



9/23/2017

امار و احتمالات

گرد آورنده: مهرداد کیازاده

مقدمه

آمار، درسی محاسباتی و در اکثر مسائل مربوط به حوزه مالی و ریاضیات کاربرد دارد. هر ساله حدود ۴۰٪ از بخش ریاضیات در کنکور مدیریت را بخش آمار تشکیل میدهد و بخاطر سادگی و قابل پیش بینی بودن سوالات، مورد توجه داوطلبان کنکور می‌باشد. همچنین در کنکور رشته های دیگر که از این درس سوال طرح میشود در این جزوه سعی شده مباحث کنکوری تر آمار به صورت خلاصه آموزش داده شود. از منابع مورد استفاده در تهیه این جزوه میتوان به کتاب امار و احتمال جناب رنجبران و نکات مطرح شده در سوالات آمار کنکور از سال ۷۰ تا ۹۶ اشاره کرد. آمار همانند ریاضیات دارای ضریب ۳ در کنکور مدیریت است و ۹۵ درصد سوالات از فصل ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ می‌باشد به همین خاطر فصل ۷ که مربوط به رگرسیون می‌باشد به صورت ضمیمه آورده شده است.

فصل 1 : آمار توصیفی

آمار توصیفی: آن بخشی از آمار است که به جمع آوری، خلاصه کردن، نمایش و پردازش اطلاعات بدون نتیجه گیری می پردازد.

آمار استنباطی: ابتدا با استفاده از مقادیر نمونه، آماره ها را محاسبه و به کمک آماره ها، به پارامترهای جامعه تخمین داده می شود.

آمار پارامتریک: فرض بر نرمال بودن جامعه می باشد.

آمار ناپارامتریک: برخلاف آمار پارامتریک، فرض بر نرمال نبودن جامعه و در علوم اجتماعی و رفتاری مطرح می شود و به آن توزیع آزاد می گویند.

صفت ثابت: صفتی که بین همه عناصر جامعه آماری مشترک است.

صفت متغییر: صفتی که از فردی به فردی دیگری تغییر می کند.

صفت کمی: هرگاه اندازه صفت را بتوان محاسبه کرد مثل سن، قد، وزن و ... که شامل «گسسته» یا «پیوسته» می باشد.

صفت کیفی: هرگاه نتوان اندازه صفت را محاسبه کرد مثل استعداد و زیبایی و ... که شامل «ترکیبی» و «اسمی» می باشد.

مقیاس: سطح اندازه گیری می باشد و 4 نوع دارد. 1- اسمی 2- ترکیبی 3- فاصله ای 4- نسبی

*** جدول زیر را حفظ کن**

میدان صفر مطلق	میدان صفر قراردادی	فاصله	ترتیب	مراتب نوع مقیاس
ندارد	ندارد	ندارد	ندارد	اسمی
ندارد	ندارد	ندارد	دارد	ترتیبی
ندارد	دارد	دارد	دارد	فاصله ای
دارد	دارد	دارد	دارد	نسبیتی

مقیاس اسمی: صرفاً برای نام گذاری به کار می روند و مقدار کمی حقیقی ندارند.

مقیاس ترتیبی: خصوصیات مقیاس اسمی + خصوصیات ترتیب مثل (بزرگتر یا کوچکتر) دارد.

مقیاس فاصله ای: خصوصیات مقیاس ترتیبی + وجود فاصله معنادار مثل (5،7) و همچنین دارای صفر قراردادی مثل درجه حرارت.

مقیاس نسبیتی: خصوصیات مقیاس فاصله ای + وجود نقطه صفر حقیقی مثل طول، وزن و ...

نمونه: بخش کوچکی از جامعه آماری که به عنوان الگو جامعه در نظر گرفته می شود، همچنین حجم نمونه را با (n) نشان می دهند.

جدول توزیع فراوانی طبقه بندی شده:

برای تنظیم داده های پیوسته و نیز داده های گسسته که تنوع زیادی دارند استفاده می شود.

C-L	$a_i - b_i$	$a_i - b_i$
F_i	f_1	f_2

که در آن F_i : مقدار فراوانی یا تعداد داده ها در بازه $(a_i - b_i)$ می باشد.

a_i : شروع بازه

b_i : پایان بازه

نمونه سوالات فصل 1:

1- در جدول توزیع فراوانی زیر، داده های کمتر از چارک اول و بیشتر از چارک سوم را حذف میکنیم. میانگین داده های باقیمانده کدام است؟

x	13-17	17-21	21-25	25-29	29-33	33-37
f	9	11	15	18	14	13

$$\text{چارک اول: } \frac{N}{4} = \frac{80}{4} = 20 \rightarrow Q_1 = 17 + \left(\frac{20-9}{11}\right) \times 4 = 21$$

$$\text{در طبقه پنجم قرار داد: } \frac{3N}{4} = 60 \rightarrow 60 < FC_5 = 67 \rightarrow$$

$$Q_3 = 29 + \left(\frac{60 - 53}{14}\right) \times 4 = 31$$

$$f_5 = 14 \rightarrow (29 - 34) = 14 \rightarrow (29 - 31) = 7$$

$$u = \frac{\sum F_i X_i}{\sum X_i} = \frac{23 \times 15 + 27 \times 18 + \left(\frac{29+31}{2}\right) \times 7}{15 + 18 + 7} = 26.025$$

2) راننده ای 1/3 مسیری را با سرعت 60 km/h و بقیه را با سرعت 90 km/h طی می کند و همین مسیر را با سرعت 80 km/h طی می کند. سرعت متوسط وی در رفت و برگشت کدام است؟

$$n = \text{برگشت} + \text{رفت} = 2$$

$$u_H = \frac{w_1 + w_2 + w_2}{\frac{w_1}{x_1} + \frac{w_2}{x_2} + \frac{w_3}{x_3}} = 78.5$$

3- نمرات سنجش مهارت کارکنان یک شرکت با میانگین 71 و واریانس 16 می باشد. حداقل 36 درصد نمرات این کارکنان طبق قضیه چیشف در کدام بازه است؟

$$1 - \frac{1}{k^2} = 0.36$$

$$m_o = L_i + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \times C$$

نکته 8 اگر تعداد دو جفت متخیر برابر، برابر بود، مد برابر تهی (0) می شود.

$$\frac{22,22}{2} \quad \frac{23,23}{2}$$

$$2 \quad 2$$

مقایسه میانگین، میانه و مد:

1) هر افزایش یا کاهش مقدار داده ها، باعث تغییر میانگین می شود در صورتی که میانه و مد تغییر نمی کنند.

- 2) } متخیرهای فاصله ای: مناسب ترین شاخص مرکزی: میانگین
 متخیرهای ترتیبی: مناسب ترین شاخص مرکزی: میانه-مد
 متخیرهای اسمی: مناسب ترین شاخص مرکزی: مد

3) وقتی در جدول توزیع فراوانی، طبقات از پایین یا بالا دارای انتها باز باشند از میانه استفاده می کنیم.

روابط میانگین، میانه، مد:

1) توزیع متقارن: (نرمال) $u = m_e = m_o$

2) چولگی مثبت $u > m_e > m_o$

3) چولگی منفی $m_o > m_e > u$

نکته 9 } همواره (میانه) بین مد و میانگین می باشد.

همواره مد همان قله نمودار توزیع می باشد.

نکته 10 در توزیع خفیف چوله: $m_o - u = 3(m_e - u)$

شاخص های پراکندگی: معیارهایی برای تعیین میزان پراکندگی داده ها از یکدیگر و یا نسبت به میانگین.

به طور کلی اگر مقدار یک صفت در جامعه نسبت به شاخص مرکزی اختلاف بیش تری داشته باشد.

(III) فراوانی تجمعی: مجموع فراوانی مطلق طبقه i با فراوانی مطلق طبقات ماقبل خود که با FC_i نشان می دهند.

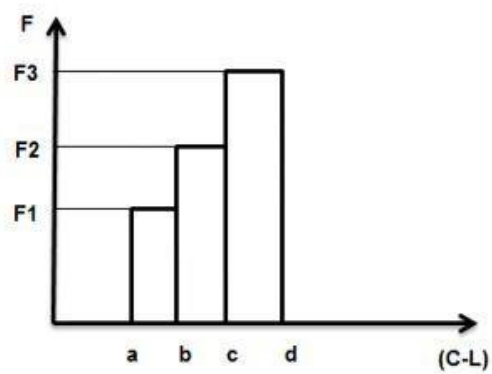
$$FC_1 = F_1 \quad (\text{طبقه اول})$$

$$FC_2 = F_1 + F_2 \quad (\text{طبقه دوم})$$

نمودارهای فراوانی:

نمودار پافت نگار یا هیستوگرام: نوع نمودار کمی می باشد. محور افقی، طول طبقات و محور عمودی، فراوانی را نشان می دهد.

C-L	a-b	b-c	c-d
F_1	F_1	F_2	F_3



$$P(B)=2/6$$

$$P(C)=3/6$$

پیشامد مستقل و وابسته:

اگر وقوع یا عدم وقوع یکی، تاثیری بر وقوع یا عدم وقوع پیشامد دیگر نداشته باشد را مستقل و در غیر این صورت دو پیشامد را وابسته می‌گویند.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \rightarrow \text{مستقل}$$

احتمال شرطی: دو پیشامد وابسته به یکدیگر که بر هم تاثیر دارند.

$$\text{احتمال شرطی } A \text{ به شرط } B: \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

نکته 7) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند

- A و B' هم مستقل می‌باشد.
- A' و B هم مستقل می‌باشد.
- A' و B' هم مستقل می‌باشد.

نکته 8) اگر پیشامد A_1, \dots, A_n وابسته باشند.

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1) \dots P(A_n|A_{n-1})$$

قانون تفاضل:

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

احتمال کل:

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + \dots + P(A_n)P(B|A_n)$$

نکته 1 اگر در سوال حرفی از حداکثر و یا حداقل زد:

اگر حداکثر آ آزمایش نیاز باشد:

$$p(x \leq i) = \sum_{1}^i pq^{1-x}$$

اگر حداقل آ آزمایش نیاز باشد:

$$p(x \geq i) = \sum_i^{\infty} pq^{1-x} = \frac{pq^{i-1}}{1-pq}$$

توزیع دو جمله ای منفی (توزیع یاسکال): عین توزیع دو جمله ای با این تفاوت که آزمایش ها را این قدر تکرار می کنیم تا به k امین موفقیت برسیم.

$$f_X(X) = \binom{X-1}{k-1} p^k q^{X-k} \quad x = k, k+1, \dots$$

X : عدد آزمایشی که به k امین موفقیت رسیدیم.

$$E(X) = \frac{k}{p}, \quad Var(X) = \frac{kq}{p^2}$$

توزیع بواسون: تجربه ای که غالباً تعداد دفعات رخ دادن یک پدیده را در یک بازه زمانی یا مکانی ارائه می دهد.

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, \dots$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \text{تعداد موفقیت (x) در بازه زمانی مشخص شده} \\ i &= \text{زمان داده شده (قدیمی)} \\ x &= \text{تعداد موفقیت} \\ j &= \text{زمان جدید طبق سوال} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{array}{cc} \text{آیتم} & \text{زمان} \\ i & x \\ j & \lambda \end{array} \rightarrow \lambda = \frac{x \times j}{i}$$

$$E(X) = \lambda, \quad Var(X) = \lambda$$

نمونه سوالات فصل 5:

1- یک نمونه 24 تایی از یک جامعه 145 عضوی با واریانس 6، انتخاب می شود. انحراف معیار توزیع میانگین نمونه کدام است؟

چون جملات متناهی است:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}} = \sqrt{\frac{145-24}{145-1}} = \frac{11}{24}$$

2- توزیع میانگین نمونه تصادفی n تایی دارای انحراف معیار 2 است. اگر انحراف معیار جامعه آماری 12 باشد، مقدار n چقدر است؟

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}; \quad 2 = \frac{12}{\sqrt{n}} \rightarrow n = 36$$

3- میانگین طول عمر محصولات یک کارخانه 150 ساعت با انحراف معیار 15 می باشد. یک نمونه تصادفی 81 تایی از این محصولات تولیدی انتخاب شده است. با کدام احتمال میانگین طول عمر آن ها حداقل 147 ساعت است؟ ($\int_{-\infty}^{-1.8} = 0.036$)

$$u = 150, \quad \sigma = 15, \quad n = 81$$

$$P(\bar{x} \geq 147) = ? \quad Z = \frac{\bar{X} - u}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{147 - 150}{\frac{15}{9}} = -1.8$$

$$P(Z \geq -1.8) = 1 - P(Z \leq -1.8) = 1 - 0.036 = 0.964$$

4- یک شرکت کارمایی مدعی است که 1/3 افرادی که مراجعه می کنند، تحصیلات دانشگاهی دارند. اگر در یک ماه 450 نفر

برای دانلود نسخه ی کامل جزوه به سایت مراجعه کنید

www.rotbeh-bartarha.ir