جلسه اول

صدا ⟸
- Sound ← کلی‌ترین مفهوم صدا که به تمام صداها اطلاق می‌شود
- Audio ← صداهای قابل شنیدن توسط انسان
- Speach ← گفتار ← صدای اداشده از مخارج حروف انسان

music ← موسیقی که توسط ابزار موسیقی تولید شده است.

بحث ما بیشتر به speach که مربوط می‌شود زیرا در مورد حروف گفتاری انسان است.

پردازش ← یک سری الگوریتم‌ها را که با کامپیوتر اجرا می‌کنیم (در سیستم‌های رقمی یا دیجیتال) بر روی گفتار اجرا می‌کنیم

گفتار → الگوریتم →

پردازش گفتار:
- ۱- بهسازی گفتار ← حذف نویز از Speach : enhancement
- ۲- فشرده‌سازی ← کاهش حجم بیتی گفتار : Compression
- ۳- بازشناسی ← تبدیل گفتار به متن : recognition
- ۴- سنتز ← تبدیل متن به گفتار : syntethise

پردازش گفتار ←
- تئوری
- پیاده‌سازی ← نرم‌افزار MATLAB

کتاب: Spoker Language processing

مقدمات ریاضی:
- سیگنال و انواع آن
- تبدیل فوریه
- تبدیل z
- مفهوم سیستم
- انواع سیستم ← سیستم‌های LTI : Linear Time Invariant ←
  - تابع ضربه
  - پاسخ ضربه

سیگنال ⇐ Signal به هر تابع ریاضی در حوزه پردازش گفتار، سیگنال اطلاق می‌شود

$f(x) = x^2$

f ↓ برد، x = دامنه

در حوزه پردازش گفتار دامنه دو چیز می‌تواند باشد ← Time زمان
- Spatial مکان

سیگنال x وابسته به زمان x(t)

$f(t) =$ ~ سیگنال وابسته به زمان

سیگنال y وابسته به زمان y(t)

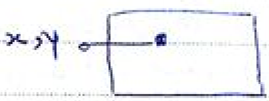
* سیگنال صدا را می توان با یک تابع یک بعدی مدل می کنیم بر حسب زمان در هر زمان یک شدتی به گوش

انسان ارتباطات هوا

صدا: یک سیگنال وابسته به زمان است.

تصویر: یک سیگنال دو بعدی است که هر نقطه از تصویر در موقعیت x و y با یک شدت به چشم می رسد:

تصویر یک سیگنال وابسته به مکان است.



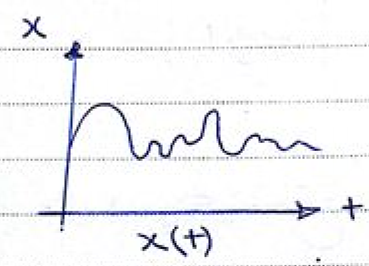
انواع یا تقسیم بندی هایی که روی سیگنال انجام می شود:

(از نظر بعد) تابع: یک بعدی $f(x)$ — چند بعدی $f(x,y)$

تابع: پیوسته — گسسته

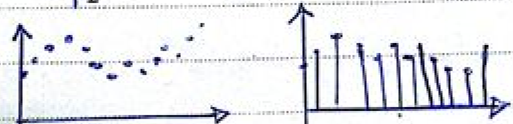
! سیگنال در کاربردهای مالتی مدیا:
- یک بعدی: صدا ← وابسته به زمان
- دو بعدی: تصویر ← وابسته به ابعاد x و y
- سه بعدی: ویدیو ← وابسته به ابعاد x و y و t ؛ هر نقطه در هر مکان در هر زمان یک شدتی دارد.

۲ سیگنال:
- پیوسته Continues
- گسسته Discrete
- رقمی Digital



سیگنال پیوسته یا آنالوگ در دو حوزه دامنه و برد پیوستگی دارد.

اگر در هر لحظه از زمان برد و مقدار x سیگنال را رسم کنیم به عواری مشابه زیر دست خواهیم یافت که گسسته است.



به هر دو شکل روبرو رسم می شود:

دیگر داده‌ها دارای مقادیر خاصی است که به آن گسستگی در داده‌ها می‌گوییم.

ولی به این نحوی که داده را گسسته کردیم محور را گسسته نکردیم.

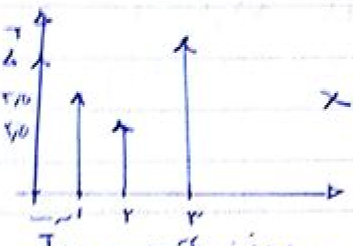
در این مدل بسته به اینکه طول بازه‌ی ما چقدر باشد، به طور بالقوه می‌توانیم هر مقداری را به عنوان مقدار داشته باشیم.

به فرآیند تبدیل سیگنال پیوسته به گسسته (از طریق برداشت مقادیر مجزا در زمان‌های خاص) نمونه برداری (Sampling) می‌گویند.

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\text{Sampling}} \longrightarrow x[n]$$

به ازای هر نقطه یک مقدار دارد.

$x[0] = ۵$
$x[1] = ۳/۵$
$x[2] = ۲/۵$
$x[3] = ۶$



$x[n] = [۵, ۳/۵, ۲/۵, ۶]$

طول بازه = پریود نمونه برداری

○ **پریود نمونه برداری:** فاصله زمانی گرفتن نمونه‌ها (نمونه برداری).

○ **فرکانس نمونه برداری:** نرخ یا میزان نمونه برداری به تعداد نمونه‌های گرفته شده در واحد زمان می‌گوییم.

$$F_s = \frac{1}{T_s}$$

○ **طول سیگنال:** به تعداد مولفه‌های سیگنال گسسته می‌شود. در مثال بالا طول سیگنال $N = ۴$ می‌باشد.

Sampling یا گسسته سازی یک سیگنال دو بعدی مثل تصویر:

در هر نقطه در راستای خاص هر نقطه از تصویر یک شدت دارد.

ابتدا تصویر را منظم می‌کنم در فواصل از ۴ جهت یکسان ← پیکسل بندی مثلاً ۲۰۰ × ۱۰۰ پیکسل

پیکسل کوچکترین جزء تصویر است

F(x,y) → Sampling → F(n1,n2)

سیگنالی که هم در حوزه‌ی دامنه و هم در حوزه برد گسسته باشد سیگنال رقمی یا دیجیتال می‌گوییم.

○ گسسته سازی برد: اگر سه بیت برای ذخیره سازی داشته باشیم ۸ مقدار متفاوت با علائق متفاوت را می‌توانیم ذخیره کنیم. (بصورت کدهای صفر و یک)

[۴ ۳ ۵ ۵ ۱۲ ۱۸ ۲۳ ۲۵ ۲۹]

۸ مقدار متفاوت داریم که با سه بیت ذخیره می‌شوند.

[۴ ۳ ۵ ۱۲ ۱۸ ۲۳٫۲ ۲۳ ۲۵ ۲۹]

۹ مقدار متفاوت داریم با در نظر گرفتن ۲ رقم ۲۳٫۲ ، ۲۳ به عنوان یک عدد می‌توانیم ذخیره می‌کنیم.

○ چندی کردن یا رقمی کردن Quantization: ما باید برای داشتن روش بهتر و کلی‌تر، باید min و max بازه را در نظر بگیریم و بین ظرف‌ها که در مثال قبل (۸ ظرف داشتیم) تقسیم کنیم و بازه بندی کنیم.

min = ۳ , max = ۲۸ → ۲۵/۸ = ۳٫۱۲

بازه:
۳ تا ۶٫۱۲
۶٫۱۲ تا ۹٫۲۴
⋮

چون طول بازه‌ها یکسان در نظر گرفته شده است به این روش Uniform Quantization یا رقمی کردن یکنواخت می‌گویند.

☆ در حالت کلی بسته به خواسته در حالت گسسته سازی دامنه می‌توانیم Level های متفاوتی در برد داشته باشیم

در حقیقت گسسته سازی دامنه برد را محدود می‌کند

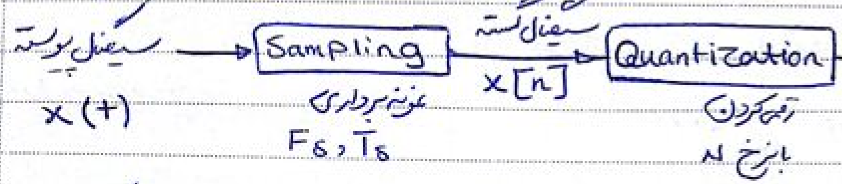
داشتن تعداد مقادیر محدود و مشخص در برد گسسته سازی برد می‌گوییم. ظرفیت محدود حافظه علت گسسته سازی برد تصویر می‌باشد.

○ لزوم گسسته سازی دامنه:

ما به دنبال پردازش‌های الگوریتم‌هایی هستیم که در یک سیستم کامپیوتر با حافظه‌ی محدود

کاربردی باشد که سیستم با حافظه محدود توانایی بررسی نامحدود نقطه را ندارد. سیستم‌های محدود ← نمونه محدود

○ پارامترهای گسسته‌سازی برد: نرخ رقمی کردن یا Quantization ← N : تعداد بیت‌ها



در جریان Sampling, Quantization یک سری اطلاعات از بین می‌روند که باید مواظب باشیم که کیفیت صدا کاهش نیابد و اندازه حافظه به ما اجازه زیاد کردن تعداد نمونه‌ها را بدهد و موارد بین این دو را داشته باشیم. مثلاً در تصویر آنقدر اعداد pixel کم بکنیم که ساختار بزرگی داشته باشند و افت کیفیت محسوس باشد که این نتیجه‌ی یک Sampling نامناسب است.

حال اگر در تصویر تعداد بیت‌ها را در یک عکس Gray scale کم شود رنگ تصویر یک کیفیتی می‌شود که این نتیجه رقمی کردن یا Quantization نامناسب است.

مثال ۱-۵ جزوه:

تبدیل فوریه ← سری فوریه

هر تابع متناوبی را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از توابع sin و cos بیان کرد.

F فرکانس اصلی تابع است یا همان هارمونیک اصلی تابع است. به ازای $k=1$، F فرکانس اصلی است و به ازای $k=2$ و ۳ و ۴ و ... داریم 2F، 3F، 4F و ... یعنی هارمونیک دوم، سوم و ...

$$x(t) = a/2 + \sum a_k$$

در حالت کلی هر تابع در تبدیل فوریه و سری فوریه (هر تابع متناوب باشد چه نباشد)

۱- $\sum$ به $\int$ تبدیل شده

۲- F یک متغیر است.

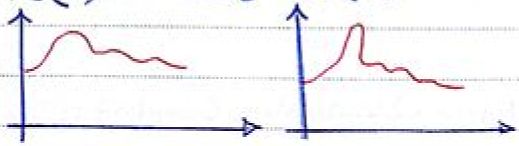
○ تبدیل فوریه: تبدیل فوریه تابع پیوسته $x(t)$ به این صورت بیان می‌شود (استفاده در تابع پیوسته)

تبدیل فوریه پیوسته $(CFT) \rightarrow X(F)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,e^{-j2\pi ft}\,dt$

Continiuous Fooriye Transform

تبدیل فوریه در پردازش سیگنال کاربرد دارد.

$x(t) \longrightarrow x(f)$



تبدیل فوریه (در تابع گسسته):

$x[n] \longrightarrow$ در تابع گسسته

$$X[m]=\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\,e^{-j\frac{2\pi m \overbrace{n}^{\text{Index}}}{N}}$$

(Descrete Fooriye Transform)

$m=0,1,2,\dots,N-1$

$x[n] \rightarrow X[m]$

مثال) $x[n]=[3 \quad 4 \quad 5]$

$x[0] \quad x[1] \quad x[2]$

طول سیگنال $x[n] = N=3$

$x[n] \longrightarrow X[m]$

به طول N — به طول N

○ نحوه بکارگیری روابط تعریف شده:

محاسبه تبدیل فوریه:
1- ریاضی
2- برنامه نویسی

مثال) $x[n]=[1 \quad 2 \quad 2 \quad 1]$ $\quad X[m]=?$

$$X[m]=\sum_{n=0}^{3} x[n]\,e^{-j\frac{mn}{4}} \qquad m=0,\dots,3$$

$$X[0]=1\times e^{0}+2+2+1=6$$

$$X[1]=1+2e^{-j\pi/2}+2e^{-j\pi}+1e^{-3j\pi/2}=-1-j$$

$x[m] = [6 \quad -1-j \quad 0 \quad -1+j]$

نکته: حاصل فوریه می‌تواند شامل مقادیر مختلط باشد.

رابطه ۱
$$\begin{cases} \cos(-\theta) = \cos\theta \\ \sin(-\theta) = -\sin\theta \end{cases}$$

رابطه ۲
$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$X[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-j\frac{2\pi mn}{N}} = \sum x[n]\left(\cos\left(-\frac{2\pi mn}{N}\right) + j\sin\left(-\frac{2\pi mn}{N}\right)\right) = \underbrace{\sum x[n]\cos\left(\frac{2\pi mn}{N}\right)}_{\text{قسمت حقیقی}} - j\underbrace{\sum x[n]\sin\left(\frac{2\pi mn}{N}\right)}_{\text{قسمت موهومی}}$$

$$X[m] = X_r[m] + j X_{Im}[m]$$

$Re[X[m]] =$

$Im[X[m]] =$

○ نرم افزار MATLAB: کاربرد ← ماشین حساب است
که می‌توان مثل متغیرها بازنویسی در آن تغییر تعریف کرد.

MATLAB همه متغیرها را در صورت عدم تعریف نوع ۸ بایتی در نظر می‌گیرد، double

دستور whos: نمایش چیزهایی که در حافظه ذخیره شده.

```
>> x = 2;
>> whese
```

Name	Size	Byte	Class	Attribute
x	1x1	8	double	

ماتریس یک در یک یا اسکالر

سیگنال یک بعدی = تعریف کردن بردار

```
>> y = [3  4  -4.5  2]
```

آرایه سطری

```
>> whos y
```

Name	Size	Bytes	class	Attribute
y	1x4	32	double	

```
>> z = [3, 4, -4.3, 2]
>> whese z
```

Name	Size	Byte	class	Attribute
z	4x1	32	double	

بین عناصر اگر (;) بذاریم ماتریس ستونی ولی اگر فاصله بذاریم ماتریس سطری است.

```
>> w = [1  2 , -5  4.2];
>> whose w  →  Name  Size  Bytes  Class  Attribute
                w     2x2   32     double
>> a = [4  5 , 6.7  8];
>> H = a + w;
>> M = a - w;
>> cosa;  →
```

نمی گیری از تک تک مقادیر به صورت اتوماتیک

ضرب ماتریس ها:

- ضرب نظیر به نظیر: هر عنصر در عنصر متناظرش ضرب می شود. (علامت = .*)
- ضرب ماتریسی: (علامت = *)

```
>> H = a.*w;
>> b = [1  3  6,5 , 7  1,2  -9]  →  [    ]2x(2)  [    ](3)x2
>> M = a*b;
```

ضرب می شود

همه کارهایی که انجام دادیم به فرم دستور به دستور بوده ← یعنی بعد از هر دستور اجرا می کردیم ولی می توان تمام دستورات را در یک فایل ریخت که در MATLAB به صورت خط به خط خوانده و اجرا شود (زبان تفسیری است نه کامپایلری)

پسوند فایل ذخیره شده که یک فایل اسکریپتی است (.m) می باشد که جداگانه طور کامل و تفسیری اجرا می شود.

کامنت ها با % مشخص می شوند ←

```
x = x + y;  % this is comment
```

در MATLAB دستورات For، while، if elseif، Switch case را می توان نوشت.

clc ← صفحه را پاک کند

تابع length طول سیگنال را برمی گرداند.

```
For n=1:N      →  از 1 تا N یکی یکی جلو برود
For n=1:2:N    →  از 1 تا N، 3، 2 جلو برود
```

حلقه For، begin ندارد اما End دارد

نکته: در MATLAB اندیس صفر نداریم و اندیس ها از یک شروع می شود و تابع نمایی (e) را با exp1 نمایش می دهد. که دستور نمایش Fprintf است.

- /t ← tab جلو ببرد
- .2F ← چاپ دو رقم اعشاری

در MATLAB می توان کل بردار یا ماتریس را یکجا چاپ کرده

یک الگوریتم سریع‌تر وجود دارد با نام پروانه‌ای:

$$x[n] \xrightarrow{DFT} X[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-j\frac{2\pi mn}{N}} \qquad m=0 \text{ تا } N-1$$

می‌توان اثبات کرد که فرآیند معکوس این کار را هم می‌توان انجام داد.

$$X[m] \xrightarrow[\text{معکوس تبدیل فوریه}]{IDFT} x[n] = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} X[m]\, e^{j\frac{2\pi mn}{N}} \qquad n=0 \dots N-1$$

در مطلب تابع FFT نه معکوس تبدیل فوریه را محاسبه می‌کند $O(N^2)$ ـ سه فوریه دستی محاسبه شده است.

Butterfly $O(n\log n)$

در مطلب به جای حلقه for محاسبه معکوس فوریه را با الگوریتم Butterfly انجام می‌دهیم.

در انتهای بحث فوریه یک نکته وجود دارد:

اگر یک مقدار مختلط داشته باشیم $j+1$ یا $a+bj$ (نمایش دکارتی) می‌توان تمام اعداد مختلط را به صورت دامنه-فاز

نوشت که $\underbrace{r}_{\text{دامنه}}e^{j\theta}$ ← فاز ، $r=\sqrt{a^2+b^2}$ ، $\theta = \arctan\frac{b}{a}$

<u>مثال</u> سیگنال مختلط

هر مقدار را می‌توان به شکل دامنه-فاز نوشت.

$$X[m] = [\,6 \quad -1-j \quad 0 \quad -1+j\,]$$

$$6e^{j0} \quad \sqrt{2}e^{j\,-\frac{3\pi}{4}} \quad 0e^{j} \quad \sqrt{2}e^{j\frac{3\pi}{4}}$$

$$r=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

در نتیجه می‌توان تک سیگنال $X[m]$ را به دو سیگنال تجزیه کرد.

دامنه ۱، $X_a[m] = [\,6 \quad \sqrt{2} \quad 0 \quad \sqrt{2}\,]$

فاز ۲، $X_p[m] = [\,0 \quad -\frac{3\pi}{4} \quad 0 \quad \frac{3\pi}{4}\,]$

پس می‌توان گفت : $x[m] = x_a[m] e^{jxp[m]}$

حال می‌خواهیم محاسبه دامنه و فاز سیگنال را با استفاده از نرم افزار متلب انجام دهیم.

مثال ۱-۱۴

در نرم افزار تابع ABS برای محاسبه دامنه بکار می‌رود.

تابع atan2 برای محاسبه فاز سیگنال بکار می‌رود.

برنامه‌ای بنویسیم اول تبدیل فوریه $x[m]$ را محاسبه کرده سپس دامنه را با abs و فاز را با atan محاسبه می‌کند سپس $x[n]$ و $x[m]$ را رسم کند.

زمانی در متلب بخواهیم یک دستور را در چند خط بنویسیم لازم است در پایان ... بگذاریم یعنی صورت ادامه دارد.

X بزرگ همانی $x[m]$ است. از دستور phase = x برای رسم بکار می‌رود.

subplot : زمانی که بخواهیم چند نمودار را در یک شکل رسم کنیم استفاده می‌شود که دارای سه پارامتر است.

دو پارامتر اول را در نظر بگیریم می‌گوید که ما قصد داریم در یک شکل ۱×۲ یعنی ۲ نمودار را رسم کنیم و نحوه‌ی چینش به صورت یک ماتریس ۲×۱ است یعنی ۲ تا سطر داریم و در هر سطر یک محور، پارامتر سوم می‌گوید محور فعلی کدام است یعنی عملیات ترسیم در این مثال روی محور اول انجام می‌شود.

در متلب دو تا دستور plot و stem برای رسم نمودار به کار می‌رود.

stem رسم نمودار به شکل گسسته : یعنی همان نقطه‌ها را واقعاً همین کار را انجام می‌دهد.
تابع plot تمام نقاط را به هم وصل می‌کند یعنی با اتصال نقاط به یکدیگر شکل را به صورت پیوسته رسم می‌کند.

title : برای نمودار یک عنوان نمایش می‌دهد.

چون سه تا نمودار می‌خواسته است، subplot سه تایی است اگر ۳ بار صدا ... روی هم ترسیم می‌شود.

همیشه باید وقتی چند تا نمودار در یک شکل رسم کنیم باید subplot را به تعداد صدا زد.

حال برنامه را در متلب اجرا می‌کنیم.

در گفتار { فاز x / دامنه اهمیت زیادی دارد.

وقتی می‌رویم سراغ فوریه ما نمودار را رسم می‌کنیم با $|X[m]|$

$$X[n] \xrightarrow{DFT} X[m] \begin{cases} X_a[m] \\ \cancel{X_p[m]} \end{cases}$$

در پردازش‌های گفتار با یک لفظ از دامنه $X[m]$ کار می‌کنیم.

در این مثال ما یک سیگنال را به شکل برداری مشخص کرده بودیم ولی در مثال بعد واقعی‌تر است یک فایل صوتی را خوانده‌ایم مقادیر آن را به صورت x در نظر گرفته سپس دامنه و فاز را استخراج کرده و رسم می‌کنیم.

یک نکته مهم مقدماتی وجود دارد: فرض کنید یک صدایی در طبیعت وجود دارد که صدای پیوسته است، در هر لحظه از زمان یک تغییری به میکروفون می‌رسد به کارت صوت کامپیوتر می‌رود و سپس نمونه‌برداری و رقمی کردن را انجام داده و تبدیل به $X[m]$ می‌کند و نرم‌افزاری که صدای ما را ضبط می‌کند این مولفه را گرفته و به شکل فایل صوتی ذخیره می‌کند (داخل فایل صوتی مقادیر $x[n]$ است)، در ابتدای فایل یک سری مقدار وجود دارد که header نام دارد که یک سری اطلاعات راجع به سیگنال در آن وجود دارد، نکته مهم این است که سال قبل آن را ضبط کرده و به شکل فایل درآوردیم، فایل صوتی را می‌خواهیم بخوانیم، یعنی نقطه گسسته‌ها را می‌خوانیم.

Fs نمونه برداری ← ۱- فایل صوتی گسسته

هم

n پخش کردن ← ۲- هم پارامترهای متغیر پیوسته هم گسسته دارند.

حال مثال را بررسی می‌کنیم، با تابع read یک wav فایل صوتی را برای ما می‌خواند. مطلب فقط با پسوند wav را می‌خواند. اگر توی همان فولدر باشد نیاز به مشخص کردن مسیر نیست ولی اگر جای دیگری باشد باید

مسیر را بنویسیم C:\new\ ---

در حالت کامل می‌توان نوشت: [x FS] = wav read (---)

وقتی این فایل را می‌خواند این مقادیر می‌تواند اطلاعاتی راجع به حوزه پیوسته و گسسته به هر دو ولی این اطلاعات را از header می‌گیرد.

حال می‌نویسیم: [x FS] = wavread ('...');

FS	n	---	
1	2	2	1
⋮	⋮	⋮	⋮

اگر بخواهیم فایل را پخش کنیم اگر FS را نبینیم نمی‌توان فایل را پخش کنیم هر ۱۰۰۰ تا مولفه باید صدا پخش شود. wavplay ( )

یا هر ۱۰۰۰ تا --- یا ...

ولی در این مثال ما نمی‌خواهیم پخش کنیم، از فوریه اگر چند خروجی داشته باشیم ولی یک از آنها در نظر گرفته شود فقط اولی نمایش می‌شود.

در نتیجه اجرا رسم به شکل گسسته انجام شده ولی به خاطر وجود نمونه‌های زیاد پیوسته به نظر می‌رسد.

TANDIS

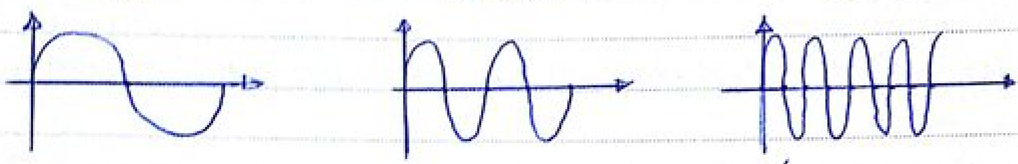
بررسی کاربردهای تبدیل فوریه :

$$x[n] \xrightarrow{DFT} X[m] \begin{cases} |X[m]| \\ \angle X[m] \quad \text{فاز} \end{cases}$$

N دوره تناوب   N دوره تناوب

جمعه ۳۰/۱/۹۲ - جلسه چهارم :

sin t   sin 2t   sin 5t



هرچه مقدار K افزایش پیدا کند، توابع جمع‌تری داریم با جهش های زیادتری داریم.

هرچقدر ضریب یک تابع پایه در بیشتر باشد تاثیرش بیشتر است.

K = 2   K = 5

$10 \cos 2\pi (2) f(t)$ $0.1 \cos 2\pi (5) f(t)$

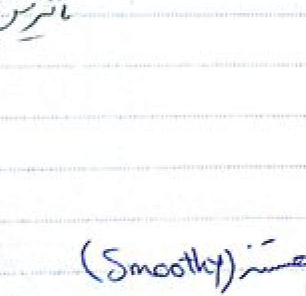
↓

تاثیرش بیشتر است

ضریب یک تابع پایه با K زیاد چه تاثیری در شکل تابع می گذارد؟

در شکل تابع تاثیری می گذارد و در تابع سرعت تغییرات زیادی شود.

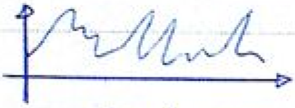
اگر ضرایب تابع پایه با K پایین، سرعت تغییر زیادی ندارند، می گوییم نرم هستند (Smoothy)



اگر x(t) ما شکل رو به رو نرم باشد، ضرایب توابع پایه‌ای نرم برای K های کوچک تاثیرشان در x(t) بیشتر است.

اگر شکل سیگنال ما تغییرات زیادی داشته باشد، می توان گفت ضرایب K های بزرگ زیاد است (non smothy)

a_k و b_k به ازای kهای بزرگ زیاد هستند.



$k=1 \rightarrow$ یعنی همساز اصلی f

$k=2 \rightarrow$ همسازهای دیگر $2f$

شکل (۱-۲) در شکل سمت راست تابع ما $\sin 2\pi t$ است. تابع بعدی ما

$$x(t) = \sin 2\pi t + \sin 2\pi (2t) + \sin 2\pi (3t) + \sin 2\pi (4t) + \sin 2\pi (5t)$$

است، در این حالت شکل سیگنال از حالت معمول خارج شده و دچار تغییرات سریعتری شده است.

در شکل بعد داریم مقادیر قبلی $x(t) = x(t)_{\text{قبلی}} + \sin 2\pi (6t) + \ldots$

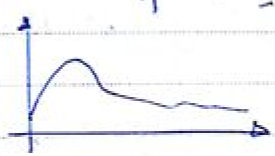
و تغییرات بیشتر شده است.

هرچه منحنی ها با جهش سریعتری به تابع اضافه کنیم منحنی بیشتر از حالت نرم خارج می شود.

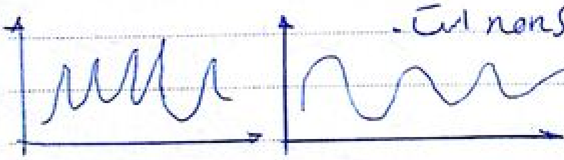
- مباحث بالا را برای تناوب $x(t)$ گفتیم، حال می توان همین بحث را برای نامتناوب و تبدیل فوریه داشته باشیم.

اگر در تبدیل فوریه ببینیم در فرکانس های بالا اثر مقادیر $x(f)$ کم باشد تابع smooth است.

$x(f) \rightarrow$



ولی اگر مقادیر $x(f)$ زیاد باشد تابع ما nonsmooth است.



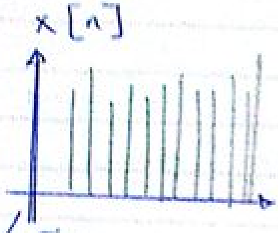
$x(f)$

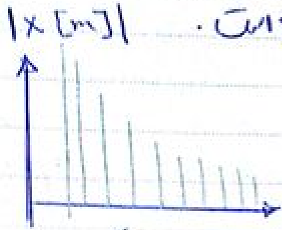
در حوزه گسسته داریم

$$x[n] \rightarrow X[m] = \sum_{n=0}^{1} x[n] e^{-j\frac{2\pi mn}{N}}$$

اگر دامنه $|X[m]|$ را رسم کنیم یعنی در mهای پایین مقدار زیاد باشد و در mهای بالا مقادیر

کم باشد می توان گفت تابع ما smooth است.





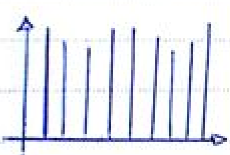
و بالعکس آن نیز صادق است، اگر x[n] داشته باشیم که نرم باشد در mهای بالا مقادیر آن کم است و اگر سیگنالی داشته باشیم که متغیر است (تغییرات) سریع داشته باشد می توان گفت که mهای بالا مقادیر قابل توجه دارد.

⊜ کاربرد های تبدیل فوریه: smooth ← { گفتار، تصویر، ویدیو

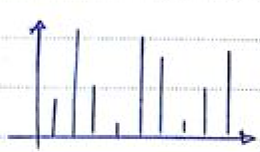
سیگنال های طبیعی مثل گفتار با کیفیت (بدون noise)، این ها سیگنال های نرمی هستند.

و در مقابل نویز، سیگنالی است که دارای تغییرات سریع هستند پس non smooth هستند.

در گسسته هم به همین شکل است.



گفتار



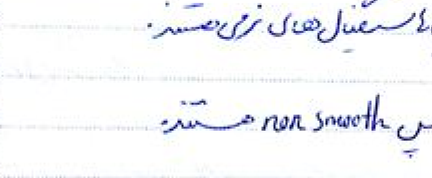
نویز

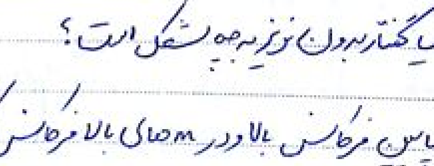
- تبدیل فوریه یک گفتار بدون نویز به چه شکل است؟

در mهای پایین فرکانس بالا و در mهای بالا فرکانس کم است.

(شکل مثلثی): مقادیر فرکانس های بالا به شدت پایین می آید.

بدون نویز:





نویز دار: مقادیر فرکانس های بالا قابل توجه است.

مثال

۱- حذف نویز از گفتار ـــ

فرض کنید یک صدای بدون نویز داریم اسمش را $s[n]$ می‌گذاریم و یک سیگنال نویز هم به آن اضافه می‌شود $w[n]$، و یک سیگنال بدون کیفیت به ما می‌دهد $x[n]$

$$\underbrace{x[n]}_{\text{noisy}} = \underbrace{s[n]}_{\text{clean}} + \underbrace{w[n]}_{\text{noise}}$$

نکته مهم این است که چیزی که ما در اختیار داریم $x[n]$ است.

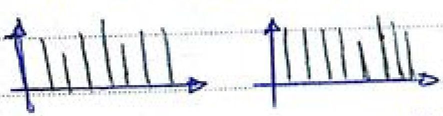
نمی‌توان گفتیم به $s[n]$ برسیم، حال می‌گوییم بصورت تقریبی به $s[n]$ برسیم که از نظر شنیداری noise کمتری داشته باشیم.

حال یک روش ساده حذف noise را توضیح می‌دهیم ـــ

یک روش ساده حذف نویز مبتنی بر تبدیل فوریه

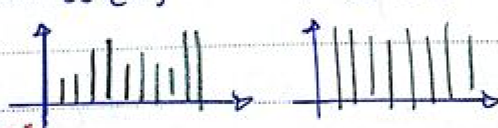
$s[n]$ که گفتار تمیز است و دارای خاصیت نرم بودن است در حوزه فرکانس به شکل مقابل است:

$s[n] \longrightarrow |S[m]|$

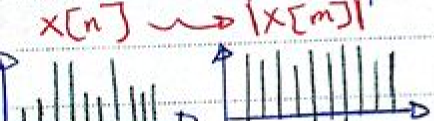


در مقابل نویز را بررسی کرده و گفتیم دارای طیف نامنظم است.

$w[n] \longrightarrow |W[n]|$



$x[n] \longrightarrow |X[m]|$



و می‌دانیم $x[n] = s[n] + w[n]$

حالا می‌توان نشان داد که دو سیگنال را وقتی با هم جمع می‌کنیم تبدیل فوریه‌هایشان هم با هم جمع می‌شوند.

فرکانس های بالا را در حاصل جمع صفر می کنیم در واقع چون ع ۲ مقدار است امکان دارد که داده را کم صفر شوند و صفر شدن این مقادیر دامنه ما را دچار تخریب زیادی نمی کند چون اصل اطلاعات ما در m های پایین نهفته است.

پس ما با صفر کردن مقادیر مولفه های بالای x[m] ، نویز زیادی را حذف کرده ولی داده دچار تخریب زیادی نمی شود.

x[n] → [ ] S[n] بردن نویز

$$x[n] \text{ گفتار} \xrightarrow[\text{تبدیل فوریه}]{DFT} |x[m]| \xrightarrow[\text{بالای فرکانس}]{\text{صفر کردن مولفه های}} |J[m]|$$

وحشیانه کاری کنیم

آن چیزی که گوش انسان می شنود همان x[n] (مولفه زمانی است) و x[m] ها را متوجه نمی شود

حال برای اینکه دوباره به حوزه زمان برگردیم و انتظار می رود وقتی گوش می دهیم نویز کمتری داشته باشد، حال معکوس فوریه را انجام می دهد.

$$|g[m]| \xrightarrow{IDFT} j[n]$$

حال می خواهیم یک برنامه مطلب بنویسیم که این کارها را انجام دهد.

مثال ۱-۱۷ جزوه و ۱-۱۸

یعنی s سیگنال نویزی است

$$s[n] \rightarrow \boxed{DFT} \xrightarrow{|S[m]|} \boxed{\text{صفر کردن}} \xrightarrow{|J[m]|} \boxed{IDFT}$$

Fs (فرکانس نمونه برداری) ← (۲×S) شده تا مولفه بیشتر شده صدا را تیزتر بشنویم.

wavplay (۲×S) f(s)

یعنی یک بار پخش شود که صدا را تیزتر بشنویم.

اول S[m] را حساب کرده و سپس دامنه آن را بدست می آوریم، حال تابع length را صدا می زنیم تا طول

سیگنال را برای ما بدهد.

دستور کتبی   کار صفر کردن را برای ما انجام می دهد، ما باید نصف را

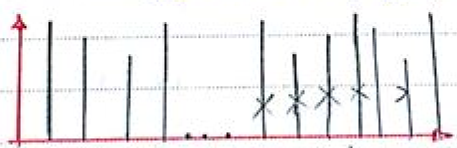
حذف کنیم چون سیگنال حالت متقارن دارد. $N/2$ هم از $N/4$ یعنی $1/4$ را حذف کنیم.

fix عدد صحیح را برمی گرداند مثل $fix\ 3.2 = 3$

در مطلب اندیس آرایه نمی تواند اعشاری باشد این fix را گذاشتیم اگر تقسیم اعشاری شد برای ما گرد کند.

کار حلقه for در مثال :

ما نقطه نمی ارایه را صفر کردیم ولی متقارن آن هنوز صفر نشده است و شکل دامنه فوریه ما نامتقارن است و دیگر تقارن ندارد حال می آییم سه $N/4$ بعدی را صفر کنیم تا تقارن حفظ شود.



پس اینجا صفر می کنیم تا متقارن شود.

از قبل گفتیم که

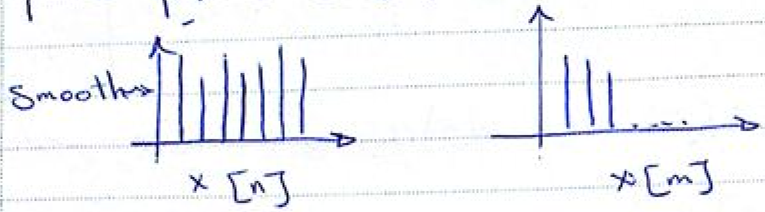
$$S[m] = S_a[m] * e^{jSP[m]}$$

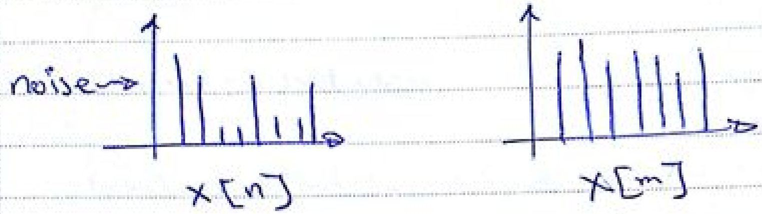
webinar.vuqam.ir/dianat

Enter as a quest

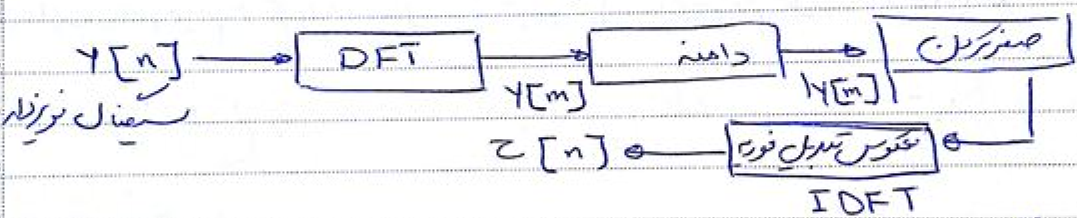
یک سیستم است نام و نام خانوادگی را وارد کرده گزینه که وارد داخل کلاس می شویم در پایین صفحه یک واژه گزینه Rasehand را انتخاب کنید. ssw تای اول نصب شود. vu.qom.ac.ir

اگر سیگنال نرم یا Smooth باشد آنگاه در حوزه فرکانس وقتی $X[m]$ را داریم قسمت اعظم سیگنال به شکل زیر است.





از این ویژگی ها برای حذف نویز استفاده می کنیم.



* چرا سیگنال Smooth دارای این خاصیت است؟ $\cos \alpha t$ هر چه α بیشتر زیاد شود تغییرش داریم بیشتر می شود. در تبدیل فوریه $x[n]$ با همان a_k ها و X_k ها متناظر است.

حذف فرکانس های بالا در حذف نویز تاثیرگذار است.

کاربرد DFT در فشرده سازی بررسی شود (در جزوه)

مطالبی که تا الان بررسی شده است:
- تولید سیگنال و انواع آن
- محاسبه
- کاربرد

تبدیل z: رفتن از حوزه‌ی n به حوزه‌ی z همچون تبدیل فوریه

تعریف تبدیل
محاسبه‌ی خود تبدیل z و هم تبدیل معکوس z
کاربرد

تعریف: تبدیل z سیگنال گسسته‌ی $x[n]$ که به صورت $X(z)$ نشان داده شده است به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{n-1} x[n] z^{-n}$$

تفاوت های تبدیل z با تبدیل فوریه:

۱- تبدیل فوریه یک تبدیل گسسته است. x $m = 0 \dots N-1$

۲- تبدیل z یک تبدیل پیوسته است. z متغیر است $(-\infty, +\infty)$

اگر بخواهیم بگوییم تابع یا سیگنال گسسته است [ ] می‌گذاریم مثل $x[m]$

ولی اگر بخواهیم تابع پیوسته باشد ( ) می‌گذاریم مثل $X(z)$

محاسبه تبدیل z:

$$x[n] = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 2]$$

$$X(z) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] z^{-n} = 1z^{0} + 0\cancel{z^{-1}} + 1z^{-2} + 2z^{-3} = 1 + z^{-2} + 2z^{-3}$$

مثال ۱-۲۰) محاسبه تبدیل z سیگنال $x[n] = (1/2)^n$, $n = 0, 1, \dots$

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (1/2)^n z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} (1/2 z^{-1})^n = \frac{1}{1 - 1/2 z^{-1}} = \frac{z}{z - 1/2}$$

نکته) تصاعد هندسی: اگر قدر نسبت q باشد از ۰ تا بی‌نهایت $\Leftarrow \dfrac{t_1}{1-q}$

تبدیل z در (a^n) برابر است با $(\dfrac{1}{1-a z^{-1}})$

Year: .... Month: .... Day: ....

شرط برقراری رابطه بدست آمده بالا $\left|\frac{1}{3} z^{-1}\right| < 1 \rightarrow |z| > \frac{1}{3}$

$z > 1/3$ و $z < -1/3$

○ معکوس تبدیل z

$$x[n] \xrightarrow{\text{تبدیل فوریه}} X(z) = \sum x[n] z^{-n}$$

$$X(z) \xrightarrow{\text{معکوس تبدیل فوریه}} x[n]$$

روش اصلی استفاده از انتگرال مختلط این رابطه است ولی ما از یک رابطه دیگر استفاده می‌کنیم.

مثال ۱-۲۱)

حاصل تقسیم [illegible]

$$X(z) = \frac{z}{3z^2 - 4z + 1} \times \frac{z^{-2}}{z^{-2}} = \frac{z^{-1}}{z^{-2}(3z^2 - 4z + 1)}$$

$$\frac{z^{-1}}{z^{-2}(z-1)(3z-1)} = \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})(3-z^{-1})} \xrightarrow{} \text{بسط به کسرهای جزئی}$$

$$\frac{1/2}{1-z^{-1}} - \frac{3/2}{3-z^{-1}} = \frac{1}{2(1-z^{-1})} - \frac{1}{2/3(3-z^{-1})} = \left(\frac{1}{2}\right)\frac{1}{1-z^{-1}} - \left(\frac{1}{2}\right)\frac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$$

$$X(z) = \left(\frac{1}{2}\right)\frac{1}{1-z^{-1}} - \left(\frac{1}{2}\right)\frac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} \Rightarrow x[n] = \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)$$

خواص تبدیل z :

$$a\,x[n] \longrightarrow a\,X(z)$$

$$x_1[n] + x_2[n] \longrightarrow X_1(z) + X_2(z)$$

○ محاسبه تبدیل z در MATLAB :

Symbolic Math ← ریاضیات سمبلیک برای کار با متغیر در متلب است.

```
>> syms x
```
تعریف متغیر x

```
>> x+1
ans =
x+1
```

```
>> y = x+1
y =
x^2+1
```

```
>> diff(y,z)
```
← مشتق گیری y بر حسب z

```
>> int
```
انتگرال گیری

```
>> subs(y,x,2)
```
در y به جای x عدد 2 را بگذار

مثال) برنامه‌ای بنویسید که معکوس تبدیل z را محاسبه کند.

iztrans دستور محاسبه معکوس تبدیل z با پارامتر ورودی تبدیل (X) است.

```
>> syms z
>> X = z/(3*z^2-4*z+1)
>> iztrans(X)

ans =
1/2 - (1/3)^n/2
```

انجام مثال مبحث قبل با متلب.

نکته) کاربرد تبدیل z (فایده ی تبدیل z)

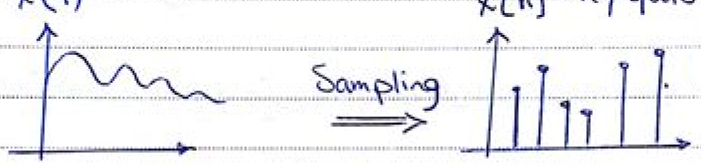
○ ارتباط فوریه و تبدیل z

if $z = e^{\frac{j2\pi m}{N}}$ $\quad m = 0, 1, 2, \dots, N$

تبدیل z صرفاً در خلاصه‌نویسی تبدیل فوریه استفاده می‌شود. $X(z) \to X[m]$

دقیقاً شبیه به تبدیل مبناهاست که مثلاً ۱۱۰۰ در مبنای ۲ برابر ۱۲ در مبنای ۱۰ است که برای خلاصه‌نویسی در مبنای ۱۶ آن را C نشان می‌دهیم. اما در نهایت چیزی که کامپیوتر می‌شناسد C نیست بلکه ۱۱۰۰ است.

○ قضیه نایکوئیست : nyquist



نکته این است که هیچگاه نمی‌توان از طریق نمودار نمونه‌برداری شده به نمودار اصلی برسیم. زیرا نمودار اصلی دارای بی‌نهایت نقطه است در حالی که یافتن و گرفتن بی‌نهایت نمونه غیرممکن است. $x[n] \not\to x(t)$

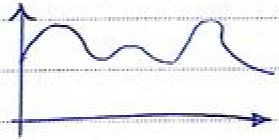
اما نایکوئیست می‌گوید: تحت شرایط بازسازی $x(t)$ از روی $x[n]$ به طور کامل امکان‌پذیر است.

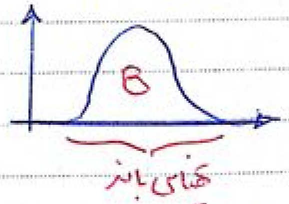
ص ۲۴ جزوه بررسی قضیه نایکوئیست: در آن نمودار خواهیم دید که اگر فرکانس‌ها را نمونه به نمونه برداری کنیم $x_1[n]$ با $x_2[n]$ برابر شد در حالی که نمودار آن‌ها کاملاً متفاوت است یعنی $x_1(t) \neq x_2(t)$ است.

شرایط نایکوئیست :

۱. اگر سیگنال حاصل از تبدیل فوریه‌ی تابع $x(t)$ یعنی $X(f)$ پهنای باند محدودی داشته باشد یعنی بازه‌ای که سیگنال مقادیر غیرصفر داشته باشد محدود باشد و تا بی‌نهایت نرود آنگاه اگر نمونه‌برداری با حداقل

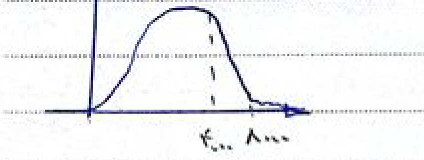
نرخ $2 \times B$ در ثانیه انجام شود، از نمونه‌ی انجام شده می‌توان به خود $x(t)$ رسید.





به طور مثال اگر B برابر ۴۰۰۰ هرتز باشد اگر با نرخ ۸۰۰۰ نمونه در ثانیه، نمونه برداری کرد نقاط $x[n]$ از می‌توان به $x(t)$ رسید.

نکته: اشکال اساسی به قضیه نایکوئیست: در حقیقت در محیط طبیعی تمام سیگنال‌ها دارای پهنای باند بی‌نهایت هستند که این عامل می‌دهد که در عمل فرض اولیه و شرط آن برقرار نباشد زیرا $B=\infty$ اما چون در تبدیل فوریه‌ی سیگنال در فرکانس‌های بالا به شدت افت می‌کند و سطح آن بسیار ناچیز می‌گردد، پس می‌توان پس از افت و نزدیک شدن به سطح صفر آن را حذف می‌کنیم و صفر در نظر بگیریم. کمی اطلاعات را از دست می‌دهد و $x(t)$ به دست می‌آید $\hat{x}(t)$ می‌باشد و کمی تفاوت دارد اما با گوش قابل شناسایی نیست.



$$x(t) \rightarrow x[n] \rightarrow \hat{x}(t)$$

فصل اول

سیگنال { سیگنال، فوریه، Z، لاپلاس

سیستم { سیستم

سیستم: ابزار سخت افزاری یا نرم افزاری است که عملی را روی سیگنال انجام می دهد یعنی سیگنال پیوسته یا گسسته را در اختیار سخت افزار یا نرم افزاری قرار می دهیم تا سیگنال را تغییر داده و به ما بدهد.

$x(t)$ ورودی ⟵ سیستم ⟵ $y(t)$ خروجی (پاسخ) response

$$y(t) = \Gamma\{x(t)\}$$

tow

تقسیم بندی سیستم:

۱) سیستم پیوسته — سیستم گسسته — سیستم رقمی

۲) مستقل از زمان (تغییر ناپذیر با زمان) — تغییر پذیر با زمان

۳) سیستم خطی — سیستم غیرخطی

۱. به سیستمی پیوسته می گوییم که ورودی و خروجی آن هر دو پیوسته باشند و همینطور برای گسسته یا رقمی.
در این بحث سیستم های مورد نظر اند که نوع سیگنال ورودی و خروجی از نظر پیوستگی و ... برابر باشند.

مثال: سیستم مشتق گیری:

$x(t)$ ⟵ [ ] ⟵ $x'(t)$

$$y(t) = \Gamma\{x(t)\} = \frac{dx(t)}{dt}$$

سیستم انتگرال گیری

$x(t)$ ⟵ [ ] ⟵ $\int x(t)dt$

$$y(t) = \Gamma\{x(t)\} = \int x(t)dt$$

بررسی مثال ۱-۲۶ جزوه :

$x[n] = [-3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3]$

$Y[0] = \frac{1}{3}\left(x[-1] + x[0] + x[1]\right) = \frac{1}{3}(0-3-2) = -\frac{5}{3}$

$Y[n] = \frac{1}{3}\left(x[n-1] + x[n] + x[n+1]\right)$

$Y = [-\frac{5}{3} \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad \frac{5}{3}]$

ولو اینکه ورودی در لحظه ۷ نداریم اما سیستم بنا به ورودی های قبل می‌تواند Response داشته باشد.

۲. Time Invariant سیستم تغییرناپذیر با زمان (TI) : اگر سیستمی داشته باشیم به صورتی که $x[n] \to y[n]$ ، اگر به ازای هر K داشته باشیم $x[n-K] \to y[n-K]$ آنگاه سیستم تغییرناپذیر با زمان است.

$\forall K \quad \text{if } x[n] \to y[n] \Rightarrow x[n-K] \to y[n-K]$

مثال ۱ مفهومی : اگر فردی باشد که اگر صبح از او سوال شود خوش اخلاق پاسخ می‌دهد و اگر سوال شب از او پرسیده شود بد اخلاق پاسخ دهد به این سیستم تغییرپذیر با زمان می‌گوییم.

پاسخ علاوه بر ورودی به زمان اعلام ورودی هم بستگی دارد پس سیستم تغییرپذیر با زمان است.

مثال ۲ ریاضی :

$y[n] = n\,x[n] \qquad x[n] \to \boxed{\quad} \to y[n] = n\,x[n]$

$[1 \quad 1.5 \quad 2]$

0 1 2

$Y[0] = 0 \times x[0] = 0$

$Y[1] = 1 \times x[1] = 1.5$

$Y[2] = 2 \times x[2] = 4$

$x_2[n] = x_1[n-K] \rightarrow y_2[n] = n \times x_2[n]$

$y_2[n] = n \times x_1[n-K]$

$\neq y_1[n-K] = (n-K)\, x_1[n-$

چون برابری وجود ندارد پس سیستم TI نیست.

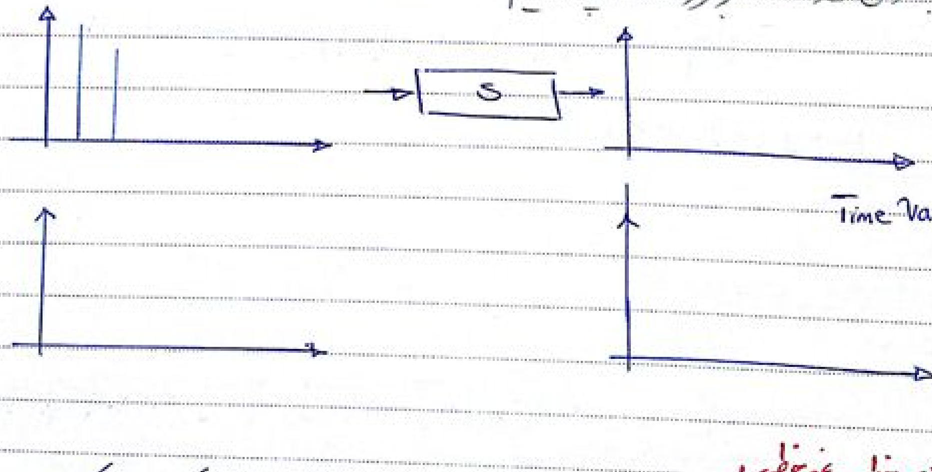
مثال ۲ ریاضی: نشان دهید سیستم $y[n] = 2x[n] + 3$ یک سیستم TI است.

$y[n] = 2x[n] + 3 \qquad x[n] \rightarrow \boxed{\quad} \rightarrow 2x[n] + 3$

$x_1[n] \Rightarrow y_1[n] = 2x_1[n] + 3$

$x_2[n] = x_1[n-K] \rightarrow y_2[n] = 2x_2[n] + 3 = \underbrace{2x_1[n-K] + 3}_{y[n-K]}$

این سیستم به ازای همه K ها برقرار است پس سیستم TI است.



سیستم TI

سیستم Time Variant

○ سیستم های خطی و غیرخطی:

سیستم خطی (Linear): فرض کنیم $\begin{cases} x_1[n] \rightarrow y_1[n] \\ x_2[n] \rightarrow y_2[n] \end{cases}$ ، سیستم S خطی است اگر و فقط اگر: a_1, a_2 ✓

$a_1 x_1[n] + a_2 x_2[n] \rightarrow a_1 y_1[n] + a_2 y_2[n]$

$3x_1[n] + 2x_2[n] \longrightarrow 3y_1[n] + 2y_2[n]$

$4x_1[n] + x_2[n] \not\longrightarrow 4x_1[n] + x_2[n]$

⟸ سیستم خطی نیست

if $a_2 = 0 \Rightarrow a_1x_1[n] \longrightarrow a_2y_2[n] \Rightarrow$!

یعنی اگر x_1 در یک ضریب ضرب می‌شود، x_2 نیز در همان ضریب ضرب شود.

مثال ۱-۳۰

$\Longrightarrow \quad x_1[n] \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow y[n] = x^2[n]$

$$\begin{cases} x_1[n] \longrightarrow y_1[n] = x_1^2[n] \\ x_2[n] \longrightarrow y_2[n] = x_2^2[n] \end{cases}$$

$$a_1x_1[n] + a_2x_2[n] \xrightarrow{?} a_1y_1[n] + a_2y_2[n] = a_1x_1^2[n] + a_2x_2^2[n] \; ;$$

$$x_3[n] \longrightarrow y[n] = x_3^2[n] = (a_1x_1[m] + a_2x_2[n])^2 \neq$$

$$a_1x_1^2[n] + a_2x_2^2[n] \Longrightarrow$$ غیرخطی بودن

مثال ۱-۳۱ نشان دهید سیستم $y[n] = nx[n]$ یک سیستم خطی است.

$x[n] \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow y[n] = nx[n]$

$$x_1[n] \longrightarrow y_1[n] = nx_1[n]$$

$$x_2[n] \longrightarrow y_2[n] = nx_2[n]$$

$$\underbrace{a_1x_1[n] + a_2x_2[n]}_{x_3[n]} \longrightarrow a_1y_1[n] + a_2y_2[n] = a_1nx_1[n] + a_2nx_2[n]$$

$$x_3[n] \longrightarrow y_3[n] = nx_3[n] = n(a_1x_1[n] + a_2x_2[n])$$

$$\underbrace{a_1nx_1[n]}_{y_1[n]} + \underbrace{a_2n\,x_2[n]}_{y_2[n]} \Longrightarrow$$ سیستم خطی است

مثال ۱ - ۳۲ آیا سیستم $y[n] = 2x[n] + 3$ سیستم خطی است؟

$y_1[n] = T(x_1[n]) = 2x_1[n] + 3$ $\qquad$ $y_2[n] = T x_2[n] = 2x_2[n] + 3$

$x_3[n] = a_1x_1 + a_2x_2[n]$ $\qquad$ $T(x_3[n]) =$

نکته:

نکته: خطی بودن را در سیستم ها می توان تعمیم داد.

$$\left.\begin{array}{l} x_1[n] \to y_1[n] \\ x_2[n] \to y_2[n] \\ x_3[n] \to y_3[n] \\ \vdots \\ x_K[n] \to y_K[n] \end{array}\right\} \to a_1x_1[n] + a_2x_2[n] + a_3x_3[n] + \dots + a_Kx_K[n] \to a_1y_1[n] + a_2y_2[n] + a_3y_3[n] + \dots + a_Ky_K[n]$$

انواع سیستم داریم:

- خطی باشد، TI باشد. به LTI (سیستم مورد نظر در پردازش سیگنال)
- خطی نباشد، TI باشد.
- خطی باشد، TI نباشد.
- خطی نباشد، TI نباشد.

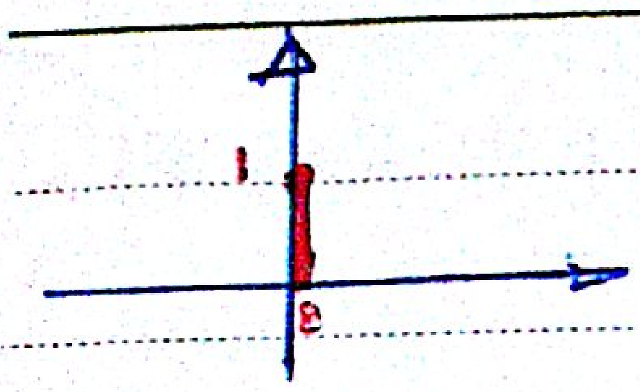
روش های نمایش سیستم های LTI:

- پاسخ ضربه impulse Response
- معادلات تفاضل خطی

! نمایش سیستم های LTI بصورت پاسخ ضربه:

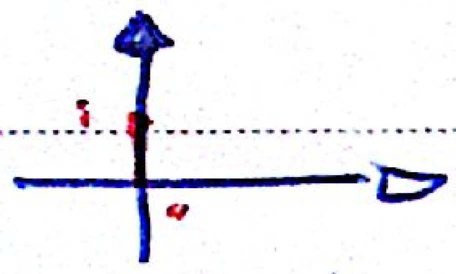
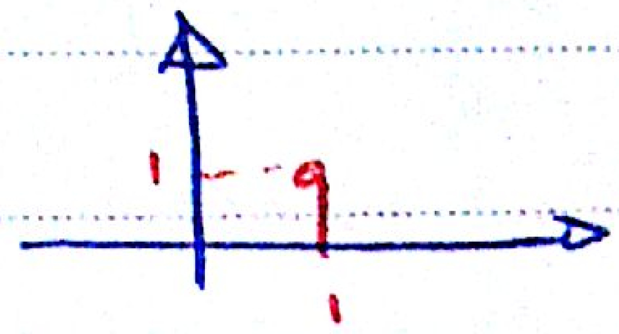
ضربه (impulse) یا تابع ضربه یا تابع ضربه واحد یا تابع کرونیکر یا دلتای کرونیکر:

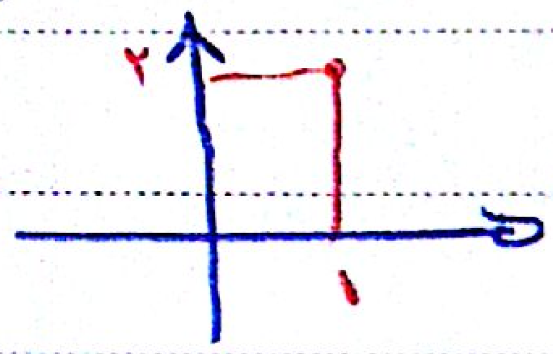
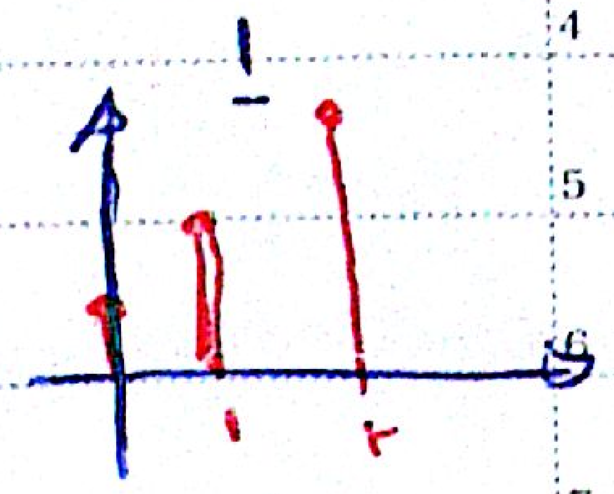
ضربه یک سیگنال گسسته است که فقط یک عدد غیر صفر دارد و فقط در نقطه صفر مقدار دارد و مقدار آن برابر یک است.



$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n\neq 0 \end{cases}$$

ویژگی های تابع ضربه :

$\delta[n]$  $\delta[n-1]$ 

$2\delta[n-1]$  $\delta[n]+2\delta[n-1]+3\delta[n-2]$ 

نکته دیگری این است که هر سیگنال گسسته N را به صورت توابع ضربه و شیفت یافته آن بنویسیم.

$$x[n] = [1 \quad 2 \quad -1.5]$$

$1\delta[n]+2\delta[n-1]-1.5[n-2]$ ← تابع ضربه متناسب با $x[n]$

$$\rightarrow x[n] = \sum_{k=0}^{n-1} x[k]\,\delta[n-k]$$

قضیه:

$x[n]$ ── ☐ ── $y[n]$

یک مقدار مشخص است ← a_k

$$y[n] = \Gamma\{x[n]\} = \Gamma\Big\{\sum_{k=0}^{n-1} x[k]\,\delta[n-k]\Big\}$$ در حالت کلی

مقدار مشخص ها ← متغیر

فرض کنیم سیستم خطی است : ←
$$\begin{cases} y_1[n] = \Gamma\{x_1[n]\} \\ y_2[n] = \Gamma\{x_2[n]\} \end{cases}$$

$$\Gamma\{a_1x_1[n]+a_2x_2[n]+\cdots\} = a_1y_1[n]+a_2y_2[n]+\cdots$$

$$\rightarrow \Gamma\Big\{\sum a_k x_k[n]\Big\} = a_k\Gamma\{x_k[n]\}$$

در نتیجه در سیستم خطی پاسخ سیستم به Σ برابر Σ (سیگنال های) پاسخ هاست.

$$\rightarrow \Gamma\Big\{\sum_{k=0}^{n-1} x[k]\,\delta[n-k]\Big\} = \sum_{k=0}^{N-1} \Gamma\{x[k]\,\delta[n-k]\} =$$

x[k] با ضریب ثابت بودن $\longrightarrow \sum_{k=0}^{n-1} x[k]\,\Gamma\{\delta[n-k]\}$ در حالت خطی

اگر فرض کنیم سیستم TI است : $y[n]=\Gamma\{x[n]\} \Longrightarrow y[n-k]=\Gamma\{x[n-k]\}$

و حب می دانیم $\delta[n] \longrightarrow \boxed{S} \longrightarrow h[n]$

قرارداد داریم برابر $\delta[n]$ ورودی سیستم باشد خروجی سیستم پاسخ ضربه به شکل $h[n]$ می باشد.

اگر TI : $\Gamma\{\delta[n-k]\} = h[n-k]$

$$y[n]=\sum_{k=0}^{n-1} x[k]h[n-k]$$

LTI حب در حالت خطی و TI

قضیه: در یک سیستم LTI ارتباط ورودی و خروجی به صورت زیر برقرار است:

$$y[n]=\sum_{k=0}^{n-1} x[k]h[n-k]$$

* در یک سیستم LTI اگر پاسخ ضربه ($h(n)$) مشخص باشد به طور کامل مشخص است.

هر سیستم LTI با پاسخ ضربه مشخص ($h[n]$) به طور مشخص است.

پس یک روش در نمایش یا مشخص کردن سیستم LTI به صورت پاسخ ضربه است.

$$y[n]=\underbrace{\sum_k x[k]h[n-k]}_{\text{Convolution}} = x[n]*h[n] = h[n]*x[n]$$

کانولوشن

در هر سیستم ضربه خروجی برابر است با $x[n]*h[n]$!

$$y[1]=x[1]*h[1]=\sum_k x[k]h[1-k]$$

$$\sum_k h[k]x[n-k]$$

سه شنبه — ص ۴۲ جزوه

مثال عددی از نحوه محاسبه Conglution : ۱ - ۳۴

اگر [1- 0 2 1] = $x[n]$ و در جدول $y[n] = \frac{1}{2}(x[n] - x[n-1])$ باشد مطلوبست مقدار $y[n]$

$y[0] = \frac{1}{2}(x[0] - x[-1]) = \qquad = \frac{1}{2}$

$y[1] = \frac{1}{2}(x[1] - x[0]) = \qquad = \frac{1}{2}$

حل بدون پاسخ ضربه

حل با پاسخ ضربه :

$x[n] \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow y[n]$

$y[n] = x[n] * h[n]$

اولین قدم برای کانولوشن در این روش محاسبه $h[n]$ است.

$h[0] = \frac{1}{2}(1 - 0) = \frac{1}{2}$

$h[1] = \frac{1}{2}($ ورودی در لحظه ۱ $-$ ورودی در لحظه ۰ $) = \frac{1}{2}(0 - 1) = -\frac{1}{2}$

$h[n] = [\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}]$

$x[n] = [1 \quad 2 \quad 0 \quad -1]$

$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_k x[k]h[n-k]$ طبق تعریف کانولوشن

$y[0] = x[0] * h[0] = \sum_{0}^{3} x[k]h[-k] = x[0] * h[0]$
$+ x[1]\cancel{h[-1]} + x[2]\cancel{h[-2]} + x[3]\cancel{h[-3]} = \frac{1}{2} * 1 = \frac{1}{2}$

$y[1] = x[1] * h[1] = \sum_{k=0}^{3} x[k]h[1-k] = x[0]h[1] +$
$x[1]h[0] + x[2]\cancel{h[-1]} + \cancel{x[3]h[-2]} = \frac{1}{2}$

اگر خروجی سیستم i، $y[i]$ را داشتیم و محاسبه کردیم.

نکته) وابستگی خروجی بر ورودی های قبلی و بعدی ممکن است تعداد خروجی را از ورودی بیشتر کند.

نکته) اگر h معلوم باشد و رابطه ی بین x و y برابر نباشد و معلوم باشد باید

روش های نمایش سیستم های LTI { پاسخ ضربه / معادلات تفاضلی

نمایش سیستم های LTI با معادلات تفاضلی: معادلات تفاضلی خطی با ضرایب ثابت: (LCCDE)

هر سیستم خطی را می توان به فرم زیر نوشت و بالعکس:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{q} b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^{p} a_k y[n-k]$$

اگر $a_k = 0$ و $a_0 = 1$ باشد و $b_0 = \frac{1}{2}$ و $b_1 = -\frac{1}{2}$ باشد $y[n] = \frac{1}{2} x[n] - \frac{1}{2} x[n-1]$

حل مثال ۱-۳۶: در مثال قبل فرم LCCDE مفروض بود، پاسخ ضربه را می خواستیم اما اینجا بر عکس است.

$$h[n] = [1 \quad 0 \quad 2 \quad -1]$$

چون کانولوشن دارای خاصیت جابجایی است:

$$y[n] = \sum h[k]\, x[n-k]$$

$$y[n] = \sum_{k=0}^{3} h[k]\, x[n-k] = x[n] + 2x[n-2] - x[n-3]$$

که فرم LCCDE سازی باشد

نمایش پاسخ ضربه در حوزه‌ی فرکانس m و z

چون پاسخ ضربه یک بردار از مقادیر است، پس می‌توان تبدیل فوریه را برای آن محاسبه کرد.

$$H[m] = \sum_{n=0}^{N-1} h[n]\, e^{-j\frac{2\pi mn}{N}}$$ تبدیل فوریه

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h[n]\, z^{-n}$$ تبدیل z

توضیح: کانولوشن در حوزه زمان به ضرب در حوزه‌ی m و z تبدیل می‌شود.

$$x[n] \longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

فرض کنید سیستمی داریم که پاسخ ضربه آن $h[n]$ می‌باشد و اگر $x[n]$ ورودی ما باشد، $y[n]$ را به عنوان خروجی برابر $x[n] \circledast h[n]$، حال اگر از خروجی فوریه بگیریم آنگاه:

کانولوشن

$$Y[m] = X[m] \odot H[m] \quad , \quad Y(z) = X(z) \odot H(z)$$

ضرب ساده   ضرب ساده

سپس معکوس z و m را گرفته و به $y[n]$ می‌رسیم.

فایده‌ی آن این است که به جای محاسبه‌ی سخت برای کانولوشن از ضرب معمولی استفاده می‌کنیم.

واضح است که در نتیجه‌ی قضیه‌ی بالا داریم:

$$H[m] = \frac{Y[m]}{X[m]}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

حل مثال ۱-۳۷

مثال ۱-۳۸ را حذف می‌کنیم.

مرور: سیستم‌های LTI ⇐ $h[n]$ پاسخ ضربه

$$\delta[n] \longrightarrow \boxed{\quad\quad} \longrightarrow h[n]$$

$$x[n] \longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

$$\sum x[k]\, h[n-k]$$

پس از تبدیل فوریه:

$$Y[m] = X[m] \cdot H[m]$$

$$Y(Z) = X(Z) \cdot H(Z)$$

فیلتر (Filter) نوعی سیستم است که پاسخ ضربه‌ی برابر با صفر، در محدوده‌ای از فرکانس‌ها، دارد.

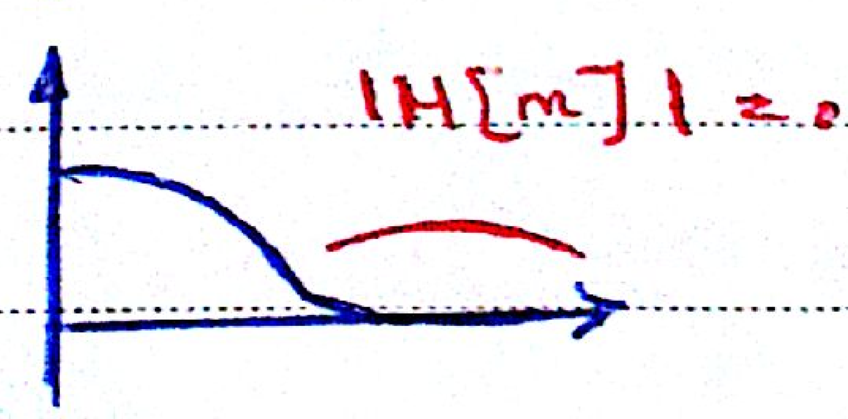
یعنی به ازای برخی مقادیر m پاسخ ضربه برابر صفر دارد.

$$\longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow$$

تبدیل فوریه

$$H[m] = \sum_{n=0}^{N-1} h[n]\, e^{-j\frac{2\pi mn}{N}} \longrightarrow |H[m]|$$

اندازه‌ی تبدیل فوریه



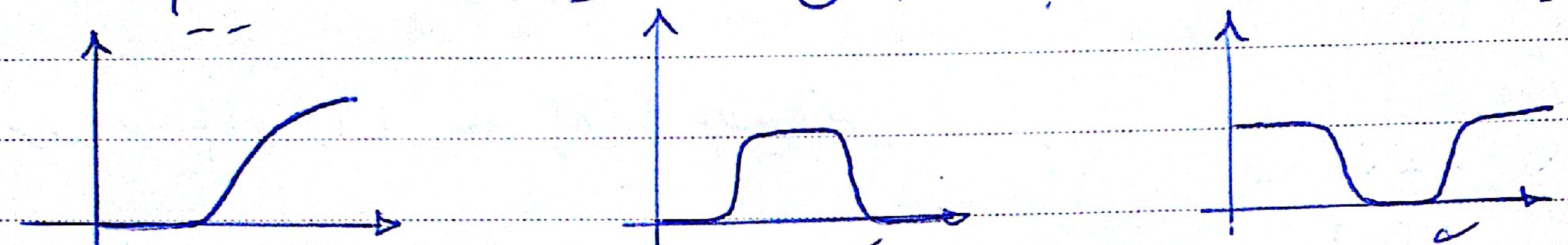
رسم نمودار $|H[m]|$

به این فیلتر که فرکانس‌های بالا را صفر می‌کند و در فرکانس‌های پایین غیرصفر است ← فیلتر پایین‌گذر یا low pass نیز می‌گوییم.

اگر فیلتر در فرکانس های پایین صفر باشد به اصطلاح بالاگذر یا High Pass می‌گوییم.

اگر فیلتر در فرکانس های میانی صفر باشد به اصطلاح میان گذر یا half pass یا band pass می‌گوییم.

اگر فیلتر در فرکانس های میانی غیرصفر باشد به اصطلاح میان نگذر یا band Stop می‌گوییم.

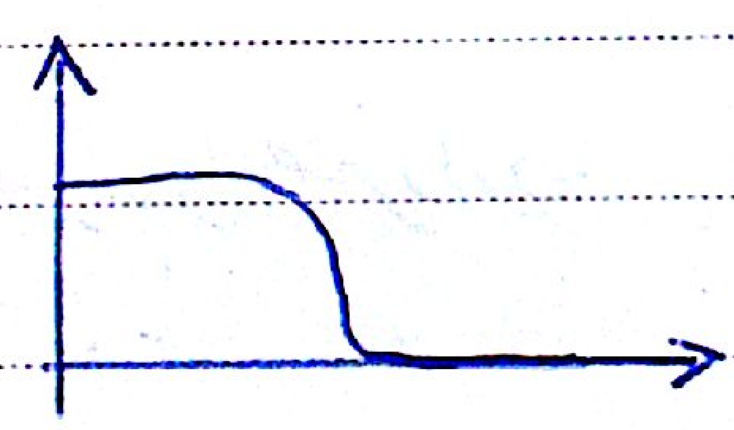
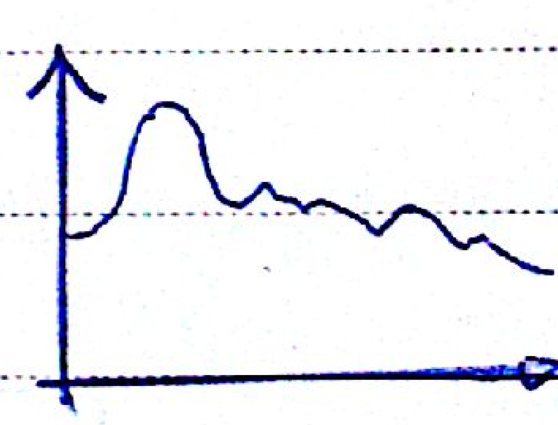


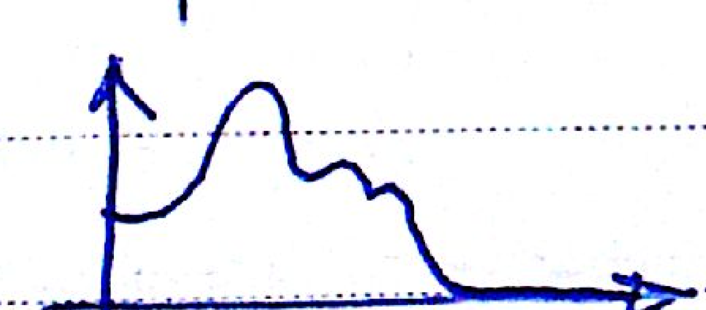
بالاگذر — میانگذر — میانگذر

نکته مورد توجه: فیلتر پایین گذر اطلاعات فرکانسی سیگنال ورودی را در آخر سیگنال حذف می‌کند در حالت کلی هر فیلتر بخشی از اطلاعات فرکانسی سیگنال ورودی را حذف می‌کند.

$$x[n] \longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

$$X[m] \longrightarrow \boxed{|H[m]|} \longrightarrow Y[m] = X[m] \cdot H[m]$$

if $|h[m]| =$  & $x[m] =$ 

پس از اعمال فیلتر $Y[m] =$  $y[m] = x'[m]$

حل مثال (۳-۱) ص ۴۹ جزوه به دنبال فیلتر را سیستم بنویسید.

$$y[n] = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^{m} x[n-k]$$

سیستم میانگین گیر

$$m=2 \longrightarrow y[n] = \frac{1}{3} \sum_{k=0}^{2} x[n-k] \longrightarrow$$

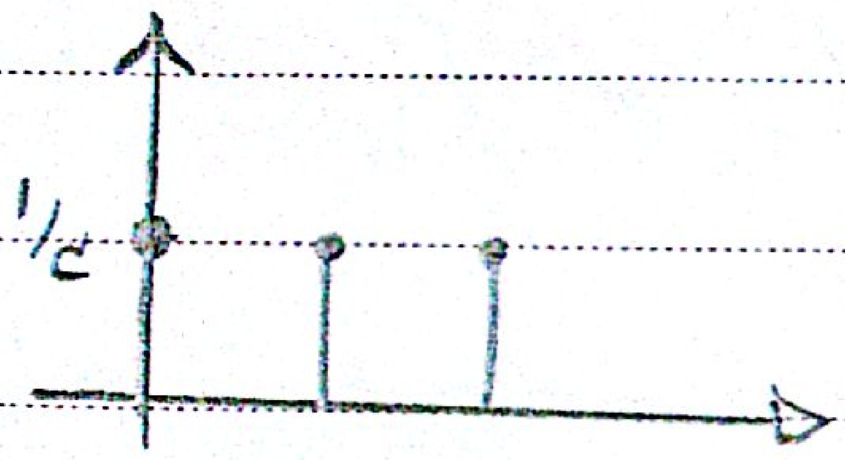
$$\frac{1}{3}\left(x[n] + x[n-1] + x[n-2]\right)$$

روش کار: ۱) $h[n]$ ⟶ ۲) $|H[m]|$ ⟶ ۳) رسم

$$y[n] = \tfrac{1}{3}\left(x[n] + x[n-1] + x[n-2]\right)$$

$$x[n] = \delta[n] \longrightarrow \boxed{\quad\quad} \longrightarrow y[n] = h[n]$$

$$h[n] = \tfrac{1}{3}\left(\delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2]\right) = \left[\tfrac{1}{3} \quad \tfrac{1}{3} \quad \tfrac{1}{3}\right]$$



پاسخ ضربه ⟵ $h[n]$

ب) به دست آوردن $|H[m]|$

$$H(m) = \sum_{n=0}^{N-1} h[n]\, e^{-j\frac{2\pi mn}{N}} \qquad m = 0, 1, \ldots, N-1$$

$$N = 3 \longrightarrow H(m) = \sum_{n=0}^{2} h[n]\, e^{-j\frac{2\pi mn}{3}} \qquad m = 0, 1, 2$$

$$H[0] = \sum_{n=0}^{2} h[n] = 1$$

$$H[1] = \sum_{n=0}^{2} h[n]\, e^{-j\frac{2\pi n}{3}} = \sim$$

$$H[2] = \sum_{n=0}^{2} h[n]\, e^{-j\frac{4\pi n}{3}} = \sim$$

به جای نوشتن دستی پاسخ سخت، از نرم افزار مطلب استفاده می‌کنیم

دستورات مطلب :

>> ones(1,10) ⟵ یک بردار یک در ۱۰ که دارای ۱۰ تا ۱/۱۰ است که جمع آنها ۱ می‌شود

>> ones(1,3) ⟵ یک بردار یک در سه که دارای سه تا ۱/۳ است که جمع کل آن‌ها یک می‌شود

>> h = (1/(M+1)) * ones(1,(M+1)); ⟵ اگر بخواهیم M را مقدار دهیم ولی

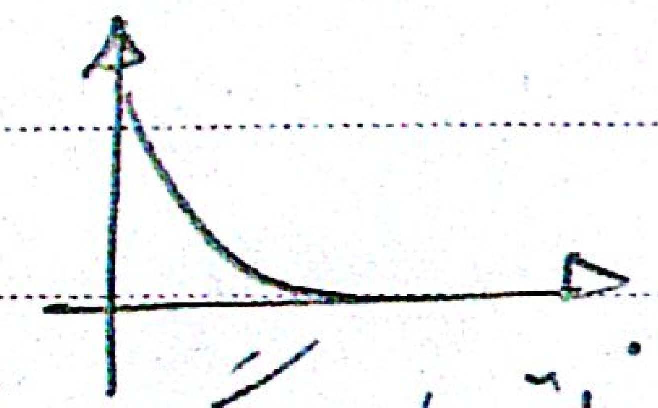
اگر بخواهیم مقدار دهیم ۲ = M را برای مثال مثل می‌دهیم

H = fft(h); ← پاسخ را در حوزه‌ی فرکانس محاسبه می‌کند.

H-amp = abs(H); دامنه را محاسبه می‌کند یعنی $|H|$ قدر مطلق

plot(H-amp); نمودار را رسم می‌کند.

به شکل نمودار نگاه می‌کنیم تا ببینیم چه نوع فیلتری داریم.



* فیلتر این مثال پایین گذر است. و در حالت کلی فیلتر میانگین گیر یک فیلتر پایین گذر است.

* پاسخ ضربه سیستم میانگین گیر برابر است با: h=(1/(M+1))*Ones(1,(M+1))

بررسی اثرات احتمالی مخرب یا مفید فیلتر یک روی گفتار را بررسی می‌کنیم.

مثال گفتار

$x[n]$ —— [$h[n]$ میانگین گیر] —— $y[n]$

$y[n] = x[n] * h[n]$ ← در متلب conv(x,h)

$\left(\begin{array}{l} Y[m] = X[m] \cdot H[m] \\ Y(z) = X(z) \cdot H(z) \end{array} \right)$ → در متلب Filter ← در فصل ۲ بررسی می‌شود.

```
M = 45;
[x,Fs] = wavread('Do.wav');
h = (1/(M+1))*Ones(1,(M+1));
y = conv(x,h);
wavplay(x,Fs);
pause;
wavplay(y,Fs);
```

* پس از پخش صدا متوجه می‌شویم که تقریبا کیفیت و وضوح صدا تغییری نمی‌کند چون صدای پخش شده

یک سیگنال بدون نویز و smooth است و برای همین چون در فرکانس‌های بالا مقدار ترکیبات صفر

همراه دارد، پس یک فیلتر پایین‌گذر قسمت‌های نویز سیگنال را حذف می‌کند که خودشان هم هستند

سپس صحیح تخریب می‌کند اما شدت به علت اعمال فیلتر که در فرکانس‌های پایین شدت بیشتری دارد

باعث کم شدن شدت کلی می‌شود

فصل دوم

گفتار - صدا
- تعریف
- پردازش
  1. بهسازی یا حذف نویز — Enhancement
  2. فشرده‌سازی — Compression
  3. بازشناسی ← تبدیل گفتار به متن — Recognition
  4. سنتز ← تبدیل متن به گفتار — Syntethise

صدا: احساس ارتعاشات و نوسانات هوا توسط گوش انسان است.

۲ عامل مهم در این فرآیند ← ۱- نوسانات هوا به عنوان یک سیگنال وابسته به زمان: یعنی در هر لحظه باید شدتی سیگنال به گوش می‌رسد.

۲- گوش: به عنوان یک سیستم است که نوسانات به عنوان ورودی آن است که کاری روی سیگنال انجام می‌دهد و بعد به مغز تحویل می‌دهد.

سیگنال صوتی ← در واقع همان نوسانات و ارتعاشات هوا است که به گوش ما می‌رسد، و دارای ویژگی‌هایی است:

۱- دارای فشار صوت است: فشار صوتی فشاری است که نوسانات بر هوا وارد می‌کند تا به گوش برسند.
اگر فشاری که نوسانات وارد می‌شود از یک حدی کمتر باشد، دیگر صدایی به گوش نمی‌رسد.

آستانه‌ی شنوایی به با P_0 نمایش می‌دهند $2\times10^{-5}\ N/m^2$ است.

۲- دارای سطح فشار صوت است: سطح فشار صوت را با این رابطه به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$SPL(p) = 20\log_{10} P/P_0 \quad dB$$

بیان علمی هر پارامتری که به صورت $20\log\frac{x}{x_0}$ بیان آید بر حسب واحد dB (دسیبل) است.

سطح فشار آستانه شنوایی برابر 0dB و بالاترین سطح فشاری که عذاب‌آور باشد، آسیب به گوش می‌رسد برابر 120 dB است.

۲- شدت صوت: علاوه بر فشار هوا رسیدن به گوش انسان پارامتر سرعت انتقال صوت به گوش هم در شنیدن صوت تأثیرگذار است.

چون سرعت جهت‌دار است، بردار است و همچنین شدت بردار است (I)

$$\vec{I} = P.\vec{v} \qquad \frac{Watt}{m^2}$$

☐ سطح شدت صوت: از رابطه مقابل محاسبه می‌شود: $SIL(I) = 10\log\frac{I}{I_0}$ dB

گفتیم که هر کمیتی که روی آن این عمل $20\log\frac{x}{x_0}$ انجام شود واحد dB (دسیبل) دارد. حال چطور فرمول بالا به جای عدد 20، عدد 10 را در log ضرب کرده ولی باز هم واحد dB داده است؟

$P = \frac{V^2}{R}$

* در مورد کمیت‌های مربعی از 10 استفاده می‌شود، اما در مورد کمیت‌های متناسب با کمیت مربعی مثل P که با کمیت مربعی I در ارتباط است از 20 استفاده می‌شود.

۳- بلندی صوت (Loudness): برخلاف فشار و شدت که دو ویژگی کمی هستند، یک ویژگی کیفی است، یعنی کیفیت صدایی که به گوش انسان می‌رسد و نشان دهنده قوت و ضعف صدایی است که به گوش انسان می‌رسد.

* بلندی ارتباط مستقیم دارد با فشار و شدت یعنی هر چه فشار یا شدت صدا بیشتر باشد بلندی صدا بیشتر می‌شود.

اثبات شده است که:

$$Loudness = 2^{(SPL-40)/10}$$

۴ـ سرعت انتشار صوت: اگر t دمای هوا برحسب درجه سانتیگراد باشد:

$V_{air} = 331.3 + 0.6(t) \quad m/s$

۵ـ گام یا pitch:

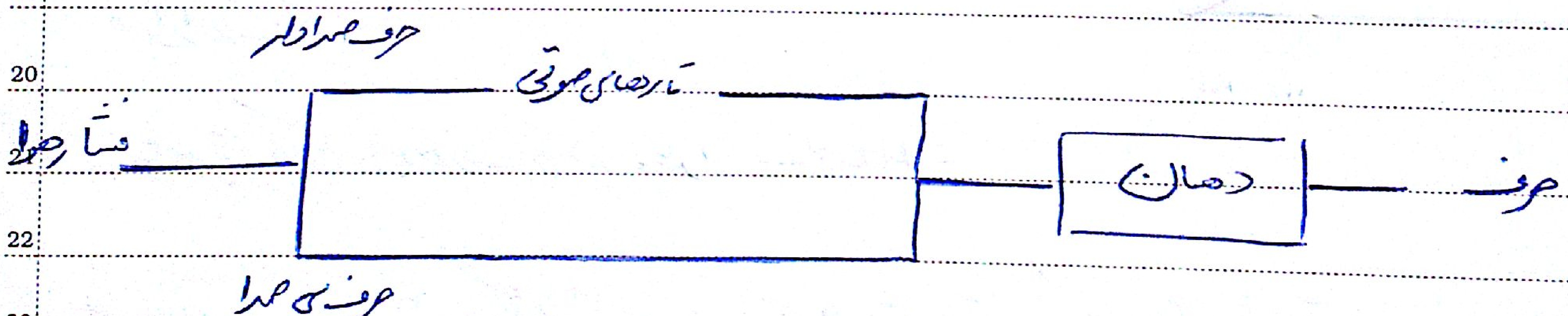
بررسی پریود pitch یا گام:

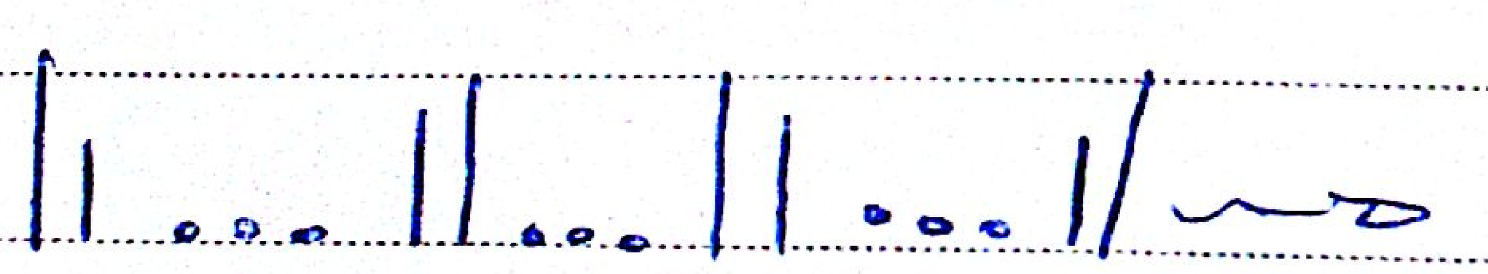
نیمه تناوب { موسیقی
حروف صدادار: حروفی که جوهره‌ی صوتی دارند مانند ب و د: که شکل‌های سیگنال آن تقریبا تناوب است که قسمت‌های آن شکل‌های متفاوت دارد.

ناتناوب { حروف بی صدا: حروفی که جوهره‌ی صوتی ندارند مانند ه و س

حروف صدادار دارای طبیعت نیمه تناوب و حروف بی صدا دارای طبیعت ناتناوب است.

تولید گفتار: فشار هوا از شش‌ها خارج می‌شود که یک سیگنال نخت و کاملا ناتناوب است. اگر حرف صدادار باشد این صدا از تارهای صوتی می‌گذرد، ولی اگر حرف بی صدا باشد تارهای صوتی دریچه‌ی باز دارند و تاثیری نمی‌گذارند و صدا وارد دهان می‌شود تا دهان بر آن شکل دهند. برخلاف حروف صدادار که تارهای صوتی در آن دخالت دارند. دریچه صوتی به طور متناوب باز و بسته می‌شوند وقتی بسته باشد هیچ هوایی عبور نمی‌کند و بالعکس. قابل توجه است که باز و بسته شدن دریچه دارای تناوب است. مثلاً هر 20ms یکبار باز و بسته می‌شود.





(نیمه تناوب) حروف صدادار

T: دوره‌ی تناوب حروف صدادار یا موسیقی برابر پریود سیگنال pitch یا گام است.

$\frac{1}{T}$: فرکانس سیگنال pitch

فرکانس پیچ در انسان‌ها متفاوت است، هرچه فرکانس پیچ بالاتر باشد صدا زیرتر و هرچه کمتر باشد بم‌تر است.

۸۰ < Fp < ۳۵۰ , $\frac{1}{۳۵۰} < T_p < \frac{1}{۸۰}$

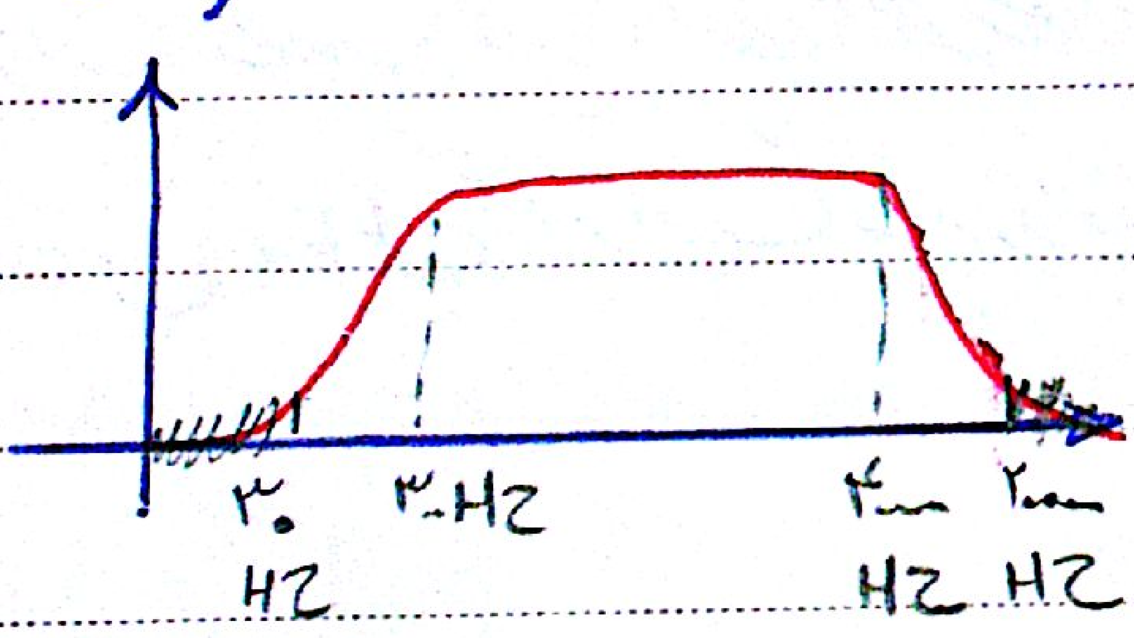
pitch : یک اصطلاح یا معیار کیفی است که از کلماتی چون زیر، بم، زیرتر، بمتر استفاده می شود که واژه ی پیچ ارتباط مستقیم با فرکانس pitch دارد، در نتیجه pitch بیان کیفی یا ادراکی فرکانس pitch است.

۶. مایه یا طنین صدا یا گفتار (Timber) : یک معیار کیفی است.

فرض کنید فرکانس pitch دو نفر تقریباً با هم برابر باشد، علی رغم این مسئله ممکن است در هنگام صحبت کردن کاملاً قابل تمایز باشند یعنی صداهای متفاوت داشته باشند، همانطور که یک نت با فرکانس pitch برابر در دو دستگاه موسیقی دو خروجی متفاوت داشته باشند.

○ گوش — سیستم شنوایی انسان را می توان به عنوان یک فیلتر میان گذر در نظر گرفت.

h[n] → LTI



محدوده ی شنوایی مطلوب انسان بین ۳۰۰ تا ۴۰۰۰ هرتز است.

اگر فشار صدا از حد مشخصی کمتر باشد گوش انسان نمی تواند صدا را درک کند.

تا ۳۰ هرتز را گوش حذف می کند و بعد از ۲۰۰۰۰ HZ.

درک صدای شنیده شده در گوش علی رغم فشار یا شدت، فرکانس نیز موثر است.