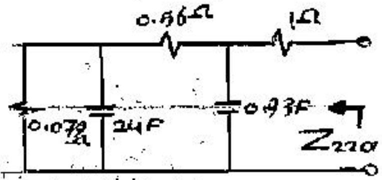
$$Z_{22a} = 1 + \frac{1/14}{s+1/2} + \frac{1}{s+2} = \frac{s^2+3.5714s+1.643}{s^2+2.5s+1}$$

با توجه به Z_{21a} ، Z_{22a} را بصورت کاور I بسط می‌دهیم

$$Z_{22a} = 1 + \cfrac{1}{0.9335 + \cfrac{1}{0.564 + \cfrac{1}{24.065s + \cfrac{1}{0.0789}}}}$$



$$Z_{11b} = \frac{39/7}{s+4} = \frac{1}{\frac{7}{39}s + \frac{28}{39}}$$

حال Ha ، Hb

$$Z_{21a} = \frac{H_a}{(s+1/2)(s+2)}\Big|_{s=0} = H_a = \frac{V_2}{I_1}\Big|_{\substack{I_2=0\\ s=0}} = 0.079$$

$$\Rightarrow H = 0.44$$

$$Z_{21b} = \frac{H_b}{s+4}\Big|_{s=0} = \frac{H_b}{4} = \frac{V_2}{I_1}\Big|_{\substack{I_2=0\\ s=0}} = \frac{39}{28} \Rightarrow H_b = \frac{39}{7} = 5.57$$

پس مدار بصورت زیر خواهد بود

* RC filter realizing a third-order Butterworth characteristic *

* مثال 2 :

$$Z_{T(s)} = H\frac{s^2+1}{s^2+0.02s+1.02}$$

اگر صورت بصورت s^2 می‌بود میتوانستیم مثل حالت قبل عمل کنیم منتهی هنگام سنتز از کاور II استفاده کردیم

LL از اینجا باید ابتدا مداری که میتواند دارای صفرهای فوق باشد معرفی کرد. و بعد با توجه به شناختی که از آن مدار داریم مثلاً Z_{22} و Z_{21} شبکه را سنتز کنیم.

مداری که دارای میتواند بعنوان شبکه A مورد استفاده قرار گیرد Twin-T RC Net. است.

$$Z_{22a} - Z_{11b} = \frac{D(s)}{P(s)} \begin{matrix} \leftarrow m \text{ مرتبه} \\ \leftarrow n \text{ "} \end{matrix}$$

گفتیم که $n \geq m$ ، ولی در اینجا $n=m$ را نمیتوان انتخاب کرد $m=2$

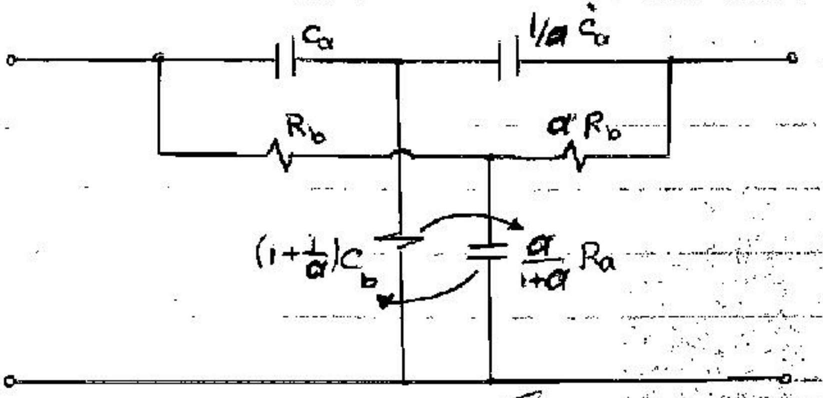
زیرا در اینصورت Z_{22a} از مرتبه یک خواهد شد و چون صورت Z_{21a} مرتبه دوم است بنابراین

شبکه A قابل تحقق نخواهد بود. (از نظر کاهش بینهایت خروجی بینهایت)

بنابراین $P(s)$ را از مرتبه سوم انتخاب میکنیم $P(s) = s(s+0.5)(s+2)$

$$\frac{D(s)}{P(s)} = \frac{s^2+0.02s+1.02}{s(s+0.5)(s+2)} = \frac{1.02}{s} + \frac{1.66}{s+2} - \frac{1.68}{s+0.5}$$

برای مدار Twin-T داریم:



$C_a = b(1+a)$

$C_b = b(1+a)\,\frac{\omega_0^2}{\sigma_1^2}$

$R_a = 1/\sigma_1 C_a$

$R_b = 1/\sigma_1 C_b$

شکل A

σ ، b ، a اعداد ثابت هستند

$$Z_{22a} = \frac{a}{b(1+a)^2}\left[\frac{1}{\sigma_1+\omega_0^2/\sigma_1}\left(1+\frac{\sigma_1}{s}\right) + \frac{a}{s+\omega_0^2/\sigma_1}\right] \bigstar$$

$$Z_{21a} = \frac{a}{b(1+a)^2}\left[\frac{1}{\sigma_1+\omega_0^2/\sigma_1}\left(1+\frac{\sigma_1}{s}\right) - \frac{1}{s+\omega_0^2/\sigma_1}\right] \bigstar$$

ملاحظه میکنیم که Z_{22} به فرم روبرو است بنابراین $Z_{22} = A_0 + \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+\alpha}$

باید $\frac{D(s)}{P(s)}$ را به فرم زیر بنویسیم (مقدار K را که در نظر گرفته‌ایم)

$$\frac{D(s)}{P(s)} = K + \frac{1.02}{s} + \frac{1.66}{s+2} - \left(K + \frac{1.68}{s+0.5}\right)$$

$$Z_{11b} \equiv K + \frac{1.68}{s+0.5}$$

$$Z_{22a} \equiv K + \frac{1.02}{s} + \frac{1.66}{s+2} \qquad Z_{21a} \equiv H_a \cdot \frac{s^2+1}{s(s+2)} \qquad Z_{12b} \equiv \frac{H_b}{s+0.5}$$

$$\Longrightarrow \frac{\omega_0^2}{\sigma_1^2} = 2 \quad , \quad \frac{a^2}{b(1+a)^2} = 1.66 \quad , \quad \frac{\sigma_1 a}{b(1+a)^2\,(\sigma_1+\omega_0^2/\sigma_1)} = 1.02$$

$$\frac{a}{b(1+a)^2}\cdot\frac{1}{\sigma_1+\omega_o^2/\sigma_1}=K$$

$$\text{IF}\quad \underbrace{\omega_o=1}\Rightarrow \underline{\sigma_1=0.5}\Rightarrow\begin{cases} a^2/b(1+a)^2=1.66 & \text{I}\\ 0.2a/b(1+a)^2=1.02 & \text{II}\\ 0.4a/b(1+a)^2=K & \text{III}\end{cases}$$

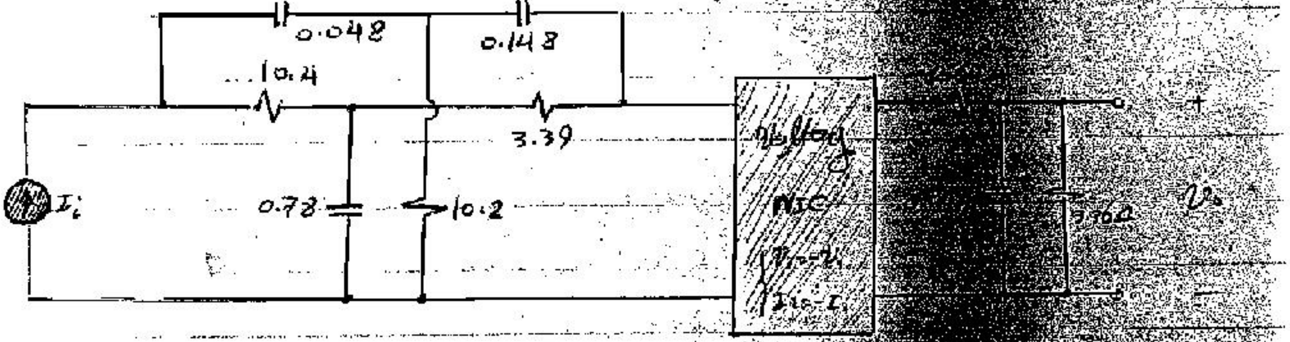
$$\frac{\text{I}}{\text{II}}\Rightarrow\frac{a^2}{0.2a}=\frac{1.66}{1.02}\Rightarrow \underline{a=0.3255}\Rightarrow \underline{b=0.0363}\Rightarrow \underline{K=2.04}$$

$$\Rightarrow C_a=b(1+a)\Rightarrow C_a=0.04815\ F\qquad C_b=0.1926\qquad R_a=41.537$$

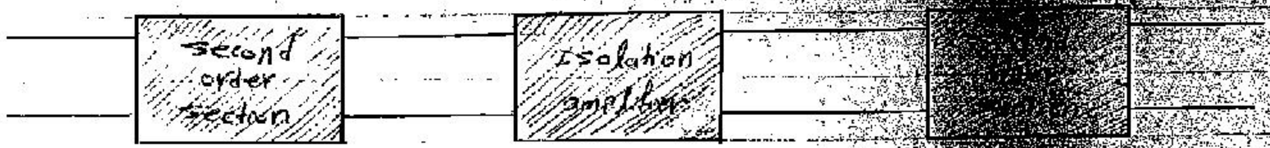
$$R_b=10.98$$

$Z_{nh}=2.04+\frac{1.68}{s+0.5}$ منحنی [illegible] Z_{in} نیز مثبت است و میتوان آن را سنتز نمود

پس مدار بصورت [illegible] خواهد بود



برای [illegible] با کار میتوان تعداد فیلترهای مرتبه دو را توسط بافر پشت سرهم قرار داد.



★ Illustrating the realization of high order filters using a cascade of second-order sections and isolation amplifier.

$$K_2 = \frac{\sigma_2^2 - 2\rho\omega_0\sigma_2 + \omega_0^2}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

از آنجایی که D(s) دارای ریشه‌های موهومی است (مزدوج) بنابراین علامت آن حاصل علامت σ^2 می‌باشد و مثبت است

پس با فرض $\sigma_2 > \sigma_1$ خواهیم داشت $K_2 < 0 \ \& \ K_1 > 0$

$$\Rightarrow \frac{D(s)}{P(s)} = \left[(s+\sigma_1)(s+\sigma_2) + K_1(s+\sigma_2) + K_2(s+\sigma_1)\right] / (s+\sigma_1)(s+\sigma_2)$$

$$D(s) = (s+\sigma_1)(s+\sigma_2) + K_1(s+\sigma_2) + K_2(s+\sigma_1) = A(s) - B(s)$$

$$A(s) = (s+\sigma_1)(s+\sigma_2) + K_1(s+\sigma_2) \qquad B(s) = -K_2(s+\sigma_1)$$

$$S_K^{s_1} = -\frac{\sigma_2^2 - 2\rho\sigma_2\omega_0 + \omega_0^2}{2(\sigma_2-\sigma_1)}\left(1 + j\,\frac{\rho\omega_0 - \sigma_1}{\omega_0\sqrt{1-\rho^2}}\right)$$

$$\left|S_K^{s_1}\right| = \frac{\sigma_2^2 - 2\rho\omega_0\sigma_2 + \omega_0^2}{2\omega_n(\sigma_2-\sigma_1)}\left(\frac{\sigma_1^2 - 2\rho\omega_0\sigma_1 + \omega_0^2}{1-\rho^2}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{\sigma_1 = 0 \ \& \ \sigma_2 = \omega_0}$$ حالت - اپتیمم وقتی است که

$$S_K^{s_1} = -\omega_0(1-\rho)\left[1 + j\frac{\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}\right] \Rightarrow \boxed{\left|S_K^{s_1}\right|_{min} = \omega_0\left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right)^{1/2}}$$ در این شرایط داریم

$$\boxed{P(s) = s(s+\omega_0)} \quad , \ D(s) = s^2 + 2\rho\omega_0 s + \omega_0^2$$

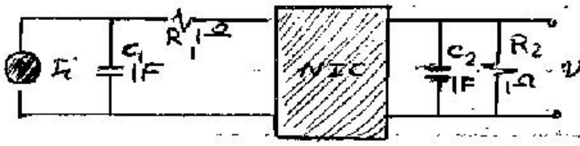
$$\Rightarrow \frac{D(s)}{P(s)} = 1 + \frac{\omega_0}{s} + \frac{-2\omega_0(1-\rho)}{s+\omega_0} \Rightarrow \boxed{D(s) = (s+\omega_0)^2 - 2\omega_0(1-\rho)s}$$

مثال: $Z_{P(s)} = Z_{21}(s) = \dfrac{H}{s^2+s+1}$ با روش مرتبه دوم

$$P(s) = s(s+1) \qquad D(s) = (s+1)^2 - s \quad \Rightarrow \frac{D(s)}{P(s)} = \frac{s+1}{s} - \frac{1}{s+1}$$

$\Rightarrow Z_{22a} = \frac{s+1}{s}$ & $Z_{11b} = \frac{1}{s+1}$ $Z_{21a} = \frac{-H_a}{s}$ & $Z_{21b} = \frac{H_b}{s+1}$

$Z_{22a} = 1 + \frac{1}{s}$ $\Rightarrow$



در حالت کلی برای فیلتر درجه دوم اپتیمم خواهیم داشت:

$* R_1 = 1\,\Omega$ $* C_1 = \frac{1}{\omega_0}$ $* C_2 = \frac{1}{2\omega_0(1-\rho)}$ $* R_2 = 2(1-\rho)$ * * اپتیمم *

optimum

ولی از آنجایی که منبع جریان ایدآل وجود ندارد مجبوریم بجای $\sigma_1 = 0$ ، $\sigma_1 = a$ قرار دهیم

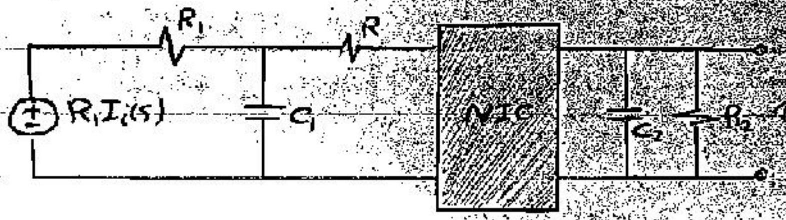
یعنی $p(s) = (s+a)(s+\omega_0)$

و برای اینکه خیلی از حالت اپتیمم دور نشویم a را مقدار کوچکی انتخاب می‌کنیم مثلاً

$$\boxed{P(s) = (s + \omega_0/10)(s + \omega_0)} \Rightarrow \frac{D(s)}{P(s)} = \frac{s^2 + 2\rho\omega_0 s + \omega_0^2}{(s + \omega_0/10)(s + \omega_0)}$$

$$\Rightarrow \frac{D(s)}{P(s)} = 1 + \frac{A}{s + \omega_0/10} + \frac{B}{s + \omega_0} \qquad A = (10.1 - 2\rho)\frac{\omega_0}{9} \ \& \ B = -20\omega_0(1-\rho)/9$$

$$\Rightarrow \frac{D(s)}{P(s)} = 1 + \frac{(10.1 - 2\rho)\omega_0}{9(s + \omega_0/10)} - \frac{20\omega_0(1-\rho)}{9(s + \omega_0)}$$



* non-optimum *

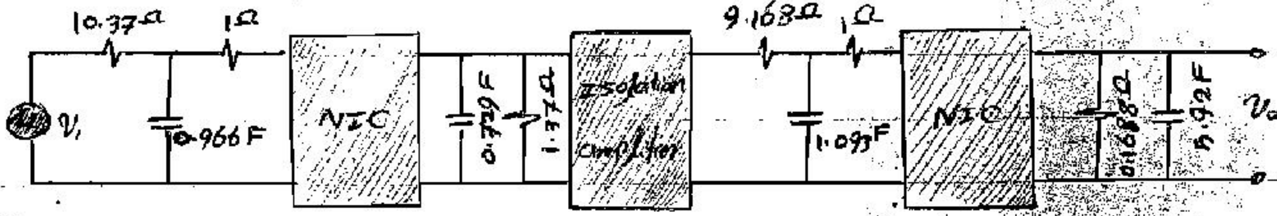
$* R = 1\,\Omega$ $* R_1 = 11.22 - 2.22\rho$ $* C_1 = \frac{1}{\omega_0(1.12 - 0.222\rho)}$ *

$* R_2 = 2.222(1-\rho)$ $* C_2 = \frac{1}{2.222\omega_0(1-\rho)}$ *

مثال: مطلوب است سنتز باترورث مرتبه چهارم توسط NIC ها.

$$H(s) = \frac{H'}{(s^2+0.7654s+1)(s^2+1.848s+1)} = \frac{H_1}{s^2+0.7654s+1} \cdot \frac{H_2}{s^2+1.848s+1}$$

$\rho_1 = 0.3827$ & $\rho_2 = 0.924$



* optimization برای حالت کلی (فیلتر مرتبه n) *

هرگاه D(s) (مخرج تابع انتقال) بفرم زیر باشد:

$$\boxed{D(s) = (s+a_1)^2(s+a_2)^2(s+a_3)^2 \cdots (s+a_n)^2 - \left[(s+b_1)^2(s+b_2)^2 \cdots (s+b_{n-1})^2\right] \times b_0 s}$$

آنگاه برای اینکه حساسیت فیلتر نسبت به تغییرات پارامترهای فعال مدار (مثلاً گین NIC ها) اپتیمم گردد باید P(s) بصورت زیر انتخاب گردد.

$$\boxed{P(s) = s(s+a_1)(s+a_2)\cdots(s+a_n)(s+b_1)(s+b_2)\cdots(s+b_{n-1})}$$

مثال: باترورث مرتبه 2

$D(s) = s^2+s+1 = (s+1)^2 - s$

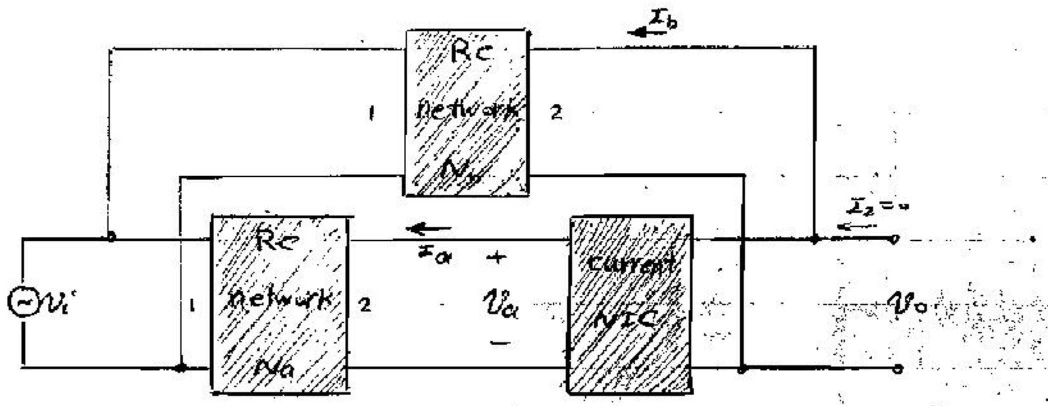
$\Rightarrow a_1 = 1$ & $b_0 = 1$ $= 0$ تعبیر مرتبه $\Rightarrow P(s) = s(s+1)$

با محاسبات قبلی توافق دارد.

توجه: وقتی ما حساسیت فیلتر را نسبت به تغییرات K (گین NIC) optimize می‌کنیم خود بخود حساسیت فیلتر نسبت به المانهای passive مدار نیز optimize خواهد شد.

* parallel realization *

* Yanagisawa *



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} I_b = y_{21_b} V_i + y_{22_b} V_o \\ I_a = y_{21_a} V_i + y_{22_a} V_a \end{array} \quad \& \quad \begin{array}{l} V_a = V_o \\ I_b = I_a \end{array}$$

$$\Rightarrow y_{21b} V_i + y_{22b} V_o = y_{21a} V_i + y_{22a} V_o \Rightarrow V_o = \frac{y_{21b} - y_{21a}}{y_{22a} - y_{22b}} V_i$$

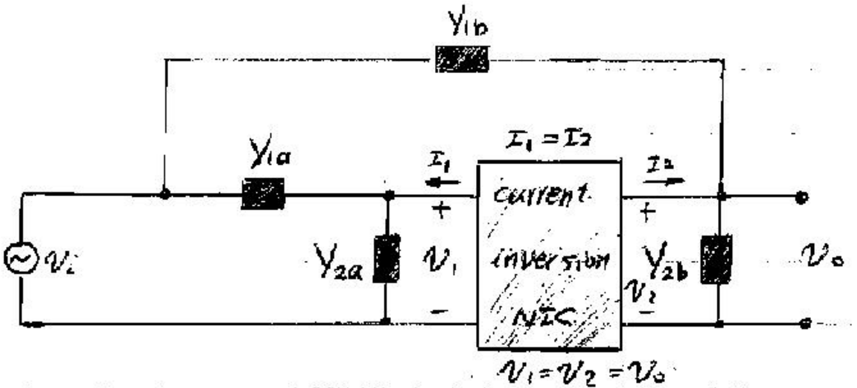
$$\Rightarrow \boxed{H(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{y_{21b} - y_{21a}}{y_{22b} - y_{22a}}}$$

در فیلتر Kerwin شبکه اکتیو (NIC) فقط روی قطبها اثر می‌گذاشت و بعبارت مقاومت منفی که از خروجی تولید می‌کرد تا بتوانیم فیلترهایی با ریشه‌های مزدوج توسط مدارات RC طراحی کنیم ولی در اینجا (مدل Yanagisawa) شبکه اکتیو هم روی صفرها هم روی قطبها اثرگذار است بنابراین میتوانیم مدار را طوری طراحی کنیم که تابع انتقال دارای صفرهای مزدوج هم باشد. (فیلترهای میان نگذر)

البته توسط فیلتر Kerwin نیز میتوان فیلتر میان نگذر طراحی کرد (مثالش قبلاً حل شده است) اما همانطور در مثال دیدیم نیاز به شبکه‌های Twin.T داریم ولی از روش فوق با شبکه‌های ساده RC میتوان به مقصود رسید.

ساختن H(s) به فرم فوق مشکل و یا شاید غیرممکن است برای حل این مشکل بجای شبکه‌های A و B از فرم خاصی استفاده شده است (ابتکاری Yanagisawa)

توجه: اگر بجای INIC از VNIC استفاده کنیم علامت منفی ظاهر نمی‌شد.



$$I_2 = (Y_{1b}+Y_{2b})V_o - Y_{1b}V_i \qquad I_1 = (Y_{2a}+Y_{1a})V_o - V_{1a}V_i$$

$$I_2 = I_1 \Rightarrow \left[(Y_{1b}+Y_{2b}) - (Y_{2a}+Y_{1a})\right]V_o = (Y_{1b}-Y_{1a})V_i$$

$$\Rightarrow \boxed{H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Y_{1a}-Y_{1b}}{(Y_{2a}-Y_{2b})+(Y_{1a}-Y_{1b})}}$$

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad \& \quad P(s) = \prod_{i=1}^{m-1}(s+\sigma_i) \Rightarrow \boxed{Y_{1a}-Y_{1b} = \frac{N(s)}{P(s)}}$$

$$\& \quad \boxed{Y_{2a}-Y_{2b} = \frac{D(s)-N(s)}{P(s)}}$$

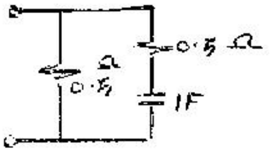
مثال: فیلتر میان‌نگذر با تابع انتقال (Band Reject) $\frac{V_o}{V_i} = \frac{s^2+2}{s^3+2s^2+2s+1}$ را طراحی کنید.
به روش گفته شده در بالا (فیلتر Yanagisawa)

حل: برای اینکه هم $\frac{N(s)}{P(s)}$ و هم $\frac{D(s)-N(s)}{P(s)}$ تحقق‌پذیر باشند (از نظر علامت منفی مشکلی داریم) بلافاصله
تفاضل توابع مثبت حقیقی است که باید کمتر یا مساوی واحد باشد. بنابراین $2 = [P(s)]$ درجه)
[DPA]

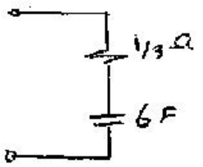
$$\underline{P(s) = (s+0.5)(s+2)} \qquad \Rightarrow \frac{N(s)}{P(s)} = \frac{s^2+2}{(s+0.5)(s+2)} = 2+\frac{-3s}{s+0.5}+\frac{2s}{s+2}$$

$$\Rightarrow Y_{1a} = 2+\frac{2s}{s+2} = 2+\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{s}} \quad \Rightarrow$$

$Y_{1a} \equiv$



$$Y_{1b} = \frac{3s}{s+0.5} = \frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6s}} \quad \Rightarrow \quad Y_{1b} \equiv$$



$$A(s) = \frac{D(s)-N(s)}{P(s)} = \frac{s^3+s^2+2s-1}{(s+0.5)(s+2)} = K_0 + K_1 s + \frac{K_2 s}{s+0.5} + \frac{K_3 s}{s+2}$$

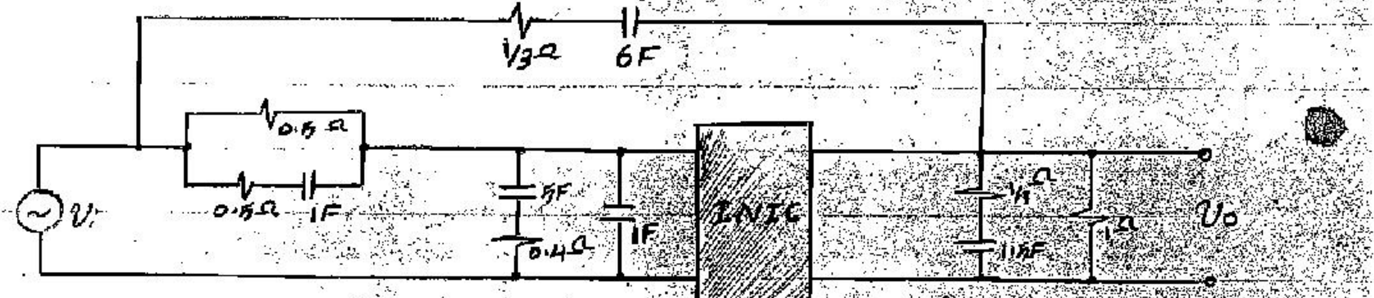
$$K_0 = \lim_{s\to 0} A(s) = -1 \qquad K_1 = \lim_{s\to\infty} \frac{A(s)}{s} = 1 \qquad K_2 = 2.5 \quad \& \quad K_3 = -3$$

$$\Rightarrow \frac{D(s)-N(s)}{P(s)} = Y_{2a} - Y_{2b} = -1 + s + \frac{2.5s}{s+0.5} - \frac{3s}{s+2}$$

$$\Rightarrow Y_{2a} = s + \frac{2.5s}{s+0.5} \quad \& \quad Y_{2b} = 1 + \frac{3s}{s+2}$$

$$Y_{2a} = s + \frac{1}{0.4+\frac{1}{5s}} \quad \& \quad Y_{2b} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{2}{3s}}$$

پس مدار بصورت زیر خواهد بود.



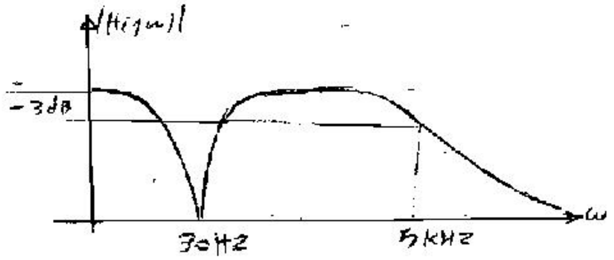
برای بیشتر از فرمولهای زیر استفاده میکنیم

$$\frac{N(s)}{P(s)} = Y_{1a} - Y_{1b} = \overset{\text{خازن موازی}}{K_\infty s} + \overset{\text{مقاومت موازی}}{K_0} + \sum_{i=1}^{m-1} \underbrace{\frac{K_i s}{s+\sigma_i}}$$

مقاومت و خازن سری بصورت موازی باشند

$$\frac{D(s)-N(s)}{P(s)} = Y_{2a} - Y_{2b} = K'_\infty s + K'_0 + \sum_{i=1}^{m-1} \frac{K'_i s}{s+\sigma_i}$$

H.W. فیلتر مثال قبل را طوری طراحی کنید فرکانس notch برابر 30Hz و فرکانس قطع بالا برابر 5KHz باشد.



* Sensitivity Considerations and design optimization *

$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ بازبراین دلیل اساس کار طراحی فیلترهای مرتبه های بالا بر طراحی فیلترهای مرتبه دوم استوار است ، optimiz کردن حساسیت را برای فیلترهای مرتبه دوم بررسی میکنیم

$$H(s) = \frac{N(s)}{s^2+2\rho\omega_0 s+\omega_0^2}$$

بشرط اینکه فیلتر LP ، H.P ، BP یا BR باشد N(s) به ترتیب بصورت زیر خواهد بود .

$LP : N(s) = H$ $HP : N(s) = Hs^2$ $BP : N(s) = Hs$

$BR : N(s) = H(s^2+\omega_0'^2)$

$$\boxed{P(s) = s+\omega_n}$$

هرگاه p(s) بصورت روبرو انتخاب شود حساسیت فیلتر نسبت به پارامترهای اکتیو و passive مدار مینیمم خواهد شد.

* حالت اول : L.P.F & $P(s) = s+\omega_0$

$$H(s) = \frac{H}{s^2+2\rho\omega_0 s+\omega_0^2}$$

$$\Rightarrow Y_{1a}-Y_{1b} = \frac{H}{s+\omega_0} = K_0+K_1 s+\frac{K_2 s}{s+\omega_0} = \frac{H}{\omega_0}-\frac{H/\omega_0\, s}{s+\omega_0}$$

$$\underline{IF\ H = \omega_0^2} \Rightarrow Y_{1a}-Y_{1b} = \omega_0-\frac{\omega_0 s}{s+\omega_0} \Rightarrow \underline{Y_{1a} = \omega_0 \ \& \ Y_{1b} = \frac{\omega_0 s}{s+\omega_0}}$$

$$Y_{2a}-Y_{2b} = \frac{D(s)-N(s)}{P(s)} = \frac{s^2+2\rho\omega_0 s+\omega_0^2-H}{s+\omega_0} = \frac{s^2+2\rho\omega_0 s}{s+\omega_0}$$

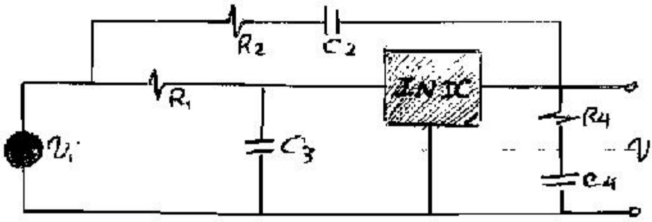
$$Y_{2a}-Y_{2b} = K_0+K_1 s+\frac{K_2 s}{s+\omega_0} = s+\frac{-\omega_0(1-2\rho)s}{s+\omega_0}$$

$$(I)\quad \tfrac{1}{2}>\rho>0 \Rightarrow \underline{Y_{2a} = s \ \& \ Y_{2b} = \frac{\omega_0(-2\rho+1)s}{s+\omega_0}}$$

$$(II)\quad \tfrac{1}{2}<\rho<1 \Rightarrow \underline{Y_{2a} = s+\frac{\omega_0(-1+2\rho)s}{s+\omega_0} \ \& \ Y_{2b} = 0}$$

$$H(s) = \frac{v_o}{v_i} = \frac{H}{s^2+2\rho\omega_o s+\omega_o^2} = \frac{\omega_o^2}{s^2+2\rho\omega_o s+\omega_o^2} \quad * \text{LPF} *$$

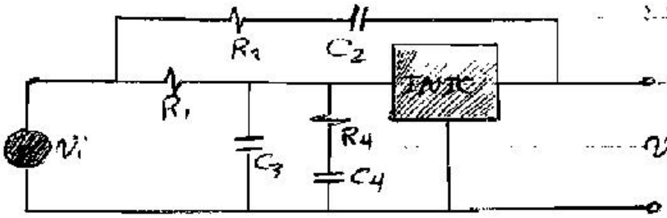
* برای $0 < \rho < \frac{1}{2}$ مدار بصورت زیر خواهد بود.



$R_1 = R_2 = \frac{1}{\omega_o}\ \Omega \quad C_1 = C_3 = 1\ F$

$R_4 = \frac{1}{\omega_o(1-2\rho)}$ & $C_4 = 1-2\rho$

همچنین برای $\frac{1}{2} < \rho < 1$ خواهیم داشت:



$R_1 = R_2 = \frac{1}{\omega_o} \quad C_1 = C_3 = 1$

$R_4 = \frac{1}{\omega_o(2\rho-1)} \quad C_4 = 2\rho-1$

اگر H را بصورت زیر انتخاب کنیم مدار ساده‌تر خواهد شد. $H = 2\omega_o^2(1-\rho) \quad \rho > \frac{1}{2}$

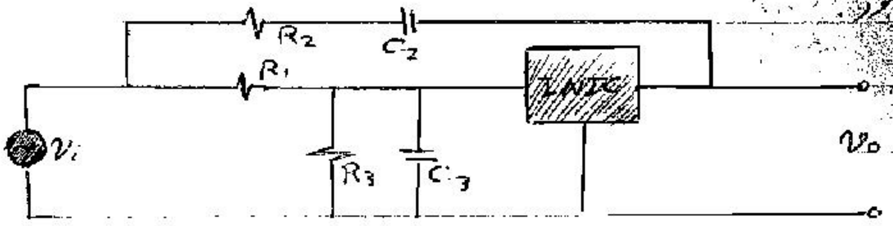
(این کار برای حالتی است که $\frac{1}{2} < \rho < 1$)

$$\Rightarrow Y_{1a} = 2\omega_o(1-\rho) \ \& \ Y_{1b} = \frac{2\omega_o(1-\rho)s}{s+\omega_o}$$

$$\frac{D(s)-N(s)}{P(s)} = \frac{s^2+2\rho\omega_o s+\omega_o^2-2\omega_o^2(1-\rho)}{s+\omega_o} = \frac{s^2+2\rho\omega_o s+\omega_o^2(2\rho-1)}{s+\omega_o}$$

$$\Rightarrow Y_{2a}-Y_{2b} = s+\omega_o(2\rho-1) \Rightarrow \underline{Y_{2a} = s+\omega_o(2\rho-1) \ \& \ Y_{2b} = 0}$$

پس مدار بصورت زیر خواهد بود.



$R_1 = \frac{1}{2\omega_o(1-\rho)}$ ، $R_3 = \frac{1}{\omega_o(2\rho-1)}$ ، $C_3 = 1$ ، $R_2 = \frac{1}{2\omega_o(1-\rho)}$ & $C_2 = 2(1-\rho)$

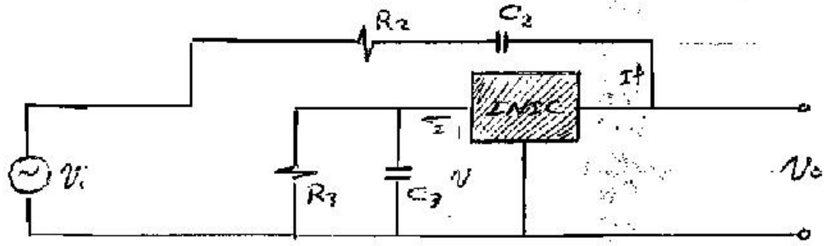
* An optimum lowpass filter with [illegible] *

$$H(s) = \frac{H\,s}{s^2 + 2\rho\omega_0 s + \omega_0^2}$$ BPF * حالت دوم

$$y_{2a} - y_{2b} = \frac{s^2 + 2\rho\omega_0 s + \omega_0^2 - Hs}{s+\omega_0} = s + \omega_0 - \frac{[2\omega_0(1-\rho) + H]s}{s+\omega_0}$$

IF $H = -2\omega_0(1-\rho) \Rightarrow \underline{y_{2a} = s + \omega_0 \;\&\; y_{2b} = 0}$

$$\Rightarrow y_{1a} - y_{1b} = \frac{-2\omega_0(1-\rho)s}{s+\omega_0} \Rightarrow \underline{y_{1a} = 0 \;\&\; y_{1b} = \frac{2\omega_0(1-\rho)s}{s+\omega_0}}$$



$R_3 = \frac{1}{\omega_0}$ $C_3 = 1$

$R_2 = \frac{1}{2\omega_n(1-\rho)}$ $C_2 = 2(1-\rho)$

$$H(s) = \frac{Hs^2}{s^2 + 2\rho\omega_0 s + \omega_0^2}$$ HPF حالت سوم

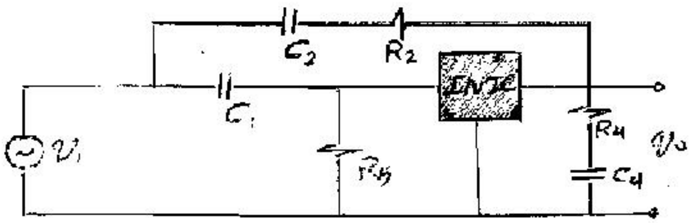
$$y_{2a} - y_{1a} = \frac{(1-H)s^2 + 2\rho\omega_0 s + \omega_0^2}{s+\omega_0} = A_0 + A_1 s + \frac{A_2 s}{s+\omega_0}$$

$$\Rightarrow y_{2a} - y_{2b} = \omega_0 + (1-H)s - \frac{\omega_n(2-2\rho-H)s}{s+\omega_0}$$ IF $H=1$

$$\Rightarrow \underline{y_{2a} = \omega_0 \quad y_{2b} = \frac{\omega_0(1-2\rho)s}{s+\omega_0}}$$

$$y_{1a} - y_{1b} = \frac{s^2}{s+\omega_0} = A_0 + A_1 s + \frac{A_2 s}{s+\omega_0} = s - \frac{\omega_0 s}{s+\omega_0}$$

$$\Rightarrow \underline{y_{1a} = s \quad y_{1b} = \frac{\omega_0 s}{s+\omega_0}}$$



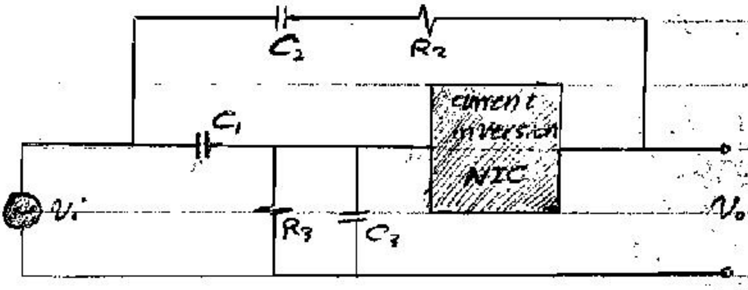
$R_5 = \frac{1}{\omega_0}$ $R_4 = \frac{1}{\omega_n(1-2\rho)}$ $C_4 = 1-2\rho$

$C_1 =$ [illegible] $R_2 = \frac{1}{\omega_0}$

for $\rho < \frac{1}{2}$

$H = 2(1-\rho)$ .... اگر H را بصورت روبرو انتخاب کنیم

$\Rightarrow \quad Y_{2a} = (2\rho-1)s + \omega_o \qquad Y_{2b} = 0 \qquad Y_{1a} = 2(1-\rho)s \qquad Y_{1b} = \dfrac{2\omega_o(1-\rho)s}{s+\omega_n}$



for $\frac{1}{2} < \rho < 1$

$C_1 = C_2 = (1-\rho) \times 2 \qquad C_3 = 2\rho - 1 \qquad R_3 = \dfrac{1}{\omega_n} \qquad R_2 = \dfrac{1}{2\omega_n(1-\rho)}$

$H(s) = \dfrac{H(s^2+\omega_o'^2)}{s^2+2\rho\omega_o s+\omega_o^2}$ BR حالت چهارم

$Y_{2a} - Y_{2b} = \dfrac{D(s)-N(s)}{P(s)} = \dfrac{(1-H)s^2+2\rho\omega_o s+\omega_o^2-H\omega_o'^2}{s+\omega_o}$

$Y_{2a} - Y_{2b} = A_1 s + A_0 + \dfrac{A_2 s}{s+\omega_o^2} = \dfrac{1}{\omega_o}(\omega_o^2 - H\omega_o'^2) + (1-H)s +$

$-\dfrac{(1/\omega_o)[2\omega_o^2(1-\rho) - H(\omega_o^2+\omega_o'^2)]s}{s+\omega}$ IF $H = \left(\dfrac{\omega_o}{\omega_o'}\right)^2$

& IF $H < 1-2\rho$

$\Rightarrow \quad Y_{2a} = \left(1 - \dfrac{\omega_o^2}{\omega_o'^2}\right) s$

$Y_{2b} = \dfrac{\omega_n[1-2\rho(\omega_o^2/\omega_o'^2)]s}{s+\omega_o} \qquad Y_{1a} = \omega_n + \dfrac{\omega_o^2}{\omega_o'^2}s$

$Y_{1b} = \dfrac{\omega_n[1+(\omega_o^2/\omega_o'^2)]s}{s+\omega_n}$

★ The gyrator ★

شبکه چهار سره مقابل را در نظر بگیرید

برای شبکه فوق داریم

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases} \quad \& \quad I_2 = -Y_L V_2$$

$$\Rightarrow Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 = -Y_L V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{-Y_{21}}{Y_L + Y_{22}} V_1$$

$$\Rightarrow I_1 = \left(Y_{11} - \frac{Y_{12}Y_{21}}{Y_{22} + Y_L}\right) V_1$$

حال می‌خواهیم شبکه فوق امپدانس بار را بصورت invert شده

به ورودی منتقل کند یعنی $Z_{in} = \frac{1}{Z_L}$ باید داشته باشیم

$$* \; Y_{11} = 0 \;\; \& \;\; Y_{22} = 0 \;\; \& \;\; Y_{12} \cdot Y_{21} = -g^2 \; *$$

* شبکه‌ای که دارای شرایط فوق باشد ژیراتور نامیده می‌شود. (ژیراتور ایدآل) *

در چنین شرایطی : $I_1 = \frac{g^2}{Y_L} V_1 \Rightarrow Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{g^2} Y_L$

$$g = \frac{1}{R_0} \Rightarrow \boxed{Z_{in} = \frac{R_0^2}{Z_L}}$$

$$\text{IF} \;\; Y_{12} = g \;\; \& \;\; Y_{21} = -g \;\; \Rightarrow \begin{cases} I_1 = g V_2 \\ I_2 = -g V_1 \end{cases}$$

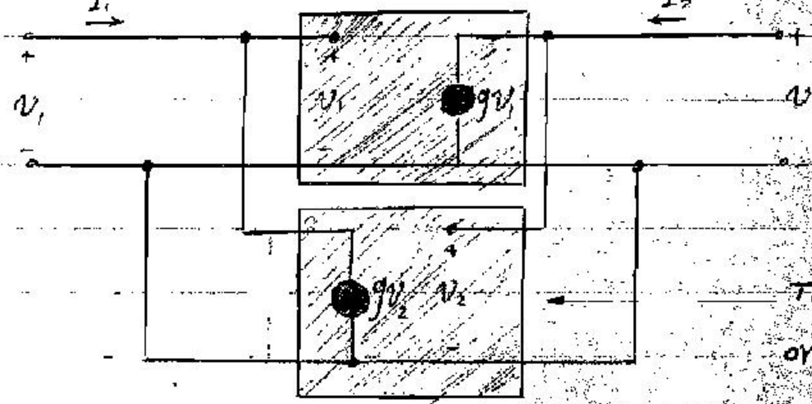
$$\text{IF} \;\; Y_{12} = -g \;\; \& \;\; Y_{21} = +g \;\; \Rightarrow \begin{cases} I_1 = -g V_2 \\ I_2 = g V_1 \end{cases}$$

* ژیراتور واقعی: اولاً هرگز در مدارات عملی Y_{11} و Y_{22} دقیقاً صفر نیستند و ثانیاً Y_{12} و Y_{21} ممکن است
دقیقاً با هم برابر نباشند و در ضمن تابع فرکانس نیز باشند.

* Gyrator circuits *

یکی از عناصر اصلی مدارات فعال ترانزیستوری باشد در ترانزیستور نیز یک عنصر یک طرفه است اگرچه ممکن است ولتاژ خروجی اندکی به ورودی فیدبک شود اما این مقدار قابل صرف نظر کردن است.

ولی رابطه ژیراتور نشان می دهد که ژیراتور یک عنصر دوطرفه است (جریان خروجی متناسب با ولتاژ ورودی و جریان ورودی متناسب با ولتاژ خروجی) بنابراین برای تحقق مداری یک ژیراتور کافی است دو تقویت کننده ترارسانایی با هم موازی بشوند.

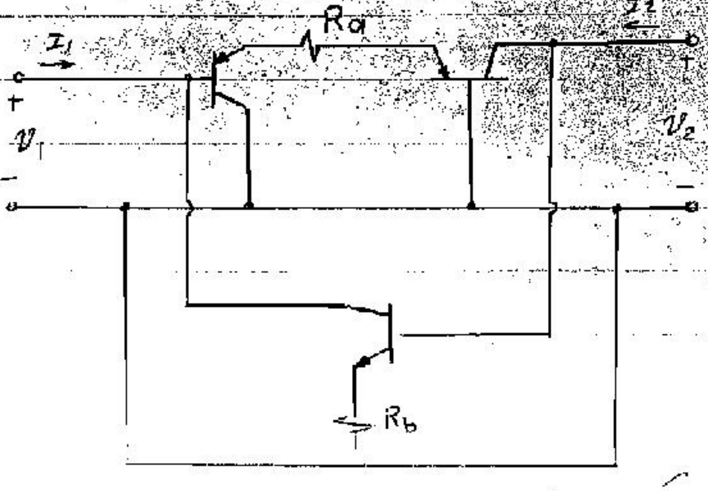


$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & g \\ g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

Transconductance amplifier or voltag controlled current source

روش دیگر با ایزوگشتی یکی از راههای طراحی ژیراتورها است روشهای دیگری نیز وجود دارد که مطالعه آنها به عهده دانشجو گذاشته می شود.

یک مدار عملی برای روش فوق می تواند بصورت زیر باشد



اگر β ترانزیستورها به قدر کافی بزرگ باشد جریان ابتدایی بیس آنها قابل صرف نظر

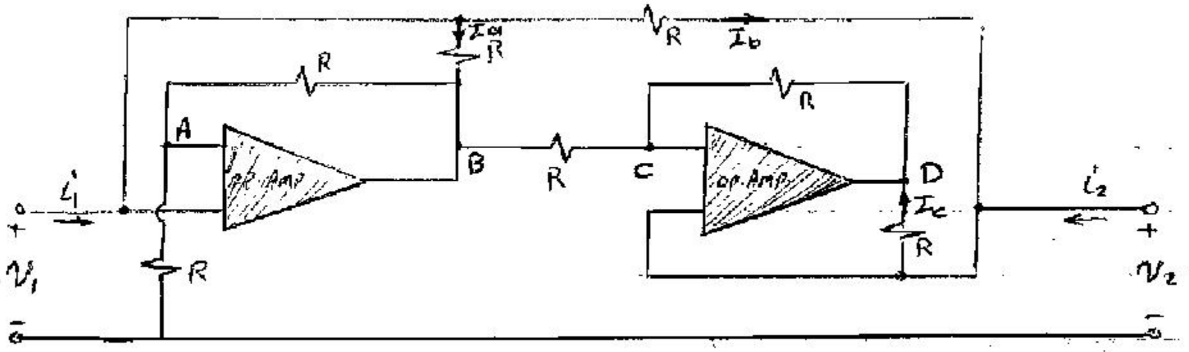
(Y_{22} & $Y_{11} \simeq 0$)

همچنین اگر $R = R_a = R_b \gg r_e$ باشد در آن صورت خواهیم داشت

$$|g_{12}| \simeq |g_{21}| \simeq \frac{1}{R}$$

از نظر جهت (علامت) g_{21} ، g_{12} بر عکس هم هستند.

مثال ۲: نشان دهید که مدار شکل زیر ژیراتور است.



$$V_A = v_1 \Rightarrow V_B = 2v_1 \Rightarrow \underline{I_a = -\frac{v_1}{R}} \quad \underline{I_b = \frac{v_1 - v_2}{R}}$$

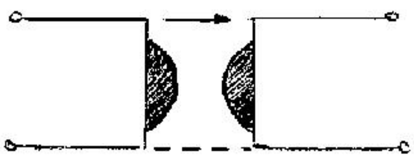
$$v_C = v_2 \quad , \quad v_D = V_C - \frac{2v_1 - v_c}{R} \times R = -2(v_1 - v_C) = -2(v_1 - v_2)$$

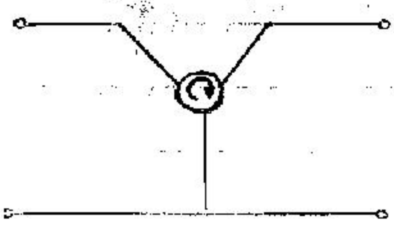
$$\Rightarrow I_c = \frac{+v_C - v_D}{R} = \frac{v_2 - v_D}{R} = \frac{2v_1 - v_2}{R} \Rightarrow \underline{I_C = \frac{2v_1 - v_2}{R}}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= I_a + I_b \\ I_2 &= I_C - I_b \end{aligned} \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{-v_2}{R}} \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{v_1}{R}}$$

پس مدار یک ژیراتور است.

★ سمبل مداری ژیراتور: برای نشان دادن ژیراتور در مدارات از سمبل های زیر استفاده می شود.

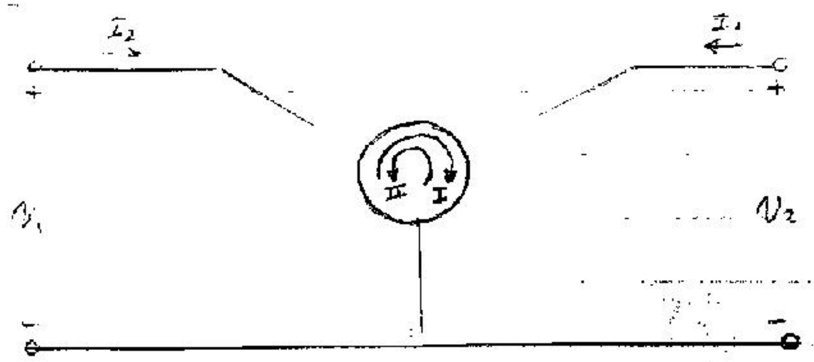




جهت فلشها برای نشان دادن دو حالت
[illegible] است.

$$I \begin{cases} i_1 = g v_1 \\ i_2 = -g v_1 \end{cases} \qquad II \begin{cases} i_1 = -g v_2 \\ i_2 = g v_1 \end{cases}$$

بکار می رود.



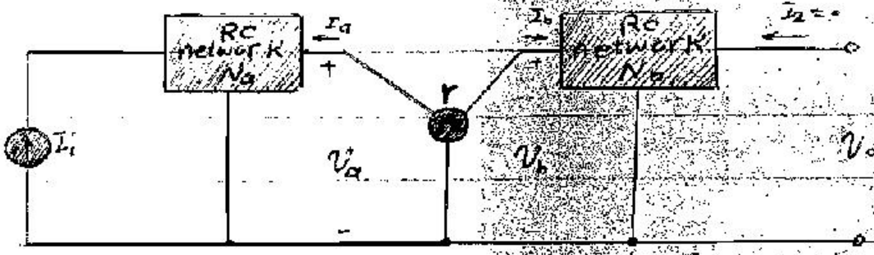
$$(I)\ \begin{cases} I_2 = -gV_1 \\ I_1 = gV_2 \end{cases} \quad \begin{bmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{bmatrix}$$

$$(II)\ \begin{cases} I_2 = gV_1 \\ I_1 = -gV_2 \end{cases} \quad \begin{bmatrix} 0 & -g \\ g & 0 \end{bmatrix}.$$

در واقع جهت فلش جهت هدایت ورودی به خروجی است.

* Synthesis using gyrators *   * سنتز با استفاده از ژیراتور *

1- positive RC - positive RL cascade synthesis



net.A; $V_a = Z_{21_a} I_i + Z_{22_a} I_a$ for gyrator $\begin{cases} I_b = g\,V_a \\ I_a = -g\,V_b \end{cases}$ $g = \frac{1}{r}$

net.B: $V_b = Z_{11_b} I_b$ & $V_o = Z_{21b} I_b$

$$\Rightarrow V_a = Z_{21a} I_i - Z_{22a}\, g\, V_b \quad , \quad V_b = Z_{11b}\, g\, V_a$$

$$\Rightarrow V_a = Z_{21a} I_i - Z_{22a}\, g^2 Z_{11b} V_a \Rightarrow V_a = \frac{Z_{21a}}{1 + g^2 Z_{22a} Z_{11b}} I_i$$

$$V_o = Z_{21b}\, g\, V_a \Rightarrow V_o = \frac{Z_{21a} Z_{21b}\, g}{1 + g^2 Z_{22a} Z_{11b}} I_i \Rightarrow \quad \times \frac{r^2/Z_{11b}}{r^2/Z_{11b}}$$

$$\boxed{\frac{V_o}{I_1} = Z_{21}(s) = \frac{۲ Z_{21a} Z_{21b}/Z_{11b}}{Z_{22a}+(۲^2/Z_{11b})}} \quad (I)$$

حال میخواهیم کسکیدهای A، B را با مشخص بودن $Z_{21}(s)$ تعیین کنیم

برای سنتز:

صورت و مخرج $Z_{21}(s)$ را بر $P(s)$ که هم درجهٔ $D(s)$ است تقسیم میکنیم.

$$Z_{21}(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$$P(s) = \prod_{i=1}^{n}(s+\sigma_i)$$

$$Z_{21}(s) = \frac{N(s)/P(s)}{D(s)/P(s)} \qquad \boxed{\frac{D(s)}{P(s)} = 1+\sum_{\mu}\frac{K_\mu}{s+\sigma_\mu}+\sum_{\nu}\frac{K_\nu}{s+\sigma_\nu}} \quad (II)$$

از آنجایی که $D(s)$ یک تابع با قطبهای مزدوج و $P(s)$ دارای قطبهایی روی محور حقیقی است در بسط دادن کسر حتماً به ضرایب منفی برخورد خواهیم کرد.

بهمین دلیل جملات به دو قسمت مثبت و منفی تقسیم شده‌اند. $K_\mu > 0$ & $K_\nu < 0$

ولی در رابطه I هیچگونه علامت منفی وجود ندارد، اما از آنجایی که Z_{11b} یک DPI، RC است و کوچکترین فرکانس بحرانی در Z_{RC} یک قطب است، $۲^2/Z_{11b}$ یک DPI، LR است (در Z_{RL} کوچکترین فرکانس بحرانی یک صفر است)

پس باید $D(s)/P(s)$ را بصورت دو جمله یکی DPI، Rc و دیگری DPI، RL تقسیم کنیم

برای این کار بصورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\frac{D(s)}{P(s)} = \left(1-K+\sum_{\mu}\frac{K_\mu}{s+\sigma_\mu}\right)+\left(K+\sum_{\nu}\frac{K_\nu}{s+\sigma_\nu}\right)$$

که در آن K بصورت مقابل انتخاب شود $0<K\leqslant 1$

پرانتز اول یک DPI، RC است. و اگر K در شرط مقابل نیز صدق کند $K\geqslant\sum_{\nu}\frac{-K_\nu}{\sigma_\nu}$

پرانتز دوم بصورت DPI، RL قابل سنتز خواهد بود.

* زیرا:

$$A(s)=K+\sum_{\nu}\frac{K_\nu}{s+\sigma_\nu} = A_0+A_\infty s+\sum_{i=1}^{L}\frac{A_i s}{s+\sigma_i} \qquad A_0=\left(K+\sum\frac{K_\nu}{s+\sigma_\nu}\right)\Big|_{\sigma_\nu=0}$$

$$\Rightarrow A_0 = K+\sum_{\nu}\frac{K_\nu}{\sigma_\nu} \qquad A_\infty=\lim_{s\to\infty} A(s)/s = 0 \qquad A_i=-\frac{K_i}{\sigma_i}$$

از آنجایی که K ها منفی و σ ها مثبت است بنابراین $A_{i\,(i=1,2,\dots L)} \geq 0$ و تنها شرط لازم این خواهد بود که

$$A_0 > 0 \implies \boxed{K \geqslant \left| \sum_{\nu} \frac{K_\nu}{\sigma_\nu} \right|}$$

حال ثابت کردیم که با انتخاب مناسب k پرانتز دوم یک DPI ، RL است می‌توان نتیجه گرفت که معکوسشان حتماً یک DPI ، RC است بنابراین

$$\boxed{Z_{22a} = 1 + \sum_{\mu} \frac{K_\mu}{s+\sigma_\mu}} \quad \& \quad \boxed{Z_{11b} = r^2 \left[K + \sum_{\nu} \frac{K_\nu}{s+\sigma_\nu} \right]^{-1}}$$

بعد از مشخص شدن Z_{11b} و Z_{22a} با توجه به اینکه $N(s)$ چه باشد Z_{22a} و Z_{11b} را با روش مناسب سنتز خواهیم کرد

★ سنتز شبکه‌های درجه دوم ★

$$LPF : Z_{21}(s) = \frac{H}{s^2 + 2\rho\omega_0 s + \omega_0^2} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$$p(s) = (s+\sigma_1)(s+\sigma_2) \implies \frac{D(s)}{p(s)} = 1 + \frac{K_1}{s+\sigma_1} + \frac{K_2}{s+\sigma_2} \qquad \sigma_2 > \sigma_1$$

$$K_1 = \frac{\sigma_1^2 - 2\rho\omega_0\sigma_1 + \omega_0^2}{\sigma_2 - \sigma_1} \qquad K_2 = \frac{\sigma_2^2 - 2\rho\omega_0\sigma_2 + \omega_0^2}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

$$K_1 > 0 \ \& \ K_2 < 0 \implies \frac{D(s)}{p(s)} = \left(1 - k + \frac{K_1}{s+\sigma_1}\right) + \left(k + \frac{K_2}{s+\sigma_2}\right)$$

$$D(s) = (1-k)(s+\sigma_2)\left(s+\sigma_1 + \frac{K_1}{1-k}\right) + k(s+\sigma_1)\left(s+\sigma_2 + \frac{K_2}{k}\right)$$

$$D(s) = A(s) + r^2 B(s) \qquad A(s) = (1-k)(s+\sigma_2)\left(s+\sigma_1 + \frac{K_1}{1-k}\right)$$

$$IF \ \ r = 1 \implies \qquad B(s) = k(s+\sigma_1)\left(s+\sigma_2 + \frac{K_2}{k}\right)$$

σ_1 و σ_2 را طوری انتخاب می‌کنیم که همه ریشه‌های $D(s)$ منفی حقیقی [illegible]

$$S_{r^2}^{s_i} = \frac{d s_i}{(dr^2)/r^2} = \frac{-r^2 B(-s_i)}{s_i - \bar{s}_i} = \frac{A(-s)}{s_i - \bar{s}_i}$$

ژیراتور مینیمم شود.

$\bar{s_i}$ مزدوج s_i است.

$$\left|S_{r^2}^{s_i}\right| = \frac{-r^2 |B(-s_i)|}{|s_i - \bar{s}_i|} = \frac{|A(-s)|}{|s_i - \bar{s}|} \qquad s_i , \bar{s}_i = -\rho \pm j\sqrt{1-\rho^2} \; : \; \text{for } \omega_0 = 1$$

$$\Rightarrow |s_i - \bar{s}_i| = 2\sqrt{1-\rho^2}$$

بنابراین برای optimize کردن حساسیت پل‌های $D(s)$ نسبت به تغییرات پارامترهای passive و active مدار کافیست $A(s)$ و $B(s)$ مینیمم شوند.

$$\frac{\partial A(s)}{\partial \sigma_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \sigma_1}\left(\sigma_1 + \frac{k_1}{1-k}\right) = 0 \Rightarrow \omega_0^2 - 2\rho\omega_0\sigma_2 + \sigma_2^2 - k(\sigma_2 - \sigma_1)^2 = 0$$

$$\frac{\partial B(s)}{\partial \sigma_2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \sigma_2}\left(\sigma_2 + \frac{k_2}{k}\right) = 0 \Rightarrow \omega_0^2 + 2\sigma_1(\sigma_2 - \rho\omega_0) - \sigma_2^2 + k(\sigma_2 - \sigma_1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_1 = \rho\omega_0 - \omega_0\sqrt{\frac{(1-k)(1-\rho^2)}{k}}} \quad \& \quad \boxed{\sigma_2 = \rho\omega_0 + \omega_0\sqrt{\frac{k(1-\rho^2)}{1-k}}}$$

$$\sigma_1 > 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{(1-k)(1-\rho^2)}{k}} \leqslant \rho \Rightarrow k \geqslant 1-\rho^2 \Rightarrow \boxed{1-\rho^2 < k < 1}$$

$$\boxed{\left|S_{r^2}^{s_i}\right|_{min} = \frac{\omega_0}{2}\sqrt{1-\rho^2}}$$

* روابط اخیر نشان می‌دهد که حساسیت مینیمم برای فیلترهای طراحی شده بوسیله ژیراتور کمتر از فیلترهای NIC است. برای حالت اپتیمم خواهیم داشت:

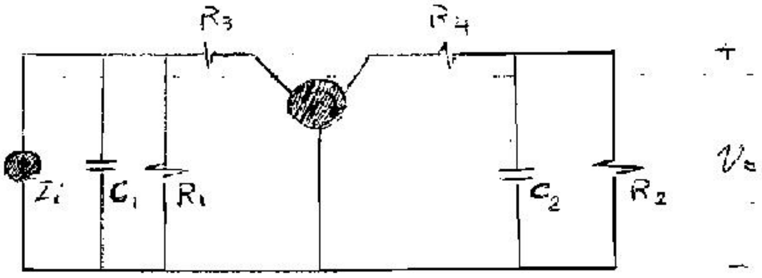
$$D(s) = (1-k)(s+\sigma_2)^2 + k(s+\sigma_1)^2$$

$$\Rightarrow \frac{D(s)}{P(s)} = (1-k)\frac{s+\sigma_2}{s+\sigma_1} + k\frac{s+\sigma_1}{s+\sigma_2} \Rightarrow \boxed{Z_{22a} = (1-k)\frac{s+\sigma_2}{s+\sigma_1}}$$

$$\Rightarrow Z_{21a} = \frac{H_a}{s+\sigma_1} \qquad \& \qquad \boxed{Z_{11b} = \frac{1}{k}\left(\frac{s+\sigma_2}{s+\sigma_1}\right)}$$

$$\Rightarrow Z_{21b} = \frac{H_b}{s+\sigma_1} \qquad H = H_a H_b = \frac{1-k}{k}(\sigma_2 - \sigma_1)^2$$

پس مدار بصورت زیر خواهد بود



بعلت وجود مقاومت R_1 میتوان مدار تونن را از ورودی
استفاده کرد.

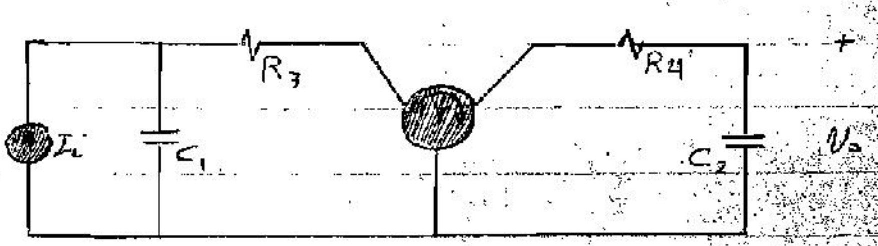
$* \; r=1 \quad R_3 = 1-K \;،\; R_1 = (1-K)\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}-1\right) \; *$

$* \; C_1 = 1/[(1-K)(\sigma_2-\sigma_1)] \;،\; R_4 = 1/K \;،\; R_2 = \frac{1}{K}\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}-1\right) \;،\; C_2 = \frac{K}{\sigma_2-\sigma_1} \; *$

$1-\rho^2 < K < 1$

حالت اول $\quad K = 1-\rho^2 \Rightarrow \rho^2\left(s+\frac{\omega_0}{\rho}\right)^2 + (1-\rho^2)s^2 = D(s)$

$\sigma_1 = 0 \;\&\; \sigma_2 = \omega_0/\rho \Rightarrow P(s) = s(s+\omega_0/\rho)$



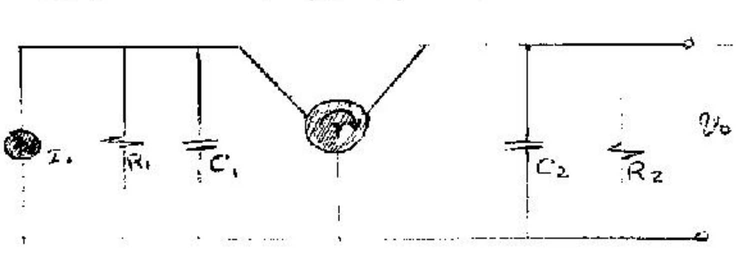
$r=1 \quad C_1 = 1/\rho\omega_0 \quad C_2 = \frac{\rho}{\omega_0}(1-\rho^2) \quad R_3 = \rho^2 \quad R_4 = \frac{1}{1-\rho^2}$

حالت دوم $\quad K=1 \Rightarrow \sigma_1 = \rho\omega_0 \quad \sigma_2 \to \infty$

$D(s) = (1-K)(s+\sigma_2)^2 + K(s+\sigma_1)^2 \quad \& \; \sigma_2 = \rho\omega_0 + \omega_0\sqrt{\frac{K(1-\rho^2)}{1-K}}$

$P(s) = \omega_0(s+\rho\omega_0)$

$\Rightarrow D(s) = \omega_0^2(1-\rho^2) + (s+\rho\omega_0)^2 \qquad H = \omega_0^2(1-\rho^2)$



$r=1 \quad R_1 = \frac{1-\rho^2}{\rho}$

$R_2 = 1/\rho$

$C_1 = 1/\omega_0(1-\rho^2)$

$C_2 = 1/\omega_0$

مثال ۱: فیلتر باترورث مرتبه چهارم را توسط ژیراتور سنتز کنید.

$$H(s) = \frac{H}{(s^2+0.7654s+1)(s^2+1.848s+1)}$$

حل: هرگاه دو فیلتر مرتبه دوم توسط یک بافر به هم متصل شوند فیلتر مرتبه چهارم بدست می‌آید پس کافی است که تک تک فیلترهای مرتبه دوم را طراحی کنیم.

برای آنکه مروری بر روابط قبلی داشته باشیم از نتایج نهایی استفاده نمی‌کنیم بلکه بعضی از جزئیات نیز مطرح خواهد شد.

$$\rho = 0.7654/2 \Rightarrow 0.854 < K < 1 \qquad \overset{\text{انتخاب}}{K = 0.92} \qquad \omega_0 = 1$$

$$\rho' = 0.924 \Rightarrow 0.149 < K' < 1 \qquad K' = 0.6 \qquad \omega_0' = 1$$

$$\sigma_1 = \rho\omega_0 - \omega_0\sqrt{\frac{(1-K)(1-\rho^2)}{K}} \Rightarrow \sigma_1 = 0.11 \quad \& \quad \sigma_1' = 0.612$$

$$\sigma_2 = \rho\omega_0 + \omega_0\sqrt{\frac{K(1-\rho^2)}{1-K}} \Rightarrow \sigma_2 = 3.516 \quad \& \quad \sigma_2' = 1.392$$

$$\Rightarrow \frac{D_1(s)}{P_1(s)} = \frac{S^2+0.7654S+1}{(S+0.11)(S+3.516)} = 1 + \frac{0.272}{S+0.11} + \frac{-3.133}{S+3.516}$$

$$\Rightarrow \frac{D_1(s)}{P_1(s)} = 0.08 + \frac{0.272}{S+0.11} + \frac{0.92S+0.102}{S+3.516}$$

$$\frac{D_1(s)}{P_1(s)} = Z_{22a} + r^2/Z_{11b} \quad r=1 \Rightarrow \underline{Z_{22a} = 0.08 + \frac{0.272}{S+0.11}}$$

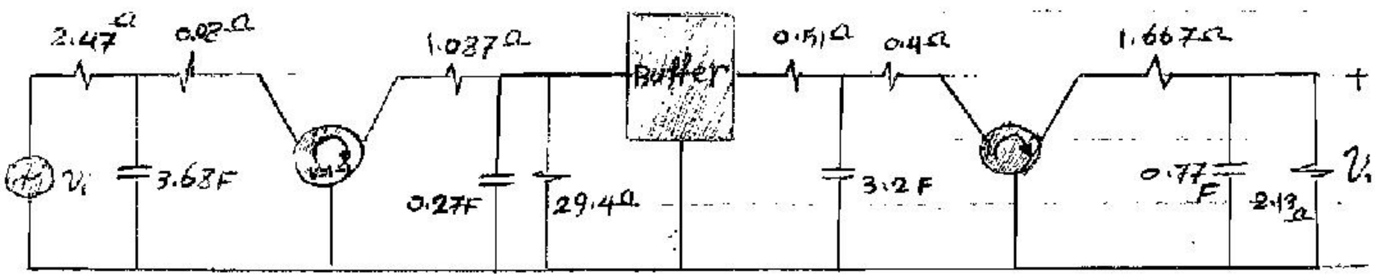
$$Z_{11b} = \frac{S+3.516}{0.92S+0.102} = 1.087 + \frac{3.4}{0.92S+0.102}$$

$$\frac{D_2(s)}{P_2(s)} = \frac{S^2+1.848S+1}{(S+0.612)(S+1.392)} = 1 + \frac{0.312}{S+0.612} + \frac{-0.468}{S+1.392}$$

$$\Rightarrow \frac{D_2(s)}{P_2(s)} = 0.4 + \frac{0.312}{S+0.612} + \frac{0.6S+0.367}{S+1.392}$$

$$\Rightarrow \underline{Z_{22a}' = 0.4 + \frac{0.312}{S+0.312}} \quad \& \quad Z_{11b}' = \frac{S+1.392}{0.6S+0.367}$$

$$Z'_{11b} = 1.667 + \frac{0.78}{0.5S + 0.367}$$



مثال: مثال قبل را با K=1 حل کنید.

$K = 1$

$\rho = 0.3827 \Rightarrow \sigma_1 = 0.3827$

$\Rightarrow P(s) = \omega_0 (s + \rho\, \omega_0)$

$\rho' = 0.924 \Rightarrow \sigma_2 = \infty$

$P_1(s) = S + 0.3827$

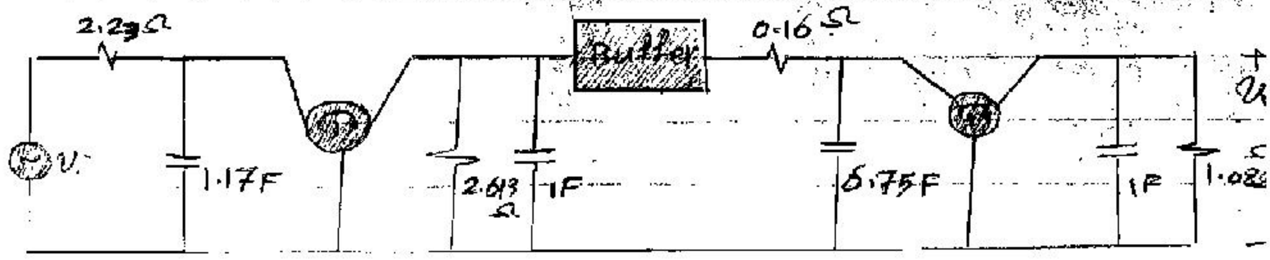
$P_2(s) = S + 0.924$

$$\frac{D_1(s)}{P_1(s)} = \frac{S^2 + 0.7654S + 1}{S + 0.3827} = A_0 + A_1 S + \frac{A_2}{S + 0.3827} = 0.382 + S + \frac{0.8535}{S + 0.3827}$$

$$\Rightarrow Z_{22a} = \frac{0.8535}{S + 0.3827} \qquad Z_{11b} = \frac{1}{S + (2.613)^{-1}}$$

$$\frac{D'_2(s)}{P'_2(s)} = \frac{S^2 + 1.848S + 1}{S + 0.924} = (1.082)^{-1} + S + \frac{0.146}{S + 0.924}$$

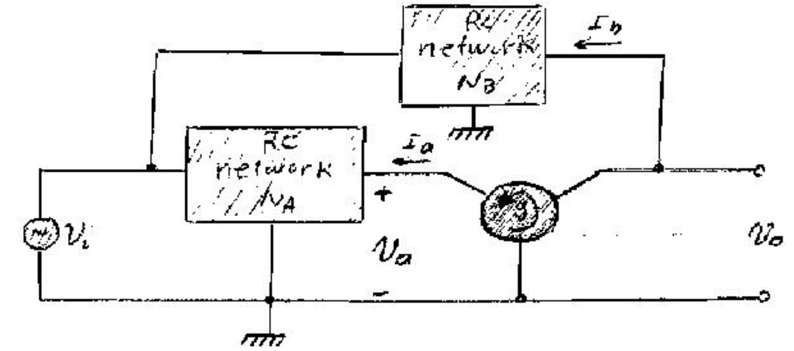
$$\Rightarrow Z'_{22a} = \frac{0.148}{S + 0.924} \qquad Z'_{11b} = \frac{1}{S + (1.082)^{-1}}$$



البته [illegible] 66 [illegible]

*Parallel realization *

2*

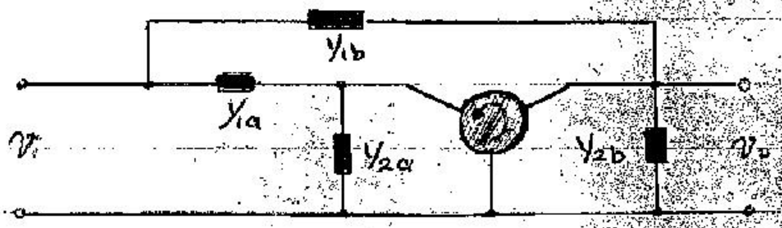


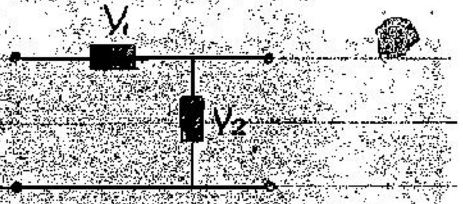
$$\begin{cases} I_a = g V_o \\ I_b = -g V_o \end{cases} \qquad \begin{cases} I_a = Y_{22a} V_a + Y_{21a} V_i \\ I_b = Y_{22b} V_o + Y_{21b} V_i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{-Y_{21b} + g Y_{21a}/Y_{22a}}{Y_{22b} + g^2/Y_{22a}}}$$

ملاحظه می‌شود که خروجی کسر یک مدار RLC است زیرا Y_{22b} یک DPA ، RC و g^2/Y_{22a} یک DPA ، RC است

بجز تحلیل سنتز شبکه‌های A و B در حالت کلی پیچیده خواهد بود بنابراین بجای شبکه‌های A ، B از یک شبکه خاص که معمولاً شبکه L است استفاده می‌کنیم





$Y_{22} = Y_1 + Y_2$ & $Y_{21} = -Y_1$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Y_{1b} - [g^2 Y_{1a}/(Y_{1a}+Y_{2a})]}{Y_{1b}+Y_{2b}+[g^2/(Y_{1a}+Y_{2a})]}$$

سنتز شبکه فوق را برای حالت Band pass ، Biquadratic در زیر انجام می‌دهیم.

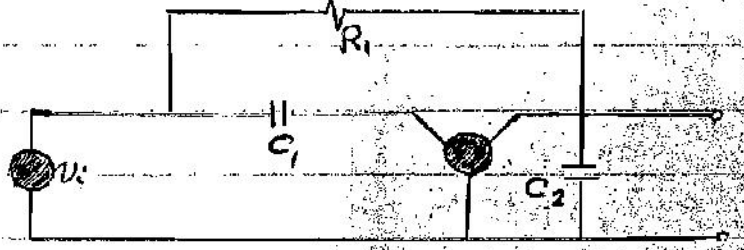
Band pass function $\qquad H(s) = \frac{H\,S}{s^2+2\rho\omega_0 S+\omega_0^2}$

$$P(s) = s \Rightarrow \frac{D(s)}{P(s)} = s + 2\rho\omega_0 + \frac{\omega_0^2}{s}$$

$$H(s) = \frac{Y_{1b} - gY_{1a}/(Y_{1a}+Y_{2a})}{Y_{1b}+Y_{2b} + g^2/(Y_{1a}+Y_{2a})} \Rightarrow Y_{1b} - \frac{gY_{1a}}{Y_{1a}+Y_{2a}} = H$$

$$Y_{1b}+Y_{2b} = s + 2\rho\omega_0 \quad \& \quad \frac{g^2}{Y_{1a}+Y_{2a}} = \frac{\omega_0^2}{s}$$ فرض : $g = 1$

$Y_{2a} = 0$ ، $Y_{1b} = 2\rho\omega_0$ ، $Y_{2b} = s$ ، $Y_{1a} = s/\omega_0^2 \Rightarrow H = 2\rho\omega_0 - 1$



Band pass filter

$C_1 = 1/\omega_0^2 \quad R_1 = 1/(2\rho\omega_0) \quad C_2 = 1 \qquad S_{g^2}^{S_1} = \frac{\omega_0}{2\sqrt{1-\rho^2}}$

Biquadratic function $\quad H(s) = \frac{H(s^2+a^2)}{s^2+2\rho\omega_0 s+\omega_0^2}$

$P(s) = s + \rho\omega_0 \qquad \frac{N(s)}{P(s)} = H\left[s + \frac{a^2}{\rho\omega_0} - \frac{a^2+\rho^2\omega_0^2}{\rho\omega_0(s+\rho\omega_0)}s\right]$

$$\frac{D(s)}{P(s)} = s + \rho\omega_0 + \frac{\omega_0^2(1-\rho^2)}{s+\rho\omega_0}$$

ممکن است ادمیتانسها را بصورت زیر
انتخاب کنیم

$Y_{1b} = H\left(s + \frac{a^2}{\rho\omega_0}\right)$, $\frac{gY_{1a}}{Y_{1a}+Y_{2a}} = \frac{H(a^2+\rho^2\omega_0^2)}{\rho\omega_0(s+\rho\omega_0)}s$

$Y_{1b} + Y_{2b} = s + \rho\omega_0 \quad \& \quad \frac{g^2}{Y_{1a}+Y_{2a}} = \frac{\omega_0^2(1-\rho^2)}{s+\rho\omega_0}$

برای اینکه تعداد المانها مینیمم شود انتخابهای مناسبی وجود دارد که در زیر مشخص داده میشود.

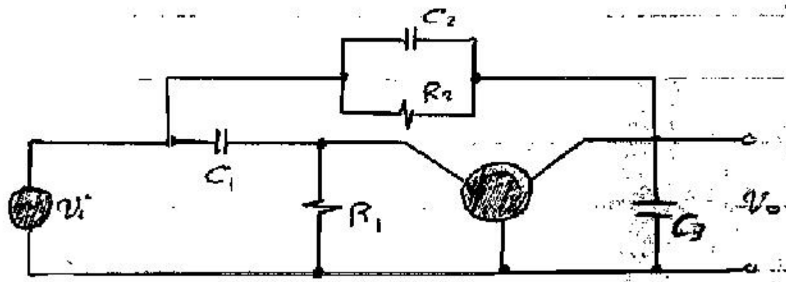
حالت اول : $H = \frac{\rho^2\omega_0^2}{\alpha^2}$ & $g = \frac{\omega_0\rho}{\alpha^2}(\omega_0^2\rho^2+\alpha^2)$ & $\alpha > \rho\omega_0$

$$\Rightarrow Y_{1b} = \frac{\rho^2\omega_0^2}{\alpha^2}\left(s+\frac{\alpha^2}{\rho\omega_0}\right) \Rightarrow Y_{1b} = \frac{\rho^2\omega_0^2}{\alpha^2}s+\rho\omega_0$$

$$Y_{1b}+Y_{2b} = s+\rho\omega_0 \Rightarrow Y_{2b} = \left(1-\frac{\rho^2\omega_0^2}{\alpha^2}\right)s$$

$$Y_{1a} = \frac{\rho^2(\alpha^2+\rho^2\omega_0^2)^2}{\alpha^4(1-\rho^2)}s \qquad Y_{2a} = \frac{\overset{3}{\rho}\omega_0(\alpha^2+\rho^2\omega_0^2)^2}{\alpha^4}$$

بنابراین مدار بصورت زیر خواهد بود.



$$* \; C_1 = \frac{\rho^2(\alpha^2+\rho^2\omega_0^2)^2}{\alpha^4(1-\rho^2)} \; * \; R_1 = \frac{1}{\rho\omega_0 C_1} \; * \; C_2 = \frac{\rho^2\omega_0^2}{\alpha^2} \; *$$

$$* R_2 = \frac{1}{\rho\omega_0} \; * \; C_3 = 1-C_2 \; *$$

حالت دوم : $H=1$ & $g = \frac{\alpha^2+\rho^2\omega_0^2}{\rho\omega_0}$ & $\rho\omega_0 > \alpha$

در این حالت خواهیم داشت:

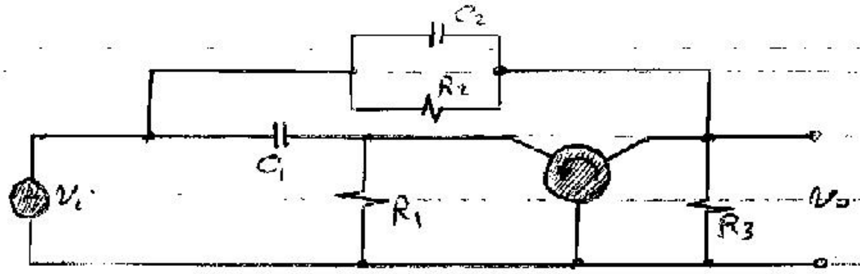
$$Y_{1a} = \frac{(\alpha^2+\rho^2\omega_0^2)^2}{\rho^2\omega_0^4(1-\rho^2)}s \quad , \quad Y_{2a} = \frac{(\alpha^2+\rho^2\omega_0^2)^2}{\rho\omega_0^3(1-\rho^2)}$$

$$Y_{1b} = s+\frac{\alpha^2}{\rho\omega_0} \quad , \quad Y_{2b} = \rho\omega_0-\frac{\alpha^2}{\rho\omega_0}$$

حساسیت برای هر دو حالت برابر است با:

$$S_{g^2}^{s_i} = -\frac{g\omega_0}{2}\sqrt{1-\rho^2}$$

مدار برای حالت دوم بصورت زیر خواهد بود.

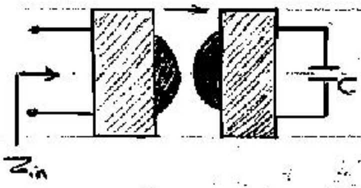


$$* \quad C_1 = \frac{(a^2+\rho^2\omega_0^2)^2}{\rho^2\omega_0^4(1-\rho^2)} \quad * \quad R_1 = \frac{1}{\rho\omega_0 C_1} \quad * \quad R_2 = \frac{\rho\omega_0}{a^2} \quad * \quad C_2 = 1 \quad *$$

$$* \quad R_3 = \frac{\rho\omega_0}{\rho^2\omega_0^2 - a^2} \quad *$$

---

* تبدیل خازن به سلف * بکاربردن ژیراتور در فیلترهای فعال



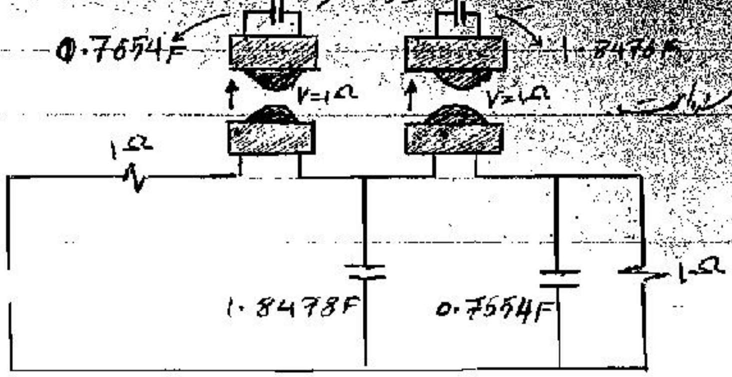
گفتیم هرگاه بار در خروجی ژیراتور قرار گیرد امپدانس ورودی بصورت معکوس ایجاد می‌شود

حال اگر این بار یک خازن باشد امپدانس ورودی بصورت یک سلف ایجاد می‌شود.

$$Z_L = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow Z_{in} = C\omega \qquad \text{for } r = 1$$

پس هر خازنی در طرف دوم ژیراتور قرار گیرد امپدانس ورودی سلفی می‌باشد که از نظر عددی با خازن برابر است

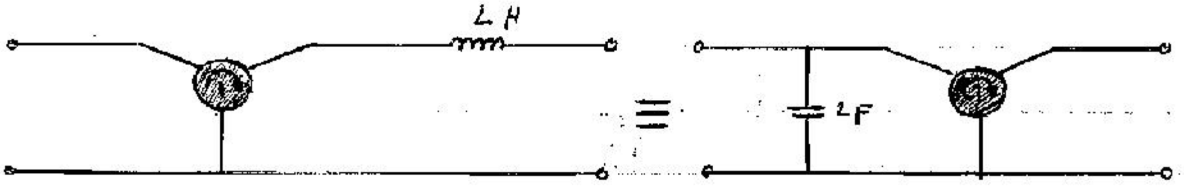
بنابراین یکی از راههای طراحی فیلترهای بدون سلف چنانکه گفته شد این است که ابتدا فیلتر مورد نظر را با المانهای LC طراحی کرده سپس هر سلف را توسط یک خازن که پشت ژیراتور قرار گرفته جایگزین کرد



* در شکل زیر فیلتر باترورث درجه چهارم نشان داده شده است

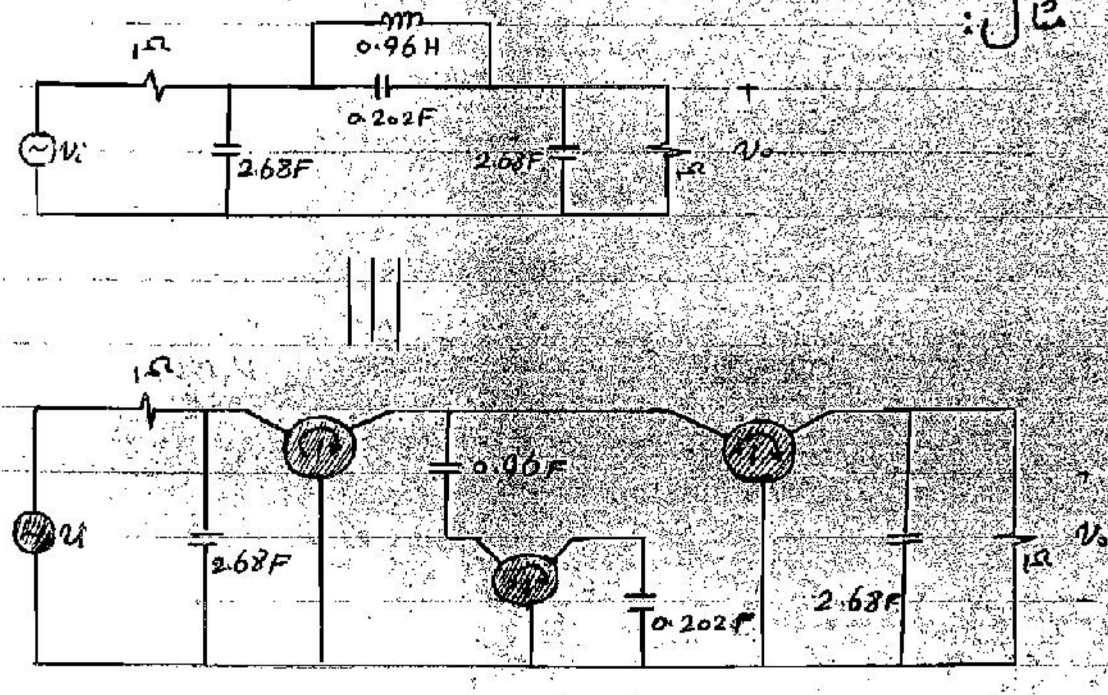
البته همیشه یک سر از خروجی یک سر از ورودی ژیراتور مشترک هستند بنابراین اگر ژیراتور بصورت float [illegible]

بنابراین باید مدار را بصورت ژیراتوری طراحی نمود. برای اینکار از معادل بودن دو مدار زیر استفاده می کنیم.



بنابراین فیلتر صفحه قبل را میتوان بصورت زیر طرح کرد

مثال:



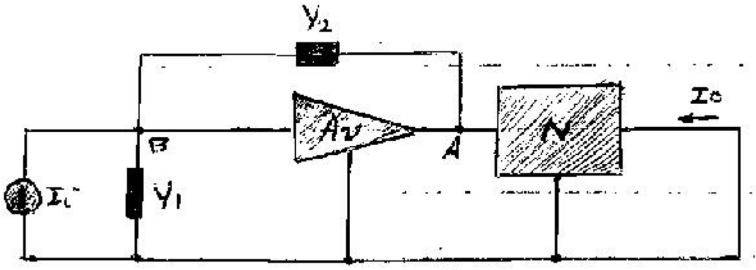
انتقال فرکانسی

تبدیل LP↔HP

TRansformation

$\frac{1}{R_i} \longrightarrow C_i$ & $\frac{1}{C_j} \longrightarrow R_j$

فیلتر Haykin



$$H(s)=\frac{I_o}{I_i}=? \qquad \frac{V_B}{V_{A_v}}=V_A \Rightarrow V_B=\frac{V_A}{A_v}$$

$$I_o = Y_{21N}V_A \qquad I_I=\frac{V_A}{A_v}Y_1+\left(\frac{V_A}{A_v}-V_A\right)Y_2$$

$$\Rightarrow I_I=\frac{V_A}{A_v}\left[Y_1+(1-A_v)Y_2\right] \Rightarrow \boxed{\frac{I_o}{I_i}=\frac{A_v Y_{21N}}{Y_1+(1-A_v)Y_2}}$$

همانطور که ملاحظه میگردد اگر A_v مثبت باشد مثل حالت NIC ها علامت منفی در مخرج خواهیم داشت و میتوان توسط مدارات RC به قطبهای مزدوج رسید

مثال: تابع انتقال زیر را بصورت فیلتر Haykin سنتز کنید.

$$\frac{I_o}{I_i}=\frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$$

فرض $A_v=2 \Rightarrow \frac{I_o}{I_i}=\frac{2Y_{21N}}{Y_1-Y_2}$ $\qquad H(s)=\frac{N(s)}{D(s)}$

برای سنتز بصورت زیر عمل میکنیم

$$\boxed{Y_1-Y_2=\frac{D_1(s)}{D_2(s)}} \quad \& \quad \boxed{2Y_{21N}=\frac{N(s)}{D(s)}\cdot\frac{D_1(s)}{D_2(s)}}$$

$D(s)=(s+1)(s^2+s+1)$ انتخاب: $D_1(s)=s^2+s+1$ & $D_2(s)=s+2$

که حاصل (S+1) [illegible] بصورت Y_{21} قابل سنتز است.

$$\Rightarrow Y_1-Y_2=\frac{s^2+s+1}{s+2}=s+\frac{1}{2}-\frac{3/2\,s}{s+2} \rightarrow Y_1=s+0.5 \;\&\; Y_2=\frac{3/2\,s}{s+2}$$

$$Y_{21N}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}\times\frac{s^2+s+1}{s+2}=\frac{0.5}{(s+1)(s+2)}$$

برای سنتز Y_{21} ابتدا باید Y_{11} را تعیین کنیم

$$Y_{11}=\frac{K(s)}{(s+1)(s+2)}$$

چون میخواهیم شبکه N بصورت مدار RC سنتز شود [illegible]

در مدار داده شده در متن باید K(s) طوری انتخاب گردد که $\frac{K(s)}{(s+1)(s+2)}$ دارای تحقق RC OPA باشد

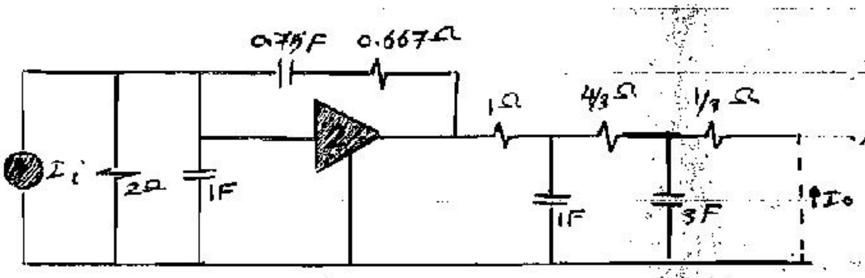
مثلاً قطبها و صفرها یک در میان باشند.

$$Y_{11} = \frac{(s+0.5)(s+1.5)}{(s+1)(s+2)}$$

پس

باید برای کار I گسترش کنیم زیرا Y_{21} یک عدد ثابت است.

$$Y_{11} = \frac{s^2+2s+0.75}{s^2+3s+2} \Rightarrow Z_{11} = \frac{s^2+3s+2}{s^2+2s+0.75} = 1+\cfrac{1}{s+\cfrac{1}{\frac{4}{3}+\cfrac{1}{3s+3}}}$$



پس فیلتر مطلوب مقابل خواهد بود.

کافی است مقاومت موازی با منبع جریان و خود منبع جریان را بصورت تونن نشان داده، و ولتاژ خروجی را از دو سر مقاومت 1/3 Ω دریافت کنیم.