگشتی

$$H(s) = \frac{1}{\tau_m s + 1} = \frac{T'_m(s)}{T'(s)}$$



3) Controller

Proportional Controller

پاسخ خروجی از کنترلر متناسب با خطا است.

خروجی کنترلر { آنی
فشار باد ← در صورتی که بادی باشد

پاسخ خروجی از کنترلر $P \propto \varepsilon$ خطا

$$P = K_c \varepsilon + A$$

K_c: ضریب تناسب — sensitivity
$\begin{cases} K_c \uparrow \Rightarrow \text{سریع پاسخ میدهد} \\ K_c \downarrow \Rightarrow \text{دیر پاسخ میدهد} \end{cases}$

مهم: $K_c \neq 0$

$K_c = 0$ کنترلر نداریم تنظیم دستی است.

at ss $P_s = 0 + A \qquad A = P_s$

$\varepsilon = 0$

$$\boxed{p = K_c \varepsilon + P_s}$$ تابع کنترلر تناسبی

دما فشار

$$\varepsilon(t) = \varepsilon - \varepsilon_s$$

$$p - P_s = K_c \, \varepsilon(t)$$

$$p(t) = K_c \, E(t)$$

$$\boxed{\frac{P(s)}{E(s)} = K_c} = G_c$$ تابع انتقال کنترلر را با این نشان می‌دهیم

$$\varepsilon(s) \longrightarrow \boxed{K_c} \longrightarrow P(s)$$

4) Final control element

اکثر سیستم‌های کنترلی در واقع ... سیستم‌های ساده‌ای که تابع انتقال درجه یک دارند
سیستم‌های پیچیده یا سیستم‌هایی که رفتارهای نوسانی برای مثال دارند تابع انتقال درجه ۲ دارند
بین ۱ و ۲ هم تابع انتقال داریم
خطی ساده هم عدد ثابت

$$\boxed{G(s) = \frac{K_v}{\tau_v s + 1}}$$

τ_v: time const for valve
K_v: Constant coefficient for control valve

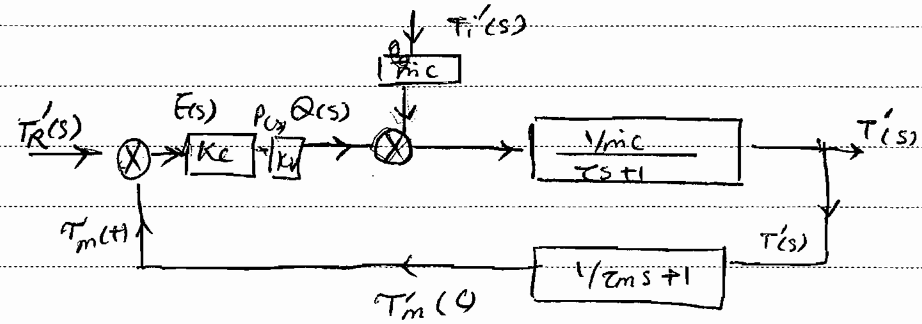
هر شیر کنترلی به طور عمومی درجه ۲ یا پاسخ دارویش دارد.
شیرهای کنترلی امروزه به ثابت زمانی کوچکی دارند (0.15) تنظیم می‌شوند در طراحی از آن نتوان

صرف‌نظر بررسی

$G(s) \approx K_v$

$P_s \longrightarrow \boxed{K_v} \longrightarrow Q(s)$

از Q(s) شروع کردیم به Q(s) رسیدیم پس سیستم بسته باشد.



Subject:
Year. Month. Date. ( )

Chapter 10 ۸۹/۸/۲۶ جلسه

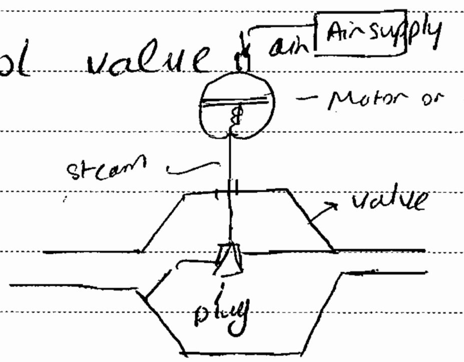
Controller { Pneumatic Controller 1950 _ 1960
Electronic controller 1960 _ 1980
Computer_ base instrument 1980 _ Now

Pneumatic :
بر اساس فشار باد کار می‌کنند در سال‌های اولیه از نظر ابعادی بسیار بزرگ هستند. مزیت این هست که این کنترلرها با فشار باد کار می‌کنند چون تولید جرقه الکتریکی نمی‌کنند برای جاهایی که احتمال انفجار دارند و آتش‌سوزی خطرناک نیستند. این کنترلرها الآن هم در صنعت استفاده می‌شوند ولی الآن خیلی کوچک هستند. مشکل صدا داریم

electronic ;
ابعاد به مراتب کوچکتر از Pneumatic است. ایراد آنها این بود که تولید جرقه الکتریکی می‌کردند. با این حال الآن هم از این کنترلرها استفاده می‌شود که ابعادش هم خیلی کوچکتر از اوایل آنهاست. نوع جدیدتر آن هم درست کردند که ضد انفجار نوع محفظه‌ای هست دارد

Compute_based :
خود instrument هوشمند است یعنی تولید هم کارهای دیگر loop کنترلی را قابل برنامه‌ریزی باشد باشند. برای سیستم‌های ساده بیشتر استفاده می‌شود.
جاهایی که تعداد دستگاه‌ها زیاد است از نوع بالا استفاده می‌شود

Control value



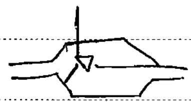
از چه قسمت تشکیل شده :
۱) دهانه سر valve
۲) داخل آن یک plug دارد
۳) میله‌ای که plug را به موتور valve وصل می‌کند
Ax....?

به معنی که فشار از بالا بیاید plug پایین می‌آید و سیال جاری می‌شود

در این نوع شیرها که در اثر فشار باز می‌شوند pressure to open می‌گویند
Air To open

3 psig ← شیر کاملا بسته
Fully open ← 15 psig

اگر برعکس باشد وقتی فشار وارد می‌شود کاملا باز است و در اثر فشار بسته می‌شود

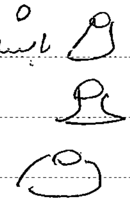


فشار که به قسمت Axiator وارد می‌شود باعث باز و بسته شدن شیر می‌شود

اگر به جای هوا جریان الکتریکی به Actuator بدهیم جریان بین 4-20 mA باید باشد
Fully closed   Fully open

تمام شیرهای این نوع هستند

انواع plug:

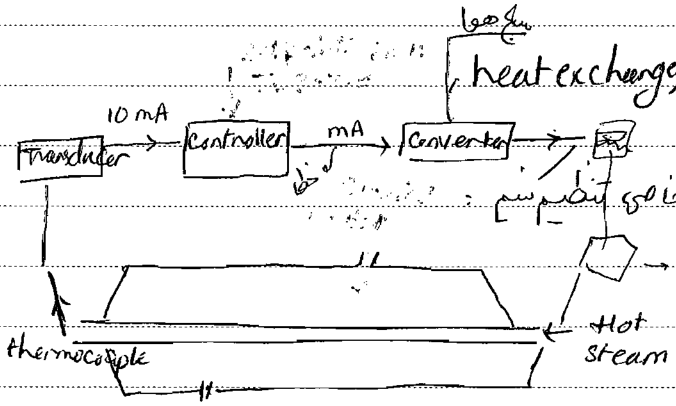
اگر plug  باشد ← رابطه خطی با فشار دارد (رابطه خطی)

← رابطه exp دارد

← سهموی

صفحه نازک ← مقاومت صفر ← on_off باعث باز و بسته شدن می‌شود

مثال: کاربرد Control value در heat exchanger



می‌خواهیم دمای خروجی سیال را در یک دمای خاص تنظیم کنیم:

شیر بادی P-T-O

سیال داغ داریم و می‌خواهیم دمای آن به مقدار مطلوب برسد.

یک ترموکوپل در خروجی قرار می‌دهیم

ترموکوپل دما را احساس می‌کند تا آن را به سیگنال الکتریکی تبدیل کنیم (بین 20, 4 mA) پس دمای خوانده شده را وارد Transducer می‌کنیم

Subject:
Year. Month. Date. ( )

Transducer انواع مختلفی دارد ورودی هم می‌تواند باشد ولی خروجی سیگنال الکتریکی است

Transducer ها اکثرا روی خود وسایل M.E ها نصب شده (معمولا) بود

فرض کنید دمای 60c می‌خوانیم و می‌خواهیم به 80c برسد. ترموکوپل برد دمایی را مثلا 0c-100c بین
Transducer باید بین چهار بین صفر و 100 تقسیم کند بین عدد دمای معادل یک میلی آمپر
هر چه بیشتر تقسیم میلی آمپر بیشتر شود حساسیت بالا می‌رود کوچکترین تغییری در دما را Transducer
حس می‌کند. هر تغییری که ایجاد شد ... استفاده می‌شود ورودی کنترلر می‌شود.

60c را ترموکوپل تبدیل به یک میلی آمپر می‌کند و گزارش می‌دهد مثلا 10 تا و setpoint مقدار 6mA است
حال خطا را حساب می‌کند حال میلی آمپر را باید به فشار تبدیل کنیم (اگر نوع الکترونیکی باشد مستقیم
میلی آمپر را به شیر می‌دهیم) در اینجا از converter (آی پی یعنی آی به پی، آی به فشار) استفاده می‌کنیم که سیگنال الکتریکی را تبدیل به
فشار می‌کند

دو وسیله به loop میلی اضافه شد، Transducer اولی روی ترموکوپل وصل است
Converter روی شیر وصل
اگر شیر از نوع برقی باشد نیاز نداریم

ح: ثابت زمانی شیرهای کنترلی

$$\frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{K_v}{\tau_v s+1} \qquad \frac{Q(s)}{I(s)} = \frac{K_v}{\tau_v + s}$$

$\tau_v \ll$ small $\Rightarrow$ $Q(s) \simeq 0$ control value gain

تابع انتقال شیرهای کنترلی معمولا مرتبه اول است ولی چون ثابت زمانی کوچک است می‌توان از آن صرف‌نظر کرد

مشعل‌هایی که الان در بازار است به جای اینکه شیر را تغییر دهیم می‌توانیم آن را به الکترونیکی
تبدیل کنیم را برمی‌گیرند

Subject:
Year. Month. Date. ( )

انحراف پیشی (overshoot) :

در لایه کاربرد ۰ تا ۱۵ اورشوت خواهیم ‌داشت نمی‌شود خیلی بزرگ شود

در طراحی باید در نظر بگیریم :

۱) خطا : خطای دقیق محدود باید خطا کم برود ، ۲) سرعت ۳) کنترل ← پایدار

خود دستگاه نیاز دارد به آورشوت و نوسان کنترلی

۴ نوع Controller داریم :

1) Proportional Controller (تناسبی)

P const

P پاسخ خروجی کنترلر تولید فشار سیگنال $\propto \varepsilon$

$$P = K_c\varepsilon + P_s$$

$$P - P_s = K_c\varepsilon \qquad \varepsilon = \text{—}$$

$$P(t) = K_c\,\varepsilon(t) \qquad P(s) = K_c\,\varepsilon(s)$$

$$\boxed{\frac{P(s)}{\varepsilon(s)} = K_c} \rightarrow \text{gain or sensitivity}$$

$\varepsilon(s) \rightarrow \boxed{K_c} \rightarrow P(s)$

$\uparrow K_c \rightarrow$ حساسیت بالا می‌رود

باید محدوده K_c را تعیین کرد

در صنعت شاید K_c را روی دستگاه نبینیم بلکه ... را می‌بینیم

$$\%P.b = \frac{\text{تغییرات خطا یا تغییرات متغیر اندازه گیری شده}}{\text{محدوده‌ای که دستگاه کنترلی عمل تنظیم کنترلی را انجام می‌دهد}} \times 100\%$$

if Pb زیاد باشد ← سیستم پایدار و کند ← همان تلورانس محدود خطا است

مثال : دما سنج $\pm 1^\circ C$ یعنی $1^\circ C$ خطا دارد. 20 را می‌خواهیم دما $20^\circ C$ $\nearrow 21^\circ C$ $\searrow 19^\circ C$ بین اینها است

یک band درست کردیم که هر عددی که بین آنها خواندیم درست است.

21 – 19

اگر band را صفر بنامیم ← 20 دما که خوانده شود دستگاه هی on و off می‌شود

و سیستم بسیار حساس می‌شود ($\uparrow$band ← $\uparrow$خطا ، $\downarrow$band ← خرابی دستگاه)

PaPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مثال: یک کنترلر تناسبی از نوع بادی برای کنترل دما در رنج 100-60 درجه سانتیگراد (دماسنجی که دارد منطبق بین 60 تا 100 را اندازه می‌گیرد) کنترلر را طوری تنظیم می‌کنیم که در خروجی فشار 3-15psig مقادیر 71-75 را اندازه بگیرد.

Proportional Band ، gain آن را به دست بیاورید.

71

73 — نقطه ست پوینت : 4

75 — $°C \pm 2$

$$P.b = \frac{75-71}{100-60} = 4/40 = 0.1 \Rightarrow 10\%$$

نسبت به $40°C$ که دستگاه اندازه می‌گیرد 10% خطا داریم.

$$gain = K_c = \frac{P(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{P-P_s}{\varepsilon-\varepsilon_s} = \frac{\Delta P}{\Delta \varepsilon} = \frac{15-3}{75-71} = 12/4 = 3 \; psi/°C$$

با فرض اینکه gain از 3 به 0.6 psi/°C تبدیل شود مقدار Proportional band را به دست بیاورید.

$$gain = \frac{\Delta P}{\Delta \varepsilon}$$ → تغییرات فشار خروجی است

$0.6 = 12/\Delta\varepsilon \qquad \Delta\varepsilon = 12/0.6 = 20°C \qquad Tol = \pm 20$

$$Pb = \frac{\Delta\varepsilon}{100-60} = \frac{20}{40} = 0.5 \text{ or } 50\%$$

Proportional band , gain نسبت عکس دارند

* [illegible]

پس باید gain را حتی‌الامکان بالا نگه داشت.

PaPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر خروجی ورودی e controller برعکس باشد

$PB = 1/gain$

۸۸/۹/۱ جلسه

2) Proportional _ Integraller

PI - controller

پاسخ خروجی از Controller متناسب با مجموع خطا و انتگرال آن است.

$$\boxed{P = P_s + K_c \varepsilon + \frac{K_c}{\tau_I} \int_0^t \varepsilon \, dt}$$

τ_I: ثابت زمانی انتگرال ، K_c: مقدار ثابت

چون قسمت انتگرالی در این Controller ها باعث می‌شود که همیشه به مقدار set point می‌رسیم به عبارتی خطای نهایی همواره صفر است . در مقایسه با کنترلر تناسبی کنترلر است ولی نوسان دارد.

$$P - P_s = K_c \varepsilon + \int_0^t \varepsilon \, dt$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon - \varepsilon_s$$

$$P(t) = K_c \varepsilon(t) + \frac{K_c}{\tau_I} \int_0^t \varepsilon \, dt$$

در کنترلرها همیشه خطای ε_s است

$$K_c \varepsilon(s) + \frac{K_c}{\tau_I} \frac{\varepsilon(s)}{s}$$

$$\frac{P(s)}{\varepsilon(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right) = G_c$$

** تابع انتقال کنترلها را باید کاملاً شناسید در امتحان جا می‌دهند.

۱ـ این نوع کنترلها به علت وجود ترم انتگرال خطای همیشه آن صفر است.
۲ـ " " " می‌توانند به عنوان Integral Controller هم استفاده بشوند.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

یک ورودی پله اگر ε ــــ پاسخ را بدست آوریم

$\varepsilon(s) = 1/s$

$P(s) = \frac{K_c}{s}\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)$

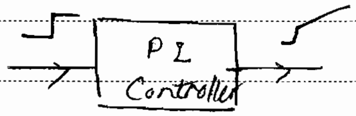
$P(s) = \frac{K_c}{s} + \frac{K_c}{\tau_I s^2}$

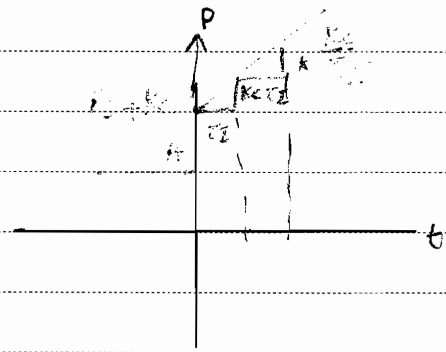
$P(t)$ ✓

$\frac{K_c}{\tau_I}(1/s^2)$

روش دیگر ، $P = P_s + K_c \cdot 1 + \frac{K_c}{\tau_I}\int^t 1\,dt$

$$P = P_s + K_c + \frac{K_c}{\tau_I}\,t$$





PI به ازای یک ورودی step پاسخ خطی می‌دهد

در ثابت لحظه‌ای که input وارد می‌شود از
A یک پرش داریم ... $P_s + K_c$ پیدا می‌کند.

در هر τ_I شیب پاسخ به اندازه‌ی K_c زیاد می‌شود

τ_I : مدت زمان پاسخ در قسمت انتگرال controller ?

τ_s ، $1/\tau_I$: Reset Rate ، سرعت تصحیح

سرعت تصحیح خطا پاسخ به ما نشان می‌دهد هر چه rest Rate↑ ← سرعت از بین رفتن خطا ↑

$\tau_I \propto 1/\tau_s$

اگر τ_I زیاد شود reset rate کاهش پیدا می‌کند $\tau_I \uparrow \rightarrow$ reset rate↓

if $\tau_I \rightarrow$. Reset Rate $\uparrow \rightarrow \infty$

کوچکترین تغییر در پاسخ sys ، sys . rest می‌شود منفی و ... (تا زمانی که ...) ...

Subject:
Year. Month. Date. ( )

هیچ کدام از این دو حالت خوب نیست باید یک بازه مناسب برای آن تعریف شود. $0.1 < \tau_I < 500$

* پاسخ sys تا جایی ادامه پیدا می‌کند که خطا صفر شود و ss شود که سیستم پایدار می‌شود

3) Proportional deviatiue controllers (

PD controller

در صنعت این کنترلرها استفاده نمی‌شود در کارهای تحقیقاتی استفاده می‌شود به جز بعضی پارامترها مثل
بعضی سیستم‌های هواپیما

از این نوع کنترلرها به عنوان پیش پاسخ استفاده می‌شود.
به اینها کنترلرهای پیشدستی یا پیش گویی کننده می‌گویند

در این نوع کنترلرها پاسخ سریعتر از ورودی اعمال می‌شود (پیش گویی می‌شود)
در صنعت هوا و فضا به منظور پیش گویی ورودی‌های ناخواسته استفاده می‌شود.

در این c پاسخ متناسب با خطا و مشتق آن است
این نوع کنترلرها برای کوچکترین ورودی رفتار بسیار عصبی از خودشان نشان می‌دهد

$$P = P_s + K_c \varepsilon + K_c \tau_D \frac{d\varepsilon}{dt}$$

τ_D: ثابت زمانی قسمت مشتق سیستم
Derivative time const

$$P - P_s = K_c \varepsilon \cancel{dt} + K_c \tau_D \, d\varepsilon/dt$$

$$P(t) = K_c \varepsilon(t) + K_c \tau_D \, d\varepsilon/dt$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

Lap : $P(s) = K_c\,\mathcal{E}(s) + K_c\tau_D\, s\,\mathcal{E}(s)$

$$\boxed{\frac{P(s)}{\mathcal{E}(s)} = K_c(1+\tau_D s)}$$ ← تابع انتقال کنترلر PD

جزء محدود کنترلهای است که تابع انتقال به صورت کسر نیست

خطی شده ... فصل ۷ درس داده شده

$\frac{\text{دامنه خروجی}}{\text{دامنه ورودی}} = \rightarrow$ خطی می‌شود، کسر نیست

اگر ϕ را بدست بیاوریم:

$\phi > 0$

$\Rightarrow$ phase lead

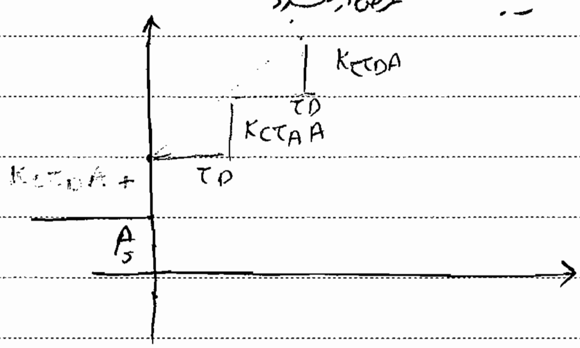
بررسی ورودی step:

$AK_c/s + AK_c\tau_D$

$\mathcal{E}(t) = At$

$P = P_s + K_cAt + K_c\tau_D A \quad K_cA + P$

$$P = \underbrace{P_s + K_c\tau_D A}_{\text{عرض از مبدا}} + \underbrace{K_c}_{\text{شیب}}At$$



$K_c\tau A$ بعد از زمان τ_D

این نوع کنترلر را به تنهایی نمی‌شه استفاده کرد.

PaPCO

4) Proportional Integral Deviative Controller

PID Controller

$$P = P_s + K_c \varepsilon + \frac{K_c}{\tau_I}\int_0^t \varepsilon\, dt + K_c \tau_D \frac{d\varepsilon}{dt}$$

سه پارامتر را باید به درستی تنظیم شود $\left\{ K_c, \tau_I, \tau_D \right.$ درجه آزادی این کنترلر ۳ است

به عبارتی تا این ۳ تا تعریف نشود نمی‌توانیم دستگاه را راه اندازی کنیم در فصل ۱۸ نحوه محاسبه آن را میخوانیم

$$\boxed{\frac{P(s)}{E(s)} = K_c\left(1 + \tau_D s + \frac{1}{\tau_I s}\right)} \Rightarrow$$

سه تا کنترلر با خواص پاسخ‌هایشان
با ربط به سرعت دارد

هم خاصیت کنترلر PI را دارد و با توجه به اینکه ترم مشتق دارد سرعت رسیدن به پاسخ نهایی
خیلی کمتر از PI است

زمان پاسخ ↓

قیمت کنترلر PID > کنترلر PI > کنترلر P

↓

صنایع حساس { هسته ای، هوا و فضا، شیمیایی که دستگاه گران قیمت دارد

مثل صنایع پلیمری چون اگر خوب کنترل نشود ممکن است مسیر خود را ببندند

اگر یک کنترلر تناسبی داشته باشیم که $K_c \to \infty$ (یعنی gain بزرگ داشته باشد) کوچکترین تغییر در پاسخ تاثیر می‌گذارد ⇐ این کنترلر تناسبی به کنترلر on & off تبدیل شده

$$\rightarrow \begin{cases} K_c \to \infty \\ P_b \to 0 \end{cases}$$

در صنعت کنترل on & off داریم با این فرق که چون این ۲ تا یک مدل پاسخ on & off دارد
ولی باعث می‌شود که فرسوده شود (استهلاک شدید :D)

بالاخره :D

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

کنترلرهای on & off هم داریم که به آن switch می‌گوییم مثل شیرهای سلنوئیدی؟

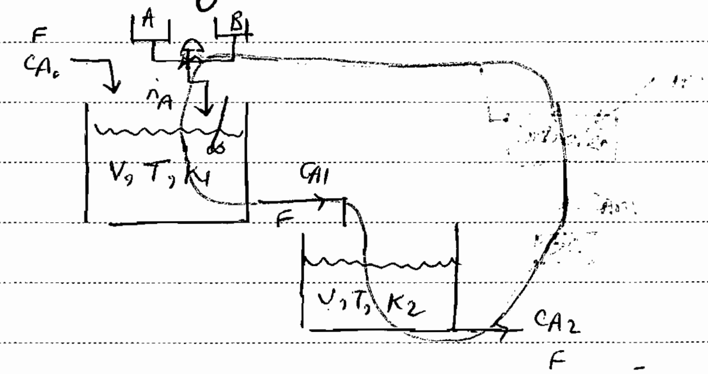
دلایل استفاده از کنترلرها :

1. اهمیت process پایش فرآیند برای ما
2. ایمنی افراد : که افراد رو از کنار دستگاه‌ها دور کنیم
3. محیط زیست : آلاینده‌هایی که برای آن دارند.
4. محدودیت عملکرد دستگاه‌ها : مثلاً پمپ‌ها اگر هوا بکشند پمپ می‌سوزد مثلاً مخزن نباید خالی شود پس از حالا استفاده می‌کنیم تا در level min max کنترل کنیم
5. هزینه‌ها : cost چون ۱ سیستم کنترلی هست
این پارامتر با هزینه‌های عملیاتی در ارتباط است.

PAPCO

Chapter ۲۴ : لازم نیست بخوانیم!؟ (H)

Block diagram for chemical Reactor:



هدف کنترل کردن C_{A_2} در یک مقدار مشخص است.

می‌تواند ... تا n تا راکتور داشته باشیم

هدف: اندازه‌گیری غلظت سیستم ME در خروجی مخزن ۲ باید باشد. به دلیل زمان‌بر بودن خود دستگاه GC ما یک dead time داریم که باعث ناپایداری سیستم می‌شود. در کنترلر با CAR مقایسه می‌شود و با محاسبه خطا به شیر کنترلی پیام می‌فرستد.

خروجی راکتور شماره ۱ باید به گونه‌ای تامین شود که مراحل بعدی را که طی می‌کند به CAR برسد

Feed { solute : A
carrier liquid : B

جزء B غالباً فرارتر است تبخیر می‌شود و غلظت A زیاد می‌شود.

اگر احیاناً A فرارتر باشد با تبخیر شدن غلظت A کم می‌شود.

پس بنابراین یک سیستم کنترلی با ۲ ورودی و یک خروجی داریم

loop را با بستن نشان دهیم و رفتار آن را می‌بینیم

مهم { در امتحان از مدلسازی این فصل می‌آید }

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تابع انتقال این سیستم سری :

Reac ۱ :

موازنه جرم یا مول : در راکتورها از موازنه مولی استفاده می‌کنیم (اگر جرم مولکولی فرق کنند مولها کسر این بی‌تفاوت ندارند)

واکنش درجه اول $A \longrightarrow P$

elementary $-r_A = KC_A$

$$\underbrace{\dot{n}_{A\,in}}_{mol/time} - \dot{n}_{A\,out} + \underbrace{\dot{n}_{A\,Gen} - \dot{n}_{A\,cons}}_{Reac} = \frac{dn_A}{dt}$$

$$FC_{A_0} + \dot{n}_A - F_0 C_{A_1} + r_A V = \frac{d(V.C_A)}{dt}$$

همیشه با علامت + بنویسید

$-r_A = KC_A \quad r_A = -KC_A$ در معادله موازنه علامتش را بنویسید بعد بگذارید

چون $\frac{dn_A}{dt}$ برای غلظت داخل راکتور نوشته می‌شود $d(V C_{A_1})$
با فرض V ثابت

$$F_0 C_{A_0} + \dot{n}_A - FC_{A_1} - KC_{A_1}V = V\frac{dC_{A_1}}{dt}$$

$$F_0 C_{A_0} + \dot{n}_A - (F + K_1 V)C_{A_1} = V\frac{dC_{A_1}}{dt} \quad \div F + K_1 V$$

$$\frac{F}{F+K_1V} C_{A_0} + \frac{1}{F+K_1V}\dot{n}_A - C_{A_1} = \underbrace{\frac{V}{F+K_1V}}\frac{dC_A}{dt}$$

τ_1 : time constant

البته $\frac{V}{F}$ را هم می‌توان τ تعریف کرد که residence time نامیده می‌شود.

at SS۱ : → ΔV → کم کنیم :

$$\frac{F}{F+K_1V} C_{A_0} + \frac{1}{F+K_1V}\dot{N}_A - C_{A_1} = \tau_1 \frac{dC_{A_1}}{dt}$$

PAPCO

Subject:

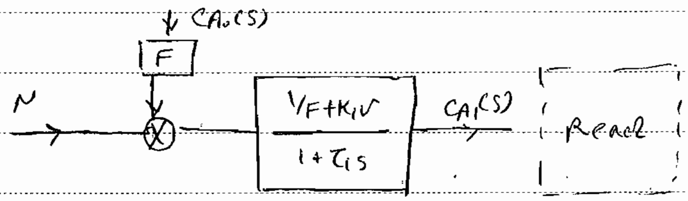
Year. Month. Date. ( )

Lap: $\dfrac{F}{F+K_1 v} C_{A_0}(S) + \dfrac{1}{F+k_1 v} \dot{N}_A(S) - C_{A_1}(S) = \tau_1 S C_{A_1}(S)$

$$C_{A_1}(S) = \frac{F/F+k_1 v}{1+\tau_1 S} C_{A_0}(S) + \frac{1/F+k_1 v}{1+\tau_1 S} \dot{N}_A(S)$$

میتونیم یک box مشترکی بدیم loop اضافه داشته باشیم :

$$G_{A_1}(S) = \frac{1/F+K_1 v}{1+\tau_1 S} \left(\dot{N}_A(S) + F_0 C_{A_0}(S) \right)$$



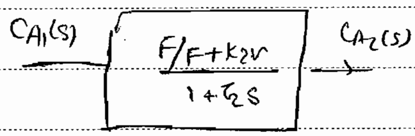
$$F C_{A_1} - F C_{A_2} - K_2 C_{A_2} v = v \frac{dC_{A_2}}{dt}$$

$$\frac{F}{F+K_2 v} C_{A_1} - C_{A_2} = \frac{v}{F+k_2 v} \frac{dC_{A_2}}{dt}$$

$$\frac{F}{F+K_2 v} C_{A_1} - C_{A_2} = \frac{v}{F+K_2 v} \frac{dC_{A_2}}{dt}$$

Lap: $\dfrac{F}{F+k_2 v} C_{A_1}(S) - C_{A_2}(S) = \tau_2 S C_{A_2}(S)$

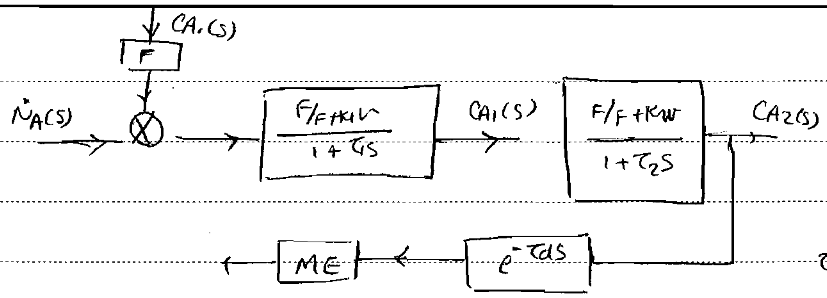
$$C_{A_2}(S) = \frac{F/F+k_2 v}{1+\tau_2 S} C_{A_1}(S)$$



PAPCO

Subject :
Year . Month . Date . ( )

loop را رسم می‌کنیم :



$\tau_d = V/q$

ورودی و خروجی های تابع انتقال از یک جنس هستند . ولی صورت کسر کم نشده ولی بدون بعد است .
پس گاهی اوقات پیش می‌آید تعریف C باعث میشود با وجود از یک جنس بودن دو تابع صورت کسر کم نمیشود

Chapter 12:

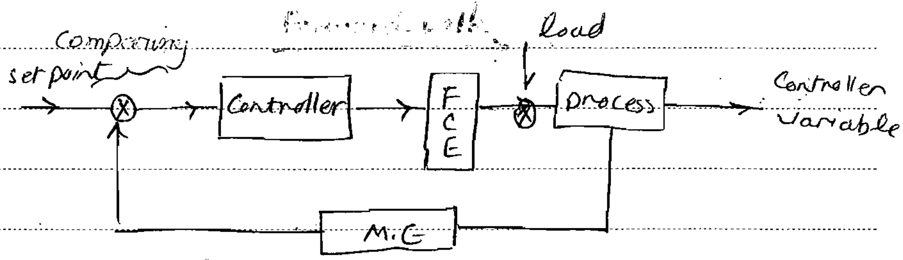
closed – loop transfer function :

تابع انتقال مدار بسته
که از علائم اختصاری

اهداف این فصل : ساده کردن loop

یک loop کنترلی را بر اساس علائم اختصاری آن بیان کرده و سپس loop را ساده می‌کنیم

بیان کردن loop با 4 المان اصلی



معمولاً set point را با علائم اختصاری R نشان می‌دهند.

$R = r - r_s$

G_1 G_2 } Forward مسیر

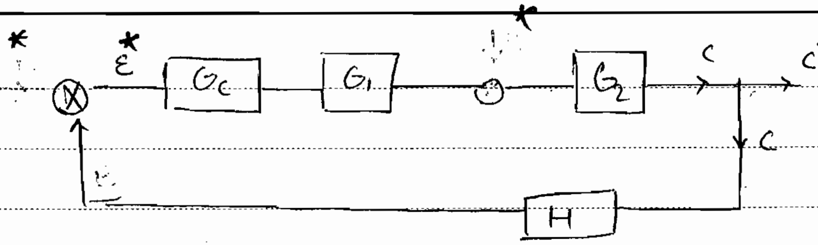
در Controller هم تابع انتقال را با G_c نشان می‌دهند. بقیه توابع انتقال را با G نشان می‌دهند و load را با U نشان می‌دهند. مقداری که باید اندازه گیری شود را با C نشان می‌دهند

در مسیر backward توابع انتقال را با H نشان می‌دهند. B خروجی از ME

بین آنها اختیاری است

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )



وقتی علامت نگذاشتیم یعنی negative

positive را همیشه باید

علامت * را اکثراً رعایت می‌کنند.

3 تا overal transfer function برای هر حلقه کنترلی می‌توانیم تعریف کنیم.

① $\frac{C}{R}$: closed loop T.F تابع انتقال مدار بسته

از این فصل به بعد همه مباحث مربوط به این است.

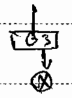
② $\frac{C}{U}$ اسم خاصی ندارد.

③ B/ε : open loop T.F $= G(s)$ or GH مهم!

حاصلضرب تمامی توابع انتقال در حلقه اصلی (main loop)

اگر تابعی خارج از loop باشد نباید در نظر گرفت.

$B/\varepsilon = G_c\, G_1\, G_2\, H$



مثلاً G_3 جزء loop نیست.

نسبت به $\frac{C}{R}$ و $\frac{C}{U}$ احتیاج به ساده‌سازی loop دارد

دو سیستم کنترلی داریم { ① Regulator sys : سیستم‌هایی هستند که در آنها set point ثابت است و load متغیر است. سیستم‌هایی که در صنایع شیمیایی و مهندسی شیمی با آن سروکار داریم. مثال: این جلسه C_A تغییر می‌کند ولی خودش باید ثابت باشد.

PePCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

servo problem ②

نقطه عکس متغیر است load ثابت و setpoint متغیر، منبع مناسبی در واقع

مثل sys های دما و ساعت

براساس این نوع sys دسته‌بندی متفاوتی به دست می‌آوریم. sys می‌تواند هم servo باشد هم Regulator

۱۰ دقیقه اول دما 50، ۱۰ دقیقه دوم 80، ...

سه دور هر ۱۱ دقیقه ← Regulator

کلی ← servo

Regulator : r const, $R(t) = 0$ $\quad \frac{C}{U}$ ✓

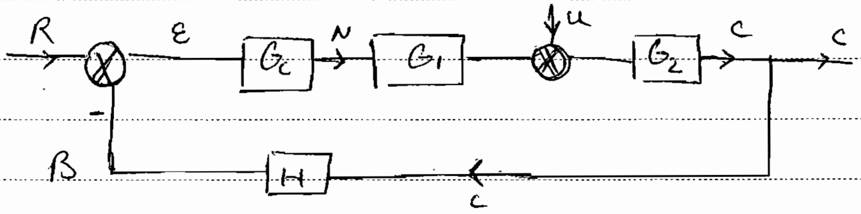
servo : $u = \text{const}$, $U = 0$ $\quad \frac{C}{R}$ ✓

براساس نوع مسئله کلی فرمول را به دست می‌آوریم.

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسه ۸۸/۹/۸

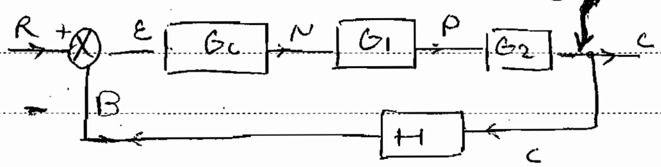


$\frac{C}{R}$ $\frac{C}{u}$

اگر $u=0$ ← سیستم از نوع servo problem

if $u=0$: servo problem

نقطه ی شروع



negative Feed back Control sys

C. بهترین جا برای ساده سازی، جایی که از آن شروع می کنیم

$$\left.\begin{aligned} C &= P\,G_2 \\ P &= N\,G_1 \\ N &= \varepsilon\, G_c \end{aligned}\right\} \quad C = \varepsilon\, G_c G_1 G_2$$

$\xrightarrow{\varepsilon} \boxed{G_c G_1 G_2} \rightarrow C$

پس جای ۳ تا box ، یکی در نظر می گیریم.

$\varepsilon = R - B$ ⇒ negative سیستم *

نقطه جای بر سیستم positive, negative بودن

$B = CH$

حالا از یک طرف :

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= R - CH \\ C &= \varepsilon\, G_c G_1 G_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad C = (R - CH)\, G_c G_1 G_2$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$C = R G_c G_1 G_2 - C H G_c G_1 G_2$$

$$C(1 + G_1 G_2 G_c H) = R G_1 G_2 G_c$$

$$\boxed{\frac{C}{R} = \frac{G_1 G_2 G_c}{1 + G_1 G_2 G_c H}}$$ closed loop transfer function

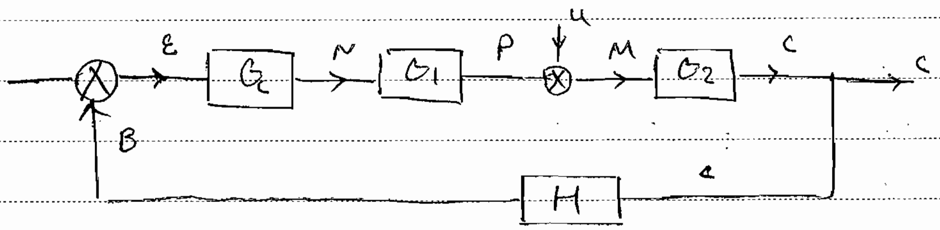
$$\frac{G_1 G_2 G_c}{1 + \underbrace{G_1 G_2 G_c H}_{\text{open loop TF } (GH \text{ or } G(s))}}$$

Negative FB Control sys

حاصلضرب تابع انتقال در حلقه ی اصلی

محاسبه ی $\frac{C}{U}$:

if $R = 0$: Regulator sys:



$C = M G_2$

$M = P + U$

$P = \varepsilon G_c G_1$

$\varepsilon = 0 - B$

$B = CH$

$\Rightarrow \varepsilon = -CH \Rightarrow P = -CH G_c G_1$

$M = -CH G_c G_1 + U$

$C = -CHG_1G_2G_c + UG_2$

$C(1 + G_1G_2G_cH) = UG_2$

$$\frac{C}{U} = \frac{G_2}{1 + G_1G_2G_cH}$$

مخرج کسر همان است ولی علامت فرق دارد. در صورت رابطه‌ای که با هم داریم:

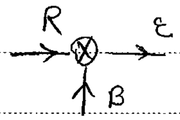
رابطه‌ی کلی

$$\frac{Y}{X} = \frac{\pi_f}{1 + \pi_L}$$

π_f : حاصلضرب تمام توابع انتقال بین x و y

π_L : حاصلضرب تمام توابع انتقال موجود در حلقه اصلی
(open loop T.F)

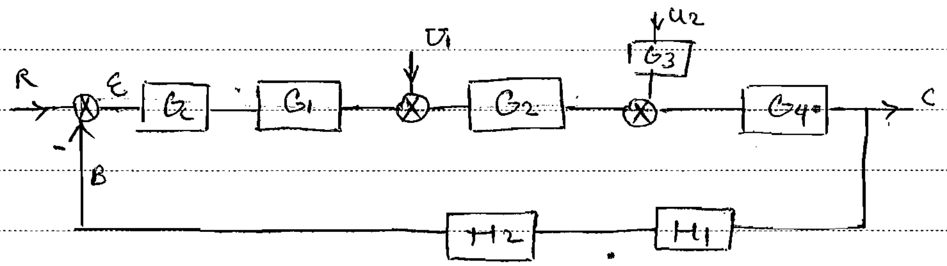
for positive F.B.C.S



$\varepsilon = R + B$

$$\frac{Y}{X} = \frac{\pi_f}{1 - \pi_L}$$

مثال:



$$\frac{C}{R} = \frac{G_cG_1G_2G_4}{1 + G_cG_1G_2G_4H_1H_2}$$

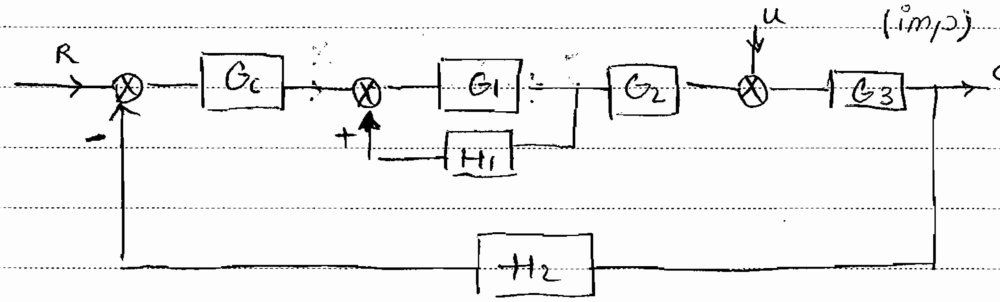
$$\frac{C}{U_1} = \frac{G_2G_4}{1 + 〃}, \quad \frac{C}{U_2} = \frac{G_3G_4}{1 + 〃}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در تمام overal transfer function ها مخرج ثابت است. در فصل‌های پیش دیدیم که برای ما مهم است

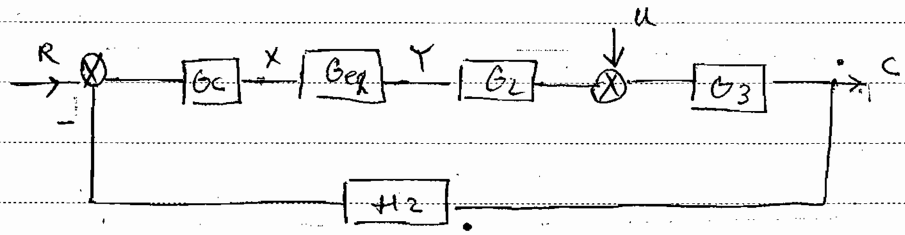
در پایداری ریشه‌های مخرج است.

مثال: (مهم)



* اولین کاری که می‌کنیم این است که subloop ها را ساده سازی کنیم

$$\frac{Y}{X} = G_{Eq} = \frac{G_1}{1 - G_1 H_1}$$



اگر سیستم باشد که هم set point و هم load تغییر کند، از روش جمع آثار استفاده می‌کنیم.

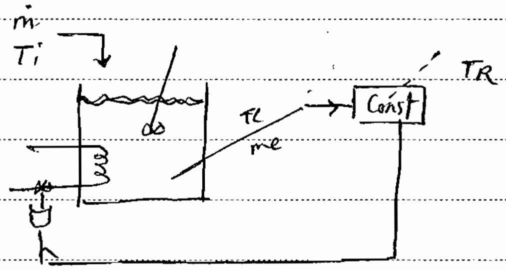
$$\left.\begin{aligned} C/R &= \frac{G_c G_1 G_2}{1 + G(s)} \\ C/U &= G_2 / 1 + G_c \end{aligned}\right\} \Rightarrow C = \frac{G_c G_1 G_2}{1 + G(s)} R + \frac{G_2}{1 + G(s)} U$$

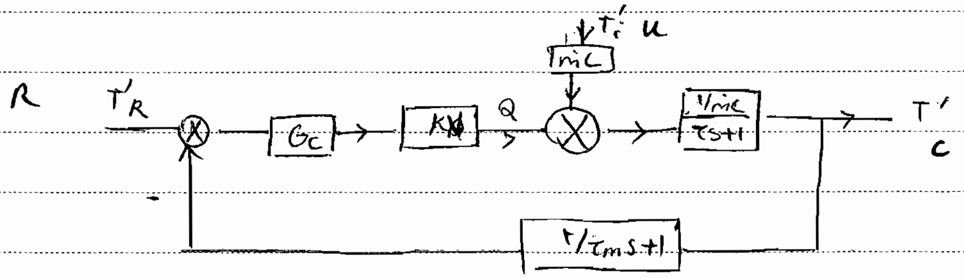
Subject:
Year. Month. Date. ( )

Chapter 13: مهم

Transient response of simple control system : پاسخ گذرای سیستم‌های کنترلی ساده :

در این فصل هدف ما این است که ۱) یک مثال واقعی را بررسی کرده ۲) overal T.F یعنی $\frac{C}{U}$ و $\frac{C}{R}$ را بدست بیاوریم ۳) در انواع کنترلرهای مختلف پاسخ sys ها را بررسی کنیم





$$\begin{cases} \dfrac{C}{R} = \dfrac{T'(s)}{T'_R(s)} = ? \\[2ex] \dfrac{C}{U} = \dfrac{T'(s)}{T'_i(s)} = ? \end{cases}$$

ساده سازی — فرض ها : ۱) ME از نوع خوب است ⇐ حساسیت بالا ⇐ τ_m کوچک

$\tau_m \to 0$

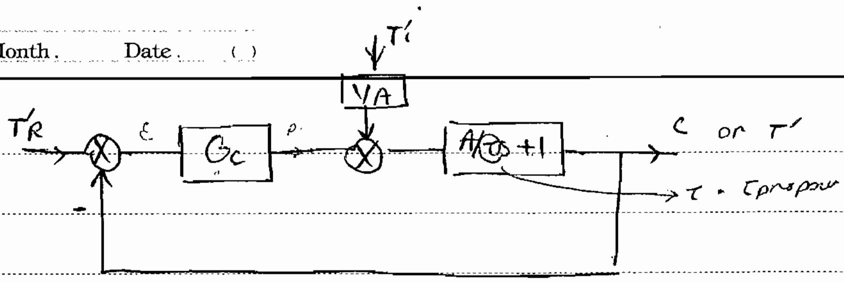
$H = \frac{1}{0+1} = 1$

۲) $1/\dot m c = A$

۳) شیر کنترلی هم خوب است و یک شیر کنترلی خطی هم است $K_V = 1$

و نوشتن یک معنی ندارد

Subject:
Year. Month. Date. ( )



: unity feed back C.s

* سیستم‌هایی که در برگشت تابع انتقالی وجود ندارد یا یک است هم تابع‌ها یک شده!

مهم برای پایان ترم

تنها τ در sys وجود دارد τprocess است

حالت اول if $G_c = K_c$ proportional controller:

$$\begin{cases} \dfrac{T'(s)}{T'_i(s)} = \dfrac{\frac{1}{A} \times \frac{A}{\tau s+1}}{1 + G_c \frac{A}{\tau s+1}} = \dfrac{\frac{1}{\tau s+1}}{1 + \frac{K_c A}{\tau s+1}} \\[2ex] \dfrac{T'(s)}{T'_R(s)} = \dfrac{G_c \frac{A}{\tau s+1}}{1 + G_c \frac{A}{\tau s+1}} = \dfrac{\frac{K_c A}{\tau s+1}}{1 + \frac{K_c A}{\tau s+1}} \end{cases}$$

در unity sys می‌دانیم برابر است چون H=1

توضیح

$$\frac{T'(s)}{T'_R(s)} = \frac{\frac{K_c A}{\tau s+1}}{\frac{\tau s+1+K_c A}{\tau s+1}} = \frac{K_c A}{\tau s + \underbrace{1 + K_c A}}$$

باید شکل به حالت کلی تابع انتقال درجه اول بنویسیم

شبیه تابع انتقال sys درجه اول شده ولی شبیه مدل طراحی نیست

$$\boxed{\frac{T'(s)}{T'_R(s)} = \frac{K_c A / 1+K_c A}{\frac{\tau}{1+K_c A} s + 1} = A_1}$$

$$A_1 = \frac{K_c A}{1+K_c A} < 1$$ همواره

اگر K_cA خیلی بزرگ باشد کنترلر خوب است $\tau_1 = \tau$ باشد حالا ...

$\tau_1 = \dfrac{\tau}{1+K_cA}$ $\qquad \tau_1 < \tau$

$\frac{C}{R}$ تابع انتقالی است مربوط به کل loop

τ_1 هم time const برای کل loop است، شامل M.E، process، شیر، سنسور و... *imp

$\tau_1 = \tau$

که چون در این حالت سیستم همان $\tau_{process}$ است

وقتی کنترلر دخیل می‌شود سیستم بهتر و سیستم خوب به تغییرات پاسخ می‌دهد. مدت زمان پاسخ‌دهی کاهش می‌یابد و sys سریعتر پاسخ می‌دهد.

$\tau_1 = \tau_{c.s} = f(\tau, K_c)$

هرچه K_c بزرگتر باشد τ سیستم کاهش می‌یابد. یعنی سیستم سریعتر پاسخ می‌دهد.

ورودی پله‌ای برای بررسی پاسخ سیستم servo:

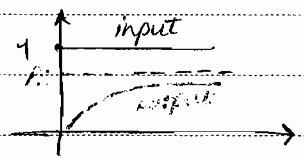
setpoint تغییر $T'_R(t) = u(t)$

$T'_R(s) = 1/s$

$T'(s) = \dfrac{A_1/\tau_1}{s(s+1/\tau_1)} = \dfrac{c_1}{s} + \dfrac{c_2}{s+1/\tau}$

$\begin{cases} c_1 = A_1 \\ c_2 = -A_1 \end{cases} \xrightarrow[\text{لاپلاس}]{\text{تبدیل عکس}} T(t) = A_1\left[1-e^{-t/\tau_1}\right]$

$\lim_{t\to\infty} T'(t) = A_1$ $\quad$ ss again



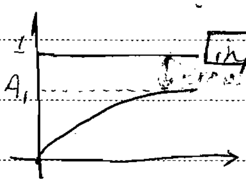
$A_1 = \dfrac{K_cA}{1+K_cA} < 1$

این سیستم از نقطه نظر کنترلی کفایت می‌کند یا نه؟

هدف ما رسیدن به setpoint است و مقدار نهایی setpoint — $T'_R(t) = u(t)$

stability این را می‌گوید لازم است.

اما آیا کافی است؟ خیر وقتی کافی است که خطا صفر شود پاسخ به setpoint برسد



یک sys کنترلی مطلوب سیستمی است که مقدار نهایی آن همان setpoint باشد

پس این اختلاف همان خطای نهایی می‌شود و به آن offset می‌گویند — imp

$$1 - A_1 = 1 - \frac{K_e A}{1 + K_e A} = \frac{1}{1 + K_e A}$$

$offset = f(K_e)$

یعنی به سادگی با عوض نمودن چه بدانیم این offset را از بین ببریم.

if $K_e \uparrow \rightarrow offset \downarrow$

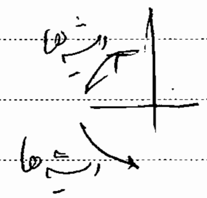
if $K_e \rightarrow \infty \rightarrow offset \rightarrow 0$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

[illegible] باشیم if $K_c \to \infty$, $pb \to 0$ $\Big\} \Rightarrow$ on-off controll

نوسانات کم

معنا: افزایش K_c ریشه‌ها را به سمت راست محور می‌برد



Year. Month. Day. Subject.

جلسه ۸۸/۹/۱۰

offset ← محدودیت‌ها

$$\frac{C}{R} = \frac{T'(s)}{T'_R(s)} = \frac{G_c \frac{A}{\tau s+1}}{1 + G_c \frac{A}{\tau s+1}}$$ servo

$$\frac{C}{U} = \frac{T'(s)}{T'_i(s)} = \frac{\frac{1}{\tau s+1}}{1 + G_c \frac{A}{\tau s+1}}$$

این رو با پارامتر ا هم پیشتر بدست آوردیم

اگر G_s ، proportional controller باشد

$G_c = K_c$ P. cont

$offset = 1 - A_1$

برای کنترلر تناسبی همیشه offset وجود دارد.

$offset = R(\infty) - C(\infty)$ → Control variable

$= setpoint - Control\ variable$

پاسخ نهایی sys

$\xrightarrow{R} \otimes \cdots \rightarrow C$

For Regulator sys: $G_c = K_c$

$$\frac{T'(s)}{T'_i(s)} = \frac{\frac{1}{\tau s+1}}{1 + \frac{K_c A}{\tau s+1}} = \frac{1}{\tau s+1 + K_c A} = \frac{1/(1+K_c A)}{\frac{\tau s}{1+K_c A} + 1} = \frac{A_2}{\tau_1 s+1}$$

$A_2 < 1$

$\tau_1 = \frac{\tau}{1+K_c A}$

imp * τ_1 مدت زمان پاسخ دهی کل sys تا یکی از هدف‌ها رسیدن

بیشتر + زیاد ← $\uparrow K_c$ ← $\downarrow \tau$

New Classic

$offset =$

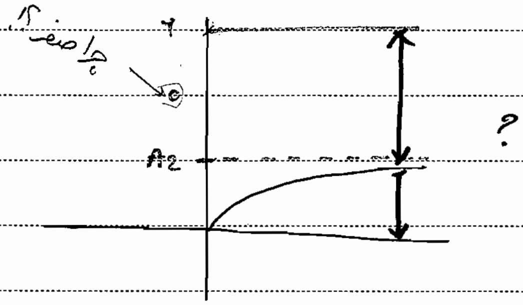
Year. Month. Day. Subject.

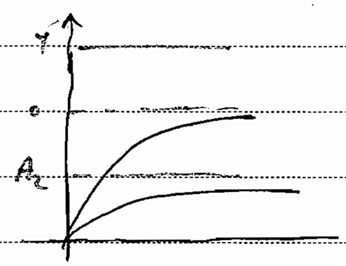
بررسی پاسخ :

if $\quad T_i'(t) = u(t) \qquad T_i'(s) = 1/s$

$$T'(s) = \frac{A_2/\tau_1}{s(s+1/\tau)} \qquad T'(t) = A_2\left[1 - e^{-t/\tau_1}\right]$$

$$\lim_{t\to\infty} T'(t) = A_2$$ مقدار نهایی پاسخ





offset این پله بیشتر است یا پله قبلی؟

$$\text{offset} = \underset{\text{set point}}{T_R'(\infty)} - T'(\infty)$$

* هدف رسیدن به set point است

setpoint در سیستم های Regular ثابت است

* اینجا input را ثابت، input هر چقدر باشد offset دارد
*

$$\text{offset} = 0 - A_2 = \frac{-1}{1+K_cA} = f(K_cA)$$

???

offset منفی : پاسخ بالای setpoint

offset مثبت : پاسخ زیر setpoint

البته علامت‌ها منفی و مثبت را در نظر نمی‌گیرند.

set point
offset = 0 یعنی Regulator سیستم (اشکال)

سیستم servo : input ها setpoint است.

سیستم Regulator setpoint ثابت است.

حالت دوم: تغییر نوع کنترلر.

PI _ Cont

$$G_c = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)$$

for Regulator system (ارتباط شبیه به شیر ان سرعت) داریم

$$\frac{T'(s)}{T_i'(s)} = \frac{\frac{1}{\tau s+1}}{1 + K_c\left(1+\frac{1}{\tau_I s}\right)\frac{A}{\tau s+1}} \longrightarrow \begin{matrix}\text{sys} \\ \text{درجه ۲}\end{matrix}$$

τ, τ_I دو ثابت زمانی

مخرج مشترک می‌گیریم ... در حالت داریم.

$$\frac{A_1 \qquad (\tau_I/K_cA)\, s}{\underbrace{\left(\frac{\tau\tau_I}{K_cA}\right)}_{\tau_1^2} s^2 + \underbrace{\tau_I\left(1+1/K_cA\right)}_{2\zeta\tau_1} s + 1}$$

$\tau_1 = \sqrt{\dfrac{\tau\tau_I}{K_cA}}$ time const for c.l. $\qquad \tau = f(K_c, \tau, \tau_I)$

تمام ترم‌های که بر روی loop کنترلی قرار دارند روی τ اثر دارند . τ و τ_I

تکرار { نسبت مستقیم با τ و با K_c نسبت عکس دارند

همان طور که می‌بینیم τ ها با هم جمع نشده‌اند بلکه مجموعه‌ای از آن‌ها در نظر گرفته شده

در ترمودینامیک خواهیم دید که ترم‌های انرژی با هم می‌توانند جمع شوند

if $T'(t) = u(t)$ input

setpoint=0 پس : Regulator sys

$T'(s) = 1/s$

$$T'(s) = \frac{A_1}{\tau_1^2 s^2 + 2\zeta\tau_1 s + 1}$$

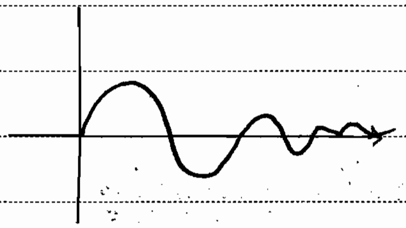
که جواب یک سیستم درجه دوم استاندارد به ضربه یک صورتی

$(A_1\delta(t))$ $A_1\delta$ به ضربه Impulse

$\zeta<1$ پاسخ دائمی $\qquad$ output $T'(t) = A\left(\dfrac{1}{\tau_1\sqrt{1-\zeta^2}}\, e^{-\zeta/\tau_1 t} \sin \omega_d t\right)$

در فصل داشتیم

$$\boxed{\lim_{t\to\infty} T'(t) = 0}$$



شکل ۱۳۴ کتاب .

* در سیستم servo با کنترل PI

offset = 0 می‌شود و جواب نهایی سیستم = set point

خواهد شد

$$\begin{cases} offset = T'_R(\infty) - T'(\infty) \\ \quad = 0 - 0 = 0 \end{cases}$$ desired controller

پس این مطلوب‌ترین کنترلی است که می‌توانیم انجام دهیم

پاسخ نهایی sys = set point

چرا با تغییر تابع تبدیل، این اتفاق افتاد؟

اضافه شدن وجود ترم انتگرال ↓ نوسان‌ها را در جواب پدید آورد نوسان نکند   مزیت: به setpoint رسیدیم

اگر به خاطر وجود این ترم باشد باید برای servo هم جواب بدهد

For servo system.

$$\frac{T'(s)}{T'_R(s)} = \frac{K_c(1+1/\tau_I s)(A/\tau s+1)}{1+K_c\left(1+\frac{1}{\tau_I s}\right)\left(\frac{A}{\tau s+1}\right)} = \frac{\tau_I s+1}{\tau_1^2 s^2+2\xi\tau_1 s+1}$$

$T'_R(t) = u(t)$; input = set point

$T'_R(S) = 1/s$

$T'(s) = \dots$

$$T'(s) = \frac{\tau_I}{\tau_1^2 s^2 + 2\zeta\tau_1 s + 1} + \frac{1}{s(\tau_1^2 s^2 + 2\zeta\tau_1 s + 1)}$$

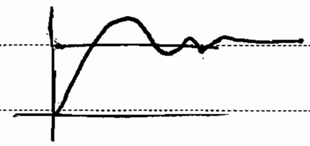
پاسخ یک sys مرتبه ۲ به ازای یک ورودی impulse به اندازه $\tau_I\delta(t)$

پاسخ یک sys مرتبه ۲ استاندارد در ازای یک ورودی پله واحد

$$T'(t) = \tau_I\left[\frac{1}{\tau_1\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta/\tau_1 t} \sin\omega_d t\right] +$$

$$\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta/\tau_1 t} \sin(\omega_d t + \phi)\right]$$

$$\lim_{t\to\infty} T'(t) = 0 + 1 - 1$$



شکل 13.5

پس کنترلر PI ، offset = 0

هستیم

حرف چی‌ها بکنم حالا !؟

Year. Month. Day. Subject.

دو حرف مهم :

if τ_I Const → تغییرات $\uparrow K_c = ?$

اگر sys کنترل تناسبی است

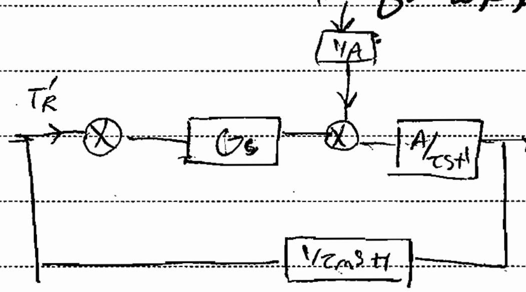
$K_c \uparrow$ → سریعتر پاسخ داده سیستم . وقتی سیستم سریعتر پاسخ می‌دهد یعنی نوسانات با سرعت بیشتری پیدا می‌کنند پس ovsh آن کم می‌شود تا سریعتر به مقدار نهایی برسد .

if $K_c = const$ → $\tau_I \uparrow$ شکل 13.4b

افزایش τ_I یعنی مدت زمان پاسخ دهی سیستم افزایش می‌یابد پایداری sys دیرتر به مقدار نهایی می‌رسد و پاسخ می‌دهد این یعنی افزایش ovsh است

چرا این چنین؟!

اگر چه کاهش افزایش باید با همان کنترل تناسبی



T در time lag ترموکوپل چون حساس نباشد

چون ترموکوپل τ_m

if $G_c = K_c$ کنترل تناسبی → offset خواهد داشت

بدون بایست آوردن پاسخ برای پیچیده سیستم

سیستم $\left\{ \begin{matrix} \tau_p \\ \tau_m \end{matrix} \right.$ → τ_{overal} → سیستم دیرتر پاسخ می‌دهد

زیاد است

$$\frac{T'_{(s)}}{T'_{R(s)}} = \frac{G_c \frac{A}{\tau s+1}}{1 + G_c \frac{A}{\tau s+1} \times \frac{1}{\tau_m s+1}} = \frac{A_1(\tau_m s+1)}{\tau_2^2 s^2 + 2\xi \tau_2 s + 1}$$

Year. Month. Day. Subject.

$$\tau_2 = \sqrt{\frac{\tau\tau_m}{1+K_cA}}$$

اگر τ_1 و τ_2 مثل بالا را با هم مقایسه کنیم $\tau_1 = \sqrt{\frac{\tau_I \tau}{K_cA}}$

که هردوشان شبیه هم است ولی چه فرقی دارند؟

Reset Rat = $1/\tau_I$ بوده Reset rate معرف τ_I

$RR = 1/\tau_I \Rightarrow \tau_I = 1/RR$

پس افزایش τ_I خیلی خوب نیست چون RR کاهش می‌یابد.

اگر $\tau_m = \tau_I = \tau$ کدام sys سریعتر پاسخ می‌دهد؟ سیستمی که τ_I

یا اگر $\tau_1 = \tau_2$ شود فقط به صرف بودن τ_I در تعریف τ_1 سیستم (1) سریعتر پاسخ می‌دهد.

بخاطر Reset Rate

درست است که τ افزایش پیدا کند ولی RR ما سریعتر خطاهای sys را از بین می‌برد

حتی با وجود اینکه τ ها یکی باشند.

[illegible]

offset را چه سوالی می‌دهد؟! → امتحان { ساده‌سازی loop، offset }

جلسه ۸۸/۹/۲۸

Chapter 14:

Stabiling :

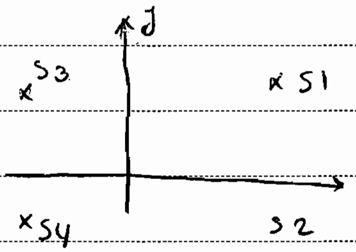
فصل ۱۴ و ۱۵ ← سه سؤال امتحانی — تحلیل مدار بیاید

فصل ۱۸ و ۱۹ ← ۱ سؤال امتحانی

فصل ۳ :

یک sys پایدار sys است که در ازای یک ورودی محدود یک پاسخ مشخص (مخالف ∞) داشته باشد.

$$\lim_{t \to \infty} y(t) \neq \infty \quad (\text{محدود})$$



$$s_{1,2} = a \pm bj$$

$$s_{3,4} = -a \pm bj$$

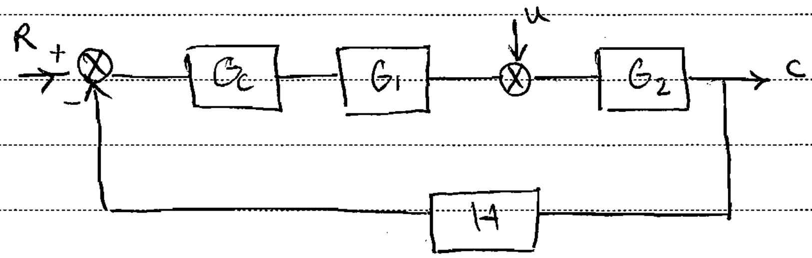
در سیستم:

اگر ریشه‌ها در سمت چپ محورهای مختصات باشند سیستم پایدار است

این ریشه‌ها، ریشه‌های مخرج تبدیل لاپلاس

Year.	Month.	Day.	Subject.

حال این ریشه‌ها را به یک سیستم کنترلی ارتباط می‌دهیم.



$$\frac{C}{R} = \frac{G_c G_1 G_2}{1 + G_c G_1 G_2 H} \qquad \frac{C}{u} = \frac{G_2}{1 + G(s)}$$

imp (در این مسائل ریشه‌های مخرج هستند که روی پایداری تأثیر می‌گذارند. اگر ریشه‌ها سمت چپ بود سیستم پایدار است، اگر سمت راست بود سیستم ناپایدار، و اگر روی محور مختصات بود سیستم در آستانه ناپایداری است.)

For sys: $\boxed{1 + G(s) = 0}$ characteristic equation — معادله مشخصه $\to s_1, s_2, \ldots$

open loop T.F : G(s) : یعنی حاصلضرب توابع روی حلقه اصلی

* imp اگر سیستم subloop داشت آن را حساب کرده سپس G(s) را

For positive F.B.C.S $\boxed{1 - G(s)}$

$$1 + G(s) = 0 \qquad a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \ldots + a_n = 0$$

اگر درجه ۲ یا ۳ بالا رود به دست آوردن ریشه مشکل می‌شود.

Routh test:

به کمک این روش می‌توانیم بگوییم سیستم پایدار است یا خیر. (راث)
همچنین می‌توانیم بگوییم سیستم در آستانه ناپایداری است یا خیر و اگر هست ریشه‌ها روی محور

موهومی را می‌دهد. در مورد پایداری این سیستم کشف شده یعنی با رسم جدول روث می‌دانیم.

1) با بالا if $\begin{cases} a_0 > 0 \\ a_0 < 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ دو طرف معادله را در یک منفی ضرب می‌کنیم

2) اگر یکی یا چند تا از ضرایب معادله مشخصه منفی باشد یعنی سیستم ناپایدار است.
اما + بودن تمام ضرایب دلیلی بر پایداری سیستم نیست.

3) معادله مشخصه را که توان n می‌باشد به عنوان درجه معادله مشخصه است
بعد از تعیین درجه معادله مشخصه در این مرحله جدول Routh تشکیل می‌دهیم که دارای (n+1) سطر
می‌باشد که دو سطر اول جدول به کمک ضرایب معادله مشخصه به صورت یک در میان تکمیل
می‌شود و هر سطر بعدی به کمک دو سطر بالایی آن کامل می‌شود.

مثال: $a_0 s^{5} + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + a_5 = 0$

$n = 5$

دقت کنید که هنگام نوشتن معادله مشخصه همه جملات وجود داشته باشند $n+1 = 6$ سطر
و اگر ضریب s صفر بود حتماً در معادله مشخصه نوشته شود

دو سطر اول را بدین گونه بنویسید

$$
\begin{array}{l|ccccc}
 & a_0 & a_2 & a_4 & 0 & 0 \\
\text{base} & a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0
\end{array}
$$

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$$

$$c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 \times 0}{b_1} = a_5$$

$$
\begin{array}{l|cccc}
 & a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\
 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\
 & b_1 & b_2 & 0 & 0 \\
 & c_1 & c_2 & 0 & 0 \\
\text{سطر } n \text{ ام} & d_1 & 0 & 0 & 0 \\
\text{سطر } n+1 & e_1 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$

$d_1 = \ldots$

$$e_1 = \frac{d_1 c_2 - c_1 \times 0}{d_1} = \ldots$$

* گاهی اوقات سطر n ام صفر بشود و یک سطر دیگر هم داریم که باید بدست بیاوریم

اعدادی که برای ما مهم است: ستون اول

اگر تمامی اعداد ستون اول مثبت باشند: سیستم پایدار

اگر حداقل یکی از اعضای ستون اول منفی باشند، سیستم ناپایدار

Year.	Month.	Day.	Subject.

* اگر در اعضای ستون اول صفر یا عدد منفی پیدا شد، به تعداد تغییر علامت‌ها در ستون اول همان تعداد ریشه در سمت راست محور موهومی خواهیم داشت

1
2
-3 — ۲ تغییر علامت : ۲ ریشه سمت راست محور موهومی
7
10

1 — دو تغییر علامت
-2 — ۴ تا ۴ ریشه سمت راست
3 — محور موهومی
4
-5
7

(اگر تمام اعضای سطر n ام صفر باشند آنگاه سیستم در آستانه ناپایداری است و حول مبدأ دو ریشه روی محور موهومی که قرینه هم هستند قرار می‌گیرند)

ریشه‌های محور موهومی به کمک معادله زیر به دست می‌آیند:

اولین سطر n-1 — دومین سطر n-1

$$Cs^2 + D = 0 \qquad s = \pm j\sqrt{D/C}$$

$\times\ j\sqrt{D/C}$

$\times\ -j\sqrt{D/C}$

C: اولین عضو سطر n-1

D: دومین عضو سطر n-1

New Classic

* اگر یکی از اعضای ستون اول صفر شود به جای صفر مقدار بسیار کوچک (ε) (ε ، $-\varepsilon$) یا منفی
قرار می‌دهیم تا بتوانیم محاسبات را ادامه دهیم بعد ε را صفر فرض می‌کنیم چون چیزی که
برای ما مهم است مقدار دقیق اعضا نیست ، (+ ، -) مورد نظر است

example:

$$1 + G(s) = 0$$

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

در ستون یکی صفر

1	3	5	0
2	4	0	0
1	5	0	0
-6	0	0	0
5			

تغییر علامت
۲ تا
تغییر علامت

unstable

دو تغییر علامت ← دو ریشه سمت راست

$$s^3 + 2s^2 + s + 2 = 0$$

تنها صفری که در ستون اول باشد
مشتق چندجمله سطر ماقبل است

! مهم : سطر n ام صفر شده

1	1	0
2	2	0
$0 = \varepsilon$	0	
2		

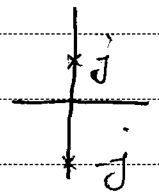
سطر ۳ ام

سیستم پایدار نیست در آستانه پایداری است.

$Cs^2 + D = 0$

$C = 2 \qquad s = \pm j$

$D = 2$



همان طور که انتظار داریم هر ریشه‌ای که داشتیم یکی بالا و یکی پایین قرینه داشتیم ← اصل ۱۵

مثال : $s^3 - 3s + 2 = 0$ سیستم ناپایدار

$$s^3 + 0\times s^2 - 3s + 2 = 0$$

	1	-3	0
	$0=\varepsilon$	2	0
n ام	$\frac{-3\varepsilon-2}{\varepsilon}$	0	0
n+1	2		

صفرها را نمی‌نویسیم چون که ε صفر را ندارم

$\frac{-3\varepsilon-2}{\varepsilon} < 0$

سیستم ناپایدار : دو تغییر علامت و ۲ ریشه در سمت راست محور

مثال ۲ ، $s^4 + 3s^3 + 12s^2 + (K-16)s + K = 0$ مثال پایداری

K_c : gain یا حساسیت کنترل‌کننده است این K ، K کنترل‌کننده است که

$\frac{P}{\varepsilon} = K_c$

مجهول است. فرض کنید کنترل تناسبی در سیستم داریم و نمی‌دانیم K چقدر است پس

جدول Routh را تشکیل می‌دهیم و محدوده K را تعیین می‌کنیم که سیستم پایدار باشد

	1	12	K	0
	3	$K-16$	0	0
$n-1$	$\frac{52-K}{3}$	K	0	0
n	$\frac{-K^2+59K-832}{3(52-K)}$	0	0	0
$n+1$	K			

سوال ۱) به ازای چه مقداری از K سیستم در آستانه ناپایداری است؟

سوال ۲) " " " " ناپایدار است؟ ← فرکانس

جواب ۱) $\frac{-K^2+59K-32}{3(52-K)}=0 \Rightarrow -K^2+59K-832=0 \to K=35.7,\ K=23.3$

جواب ۲) $K=35.7$

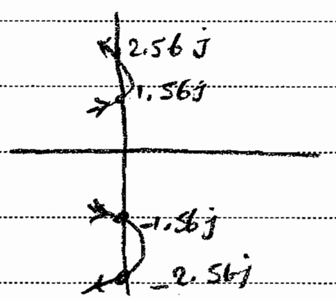
$CS^2+D=0$

$C=\frac{52-K}{3}=\frac{52-35.7}{3}$ $\quad s=\pm j\sqrt{D/C}=\pm 2.56j$

$D=K=35.7$

For $K=23.3$ $\quad C=\frac{57-23.3}{3}$ $\quad D=23.3$

$s=\pm j\sqrt{D/C}=\pm 1.56j$



این یعنی چه؟

سوال ۲) ! مهم: K ها + است

مثل ω

K اگر صفر باشه حتی کنترلر نداریم.

$\frac{52-K}{3} > 0$

$\frac{-K^2+59K-832}{3(52-K)} > 0$

حاصل مقدار $K>0$

با جدول تعیین علامت ... می‌کشیم

تعیین علامت کنید

	23.3		35.7		52	
$-K^2+59K-832$	−	0 +	0 −		−
$52-K$	+	+	+	0	−
	−	+	−		+

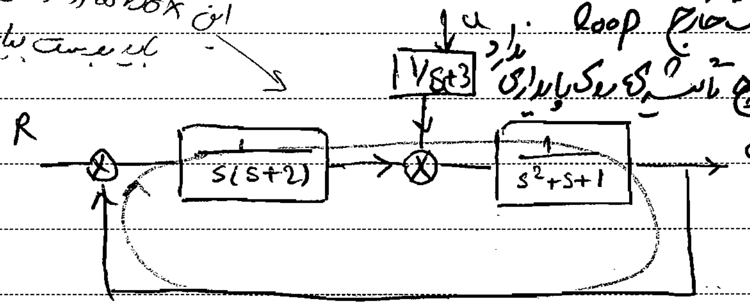
فاصله‌ای که مثبت شد جواب در K می‌شود.

جواب خارج loop

هیچ تاثیری روی پایداری ندارد

این box ها رو خودمون باید بدست بیاریم

مثال:



سیستم unity Feed back C.S

unity F.B.C.S

وقتی با این سیستم ها برخورد کردید شکل رو بکشید.

سوال: مقدار K چه گونه انتخاب شود که سیستم پایدار باشه؟

... ناپایداری باشه؟

این چیه دیگه؟!

$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)(s^2+s+1)}$$

معادله مشخصه (مرحله ۲) $\quad 1+\dfrac{K}{s(s+2)(s^2+s+1)}=0$

$$\frac{s(s+2)(s^2+s+1)+K}{s(s+6)} \qquad s(s+2)(s^2+s+1)+k=0$$

$$s^4+3s^3+3s^2+2s+k=0$$

$n=4$

	1	3	K	0
	3	2	0	0
n-1	7/3	K	0	0
n	$\frac{14/3-3K}{7/3}$	0	0	0
n+1	K	0	0	0

$K>$

$$\frac{14/3-3K}{7/3}>0 \Rightarrow 0<K<14/9$$

تا جایی که می‌تونیم از این $14/9$ باید دور باشیم

ب) $K=14/9$ if : سیستم در آستانه ناپایداری

از مرز ناپایداری باید به اندازه کافی دور باشیم ۷۰٪ ، حداقل ۵۰٪ دور باشیم.

Chapter 15: Root locus Method:

رسم مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه به منظور بررسی پایداری sys کنترلی

Graphical Method:

هدف: تعیین معادله مشخصه، بدست آوردن ریشه‌ها، رسم ریشه‌ها

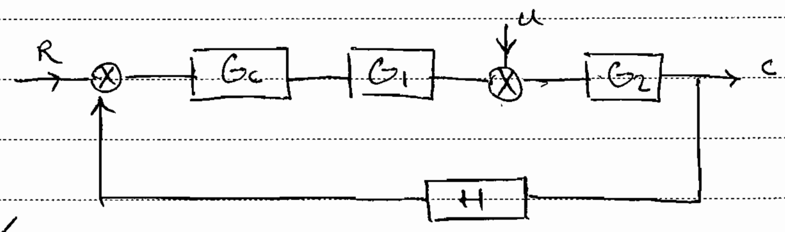
$1 + G(s) = 0$

معادله مشخصه $= f(K_c)$

$0 < K_c < 1$

K_c	s_1	s_2
	⋮	⋮

این روش اولین و قدیمی‌ترین روش است.



کنترل PI

فرض

$$G_c = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)$$

$$G_1 = \frac{1}{\tau_1 s + 1}$$

$$G_2 = \frac{1}{\tau_2 s + 1}$$

$$H = \frac{1}{\tau_3 s + 1}$$

$$G(s) = \frac{K_c(1 + 1/\tau_I s)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_3 s + 1)}$$

$$G(s) = \frac{K_c(\tau_I s + 1)}{(\tau_I s)(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_3 s + 1)}$$

فرم استاندارد تابع open loop

$$G(s) = K\frac{N}{D} = K\,\frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)}$$

K → overall gain

$$G(s) = \frac{K_c}{\tau_1\tau_2\tau_3}\;\frac{(s+1/\tau_I)}{(s+1/\tau_1)(s+1/\tau_2)(s+1/\tau_3)(s-0)}$$

K ; p_1, p_2, p_3, p_4

پس هر open loop T.F. را می‌توان به صورت $K\frac{N}{D}$ نوشت

مسائلی که در حالت‌های خاص پیش می‌آید $n \geq m$ ؟

z_i : صفرهای تابع open loop Transfer function را صفر می‌کند

z_i: The zero of open loop T.F

$$G(s)\Big|_{s=z_i} = 0$$

P_j: The poles of op. L. T.F

$$G(s)\Big|_{s=p_j} \to \infty$$

اگر به جای s مقداری از p ها را قرار دهیم تابع بی‌نهایت می‌شود
و این p ها ریشه‌های مخرج تابع openloop هستند

تشکیل جدول (مرحله اول)

تمام ... هستند تابعی از محصول K_c است

K_c	s_1	s_2	s_3	s_4
0				

هرکدام از ریشه‌ها را جداجدا رسم می‌کنیم.

Exp:

فرض کنید کنترلر تناسبی داشته باشیم

$G_c = K_c$

$G_1 = \frac{1}{S+1}$ $\qquad \tau_1 = 2$

$G_2 = \frac{1}{0.5S+2}$ $\qquad \tau_2 = 0.5 = 1/2$

متغیر H است؟! $G_3 = \frac{1}{1/3 S+1}$ $\qquad \tau_3 = 1/3$

مهم ابتدا تابع را بصورت loop معکوس در می‌آوریم.

$G(s) = G_c G_1 G_2 H$

$= \frac{K_c}{(S+1)(0.5S+1)(1/3 S+1)}$

$m = ?$

$1 + G(s) = 0$

$1 + \frac{K_c}{(S+1)(1/2 S+1)(1/3 S+1)} = 0$

$G(s) = \frac{G_c G_1 G_2 H}{1+G(s)} = 0$ بالانس

صفر = 0 $\quad P_1 = -1$

$P_2 = -2$

$P_3 = -3$

$(S+1)(1/2 S+1)(1/3 S+1) + K_c = 0$

$S^3 + 6S^2 + 11S + 6 + \underbrace{6K_c}_{K} = 0$

$\underbrace{6K_c}_{K}$	S_1	S_2	S_3
0	-3	-2	-1
0.23	-3.1	-1.75	-1.15
⋮			
0.39	-3.16	-1.42	-1.42
1.58	-3.45	-1.28 - 0.75j	1.28 + 0.75j
60	-6	-3.32j	+3.32j
100	-6.75	0.35 - 4j	0.35 + 4j

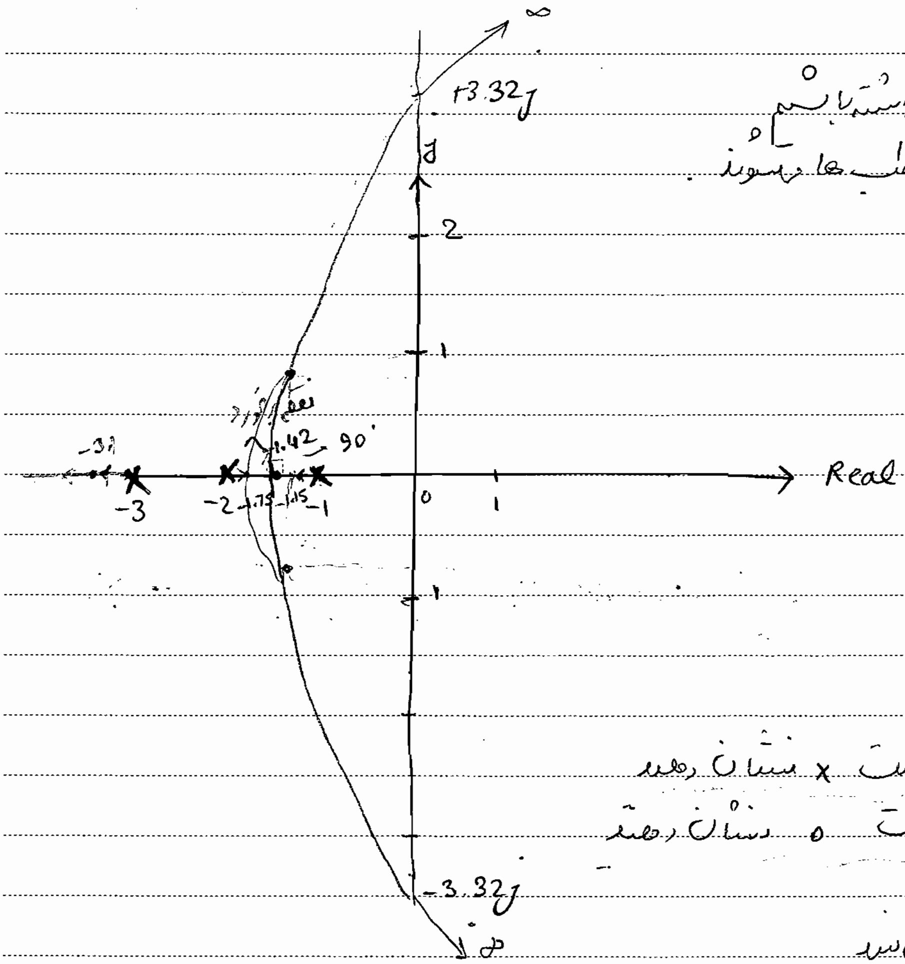
ریشه نزدیک‌تر به ...

اینها رو خودم نوشتم!!

اتفاق خاص :

نقطه خاص

Subject:
Year. Month. Date. ( )



اگر k=0 : اگر کنترلر نداشته باشیم
ریشه‌های مشخصه همان قطب‌ها می‌شوند.

نکته / امتحان:
قطب‌ها را با علامت x نشان دهید
صفرها را با علامت o نشان دهید

در رسم جهت را مشخص کنید
مقادیر نقاط را مشخص کنید.

نکته خاص:
دو ریشه به سمت هم حرکت می‌کنند یکی سرعت بیشتری داشته

در 0.58 ریشه‌ی سوم روند خود را حفظ کرده
ولی ریشه‌های دیگر از حالت حقیقی به حالت مختلط درآمده $1 \pm bj$
دو ریشه‌ی متقارن دارد.
برخورد کاملاً برخورد عمود بر هم

(!) زاویه خروج در نقطه برخورد 90° است.

PAPCO

!؟

در جدول روت گفته بودیم وقتی سیستم در آستانه ناپایداری است ریشه‌ها به $\pm jx\alpha$ می‌شود.

گفته بودیم افزایش K باعث ... می‌شود درست بود ولی تنها اگر از حدی Kc بزرگتر شود ریشه‌ها سمت راست محور موهومی می‌روند و در آستانه ناپایداری قرار می‌گیرد

آستانه ناپایداری	$K_c = 10$
پایدار	$K_c < 10$
ناپایدار	$K_c > 10$

!؟

حداقل باید ۵۰٪ از آستانه ناپایداری دور باشیم تا کوچکترین noise در سیستم باعث ناپایداری نشود

سیستم‌های ... را انجام داده‌اند و نتایج را به دست آورده‌اند

نتایج: شاخه‌ها؟!

۱) تعداد قطب‌ها همیشه برابر تعداد شاخه‌های مکان هندسی است.

۲) شاخه‌های مکان هندسی همیشه از قطب شروع به حرکت می‌کنند و یا در راستای مجانب می‌روند

تعداد مجانب برابر است با 3 تا $+\infty$ ← $+\infty$

۳) هر زمانی یک ریشه بالا داریم، پایین هم خواهیم داشت. مکان هندسی ریشه‌ها نسبت به محور Real متقارن است.

Subject:
Year.   Month.

Agle criterion   تفاوت زاویه‌ای

and Magnitude criterion   معیار زاویه‌ای یا مقداری

تفاوت زاویه‌ای:

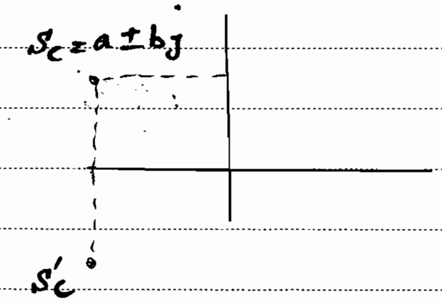
یک روش برای رسم ریشه‌ها است. فقط وقتی شک داریم ریشه‌ای در مکان هست یا نه از آن استفاده می‌کنیم. در امتحان از این روش نمی‌شود چون وسیله‌ای برای اندازه‌گیری زاویه نخواهیم.

$$1 + G(S) = 0 \qquad K\frac{(S-z_1)(S-z_2)\cdots\cdots(S-z_m)}{(S-P_1)(S-P_2)\cdots\cdots(S-P_n)} = -1$$

$$1 + K\frac{N}{D} = 0$$

$$K\,N/D = -1$$

تفاوت زاویه‌ای برای چک کردن نقاط خاصی است که مورد نظر ماست.



این روش برای چک کردن نقاطی است که آن نقطه برای ما ضروری است.

اگر نقطه‌ای که در مکان هندسی یک ریشه باشد باید در آن معادله صدق کند که لزوماً مختلط نیست هر جایی می‌تواند باشد.

$$S = x \pm jy = re^{j\theta} = r\angle\theta$$

Real   Img

$$z = r(\cos\theta + j\sin\theta) \qquad r = \sqrt{x^2+y^2} \qquad \theta = tg^{-1}(y/x)$$

هر عدد حقیقی یک عدد موهومی است که قسمت موهومی‌اش صفر است

PAPCO

$$K\frac{(s_c-z_1)(s_c-z_2)\cdots(s_c-z_m)}{(s_c-p_1)(s_c-p_2)\cdots(s_c-p_n)}=-1$$

$$K\frac{(r_1e^{j\theta_1})(r_2e^{j\theta_2})\cdots(r_me^{j\theta_m})}{(R_1e^{j\alpha_1})(R_2e^{j\alpha_2})\cdots(R_ne^{j\alpha_n})}=-1$$

اگر عدد Real باشد r_1 ، r_2 ، ... بشود

$$\underbrace{K\frac{r_1r_2\cdots r_m}{R_1R_2\cdots R_n}}_{R}\;\underbrace{\frac{e^{j(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_m)}}{e^{j(\alpha_1+\alpha_2\cdots+\alpha_n)}}}_{\phi}=-1$$

$$R\,e^{j\left(\sum_{i=1}^{m}\theta_i-\sum_{j=1}^{n}\alpha_j\right)}=-1$$

$$Re^{j\phi}=-1\qquad R\left[\cos\phi+j\sin\phi\right]=-1=1(-1)$$

$R>0$: R نمی‌تواند ۱- باشد

$$\boxed{R=1}$$

$\cos\phi+j\sin\phi=-1$ این فقط وقتی امکان‌پذیر است که ϕ مضرب فرد از π باشد

$$\phi=(2i+1)\pi\qquad i=0,\pm1,\pm2,\ldots$$

$$\sum\theta_i-\sum\alpha_j=(2i+1)\pi$$

مجموع زوایای صورت _ مجموع زوایای مخرج = مضرب فرد از π

Subject:
Year. Month. Date. ( )

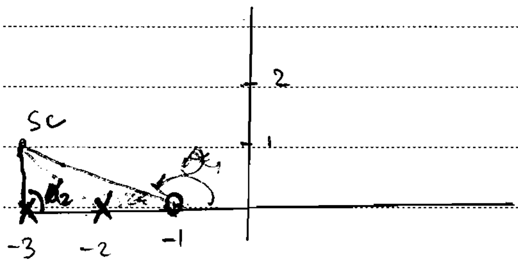
مثال:

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{(s+2)(s+3)}$$

صفرها $s+1=0$ $\quad s=-1 \Rightarrow z_1=-1$ $\quad m=1$

قطب‌ها $\begin{cases} s+2=0 & s=-2 \quad p_1=-2 \\ s+3=0 & p_2=-3 \end{cases}$ $\quad n=2$ ۲ تا قطب

scale ها را روی محور imaginary و real مساوی انتخاب کنید.



نقطه‌ای را در نظر بگیریم که روی مکان هست یا نه؟

z_1 چه زاویه‌ای با s_0 دارد. در خلاف جهت عقربه ساعت

زاویه‌ای که نقطه با صفرها تشکیل می‌دهد: θ ها (θها)

" " " با قطب‌ها " : α ها (αها)

$$\theta_1-\alpha_1-\alpha_2=(2i+1)\pi$$

$$(90+45+225)-135-90 \neq (2i+1)180$$

نقطه جزئی از مکان نیست.

پس هر نقطه‌ای که می‌خواهیم چک کنیم از آن به صفرها و قطب‌ها وصل کرده و زاویه‌ها را اندازه می‌گیریم.

شرط مقداری :

شرط مقداری فقط برای وقتی است که نقطه‌ای از مکان هندسی باشد.

اگر یک نقطه‌ای از مکان باشد K هم خواهد بود (!) مهم : همواره نسبت به محور Real قرینه وجود دارد.

$$K \frac{r_1 r_2 \cdots r_m}{R_1 R_2 \cdots R_n} = +1 \qquad K = \checkmark \qquad K_c = \checkmark$$

قواعد رسم مکان هندسی ریشه‌ها :

هر مکان هندسی ریشه‌های از قطب‌های حلقه باز شروع می‌شوند یا به صفر ختم می‌شود یا به بی‌نهایت‌های مجانب میروند.

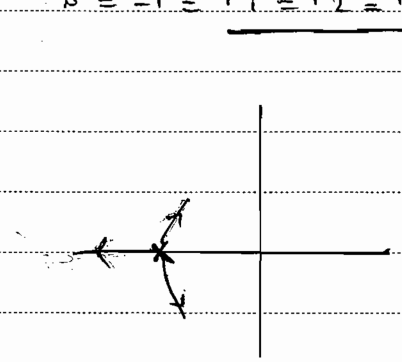
قاعده ۲) تعداد شاخه‌های مکان هندسی = تعداد قطب‌های موجود در سیستم

(!) اگر قطبی از مرتبه ۲ و ۳ باشد آنگاه ۲ و ۳ شاخه از آن قطب خارج خواهد شد.

$$G(s) = \frac{K_c}{(s+1)^3 (s+2)}$$

$$s = -1 = P_1 = P_2 = P_3$$

(!) مهم قطب‌ها به همین ترتیب نام‌گذاری می‌شوند سه تا شاخه از این قطب منشعب می‌شود.



تعداد مجانب $= 4 - 0 = 4$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

قاعده ۳) مکان هندسی ریشه‌ها همیشه نسبت به محور Real متقارن است.

قاعده ۴) اگر تعداد قطب‌ها برابر n و تعداد صفرها برابر m باشد آنگاه تعداد مجانب‌ها $\boxed{n-m}$ می‌شود.

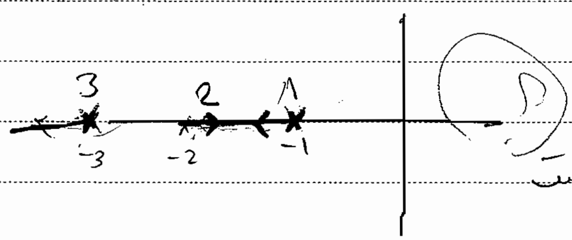
فقط مربوط به محور Real ↓

قاعده ۵) قاعده بسیار مهم: اگر مجموع تعداد قطب‌ها و صفرها در سمت راست نقطه‌ای از محور حقیقی فرد باشد آنگاه آن نقطه جزئی از مکان هندسی ریشه‌ها خواهد بود.
در شمارش صفرها و قطب‌ها فقط صفرها و قطب‌هایی که روی محور حقیقی هستند را باید بشماریم مهم است.

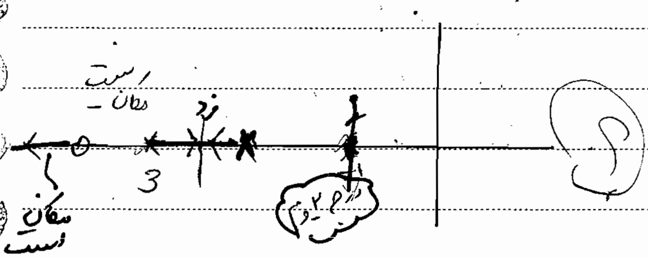
همه چیز را بشمارش ← سیستم negative فرد
سیستم positive زوج

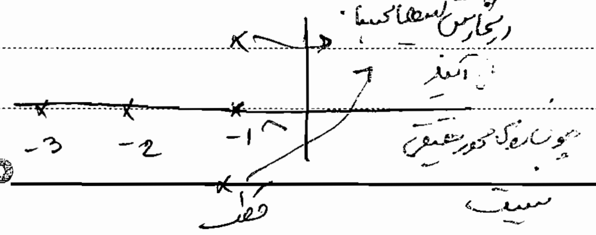
فرد برای سیستم‌های negative Real است با مکان مشخصه $1+G(s)=0$

۱) جهت‌ها را هم بنویسید



با ۳ سیستم سمت راستش فقط قطب است
پس فرد و مکان هندسی است





P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

قاعده ۶:

محل برخورد مجانب‌ها با محور حقیقی σ در نقطه‌ای که به نام σ قطع مجانب‌ها است از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\boxed{\sigma = \frac{\sum_{j=1}^{n} P_j - \sum_{i=1}^{m} z_i}{n-m}} \quad \text{or} \quad \frac{\sum z_i - \sum P_j}{m-n}$$

σ: مرکز ثقل صفرها و قطب‌های OPLTF

The center of gravity of the zeros and the poles of op.L.T.F

?

σ یک عدد است همه در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند. ① مهم: امتحان

$$\sigma = \frac{(-1-2-3)-0}{3-0} = \frac{-6}{3} = -2$$

چرا به آن مرکز ثقل می‌گویند؟ σ درست نقطه تقارن جسم است.

اگر از منظر محور Real به آن نگاه

قاعده ۷ (Vo

زاویه‌ای که مجانب‌ها با محور حقیقی (از جهت + جهت عقربه‌های ساعت شکل می‌دهند) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\boxed{\alpha = \frac{(2i+1)\pi}{n-m}} \quad i = 0, 1, \ldots, n, m-1$$

زاویه در سیستم‌هایی که negative باشد مضربی از (2π) است

مثال اول →

$(i = 0, 1, 2)$ تا چند باید باشد؟

$\alpha = \pi/4 \quad 3\pi/4 \quad 5\pi/3$

PAPCO

$$\frac{\sum P_i - \sum z_i}{n-m}$$

۱۴۹ ۱۵۱

Subject:

Year. Month. Date. ( )

جلسه ۸۸/۱۰/۸

اگر مکان هندسی ریشه‌ها محور موهومی را قطع کند، می‌توان مکان هندسی ریشه‌ها را با محور موهومی به کمک جدول Routh تعیین نمود.

$Cs^2 + D = 0$

همچنین می‌توان نقطه برخورد با محور موهومی را به کمک روش زیر به دست آورد.

در معادله مشخصه به جای s مقدار $j\omega$ را قرار می‌دهیم و از مساوی قرار دادن عدد مختلط با صفر قسمت Real را مساوی صفر قرار داده و ω معلوم می‌شود و K را به دست می‌آوریم $(1+G(s)=0)$

$S = j\omega$

نقطه برخورد ریشه‌ها $= S = \mp j\omega$

نکته مهم!! هر مسئله‌ای که در آن برخورد با محور موهومی دارد از جدول Routh استفاده کنید.

۱) نقطه برخورد ریشه مشخص خواهد شد. ← همان نقطه‌ای است که سیستم از پایداری به ناپایداری می‌رود!!

۲) می‌توان در ارتباط با پایداری K نظر داد.

$$S^3 + 6S^2 + 11S + K + 6 = 0$$

روش اول:

$$(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 11j\omega + K + 6 = 0$$

$$-j\omega^3 - 6\omega^2 + 11\omega j + K + 6 = 0$$

$$(-6\omega^2 + K + 6) + j(-\omega^2 + 11\omega) = 0$$

$$\omega(-\omega^2 + 11) = 0 \quad \nearrow \omega = 0$$

!! ω نمی‌تواند صفر باشد

$$\searrow \omega^2 = 11 \quad \text{or} \quad \omega = \pm\sqrt{11}$$

PAPCO

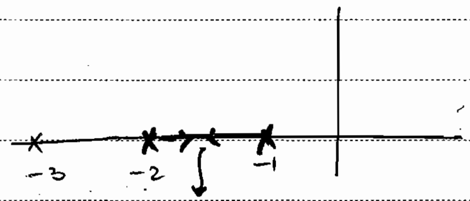
Subject :
Year . Month . Date . ( )

$-6\omega^2 + K + 6 = 0 \qquad K = 60$

نقطه ورود : $s = \pm j\sqrt{11} = \pm 3.32$

* در اینجا بهتر است از جدول Routh استفاده کنید چون هم پایداری را به ما می‌دهد و هم امکان اشتباه کمتر است.

قاعده : اگر دو قطب بر روی محور حقیقی به گونه‌ای باشند که ما بین دو قطب جزئی از مکان هندسی ریشه‌ها باشد آن گاه حتما یک نقطه جدایی بین دو قطب وجود خواهد داشت.



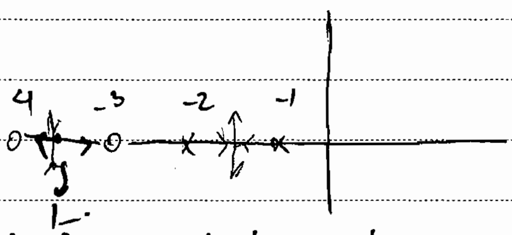
نقطه ی ورود و خروج ؟!

نقطه جدایی

Break away point

~~در نقطه جدایی مقدار K ماکزیمم است~~

* (همچنین اگر دو صفر بر روی محور حقیقی به گونه‌ای باشند که ما بین دو صفر جزئی از مکان هندسی ریشه‌ها باشد آن گاه حتما یک نقطه ورود بین دو صفر وجود خواهد داشت) *



نقطه ورود Break in point

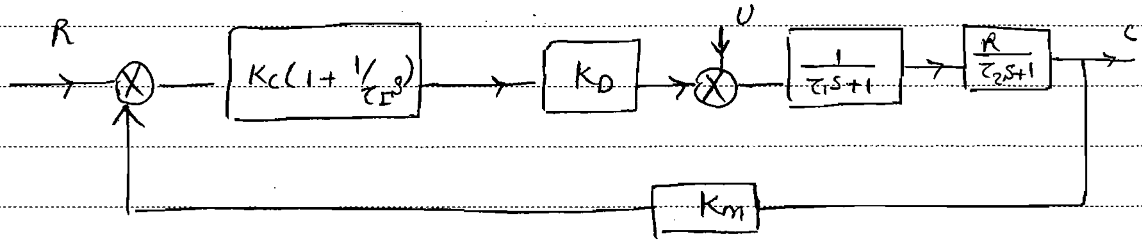
~~در نقطه ورود مقدار K مینیمم است~~.

در نقطه ورود و خروج شاخه‌ها بصورت قائم وارد و خارج میشوند.

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال ۱۵-۲) یک loop کنترلی داریم، کنترل از نوع PI، مسیر کنترلی خوب



به ازای مقادیر $\tau_I = 0.4\,min$, $\tau_I = 0.2\,min$ مکان هندسی ریشه‌ها را رسم کنید در هر مورد پایداری سیستم را تعیین کنید؟

۱) قاعده کلی روت را بلد باشید.

این مسئله اثر افزایش τ_I را هم می‌خواهد بررسی کند.

یادمان باشد $\boxed{\text{reset rate} = 1/\tau_I}$ ، اگر τ_I زیاد شود، ... کم می‌شود سرعت تصحیح خطا زیاد ...
سرعت تصحیح خطا کم می‌شود.

τ_I روی پایداری اثر معکوس دارد. τ_I هر چه بزرگ‌تر مناسب نیست بلکه ربطی دارد.

حل ۱) تشکیل open loop Transfer function :

$$G(s) = \frac{\overbrace{K_c}^{K}(1+1/\tau_I s)\,\overbrace{K_D\, R\, K_m}}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$$

$$G(s) = \frac{K(\tau_I s+1)}{(\tau_I s)(2s+1)(0.5s+1)} \qquad OP.L.T.F$$

؟ ؟

!؟ $\boxed{K = 0.259\,K_c}$

a) $\tau_I = 0.4$

$$\rightarrow G(s) = \frac{K(0.4s+1)}{(0.4s)(2s+1)(0.5s+1)} \quad \rightarrow m=1 \quad \Rightarrow n=3$$

0 -0.5 -2

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

رسم :

ابتدا استاندارد کنید تا از علم

مرحله ۱) تعیین صفرها و قطب ها

zeros $\begin{cases} 0.4S+1=0 & S=-2.5=z_1 \\ m=1 \end{cases}$

! مهم بنویسید از درجه ۳ بوده یک مشخص کنید

$\begin{cases} 0.4S=0 & S=0=P_1 \\ 2S+1=0 & S=-0.5=P_2 \\ 0.5S+1=2 & S=-2\ \ P_3 \end{cases}$ $n=3$

تعداد قطب ها - تعداد شاخه ها

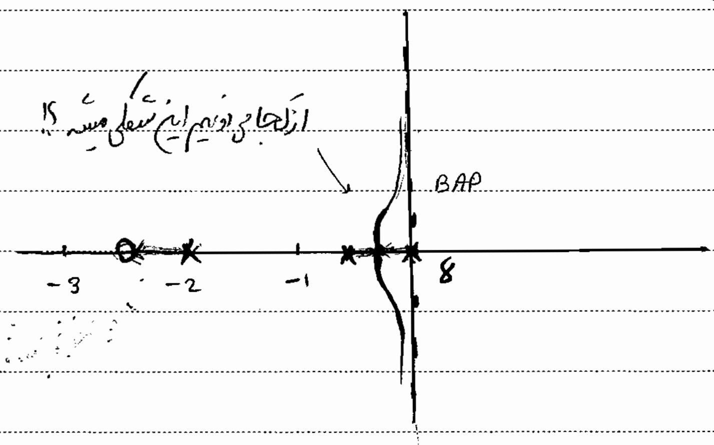
شاخه ها از قطب شروع می شوند، صفر یا مجانب ختم می شوند

تعداد مجانب $= n-m = 3-1 = 2$

صفرها و قطب ها که تو اسلاید با یک شماره مشخص کنید

علامت ها را در رسم رعایت کنید

از کجا می دونیم این شکلی میشه ؟!



$$X = \frac{\sum P_j - \sum z_i}{n-m} = \frac{(0-2-0.5)-(-2.5)}{2} = 0$$

$-2.5+0$

قاعده ۵ : اگر مجموع صفرها و قطب ها در سمت چپ قطب یا صفر زوج باشد جزء مکان هست

پس اگر صفری کدام درجه ۲ بود زیرش بنویسید

بین دو قطب مکان هندسی شده پس نقطه خروج داریم.

break away point

$$B.A.P: \quad \sum \frac{1}{S-z_i} = \sum \frac{1}{s-P_j}$$

$$\frac{1}{S+2.5} = \frac{1}{s+0} + \frac{1}{S+0.5} + \frac{1}{s+2} \longrightarrow$$

معادله درجه ۳

۳ ریشه دارد

قطعا ریشه $s=-0.25$

B.A.P.

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

با توجه به اینکه در نقاط ورود و خروج k ماکزیمم و مینیمم است پس مشتق k به s صفر خواهد بود.

$$k = f(s) \qquad \frac{dk}{ds} = 0 \;\to\; s_1,\ s_2,\ s_3$$

مجموعه جواب ریشه داریم : مهم: فقط یک ریشه بین 2- و 1- بدست آید برای این

مثال خاص و فقط یک ریشه بین 3- و 4- است.

همچنین می‌توان به کمک رابطه زیر نیز نقاط Break away و Break in را بدست آورد:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{s-z_i} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{s-P_j}} \longleftarrow \text{امتحان}$$

$$1/_{s+3} + 1/_{s+4} = 1/_{s+1} + 1/_{s+2}$$ چطوری حل کنیم معادله را؟

* برای امتحان قاعده‌ها تا اینجا کافی است. *

این قاعده در امتحان نمی‌آید چون احتیاج به اندازه گیری زاویه است.

قاعده) Departure Angle and Approach Angle — در امتحان نمی‌آید

اگر قطبی از درجه q داشته باشیم آن گاه q شاخه از این قطب منشعب شود.
زوایای خروج این شاخه‌ها (departure angle) به کمک رابطه زیر بدست می‌آید.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

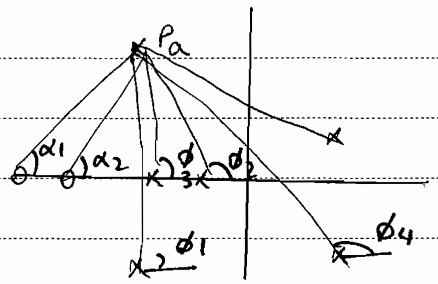
$$\theta = \frac{1}{q}\left[(2i+1)\pi + \overset{\alpha}{\sum_{i=1}^{m} \angle(p_a - z_i)} - \overset{\phi}{\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq a}}^{n} \angle(p_a - p_j)}\right]$$

زاویه‌ای که P_a با zها دارد.

زاویه خروج شاخه‌ها از قطب

$i = 0, 1, 2, \ldots, q-1$

P_a: قطب تکرار q ام



باید تمام این زوایا را

همینطور برای:

اگر صفری تکرار q ام داشته باشد آنگاه q شاخه به این صفر متصل خواهند شد که زاویه نزدیک شدن هر یک از رابطه زیر بدست خواهد آمد.

$$\theta = \frac{1}{q}\left[(2i+1)\pi + \sum_{j=1}^{n} \angle(z_b - p_j) - \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq b}}^{n} \angle(z_b - z_i)\right]$$

$i = 0, 1, 2, \ldots, q-1$

z_b: صفر مخصوص از تکرار q ام

نقطه break away را رسم کردید یک خط محور هم رسم کنید.

- و + این نقطه‌ها را حساب نمایید چون پایداری را عوض می‌کنند.

مجانب‌ها :

$$\sigma \text{ نقطه برخورد مجانب‌ها } = \frac{\sum p_j - \sum z_i}{n-m} = \frac{(0+0.5-2)-(-2.5)}{3-1}$$

$$\sigma = \frac{-2.5+2.5}{2} = 0 \rightarrow \text{مبداء}$$

زاویه‌ها $\alpha = \frac{(2i+1)\pi}{n-m}$ $i=0,1$

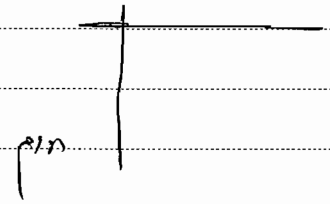
$\alpha = \pi/2$ محور z در جهت + imagenery

$\alpha = 3\pi/2$ محور z در جهت منفی

* محل شاخه‌ها مجانب را قطع می‌کنند نقطه‌ی مجانب‌های خاص

اگر بر شکل کشیده بسته شاخه‌ها رسم معادل روت ←

$1+G(s)=0$



if صفر ≠ 0

مکان هندسی محور موهومی را قطع می‌کند

سیستم به ازای تمام مقادیر K پایدار خواهد بود $\Rightarrow 0<K<\infty$ پایدار

if $K = -$ $\Rightarrow$ ناپایدار می‌شود

پس می‌بینیم به ازای تمام Kها سیستم پایدار است ولی نمی‌توانیم هر K را برای آن انتخاب کنیم

حداقل باید 50٪ از محور موهومی دور باشیم

b) $\tau_I = 0.2$

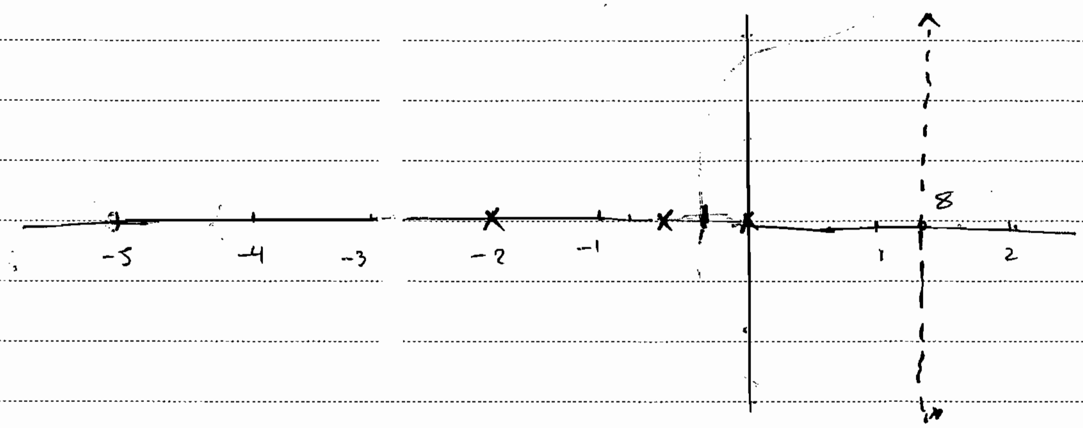
zeros $0.2s+1=0 \quad s=-5=z_1$

$m=1$

$$G(s) = \frac{K(0.2s+1)}{(0.2s)(2s+1)(0.5s+1)}$$

poles $\begin{cases} 0.2s = 0 & s = 0 = P_1 \\ 2s+1=0 \Rightarrow & s = -0.5 = P_2 \\ 0.5s+1 = 0 & s = -2 \end{cases}$

قطب‌ها صفرها با این ما نه فقط مفروض شده



BAP:

$$\frac{1}{s+5} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+0.5} + \frac{1}{s+2} \qquad s = 0.24$$

δ:

$$\delta = \frac{(0-0.5-2)-(-5)}{3-1} = \frac{2.5}{2} = 1.25$$

↳ sys ناپایدار شده

$$\alpha = \frac{\sum P_j - \sum}{n-m} \nearrow \begin{matrix} i=0 & \alpha = \pi/2 \\ i=1 & \alpha\ 3\pi/2 \end{matrix}$$

⇒ شکل هندسی ریشه‌ها نسبت به محور Real متقارن است.

پس ریشه‌ها محور موهومی را قطع می‌کنند ⇐ نقطه برخورد ریشه‌ها و محور موهومی را می‌خواهیم،

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$1 + G(s) = 0$$

$$0.2\,s^3 + 0.41\,s^2 + (0.2 + 0.052K_c)\,s + \overset{k}{0.259K_c}$$ معادله مشخصه ($n=3$)

	0.2	$0.2+0.052K_c$	0
	0.41	$0.259K_c$	0
	$\dfrac{0.082-0.0306K_c}{0.41}$	0	0
	$-259k_c$		

برای نقطه بحرانی یعنی سطر n ام باید صفر باشد در معادله قبل اگر این کار را بکنیم K_c بدست می‌آید.

$0.082 - 0.0306K_c = 0$ $\quad K_c = 2.7$ آستانه ناپایداری

$cS^2 + D = 0$ $\quad c = 0.41$ $\quad D = 0.259 \times 2.7$ $\Rightarrow$ $S = \pm 1.29j$

مرز ناپایداری

$-2 < K_c < 2.7$ سیستم

$K_c > 2.7$ ناپایدار

نکات این مسئله:

1) وقتی $\tau_I = 0.4$ بود سیستم همواره پایدار بود ولی وقتی $\tau_I = 0.2$ شده شرط پایداری پیدا شده. از لحاظ کنترلی خوب است. ولی

در مسئله قبلی 0.2min دیگر جواب را پیدا می‌کردیم ولی هر K را خواستیم نخریدیم اینجا K_c تا 2.7

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر کاهش τ_I دهیم سریعتر پاسخ دهد و شاید ناپایدار میشود

۲) محدوده ای که break و محدوده هایی دارند برای هر دو مشترک است.
حال شما کدام را برای طراحی انتخاب میکنید؟
هر جوابی بررسی کنید هم τ_I هم K_I هم محدوده ای که از محدوده های 50٪ را انتخاب میکنیم
پس $\tau_I = 0.2$ را انتخاب میکنیم چون ۵۰٪ محدوده K_c

۳) اثر جابجایی صفر:
زمانی که صفر از قطب ها فاصله گرفت سیستم ناپایدار
هر چه صفر به شاخه ها نزدیکتر اثر صفر روی آنها بیشتر و آنها را به خود میکشد در حالت اول صفر به شاخه ها
نزدیک بوده و آن را ناپایدار کرده صفر در سمت چپ قطب ها قرار گرفته.

۴) اگر صفر در سمت راست قطب ها قرار بگیرد اثر جاذبه آنها باعث میشود شاخه ها به سمت
راست و ناپایداری کشیده شوند. ناپایدار میشود.

اثر
پس نزدیکی صفر ورودی به قطب و راست قرار گرفتن صفر دارد.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

Chapter ۱۶:

Positive FB CV.

$$\xrightarrow{R} \otimes \xrightarrow{\varepsilon}$$

$\varepsilon = R + B$

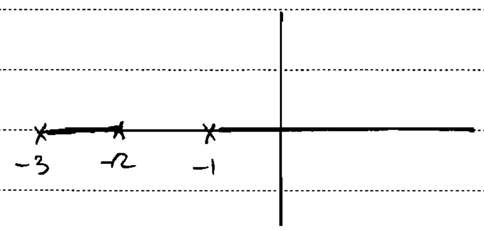
$G(s) = K\,N/D = +1$

تفاوت این فصل با فصل ۱۵ در تفاوت زاویه‌ای است

فصل ۱۶ = $\sum \alpha_i - \sum \theta_j = (2i)\pi \qquad i = 0, \pm 1, \pm 2$

تمام قواعدی که برای رسم سیستم‌های negative وجود دارد برای سیستم‌های positive هم استفاده می‌شود
به جز دو مورد زیر:

*قاعده: اگر مجموع تعداد قطب‌ها و صفرها بر روی محور حقیقی صفر و یا زوج باشد آن گاه آن ناحیه جزء مکان هندسی ریشه‌ها خواهد بود.



همیشه قسمتی از محور Real جزء از مکان خواهد بود $\Rightarrow$ همواره سیستم‌های positive ناپایدار هستند

* زاویه مجانب‌ها: مضرب زوجی از π می‌شود

$$\alpha = \frac{(2i)\pi}{n-m} \qquad i = 0, 1, 2, \dots, n-m-1$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

of Departure $\theta = \frac{1}{q}\left[(2i)\pi + \ldots\right]$

Approach Angle : $\theta = \frac{1}{q}\left[(2i-1)\pi + \ldots\right]$

PAPCO

جلسه ۱۳/۱۰/۸۸

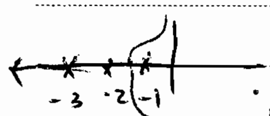
Chapter 16:

Dominant Roots

ریشه‌های غالب یا ریشه‌های مهم.

اگر به طور مثال تابعی داشته باشیم که تابع انتقالش درجه بالا باشد گاهی اوقات می‌توان این تابع درجه n را با یک تابع درجه ۲ تقریب زد و به عبارتی می‌توان گفت از بین ریشه‌ها ۲ ریشه بیشترین تاثیر را روی جواب دارد

در واقع ۲ ریشه روی پایداری اثر می‌گذارند. تشخیص این ریشه‌های غالب سخت است و نیاز به تجربه دارد.



در مثال‌های قبلی ریشه 3- تاثیری روی پایداری ندارد

ریشه 1- و 2- مهم هستند در نقطه Breakth به سمت سمت + می‌روند

راه اول) ریشه‌هایی که عموماً نزدیک مبدا مختصات هستند روی پایداری تاثیر می‌گذارند.

راه دوم) * نکته: اگر $\lim_{t \to \infty} \varepsilon(t) \to 0$

راه سوم) رسم مکان هندسی ریشه‌ها

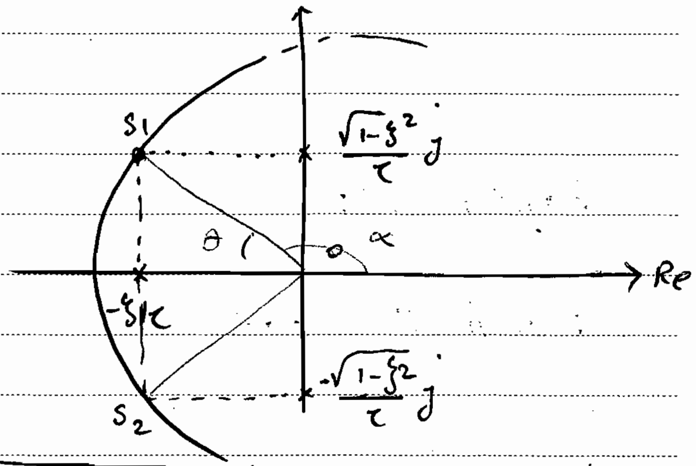
$$G(s)\Big|_{N\text{-order}} \equiv 2nd \text{ order}$$

$$G(s)\Big|_{2nd\ order} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$s_1 = \frac{-\xi}{\tau} + j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$$

$$s_2 = \frac{-\xi}{\tau} - j\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$$



$$|\overline{OS_1}| = |\overline{OS_2}| = \sqrt{\left(\frac{1-\xi^2}{\tau^2}\right) + \frac{\xi^2}{\tau^2}} = 1/\tau$$ طول پاره‌خط مستقل از ξ

اگر سیستمی داشته باشیم که τ ثابت باشد، ξ را تغییر دهیم جای نقطه تغییر می‌کند اما طبق تعریف پاره‌خط‌ها طول پاره‌خط OS_1 و OS_2 تغییر نکند

زمانی که مکان هندسی ریشه‌ها روی دایره‌ای به شعاع $\frac{1}{\tau}$ را اختیار بکنید.

ریشه‌های مهم یا غالب اگر نزدیک مبدا مختصات هستند، ۲) مکان هندسی آنها روی دایره‌ای به شعاع $\frac{1}{\tau}$ را اختیار می‌کنند

$$\cos\theta = \frac{\xi/\tau}{1/\tau} = \xi$$

* اگر سیستم درجه n داشته باشیم که توان آن ۲ یا
مکان هندسی ریشه‌ها روی دایره‌ای با شعاع $\frac{1}{\tau}$ قرار می‌شود و زاویه آن‌ها برابر است با

$$\theta = \cos^{-1}\xi \qquad \alpha = \pi - \cos^{-1}\xi$$

[illegible] } dead time
[illegible]

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مهمترین فصل در امتحان پایان ترم ۱۸ و ۱۹
از 50 سؤال امتحان ۱۲ سؤال از این‌ها

Chapter 18

Frequency Response

پاسخ نوسانی

پاسخ یک sys در ازای ورودی Sin

در فصل ۱۸ این پاسخ‌ها را بررسی می‌کنیم

سیستم‌های درجه اول

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad \text{first order}$$

$$X(t) = A \sin \omega t$$

$$Y(t) = \frac{A}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}} \sin(\omega t + \phi)$$

$$\begin{cases} AR = \dfrac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}} \\ \phi = \tan^{-1}(-\omega\tau) \end{cases}$$

2nd order:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

$$x(t) = A \sin \omega t$$

$$Y(t) = \frac{A}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\tau\omega)^2}}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{-2\xi\tau\omega}{1-\tau^2\omega^2}$$

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

Substitution Method: راه سادگی برای بدست آوردن جواب.

$$s = j\omega \qquad \underbrace{G(j\omega) = x + jy = re^{j\theta}}$$

$$\rightsquigarrow \begin{cases} r = AR \\ \theta = \phi \end{cases} \qquad \begin{aligned} AR &= |G(j\omega)| \\ \theta = \phi &= \angle G(j\omega) \end{aligned}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \leftarrow$$

For first order sys:

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + \tau\omega j} \times \frac{1 - \tau\omega j}{1 - \tau\omega j}$$

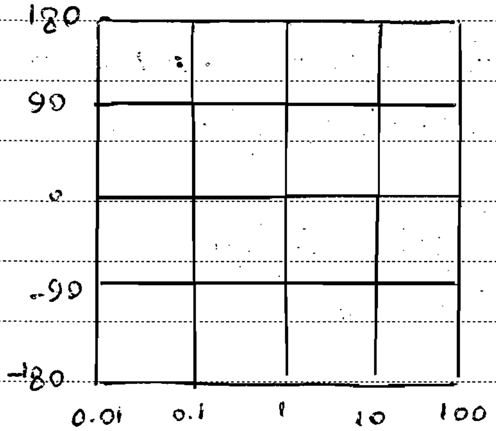
$$G(j\omega) = \frac{1 - \tau\omega j}{1 + \tau^2\omega^2} = \underbrace{\frac{1}{1 + \tau^2\omega^2}}_{x} + j\underbrace{\frac{-\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2}}_{y}$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{(1 + \tau^2\omega^2)^2} + \frac{\tau^2\omega^2}{(1 + \tau^2\omega^2)^2}}$$

$$AR = r = \sqrt{\frac{1 + \tau^2\omega^2}{(1 + \tau^2\omega^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}}$$

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )



first order system:

~~روابط AR را در امتحان حفظ باشید~~

~~در امتحان از همین شکل یا تابع سوال می‌آید.~~

$$AR = \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}} \quad (1) \; *$$

$$\log AR = \log 1 - \log\sqrt{1+\tau^2\omega^2} \qquad \log AR = -\tfrac{1}{2}\log(1+\tau^2\omega^2) \quad (2)$$

$\tau\omega$	AR
⋮	⋮

روش رسم:

هر نقطه‌ی منحنی (آن) به دو خط مجانب نزدیک است.

این ۲ خط مجانب حدی $\begin{cases} x \to 0 \\ x \to \infty \end{cases}$ تابع * است.

BODE گفت هر نقطه‌ای که این منحنی منطبق بر مجانب هاست پس مجانب های نمودار را با (۲) را بدست می‌آوریم.

$$\text{if}\begin{cases} \omega\tau \to 0 & AR = 1 \quad \log 1 = 0 \\ \omega\tau \to \infty & \log AR = -\tfrac{1}{2}\log(\underset{0}{1}+\tau^2\omega^2) = -\log(\omega\tau) \end{cases}$$

چرا برای این در معادله ۲ گذاردیم؟!

$$\log AR = -\log \omega\tau$$
$$Y = -X$$

خواسته باشید ۱- که ($\log = 0$) $AR=1$ ... $\omega\tau = 1$ کم باشد. چون شکل‌ها ایست (۱,۱) و نه (۰.۰۱) بود

(!) مهم در امتحان توضیحات را بنویسید.

و کنار مجانب ها شیب ها را بنویسید

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\log AR = -\log(\omega\tau)$$
$$Y = -X$$

که ثابت در ω های بزرگ بدست آمد.
High frequency Asymptote
مجانب فرکانسهای بالا

$\tau\omega \rightarrow$
که این هم در ω های کوچک بدست آمده
مجانب فرکانسهای پایین
Low " "

تمام سیستم های درجه اول به همین شکل خواهند بود و برای رسم نمودار مجانب ها را مشخص نمایم فقط ω که آنها هم را قطع می کنند:

Corner frequency

به تعداد τ ها Corner frequency داریم !

$$\omega\tau = 1 \quad \omega = \omega_0 = 1/\tau$$

محور x ها " شیب پاسخ تغییر خواهد کرد
$\rightarrow$ پاسخ کمان

Max انحراف در C.F است.

$$AR = \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}\Bigg|_{@\ \omega\tau=1} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$$

Corner frequency

هر شیب کمتر خطای کمتر است. هر چه از نقطه corner دورتر شویم خطای کمتر و به سمت صفر میرود.

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

استفاده ترسیمی از sys درجه ۱ و ۲ به چه دردی می‌خوره؟

$$\theta = \phi = \tan^{-1}(-\tau\omega)$$

پس به همان رابطه رسیدیم.

این روش بسیار ساده‌تر از روش‌های قبلی است.

for 2nd order:

$$G(j\omega) = \frac{1}{-\tau^2\omega^2 + 2\zeta\tau\omega j + 1} = \frac{1}{(1-\tau^2\omega^2) + 2\zeta\tau\omega j} \times$$

$$\frac{(1-\tau^2\omega^2) - 2\zeta\tau\omega j}{(1-\tau^2\omega^2) - 2\zeta\tau\omega j} = \underbrace{\frac{1-\tau^2\omega^2}{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\zeta\tau\omega)^2}}_{x} + j\,\underbrace{\frac{-2\zeta\tau\omega}{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\zeta\tau\omega)^2}}_{y}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{1}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\zeta\tau\omega)^2}} = AR$$

$$\begin{cases} AR = \dfrac{1}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\zeta\tau\omega)^2}} \\[2ex] \phi = \tan^{-1} \dfrac{-2\zeta\tau\omega}{1-\tau^2\omega^2} \end{cases}$$

برای سیستم‌های دیگر هم می‌توان به همین صورت AR و ϕ را بدست آورد.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

Dead time:

$$\begin{cases} G(s) = e^{-\tau s} \; ? \\ x(t) = A \sin \omega t \\ G(j\omega) = e^{-\tau \omega j} \end{cases} \longrightarrow \text{خروجی بدون تضعیف} \quad \begin{cases} r = 1 = AR \\ \phi = -\tau\omega \end{cases}$$

$$\begin{cases} AR = f(\omega) \\ \phi = f(\omega) \end{cases}$$

BODE این عبارات‌ها را در این نمودار رسم می‌کنیم

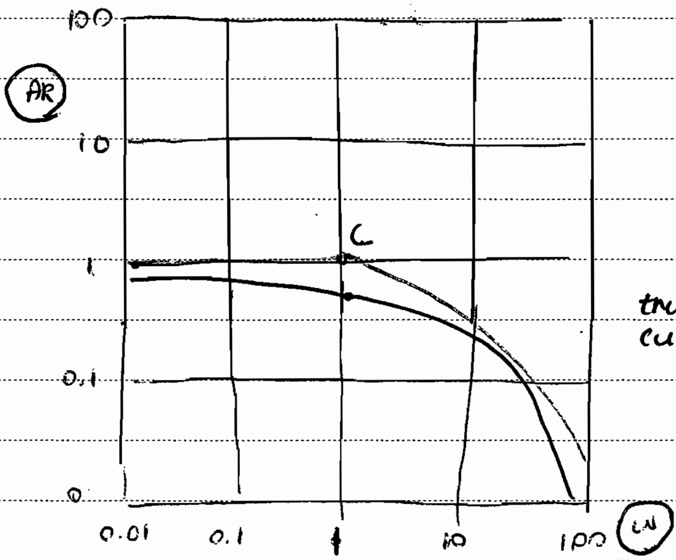
AR و ϕ را برحسب ω رسم کرده است. در طراحی سیستم‌ها آنها را با ورودی sin هستند استفاده می‌کنند.

BODE Diagrame

برای استفاده پایداری از روش BODE استفاده می‌کنند رسم شیب‌ها حاصل رسم شیب است.

روش

AR و ω را در صفحه لگاریتمی رسم می‌کنند



true curve for 1st order sys

ϕ در صفحه نیمه لگاریتمی رسم کرده از آنجا که زاویه است لگاریتم نگرفته

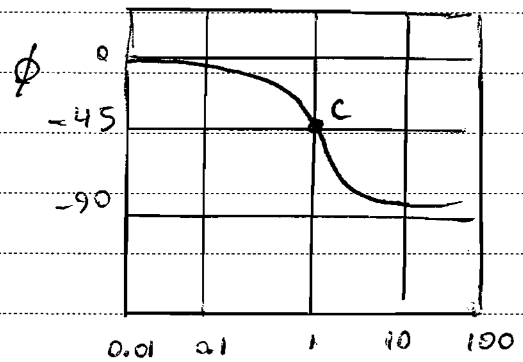
Subject:
Year. Month. Date. ( )

نمودار ϕ :

سه تا نقطه خاص است.

$$\phi = \tan^{-1}(-\omega\tau)$$

$$\begin{cases} \omega\tau \to 0 & \phi \to 0 \quad \text{شیب ثابت جایی} \\ \omega\tau = 1 \longrightarrow \text{corner نقطه} & \phi = -45 \text{ یا } -\pi/4 \\ \omega\tau \to \infty & \phi \to -90 \end{cases}$$



For 1st order syst

imp

برای هر سیستم خطی درجه اول نمودار بصورت بالا خواهد بود. بسته به τ خواهد بود.

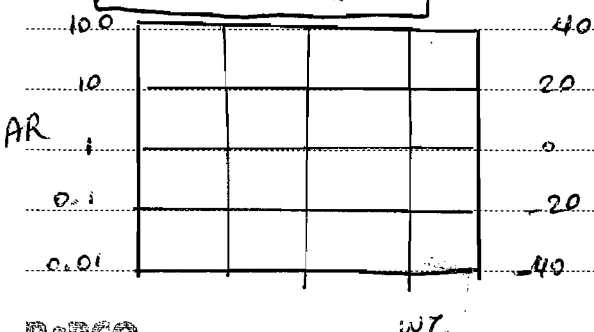
نکته:

Max اختلاف فاز در sys درجه اول $90°$ است

Max 〃 〃 〃 〃 دوم -180

〃 〃 〃 〃 〃 n $-90 \times n$

$$\boxed{db = 20\log_{10} AR}$$



محور عمودی دو تقسیم شده است.

در ریشه ها داریم

–	+
stable	unstable

در db هم همینطور است

unstable ← $(AR > 1)$

stable ← $(AR < 1)$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

M, ۱۰/۱۵

First order systems in series:

اگر چند sys درجه اول را پشت هم قرار دهیم BODE چطور می‌شود

$$G(s) = \left(\frac{1}{\tau_1 s+1}\right)\left(\frac{1}{\tau_2 s+1}\right)\left(\frac{R}{\tau_3 s+1}\right)$$

$$G(j\omega) = \left(\frac{1}{\tau_1 \omega j+1}\right)\left(\frac{1}{\tau_2 \omega j+1}\right)\left(\frac{R}{\tau_3 \omega j+1}\right)$$

$(x_1+jy_1)(x_2+jy_2)(x_3+jy_3)$ حاصلضرب پشت سر هم n عدد مختلط

$$= r_1 e^{j\theta_1} \cdot r_2 e^{j\theta_2} \cdot r_3 e^{j\theta_3}$$

$$= \underbrace{r_1 r_2 r_3}_{AR_1 \; AR_2 \; AR_3} e^{j\underbrace{(\theta_1+\theta_2+\theta_3)}_{\phi \text{ کل}}}$$

ضرب هر 3 Ar

~~در صورتی که تعداد زیادی sys پشت سر هم قرار داشته باشند مثلاً G(s) را بنویسیم~~

~~AR ضرب~~ = AR کل

imp

remember
$$\begin{cases} AR_{\text{کل}} = AR_1 \cdot AR_2 \cdot AR_3 \\ \phi_{\text{کل}} = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \end{cases}$$

$$\underline{AR_1} = \frac{1}{\sqrt{1+\tau_1^2\omega^2}} \qquad \underline{AR_2} = \frac{1}{\sqrt{1+\tau_2^2\omega^2}} \qquad \underline{AR_3} = \frac{R}{\sqrt{1+\tau_3^2\omega^2}}$$

$$AR_{\text{کل}} = \frac{1}{\sqrt{1+\tau_1^2\omega^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\tau_2^2\omega^2}} \cdot \frac{R}{\sqrt{1+\tau_3^2\omega^2}}$$

این سیستم 3 تا τ دارد پس 3 تا corner frequency دارد

imp

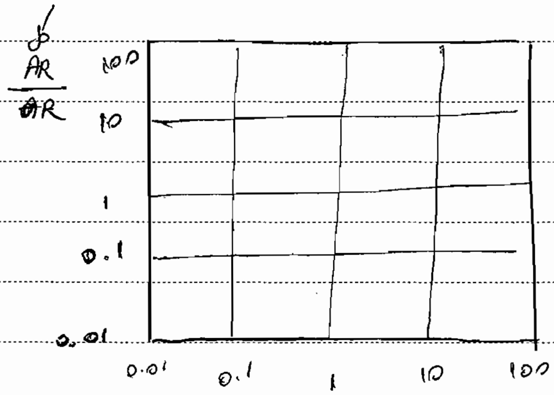
* (هر ضریب ثابت بیاید، AR کل باید ضرب بالا شود در محور عمودی و φ اثر ندارد، محور عمودی را بالا ببریم مهم)

PAPCO

173

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\log\left(\frac{AR\,ل'}{R}\right) = -\frac{1}{2}\log(1+\tau_1^2\omega^2) - \frac{1}{2}\log(1+\tau_2^2\omega^2) - \frac{1}{2}\log(1+\tau_3^2\omega^2)$$



۱)

۲) تعیین نقاط corner ، سه تا ← 3 تا تو شماره داریم

$\omega_{c_1} = 1/\tau_1 \qquad \omega_{c_2} = 1/\tau_2 \qquad \omega_{c_3} = 1/\tau_3$

۳) رسم تک تک ARها

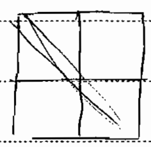
AR_I vs $\frac{AR\,ل}{R}$

AR_{II} vs $\frac{AR\,ل}{R}$

AR_{III} vs "

*۴) جمع تک خطوط رسم شده و رسم ما جواب نهایی

بستر را داریم ما



$\checkmark - \times - \times \Rightarrow -3$

مهم امتحان

[redacted]

$ل\phi = \tan^{-1}(-\omega\tau_1) + \tan^{-1}(-\omega\tau_2) + \tan^{-1}(-\omega\tau_3)$

$\phi_1 = \tan^{-1}(-\omega\tau_1)$

$\phi_2 = \tan^{-1}(-\omega\tau_2)$

$\phi_3 = \tan^{-1}(-\omega\tau_3)$

جواب نهایی شیب باید 270- درجه باشد چون

کلاً 3 تا ترم داریم

$\left\{\begin{array}{l} \text{شیب اول} \sim -1 \\ \text{شیب دوم} \sim -2 \end{array}\right\} \Rightarrow -3$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مراحل حل :

۱) بدست آوردن ϕ ها $\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$

۲) رسم تک تک ϕ ها (چون مثل حالت AR ، R وجود ندارد)

۳) جمع زوایا در هر نقطه جواب مسئله.

در corner frequency تغییر زاویه شیب ها صفر نباشند.

مثال : یک سیستم درجه ۲ داریم یا سیستمی از دو درجه اول (جدا) تشکیل شده.

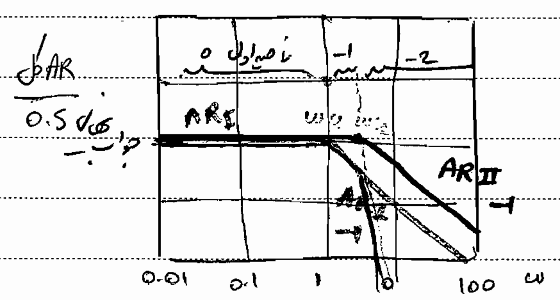
$$G(s) = \frac{1}{S+1} \cdot \frac{1}{S+2}$$

$$G(s) = \frac{1}{S+1} * \frac{0.5}{0.5s+1} \quad 0.5 \to R$$

$$\phi AR = AR_1 \times AR_2 = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}} \cdot \frac{0.5}{\sqrt{1+0.5^2\omega^2}}$$

$$\frac{\phi AR}{0.5} = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}}}_{AR\ I} \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1+0.5^2\omega^2}}}_{AR\ II}$$

$$\log \frac{AR\,\phi}{0.5} = -\frac{1}{2}\log(1+\omega^2) - \frac{1}{2}\log(1+0.5^2\omega^2)$$



۲)

$$\omega_{c1} = 1/\tau_1 = 1/1 = 1$$

$$\omega_{c2} = 1/\tau_2 = 1/0.5 = 2$$

3) log

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

For AR_I:

$$\log \frac{AR\phi}{0.5} = \frac{-1}{2}\log(1+\omega^2)$$

$$\begin{cases} \omega \to 0 & \frac{AR\phi}{0.5} \to 1 \quad L.F.A \\ \omega \to \infty & \log \frac{AR\phi}{0.5} = -\log(1+\omega) \\ & = -\log 1 - \log \omega \end{cases}$$

ω_c مشخص است

For $AR\ II$ $(\omega_{c_2} = 2)$

$\omega \to 0 \quad \phi AR = AR\phi / 0.1 \to 0$

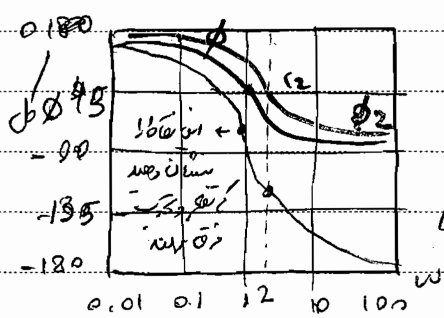
$\omega \to \infty \quad \log\left(\frac{AR}{0.5}\right) = -\log 0.5\omega \quad \begin{cases} 0.5\omega = 1 \\ \frac{AR}{0.5} = 1 \end{cases}$ خط با شیب

اگر AR را رسم کنیم کمی از خطوط بالاتر باشد و فرض را هم که از شیب شروع کنیم.

ϕ_1

$$\phi = \tan^{-1}(-\omega) + \tan^{-1}(0.5\omega)$$

AR را بدون سطر رسم WC را مشخص کنید *



هر WC که در خود دارد را حساب کنیم لازم است اینجا هم می‌خواهیم

For ϕ_1 $\begin{cases} \omega \to 0 & \phi \to 0 \\ \omega = 1 & \phi = -45^\circ \text{ corner} \\ \omega = \infty & \phi = -90^\circ \text{ ثابت} \end{cases}$

سطح فاز است

For ϕ_2 $\begin{cases} \omega \to 0 & \phi \to 0 \\ \omega = 2 & \phi = -45 \\ \omega \to \infty & \phi = -90 \end{cases}$

PAPCO

سیستم را به اولی نزدیک کند فقط ϕ

جمع ϕ ها را می‌دهد.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

Second order system

$$AR = \frac{1}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)+(2\zeta\tau\omega)^2}}$$

* نکته: اگر سیستم درجه دوم داشتیم تا آخر مثل سیستم درجه اول بود این کار را بکنیم چون ساده تر میشود

imp

imp

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{-2\zeta\tau\omega}{1-\tau^2\omega^2}\right)$$

$$\log AR = \frac{-1}{2}\log\left[(1-\tau^2\omega^2)+(2\zeta\tau\omega)^2\right]$$

For AR:

if $\omega\tau \to 0$ $\boxed{AR \to 1 \quad \text{مطابق L.F.A}}$

if $\omega\tau \to \infty$ $\log AR = \frac{-1}{2}\log\left[(1-\tau^2\omega^2)^{2} + (2\zeta\tau\omega)^2\right]$

∞^4 ∞^2

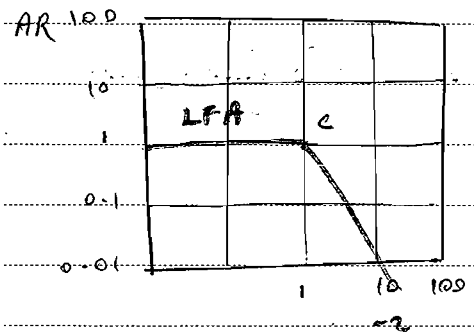
BOD، ∞^2 در برابر ∞^4 صرف‌نظر، در نهایت چون شیب را هم صرف‌نظر کرد } ۲ تقریب ۲ خطا دارد.

درجه ۲ = ۲- شیب ۲ شده

$$\log AR = -2\log(\omega\tau)$$

با این تقریب اثر ζ از بین میرود

$\boxed{\text{خط است با شیب } -2 \text{ از نقطه } \begin{cases}\omega\tau=1\\ AR=1\end{cases} \text{ عبور باشد}}$



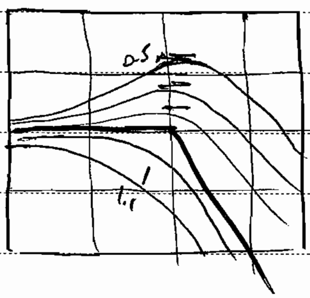
چون ζ معلوم نیست برحسب ωτ رسم میکنیم

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\omega\tau$	ξ	AR
⋮	⋮	⋮

$$AR = \frac{1}{\sqrt{\quad}}$$

چون که نقاط طی شود را با خط به هم وصل کرده
به ازای ξ مختلف نمودارهای مختلف می دهد.



هر ۲ نمودار در بالا و پایین به هم نزدیک است
هر چه ξ از ... دور تر شود اختلاف ها بیشتر

به ازای مقادیر ξ پایین که این نمودار Max دارد

if $\frac{dAR}{d(\omega\tau)} = 0$ $\boxed{(\omega\tau)_{max} = \sqrt{1-2\xi^2}}$

$1-2\xi > 0 \quad \xi^2 < 1/2 \quad \xi < \sqrt{2}/2 = 0.707$ $\left\{ \xi < 0.707 \right.$ Max دارد

imp
$$\boxed{AR_{max} = AR \Big|_{\omega\tau = \omega\tau_{max}} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}}$$

$$\omega = \frac{\sqrt{1-2\xi^2}}{\tau} = \omega_{\text{resonant frequency}}$$

ω رزونانس: فرکانسی است که در آن نقطه Max AR است
ω رزونانس تابعی از ξ است.

رسم φ سیستم های درجه ۲ :

$$\phi = tg^{-1}\left(\frac{-2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}\right)$$

تمام شکل ها کلی در ξ است. از اینها به همین شکل رسم شد.

For ϕ $\begin{cases} \omega\tau \to 0 \\ \omega\tau = 1 \\ \omega\tau \to \infty \end{cases}$ $\begin{cases} \phi \to 0 \\ \phi = -90^\circ \\ \phi \to -180 \end{cases}$ مجانب

? $\begin{cases} 1^+ & + \to +90 \\ 1^- & - \to -90 \end{cases}$

P4PCO

Year. Month. Day. Subject.

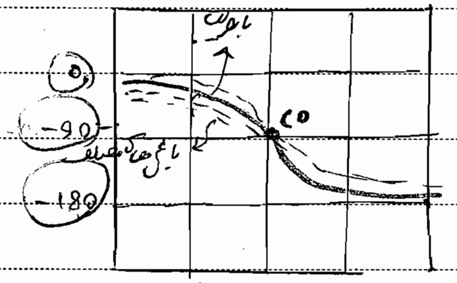
برای مشخصات های کنترلی هم ۰ تا ۵۰ شکل خواهیم داشت ولی تا همین روند را دارد چون روند منفی است

نتیجه را هم منفی بگیریم

همیشه

ω را هم اثر ندارد

حالت سهم $\left\{ \begin{array}{l} \omega\tau \to \infty \\ \omega\tau \to 0 \end{array} \right.$



شکل ۱۸.۷

Transportation Lag
or
Dead time

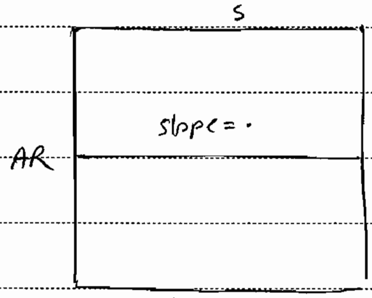
$G(s) = e^{-\tau s}$

$AR = 1$

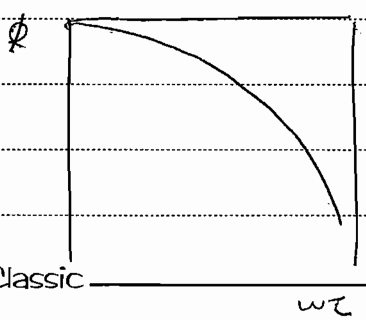
$\phi = -\omega\tau \times \frac{180}{\pi} = -57.3\ \omega\tau\ \ Deg$

$\hookrightarrow \frac{rad}{s} \times s$

?



AR بیشتر ها صفر است :



$\omega\tau \uparrow \to \phi \uparrow \to$ اختلاف فاز $\uparrow$

کاهش خیلی زیاد است چون محور افقی لگاریتمی نیست

New Classic

PI-Controller :

$$G(s) = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)$$

$$G(j\omega) = K_c\left(1 + \frac{1}{j\omega\tau_I} \times \frac{j}{j}\right) = K_c\left(1 + \frac{1}{-\omega\tau_I} j\right) = \underbrace{K_c}_{x} + \underbrace{\frac{K_c}{-\omega\tau_I}}_{y} j$$

$$\boxed{\frac{AR}{K_c} = \sqrt{K_c^2 + \frac{K_c^2}{(\omega\tau_I)^2}} = K_c\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2\tau_I^2}}}$$ imp $$\boxed{\phi = \tan^{-1}(y/x) = \frac{-1}{\omega\tau_I}}$$

$\log AR/K_c = 1/2 \log\left(1 + \frac{1}{\omega^2\tau_I^2}\right)$ اگر PID باشد هم τ_I و هم τ_D corner frequency هستند.

For AR $\boxed{\omega_c = \frac{1}{\tau_I}}$

$\omega\tau_I \to 0$ $\quad \log\left(\frac{AR}{K_c}\right) = 1/2 \log\left(1 + \frac{1}{\cancel{}}\right)$ صرفنظر

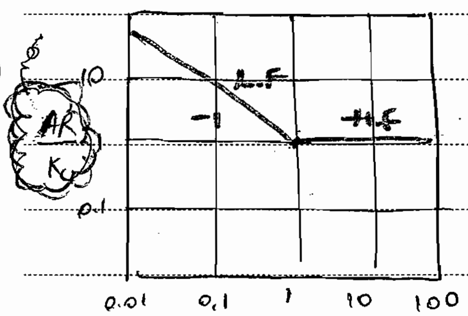
$= -\log(\omega\tau_I)$

L.F.A

خط راست و نقطه $\omega\tau_I = 1$ $\quad \frac{AR}{K_c} = 1$

$\omega\tau_I \to \infty$ $\quad \frac{AR}{K_c} \to 1$ $\quad$ H.F.A

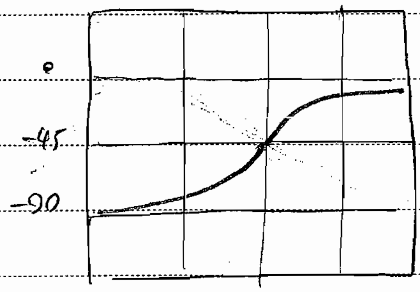
برعکس شده در $\omega\tau_I$ زیر شیب خط صفر شده.



برعکس نشود!

ن

For ϕ $\begin{cases} \omega\tau_I \to 0 & \phi \to -90 \\ \omega\tau_I = 1 & \phi = -45 \\ \omega\tau_I \to \infty & \phi \to 0 \end{cases}$



Year. Month. Day. Subject.

در سیستم‌های درجه اول هرچه τ بیشتر باشد اختلاف زیاد می‌باشد

در PI.C وقتی dead time را زیاد کنیم ϕ کم می‌شود این به علت قسمت انتگرال است چون هرچه جلوتر می‌رویم سعی می‌کند پاسخ و ورودی را هم تراز کند یا offset را از بین ببرد.

PD controller:

$$\boxed{G(s) = K_c(1+\tau_D s)}$$

مزیت در سیستم‌هایی است با تابع انتقال ساده و برای کنترلرهای پیش‌گو گویند.

در کارهای تحقیقاتی و یا اصلاح بعضی loopهای کارخانه‌ها استفاده می‌شود.

$$G(j\omega) = K_c(1+\tau_D \omega j)$$

$$\underbrace{K_c}_{x} + \underbrace{K_c \tau_D \omega j}_{y} \qquad AR = K_c\sqrt{1+\tau_D^2\omega^2}$$

$$\frac{AR}{K_c} = \sqrt{1+\tau_D^2\omega^2}$$

تنها سیستمی است که phase lead دارد.

$$\log \frac{AR}{K_c} = \frac{1}{2}\log(1+\tau_D^2\omega^2)$$

$$\phi = \tan^{-1}(\tau_D\omega) > 0 \qquad \text{phas lead}$$

For AR

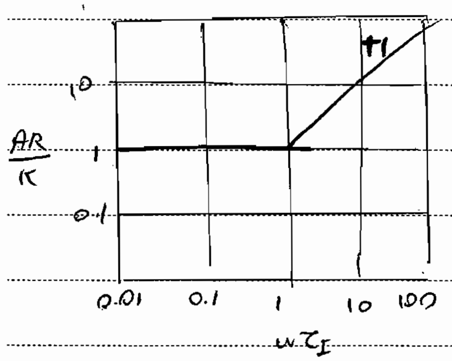
$$\begin{cases} \omega\tau_D \to 0 & \frac{AR}{K_c} \to 1 \quad \text{LFA} \\ \omega\tau_D \to \infty & \log\frac{AR}{K_c} = +\log(\omega\tau_D) \end{cases}$$

* هم تفاوت تنها سیستمی است که شیب + دارد.

خط راست با شیب + که از نقطه $\begin{cases}\omega\tau_D = 1 \\ AR/K_c = 1\end{cases}$ عبور می‌کند.

$\omega\uparrow \Rightarrow$ phase lag $\uparrow$

PI-cont : $\omega\uparrow \Rightarrow$ phase lag $\downarrow$

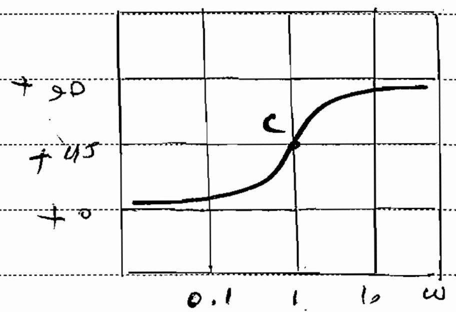


اگر در سیستم یک PD و چند ترم اول داشته
باشیم اثر مشتق اثر اول را از بین می برد
+ منفی مثبت
زمان پاسخ دهی را کم می کند
سیستم noise دارد با ورودی step و impulse
نمی توان از PD استفاده کرد.

For ϕ

$$\begin{cases} \omega\tau_D \to 0 & \phi \to 0 \\ \omega\tau_D = 1 & \phi = +45 \\ & \phi = 90 \end{cases}$$

ترم فاز را کم پیدا می کند max



$\boxed{12 \quad 08}$

Ex + حل این مسائل را بررسی کنید

۱) فرم BODE برای سیستم PID

۲) $G(s) = \frac{1}{s}, \frac{1}{s^2}, \frac{1}{s^3}$ $\qquad \frac{1}{s^n} \quad n = 1, 2, 3$

PD Controller

مشتق اشتقاق $\quad G(s) = \dfrac{2s+1}{s^2(s+1)(s^2+3s+4)}$

مشتق چند ثابت دارد
درجه ۲ ...

$1/s$ دوتا
سیستم درجه اول
سیستم درجه ۲

دستور رشته ها
امتحان: ۲ سوال فصل ۱۸ و ۱۹
۱ سوال فصل ۱۶ و

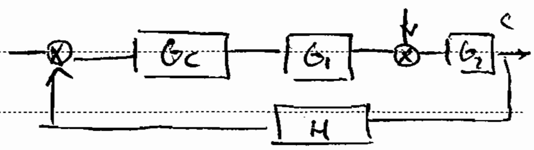
Chapter 19

Design of control system :

منظور از طراحی یک سیستم کنترلی تعریف کردن پارامترهایی است که در حلقه‌ی کنترلی وجود دارد.

مهمترین آن ها قسمت کنترلر است. اگر کنترلر تعریف شود sys طراحی شده

طراحی سیستم کنترلی { تعیین K_c تئوری / τ_I " وابسته الگو / τ_D " }



طراحی و تعیین کامل هر سیستم فرآیند یک فرآیند با بالا ارزش است.
شرط اول قبل از طراحی بررسی پایداری سیستم است.

* Bode stability criterion:

$G(s) = G_c G_1 G_2 H$ open loop T.F اولین کاری که می‌کنیم به دست آوردن

open L.T.F → اگر حلقه را باز داشتیم ولی آن را استفاده می‌کنیم

معادله مشخصه $1 + G(s) = 0$

$1 + K\frac{N}{D} = 0$ سپس open loop را رسم می‌کنیم نه معادله مشخصه

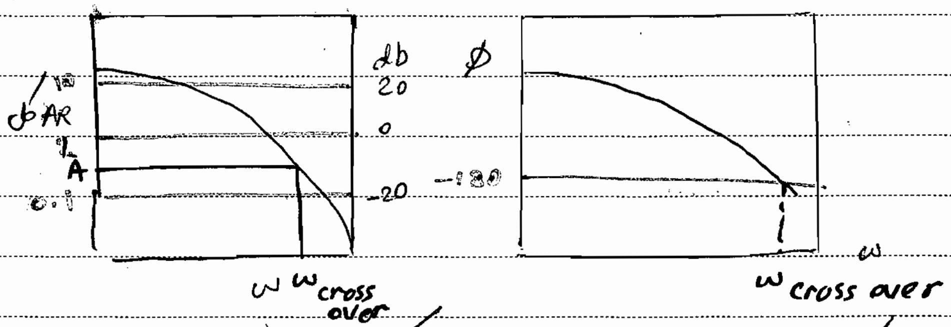
$AR_{کل} = AR_c \, AR_1 \, AR_2 \, AR_H$

$\log AR_{کل} = \log AR_c + \log AR_1 + \log AR_2 + \log AR_H$ (1)

$\phi_{کل} = \phi_1 + \phi_2 + \phi_c + \phi_H$ (2)

Subject:

Year. Month. Date. ( )



این رسم دقیق است و که بطور کلی اشتباه دارد همان جایی ها را رسم کنید.

در نمودار BODE نقطه ای است که سیستم در آستانه ناپایداری است

آغاز ناپایداری یا مرز ناپایداری $\left\{ \begin{array}{l} AR = 1 \\ \phi = -180 \text{ or } -\pi \end{array} \right.$

مکان ریشه $\xrightarrow{s = j\omega}$ عدد مختلط ($a + jy$) $\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AR = 1 \\ \phi = -180 \end{array} \right. \rightarrow$ به دست آید

اول از $\phi = -180$ شروع کنیم تا $AR = 1$ را رسم و بعد برعکس میرویم. معمولا از ϕ شروع می کنیم

$\phi = -180 \rightarrow \phi$ نمودار

$\searrow \phi$ رابطه $\rightarrow$ در رابطه ϕ تنها مجهول ω است

at $\phi = -180 \rightarrow$ By eq 2 (جواب دقیق) $\left\{ \boxed{\omega = \omega_{co}} \right.$ imp

cross over

با رسم نمودار ϕ $\rightarrow$ جواب تقریبی

$3\tan^{-1}(-\omega)$ — در اینجا اگر قرار باشد بالا را برویم سخت است: مثلا

در اینجا سخت کنید از مکان جو ... اگر نتوانستید سراغ نمودار بروید.

ω cross over $\xrightarrow{AR \text{ نمودار}}$ $\boxed{AR \Big|_{\omega = \omega_{co}} = A}$

$\searrow$ رابطه 1

پس A بدست می‌آید. مقدار A محدوده پایداری را تعیین خواهد کرد.

if $A<1$ ؛ سیستم stable خواهد شد ؛ یعنی db ها منفی

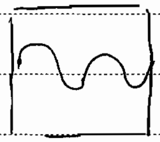
$$\begin{array}{c|c} - & + \\ \text{stable} & \text{unstable} \end{array}$$

if $A>1$ ؛ سیستم unstable می‌شود ؛ $db>0$

if $A=1$ ؛ آستانه ناپایداری ؛ $db=0$
یا مرز ناپایداری یا شروع نوسانات دائمی

محور موهومی در نمودار BODE { $\phi=-180$, $AR=1$

نمودارهای BODE برای سیستم‌های قابل استفاده هستند که نمودار AR و ϕ آنها هموار و نزولی یا صعودی باشند.

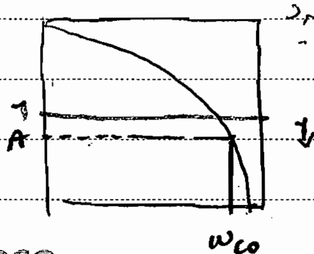
برای سیستم‌هایی که نمودار BODE آنها این شکل را دارند:  نمودار BODE جواب نمی‌دهد و باید
بسراغ Nyquise می‌رویم

برای نمودارهای گاهی صعودی و گاهی نزولی راه حل روش نمودار BODE تغییر یافته است.

دو تعریف داریم:

حاشیه اطمینان یا میزان نزدیکی به ناپایداری: Gain Margin : GM

عبارتست از gain اضافی لازم برای اینکه sys در آستانه ناپایداری قرار بگیرد

مثال: 

به این فاصله می‌گویند.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

هرچه A از 1 دورتر باشد سیستم از آستانه ناپایداری دورتر است و بهتر خواهد بود
تعریف فاصله A-1 نمی‌شود چون کاهنده لگاریتمی است

$$\log GM = \log 1 - \log A$$

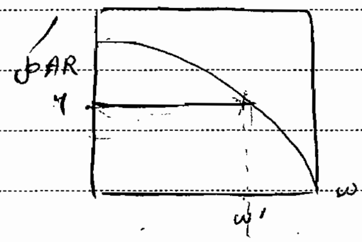
$$\boxed{GM = \frac{1}{A}}$$

سیستم پایدار $A < 1$ $GM > 1$: stable

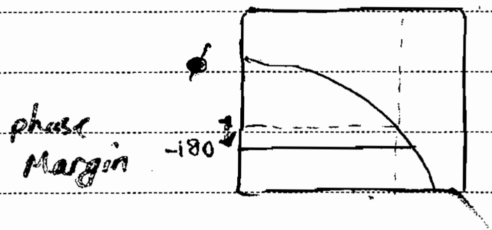
1) فقط A را حفظ کنید در بقیه حالات ناپایدار می‌باشد

راه ۲: اگر از AR=1 شروع کنیم تا به ϕ می‌رسیم:

$AR = 1 \xrightarrow{\text{با کمک رابطه } ①} \omega = \omega'$ (نمودار AR)



$\phi\big|_{\omega=\omega'} \xrightarrow{\text{با کمک رابطه } 2} \phi\big|_{AR=1}$ (نمودار ϕ)



Phase Marging

اختلاف فاز اضافی لازم برای اینکه sys در آستانه ناپایداری قرار بگیرد. هرچه ϕ از 180- دورتر باشد بیشتر

$$PM = \phi\big|_{AR=2} - (-180)$$

این چیه؟!

phase margin = →
روی محور موهومی است باید برسیم چه جوری؟

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

if $PM = 0$ آستانه ناپایداری

if $PM > 0$ stable

if $PM < 0$ unstable

$$\begin{cases} A<1 & GM>1 & : \text{stable} \\ A>1 & GM<1 & : \text{unstable} \\ A=1 & GM=1 & : \text{آستانه ناپایداری} \end{cases}$$

حال چقدر بایستی از یک فاصله بگیریم؟ برای GM

در طراحی سیستم‌های کنترلی نظر صنعتی هیچ وقت ریسک نمی‌کنند حداقل 50% بالاتر می‌روند
در آزمایشگاه $GM = 1.1$ هم کار می‌کنند)

$\rightarrow GM > 1.7$: (یعنی مساوی هم ندارد)

طراحان صنعتی: 70% از فرمول بیشتر ←

overdesign 70%

$\frac{1}{A} > 1.7 \qquad A < \frac{1}{1.7} \qquad A < 0.588$

برای PM: $PM > 30$ درجه (جاهایی که خیلی خوب بلد بودند حداقل را 80 گذاشته‌اند)

این اعداد تجربی به دست آمده، هر چه تکنولوژی ساخت کنترلر بالاتر برود GMهای کوچکتر استفاده می‌شود
پس به نوع تکنولوژی هم بستگی دارد.

دستگاه‌هایی از طریق ... کوچکتر از این می‌روند ← GM خیلی کم بوده

اگر GM خیلی بزرگ باشند ← جواب‌های کامل قبولی نخواهیم داشت.

همیشه over design داریم ← طول عمر تئوری 7x ← کمتر

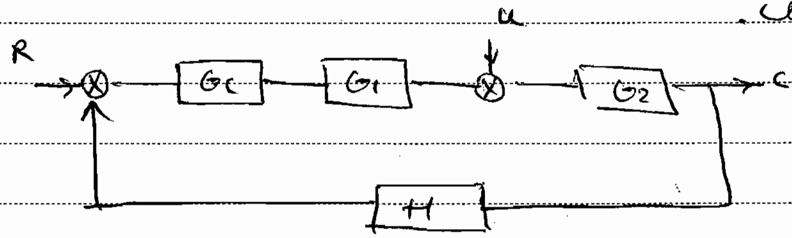
۲) $\phi = -180 \rightarrow \omega_{co} \rightarrow A \begin{cases} A<1 & \text{ناپایدار} \\ A>1 & \text{پایدار} \end{cases}$

اگر سیستم ناپایدار باشد کنترلر برای آن طراحی می کنیم اول ناپایداری را از بین می بریم سپس K را تعیین می کنند و سپس PM و GM را بدست می آورند. با استانداردهای تئوری مقایسه می کنیم

Ziegler_Nichols controller setting Design

طراحی setting های کنترلر به روش Zn

یک روش تجربی ـ تئوری است.



یک loop کنترلی داریم می خواهیم پایداری را بررسی کنیم پایدار بود.

مرحله اول: stability ✓ $\rightarrow$ Design $\begin{cases} K_c \\ \tau_I \\ \tau_D \end{cases}$ setting

* برای کنترلرهای تناسبی به روش خطی سازی می توان K را تعیین کرد)

هدف از کنترلی که داریم کیفیت پاسخ خوبی که پایدار است و زمان را کاهش دهد

وقتی که جابجایی دارد کنترلر تناسبی لازم و اساسی است. $\rightarrow$ بدترین حالت

قاعده روش Z-N :

فرض میکنیم : G_c وجود ندارد .

$$G(s) = G_2 G G_{2H}$$

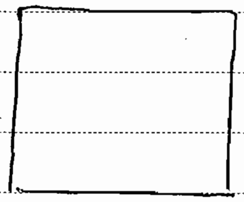
$$G(s) = G_1 G_2 H$$

در اینجا به تک تک از قواعد BODE است

$$\begin{cases} AR = AR_1 AR_2 AR_H & (3) \\ \log AR \quad \phi = \ldots\ldots & \\ \phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_H & (4) \end{cases}$$

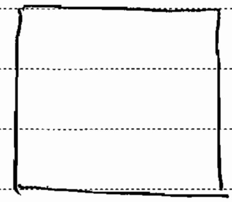
→ نمودارهای BODE را به دست آوردیم

AR



ω

ϕ



ω

$\phi = -180$ یا $-\pi$ → به کمک رابطه 4 با نمودار ϕ → $\omega = \omega_{co}$ (اسم چون G_c وجود ندارد) در اصل ω_{co} است

at $\omega = \omega_{co}$ → به کمک رابطه 3 با نمودار AR → $AR\big|_{\omega=\omega_{co}} = A$

$$GM = \frac{1}{A}$$

gain Margin در این حالت یعنی بهترین حالت ، بهترین gain به دست آمده چون کنترلر وجود ندارد

اسم این را K_u گذاشته اند

$$\boxed{GM = \frac{1}{A} = K_u}$$ ultimate gain → $G(s)$ در این حالت - وقتی G_c نداریم یعنی کنترلر دستی است

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega_{co}}$ = ultimate period .

بهترین پریود ها

یا پریود بحرانی

Subject:

Year. Month. Date. ( )

[illegible] جدول Z.n table for controller setting داریم

مقادیر [illegible] را (برای کنترلر ها ...) K_c و ... را بدست می‌آوریم

این جدول را حتما حفظ کنید

حفظ کنید [illegible]

	K_c	τ_I	τ_D
P-controller	$0.5 K_u$		
PI-Cont	$0.45 K_u$	$\frac{P_u}{1.2}$	
PID	$0.6 K_u$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{8}$

$\boxed{P_u \text{ چیه؟!}}$

$$G_c\Big|_{P.co} = K_c$$

$$G_c\Big|_{PI} = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)$$

$$G_c\Big|_{PID} = K_c\left(1 + \tau_D s + \frac{1}{\tau_I s}\right)$$

τ_I ثانیه , $P_u \rightarrow$ ثانیه