www.ieun.ir

در جدول (۲) طبقه بندی اقلام موجودی به گروه های A ، B و C انجام گرفته است. در جدول (۳) خلاصه طبقه بندی "ABC" ارائه شده است. در جدول (۳) دیده می شود که ۲۰ درصد اقلام ۷۳/۱ درصد مصرف سالیانه به تومان، ۳۰ درصد محصول ها ۲۱/۱ درصد مصرف سالیانه به تومان و ۵۰ درصد اقلام ۵/۸ درصد مصرف سالیانه به تومان را تشکیل می دهند.

جدول (۲)

محصول	مصرف سالیانه به تومان	مجموع مصرف سالیانه به تومان	مجموع درصد ها	طبقه
۲	۴۲۰۰۰	۴۲۰۰۰	٪ ۴۸/۰	A
۶	۲۲۰۰۰	۶۴۰۰۰	٪ ۷۳/۱	A
۹	۹۰۰۰	۷۳۰۰۰	٪ ۸۳/۴	B
۴	۵۵۰۰	۷۸۵۰۰	٪ ۸۹/۶	B
۸	۴۰۰۰	۸۲۵۰۰	٪ ۹۴/۲	B
۱	۳۰۰۰	۸۵۵۰۰	٪ ۹۷/۶	C
۱۰	۸۰۰	۸۶۳۰۰	٪ ۹۸/۶	C
۷	۷۵۰	۸۷۰۵۰	٪ ۹۹/۴	C
۳	۳۰۰	۸۷۳۵۰	٪ ۹۹/۶	C
۵	۲۰۰	۸۷۵۵۰	٪۱۰۰/۰	C

جدول (۳)

طبقه	محصول ها (اقلام) در طبقه	درصد اقلام طبقه	مصرف سالیانه طبقه به تومان	درصد مصرف سالیانه طبقه
A	۲ و ۶	٪ ۲۰	۶۴۰۰۰	٪ ۷۳/۱
B	۴ و ۸ و ۹	٪ ۳۰	۱۸۵۰۰	٪ ۲۱/۱
C	بقیه اقلام	٪ ۵۰	۵۰۵۰	٪ ۵/۸

www.ieun.ir

اصول طبقه بندی ABC

اصول کار این سیستم به صورت زیر است:

۱- تعیین مقدار مصرف سالیانه، هر یک از اقلام موجودی بر حسب واحد مربوطه، D_j

۲- تعیین مصرف سالیانه، هر قلم بر حسب واحد پول، که از حاصل ضرب D_j در قیمت واحد محصول، C_j ، بدست می آید.

۳- درجه بندی اقلام به ترتیب مقدار مصرف سالیانه آنها (که از قسمت ۲ بدست می آید).

با استفاده از این درجه بندی اقلام به سه گروه A ، B و C تقسیم می گردند. یک نمونه معمول برای این طبقه بندی ممکن است به قرار زیر باشد:

۲۰ درصد اقلام موجودی : طبقه A

۳۰ درصد اقلام موجودی : طبقه B

۵۰ درصد اقلام موجودی : طبقه C

مثال در جدول (۱) مصرف سالیانه به واحد و قیمت واحد هر قلم به تومان برای ۱۰ قلم موجودی در ستون های دوم و سوم نشان داده شده است. در ستون چهارم مصرف سالیانه هر قلم به تومان و در ستون پنجم درجه بندی اقلام بر حسب مصرف سالیانه انجام گرفته است.

جدول (۱)

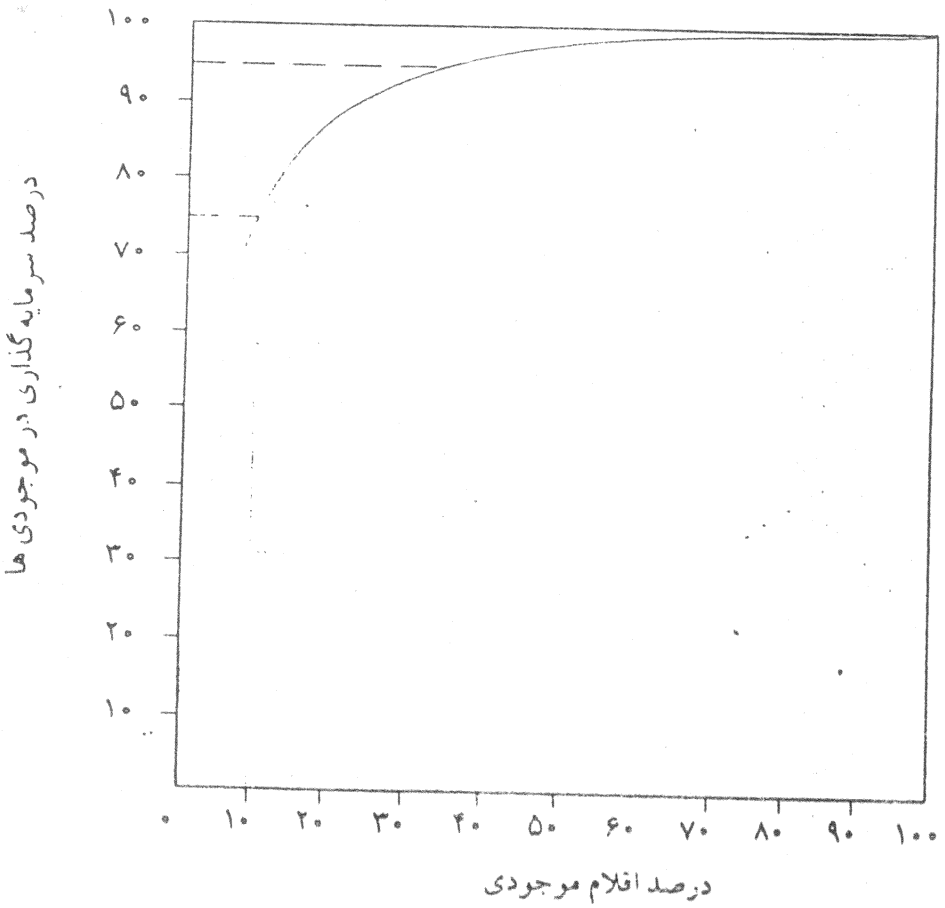
محصول	مصرف سالیانه به واحد	قیمت واحد محصول به تومان	مصرف سالیانه به تومان	درجه بندی
۱	۳۰۰۰۰	۰/۱۰	۳۰۰۰	۶
۲	۲۸۰۰۰۰	۰/۱۵	۴۲۰۰۰	۱
۳	۳۰۰۰	۰/۱۰	۳۰۰	۹
۴	۱۱۰۰۰۰۰	۰/۰۵	۵۵۰۰	۴
۵	۴۰۰۰	۰/۰۵	۲۰۰	۱۰
۶	۲۲۰۰۰۰	۰/۱۰	۲۲۰۰۰	۲
۷	۱۵۰۰۰	۰/۰۵	۷۵۰	۸
۸	۸۰۰۰۰	۰/۰۵	۴۰۰۰	۵
۹	۶۰۰۰۰	۰/۱۵	۹۰۰۰	۳
۱۰	۸۰۰۰	۰/۱۰	۸۰۰	۷

103
www.ieun.ir

سیستم طبقه بندی ABC برای اقلام موجودی

در انباری که هزاران قلم موجودی وجود دارد، تعداد اجزاء و هزینه های لازم برای کنترل دقیق موجودی هر قلم بسیار زیاد خواهد بود. از این رو اقلام را به سه گروه A ، B و C طبقه بندی می نمایند. گروه A ، گروهی از اقلام است که از نظر تعداد در حدود ۲۰ - ۱۰ درصد کل اقلام موجودی بوده، و معمولاً در حدود ۸۰ - ۷۵ درصد مصرف سالیانه کل (به پول) را تشکیل می دهند. برای این گروه دقت و نظارت بیشتری بکار می رود. گروه C ، که از نظر تعداد حدود ۶۵ - ۵۰ درصد اقلام موجودی هستند، ولی از نظر مصرف کل سالیانه (به پول) پنج درصد از کل مصرف (پولی) را تشکیل می دهند. برای این گروه کنترل ساده بکار برده می شود. بقیه اقلام گروه B را تشکیل می دهند و برای این اقلام کنترل معمولی بکار برده می شود.

طبقه بندی فوق موسوم به سیستم طبقه بندی "ABC" و یا سیستم پارتو (Pareto) است. در شکل زیر نمونه‌ای از این طبقه بندی نشان داده شده است. در این شکل، گروه A ده درصد اقلام موجودی و ۷۵ درصد سرمایه گذاری در موجودی ها و گروه B ، ۲۵ درصد اقلام موجودی و ۲۰ درصد سرمایه‌گذاری در موجودی ها را تشکیل می دهند.



www.ieun.ir

کار برگ شماره (۳) منبع داده ها از جدول (۲)

(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	(۶)	(۷)	(۸)	(۹)
تاریخ	تقاضا	سری پایه (B_t)	نسبت تقاضا (d_t)	متوسط نسبت تقاضا ($\bar{d}_t$)	روند نسبت (b_t)	متوسط روند ($\hat{b}_t$)	امید نسبت تصحیح شده Ed_t	پیش بینی تقاضای ماه جاری $\hat{X}_t$
۱- فروردین ۱۳۵۰	۱۱۵			۱/۰۵۰		۰		
۲- اردیبهشت	۱۲۶	۱۲۰/۷	۱/۰۴۳	۱/۰۴۹	-۰/۰۰۱	-۰/۰۰۰۱	۱/۰۴۸	۱۲۶/۵
۳- خرداد	۱۴۱	۱۲۶/۳	۱/۱۱۶	۱/۰۵۶	۰/۰۰۷	۰/۰۰۰۶	۱/۰۶۱	۱۳۴/۰
۴- تیر	۱۳۵	۱۲۷/۳	۱/۰۶۰	۱/۰۵۶	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰۵	۱/۰۶۱	۱۳۵/۱
۵- مرداد	۱۲۵	۱۲۸/۳	۰/۹۷۴	۱/۰۴۸	-۰/۰۰۸	-۰/۰۰۰۴	۱/۰۴۴	۱۳۳/۹
۶- شهریور	۱۴۹	۱۳۴/۷	۱/۱۰۶	۱/۰۵۴	۰/۰۰۶	۰/۰۰۰۲	۱/۰۵۶	۱۴۲/۲
۷- مهر	۱۷۰	۱۴۳/۷	۱/۱۸۳	۱/۰۶۷	۰/۰۱۳	۰/۰۰۱۵	۱/۰۸۱	۱۵۵/۳
۸- آبان	۱۷۰	۱۴۴/۰	۱/۱۸۰	۱/۰۷۸	۰/۰۱۱	۰/۰۰۲۵	۱/۱۰۱	۱۵۸/۵
۹- آذر	۱۵۸	۱۳۴/۳	۱/۱۷۶	۱/۰۸۸	۰/۰۱۰	۰/۰۰۳۳	۱/۱۱۸	۱۵۰/۱
۱۰- دی	۱۳۳	۱۱۹/۷	۱/۱۱۱	۱/۰۹۰	۰/۰۰۲	۰/۰۰۳۲	۱/۱۱۹	۱۳۳/۹
۱۱- بهمن	۱۱۴	۱۱۳/۷	۱/۰۰۲	۱/۰۸۱	-۰/۰۰۹	۰/۰۰۲۰	۱/۰۹۹	۱۲۵/۰
۱۲- اسفند	۱۴۰	۱۱۲/۳	۱/۲۴۶	۱/۰۹۸	۰/۰۱۷	۰/۰۰۳۵	۱/۱۳۰	۲۲۶/۹
فروردین سال ۱۳۵۱	۱۴۵							

$\alpha = ۰/۱$ ~~$\alpha = ۰/۹$~~ $\frac{۱-\alpha}{\alpha} = ۹$ $L = ۲$ ماه $\frac{L(L+۱)}{۲} = ۳$

$۱-\alpha = ۰/۹$

۱۵۱
www.ieun.ir

جدول (۲) . داده های مربوط به تقاضای ۸ سال قبل

ماه / سال	۱۳۴۹	۱۳۵۰	۱۳۵۱	۱۳۵۲	۱۳۵۳	۱۳۵۴	۱۳۵۵	۱۳۵۶
فروردین	۱۱۲	۱۱۵	۱۴۵	۱۷۱	۱۹۶	۲۰۴	۲۴۲	۲۳۴
اردیبهشت	۱۱۸	۱۲۶	۱۵۰	۱۸۰	۱۹۶	۱۸۸	۲۳۳	۳۱۷
خرداد	۱۳۲	۱۴۱	۱۷۸	۱۹۳	۲۳۶	۲۳۵	۲۶۷	۳۱۷
تیر	۱۲۹	۱۳۵	۱۶۳	۱۸۱	۲۳۵	۲۲۱	۲۶۹	۳۱۳
مرداد	۱۲۱	۱۲۵	۱۷۲	۱۸۳	۲۲۹	۲۳۴	۲۷۰	۳۱۸
شهریور	۱۳۵	۱۴۹	۱۷۸	۲۱۸	۲۴۳	۲۶۴	۳۱۵	۳۷۴
مهر	۱۴۸	۱۷۰	۱۹۹	۲۳۰	۲۶۴	۳۰۲	۳۶۴	۴۱۳
آبان	۱۴۸	۱۷۰	۱۹۹	۲۴۲	۲۷۲	۲۹۳	۳۴۷	۴۰۵
آذر	۱۳۶	۱۵۸	۱۸۴	۲۰۹	۲۳۷	۲۵۹	۳۱۲	۳۵۵
دی	۱۱۹	۱۳۳	۱۶۲	۱۹۱	۲۱۱	۲۲۹	۲۴۴	۳۰۶
بهمن	۱۰۴	۱۱۴	۱۴۶	۱۷۲	۱۸۰	۲۰۳	۲۳۷	۲۷۱
اسفند	۱۱۸	۱۴۰	۱۶۶	۱۹۴	۲۰۱	۲۲۹	۲۷۸	۳۰۶

www.ieun.ir

پ - تعیین روند نسبت ماه جاری، b_t، یعنی،

$$b_t = \bar{d}_t - \bar{d}_{t-1}$$

ت - پیداکردن متوسط (معدل) روند نسبت تا ماه جاری، $\hat{b}_t$،

$$\hat{b}_t = \alpha\, b_t + (1 - \alpha)\, \hat{b}_{t-1}$$

ج - پیداکردن امید نسبت در ماه جاری، Ed_t،

$$Ed_t = \bar{d}_t + \frac{(1 - \alpha)}{\alpha}\, \hat{b}_t$$

د - پیش بینی تقاضا برای ماه جاری

$$\hat{X}_t = (Ed_t)(B_t)$$

ذ - پیش بینی تقاضا برای L امین ماه آینده

$$\hat{X}_{t+L} = (Ed_t + L\,\hat{b}_t)(B_{t+L})$$

ر - پیش بینی تقاضا برای مدت تحویل L

$$\hat{D}(L) = \sum_{i=1}^{L} \hat{X}_{t+i} = \sum_{i=1}^{L} (Ed_t + i\,\hat{b}_t)(B_{t+i})$$

مثال - با استفاده از سوابق تقاضا که در جدول (۲) داده شده است، کاربرد روش پیش بینی فصلی فوق در کار برگ شماره (۳) نشان داده شده است.

www.ieun.ir

روش پیش بینی فصلی (Seasonal Method of Forecasting)

برای به کار بردن این روش باید اولاً مطمئن بود که دلیل قاطع و معینی برای موجود بودن تقاضای زیاد در یک زمان و کم بودن تقاضا در زمان دیگر وجود دارد. ثانیاً تغییرات فصلی تقاضا بزرگتر از تغییرات تصادفی آن باشد. اشتباه در مشاهده این دو اصل باعث ایجاد خطا و هزینه زیاد می شود.

سری پایه (Base Series)

در اکثر روش های معمول پیش بینی برای حالتی که تقاضا فصلی است به ترتیب زیر عمل می کنند که به طریقی تقاضای ماه جاری را با تقاضای ماه مشابه در سال قبل یا با متوسط تقاضای ماه های مشابه در چند سال قبل مقایسه می کنند. می توان این مفهوم را کلی تر کرد و استاندارد مقایسه‌ای موسوم به سری پایه در نظر گرفت. در سری پایه برای هر پریود t باید عددی، که آن را B_t نشان می دهیم، تعیین شود. شاید معمول ترین و واضح ترین سری پایه، تقاضای واقعی برای محصول در پریود مشابه سال قبل باشد. یعنی

$$B_t = X_{t-۱۲}$$

اگر تقاضا به صورتی باشد که قله (حداکثر) آن محل خود را معمولاً به یک پریود قبل یا یک پریود بعد تغییر دهد آنگاه می توان متوسط تقاضای سه پریود (پریود قبل، پریود جاری، پریود آینده مشابه در سال قبل) را به عنوان عدد پایه برای ماه جاری در نظر گرفت. یعنی

$$B_t = \frac{X_{t-۱۳} + X_{t-۱۲} + X_{t-۱۱}}{۳}$$

شرح روش

الف - اولین گام بدست آوردن نسبت تقاضا در ماه جاری ، d_t ، است.

$$d_t = \text{نسبت تقاضا} = \frac{\text{تقاضا در ماه جاری}}{\text{مقدار سری پایه برای ماه جاری}} = \frac{X_t}{B_t}$$

ب - تعیین متوسط نسبت تقاضا تا ماه جاری، $\bar{d}_t$ ،

$$\bar{d}_t = \alpha\, d_t + (۱ - \alpha)\ \bar{d}_{t-۱}$$

برای مقدار اولیه $\bar{d}_t$ (یعنی $\bar{d}_۰$) اگر عددی در دسترس نباشد می توان آن را مساوی یک گرفت.

$$\bar{d}_۰ = ۱$$

www.ieun.ir

کار برگ شماره (۲) منبع داده ها از جدول (۱)

(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	(۶)	(۷)	(۸)	(۹)
تاریخ	تقاضا	متوسط	تغییر	متوسط روند	تقاضای تصحیح شده ماه جاری	پیش بینی تقاضا در مدت تحویل	تقاضای واقعی در مدت تحویل	خطا
مقدار اولیه		۱۷۵/۶		۰				
۱- فروردین	۱۶۹	۱۷۴/۹	- ۰/۷	- ۰/۰۷	۱۷۴/۳	۳۴۸	۳۱۵	۳۳
۲- اردیبهشت	۱۸۰	۱۷۵/۴	+ ۰/۵	- ۰/۰۱	۱۷۵/۳	۳۵۱	۳۴۸	۳
۳- خرداد	۱۳۵	۱۷۱/۴	- ۴/۰	- ۰/۴۱	۱۶۷/۷	۳۳۴	۳۹۴	- ۶۰
۴- تیر	۲۱۳	۱۷۵/۶	+ ۴/۲	+ ۰/۰۵	۱۷۶/۱	۳۵۲	۳۲۹	۲۳
۵- مرداد	۱۸۱	۱۷۶/۱	+ ۰/۵	+ ۰/۱۰	۱۷۷	۳۵۴	۳۵۲	۲
۶- شهریور	۱۴۸	۱۷۳/۳	- ۲/۸	- ۰/۱۹	۱۷۱/۶	۳۴۳	۴۳۲	- ۸۹
۷- مهر	۲۰۴	۱۷۶/۴	+ ۳/۱	+ ۰/۱۴	۱۷۷/۷	۳۵۶	۴۵۳	- ۹۷
۸- آبان	۲۲۸	۱۸۱/۶	+ ۵/۲	+ ۰/۶۵	۱۸۷/۵	۳۷۷	۴۲۳	- ۴۶
۹- آذر	۲۲۵	۱۸۵/۹	+ ۴/۳	+ ۱/۰۲	۱۹۵/۱	۳۹۳	۳۹۸	- ۵
۱۰- دی	۱۹۸	۱۸۷/۱	+ ۱/۲	+ ۱/۰۴	۱۹۶/۵	۳۹۶	۳۸۷	۹
۱۱- بهمن	۲۰۰	۱۸۸/۴	+ ۱/۳	+ ۱/۰۷	۱۹۸	۳۹۹	۳۴۹	۵۰
۱۲- اسفند	۱۸۷	۱۸۸/۳	- ۰/۱	+ ۰/۹۵	۱۹۶/۹	۳۹۷		
فروردین سال ۱۳۵۷	۱۶۲	۱۸۵/۷	- ۲/۶	+ ۰/۵۹	۱۹۱/۱	۳۸۴		

$\alpha = ۰/۱$ ~~$\alpha = ۰/۹$~~ $\frac{۱-\alpha}{\alpha} = ۹$ $L = ۲$ ماه $\frac{L(L+۱)}{۲} = ۳$

$1-\alpha = 0.9$

www.ieun.ir

مثال با استفاده از داده های مربوط به تقاضای گذشته که در جدول (۱) آمده است طریقه استفاده از روش هموار سازی نمایی تصحیح شده در کاربرگ شماره (۲) نشان داده شده است.

۲شرح کار برگ شماره (۲)

ستون اول – t ، تاریخ ماه جاری

ستون دوم – X_t ، تقاضای واقعی ماه جاری

ستون سوم – A_t ، معدل هموار سازی نمای. تقاضای واقعی ماه جاری را در α و معدل قدیم را در $(\alpha - ۱)$ ضرب و سپس حاصل را جمع کنید. یا مقدار اولیه‌ای از A_0 در دست است، یا در غیر این صورت از متوسط چند ماه اول استفاده می شود. در اینجا از متوسط تقاضای پنج ماه اول استفاده شده است.

$$A_0 = \frac{۱۶۹ + ۱۸۰ + ۱۳۵ + ۲۱۳ + ۱۸۱}{۵} = ۱۷۵/۶$$

ستون چهارم – b_t ، روند مشخص ماه جاری. از معدل ماه جاری معدل ماه قبل را کم کنید.

مثال : برای فروردین　　$b_{\text{فروردین}} = ۱۷۴/۹ - ۱۷۵/۶ = - ۰/۷$

ستون پنجم – $\hat{b}_t$ ، متوسط روند. روند مشخص ماه جاری را در α و روند متوسط ماه قبل را در $(\alpha - ۱)$ ضرب و با هم جمع کنید. مثال برای ماه فروردین

$$\hat{b}_{\text{فروردین}} = (۰/۱)(- ۰/۷) + (۰/۹)(۰) = - ۰/۰۷$$

مقدار اولیه روند برابر صفر در نظر گرفته شده است. (یعنی $\hat{b}_0 = ۰$)

ستون ششم – $\hat{X}_t$ ، پیش بینی تقاضای ماه جاری.

$$\hat{X}_{\text{فروردین}} = ۱۷۴/۹ + \left(\frac{۱ - ۰/۱}{۰/۱}\right)(۰/۰۷) \cong ۱۷۴/۳$$

ستون هفتم – $\hat{D}(L)$ ، پیش بینی تقاضا در مدت تحویل.

مثال در ماه فروردین پیش بینی تقاضای دو ماه آینده عبارت است از

$$\hat{D}_{\text{فروردین}}(L) = (۲)(۱۷۴/۳) + (۳)(- ۰/۰۷) = ۳۴۸$$

ستون هشتم – $D(L)$ ، تقاضای واقعی در مدت تحویل.

مثال : تقاضای واقعی دو ماه آینده بعد از فروردین عبارت است از

$$D(L) = ۱۸۰ + ۱۳۵ = ۳۱۵$$

ستون نهم – خطا

www.ieun.ir

$$= X_t - \alpha b \beta \frac{1}{(1-\beta)^2} = X_t - \frac{\beta}{(1-\beta)} b$$

$$A_t = X_t - \frac{1-\alpha}{\alpha} b \qquad (18)$$ یا

یعنی A_t به اندازه $\frac{1-\alpha}{\alpha} b$ از میانگین تقاضا عقب تر است. بنابراین برای تصحیح تقاضا روش و کاربرد آن در مواقعی که روند وجود دارد روش هموار سازی ساده را تصحیح کرده و از رابطه زیر استفاده می کنیم.

$$\hat{X}_t = A_t + \frac{1-\alpha}{\alpha} \hat{b}_t$$

که در آن $\hat{b}_t$ تخمین از مقدار متوسط روند تا ماه جاری است. $\hat{X}_t$ را متوسط تصحیح شده یا اصطلاحاً پیش بینی تقاضای ماه جاری t می نامند. برای پیش بینی تقاضای L امین ماه آینده، L برابر روند را به $\hat{X}_t$ اضافه می کنیم.

یعنی

$$\hat{X}_{t+L} = \hat{X}_t + L \hat{b}_t$$

مقدار پیش بینی تقاضا در مدت تحویل L نیز به صورت زیر خواهد بود.

$$\hat{D}(L) = \sum_{i=1}^{L} \hat{X}_{t+i}$$

$$= L \hat{X}_t + \frac{L(L+1)}{2} \hat{b}_t$$

برای تعیین مقدار روند $\hat{b}_t$ به طریق زیر عمل می کنیم. اگر

b_t = روند مشخص ماه جاری = (متوسط ماه جاری) − (متوسط تا ماه قبل)

$$b_t = A_t - A_{t-1}$$

آنگاه متوسط این روند را بدست می آوریم. برای تعیین این متوسط نیز از روش هموار سازی استفاده می کنیم. یعنی

$$\hat{b}_t = \alpha b_t + (1-\alpha) \hat{b}_{t-1}$$

برای مقدار اولیه $\hat{b}_0$ اگر تخمین از آن در دست نباشد می توان با استفاده از داده های گذشته و از رابطه (۱۰) مقدار اولیه‌ای برای آن بدست آورد. یعنی

$$\hat{b}_0 = \frac{12 S}{N(N^2-1)}$$

یا این که $\hat{b}_0$ را مساوی صفر فرض کرد. اثر این مقدار اولیه به علت کاهش ضرایب روش هموار سازی نمایی در آینده ناچیز خواهد بود.

www.ieun.ir

اطلاعات لازم برای شروع روش هموار سازی نمایی

تخمین اولیه ای از A_0 و عددی برای ضریب هموار سازی α جهت شروع روش لازم است. در مورد تخمین از A_0 کار ساده است و مقدار آن چندان مهم نیست. می توان با رقمی یا متوسطی (در صورتی که وجود داشته باشد) روش را شروع کرد. چون ضرایب رو به کاهش می روند اثر این رقم تخمینی به زودی در پریود های بعدی از بین می رود.

در مورد تخمین α، بدون داشتن هیچگونه سابقه ای یک طریق شروع این است که در ابتدا $\alpha = 1$ انتخاب شود، در پریود دوم $\alpha = \frac{1}{2}$، ... و در پریود jام $\alpha = \frac{1}{j}$ تا بالاخره به اندازه کافی اطلاعات در مورد تقاضا جمع آوری شده و در نتیجه α طویل المدت بدست آید. این مقدار را α' بنامید. یعنی اگر $\alpha' < \frac{1}{N}$ آنگاه $\alpha = \frac{1}{N}$ و در غیر این صورت $\alpha = \alpha'$ (N تعداد پریود گذشته است).

برای سری زمانی که تغییرات نسبتاً کمی دارد مقدار ۰/۱۵ تا ۰/۱ = α مناسب است. برای سری زمانی که تغییرات شدیدی دارد (مثل تقاضای فصلی) مقدار ۰/۵ تا ۰/۲ = α مناسب است. با نداشتن هیچگونه اطلاعی معمولاً بهترین α در عمل ۰/۱ است.

وقتی سوابق کافی از تقاضای گذشته موجود است برای تعیین مقدار مناسبی برای α می توان از بین چند مقدار پیشنهاد شده شده برای α مقداری را انتخاب کرد که با استفاده از آن خطای پیش بینی (امتحان روش پیش بینی روی تقاضای گذشته) دارای کمترین انحراف معیار (و یا معادل آن جمع مربعات خطای پیش بینی کمینه) باشد.

روش هموار سازی تصحیح شده

وقتی تقاضا دارای روند است، مقدار پیش بینی بدست آمده از روش هموار سازی ساده از امید (میانگین) تقاضای جاری عقب تر است. برای تعیین این مقدار عقب ماندگی، مانند شرح روش معدل متحرک تصحیح شده، فرض کنید که فرایند خطی دارای مؤلفه تغییرات تصادفی نیست. یعنی

$$X_t = a + b\,t$$

یا

$$X_{t-j} = X_t - j\,b$$

در این صورت

$$A_t = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha\beta^j X_{t-j}$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} \alpha\beta^j (X_t - jb)$$

$$= (X_t \sum_{j=0}^{\infty} \alpha\beta^j) - (\alpha b \sum_{j=0}^{\infty} j\beta^j)$$

$$= X_t - \alpha b\beta \sum_{j=1}^{\infty} j\beta^j$$

www.ieun.ir

معدل متحرک وزن داده شده (Weighted Moving Average)

در این روش برای تقاضای هر پریود وزنی (ضریبی) در نظر می گیرند که این ضریب بستگی به شرایط و شخص پیش بینی کننده دارد. معدل در زمان t، A_t، در این روش برابر است با :

$$A_t = w_t X_t + w_{t-1} X_{t-1} + \ldots + w_{t-N+1} X_{t-N+1}$$

که در آن $w_t + w_{t-1} + \ldots + w_{t-N+1} = 1$ است.

متداول ترین روش معدل متحرک وزن داده شده بوسیله براون پیشنهاد شده است که به نام روش هموار سازی نمایی (Exponential Smoothing) معروف است.

روش هموار سازی نمایی

فرض کنید برای پیش بینی کردن از قاعده زیر استفاده می کنیم. برای بدست آوردن تخمین جدید تقاضا، تخمین قدیم آن را با کسری از اختلاف این تخمین و تقاضای واقعی پریود جاری جمع کنیم. یعنی

(تخمین قدیم − تقاضای جدید) α + تخمین قدیم = تخمین جدید

$$0 \le \alpha \le 1$$

با استفاده از نمادها

$$A_t = A_{t-1} + \alpha (X_t - A_{t-1})$$

یا

$$A_t = \alpha X_t + (1 - \alpha) A_{t-1} \qquad (۱۷)$$

در این روش پیش بینی تقاضا برای پریود $t + L$ برابر است با $\hat{X}_{t+L} = A_t$.

رابطه (۱۷) را می توان به صورت زیر نوشت :

$$A_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)[\alpha X_{t-1} + (1 - \alpha) A_{t-2}]$$

$$A_t = \alpha X_t + \alpha\beta X_{t-1} + \beta^2 A_{t-2}$$

و بطور کلی ، با نشان دادن $\beta = 1 - \alpha$، داریم

$$A_t = \alpha X_t + \alpha\beta X_{t-1} + \ldots + \alpha\beta^{t-1} X_1 + \beta^t A_0$$

که در آن A_0 تخمین اولیه‌ای است که در t پریود قبل بدست آمده است.

93
www.ieun.ir

جدول معدل دوبل (مضاعف)

پریود t	X_t	ΣX_i	A_t	ΣA_t	$A_t^{[2]}$	$\hat{X}_t$	$\hat{b}_t$	$\hat{X}_{t+1}$
۱	۱۰							
۲	۱۲							
۳	۱۵							
۴	۱۴							
۵	۱۶	۶۷	۱۳/۴					
۶	۱۹	۷۶	۱۵/۲					
۷	۱۸	۸۲	۱۶/۴					
۸	۲۱	۸۸	۱۷/۶					
۹	۲۳	۹۷	۱۹/۴	۸۲	۱۶/۴	۲۲/۴	۱/۵	۲۳/۹
۱۰	۲۰	۱۰۱	۲۰/۲	۸۸/۸	۱۷/۷۶	۲۲/۶۴	۱/۲۲	۲۳/۸۶
۱۱	۲۲	۱۰۴	۲۰/۸	۹۴/۴	۱۸/۸۸	۲۲/۷۲	۰/۹۶	۲۳/۶۸
۱۲	۲۴	۱۱۰	۲۲	۱۰۰	۲۰	۲۴	۱	۲۵
۱۳	۲۳	۱۱۲	۲۲/۴	۱۰۴/۸	۲۰/۹۶			۲۴/۵۶
۱۴	۲۱	۱۱۰		۱۰۷/۴	۲۱/۴۸			
۱۵	۲۵	۱۱۵			۲۲/۰۴			
۱۶								

تعداد پریود ها : ۵ = N

www.ieun.ir

$$X_t = A_t + \frac{N - ۱}{۲} b$$

$$X_t = ۲A_t - A_t^{[۲]}$$

وقتی فرآیند دارای تغییرات تصادفی است می توان رابطه (۱۹) را برای تخمین b_t استفاده کرد یعنی

$$\hat{b}_t = \frac{۲}{N - ۱} [A_t - A_t^{[۲]}]$$

$$\hat{X}_t = ۲A_t - A_t^{[۲]}$$

در نتیجه پیش بینی تقاضا برای پریود $t + L$، که در انتهای پریود t انجام می گیرد، عبارت است از

$$\hat{X}_{t+L} = \hat{X}_t + \hat{b}_t L$$

$$\hat{X}_{t+L} = ۲A_t - A_t^{[۲]} + (\frac{۲}{N - ۱}) [A_t - A_t^{[۲]}] L$$

نتایجی که از این روش بدست می آید با نتایجی که از روش قبل رابطه (۱۳) بدست می آید توافق دارد.

www.ieun.ir

روش معدل متحرک دوبل (Double Moving Average)

نتایج حاصل در روش پیش بینی قبل (معدل متحرک تصحیح شده) را می توان به صورت دیگری که کمی با شکل فوق متفاوت ولی غالباً مفید تر است بیان داشت.

فرض کنید فرایند خطی دارای مؤلفهٔ تصادفی نیست در این صورت

$$X_t = a + bt$$

و با توجه به رابطه (۱۱) معدل متحرک ساده در زمان t برابر است با

$$A_t = \frac{1}{N}[X_t + X_{t-1} + \ldots + X_{t-N+1}]$$

$$A_t = X_t - \frac{N-1}{2} b \qquad (۱۷)$$

حال معدل متحرک معدل های متحرک ساده (A_t) را، که موسوم به **معدل متحرک دوبل** است در نظر بگیرید.

یعنی،

$$A_t^{[2]} = \frac{1}{N}[A_t + A_{t-1} + \ldots + A_{t-N+1}]$$

$$A_t^{[2]} = A_{t-1}^{[2]} + \frac{1}{N}[A_t - A_{t-N}]$$

(توجه کنید که $A_t^{[2]}$ یک آماره رتبه دوم است و نه مربع A_t)

حال می توان نشان داد که $A_t^{[2]}$ به اندازه $\frac{N-1}{2} b$ از A_t عقب تر است. یعنی

$$A_t^{[2]} = A_t - \frac{N-1}{2} b \qquad (۱۸)$$

تمرین – صحت رابطه (۱۸) را نشان دهید.

از رابطه (۱۸) مقدار b را بدست می آوریم

$$b = \frac{2}{N-1}[A_t - A_t^{[2]}] \qquad (۱۹)$$

و از رابطه (۱۷) و (۱۹)

کار برگ شماره یک (پریود زمانی ماه و ارقام مربوط به سال ۱۳۵۶ از جدول یک)

(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	(۶)	(۷)	(۸)	(۹)	(۱۰)	(۱۱)	(۱۲)
تاریخ	تقاضای جدید	تقاضای قدیم	$T_{کل}$	معدل متحرک	ضرایب	جمع کل باتوجه به ضرایب	تصحیح	پیش بینی تقاضای ماه جاری	تقاضای واقعی در مدت تحویل	پیش بینی تقاضادر مدت تحویل	خطا
فروردین	۱۶۹				-۲	-۳۳۸ / -۳۳۸					
اردیبهشت	۱۸۰				-۱	-۱۸۰ / -۵۱۸					
خرداد	۱۳۵				۰	۰ / -۵۱۸					
تیر	۲۱۳				۱	۲۱۳ / -۳۰۵					
مرداد	۱۸۱		۸۷۸	۱۷۵/۶	۲	۳۶۲ / ۵۷	۱۱/۴	۱۸۷/۰	۳۵۲	۳۹۱	-۳۹
شهریور	۱۴۸	۱۶۹	۸۵۷	۱۷۱/۴		-۱۸	-۳/۶	۱۶۷/۸	۴۳۲/۰	۳۳۰	۱۰۲
مهر	۲۰۴	۱۸۰	۸۸۱	۱۷۶/۲		۷۳	۱۴/۶	۱۹۰/۸	۴۵۳	۴۰۴	۴۹
آبان	۲۲۸	۱۳۵	۹۷۴	۱۹۴/۸		۵۳	۱۰/۶	۲۰۵/۴	۴۲۳	۴۲۷	-۴
آذر	۲۲۵	۲۱۳	۹۸۶	۱۹۷/۲		۱۶۸	۳۳/۶	۲۳۰/۸	۳۹۸	۵۱۲	-۱۱۴
دی	۱۹۸	۱۸۱	۱۰۰۳	۲۰۰/۶		۱۲۱	۲۴/۲	۲۲۴/۸	۳۸۷	۴۸۶	-۹۹
بهمن	۲۰۰	۱۴۸	۱۰۵۵	۲۱۱		-۳۸	-۷/۶	۲۰۳/۴	۳۴۹	۳۹۵	-۴۶
اسفند	۱۸۷	۲۰۴	۱۰۳۸	۲۰۷/۶		-۱۰۷	-۲۱/۴	۱۸۶/۲	۱۶۲	۳۴۰	
فروردین سال ۱۳۵۷	۱۶۲	۲۲۸	۹۷۲	۱۹۴/۴		-۱۳۷	-۲۷/۴	۱۶۷		۲۹۳	
		۲۲۵									

$$N = ۵ \text{ ماه} \quad L = ۲ \text{ ماه} \quad \frac{۶}{N(N+۱)} = \frac{۱}{۵} \quad \frac{L(L+۱)}{N-۱} = \frac{۳}{۲}$$

www.ieun.ir

جدول (۱) . داده های مربوط به تقاضای ۱۰ سال قبل

سال / ماه	۱۳۴۸	۱۳۴۹	۱۳۵۰	۱۳۵۱	۱۳۵۲	۱۳۵۳	۱۳۵۴	۱۳۵۵	۱۳۵۶	۱۳۵۷
فروردین	۱۰۵	۹۲	۱۱۵	۱۱۶	۵۵	۱۰۳	۱۷۰	۲۰۴	۱۶۹	۱۶۲
اردیبهشت	۱۱۲	۱۱۲	۱۲۵	۱۰۵	۱۱۱	۶۹	۱۲۹	۱۵۴	۱۸۰	۲۲۹
خرداد	۷۵	۱۳۷	۱۲۵	۴۰	۱۰۵	۱۳۲	۱۹۵	۱۵۳	۱۳۵	۲۱۲
تیر	۱۱۶	۱۴۴	۹۳	۱۱۶	۷۳	۱۱۹	۱۳۰	۱۶۱	۲۱۳	۲۶۲
مرداد	۱۵۴	۱۱۲	۴۷	۹۵	۱۱۶	۱۶۰	۱۲۹	۱۱۱	۱۸۱	۲۲۳
شهریور	۱۳۶	۹۴	۱۰۳	۸۵	۱۱۲	۱۳۵	۱۴۴	۱۷۷	۱۴۸	۲۶۷
مهر	۱۰۸	۶۸	۹۶	۱۱۳	۱۳۹	۹۷	۱۰۳	۱۷۷	۲۰۴	۲۴۱
آبان	۹۰	۸۶	۱۰۱	۱۲۶	۱۲۴	۱۲۴	۱۵۴	۱۱۳	۲۲۸	۲۱۳
آذر	۸۰	۱۰۹	۹۵	۱۱۸	۹۷	۹۷	۱۴۸	۲۰۱	۲۲۵	۲۱۹
دی	۷۲	۱۰۳	۱۲۴	۱۳۶	۱۰۹	۱۱۹	۹۳	۱۹۲	۱۹۸	۱۹۰
بهمن	۱۰۶	۱۰۰	۱۳۵	۱۰۰	۶۴	۱۳۴	۱۸۲	۲۱۵	۲۰۰	۱۸۰
اسفند	۱۰۰	۱۰۴	۱۲۵	۱۰۸	۱۱۵	۷۱	۱۶۲	۱۷۳	۱۸۷	۲۶۰

www.ieun.ir

مثال : مقدار تصحیح روند برای مرداد $\frac{۱}{۵} \times ۵۷ = ۱۱/۴$

ستون نهم - $\hat{X}_t$ ، پیش بینی تقاضای ماه جاری است. مقدار ستون پنجم را با مقدار ستون هشتم جمع کنید.

ستون دهم - $D(L)$ ، مجموع تقاضای واقعی در مدت تحویل L است. مجموع تقاضای واقعی در L ماه آینده را با توجه به مقادیر موجود در ستون دوم با هم جمع کنید. مثلاً، اگر ماه جاری ماه مرداد باشد تقاضاهای شهریور و مهر را جمع کنید.

$$D_{\text{مرداد}}(۲) = ۱۴۸ + ۲۰۴ = ۳۵۲$$

ستون یازدهم - $\hat{D}(L)$ ، مجموع پیش بینی تقاضا در مدت تحویل L است.

$$\hat{D}(L) = L\,\hat{X}_t + \frac{L\,(L+۱)}{N-۱} \left(\frac{۶S_t}{N(N+۱)}\right)$$

مثال : در ماه مرداد پیش بینی تقاضا برای دو ماه آینده عبارت است از

$$\hat{D}(L) = ۲\,(۱۸۷) + ۱/۵\,(۱۱/۴) \cong ۳۹۱$$

ستون دوازدهم - خطای حاصل از روش پیش بینی نسبت به مقدار واقعی است.

(ستون ۱۰) - (ستون ۱۱) = خطا

27

www.ieun.ir

مثال - در جدول یک ارقام تقاضا برای پریود دوره های قبل داده شده است. در کار برگ (Worksheet) شماره یک کاربرد روش معدل متحرک تصحیح شده با استفاده از تقاضاهای داده شده در جدول یک نشان داده شده است.

شرح کار برگ شماره یک

ستون اول - t ، تاریخ ماه جاری

ستون دوم - X_t ، تقاضای واقعی ماه جاری که در مقابل ماه مربوطه نوشته شده است.

ستون سوم - X_{t-N} ، تقاضای N امین ماه قبل از ماه جاری که در مقابل ماه جاری مربوطه نوشته شده است.

ستون چهارم - T_t ، جمع تقاضای N دوره گذشته. برای شروع، ابتدا جمع تقاضای N ماه اول را بدست آورید. سپس برای ماه های آیندهٔ تقاضای جدید را به این جمع اضافه و تقاضای N امین ماه قبل را از آن کم کنید.

مثال : $T_۶ = T_{\text{شهریور}} = ۸۷۸ + ۱۴۸ - ۱۶۹ = ۸۵۷$

ستون پنجم - A_t ، معدل یا متوسط تقاضای N پریود متوالی گذشته. عدد حاصل در ستون ۴ را به N تقسیم کنید.

ستون ششم - ضرایب مورد نیاز برای محاسبه S ، ابتدا در سطر N ام جدول عدد $\frac{N-۱}{۲}$ و سپس برای هر سطر بالاتر از آن عدد یک را از این مقدار کم کنید. به طوری که در سطر اول عدد $\frac{-(N-۱)}{۲}$ بدست آید. اگر N زوج باشد این ضرایب به ۰/۵ ختم می شوند ولی اگر N فرد باشد این ضرایب اعداد صحیح خواهند بود.

ستون هفتم - محاسبه S_t - ضرایب ستون شش را در مقدار تقاضای مربوطه در ستون دوم ضرب کنید سپس جمع مقادیر حاصل را بدست آورید. برای پریود جدید، عدد ستون چهار را از S_{t-1} (S قبلی)کم نموده و به آن $\frac{N-۱}{۲}$ از تقاضای ماه جاری و $\frac{N+۱}{۲}$ از تقاضای N پریود قبل که در ستون سوم در مقابل ماه جاری نوشته شده است اضافه کنید.

مثال : $S_۶ = S_{\text{شهریور}} = ۵۷ - ۸۷۸ + ۲\,(۱۴۸) + ۳\,(۱۶۹) = -۱۸$

ستون هشتم - مقدار تصحیح روند ($\frac{۶S_t}{N(N+۱)}$) است. رقم حاصل در ستون هفتم را در ضریب $\frac{۶}{N(N+۱)}$ ضرب کنید.

www.ieun.ir

که در آن T_t برابر است با

$$T_t = \sum_{j=0}^{N-1} X_{t-j}$$

برای تخمین $\hat{b}_t$ از رابطه (۱۰) برای آخرین N مشاهدهٔ قبلی استفاده می کنیم یعنی

$$\hat{b}_t = \frac{12 S_t}{N(N^2 - 1)}$$

و

$$S_t = \frac{N-1}{2} X_t + \frac{N-3}{2} X_{t-1} + \cdots - \frac{N-3}{2} X_{t-N+2} - \frac{N-1}{2} X_{t-N+1}$$

یا

$$S_t = \sum_{j=0}^{N-1} \left(\frac{N-1}{2} - j\right) X_{t-j}$$

بنابراین پیش بینی مقدار تقاضای ماه جاری عبارتست از :

$$\hat{X}_t = \frac{T_t}{N} + \left(\frac{N-1}{2}\right)\left(\frac{12 S_t}{N(N^2-1)}\right)$$

$$\hat{X}_t = \frac{T_t}{N} + \frac{6 S_t}{N(N+1)} \qquad (12)$$

مقدار $\frac{6 S_t}{N(N+1)}$ را مقدار تصحیح می نامند. پیش بینی تقاضای L امین دوره عبارت است از

$$\hat{X}_{t+L} = \hat{X}_t + L\,\hat{b}_t \qquad (13)$$

پیش بینی تقاضا برای مدت تحویل L (کل L ماه آینده) عبارت است از

یا

$$\hat{D}(L) = \sum_{i=1}^{L} \hat{X}_{t+i}$$

$$\hat{D}(L) = L\,\hat{X}_t + \frac{L(L+1)}{2}\,\hat{b}_t \qquad (14)$$

توجه به منظور صرفه جویی در محاسبات مقادیر جدید T_t و S_t در هر بار از روابط زیر استفاده می شود

$$T_t = T_{t-1} + X_t - X_{t-N} \qquad (15)$$

$$S_t = S_{t-1} - T_{t-1} + \frac{N-1}{2} X_t + \frac{N+1}{2} X_{t-N} \qquad (16)$$

تمرین – صحت رابطه (۱۶) را بررسی کنید.

85
www.ieun.ir

باشد از N = ۱۲ الی N = ۱۸ استفاده می شود. بهترین آزمون برای انتخاب "N" کاربرد روش پیش بینی روی ارقام تقاضای گذشته است. بدین طریق مقدار خطا را برای N های مختلف بدست آورده و آن N را انتخاب می کنیم که انحراف معیار خطای پیش بینی را کمینه کند.

معدل متحرک تصحیح شده

وقتی که تقاضا دارای روند است روش فوق همواره از روند عقب تر است. بنابر این در صورت وجود روند می توان از روش معدل متحرک ساده همراه با ضریب تصحیح برای روند (معدل متحرک تصحیح شده) استفاده کرد. برای شرح روش، فرض کنید که فرایند خطی دارای مؤلفه تغییرات تصادفی نیست یعنی

$$X_t = a + bt$$

$$X_{t-j} = X_t - jb \qquad \text{یا}$$

در زمان t معدل متحرک ساده عبارتست از :

$$A_t = \frac{1}{N}[X_t + X_{t-1} + \ldots + X_{t-N+1}]$$

$$A_t = \frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N} X_{t-j} \qquad \text{یا}$$

$$A_t = X_t - \frac{N-1}{2} b \qquad (11)$$

یعنی، معدل متحرک ساده A_t به اندازه $\frac{N-1}{2} b$ از امید (میانگین) تقاضای دوره جاری (t) عقب تر است. بنابراین، برای پیش بینی تقاضای دوره $t + L$ باید ابتدا معدل متحرک ساده A_t را با اضافه کردن $\frac{N-1}{2} \hat{b}_t$ تصحیح کرده و سپس مقدار $\hat{b}_t L$ را به آن افزود.

تخمین روند تقاضای هر دوره (در زمان t) $= \hat{b}_t$

$$\hat{X}_{t+L} = [A_t + \frac{N-1}{2} \hat{b}_t] + \hat{b}_t L$$

به عبارت دیگر، اگر معدل تصحیح شده را (که اصطلاحاً پیش بینی تقاضا برای ماه جاری t می نامیم) با $\hat{X}_t$ نشان دهیم، آنگاه

$$\hat{X}_t = A_t + \frac{N-1}{2} \hat{b}_t$$

$$= \frac{T_t}{N} + \frac{N-1}{2} \hat{b}_t$$

www.ieun.ir

روش های معدل گیری

معدل ساده (Simple Average)

در این روش معمولاً از روی سوابق تقاضا در یک دور ثابت (N دوره) گذشته معدلی بدست می آورند. بطور مثال، متوسط فروش ماهیانه در سال قبل را به عنوان پیش بینی تقاضا برای هر یک از ماه های سال آینده بکار می برند. مزیت این روش سادگی فهم و سهولت کاربرد آن است و به همین علت کاربرد فراوانی دارد. عیب عمدهٔ آن این است که به تغییرات تقاضا خیلی کند جواب می دهد. اگر

X_j = تقاضای واقعی دورهٔ j

A = متوسط تقاضای N پریود متوالی گذشته

$\hat{X}_{t+L}$ = پیش بینی تقاضا برای دوره t (هر یک از دوره های N دور آینده)

آنگاه

$$\hat{X}_{t+L} = A = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_N}{N} \quad \text{و} \quad L = 1, 2, \dots, N$$

معدل متحرک ساده (Simple Moving Average)

در این روش معدل تقاضای یک دوره را برای N دورهٔ اخیر گذشته (آخرین N مشاهده قبلی) بدست می آورند. یعنی، معدل روی یک فاصله زمانی گرفته می شود که مبدأ آن با گذشت زمان تغییر می کند. بطور مثال، پیش بینی برای ماه آینده (با فرض N = ۱۲) درست برابر متوسط تقاضای ۱۲ ماه قبل است. اگر زمان حال را با t نشان دهیم و

A_t = متوسط تقاضای یک دوره برای N دوره گذشته

آنگاه

$$\hat{X}_{t+L} = A_t = \frac{X_t + X_{t-1} + \dots + X_{t-N+1}}{N}$$

در عمل برای کاهش حجم محاسبات از رابطه زیر استفاده می شود

$$\hat{X}_{t+L} = A_t = A_{t-1} - \frac{X_{t-N}}{N} + \frac{X_t}{N}$$

$$A_t = A_{t-1} + \frac{X_t - X_{t-N}}{N}$$

اگر تغییرات تقاضا بر حسب زمان نسبتاً شدید باشد، مقدار N راکوچک (مثلاً بین ۳ تا ۵) و اگر این تغییرات کم

www.ieun.ir

مثال - ارقام تقاضا ۵ هفته پیش در جدول زیر داده شده است. معادله خط روند را بدست آورید.

t به هفته	۱	۲	۳	۴	۵
X(t)	۱۰	۱۲	۱۵	۱۸	۲۰

$$T = \sum_{t=1}^{5} X(t) = ۷۵$$

$$S = ۲(۲۰) + ۱(۱۸) + ۰(۱۵) - ۱(۱۲) - ۲(۱۰) = ۲۶$$

$$a = \frac{T}{N} = \frac{۷۵}{۵}$$

$$b = \frac{۱۲\,S}{N(N^۲ - ۱)} = \frac{۱۲(۲۶)}{۵(۲۴)} = ۲/۶$$

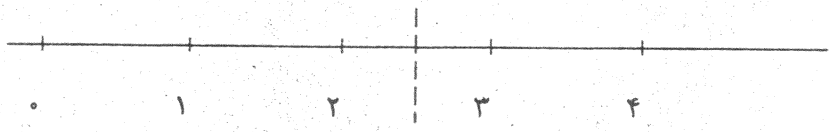
بنابراین معادله خط (تخمین) روند عبارت است از $\hat{X}_t = a + bt$ و تخمین ما برای تقاضای L امین هفته عبارت است از:

$$\hat{X}_{t+L} = ۱۵ + ۲/۶\,(t + L)$$

t زمان حال است و با توجه به مشخصات جدید $t = \frac{N - ۱}{۲} = ۲$ پس:

$$\hat{X}_{t+L} = ۱۵ + ۲/۶\,(۲ + L) = ۲۰/۲ + ۲/۶\,L$$

82
www.ieun.ir



$$\bar{t} = ۲/۵$$

و $\sum_{j=۱}^{N} t'_j = ۰$

$$\sum_{j=۱}^{N} t'^{۲}_j = \frac{N(N^۲ - ۱)}{۱۲}$$

و معادلات (۳) و (۴) را می توان به صورت زیر نوشت :

$$a = \frac{\sum X_i}{N} \qquad (۵)$$

$$b = \frac{۱۲ \sum t'_i X_i}{N(N^۲ - ۱)} \qquad (۶)$$

اگر $T = \sum_{j=۱}^{N} X_j$ و $S = \sum_{j=۱}^{N} t'_j X_j$ قرار دهیم و t[(۱)] را نماینده زمان حال در نظر بگیریم آنگاه :

$$T = X_t + X_{t-۱} + \ldots + X_{t-N+۱} \qquad (۷)$$

$$S = \frac{N-۱}{۲} X_t + \frac{N-۳}{۲} X_{t-۱} + \ldots - \frac{N-۳}{۲} X_{t-N+۲} - \frac{N-۱}{۲} X_{t-N+۱}$$

یا

$$S = \sum_{j=۰}^{N-۱} \left(\frac{N-۱}{۲} - j\right) X_{t-j} \qquad (۸)$$

و روابط (۵) و (۶) را می توان چنین نوشت:

$$a = \frac{T}{N} \qquad (۹)$$

$$b = \frac{۱۲S}{N(N^۲ - ۱)} \qquad (۱۰)$$

۱-در مختصات جدید $N = t_N = t$ و در مختصات قدیم $\frac{N-1}{2} = t'_N = t$

www.ieun.ir

برای سادگی نماد، بنویسید $X_i = X_{t_i}$ پس :

$$E = \sum_{i=1}^{N} (X_i - a - bt_i)^2$$

حال a و b باید طوری تعیین شوند که جمع مربعات خطاها، E ، کمینه شود. بنابراین لازم است که:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial E}{\partial b} = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 2\Sigma(a + bt_i - X_i) = 0$$

یا

$$Na + b\Sigma t - \Sigma X = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = 2\sum t_i (a + b t_i - X_i) = 0$$

یا

$$a\sum t + b\sum t^2 - \sum tX = 0 \qquad (2)$$

معادلات (۱) و (۲) موسوم به معادلات نرمال حداقل مربعات هستند. از حل (۱) و (۲) مقادیر a و b بدست می آیند. یعنی :

$$a = \frac{(\sum X)(\sum t^2) - (\sum t)(\sum tX)}{N\sum t^2 - (\sum t)^2} \qquad (3)$$

و

$$b = \frac{N\sum tX - (\sum t)(\sum X)}{N\sum t^2 - (\sum t)^2} \qquad (4)$$

اگر مبدا زمان را به مرکز داده ها (وسط فاصله ۱ تا N)، نقطه $\bar{t}$ ، انتقال دهیم آنگاه در مختصات جدید

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} t_j = \frac{N+1}{2}$$

$$t'_j = t_j - \frac{N+1}{2}$$

www.ieun.ir

چیزی هستند، نوع محصول چیست، چگونه از آن استفاده می شود، برنامه بازاریابی آینده چیست، اثر احتمالی رقابت محصولات مشابه و یا جانشین، شرایط اقتصادی و ... بر تقاضا برای این محصول چگونه است.از آنجا که به اندازه کافی اطلاعات در دسترس نیست و مخارج جمع آوری اطلاعات و بررسی آنها معمولاً هزینهٔ زیادی دارد و به علاوه به اندازه کافی نیروی انسانی متخصص وجود ندارد که پیش گویی کنند، لذا از تجربیات گذشته استفاده کرده و پیش بینی (Forecasting) می کنیم. در زیر روش های عملی که در برنامه ریزی و کنترل موجودی ها برای پیش بینی تقاضا مورد استفاده قرار می گیرند به طور خلاصه شرح داده شده است.

روش رگرسیون خطی

بسیاری از سری های زمانی را می توان با تقریب خوبی با یک تابع خطی ساده بر حسب زمان نشان داد. این تابع خطی را، با در نظر گرفتن تغییرات تصادفی، می توان به صورت زیر :

$$X_t = a_\circ + b_\circ t + \varepsilon_t$$

که در آن $a_\circ$ و $b_\circ$ پارامترهای ثابت (ولی مجهول) هستند. ε_t یک متغیر تصادفی با میانگین $E[\varepsilon_t] = 0$ و واریانس و $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$ است.

$$E[X_t] = a_\circ + b_\circ t$$

اگر a و b را به ترتیب مقادیر تخمین $a_\circ$ و $b_\circ$ در نظر بگیریم، آنگاه پیش بینی تقاضا در زمان t عبارت است از :

$$\hat{X}_t = a + b\,t$$

در نتیجه مقدار خطا در دوره t عبارت است از:

$$e_t = X_t - a - b\,t$$

برای تخمین مقادیر $a_\circ$ و $b_\circ$ (یعنی a و b) از معیار حداقل مربعات خطا استفاده می شود. اگر E جمع مربعات خطای N مشاهده گذشته باشد، آنگاه داریم :

$$E = \sum_{i=1}^{N} e_{t_i}^2 = \sum_{i=1}^{N} (X_{t_i} - a - bt_i)^2$$

www.ieun.ir

می شود. در واقع پیش بینی عبارت از فرایند نتیجه گیری از داده های گذشته برای آینده است.

نکته مهمی که باید بدان توجه نمود این است که پیش بینی تخمینی از یک مقدار آینده تقاضا با فرض اینکه الگوی گذشته آن در آینده نیز ادامه پیدا کند. چون پیش بینی کردن یک فرایند عینی است، ما می دانیم که چه عواملی در پیش بینی در نظر گرفته شده اند و چه عواملی در آن در نظر گرفته نشده اند. وقتی بعضی از عوامل سبب می شوند که الگوی تقاضا تغییر نماید، و تصمیم گیرنده از آن تغییر آگاهی دارد، او می تواند این اطلاع را در پیش بینی خود وارد کند. پس تا حدی می توان گفت پیش بینی یک ورودی برای پیش گویی است. در واقع بسیاری از روش های پیش بینی بدین طریق عمل می کنند و مدیریت فرصت آن را دارد که به صورت بخشی از جریان تصمیم گیری، به طریقی پیش بینی را اصلاح کند.

در این درس منظور ما از واژهٔ پیش بینی همان "Forecasting" یعنی تصویر کردن گذشته در آینده است. مسأله عادی پیش بینی مثل این است که n عدد متوالی موجود است و سعی داریم که از روی این n عدد، عدد $(n+1)$ام را حدس بزنیم. وقتی مقدار واقعی این عدد معلوم شد، با استفاده از خطای بدست آمده سعی می کنیم که برای تعیین عدد $(n+2)$ام حدس بهتری بزنیم. به عنوان مثال، فرض کنید شش عدد متوالی به صورت زیر داده شده است:

۱۱۱　۱۲۶　۶۵　۱۰۱　۱۱۵　۶۴

و می خواهیم عدد جدید (هفتم) را پیش بینی کنیم. یک راه ساده حدس زدن عدد جدید این است که معدل ساده آنها را بدست آوریم یعنی

$$\frac{۶۴ + ۱۱۵ + ۱۰۱ + ۶۵ + ۱۲۶ + ۱۱۱}{۶} = ۹۷$$

عدد ۹۷ می تواند تخمینی برای پیش بینی عدد هفتم باشد. فرض کنید بعد از حدس زدن این عدد مقدار واقعی آن معلوم و برابر ۱۵۰ شده است. حال با دانستن مقدار واقعی عدد جدید (هفتم) به چند طریق می توانیم عدد هشتم را پیش بینی کنیم. بطور مثال، یک راه ساده این است که متوسط هفت عدد قبل (۱۰۴/۶) و یا راه دیگر فقط متوسط شش عدد آخر (۱۱۳/۳) را برای پیش بینی عدد هشتم به کار بریم.

روش دیگر می تواند این باشد که، چون حدس ما برای رقم هفتم ۹۷ بود ولی مقدار واقعی آن بعداً ۱۵۰ بدست آمد (یعنی ۵۳ واحد اختلاف (خطا) داریم)، با استفاده از خطای قبلی کسری (مثلاً $\frac{۱}{۱۰}$) از این خطا را به رقم قبلی (۹۷) افزوده و عدد حاصل $۱۰۲/۳ = (\frac{۵۳}{۱۰} + ۹۷)$ را به عنوان پیش بینی عدد هشتم به کار بریم.

برای پیش گویی (Prediction) به اطلاعات بیشتری احتیاج داریم تا به کمک مشخص کنیم این اعداد نماینده چه

www.ieun.ir

فصل پیش بینی

بدیهی است که پیش بینی برای تصمیم گیری امری غیر قابل اجتناب است، هر تصمیمی در مدیریت موجودی ها و برنامه ریزی تولید نیازمند تخمینی از تقاضای آینده است. برای تعیین میزان سطح خدمت به مشتری، تخصیص کل سرمایه به موجودی ها، انجام سفارشات و تدارک مواد مورد نیاز، تعیین نیاز به ظرفیت های اضافی تولید، تعیین برنامه کلی و برنامه زمانبندی تولید و غیره بایستی تخمینی از تقاضای آینده به طریقی انجام گیرد.

در حالی که در کنترل تولید و موجودی ها بسیاری از کاربردهای پیش بینی برای تخمین مقادیر تقاضای محصول است، ولی مدیریت برای تصمیم گیری نیازمند تخمین های مقادیر آینده از سری های زمانی [1] دیگری مثل مشخصات کیفی محصول، هزینه ها، قیمت ها، استفاده از وسایل و تجهیزات، حجم کار، زمان های تحویل و غیره است. پیش بینی متغیرهای زمانی گوناگون کاربرد زیادی به صورت ورودی (Input) برای سیستم های موجودی، مدل های برنامه ریزی کلی و مدل های کنترل هزینه و بسیاری سیستم های دیگر اطلاعات در مدیریت دارد. ما در اینجا تمام این سری های زمانی را بررسی نخواهیم نمود بلکه فقط توجه خود را به پیش بینی «تقاضا برای محصول» که عامل اصلی در اغلب سیستم های کنترل تولید و موجودی ها است معطوف می داریم. به هر صورت نمی توان همه چیز را برای هر موقعیتی به دقت پیش بینی کرد، چون اغلب دقت و پیش بینی همه چیز اقتصادی و ممکن نیست.

براون عواملی سبب ایجاد تقاضا برای محصول در آینده می شوند به دو گروه تقسیم می کند:

الف) گروهی که سبب ایجاد تقاضا در گذشته شده‌اند.

ب) گروهی که در ایجاد تقاضا برای اولین بار اثر می گذارند.

او تخمین های مربوط به گروه اول را «پیش بینی» (Forecasting) و تخمین های مربوط به گروه دوم را «پیش گویی» (Prediction) می نامد. برای تخمین مقادیر آینده تقاضا (با یک سری زمانی) دو راه کلی وجود دارد، یکی تخمین ذهنی یا «پیش گویی» این مقادیر است. پیش گویی معمولاً شامل تخمین عوامل کیفی، مثل اثر معرفی یک محصول جدید، رقابت، یا یک تغییر عمده در اقتصاد ملی است. از آنجا که «پیش گویی» نیازمند مهارت، تجربه و داوری ذهنی است نمی توان تمام سری های زمانی را بطور موفقیت آمیزی پیش گویی کرد. راه دیگر این است که الگوی تاریخی گذشته را بوسیله محاسبات عینی بر داده های گذشته برای آینده تصویر کرد. «پیش بینی» عبارت است از تحلیل این داده ها و تصویر کردن آنها برای آینده که معمولاً بوسیله کاربرد روی مدل های ریاضی مناسب انجام

۱- یک سری زمانی داده های وابسته به زمان است، که در آن زمان به صورت یک متغیر مستقل و مقادیر داده ها (مثل مقادیر تقاضا و یا مقادیر دیگر) به صورت یک متغیر وابسته است.