# ۶

# برنامه‌ریزی تولید

## بخش ششم
## کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی
## در برنامه‌ریزی تولید

سید مهدی همایونی

پاییز ۹۱

www.mosamam.ir

# هدف و سرخطها

- بررسی مدل‌سازی مسائل برنامه‌ریزی تولید،
- بررسی روش حل حمل و نقل در مسائل تولید،

# مدل‌سازی برنامه‌ریزی تولید

- در حل مسائل برنامه‌ریزی تولید، برنامه ریزی ریاضی از روشهایی است که می‌تواند به حل بهینه مسائل دست یابد.
- اولین مرحله در حل این‌گونه مسائل مدل‌سازی آن است. حدود بالا و پایین برای موجودی در دست در هر دوره، میزان مجاز استخدام و اخراج کارگران، مقدار تولید با استفاده از زمانهای عادی و اضافه کاری و ... را می‌توان در مدل‌سازی لحاظ کرد.
- پس از مدل‌سازی مسائل و حل آنها، می‌توان تحلیل حساسیت روی موارد مختلف انجام داد و راه حل به دست آمده را مورد ارزیابی قرار داد، یا آن را با شرایط واقعی تطبیق داد.

www.mosamam.ir

# مسائل تولید ترکیبی

- در این‌گونه مسائل هزینه‌ها و درآمدهای ناشی از تولید محصولات مختلف به عنوان داده مسأله آورده می‌شود. همچنین ظرفیت کارگاه معمولا ظرفیت معینی دارد.

- **مثال: ۳ محصول مختلف در چهار دپارتمان تولیدی یک کارگاه فرآوری می‌شوند. زمان مورد نیاز، سود هر محصول، و ظرفیت هر دپارتمان مشخص شده‌اند. مسأله را به گونه‌ای برنامه‌ریزی کنید که سود کلی تولید این محصولات بیشینه شود.**

| محصول | سطح تولید | | ساعات تولید برای هر واحد محصول | | | | سود هر واحد محصول |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | کمینه | بیشینه | دپارتمان ۱ | دپارتمان ۲ | دپارتمان ۳ | دپارتمان ۴ | |
| A | ۲۰ | ۲۰۰ | ۰.۱ | ۰.۰۶ | ۰.۱۸ | ۰.۱۸ | ۱۰ |
| B | ۰ | ۱۰۰ | ۰.۱۲ | ۰.۰۵ | – | ۰.۱ | ۱۲ |
| C | ۷۰ | ۱۸۰ | ۰.۰۵ | ۰.۰۹ | ۰.۰۷ | ۰.۰۸ | ۱۵ |
| ساعات تولید در دسترس | | | ۳۶ | ۳۰ | ۳۷ | ۳۸ | |

# پاسخ- مسائل تولید ترکیبی

- محدودیتها شامل محدودیت ظرفیت تولید و محدودیتهای حداقل و حداکثر مقدار تولید است.

$$MaxZ = 10x_1 + 12x_2 + 15x_3$$

$$S.t.$$

$$0.1x_1 + 0.12x_2 + 0.05x_3 \le 36$$

$$0.06x_1 + 0.05x_2 + 0.09x_3 \le 30$$

$$0.18x_1 + 0.07x_3 \le 37$$

$$0.18x_1 + 0.1x_2 + 0.08x_3 \le 38$$

$$20 \le x_1 \le 200$$

$$x_2 \le 100$$

$$70 \le x_3 \le 180$$

www.mosamam.ir

# مسائل تولید مرحله‌ای

- در این‌گونه مسائل معمولا یک یا چند نوع محصول در دپارتمانهای مختلف تولید می‌گردند. هر دپارتمان مقداری ضایعات دارد. از طرفی ورودی هر فرآیند در اصل خروجی فرآیند قبلی آن است.

- **مثال: یکی از دپارتمانهای کارخانه‌ای ۲ محصول مختلف را مطابق با روش زیر تولید می‌کند. فرض بر این است که مواد اولیه وارد سیستم تولید شده و به صورت محصول نهایی از آن خارج می‌شود.**

| محصول | عملیات | ماشین | زمان عملیات (ساعت) | درصد ضایعات |
|---|---|---|---|---|
| A | ۱ | M1 | ۰.۰۳ | ۰.۰۱ |
| | ۲ | M2 | ۰.۰۷ | ۰.۰۵ |
| | ۳ | M3 | ۰.۰۵ | ۰.۰۲ |
| B | ۱ | M1 | ۰.۱۲ | ۰.۰۳ |
| | ۲ | M3 | ۰.۰۸ | ۰.۱۰ |
| | ۳ | M4 | ۰.۱۷ | ۰.۰۲ |
| | ۴ | M1 | ۰.۰۴ | ۰.۰۷ |

# ادامه مثال- مسائل تولید مرحله‌ای

- همچنین هزینه استفاده از ماشین‌آلات و ظرفیت آنها به همراه محدودیتهای تقاضا و قیمت فروش محصولات در جداول زیر آورده شده است.

| ماشین | هزینه هر ساعت | ساعات در دسترس |
|---|---|---|
| M1 | ۲۰ | ۴۰۰ |
| M2 | ۳۰ | ۲۴۰ |
| M3 | ۴۰ | ۴۱۰ |
| M4 | ۵۰ | ۱۴۰ |

| محصول | قیمت فروش هر واحد محصول | هزینه هر واحد مواد خام مورد نیاز | محدودیت تقاضا | |
|---|---|---|---|---|
| | | | حداقل | حداکثر |
| A | ۶۰ | ۲۰ | ۱۰۰ | - |
| B | ۱۰۰ | ۲۵ | ۱۵۹ | ۲۵۰ |

www.mosamam.ir

# پاسخ- مسائل تولید مرحله‌ای ۱

- متغیرهای تصمیم به ترتیب برابر $x_A$ و $x_B$ به عنوان مقدار محصول خروجی از سیستم معرفی می‌شود.
- به عنوان یک پیش‌مرحله باید محاسبه شود که برای تولید ۱ واحد از هر نوع محصول، با توجه به میزان ضایعات هر مرحله تولید چه مقدار مواد اولیه لازم است.
- در اینجا مثلا مشاهده می‌شود که برای داشتن $x_A$ مقدار از محصول A باید تقریبا ۱.۰۸۶ برابر مواد اولیه مورد نیاز وارد سیستم شود.
- محدودیتها شامل ظرفیت و محدودیتهای فروش می‌باشند، و هدف بیشینه کردن سود تولید است.

| خروجی | عملیات | ورودی | عملیات | ورودی | عملیات | ورودی | عملیات | ورودی |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_A$ | M3 –۳ | ۱/۰.۹۸ = ۱.۰۲ | M2 –۲ | ۱.۰۲/۰.۹۵ =۱.۰۷۴ | M1 –۱ | ۱.۰۷۴/۰.۹۹=۱.۰۸۶ | – | – |
| $x_B$ | M1–۴ | ۱/۰.۹۳=۱.۰۷۵ | M4–۳ | ۱.۰۷۵/۰.۹۸=۱.۰۹۷ | M3–۲ | ۱.۰۹۷/۰.۹=۱.۲۲ | M1–۱ | ۱.۲۲/۰.۹۷=۱.۲۶ |

# پاسخ- مسائل تولید مرحله‌ای۲

- **سود هر واحد محصول برابر است با قیمت فروش آن منهای هزینه مواد اولیه منهای هزینه فرآوری بر روی ماشین آلات.**
- به طور مثال برای تولید محصول B، دو مرتبه از ماشین ۱ و یک مرتبه از ماشینهای ۳ و ۴ استفاده می‌شود. هزینه فرآوری کل محصول A و B با توجه به زمان عملیات لازم و هزینه هر ساعت فرآوری به دست می‌آید.
- همچنین زمان در دسترس هر ماشین با توجه به زمانهای عملیات به دست می‌آید.

| محصول | سود | هزینه ماشین ٤ | هزینه ماشین ۳ | هزینه ماشین ۲ | هزینه ماشین ۱ | هزینه مواد اولیه | قیمت فروش |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | ۳۳.۳ | – | ۱.۰۲(۰.۰۵)(٤۰) | ۱.۰۷٤(۰.۰۷)(۳۰) | ۱.۰۸٦(۰.۰۳)(۲۰) | ۱.۰۸٦(۲۰) | ٦۰ |
| B | ٥۱.۳۸ | ۱.۰۹۷(۰.۱۷)(٥۰) | ۱.۲۲(۰.۰۸)(٤۰) | – | ۱.۲٦(۰.۱۲)(۲۰) + ۱.۰۷٥(۰.۰٤)(۲۰) | ۱.۲٦ (۲٥) | ۱۰۰ |

# پاسخ- مسائل تولید مرحله‌ای ۳

$$MaxZ = 33.3x_A + 51.38x_B$$

$$S.t.$$

$$1.086(0.03)x_A + (1.26(0.12) + 1.075(0.04))x_B \le 400$$ ماشین ۱

$$1.074(0.07)x_A \le 240$$ ماشین ۲

$$1.02(0.05)x_A + 1.22(0.08)x_B \le 410$$ ماشین ۳

$$1.097(0.17)x_B \le 140$$ ماشین ۴

$$100 \le x_A$$ فروش محصول A

$$159 \le x_B \le 250$$ فروش محصول B

# مسائل الگوی برش

- در این‌گونه مسائل معمولا یک یا چند نوع عمده از یک محصول قابل برش (مانند پارچه، موکت، رول کاغذ، چسب نواری، و ...) با عرض زیاد وجود دارد که می‌توان بر اساس سفارش مشتریان آنها را برش داد. مسأله به گونه‌ای برنامه‌ریزی می‌شود که کمترین ضایعات به وجود آید.
- به عنوان پیش‌مرحله باید طرحهای ممکن را یافت و مقدار ضایعات هر طرح را مشخص کرد.

- **مثال: فرض کنید که رولهای کاغذ از عرض ۵۰ و ۱۰۰ سانتی‌متر به ترتیب به طول ۱۰۰ و ۱۵۰ متر در دسترس است. مشتری سفارشی برای عرضهای ۱۵، ۲۰، و ۳۰ سانتیمتر به طول ۱۰۰، ۸۰، و ۶۵ متر داده است. این مسأله را به گونه‌ای برنامه‌ریزی کنید که مقدار کل ضایعات کمینه شود.**

www.mosamam.ir

# پاسخ- مسائل الگوی برش ۱

- برای اینگونه مسائل ابتدا باید طرحهای ممکن برای برش را به دست آورد و مقدار ضایعات از هر الگو را مشخص کرد.

| شماره طرح | عرض اصلی | عرض ۳۰ | عرض ۲۰ | عرض ۱۵ | ضایعات |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱۰۰ | ۳ | ۰ | ۰ | ۱۰ |
| ۲ | ۱۰۰ | ۲ | ۲ | ۰ | ۰ |
| ۳ | ۱۰۰ | ۲ | ۱ | ۱ | ۵ |
| ۴ | ۱۰۰ | ۲ | ۰ | ۲ | ۱۰ |
| ۵ | ۱۰۰ | ۱ | ۳ | ۰ | ۱۰ |
| ۶ | ۱۰۰ | ۱ | ۲ | ۲ | ۰ |
| ۷ | ۱۰۰ | ۱ | ۱ | ۳ | ۵ |
| ۸ | ۱۰۰ | ۱ | ۰ | ۴ | ۱۰ |
| ۹ | ۱۰۰ | ۰ | ۵ | ۰ | ۰ |
| ۱۰ | ۱۰۰ | ۰ | ۴ | ۱ | ۵ |

# پاسخ- مسائل الگوی برش ۲

- دسته دوم طرحهای ممکن:

| شماره طرح | عرض اصلی | عرض ۳۰ | عرض ۲۰ | عرض ۱۵ | ضایعات |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱۱ | ۱۰۰ | ۰ | ۳ | ۲ | ۱۰ |
| ۱۲ | ۱۰۰ | ۰ | ۲ | ۴ | ۰ |
| ۱۳ | ۱۰۰ | ۰ | ۱ | ۵ | ۵ |
| ۱۴ | ۱۰۰ | ۰ | ۰ | ۶ | ۱۰ |
| ۱۵ | ۵۰ | ۱ | ۱ | ۰ | ۰ |
| ۱۶ | ۵۰ | ۱ | ۰ | ۱ | ۵ |
| ۱۷ | ۵۰ | ۰ | ۲ | ۰ | ۱۰ |
| ۱۸ | ۵۰ | ۰ | ۱ | ۲ | ۰ |
| ۱۹ | ۵۰ | ۰ | ۰ | ۳ | ۵ |

- در نتیجه ۱۹ طرح مختلف برای برآورده کردن این تقاضا وجود دارد.

# پاسخ- مسائل الگوی برش

- محدودیتها شامل برآورده کردن تقاضی مشتریان است.
- متغیر تصمیم: $x_i$ مقدار طول برش از هر طرح برش

$$MinZ = 10x_1 + 5x_3 + 10x_4 + 10x_5 + 5x_7 + 10x_8 + 5x_{10} + 10x_{11}$$
$$5x_{13} + 10x_{14} + 5x_{16} + 10x_{17} + 5x_{19}$$

$$S.t.$$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_{15} + x_{16} \geq 65$$

$$2x_2 + x_3 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 + 5x_9 + 4x_{10} + 3x_{11} + 2x_{12} + x_{13}$$
$$+ x_{15} + 2x_{17} + x_{18} \geq 80$$

$$x_3 + 2x_4 + 2x_6 + 3x_7 + 4x_8 + x_{10} + 2x_{11} + 4x_{12} + 5x_{13}$$
$$+ 6x_{14} + x_{16} + 2x_{18} + 3x_{19} \geq 100$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 150$$

$$x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} \leq 100$$

$$x_i \geq 0, \qquad i = 0,...,19.$$

# روش حل حمل و نقل

## در مسائل برنامه‌ریزی تولید

- در برخی موارد از مسائل برنامه‌ریزی تولید، می‌توان از روش حل حمل و نقل برای یافتن یک جواب بهینه استفاده کرد.
- در این روش هزینه‌های نگهداری یا کمبود به ازای روشهای مختلف تولید در دوره‌های مختلف محاسبه می‌شود.
- مثلا در نظر بگیرید که تولید در وقت عادی ۱۰۰ واحد هزینه داشته باشد، و هزینه نگهداری هر واحد از محصول در هر دوره ۱۰ واحد باشد. آنگاه اگر مقداری از تولید عادی دوره ۱ برای دوره ۲ نگهداری شود، هزینه آن برابر ۱۱۰ واحد خواهد بود.
- هزینه‌های بالای قطر نشان‌دهنده هزینه‌های نگهداری و هزینه‌های پایین قطر نشان‌دهنده هزینه‌های کمبود هستند. هزینه‌های روی قطر نیز نشان‌دهنده تولید در هر بازه برای همان بازه است.
- برای به دست آوردن یک حل ابتدایی می‌توان از روشی مشابه روش گوشه شمال غربی استفاده کرد.

# تمرین- روش حمل و نقل کمبود غیر مجاز

- فرض کنید که هزینه تولید یک محصول در وقت عادی، در وقت اضافه و تحت قرارداد جنبی مطابق جدول زیر باشد. همچنین ظرفیت تولید در هر روش و تقاضای هر دوره نیز داده شده است. هزینه نگهداری برای هر واحد در هر دوره، ۲ واحد پولی است، و کمبود مجاز **نیست**. یک جواب مناسب برای این مسأله بیابید.

| دوره | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
|---|---|---|---|---|---|
| هزینه تولید عادی | ۱۲ | ۱۳ | ۱۱ | ۱۰ | ۱۲ |
| هزینه تولید اضافه | ۱۴ | ۱۷ | ۱۲ | ۱۲ | ۱۴ |
| هزینه تولید جنبی | ۱۷ | ۲۰ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۷ |
| تقاضای هر دوره | ۱۵۰ | ۱۶۰ | ۲۲۰ | ۱۸۰ | ۱۹۰ |

| دوره | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
|---|---|---|---|---|---|
| ظرفیت تولید عادی | ۱۳۰ | ۱۴۰ | ۱۸۰ | ۱۵۰ | ۱۶۰ |
| ظرفیت تولید اضافه | ۳۰ | ۴۰ | ۵۰ | ۳۰ | ۴۰ |
| ظرفیت تولید جنبی | ۶۰ | ۷۰ | ۴۰ | ۵۰ | ۳۰ |

# پاسخ- محاسبه هزینه دوره‌ها

**هزینه‌های مربوط به تولید در همان دوره بدون نگهداری محصول**

| تولید در دوره | مصرف در دوره | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ظرفیت |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | عادی | ۱۲ | | | | | ۱۳۰ |
| | اضافه | ۱۴ | | | | | ۳۰ |
| | جنبی | ۱۷ | | | | | ۶۰ |
| ۲ | عادی | | ۱۳ | | | | ۱۴۰ |
| | اضافه | | ۱۷ | | | | ۴۰ |
| | جنبی | | ۲۰ | | | | ۷۰ |
| ۳ | عادی | | | ۱۱ | | | ۱۸۰ |
| | اضافه | | | ۱۲ | | | ۵۰ |
| | جنبی | | | ۱۵ | | | ۴۰ |
| ۴ | عادی | | | | ۱۰ | | ۱۵۰ |
| | اضافه | | | | ۱۲ | | ۳۰ |
| | جنبی | | | | ۱۴ | | ۵۰ |
| ۵ | عادی | | | | | ۱۲ | ۱۶۰ |
| | اضافه | | | | | ۱۴ | ۴۰ |
| | جنبی | | | | | ۱۷ | ۳۰ |
| تقاضا | | ۱۵۰ | ۱۶۰ | ۲۲۰ | ۱۸۰ | ۱۹۰ | |

www.mosamam.ir

# پاسخ- محاسبه هزینه نگهداری

**هزینه‌های دوره‌های بعد با اضافه شدن هزینه نگهداری به دست می‌آید.**

چون کمبود مجاز نیست، زیر قطر اصلی داده‌ای وارد نمی‌شود.

| تولید در دوره | مصرف در دوره | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ظرفیت |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | عادی | ۱۲ | ۱۴ | ۱۶ | ۱۸ | ۲۰ | ۱۳۰ |
| ۱ | اضافه | ۱۴ | ۱۶ | ۱۸ | ۲۰ | ۲۲ | ۳۰ |
| | جنبی | ۱۷ | ۱۹ | ۲۱ | ۲۳ | ۲۵ | ۶۰ |
| | عادی | | ۱۳ | ۱۵ | ۱۷ | ۱۸ | ۱۴۰ |
| ۲ | اضافه | | ۱۷ | ۱۹ | ۲۱ | ۲۳ | ۴۰ |
| | جنبی | | ۲۰ | ۲۲ | ۲۴ | ۲۶ | ۷۰ |
| | عادی | | | ۱۱ | ۱۳ | ۱۵ | ۱۸۰ |
| ۳ | اضافه | | | ۱۲ | ۱۴ | ۱۸ | ۵۰ |
| | جنبی | | | ۱۵ | ۱۷ | ۱۹ | ۴۰ |
| | عادی | | | | ۱۰ | ۱۲ | ۱۵۰ |
| ۴ | اضافه | | | | ۱۲ | ۱۴ | ۳۰ |
| | جنبی | | | | ۱۴ | ۱۶ | ۵۰ |
| | عادی | | | | | ۱۲ | ۱۶۰ |
| ۵ | اضافه | | | | | ۱۴ | ۴۰ |
| | جنبی | | | | | ۱۷ | ۳۰ |
| | تقاضا | ۱۵۰ | ۱۶۰ | ۲۲۰ | ۱۸۰ | ۱۹۰ | |

# پاسخ- تخصیص ظرفیت به تقاضا

در هر ستون به دنبال کوچکترین هزینه بگردید و حداکثر ممکن را تخصیص دهید.

| تولید در دوره | مصرف در دوره | ۱ | | ۲ | | ۳ | | ۴ | | ۵ | | ظرفیت |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | عادی | ۱۲ | ۱۳۰ | | ۱۴ | | ۱۶ | | ۱۸ | | ۲۰ | ۰ |
| ۱ | اضافه | ۱۴ | ۲۰ | ۱۰ | ۱۶ | | ۱۸ | | ۲۰ | | ۲۲ | ۰ |
| | جنبی | ۱۷ | – | | ۱۹ | | ۲۱ | | ۲۳ | | ۲۵ | ۶۰ |
| | عادی | | | ۱۴۰ | ۱۳ | | ۱۵ | | ۱۷ | | ۱۸ | ۰ |
| ۲ | اضافه | | | ۱۰ | ۱۷ | | ۱۹ | | ۲۱ | | ۲۳ | ۳۰ |
| | جنبی | | | | ۲۰ | | ۲۲ | | ۲۴ | | ۲۶ | ۷۰ |
| | عادی | | | | | ۱۸۰ | ۱۱ | | ۱۳ | | ۱۵ | ۰ |
| ۳ | اضافه | | | | | ۴۰ | ۱۲ | | ۱۴ | | ۱۸ | ۱۰ |
| | جنبی | | | | | | ۱۵ | | ۱۷ | | ۱۹ | ۴۰ |
| | عادی | | | | | | | ۱۵۰ | ۱۰ | | ۱۲ | ۰ |
| ۴ | اضافه | | | | | | | ۳۰ | ۱۲ | | ۱۴ | ۰ |
| | جنبی | | | | | | | | ۱۴ | | ۱۶ | ۵۰ |
| | عادی | | | | | | | | | ۱۶۰ | ۱۲ | ۰ |
| ۵ | اضافه | | | | | | | | | ۳۰ | ۱۴ | ۱۰ |
| | جنبی | | | | | | | | | | ۱۷ | ۳۰ |
| تقاضا | | ۰ | | ۰ | | ۰ | | ۰ | | ۰ | | |

www.mosamam.ir

# تمرین- روش حمل و نقل کمبود مجاز

- فرض کنید که هزینه تولید یک محصول در وقت عادی، در وقت اضافه و تحت قرارداد جنبی مطابق جدول زیر باشد. همچنین ظرفیت تولید در هر روش و تقاضای هر دوره نیز داده شده است. هزینه نگهداری برای هر واحد در هر دوره، ۲ واحد پولی است، و هزینه کمبود در هر دوره ۴ واحد است. یک جواب مناسب برای این مسأله بیابید.

| دوره | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
|---|---|---|---|---|---|
| هزینه تولید عادی | ۱۲ | ۱۳ | ۱۱ | ۱۴ | ۱۲ |
| هزینه تولید اضافه | ۱۴ | ۱۷ | ۱۲ | ۱۷ | ۱۴ |
| هزینه تولید جنبی | ۱۷ | ۱۸ | ۱۵ | ۲۰ | ۱۷ |
| تقاضای هر دوره | ۱۸۰ | ۱۸۰ | ۲۲۰ | ۲۰۰ | ۱۹۰ |

| دوره | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
|---|---|---|---|---|---|
| ظرفیت تولید عادی | ۱۳۰ | ۱۴۰ | ۱۶۰ | ۱۵۰ | ۱۶۰ |
| ظرفیت تولید اضافه | ۳۰ | ۴۰ | ۵۰ | ۳۰ | ۴۰ |
| ظرفیت تولید جنبی | ۶۰ | ۷۰ | ۴۰ | ۵۰ | ۳۰ |

# پاسخ- تخصیص ظرفیت به تقاضا

در روی قطر هزینه تولید و مصرف در هر دوره مشخص می‌شود.

| تولید در دوره | مصرف در دوره | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ظرفیت |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | عادی | ۱۲ | | | | | ۱۳۰ |
| | اضافه | ۱۴ | | | | | ۳۰ |
| | جنبی | ۱۷ | | | | | ۶۰ |
| ۲ | عادی | | ۱۳ | | | | ۱۴۰ |
| | اضافه | | ۱۷ | | | | ۴۰ |
| | جنبی | | ۲۰ | | | | ۷۰ |
| ۳ | عادی | | | ۱۱ | | | ۱۶۰ |
| | اضافه | | | ۱۲ | | | ۵۰ |
| | جنبی | | | ۱۵ | | | ۴۰ |
| ۴ | عادی | | | | ۱۴ | | ۱۵۰ |
| | اضافه | | | | ۱۷ | | ۳۰ |
| | جنبی | | | | ۲۰ | | ۵۰ |
| ۵ | عادی | | | | | ۱۲ | ۱۶۰ |
| | اضافه | | | | | ۱۴ | ۴۰ |
| | جنبی | | | | | ۱۷ | ۳۰ |
| تقاضا | | ۱۸۰ | ۱۸۰ | ۲۲۰ | ۲۰۰ | ۱۹۰ | |

www.mosamam.ir

# پاسخ- تخصیص ظرفیت به تقاضا

در بالای قطر هزینه تولید و نگهداری در هر دوره مشخص می‌شود.

| تولید در دوره | مصرف در دوره | ۱ | | ۲ | | ۳ | | ۴ | | ۵ | | ظرفیت |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | عادی | ۱۲ | | ۱۴ | | ۱۶ | | ۱۸ | | ۲۰ | | ۱۳۰ |
| | اضافه | ۱۴ | | ۱۶ | | ۱۸ | | ۲۰ | | ۲۲ | | ۳۰ |
| | جنبی | ۱۷ | | ۱۹ | | ۲۱ | | ۲۳ | | ۲۵ | | ۶۰ |
| ۲ | عادی | | | ۱۳ | | ۱۵ | | ۱۷ | | ۱۹ | | ۱۴۰ |
| | اضافه | | | ۱۷ | | ۱۹ | | ۲۱ | | ۲۳ | | ۴۰ |
| | جنبی | | | ۲۰ | | ۲۲ | | ۲۴ | | ۲۶ | | ۷۰ |
| ۳ | عادی | | | | | ۱۱ | | ۱۳ | | ۱۵ | | ۱۶۰ |
| | اضافه | | | | | ۱۲ | | ۱۴ | | ۱۶ | | ۵۰ |
| | جنبی | | | | | ۱۵ | | ۱۷ | | ۱۹ | | ۴۰ |
| ۴ | عادی | | | | | | | ۱۴ | | ۱۶ | | ۱۵۰ |
| | اضافه | | | | | | | ۱۷ | | ۱۹ | | ۳۰ |
| | جنبی | | | | | | | ۲۰ | | ۲۲ | | ۵۰ |
| ۵ | عادی | | | | | | | | | ۱۲ | | ۱۶۰ |
| | اضافه | | | | | | | | | ۱۴ | | ۴۰ |
| | جنبی | | | | | | | | | ۱۷ | | ۳۰ |
| تقاضا | | ۱۸۰ | | ۱۸۰ | | ۲۲۰ | | ۲۰۰ | | ۱۹۰ | | |

# پاسخ- تخصیص ظرفیت به تقاضا

در پایین قطر هزینه کمبود در هر دوره مشخص می‌شود.

| تولید در دوره | مصرف در دوره | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ظرفیت |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | عادی | ۱۲ | ۱۴ | ۱۶ | ۱۸ | ۲۰ | ۱۳۰ |
| | اضافه | ۱۴ | ۱۶ | ۱۸ | ۲۰ | ۲۲ | ۳۰ |
| | جنبی | ۱۷ | ۱۹ | ۲۱ | ۲۳ | ۲۵ | ۶۰ |
| ۲ | عادی | ۱۷ | ۱۳ | ۱۵ | ۱۷ | ۱۹ | ۱۴۰ |
| | اضافه | ۲۱ | ۱۷ | ۱۹ | ۲۱ | ۲۳ | ۴۰ |
| | جنبی | ۲۴ | ۲۰ | ۲۲ | ۲۴ | ۲۶ | ۷۰ |
| ۳ | عادی | ۱۹ | ۱۵ | ۱۱ | ۱۳ | ۱۵ | ۱۶۰ |
| | اضافه | ۲۰ | ۱۶ | ۱۲ | ۱۴ | ۱۶ | ۵۰ |
| | جنبی | ۲۳ | ۱۹ | ۱۵ | ۱۷ | ۱۹ | ۴۰ |
| ۴ | عادی | ۲۶ | ۲۲ | ۱۸ | ۱۴ | ۱۶ | ۱۵۰ |
| | اضافه | ۲۹ | ۲۵ | ۲۱ | ۱۷ | ۱۹ | ۳۰ |
| | جنبی | ۳۲ | ۲۸ | ۲۴ | ۲۰ | ۲۲ | ۵۰ |
| ۵ | عادی | ۲۸ | ۲۴ | ۲۰ | ۱۶ | ۱۲ | ۱۶۰ |
| | اضافه | ۳۰ | ۲۶ | ۲۲ | ۱۸ | ۱۴ | ۴۰ |
| | جنبی | ۳۳ | ۲۹ | ۲۵ | ۲۱ | ۱۷ | ۳۰ |
| تقاضا | | ۱۸۰ | ۱۸۰ | ۲۲۰ | ۲۰۰ | ۱۹۰ | |

www.mosamam.ir

# پاسخ- تخصیص ظرفیت به تقاضا

در هرستون کوچکترین هزینه را یافته و بیشترین تخصیص ممکن را انجام می‌دهیم.

| تولید در دوره | مصرف در دوره | ۱ | | ۲ | | ۳ | | ۴ | | ۵ | | ظرفیت |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | عادی | ۱۲ | ۱۳۰ | ۱۴ | | ۱۶ | | ۱۸ | | ۲۰ | | ۰ |
| ۱ | اضافه | ۱۴ | ۳۰ | ۱۶ | | ۱۸ | | ۲۰ | | ۲۲ | | ۰ |
| | جنبی | ۱۷ | ۲۰ | ۱۹ | | ۲۱ | | ۲۳ | | ۲۵ | | ۴۰ |
| | عادی | ۱۷ | | ۱۳ | ۱۴۰ | ۱۵ | | ۱۷ | | ۱۹ | | ۰ |
| ۲ | اضافه | ۲۱ | | ۱۷ | | ۱۹ | | ۲۱ | | ۲۳ | | ۴۰ |
| | جنبی | ۲۴ | | ۲۰ | | ۲۲ | | ۲۴ | | ۲۶ | | ۷۰ |
| | عادی | ۱۹ | | ۱۵ | ۴۰ | ۱۱ | ۱۲۰ | ۱۳ | | ۱۵ | | ۰ |
| ۳ | اضافه | ۲۰ | | ۱۶ | | ۱۲ | ۵۰ | ۱۴ | | ۱۶ | | ۰ |
| | جنبی | ۲۳ | | ۱۹ | | ۱۵ | ۴۰ | ۱۷ | | ۱۹ | | ۰ |
| | عادی | ۲۶ | | ۲۲ | | ۱۸ | ۱۰ | ۱۴ | ۱۴۰ | ۱۶ | | ۰ |
| ۴ | اضافه | ۲۹ | | ۲۵ | | ۲۱ | | ۱۷ | | ۱۹ | ۲۰ | ۱۰ |
| | جنبی | ۳۲ | | ۲۸ | | ۲۴ | | ۲۰ | | ۲۲ | | ۵۰ |
| | عادی | ۲۸ | | ۲۴ | | ۲۰ | | ۱۶ | ۶۰ | ۱۲ | ۱۰۰ | ۰ |
| ۵ | اضافه | ۳۰ | | ۲۶ | | ۲۲ | | ۱۸ | | ۱۴ | ۴۰ | ۰ |
| | جنبی | ۳۳ | | ۲۹ | | ۲۵ | | ۲۱ | | ۱۷ | ۳۰ | ۰ |
| | تقاضا | ۰ | | ۰ | | ۰ | | ۰ | | ۰ | | |

# مسائل کارگماری

- در بسیاری اوقات حل مسائل برنامه‌ریزی تولید بسیار شبیه به حل مسائل کارگماری خواهد بود.
- در این گونه مسائل به طور سنتی در نظر گرفته می‌شود که n, مرکز کاری و m کار برای برنامه ریزی وجود دارد.
- همه کارها بر روی همه مراکز کاری قابل انجام است، ولی سود یا هزینه مربوط به هر کار بر روی هر ماشین ممکن است متفاوت است.
- در عین حال هر کار تنها بر روی یک ماشین باید انجام شود و هر ماشین نیز تنها یک کار باید انجام دهد.
- مسائل به صورت استاندارد برای کمینه کردن هزینه مربوط به عملیات و برای حالتی که مراکز کاری و کارها برابرند، حل می‌شود.

www.mosamam.ir

# روش حل مسائل کارگماری-

## کمینه سازی m کار و m ماشین

- ۱- در هر سطر کوچکترین هزینه را یافته و از تمام هزینه‌های آن سطر کم کنید.
- ۲- در هر ستون نیز کوچکترین هزینه را یافته و از تمام هزینه‌های آن ستون کم کنید.
- ۳- بدین ترتیب در هر سطر و ستون یک عدد صفر به وجود می‌آید. به ترتیبی روی این صفرها را با خطوطی سعی می‌کنیم بپوشانیم که بیشترین تعداد صفر ممکن با کمترین تعداد خط پوشانده شود.
- ۴- در صورتی که تعداد خطوط با بعد مسأله (m) برابر باشد، مسأله به مقدار بهینه خود رسیده است. در غیر این صورت به گام ۵ بروید.

# روش حل مسائل کارگماری-

## کمینه سازی m کار و m ماشین

- ۵- از بین عددهای خط نخورده کوچکترین عدد را یافته، از تمام اعداد خط نخورده کم کنید. همچنین به اعدادی که در تقاطع خطوط واقع شده‌اند این مقدار را اضافه کنید. مجددا سعی در پوشاندن صفرها با کمترین تعداد خطوط بنمایید. و به گام ۴ بروید.
- ۶-پس از پایان الگوریتم می‌توانید با صفرهای به دست آمده تخصیص را انجام دهید. بدین ترتیب که از سطر یا ستونی شروع کنید که کمترین تعداد صفر را دارد. در جایی که صفر اتفاق افتاده، ماشین و کار مربوطه را به یکدیگر تخصیص دهید. آن سطر و ستون را حذف کرده و مجددا تا تخصیص همه کارها به همه ماشینها این کار را تکرار کنید.

# تمرین- بیشینه سازی کارگماری

- برای ۵ مرکز کاری، ۵ کار در نظر گرفته شده است.
- هزینه مربوط به عملیات این مراکز کاری در جدول زیر آورده شده است. بهترین ترکیب کار بر روی این ماشینها را بیابید.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۴ |
| ۲ | ۱۱ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۵ | ۱۶ |
| ۳ | ۱۳ | ۱۰ | ۱۴ | ۱۶ | ۱۳ |
| ۴ | ۱۵ | ۱۲ | ۱۷ | ۱۴ | ۱۲ |
| ۵ | ۱۶ | ۱۸ | ۱۰ | ۱۰ | ۱۱ |

# پاسخ- بیشینه سازی کارگماری

- ۱- ابتدا کوچکترین عدد هر سطر را از تمام اعداد ان سطر کم می‌کنیم.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۰ | ۱ | ۳ | ۲ | ۴ |
| ۲ | ۰ | ۲ | ۱ | ۴ | ۵ |
| ۳ | ۳ | ۰ | ۴ | ۶ | ۳ |
| ۴ | ۳ | ۰ | ۵ | ۲ | ۰ |
| ۵ | ۶ | ۸ | ۰ | ۰ | ۱ |

# پاسخ- بیشینه سازی کارگماری

- ۲- سپس کوچکترین عدد هر ستون را از تمام اعداد آن ستون کم می‌کنیم. در اینجا تمام ستونها دارای یک عدد صفر است که عملا گام ۲ بلااثر است.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۰ | ۱ | ۳ | ۲ | ۴ |
| ۲ | ۰ | ۲ | ۱ | ۴ | ۵ |
| ۳ | ۳ | ۰ | ۴ | ۶ | ۳ |
| ۴ | ۳ | ۰ | ۵ | ۲ | ۰ |
| ۵ | ۶ | ۸ | ۰ | ۰ | ۱ |

- ۳- با کمترین تعداد ممکن از خطوط تمام صفرهای به دست آمده را می‌پوشانیم.

# پاسخ- بیشینه سازی کارگماری

- ۴- با توجه به اینکه تعداد خطوط رسم شده از ابعاد مسأله کمتر است، باید کوچکترین عدد خط نخورده را بیابیم.
- ۵- با اضافه شدن صفر جدید باید یک خط نیز اضافه نمود. و در اینجا چون تعداد خطوط و ابعاد مسأله برابرند می‌توان جواب بهینه را به دست آورد.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۰ | ۱ | ۲ | ۱ | ۴ |
| ۲ | ۰ | ۲ | ۰ | ۳ | ۵ |
| ۳ | ۳ | ۰ | ۳ | ۵ | ۳ |
| ۴ | ۳ | ۰ | ۴ | ۱ | ۰ |
| ۵ | ۷ | ۹ | ۰ | ۰ | ۲ |

www.mosamam.ir

# پاسخ- بیشینه سازی کارگماری

- ۶- برای یافتن جواب بهینه از سطر ۱ که کمترین تعداد صفر را دارد شروع کرده و کار A را به ماشین ۱ اختصاص می‌دهیم. سپس با حذف این سطر و ستون، تنها انتخاب معتبر برای ماشین۲ کار C می‌تواند باشد.
- کار B نیز تنها به ماشین ۳ می‌تواند اختصاص یابد، و بدین ترتیب ماشین ۴ تنها می‌تواند کار E را انجام دهد و در نهایت کار D باید توسط ماشین ۵ انجام شود.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۰ | ۱ | ۲ | ۱ | ۴ |
| ۲ | ۰ | ۲ | ۰ | ۳ | ۵ |
| ۳ | ۳ | ۰ | ۳ | ۵ | ۳ |
| ۴ | ۳ | ۰ | ۴ | ۱ | ۰ |
| ۵ | ۷ | ۹ | ۰ | ۰ | ۲ |

# پرسش و پاسخ