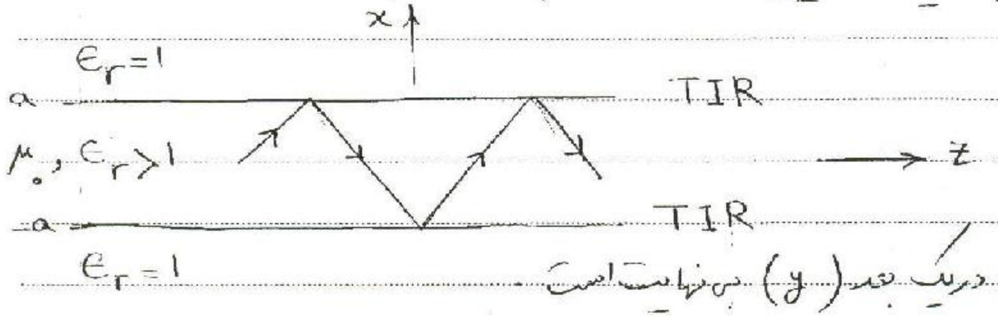
Subject:
Year. Month. Date. ( )

ه-۲) موجبر تیغه عایق   Dielectric Slab Waveguide



موجبر تیغه عایق در یک بعد (y) بی‌نهایت است.

$$\varepsilon_r(x) = \begin{cases} \epsilon_r & |x| < a \\ 1 & |x| > a \end{cases} \qquad \begin{cases} TM_z \longrightarrow \bar{A} = \psi\,\hat{z} \\ TE_z \end{cases}$$

موجبر در جهت y بی‌نهایت $\longrightarrow \psi(x,z) = X(x)e^{-jk_z z} = X(x)e^{-j\beta z}$

$$\frac{X_1''}{X_1} + k_0^2\epsilon_r - \beta^2 = 0 \qquad x < a$$

$$\frac{X_2''}{X_2} + k_0^2 - \beta^2 = 0 \qquad x > a$$

برای ψ می‌توان یک تفکیک زوج و فرد در نظر گرفت.

می‌خواهیم مسئله را در کل فضا که ناهمگن است حل کنیم.

$$\bar{\nabla}\times\bar{H} = +j\omega\epsilon_0\varepsilon_r(x)\,\bar{E}$$
$$\bar{\nabla}\times\bar{E} = -j\omega\mu_0\bar{H}$$
$$\bar{\nabla}\cdot\bar{B} = 0 \iff \bar{H} = \bar{\nabla}\times\bar{A} \quad \longrightarrow \bar{E} = -j\omega\mu_0\bar{A} - \bar{\nabla}\varphi$$
$$\bar{\nabla}\cdot\bar{D} = 0 \qquad \bar{\nabla}\cdot\bar{A} = -j\omega\mu_0\epsilon_0\varphi$$
$$\longrightarrow \bar{\nabla}^2\bar{A} + k^2\bar{A} = 0$$

در صورتی که بخواهیم $\bar{A}$ یک پتانسیل موجی باشد، Gauge مناسب را به دست آورده و معادله‌ی حاکم بر φ را مشخص می‌کنیم. (در واقع $\bar{\nabla}\cdot\bar{A}$ چه باشد؟)

Subject:
Year. Month. Date. ( )

X_1 و X_2 را چگونه انتخاب کردی؟

اما ما مسئله را به نواحی مختلف تقسیم کرده و شرط پیوستگی را اعمال می‌کنیم.

برای میدان‌های TM_z { زوج / فرد } ← نسبت به x

$$A = \begin{cases} \psi_1 \hat{z} & |x|<a \\ \psi_2 \hat{z} & x>a \end{cases}$$

$$\bar{\nabla}^2 \bar{A} + k_1^2 \bar{A} = 0 \qquad |x|<a \qquad k_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r$$
$$\bar{\nabla}^2 \bar{A}_0 + k_0^2 \bar{A} = 0 \qquad x>a \qquad k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$$

به دلیل تقارنی که وجود دارد می‌توان حل را به حل‌های زوج و فرد تقسیم کرد.

به هر TM_z این ترتیب مطلبی این حل‌های زوج و فرد می‌باشد.

$$A_e(x,z) = A_e(-x,z)$$
$$A_o(x,z) = -A_o(-x,z)$$

TM_z زوج ← دنبال $A_e(x,z)$ هستیم.

$$\psi_1(x,z) = X_1(x) e^{-j\beta z}$$

$$\longrightarrow \frac{X_1''}{X_1} - \beta^2 + k_1^2 = 0 \longrightarrow X_1(x) = C_1 \cos(ux) \qquad |x|<$$

$$\Rightarrow -u^2 - \beta^2 + k_1^2 = 0 \qquad (1)$$

$$\psi_2(x,z) = X_2(x) e^{-j\beta z} \qquad X_2(x) e^{-j\beta' z}$$ پیوستگی در مرز $x=a$ $\longrightarrow \beta = \beta'$

$$\longrightarrow \frac{X_2''}{X_2} - \beta^2 + k_0^2 = 0 \longrightarrow X_2(x) = C_2 e^{-vx} \qquad x>a$$
$$v>0$$

P4PCO

$$v^2 - \beta^2 + k_0^2 = 0 \qquad (2) \qquad X_3(x) = C_2 e^{vx} \qquad x<-a$$

Subject:

Year.　Month.　Date.　( )

$$\begin{cases} E_x = \dfrac{1}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \dfrac{\partial^2}{\partial x \partial z} \psi_{1,2} \\ E_y = 0 \\ E_z = \dfrac{1}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial z^2} + k_{1,0}^2 \right) \psi_{1,2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_x = 0 \\ H_y = -\dfrac{\partial}{\partial x} \psi_{1,2} \\ H_z = 0 \end{cases}$$

E_z و H_y مؤلفه‌های مماسی هستند.

شرایط مرزی :

$$① \; H_y \Big|_{x=a^-} = H_y \Big|_{x=a^+} \longrightarrow -c_1 u \sin(ua) = -c_2 v e^{-va}$$

$$② \; E_z \Big|_{x=a^-} = E_z \Big|_{x=a^+} \longrightarrow \frac{1}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \overbrace{(-\beta^2 + k_1^2)}^{u^2} c_1 \cos(ua) = \frac{1}{j\omega \epsilon_0} \underbrace{(-\beta^2 + k_0^2)}_{-v^2} c_2 e^{-va}$$

$$\Rightarrow -\frac{u}{\epsilon_r} \cot g(ua) = v \qquad ③$$

معادله مشخصه مود زوج

با استفاده از روابط ① و ② و ③، u و v و $\frac{c_1}{c_2}$ مشخص می‌شوند.

$$①, ② \Rightarrow u^2 + v^2 = k_0^2 (\epsilon_r - 1) \qquad ④$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

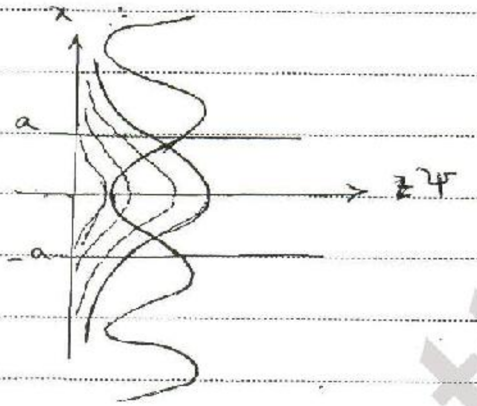
?

چون دنبال حل‌هایی از نوع $e^{-j\beta z}$ (انتشار در جهت z) با β L هستیم

بنابراین حل در ناحیه $|x|>a$ را می‌توان هیپربولیکی در نظر گرفت زیرا در این

صورت حل در ناحیه $x<a$ به صورت sin و cos خواهد شد یعنی در جهت‌هایی

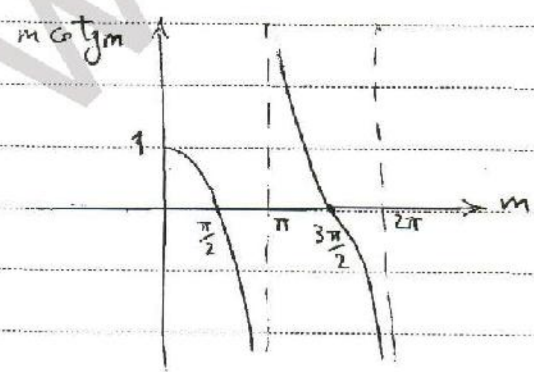
غیر از جهت z انتشار موج و انتقال انرژی داریم.

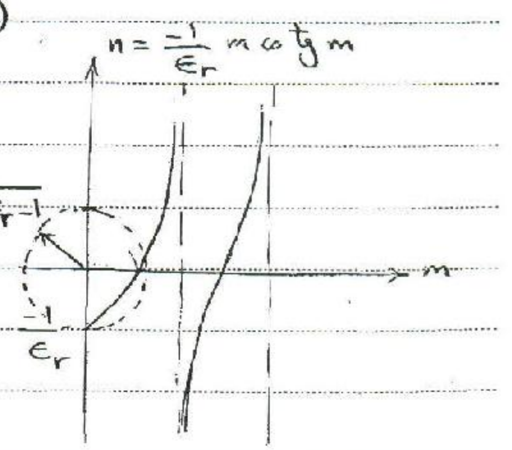


(3) $\longrightarrow -\dfrac{ua}{\epsilon_r}\cot g(ua) = Va \qquad \begin{cases} ua = m \\ Va = n \end{cases}$

$\longrightarrow m \cot g\, m = -\epsilon_r n$

(4) $\longrightarrow m^2 + n^2 = (k_0 a)^2(\epsilon_r - 1)$





PAPCO

محل تقاطع دایره و منحنی، u و V را به دست می‌دهند. Slab waveguide

Marcuse

شعاع دایره به فرکانس و a بستگی دارد.

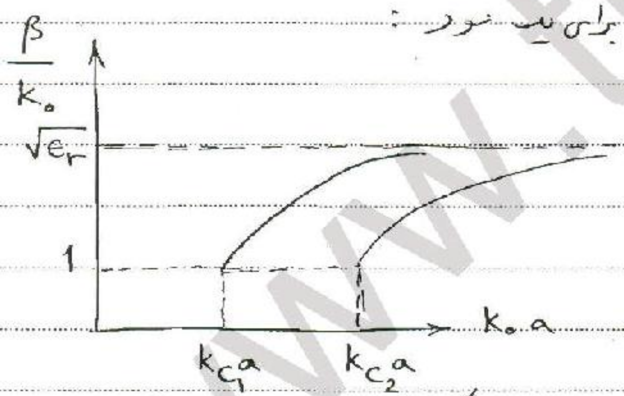
باید توجه کرد که چون $V>0$ است بنابراین نقاط تقاطع در ناحیه $n>0$ است قابل قبول است.

متناظر با u و V به دست آمده، یک β ای به دست می‌آید و یک مود تعریف می‌شود.

اولین مود این موجبر دارای یک فرکانس قطع می‌باشد.

خطوط میدان را برای مود اول رسم کنید.

بررسی منحنی β برحسب فرکانس برای یک مود:



$k_0 < \beta < k_0\sqrt{\epsilon_r}$

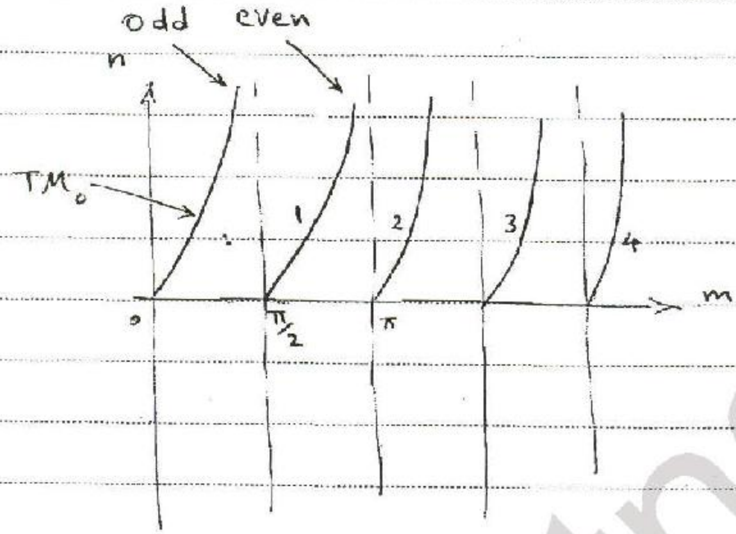
برای این موجبر می‌توان یک امپدانس تعریف کرد که نسبت میدان‌های عرضی (H_y , E_x) می‌باشد.

اگر روند فوق را برای مودهای فرد انجام دهیم به رابطه زیر خواهیم رسید:

$m \, tg\, m = \epsilon_r n$

Subject:
Year. Month. Date.

	TM	TE
Even	$-m \cot g\, m = \epsilon_r n$	$-m \cot g\, m = \mu_r n$
Odd	$m \tan m = \epsilon_r n$	$m \tan m = \mu_r n$



$$\Psi = X(x)\, e^{-j\beta z} \longrightarrow k_0 < \beta < k_0\sqrt{\epsilon_r}$$

$$\begin{cases} -\dfrac{1}{\epsilon_r}\, m \cot g\, m = n \\ m^2 + n^2 = k_0^2(\epsilon_r - 1)\, a^2 \end{cases}$$

TM_z

با تقارن زوج $\longrightarrow A = \Psi_{\text{زوج}}\, \hat{z}$

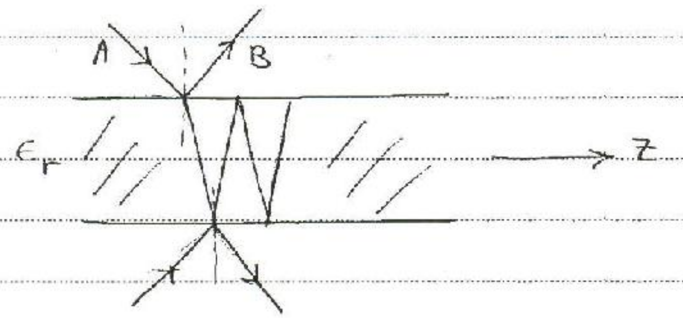
آیا حل فوق یک حل کامل است؟ به عبارتی آیا β هایی وجود دارد که در

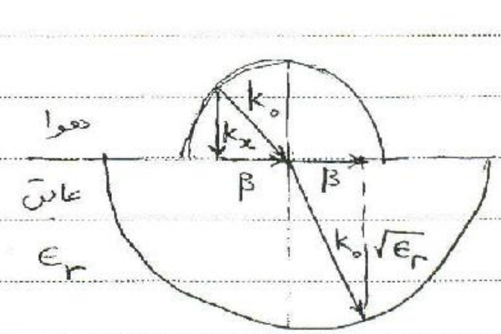
گستره $k_0 < \ldots k_0\sqrt{\epsilon_r}$ نباشند؟

حل کامل $\longrightarrow \Psi(x, z) = \sum C_n \Psi_n(x, z) + \underbrace{\ldots}_{?}$

← این حل انرژی را در ناحیه عایق محصور می‌کند

و در هوا میدان‌ها میرا می‌شوند.





$$e^{-j\beta z}\left(Ae^{jk_x x}+Be^{-jk_x x}\right) \qquad k_x^2+\beta^2=k_0^2$$

$$\cancel{k_0^2/\epsilon_r}$$

$$\longrightarrow 0<\beta<k_0 \qquad k_x^2+\beta^2=k_0^2\,\epsilon_r$$

β در محدوده ۰ تا k_0 هر مقداری را به طور پیوسته می‌تواند اختیار کند.

در این حل هم در محیط عایق و هم در هوا، موج ایستا وجود دارد.

$$\longrightarrow \Psi(x,z)=\sum_{n=1}^{N} c_n\Psi_n(x,z)+\int_0^{k_0}\tilde{C}(\beta)\,X(x,\beta)\,e^{-j\beta z}\,d\beta$$

این اتفاق برای تمام موجبرهای open می‌افتد.

درصورتی که موجبر شیلد شده باشد (با استفاده از PEC یا PMC)

حل به صورت زیر است: $\Psi(x,z)=\sum_{n=1}^{\infty} c_n\Psi_n(x,z)$

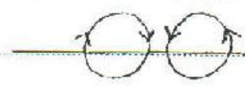
جواب های دیگری نیز وجود دارد که در آنها β موهومی است ولی ما در بحث فوق فقط β های حقیقی را بررسی کردیم.

کامل بودن حل نسبت به x مهم است.

Subject:

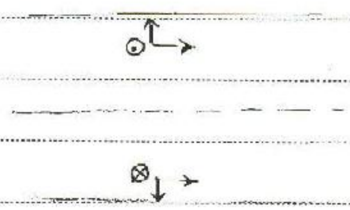
Year. Month. Date. ( )

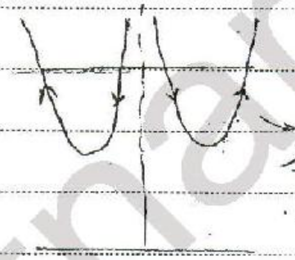
	TM	TE
Even	TM_1 $\Psi = A\cos(ux)$ $\Psi = Be^{-vx}e^{-j\beta z}$ $E_z \propto \Psi \rightarrow E_z$ زوج E_x فرد	TE_1 $\Psi = A\cos(ux)\, e^{-j\beta z}$ $|x|<$ $\Psi = Be^{-vx}e^{-j\beta z}$



در مرز شکسته می‌شود.

$H_y = \frac{-\partial}{\partial x}\Psi \rightarrow H_y$ فرد

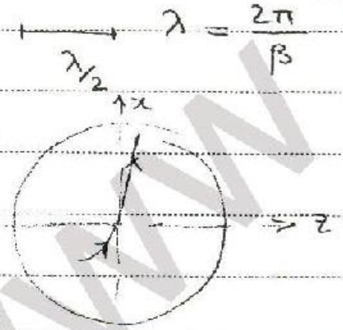




خطوط E_z در مرز شکسته می‌شوند.

این خطوط تا بی‌نهایت می‌روند یا دور می‌زنند.

$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$



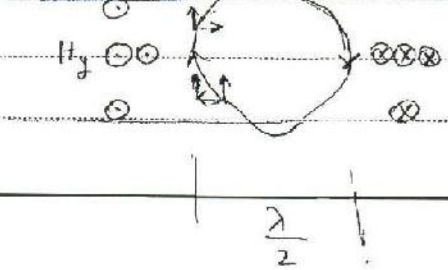
$\epsilon_r E_{xd} = E_{xa}$

$\Psi = A\sin(ux)\, e^{-j\beta z}$

$\Psi = Be^{-vx}\, e^{-j\beta z}$

Odd: TM_0 $\Psi = A\sin(ux)\, e^{-j\beta z}$

$\Psi = Be^{-vx}\, e^{-j\beta z}$



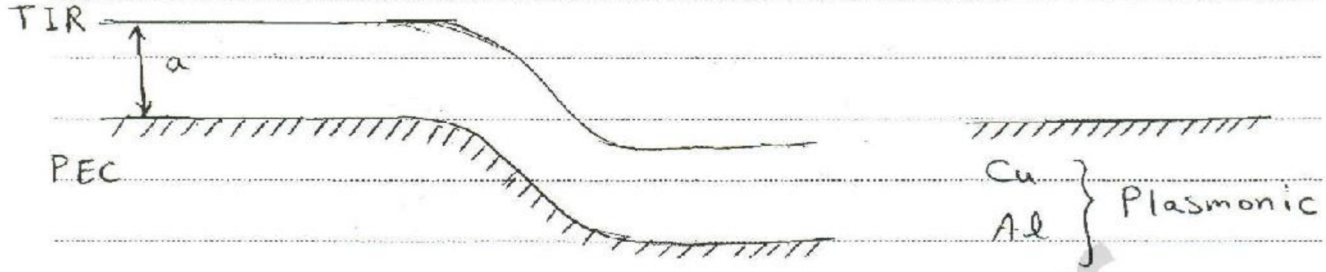
E_z فرد

E_x زوج

H_y زوج

P4PCO

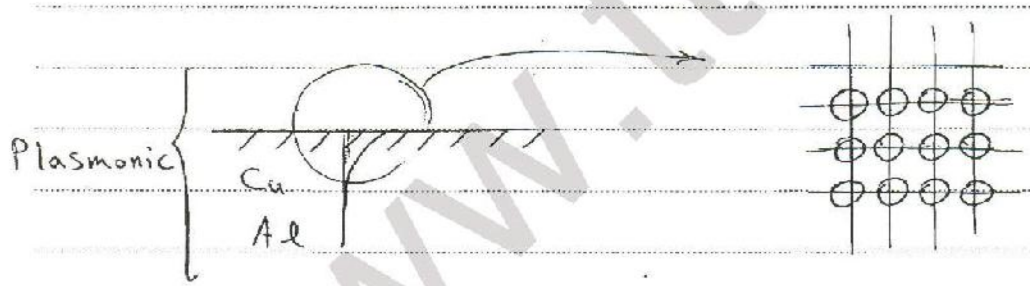
۲-۶) موجبرهای امواج سطحی   Surface Wave



اگر PEC قرار دهیم، موجبر نخواهیم داشت زیرا منبع نداریم و شرط مرزی هم صفر است ← میدان ها صفر هستند.

ولی اگر فلز واقعی قرار دهیم ← اختلاف ضریب شکست در کنار سطح داریم

نفوذ میدان شده، بنابراین موجبر خواهیم داشت.



ولی با استفاده از یک لایه PEC و یک لایه TIR می‌توان موجبر ساخت

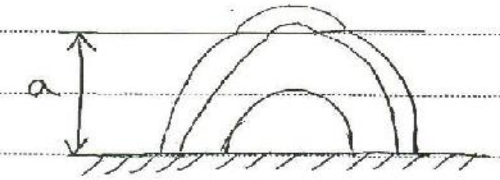
جواب هایی که برای تیغه عایق (موجبر) داشتیم، برای موجبر امواج سطحی نیز

قابل استفاده است. البته باید از بین آنها انتخاب کنیم.

TM $0, 2, 4, \dots$ TE $1, 3, 5, \dots$

ملاحظاتی در رابطه با a

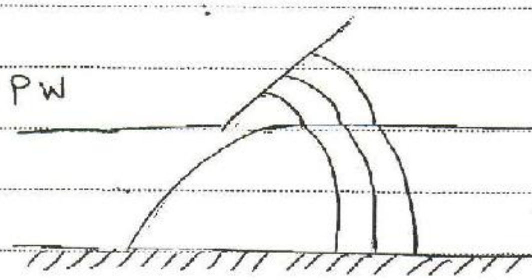
TM_0



باکاهش a ، میدان بیشتر به بیرون نفوذ می کند و بنابراین موجبر خوبی نخواهیم داشت.

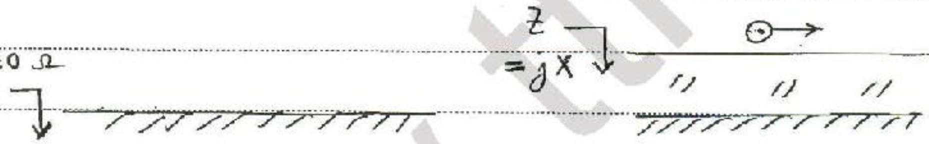
TM_0 ← مود غالب برای موجبر امواج صفحه ای

PPW



گونه دیگر موجبر امواج صفحه ای

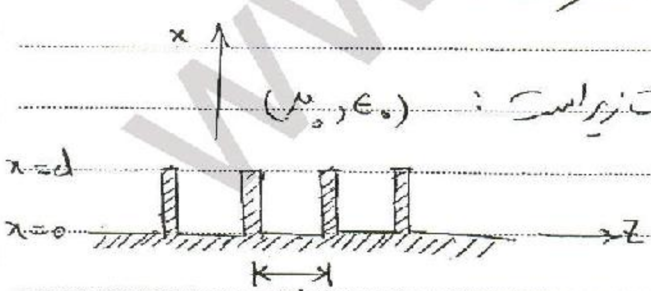
$Z=0\ \Omega$



با اضافه کردن عایق ، سطح اتصال کوتاه را به یک سطح راکتانسی تبدیل کرده ایم.

← امواج صفحه ای در این حالت منتشر خواهند شد.

یک نوع موجبر امواج صفحه ای به صورت زیر است :



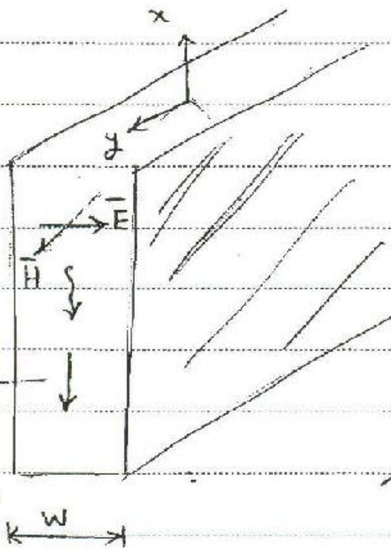
می خواهیم انرژی در راستای z منتشر شود.

corrugated waveguide

می خواهیم در جهت x انتقال توان نداشته باشیم.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\underbrace{TEM , TE , TM}_{\text{مود غالب}}$$



$k_x = k_0$

$\frac{E_z}{H_y^-} = \eta_0$

فرکانس قطع ← $w \ll \lambda_0$ اگر

مودهای TE و TM

خیلی بزرگ خواهد بود ← بیشترین توان

توسط مود TEM در موجبر منتقل می‌شود.

به عبارتی ضریب میرایی مودهای TE و TM

خیلی بالا است و این مودها فقط در دهانهٔ موجبر

وجود دارد.

x با فرض $w \ll \lambda_0$ ← تا محل $x=d$ فقط میدان TEM (مود غالب سیستم)

وجود داشته باشد.

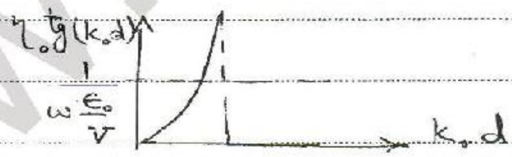
برای $0 \le x \le d$

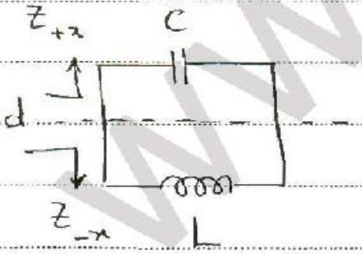
در محل $x = d^-$

$$Z_{-x} = \frac{E_z}{+H_y} = j\eta_0 \tan(k_0 d) \longrightarrow$$ معادل یک راکتانس است

حل‌های موجبری، حل‌های بدون منبع هستند

که E_z و H_y حل میدان هاست.





هر A ای می‌توانیم اگر $Z_x + Z_{-x} = 0$ داشته باشیم بدون آنکه منبعی وجود داشته باشد.

$$\underbrace{Z_x + Z_{-x} = 0}\longrightarrow j\eta_0 \tan(k_0 d) + \frac{1}{j\omega \frac{\epsilon_0}{V}} = 0$$

با این کار در واقع پیوستگی H_y را در نظر گرفته‌ایم.

PAPCO

۲۱

دنبال حلی به صورت زیر هستیم: extinction coefficient

$$\Psi(x,z) = C_2\, e^{-vx}\, e^{-j\beta z} \qquad \text{برای } x>d$$

را می خواهیم این حل — $v \rightarrow$ real and positive

این Ψ را به یک میدان TM نسبت می دهیم، یعنی در نظر می گیریم: بدون منبع وجود داشته باشد.

$$\bar{F} = 0 \qquad \bar{A} = \hat{z}\,\Psi(x,z) \qquad v^2 - \beta^2 + k_0^2 = 0$$

$$\begin{cases} E_x = \dfrac{1}{j\omega\epsilon_0} \dfrac{\partial^2}{\partial x \partial z} \Psi \\ E_y = \dfrac{1}{j\omega\epsilon_0} \dfrac{\partial^2}{\partial y \partial z} \Psi = 0 \\ \rightarrow E_z = \dfrac{1}{j\omega\epsilon_0} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \right) \Psi = \dfrac{-v^2}{j\omega\epsilon_0} \Psi \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_x = \dfrac{\partial}{\partial y} \Psi = 0 \\ \rightarrow H_y = -\dfrac{\partial}{\partial x} \Psi = v\Psi \\ H_z = 0 \end{cases}$$

اگر موج بخواهد در جهت x منتشر شود، امپدانس Z_x را می بینید:

$$Z_x = \frac{E_z}{-H_y} = \frac{\frac{-v^2}{j\omega\epsilon_0}\Psi}{-v\Psi} = \frac{1}{\frac{j\omega\epsilon_0}{v}} \quad [\Omega] \rightarrow \text{معادل یک خازن است.}$$

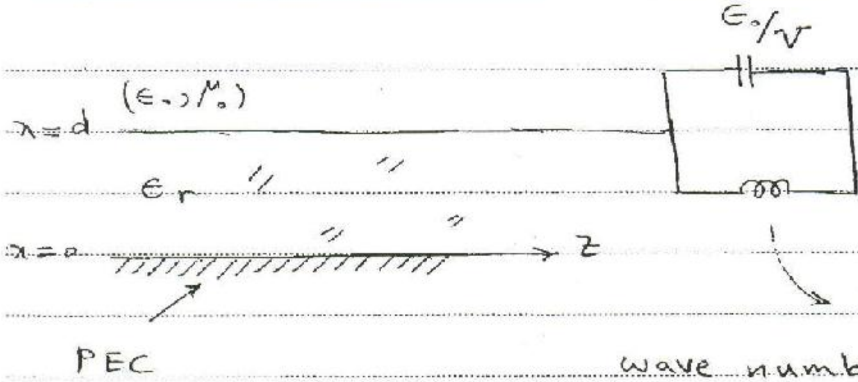
در محل $x=d^+$

$v \rightarrow \left[\frac{1}{m}\right]$

E_z و H_y میدان های کل هستند.

Subject:

Year. Month. Date.



$L = f(u, d, \epsilon_r)$

wave number

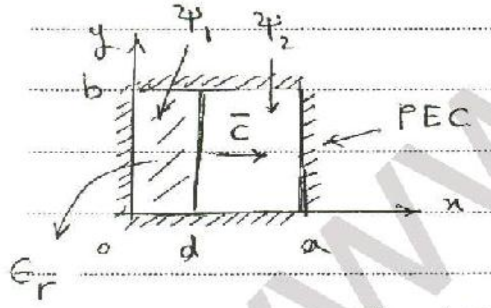
$$\frac{-1}{\epsilon_r} m \tan m = n$$

این سیستم موجبری یک گروه از مودها را از دست داده است (نمی‌تواند انتقال دهد.)

← این موجبر فقط برای مود TM است و مود غالب آن TM_0 است.

۷-۲) موجبر با پرشدگی عایقی جزئی

Partially Filled Waveguide



می‌خواهیم مودهای انتشار در جهت z را بدست آوریم:

$$\bar{A} = \hat{z}\psi \qquad \bar{F} = 0$$

← تلاش برای رسیدن به TM_z ناموفق است

در واقع نمی‌توان شرایط مرزی را با این حالت اقناع کرد.

همچنین اگر $\bar{A}=0$ و $\bar{F} = \hat{z}\psi$ در نظر بگیریم ← تلاش برای رسیدن به TE_z ناموفق است

$$\rightarrow \bar{E} = C_1 \bar{E}_{TM_z} + C_2 \bar{E}_{TE_z}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\bar{C} = \hat{n}$

TM_x: $\bar{F} = 0$ & $\begin{cases} A_1 = \psi_1 \hat{z} \\ A_2 = \psi_2 \hat{z} \end{cases}$

$$\begin{cases} \psi_1(x,y,z) = X_1(x)\, Y_1(y)\, e^{-j\beta z} \\ \psi_2(x,y,z) = X_2(x)\, Y_2(y)\, e^{-j\beta z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{Y_1''}{Y_1} - k_{x1}^2 - \beta^2 + k_0^2 \epsilon_r = 0 \\ Y_1(0) = 0 \\ Y_1(b) = 0 \end{cases} \Rightarrow Y_{1n} = \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \quad n = 1, 2, \dots$$

به همین ترتیب $\longrightarrow Y_{2n} = \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \quad n = 1, 2, \dots$

$$\begin{cases} \psi_1 = \sum C_{1n} \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left(k_{x_{1n}} x\right) e^{-j\beta z} \\ \psi_2 = \sum C_{2n} \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left[k_{x_{2n}} (x-a)\right] e^{-j\beta z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_{x_{1n}}^2 - \beta^2 + k_0^2 \epsilon_r = 0 \\ -\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_{x_{2n}}^2 - \beta^2 + k_0^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \psi_1 = C_1 \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left(k_{x_1} x\right) e^{-j\beta z} \\ \psi_2 = C_2 \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left[k_{x_2} (a-x)\right] e^{-j\beta z} \end{cases}$$

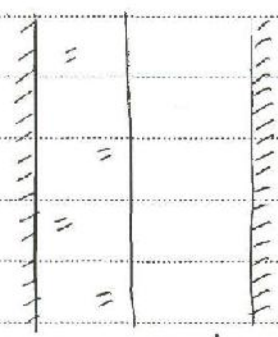
PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

بایستی شرط مرزی پیوستگی $\bar{E}$ مماسی و $\bar{H}$ مماسی را اعمال کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} H_z \\ H_y \\ E_z \\ E_y \end{array}\right\} \begin{array}{l} x=d^- \\ x=d^+ \end{array} \longrightarrow$$ در معادلهٔ مشخصه

$$\frac{k_{x1}}{\epsilon_r} tg(k_{x1} d) = -k_{x2}\, tg\left[k_{x2}(a-d)\right]$$



در حالت موجبر صفحه موازی که در جهت y بی‌نهایت است به معادله مشخصه مانند معادله مشخصه فوق است.

این موضوع به این دلیل است که معادله مشخصه با توجه به شرایط مرزی E و H مماسی در $x=d$ به دست آمده است.

در واقع معادلهٔ اشتورم لیوویل در راستای x برای هر دو حالت یکسان است.

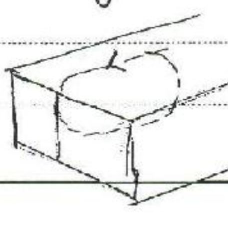
البته معادلهٔ تفکیک دو حالت متفاوت است.

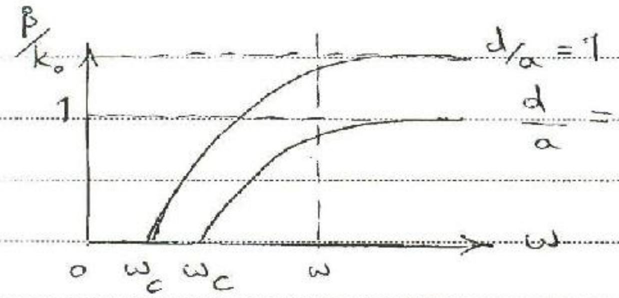
$$-k_{x1}^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \beta^2 + k_0^2 \epsilon_r = 0$$

$$-k_{x1}^2 - \beta^2 + k_0^2 \epsilon_r = 0$$

موجبر فوق x مؤلفهٔ میدان مغناطیسی را ندارد.

LSM: Longitudinal Section Magnetic





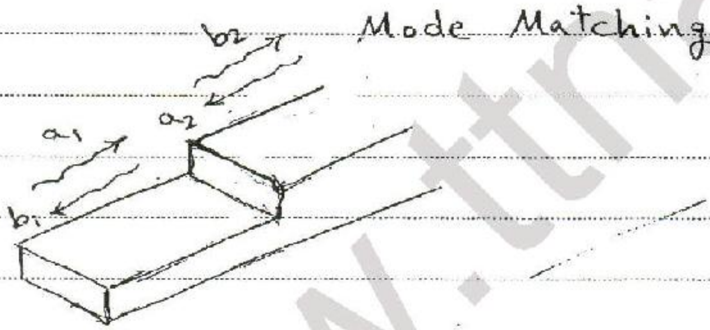
← شکل (۴-۹) کتاب

LSE : L S Electric → TE_x

کاربردهای این نوع موجبر : شیفت دهندهٔ فاز ـ ایزولاتورها

که در صورت استفاده از فرایت

۸-۲) تطبیق مودها Mode Matching



می‌خواهیم خواص transition را بررسی کنیم ← از ماتریس [S] استفاده می‌کنیم.

فرکانس را به گونه‌ای در نظر می‌گیریم که در هر موجبر Single Mode داشته باشیم.

$$[S]\begin{bmatrix}a_1\\a_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b_1\\b_2\end{bmatrix}$$

a_1 : Power Wave $\frac{1}{2}|a_1|^2$

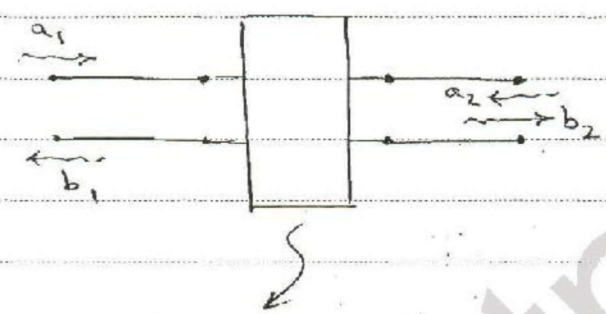
در واقع سطح مقطع هر قسمت به گونه‌ای است که از صفحهٔ مرجع به بعد فقط یک مود وجود داشته باشد.

Subject:
Year Month Date ( )

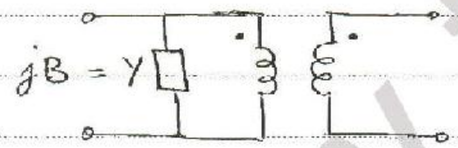
GSM

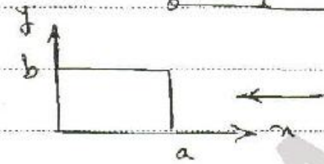
$$[S]\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ \vdots \\ a_{21} \\ a_{22} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

* تحلیل مداری :



در کل transition
فقط انرژی ~~تلف~~ ذخیره می‌شود
توان تلف نمی‌شود.





موجبری در راستای z داریم :

$$z=0 \text{ در صفحه } \begin{cases} E_x = f(x,y) \\ E_y = 0 \end{cases}$$

امواج رونده هستند ، شرط مرزی در بی‌نهایت داده شده است.
مطلوب است تعیین میدان کل $\bar{E}(x,y,z)$ برای $z \geq 0$

کامل‌ترین حل ممکن در داخل موجبر را در نظر گرفته و شرایط مرزی را اعمال می‌کنیم

در نظر می‌گیریم $TE_y \longrightarrow \begin{cases} \bar{F} = \psi \hat{y} \\ \bar{A} = 0 \end{cases}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$H_y \propto \psi$

$$\psi(x,y,z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-\gamma_{mn} z}$$

$$-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \gamma_{mn}^2 + k_0^2 = 0$$

$$\gamma_{mn} = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_0^2} & \longrightarrow > 0 \\ j\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} & \longrightarrow < 0 \end{cases}$$

$$E_x = \frac{\partial}{\partial z} F_y = \frac{\partial}{\partial z}\psi \qquad E_x\Big|_{z=0} = f(x,y)$$

$$\Rightarrow f(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} -\gamma_{mn} A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)$$

حال از رابطهٔ فوق ضرایب A_{mn} را بدست می‌آوریم.

بدین منظور طرفین را در $\cos\left(\frac{m'\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n'\pi}{b}y\right)$ ضرب کرده و انتگرال می‌گیریم.

$$\int_0^b \int_0^a \ldots \, dx\, dy$$

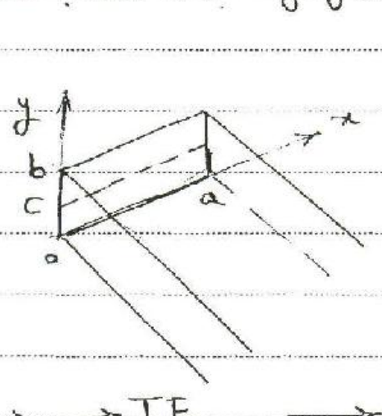
$$\Rightarrow -\gamma_{m'n'} A_{m'n'} = \frac{2\epsilon_{m'}}{ab} \int_0^b \int_0^a f(x,y) \cos\left(\frac{m'\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n'\pi}{b}y\right) dx\,dy$$

$$\epsilon_m = \begin{cases} 1 & m = 0 \\ 2 & m \neq 0 \end{cases}$$

PapCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

برای حالتی که در صفحه $z=0$ ، $E_x=0$ و $E_y=g(x,y)$ داده شده باشد، روندی مشابه روند فوق را انجام می‌دهیم.



حال فرض کنیم در $z=0$ ، میدان مود غالب در جبهه با سطح مقطع کوچکتر را داریم. یعنی داریم:

$$\text{مود غالب} \rightarrow TE_{10} \longrightarrow E_y(z=0)=\begin{cases} 0 & c<y\leq b \\ E_0\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) & 0\leq y<c \end{cases}$$

فرض فوق، یک فرض ساده است زیرا در محل transition مجموعه‌ای از مودها را داریم، که البته این مودها به صورت [illegible] با دور شدن از محل transition میرا می‌شوند.

$$TE_x \longrightarrow \psi=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}B_{mn}\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma_{mn}z}$$

γ_{mn} فقط به ازای $m=1$ و $n=0$ ، موهومی محض است، یعنی فقط مود اول می‌تواند منتشر شود.

$$\int_0^b\int_0^a -\frac{1}{2}E_yH_x^*\,dx\,dy=S_z=\underbrace{Re\{S_z\}}_{\text{این جمله از } \gamma_{mn} \text{ موهومی ناشی می‌شود. (یعنی برای مود غالب)}}+\underbrace{j\,Im\{S_z\}}_{\text{این جمله از } \gamma_{mn} \text{ حقیقی ناشی می‌شود}}$$

$$\downarrow$$

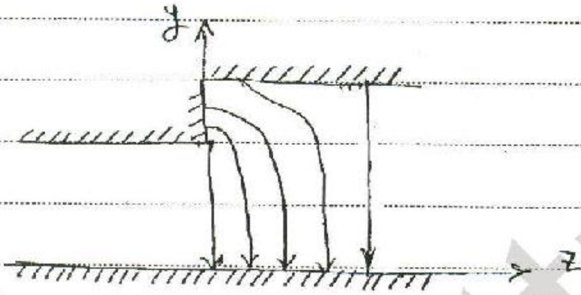
$$\frac{1}{2}jB|V|^2$$

در نظر می‌گیریم $V = E_0 C \longrightarrow B =$

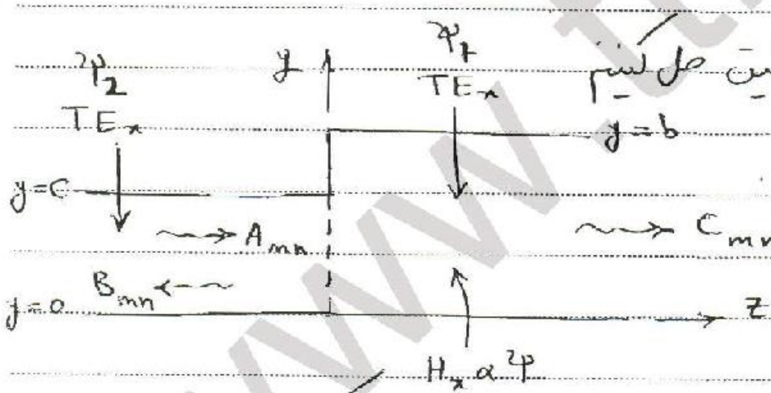
البته در حالت فوق، میدان‌های میرا شونده در دو طرف در ناحیه $z<0$ در نظر گرفته نشده است.

شکل (۴-۱۷) کتاب ←

حل سادهٔ خازن است ← $B>0$



اگر می‌خواستیم مسئله را دقیق حل کنیم



و اینک موج رفت را داریم

A_{mn} معلوم است ←

ولی B_{mn} و C_{mn} مجهول است.

این تابع پتانسیل نیازی ندارد که در راستای x مولفه‌ای ایجاد کند. بنابراین در دو طرف

TE_x در نظر می‌گیریم.

$$\psi_2 = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left(A_{mn} e^{-\gamma_{mn} z} + B_{mn} e^{+\gamma_{mn} z}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{c}\right.$$

$z \leq 0$

Subject.
Year. Month. Date. ( )

$$\psi_1=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} C_{mn}e^{-\gamma_{mn}z}\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \qquad z\geq 0$$

پیوستگی مؤلفه‌های مماسی $\bar{E}$ و $\bar{H}$ در $z=0$

$$E_y\Big|_{z=0^-}=E_y\Big|_{z=0^+} \qquad 0\leq x\leq a,\quad 0\leq y\leq c$$

$$E_y\Big|_{z=0^+}=0 \qquad c\leq y\leq b$$

$$* \quad E_y\Big|_{z=0^+}=\begin{cases}0 & c\leq y\leq b\\ E_y\Big|_{z=0^-} & 0\leq y\leq c\end{cases}$$

→ این طور در نظر گرفتن شرط مرزی H_x در محدودهٔ $c\leq y\leq b$ را نیز اقناع می‌کند.

$$H_x\Big|_{z=0^+}=H_x\Big|_{z=0^-} \qquad 0\leq y\leq c$$

$$TE_x \longrightarrow E_y=-\frac{\partial}{\partial z}\psi \qquad H_x=\frac{1}{j\omega\mu_0}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+k_0^2\right)\psi$$

$$* \Rightarrow \sum_m\sum_n +\gamma_{mn}C_{mn}\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)$$

$$=\begin{cases}0 & c\leq y\leq b\\ \sum_m\sum_n \gamma_{mn}(A_{mn}-B_{mn})\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{c}y\right) & 0\leq y\leq c\end{cases}$$

$$f(x,y)=\begin{cases}0\\ g(x,y)\end{cases}$$

→ برای حل این معادله می‌توان از روش point matching استفاده کرد.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

روش دیگر انتخاب توابع تست و برابر قرار دادن تصویر طرفین معادله بر روی توابع تست. این روش، روشی عملی تر می باشد.

$$\langle f, \underbrace{\varphi_{mn}(x,y)}\rangle = \int_{y=0}^{b}\int_{x=0}^{a} f(x,y)\,\varphi_{mn}(x,y)\,dx\,dy$$

↳ test function $\rightarrow \varphi_{mn}(x,y) = \sin\left(\frac{m'\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n'}{\;}\right.$

حال تصویر طرفین معادله را بر روی توابع تست به دست آورده و برابر قرار می دهیم

$$\gamma_{m'n'}\, C_{m'n'}\, \frac{ab}{2\epsilon_{n'}} = \sum_{m}\sum_{n} M_{mn,m'n'}\left(A_{mn} - B_{mn}\right)$$

← بنابراین دستگاه معادلات به دست می آید.

$$[A] = \begin{array}{c} \\ \left[\begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{cc} m & n \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ \vdots & \vdots \\ 2 & 0 \\ 2 & 1 \\ \vdots & \vdots \end{array} \qquad \begin{cases} [C] = [M_1]\left([A] - [B]\right) \\ [C] = [M_2]\left([A] - [B]\right) \end{cases}$$

روندی مشابه روند فوق را برای برابر کردن مؤلفه ی مماسی H در $z=0$ انجام می دهیم و در نتیجه یک سری معادلات دیگر به دست می آید.

ماتریس های $[M_1]$ و $[M_2]$ به هم شبیه می باشند.

$[A]$ معلوم است ← با استفاده از دو سری دستگاه معادلات فوق $[B]$ و $[C]$ به دست می آیند.

PAPCO

Subject:
Year Month Date ( )

دستگاه معادلات به دست آمده در حالت کلی بی‌نهایت معادله و بی‌نهایت مجهول دارد

ولی ما در استفاده از توابع بست، تا بی‌نهایت نمی‌رویم و m و n را در جایی

قطع می‌کنیم.

$$\psi_1 = \sum_{m=1}^{M_1}\sum_{n=0}^{N_1} \cdots$$

$$\psi_2 = \sum_{m=1}^{M_2}\sum_{n=0}^{N_2} \cdots$$

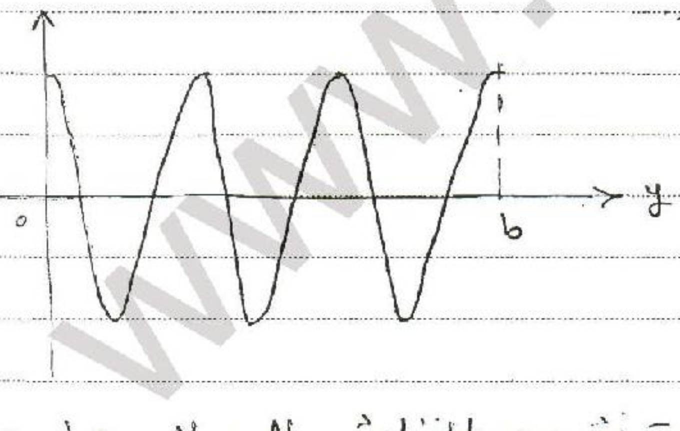
* انتخاب M_1 ، M_2 ، N_1 و N_2 :

در جهت x می‌توان شماره‌ها را برابر گرفت $\longleftarrow$ $M_1 = M_2$

در جهت y بایستی دقت کرد! $\longleftarrow$ $\frac{N_1}{b} = \frac{N_2}{c} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{b}{c}$

زیرا ترکیب خطی یک طرف باید بتواند طرف دیگر را ایجاد کند.

$\cos\left(\frac{N_1\pi}{b}y\right)$



اگر نسبت $\frac{N_1}{N_2} = \frac{b}{c}$ رعایت نشود، با افزایش N_1 و N_2 به جواب‌های

دقیق‌تر نخواهیم رسید.

Omar / Kathei

* موضوع سمینار

— تعمیم اشتورم لیوویل — Sturm – Liouville

— تعمیم تانلی → $(\epsilon_r<0, \mu_r<0)$

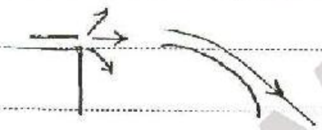
— توابع گرین — Green's functions

برای محیط های غیرایزوتروپ یا محیط با $\mu_r, \epsilon_r < 0$

— شرط مرزی جاذب — Boundary Condition Absorbing

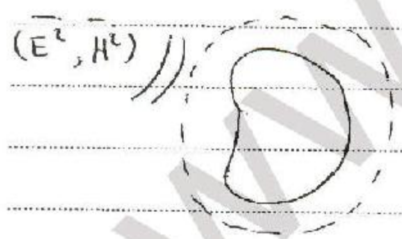
— روش‌های عددی — Numerical Methods

— اثر لبه ها — Diffraction Theory



GTD

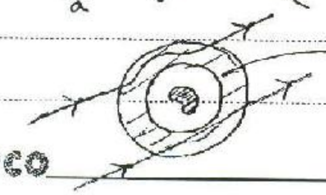
Inverse Scattering



F.S. → $(\bar{E}^i, \bar{H}^i)$ + جسم → $(\bar{E}^s, \bar{H}^s)$

I.S → $(\bar{E}^i, \bar{H}^i) + (\bar{E}^s, \bar{H}^s)$ → جسم

Cloaking (Invisibility Cloaking)

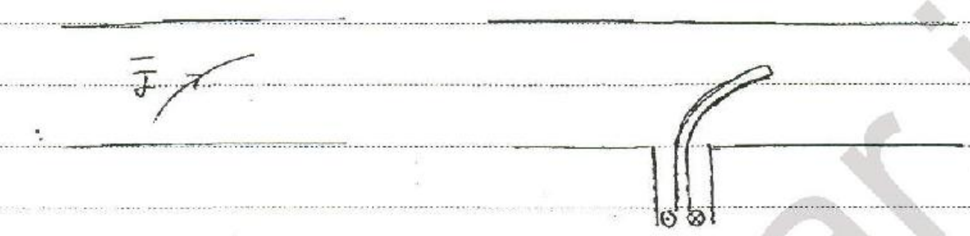


→ محیط با $\mu_r, \epsilon_r < 0$

Novel materials

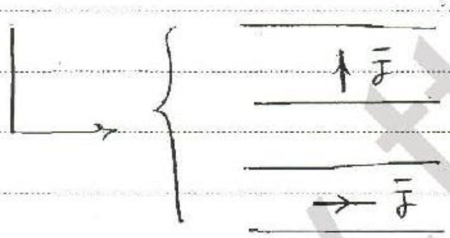
$$\begin{cases} \bar{B} = \bar{B}(\bar{H}, \bar{E}) \\ \bar{D} = \bar{D}(\bar{E}, \bar{H}) \end{cases}$$

۲-۹) جریان در موجبرها



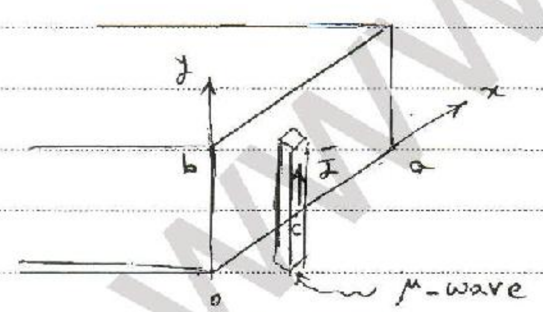
منبع جریان

منبع ولتاژ



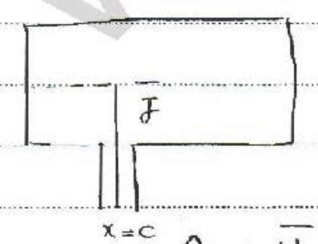
ناپیوستگی در $\bar{H}$ مماسی

ناپیوستگی در $\bar{E}$ مماسی



با فرض آنکه سیم نازک داریم
جریان را تخمین می‌زنیم.

جریان روی سیم های نازک سینوسی است

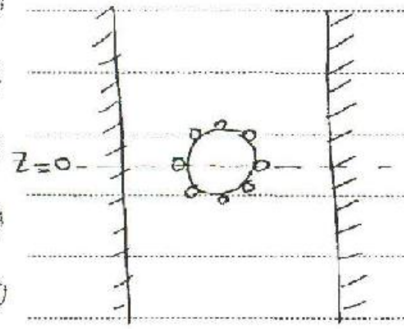


در اینجا فرض می‌کنیم که $\bar{J}$ را داریم

$\bar{J}$ را به صورت شرط مرزی اعمال می‌کنیم:

$$\hat{n} \times (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) = \bar{J}_s \qquad [A/m]$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )



آنالیز دقیق — منبع را در نظر گرفته و به روش عددی

$\bar{J}$ را بدست آوریم و سپس

میدان‌ها را محاسبه می‌کنیم.

بایستی برای $z>0$ و $z<0$ کامل‌ترین میدان را بنویسیم.

$$\begin{cases} \bar{A} = \hat{y}\,\psi \\ \bar{F} = 0 \end{cases} \longrightarrow TM_y$$

$$\psi(x,y,z) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{-\gamma_{mn}z} \quad \text{for } z \geq 0$$

$$\gamma_{mn} = \begin{cases} j\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} & k_0^2 > \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \\ \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_0^2} & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$\psi(x,y,z) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} C'_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{+\gamma_{mn}z} \quad \text{for } z \leq 0$$

$$E_y = \frac{1}{j\omega\epsilon_0}\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2\right)\psi$$

$$E_y\Big|_{z=0^+} = E_y\Big|_{z=0^-} \Rightarrow C_{mn} = C'_{mn}$$

Subject:

Year. Month. Date ( )

$\hat{n} \times (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) = \bar{J}_s \quad [\frac{A}{m}]$ $\quad \bar{J} = \hat{y}\, I(y)\, \delta(x-c)\, \delta(z) \quad [\frac{A}{m^2}]$

$\hat{z} \times \left(H_x \Big|_{z=0^+} - H_x \Big|_{z=0^-} \right) = \bar{J}_s$

این $\bar{J}$ جریان حجمی است.

$\bar{J}_s = \hat{y}\, I(y)\, \delta(x-c) \quad [\frac{A}{m}]$

این $\bar{J}_s$ جریان سطحی است.

$H_x = -\frac{\partial}{\partial z} \psi \quad \Rightarrow \quad \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} 2 C_{mn} \gamma_{mn} \sin(\frac{m\pi}{a} x) \cos(\frac{n\pi}{b} y)$

$= I(y)\, \delta(x-c)$

این توابع باید متعامد باشند (که هستند) زیرا باید بتوانند دلتا را بسط دهند.

دو طرف رابطهٔ فوق را در $\sin(\frac{m\pi}{a} x)$ ضرب کرده و انتگرال می‌گیریم.

$I(y) = I_0 \sin k_0 (y - y_0)$ تعیین $I(y)$ چگونه است؟

عدد موج

مقدار جریان در $y = y_0$ صفر است

رابطهٔ فوق می‌گوید که روی سیم موج ایستا داریم.

رابطهٔ $I(y)$ با فرض دور بودن سیم از صفحات هادی موجه می‌باشد

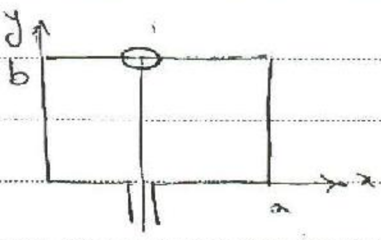
در صورت نزدیک بودن به یک خط انتقال خواهیم داشت

در این ناحیه TEM خواهیم داشت

درصورتی که سیم به انتها چسبیده باشد یعنی $y_0 = b$ ، در این صورت $I(y)$ را به گونه‌ای در نظر می‌گیریم که در انتها مشتق $I(y)$ صفر باشد.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\Rightarrow I(y) = I_0 \cos k_0 (y-b)$$

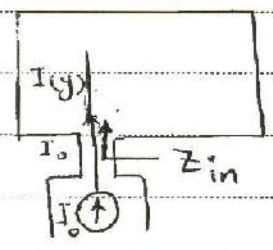


$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J} + j\omega \bar{D}$$

$$f(y) = \oint_{\partial S} \bar{H} \cdot \bar{dl} = \int_S \bar{J} \cdot \bar{ds} = I(y=b)$$

این انتخاب را به دلیل

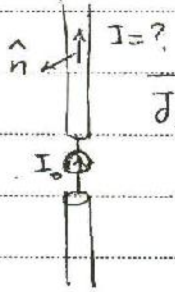
$$\left.\frac{df}{dy}\right|_{y=b} = 0$$



میدانی که $\bar{J}$ در محل ضرورش تولید می‌کند

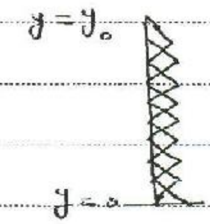
برابر صفر است. با استفاده از این موضوع

معادله‌ای برای $I(y)$ به دست می‌آید



$$\bar{J}_s \longrightarrow E_t \longrightarrow \hat{n} \times \bar{E}_t = 0$$

$$I(y) = \sum a_n \varphi_n(y)$$



محاسبهٔ امپدانس ورودی:

با محاسبهٔ توان، امپدانس ورودی را به دست می‌آوریم

$$2 \int \left. S \right|_{z=0^+} \cdot \bar{ds} = \frac{1}{2} Z_{in} |I_0|^2$$

اگر سیم را با ابعاد صفر در نظر بگیریم، بخش حقیقی امپدانس به راحتی به دست می‌آید

PAPCO

ولی بخش موهومی به دلیل بی‌نهایت شدن میدان، بی‌نهایت می‌شود.

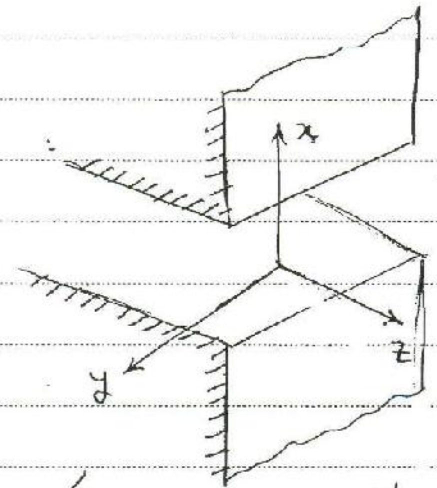
Subject:
Year. Month. Date. ( )

برای سیم با ابعاد محدود، بیان در نزدیکی سیم بی‌نهایت است.

$\bar{J}$

← برای محاسبه بخش موهومی می‌توان بایستی برای سیم ابعاد در نظر گرفت.

$$R_{in} = \frac{b}{a}\,\frac{\tan^2(k_0 b)}{(k_0 b)^2}\,\sin\left(\frac{\pi c}{a}\right) Z_{TE_{10}}$$

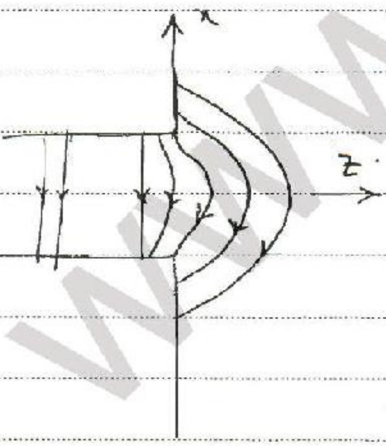


۱۰–۲) روزنه در یک صفحه رسانا

* روش تکنیک حوزه طیف

Spectral Domain

اگر موج غالب موجبر صفحه موازی (TEM) در آن منتشر شود، وقتی که به روزنه می‌رسند، E_x و E_z خواهیم داشت.



E_y نداریم ← TE_y در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} \bar{F} = \psi\,\hat{y} \\ \bar{A} = 0 \end{cases}$$

$$\psi(x,z) = X(x)\,Z(z)$$

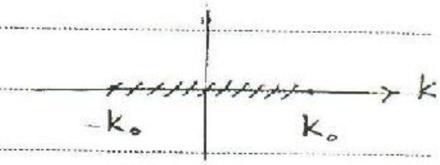
$$\nabla^2\psi + k_0^2\psi = 0 \qquad z \geq 0 \qquad \begin{cases} \dfrac{X''}{X} = -k_x^2 & -\infty < k_x < +\infty \\ \dfrac{Z''}{Z} = -k_z^2 \end{cases}$$

یک درجه آزادی داریم.

$$-k_x^2 - k_z^2 + k_0^2 = 0$$

$$\Rightarrow \Psi(x,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k_x)\, e^{-jk_x x}\, e^{-jk_z z}\, dk_x$$

$$k_z = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - k_x^2} & |k_x| < k_0 \\ -j\sqrt{k_x^2 - k_0^2} & |k_x| > k_0 \end{cases}$$



$A(k_x) = \tilde{\Psi}(k_x) \longrightarrow$ فرض میکنیم به جای Ψ با $\tilde{\Psi}(k_x)$ کار کنیم.

$E_x = \frac{\partial}{\partial z}\Psi \qquad \tilde{E}_x = -jk_z\tilde{\Psi}(k_x)$

$E_y = 0 \qquad \tilde{E}_y(k_x) = 0$

$E_z = -\frac{\partial}{\partial x}\Psi \qquad \tilde{E}_z(k_x) = jk_x\tilde{\Psi}(k_x)$

Spatial Domain — Spectral Domain

در این حوزه مشتق نداریم فقط عبارات جبری داریم.

$$E_x(x,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_x(k_x)\, e^{-jk_x x}\, e^{-jk_z z}\, dk_x$$

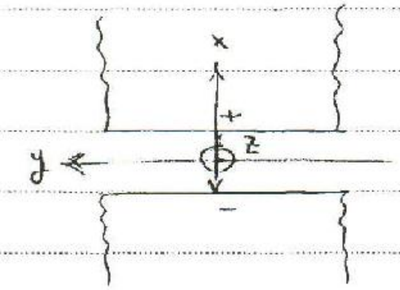
$\tilde{H}_x = 0 \qquad \tilde{H}_y(k_x) = \qquad \tilde{H}_z(k_x) = 0$

$\sum\sum \underbrace{C_{mn}}_{\text{مجهول}} \varphi_m(x)\varphi_n(y)$ در فضاهایی که ساختار بسته داشتند

و در اینجا $\tilde{\Psi}(k_x)$ مجهول است

Subject:
Year. Month. Date. ( )

موجبر در صفحه زمین ایده آل



در روزنه ما جریان مغناطیسی در راستای x داریم.

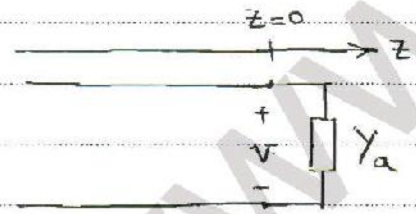
$$\psi(x,z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{\psi}(k_x)\,e^{-jk_x x}\,e^{-jk_z z}\,dk_x$$

$$TE_y \longrightarrow \begin{cases}\bar{F}=\hat{y}\,\psi\\ \bar{A}=0\end{cases}$$

$$E_x \longrightarrow \tilde{E}_x(k_x)$$

$$E_z \longrightarrow \tilde{E}_z(k_x)$$

$$E_{x,z}(x,z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{E}_{x,z}(k_x)\,e^{-jk_x x}\,e^{-jk_z z}\,dk$$



می‌خواهیم Y_a را تعیین کنیم
↓
ادمیتانس روزنه در واحد طول

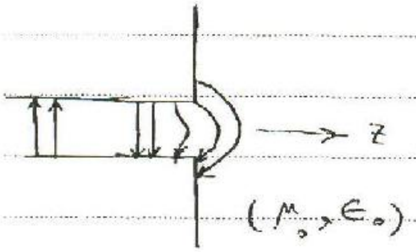
TEM منتشر می‌شود ← Parallel-Plate WG (مدل هادی)

$$S=\frac{1}{2}VI^*=\frac{1}{2}V\,Y_a^*\,V^*=\frac{1}{2}Y_a^*|V|^2$$

$$V=\int_{+}^{-}\bar{E}\cdot d\bar{l} \qquad V=-E_0 a$$

که $\bar{E}$ را از طریق $\tilde{\psi}$ به دست می‌آوریم.

فرض می‌کنیم توزیع میدان را در دهانه می‌دانیم.



تقریب می‌زنیم که دامنه مودهای بالاتر در دهانه کوچکتر از مود غالب باشد.

$$\bar{E}_a \cong \begin{cases} \hat{x} E_0 & |x| < \frac{a}{2} \\ 0 & : |x| > \frac{a}{2} \end{cases} \longrightarrow$$

این یک تقریب است!

در ناحیهٔ $z>0$ جواب یکتا خواهیم داشت زیرا مؤلفهٔ مماسی $\bar{E}$ در صفحهٔ $z=0$ مشخص است.

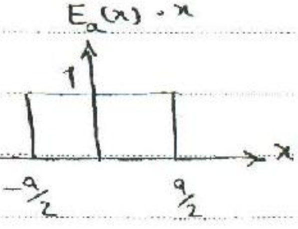
$$E_x = \frac{\partial}{\partial z} \Psi \longrightarrow \tilde{E}_x = -jk_z \tilde{\Psi}(k_x)$$

$$E_x(x,z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{-jk_z \tilde{\Psi}(k_x)}_{\tilde{E}_x(k_x)} e^{-jk_x x} e^{-jk_z z} \, dk_x$$

$$E_x(x,0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_x(k_x) e^{-jk_x x} \, dk_x$$

$$\bar{E}_a(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\bar{E}}_a(k_x) e^{-jk_x x} \, dk_x$$

$$\Rightarrow \tilde{\bar{E}}_a(k_x) = \hat{x} \frac{E_0 a}{2} \operatorname{Sinc}\left(\frac{k_x a}{4\pi}\right)$$



$$\bar{E}_a(x) \cdot \hat{x} = E_0 \Pi\left(\frac{2x}{a}\right) \longrightarrow E_0 \frac{a}{2} \operatorname{Sinc}\left(\frac{a}{2} \frac{k_x}{2\pi}\right)$$

Subject:
Year. Month. Date.

$$\Rightarrow \tilde{\psi}(k_x) = \frac{1}{-jk_x}\,\frac{E_0 a}{2}\,\frac{\sin\left(\frac{k_x a}{4}\right)}{\frac{k_x a}{4}}$$

توان تشعشعی در واحد طول : $S = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} E_x H_y^* \, dx = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_x(k_x)\,\tilde{H}_y^*(k_x)\,dk_x$

Parseval's theorem

← برای اینکه در حوزهٔ طیف کار کنیم.

$$H_y = \frac{1}{j\omega\mu_0}\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2\right)\psi \longrightarrow \tilde{H}_y = \frac{k_0^2}{j\omega\mu_0}\,\tilde{\psi}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} -jk_z\,\tilde{\psi}(k_x)\,\frac{k_0^2}{-j\omega\mu_0}\,\tilde{\psi}^*(k_x)\,dk_x$$

$$= \frac{k_0^2}{4\pi\omega\mu_0}\int_{-\infty}^{+\infty} k_z\,|\tilde{\psi}|^2\,dk_x$$

$$\mathrm{Re}\{S\} = \frac{k_0^2}{4\pi\omega\mu_0}\int_{-k_0}^{k_0}\sqrt{k_0^2 - k_x^2}\;|\tilde{\psi}|^2\,dk_x$$

$$\mathrm{Im}\{S\} = -\frac{k_0^2}{4\pi\omega\mu_0}\left(\int_{-\infty}^{-k_0} + \int_{k_0}^{+\infty}\right)\sqrt{k_x^2 - k_0^2}\;|\tilde{\psi}|^2\,dk_x$$

$$S = \frac{1}{2}Y_a^*\,|V|^2 = \underbrace{\frac{1}{2}G_a|E_0|^2 a^2}_{\mathrm{Re}\{S\}} - j\underbrace{\frac{1}{2}B_a|E_0|^2 a^2}_{-\mathrm{Im}\{S\}}$$

$V = -E_0 a$

$$G_a = \frac{4}{\lambda_0 \eta_0 a} \int_{-k_0}^{k_0} \frac{\sin^2(k_x \frac{a}{2})}{k_x^2 \sqrt{k_0^2 - k_x^2}} dk_x = \frac{2}{\lambda_0 \eta_0} \int_0^{k_0 \frac{a}{2}} \frac{\sin^2 w \, dw}{w^2 \sqrt{(\frac{k_0 a}{2})^2 - w^2}}$$

$$B_a = \frac{2}{\lambda_0 \eta_0} \int_{\frac{k_0 a}{2}}^{\infty} \frac{\sin^2 w}{w^2 \sqrt{w^2 - (\frac{k_0 a}{2})^2}} dw$$

$B_a > 0$ است و با افزایش a ، $B_a \to 0$ زیرا اگر a خیلی بزرگ شود

نشان آن است که یک موج صفحه ای از روزنه عبور کرده و منتشر شود .

افزایش Y_a باعث می شود که انرژی بیشتری از روزنه عبور کرده و منتشر شود.

$\longrightarrow$ تشعشع بهتری خواهیم داشت .

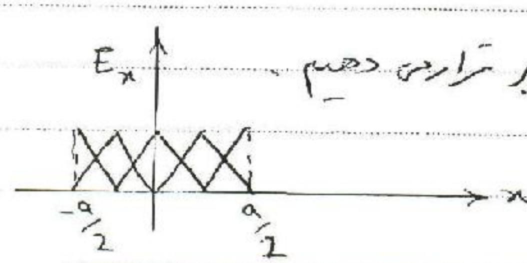
در موجبر صفحه موازی TE_y داریم : $\bar{F} = \hat{y}\, \psi$

$$\psi = \sum A_m \cos\left(\frac{m\pi(x - a/2)}{a}\right) \qquad z < 0$$

برای ناحیه $z > 0$ هم $\tilde{\psi}$ را داریم

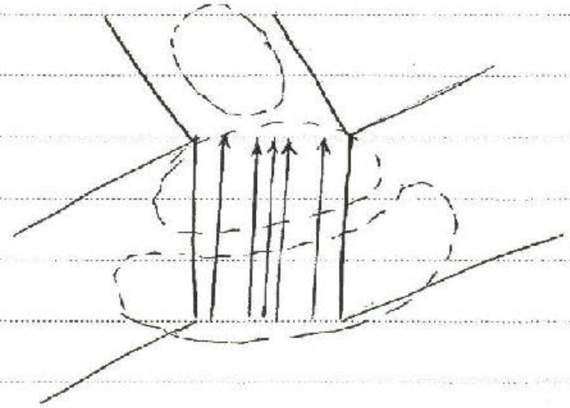
فرض می کنیم که E_x در $z = 0$ مجهول است ، میدان ها در $z > 0$ و $z < 0$ برابر است

آورده و H_y در $z = 0^+$ و $z = 0^-$ را برابر قرار می دهیم .

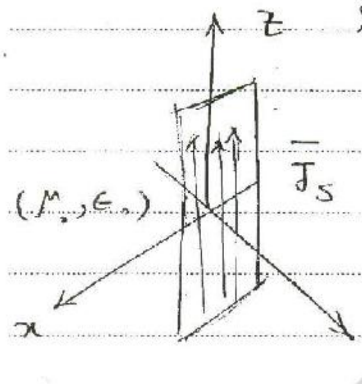


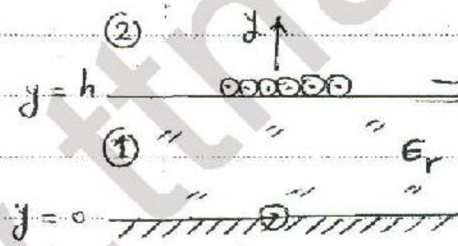
Subject:
Year. Month. Date. ( )

روش دیگر این است که فرض کنیم در دهانه $\bar{M}$ داریم و این $\bar{M}$ مجهول است.



۲-۱۱) جریان های صفحه ای Surface Currents





موردهای سمت بالا را داریم.
در پایین را نداریم:
زیرا اینجا طبق دولایه داریم. (ولی در موجبر موجدهای این طرف و آن طرف را داشتیم)

جریان های صفحه ای را می توان به صورت یک شرط مرزی در مسئله وارد کرد.

$\bar{J}_S(x, z) \longrightarrow$ در صفحهٔ $y=h$ داریم.

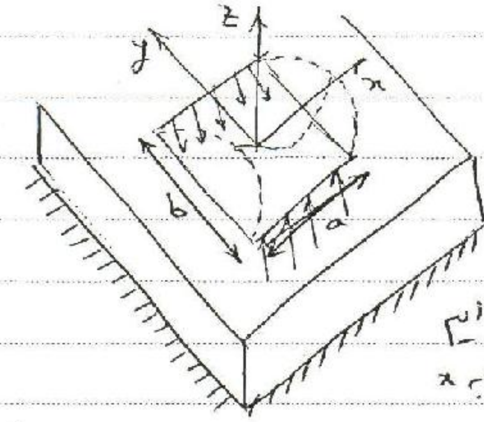
مطلوب است: میدان های $\bar{E}$ و $\bar{H}$ در تمام نقاط فضا

$\bar{J}_S(x, z) = \hat{z} f(x, z) \longleftarrow$ حالت خاص را بررسی می کنیم

کافی است که برای هر ناحیه ۲ تابع پتانسیل در نظر بگیریم.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

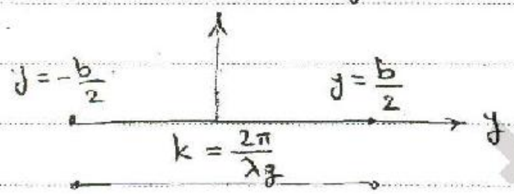
$\epsilon_r = 2.25$ $h = 1.5\ mm$ $1\ mil = 25.4\ \mu m$



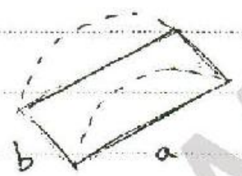
$$\bar{J}_s(x,y) = \begin{cases} \hat{y}\cos(\beta y) & |x|<\frac{a}{2},\ |y|<\frac{b}{2} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

برای سادگی فرض کرده ایم
در تغییرات نسبت به x
نداشته باشیم

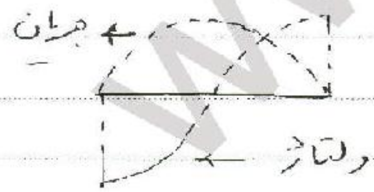
$k \cong k_0\sqrt{\epsilon_r} = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ $b = \frac{\lambda_g}{2} \longrightarrow$ برای صفر شدن جریان در $y = \pm\frac{b}{2}$



a را کمی کمتر از b در نظر می‌گیریم.



$a \approx b$

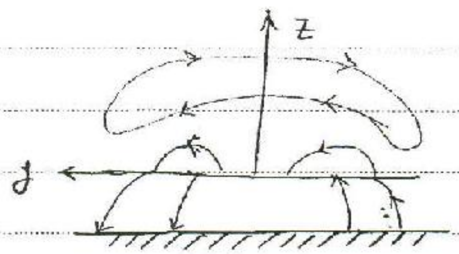


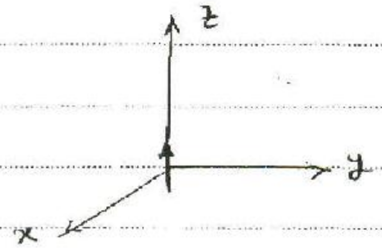
می‌خواهیم میدان تشعشع شده را بدست آوریم.

$\bar{E}_{FF}(r,\theta,\varphi)$ با استفاده از روش حوزه طیف

$\bar{I}$ مجهول و $\bar{I}$ معادله داریم.

$\bar{J}_s(x,y)$ ــــ جریان موثر است که به جای فلز قرار گرفته و فلز را حذف کرده است





انتگرال پتانسیل $\dfrac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r}$

$\bar{J}_s = \hat{z}\, I_0\, l\, \delta(x)\, \delta(z)$ $\quad y=0$ در صفحه

$\bar{J}_s = \hat{n} \times \left(\bar{H}\big|_{y=0^+} - \bar{H}\big|_{y=0^-} \right) \quad \left[\frac{A}{m}\right]$

$\hat{n} = \hat{y}$

$\bar{J}_s \xrightarrow{SD} \tilde{J}_s \longrightarrow \tilde{\psi} \longrightarrow \psi \longrightarrow \bar{A} = \psi \hat{z}$

$\longrightarrow \psi = \dfrac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r}$ $\qquad \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}$ یا $-j\sqrt{\ }$

$$\frac{e^{-jk_0 r}}{r} = \iint \dots e^{-jk_x x}\, e^{-jk_y y}\, e^{-jk_z z}\, dk_x\, dk_y$$

یک موج کروی را می‌توان با بی‌نهایت موج صفحه‌ای بسط داد.

عکس این موضوع هم صادق است.

Subject :
Year . Month . Date .

فصل سوم : امواج استوانه ای

۱-۳) مقدمه

در دستگاه مختصات استوانه ای $\hat{r}$ و $\hat{\varphi}$ ثابت نمی باشند.

در این دستگاه آزادی کمتری نسبت به دستگاه کارتزین داریم. یعنی TM_φ و TE_φ یا TM_r و TE_r را نمی توانیم داشته باشیم. در این دستگاه اصولاً بردار $\bar{c}$ برای تحلیل TE و TM را $\hat{z}$ در نظر می گیریم.

۲-۳) توابع موج استوانه ای Cylindrical Wave Functions

می خواهیم حل های پایه این دستگاه مختصات را به دست آوریم.

$$\bar{\nabla}^2 \psi + k^2 \psi = 0$$

$$\bar{\nabla} \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \varphi}\hat{\varphi} + \frac{\partial \psi}{\partial z}\hat{z}$$

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{F} = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rF_r) + \frac{\partial}{\partial \varphi}(F_\varphi) + \frac{\partial}{\partial z}(rF_z)\right]$$

$$\bar{\nabla}^2 \psi = \bar{\nabla} \cdot \bar{\nabla} \psi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\psi\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\psi + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\psi$$

تفکیک متغیرها $\longrightarrow \psi = R(r)\,F(\varphi)\,Z(z)$

۵۲

$$\frac{1}{rR}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dR}{dr}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{F''}{F}+\frac{Z''}{Z}+k^2=0$$

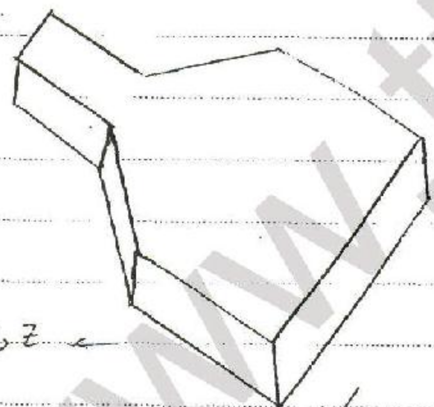
$$\frac{Z''}{Z}=-k_z^2 \qquad \frac{F''}{F}=\text{ثابت}$$

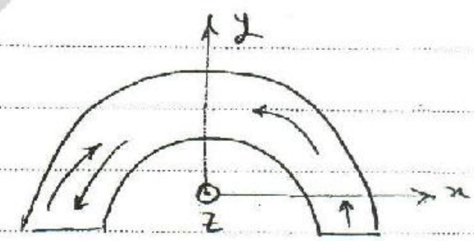
اگر ثابت $=-n^2 \longrightarrow F(\varphi)=A\sin(n\varphi)+B\cos(n\varphi)$

اگر تمام $0\le\varphi\le 2\pi$ جزء فضای حل باشد.

اگر ثابت $=-k_\varphi^2 \longrightarrow F(\varphi)=A\sin(k_\varphi\varphi)+B\cos(k_\varphi\varphi)$

برای فضای حل $\varphi_0\le\varphi\le\varphi_1$





φ, z ←

r, z ←

کابل کواکسیال ← φ, r

$$F(\varphi)=Ae^{-jk_\varphi\varphi}+Be^{+jk_\varphi\varphi}$$

$$k_x^2+k_y^2+k_z^2=k^2 \longrightarrow k_r^2+k_z^2=k^2$$

$L\{y\}=-\lambda w y$ معادله اشتورم لیوویل با دو دسته شرط مرزی زیر توابع ویژه که متعامد و کامل هستند را به دست می‌دهد.

$$\begin{cases}Ay(a)+By'(a)=0\\ Cy(b)+Dy'(b)=0\end{cases} \qquad \begin{cases}y(0)=y(a)\\ y'(0)=y'(a)\end{cases}$$

به طور مثال برای $\frac{F''}{F}=-n^2$ در فاصله $[0,2\pi]$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

با مشخص شدن k_φ و k_z و تعیین توابع ویژه در راستای z و φ دیگر برای راستای r آزادی نداریم . در واقع حداکثر درجه آزادی ۲ تا است که آنها را خرج کرده ایم .

مثال:
$$\frac{1}{rR}\frac{d}{dr}(rR) - \frac{n^2}{r^2} + k_r^2 = 0$$

می خواهیم توابع ویژه در راستای r را تعیین کنیم .

$$R(r) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(A_n J_n(k_r r) + B_n N_n(k_r r)\right)$$

شرایط مرزی
$$\begin{cases} AR(a) + BR'(a) = 0 \\ CR(b) + DR'(b) = 0 \end{cases} \qquad 0<a<b$$

اگر $a=0$ باشد دیگر نیازی به دو شرط مرزی نمی باشد .

اگر $0 \leq r \leq a \longrightarrow r = 0 \in S \longrightarrow R(a) = 0$

* حل های معادله Helmholtz در دستگاه استوانه ای

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0 \longrightarrow \psi = R(r)\,F(\varphi)\,Z(z)$$

$$k_r^2 + k_z^2 = k^2$$

تابع Bessel — هارمونیک

تابع لگاریتمی

$$\frac{F''}{F} = \text{ثابت} \qquad \frac{Z''}{Z} = \text{ثابت}$$