مکانیک پرواز ۲ :

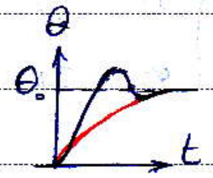
مکانیک پرواز و اجسام پرنده :
- قابلیت های پروازی Performance
- هدایت و برنامه ریزی مسیر
Conductance & Trajectory planing
- پایداری و کنترل پرواز
Flight stability & Control

AirCraft ≡ هواگرد
Airplane ≡ هواپیما

زیر موضوع های مکانیک پرواز ۲ :

۱- سمت گیری مطلوب هواپیما در فضا — Orientation — static
۲- پایداری حرکت (وضعیت تعادل) — Stability — dynamic
۳- فرمان پذیری — Controllability
۴- خوش دستی — handling Quality
۵- کیفیت های پروازی — Flight Quality

$\xi \simeq 0.7$

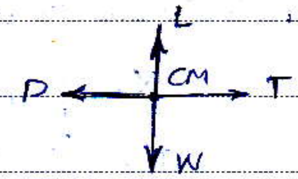


نمونه ای از رابطه مکانیک پرواز ۱ و ۲ :

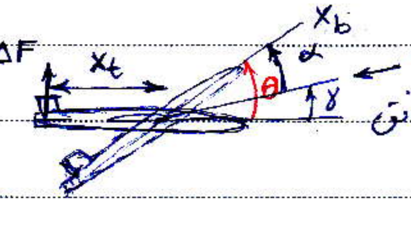
در حرکت مسیر :

$L = W$

$T = D$

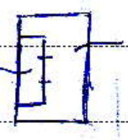


$L = L(C_L)$ $\quad C_L = C_L(\alpha)$, $\quad C_L = C_{L_0} + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}\alpha$ ↑ هدایت (مکانیک پرواز ۱)



$\theta = \alpha + \gamma$

زاویه مسیر خط پرواز



$\alpha = \alpha(\theta)$ $\quad \theta = \theta(\delta_e)$

$\delta_e = \delta(\theta, \theta_c)$

کنترل (مکانیک پرواز ۲)

δ_e ↓ سکان افقی

مراجع اصلی درس مکانیک پرواز ۲:

1. Automatic Flight Control systems (AFCS),
Donald. MC. Lean. Prentice Hall, 1990 — فصول ۲، ۳، ۹، ۱۰، ۱۱

2. پایداری و کنترل پرواز. محمدهاشم صدرائی. انتشارات آیندگان ۱۳۸۸
فصول ۳، ۴، ۵، ۸

3. Flight stability and Automatic Control,
Robert Nelson, Mc. Graw Hill, 1998

توزیع نمره درس: تکالیف ۴ نمره میان ترم ۶ نمره پایان ترم ۱۰ نمره

سرفصل های درس: syllabus

فصل ۱- مدلسازی ریاضی حرکت ۶ درجه آزادی هواپیما (فرض هواپیمای صلب)

موقعیت Position $\begin{cases} x, & v_x \\ y, & v_y \\ z, & v_z \end{cases}$ وضعیت Atitiude Orientation $\begin{cases} \psi & \text{زاویه سمت} \\ \theta & \text{فراز} \\ \phi & \text{غلت} \end{cases}$ $\begin{cases} p & \text{سرعت غلت} \\ q & \text{سرعت فراز} \\ r & \text{سرعت سمتی} \end{cases}$

فصل ۲- خطی سازی معادلات حرکت هواپیما با استفاده از تئوری اغتشاشات کوچک
(Perturbation Theory) $X = X_\circ + \Delta X$ → Small Perturbation
$X_\circ$: Trim Condition

نتیجه فصل ۲: تفکیک حرکت ۶ درجه آزادی به حرکت طولی و عرضی

متغیرهای حرکت طولی $\begin{cases} u \\ w \\ \theta \\ \alpha \\ q \end{cases}$ متغیرهای حرکت عرضی $\begin{cases} v\ (\beta) & \beta \text{ زاویه لغزش} \\ \phi & \text{حرکت جانبی} \\ \psi & \text{حرکت سمتی} \\ p \\ r \end{cases}$

فصل ۳- بررسی حرکت طولی هواپیما Airplane Longitudinal Motion

$\dfrac{u(s)}{\delta_{th}(s)}$ $\dfrac{h(s)}{\delta_e(s)}$

δ_{th} ← زاویه دریچه سوخت
δ_e ← سکان افقی

ϕ ψ

فصل ۴. بررسی حرکت عرضی (سمتی ـ جانبی) Lateral _ Directional Motion

* نتیجه فصول ۳ و ۴ بدست آوردن توابع تبدیل هواپیما به عنوان پلنت کنترل می باشد.

فصل ۵ـ بررسی تعادل هواپیما (شرایط تعادل) Trim Condition

$$\begin{cases} h_0 \\ U_0 \rightarrow \delta_{th_0} \\ \alpha_0 \rightarrow \\ \theta_0 \leftarrow \delta_{e_0} \end{cases}$$

فصل ۶ـ بررسی پایداری حرکت هواپیما (پایداری استاتیکی ـ پایداری دینامیکی)

dynamic & static stability

فصل ۷ـ سیستم های کنترل اتوماتیک پرواز

Automatic Flight Control systems (AFCS)

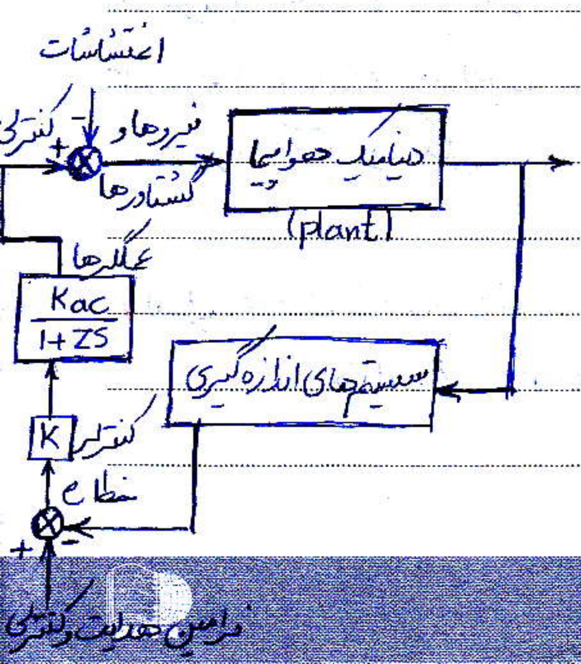
۷ـ۱ـ سیستم های افزاینده پایداری

stability Augmentation

۷ـ۲ـ سیستم های کنترل وضعیت
- سیستم کنترل غلت ϕ
- سیستم کنترل فراز θ
- سیستم کنترل سمت ψ Turn Control

۷ـ۳ـ سیستم های کنترل مسیر
- کنترل ارتفاع
- سیستم کنترل سرعت پرواز
- سیستم کنترل عدد ماخ

* بلوک دیاگرام سیستم کنترل هواپیما:



متغیرهای پروازی
- موقعیت ها
- سرعت های
- خطی وضعیت
- سرعت های چرخشی } ژیروسکوپ ها اندازه گیری می شود

عملگرهای پروازی هواپیما: ۴ عملگر برای هواپیمای معمولی (تراست، Rudder، ... ، ...)

۱- کنترل موقعیت: نیروی پیشران (موتورها)

δ_{th}

کنترل موتور از طریق تنظیم تغذیه سوخت (با زاویه دریچه سوخت)

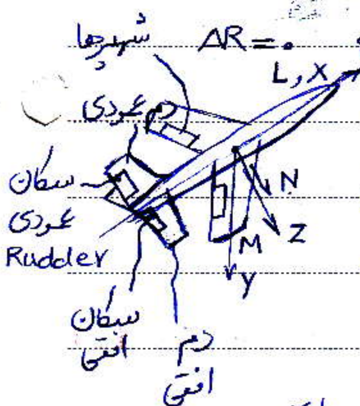
Throttle

$T = T_0 + \Delta T$ (تراست لحظه‌ای، تراست پایا، تراست کنترلی)

زاویه دریچه سوخت $= \Delta_{th} + \delta_{th}$ (برای تعادل، برای کنترل)

$\Delta T \sim \pm 10\%\, T_0$

۲- عملگرهای کنترل وضعیت:



۲-۱- در هواپیماهای معمولی از نیروهای آیرودینامیکی

۱- برای محور قائم از سکان عمودی Rudder

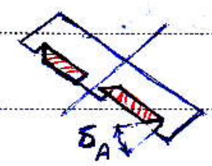
$\Delta R = 0$

۲- برای محور جانبی از سکان افقی Elevator (بالابر)

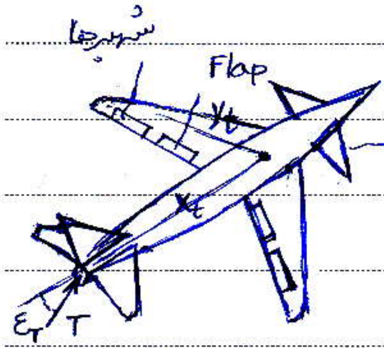
$\Delta_e = \Delta_{0e} + \delta_e$

مقدار تعادلی، مقدار کنترلی

۳- برای محور طولی از شهپرهای روی بال استفاده می‌شود.



Ailerons



عملگرهای اضافی (در هواپیماهای مانورپذیر):

۱- بالک جلویی Canard

۲- برآفزا Flaps شبیه الویتور δ_F ← برای تغییر زاویه حمله

هواپیمای جنگنده

۳- اسپویلرها برای تولید لیفت منفی Spoiler

۴- ترمزهای آیرودینامیکی Speed brake

در هواپیمای جنگنده: $I_y \sim I_z \gg I_x$

$$I_x = \int_V (y^2 + z^2)\, dm$$

* کنترل وضعیت با نیروی پیشران

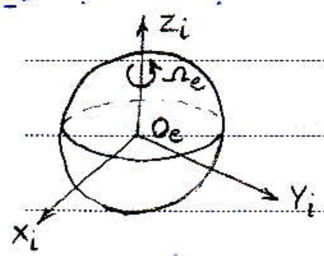
Thrust Vector Control

$$\underbrace{T \sin \varepsilon_T}_{Y_T} \times X_T = N$$

* هواپیمایی که دارای اجزاء کنترلی اضافی فوق باشد بنام هواپیما با پیکربندی کنترلی CCV
Control Configured Vehicle

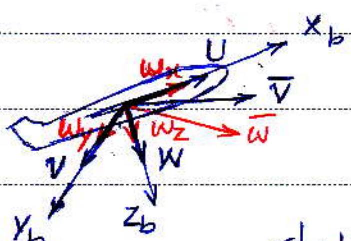
دستگاه های مختصات و تبدیلات بین آن ها:

۱ـ دستگاه مختصات اینرسی: دستگاهی که شتاب خطی و چرخش زاویه‌ای نداشته باشد. مبدأ این دستگاه روی مرکز زمین، محور Z_i در امتداد محور چرخش وضعی زمین (از قطب شمال جغرافیایی می‌گذرد) محورهای X_i، Y_i در صفحهٔ استوا.



۲ـ دستگاه مختصات بدنی هواپیما (Body Axis) $O_{CM} X_b Y_b Z_b$

مبدأ آن در مرکز جرم جسم، محور X_b در امتداد محور طولی، محور Z_b در صفحهٔ تقارن هواپیما به سمت پایین.

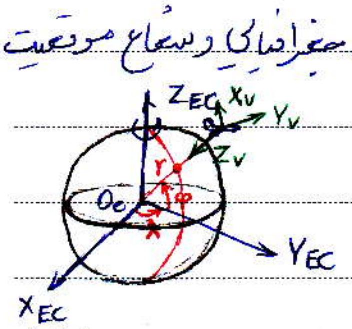


بردار سرعت مطلق $\bar{V} = Ui + Vj + WK$

بردار سرعت زاویه‌ای مطلق جسم $\bar{\omega} = \omega_x i + \omega_y j + \omega_z K$

۳ـ دستگاه مختصات زمین ثابت و زمین مرکز (Earth Fixed_Earth Centered (ECEF)

دستگاهی است که نسبت دستگاه اینرسی معرفی شده چرخش وضعی زمین را انجام می‌دهد.
موقعیت جسم پرنده مطابق شکل با مختصات λ، φ و r طول و عرض جغرافیایی و شعاع موقعیت جسم مشخص می‌شود.



در امتداد گرین ویچ

۴ـ دستگاه مختصات قائم همراه: $O_{CM} X_v Y_v Z_v$

Local Vertical Frame

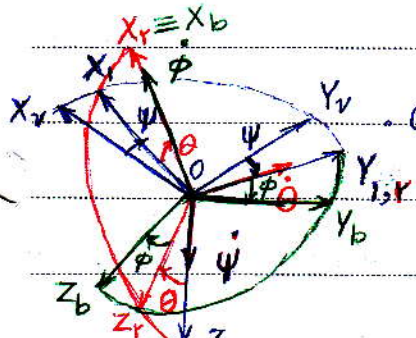
Vehicle Carried Frame

مبدأ آن در مرکز جرم جسم، محور Z_v به سمت مرکز زمین بصورت شعاعی محور X_v افقی و به سمت شمال جغرافیایی و یا یک سمت مشخص.

* این دستگاه مختصات برای تعیین وضعیت (سمت گیری) هواپیما نسبت به زمین بکار می رود.

دستگاه های مختصات و تبدیلات بین آن ها

وضعیت هواپیما نسبت به زمین با زوایای اویلر (سمت ـ فراز و غلت) مشخص می شود.

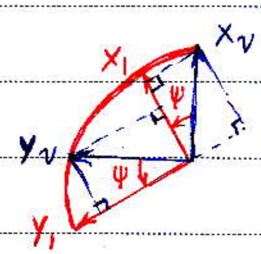


۱ـ چرخش سمت (ψ (Yaw : چرخش جسم حول محور Z_v قائم بر زمین.

$$X_1 = X_v \cos\psi + Y_v \sin\psi$$

$$Y_1 = Y_v \cos\psi - X_v \sin\psi$$

$$Z_1 \equiv Z_v$$



$$\Longrightarrow \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_v \\ Y_v \\ Z_v \end{Bmatrix}$$

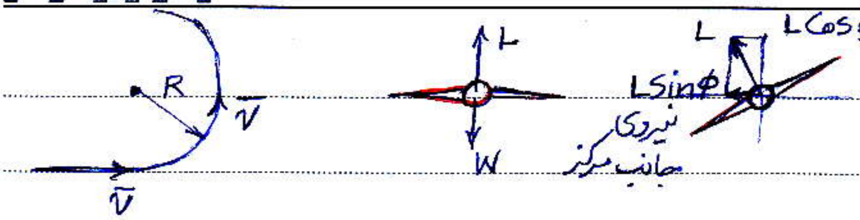
ماتریس دوران حول Z_v $\quad T_\psi$

۲ـ چرخش فراز θ (Pitch) چرخش جسم حول محور جانبی Y_1 (زاویه محور طولی با افق)

$$\begin{Bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Bmatrix}$$

ماتریس دوران حول Y_1 $\quad T_\theta$

۳ـ چرخش غلت (ϕ (Roll چرخش هواپیما حول محور طولی خود.



$$\begin{Bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cos\phi & \sin\phi \\ \cdot & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_r \\ Y_r \\ Z_r \end{Bmatrix}$$

T_ϕ ماتریس چرخش حول محور X_b

$$\begin{Bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{Bmatrix} = \underbrace{T_\phi \times T_\theta \times T_\psi}_{T_{\psi\theta\phi}} \begin{Bmatrix} X_v \\ Y_v \\ Z_v \end{Bmatrix}$$

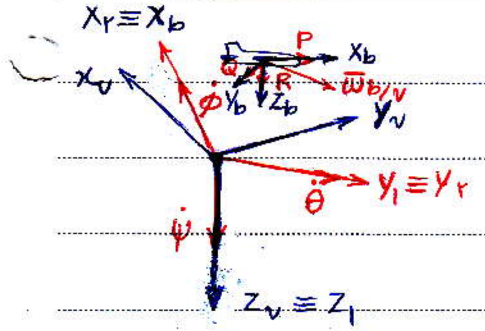
* ماتریس های دوران ماتریس های متعامد هستند.

معکوس یک ماتریس متعامد با ترانهاده آن برابر می باشد.

$$T_{\psi\theta\phi} = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \sin\psi\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\psi\cos\theta + \sin\phi\cos\psi\sin\theta & \cos\phi\cos\psi + \sin\phi\sin\theta\sin\psi & \sin\phi\cos\theta \\ \sin\psi\sin\phi + \cos\phi\cos\psi\sin\theta & -\cos\psi\sin\phi + \sin\theta\sin\psi\cos\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} X_v \\ Y_v \\ Z_v \end{Bmatrix} = T_{-\phi-\theta-\psi} \begin{Bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{Bmatrix}$$

$$T_{-\phi-\theta-\psi} = (T_{\psi\theta\phi})^{-1} = (T_{\psi\theta\phi})^{T}$$



$\bar{\omega}_{b/v}$ ، بردار سرعت زاویه‌ای هواپیما نسبت به زمین

$$\bar{\omega}_{b/v} = P\hat{i} + Q\hat{j} + R\hat{k}$$

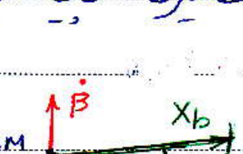
$$\begin{Bmatrix} P \\ Q \\ R \end{Bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \end{bmatrix} \\ Z_2 \end{array} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{array}{c} \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \end{bmatrix} \\ Y_2 \end{array} \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{array}{c} \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \end{bmatrix} \\ X_2 \equiv X_b \end{array} \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} P \\ Q \\ R \end{Bmatrix} = T_\phi \times T_\theta \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} + T_\phi \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases} P = \dot{\phi} - \dot{\psi}\sin\theta \\ Q = \dot{\theta}\cos\phi + \dot{\psi}\cos\theta\sin\phi \\ R = \dot{\psi}\cos\theta\cos\phi - \dot{\theta}\sin\phi \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \dot{\phi} = P + \tan\theta(q\sin\phi + R\cos\phi) \\ \dot{\theta} = Q\cos\phi - R\sin\phi \\ \dot{\psi} = (Q\sin\phi + R\cos\phi)\dfrac{1}{\cos\theta} \end{cases}$$

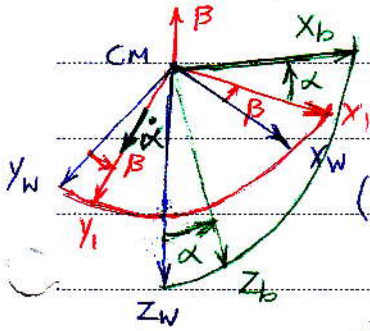
* دستگاه مختصات مسیر $O_{cm} X_W Y_W Z_W$ Wind axis

دستگاه مختصات مماسی ـ نرمال



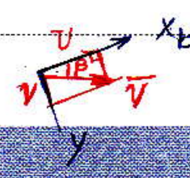
$\leftarrow \bar{V}$ سرعت باد (جریان هوا)

این دستگاه به همراه هواپیما حرکت می‌کند. محور X_W مماس بر مسیر به سمت جلو مثبت.
محور Z_W به طرف مرکز انحنای دوران مسیر. این دستگاه برای تعیین سمت‌گیری هواپیما نسبت به جریان هوا بکار می‌رود.



β ، زاویه لغزش Sideslip angle

چرخش هواپیما حول محور Z_W (با زاویه صفحهٔ تقارن هواپیما با بردار سرعت $\bar{V}$)
سرعت جانبی هواپیما باعث ایجاد این زاویه می‌شود.



$$\sin\beta = \frac{v}{V}$$

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{T_\beta} \begin{Bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{Bmatrix}$$

α زاویه حمله هواپیما Angle of attack

زاویه محور طولی هواپیما با تصویر بردار سرعت در صفحه تقارن هواپیما (اگر $\beta = 0$ عملاً زاویه حمله زاویه محور طولی هواپیما با بردار سرعت می باشد)

$C_L = C_L(\alpha)$, $C_L = C_L(\beta, \alpha)$

$$\begin{Bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}}_{T_\alpha} \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Bmatrix} \qquad \begin{Bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{Bmatrix} = T_\alpha \times T_\beta \begin{Bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{Bmatrix}$$

$$T_{\beta\alpha} = T_\alpha \times T_\beta = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & -\sin\beta\cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

مؤلفه های سرعت در دستگاه بدنی :

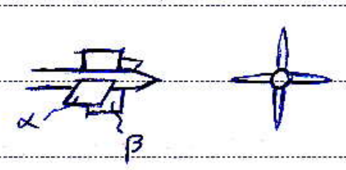
$$\begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = T_{\beta\alpha} \times \begin{Bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} U &= V\cos\beta\cos\alpha \\ V &= V\sin\beta \\ W &= V\sin\alpha\cos\beta \end{aligned}$$

برای زوایای کوچک α و β :

$$\begin{cases} U \cong V \\ V \cong V.\beta \\ W \cong V.\alpha \end{cases}$$

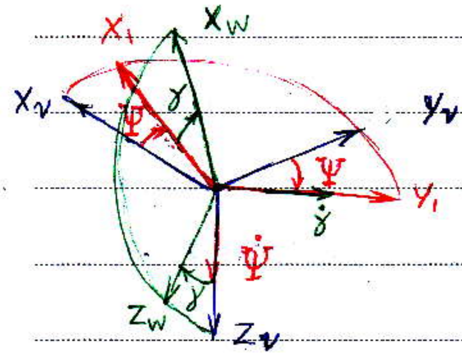
اندازه‌گیری α و β

$$\alpha = \frac{W}{V} \cong \frac{W}{U} \qquad \beta = \frac{V}{V} \cong \frac{V}{U}$$



× در هواپیما های مافوق صوت اندازه‌گیری α و β از روش تحلیلی از روی مقادیر سرعت‌ها و روابط فوق بدست می آید.

* تعیین وضعیت مسیر نسبت به زمین و وضعیت دستگاه مسیر نسبت به دستگاه قائم همراه



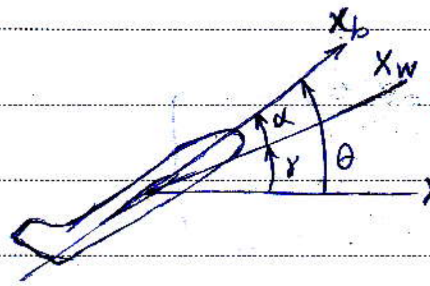
۱- زاویه سمت مسیر (آزیموت) Azimuth Ψ

زاویه تصویر افقی بردار سرعت با جهت مشخص شمال

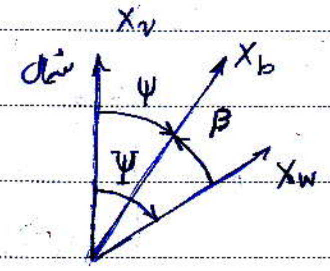
۲- زاویه مسیر (شیب مسیر) Path angle γ

زاویه بردار سرعت با افق

$$\begin{cases} \theta = \gamma + \alpha \\ \Psi = \beta + \psi \end{cases}$$



$\psi = \Psi = \beta = 0$



$\alpha = \gamma = \theta = 0$

معادلات حرکت هواپیما:

فرضیات: ۱- هواپیما صلب درنظر گرفته می‌شود. (مادون صوت)

۲- جرم هواپیما در فرآیند بررسی حرکت تغییرات ناچیزی دارد. $\dot{m} = 0$ بود.

۳- کره زمین بدون چرخش و مسطح فرض می‌شود. ← دستگاه مختصات زمینی همان اینرسی خواهد

$\bar{W} = W_x i + W_y j + W_z K$

$\bar{W}_{b/v} = P i + Q j + R K$ P ، Q ، R مؤلفه‌های مطلق خواهند بود.

* معادلات حرکت انتقالی مرکز جرم هواپیما: Position

قانون دوم نیوتن: $\Sigma \bar{F} = \frac{d}{dt}(m\bar{v})$

$$\Sigma \bar{F} = \frac{\partial}{\partial t}(m\bar{v}) + \bar{W} \times (m\bar{v})$$

سرعت زاویه‌ای مطلق چرخش بردار $m\bar{v}$ در فضا

بیان معادلات بصورت مؤلفه‌ها در دستگاه بدنی:

برآیند نیروهای خارجی $\quad \Sigma \bar{F} = F_x i + F_y j + F_z K$

برآیند گشتاورهای خارجی $\quad \Sigma \bar{M} = L i + M j + N K$

$$\bar{V} = U i + V j + W K$$

$$\bar{\omega} = P i + Q j + R K$$

$$F_x i + F_y j + F_z K = m(\dot{U} i + \dot{V} j + \dot{W} K) + m \times \begin{vmatrix} i & j & K \\ P & Q & R \\ U & V & W \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} m(\dot{U} + QW - RV) = F_x \\ m(\dot{V} + RU - PW) = F_y \\ m(\dot{W} + PV - QU) = F_z \end{cases}$$

Orientation — معادلات حرکت زاویه‌ای هواپیما (وضعیت)

Attitude — معادلات اویلر:

Kinetic Momont — برآیند گشتاورهای خارجی برابر $\quad \Sigma \bar{M} = \frac{d}{dt}(\bar{H})$

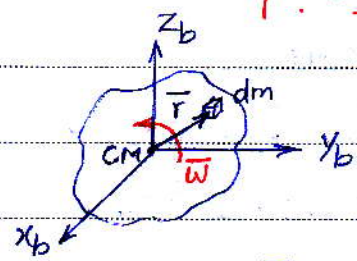
Moment of Momentum — تغییرات زمانی اندازه حرکت

زاویه‌ای جسم می‌باشد. $\quad \Sigma \bar{M} = \frac{\partial}{\partial t}(\bar{H}) + \bar{\omega} \times \bar{H}$

اندازه حرکت زاویه‌ای جسم:

$$d\bar{H} = \bar{r} \times dm\, \bar{V}$$

$$d\bar{H} = \bar{\omega} \times \dot{\bar{r}}\, dm$$



$\bar{V}$ سرعت ناشی از چرخش $\bar{\omega}$ می‌باشد.

$$d\bar{H} = \bar{r} \times dm \times \bar{\omega} \times \bar{r}$$

$$\bar{H} = \int_{\text{حجم}} (\bar{r} \times \bar{\omega} \times \bar{r})\, dm \qquad \bar{r} = x i + y j + z K$$

$$H_x i + H_y j + H_z K = \int (x i + y j + z K)(P i + Q j + R K)(x i + y j + z K)\, dm$$

$$= \Big\{ P \underbrace{\int (y^2 + z^2)\, dm}_{I_{xx}} - Q \underbrace{\int (xy)\, dm}_{I_{xy}} - R \underbrace{\int xz\, dm}_{I_{xz}} \Big\} i$$

$$+ \Big\{ -P \underbrace{\int yx\, dm}_{I_{yx}} + Q \underbrace{\int (x^2 + y^2)\, dm}_{I_{yy}} - R \underbrace{\int yz\, dm}_{I_{yz}} \Big\} j$$

$$+\{-P\underbrace{\int zx\,dm}_{I_{zx}}-Q\underbrace{\int zy\,dm}_{I_{zy}}+R\underbrace{\int (x^2+y^2)\,dm}_{I_{zz}}\}K$$

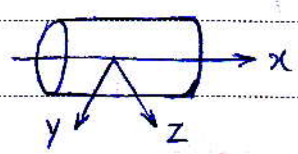
$$\begin{Bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ Q \\ R \end{Bmatrix}$$

تانسور اینرسی جسم $\bar{I}$

* یک جهت مشخص در جسم وجود دارد که در آن حاصل ضرب های اینرسی صفر می شود.

$$\bar{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

محورهای مختصات مربوط به این جهت را محورهای اصلی اینرسی گویند.



برای هواپیما با توجه به صفحهٔ تقارن xz :

$$\bar{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} I_{xx}\dot{P} - I_{xz}(\dot{R}+PQ) + QR(I_{zz}-I_{yy}) = L \\ I_{yy}\dot{Q} + I_{xz}(P^2-R^2) + PR(I_{xx}-I_{zz}) = M \\ I_{zz}\dot{R} + I_{xz}(QR-\dot{P}) + PQ(I_{yy}-I_{xx}) = N \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = \dot{\phi} - \dot{\psi}\sin\theta \\ Q = \dot{\theta}\cos\phi + \dot{\psi}\cos\theta\sin\phi \\ R = \dot{\psi}\cos\theta\cos\phi - \dot{\theta}\sin\phi \end{cases}$$

* حل معادلات غیرخطی فوق با معلوم بودن نیروها و گشتاورهای خارجی شامل تعیین توابع زمانی U، V، W، P، Q، R، ψ، θ و ϕ می باشد که حرکت هواپیما را توصیف می کند.

خطی سازی معادلات حرکت ۶ درجه آزادی هواپیما :

مطابق تئوری اغتشاشات کوچک Perturbation Theory (Small Dist. Th.)
در این تئوری حول یک حالت تعادل حرکت اغتشاشی پرنده با فرض تغییرات متغیرها نسبت به یک مقدار ثابت توصیف می شود.

$$\begin{cases} U = U_0 + u \\ V = V_0 + v \\ W = W_0 + w \end{cases} \qquad \begin{cases} P = P_0 + p \\ Q = Q_0 + q \\ R = R_0 + r \end{cases} \qquad \begin{cases} \Phi = \Phi_0 + \phi \\ \Theta = \Theta_0 + \theta \\ \Psi = \Psi_0 + \psi \end{cases}$$

$$\Delta = \Delta_0 + \delta \qquad (\delta_A, \delta_e, \delta_R, \delta_{th}, \delta_F)$$

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha \qquad F \Rightarrow \quad X = X_0 + \Delta X \qquad \begin{cases} L = L_0 + \Delta L \\ M = M_0 + \Delta M \\ N = N_0 + \Delta N \end{cases}$$

$$\beta = \beta_0 + \beta \qquad Y = Y_0 + \Delta y$$

$$Z = Z_0 + \Delta Z$$

* نیروها : ۱) نیروی وزن

در دستگاه مسیر   در دستگاه بدنی

۲) نیروی پیشران

۳) نیروهای آیرودینامیکی

$$\left. \begin{matrix} L \\ D \end{matrix} \right\} \qquad \left. \begin{matrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{matrix} \right\}$$

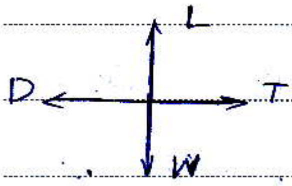
* مؤلفه های نیرو در دستگاه بدنی :

$$\begin{Bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{Bmatrix} = T_{\psi\theta\phi} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -mg\sin\theta \\ mg\cos\theta\sin\phi \\ mg\cos\theta\cos\phi \end{Bmatrix}$$

به جای $\Phi = \Phi_0 + \phi \ , \ \Theta = \Theta_0 + \theta$

$$\begin{Bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{Bmatrix} = \begin{cases} -mg\cos\theta_0\,\theta - mg\sin\theta_0 \\ (mg\cos\theta_0\cos\phi_0)\,\phi - (mg\sin\theta_0\sin\Phi_0)\,\theta + mg\cos\theta_0\sin\Phi_0 \\ -(mg\cos\theta_0\sin\Phi_0)\,\phi + (mg\sin\theta_0\cos\Phi_0)\,\theta - mg\cos\theta_0\cos\Phi_0 \end{cases}$$

انواع رژیم های دائمی پرواز (حالات تعادل)



۱ـ رژیم پرواز سیر (Cruise)

$V_0 = Const$ $\quad \alpha_0 = Const$

$W_0 = 0$ $\quad \gamma_0 = 0$

$v_0 = 0$ $\quad \theta_0 = Const$

$h_0 = Const$ (ثابت ρ)

$\delta_{e_0} = Const$ $\quad \delta_{A_0} = 0$ $\quad \delta_{th_0} = Const$

$\delta_{R_0} = 0$

۲ـ پرواز صعودی آرام با سرعت ثابت :

$W_0 = Const$ بر خی مقادیر قبلی

$\gamma_0 = Const$

$\dot{h}_0 = Const$

۳ـ دور زدن Turn :

$\dot{\Psi}_0 = Const \rightarrow \dot{\Psi}_0 = \dfrac{\dot{R}_0}{\cos\theta_0}$

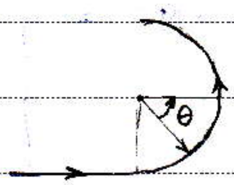
$\Phi_0 = Const$

۴ـ مانور فرچرخ (علت سریع) : spin

$P_0 = Const$

$\dot{\Phi}_0 = Const$

۵ـ بالاکش pull up :



$\dot{\theta}_0 = Const$

۶ـ تعلیق hovering :

$U_0 = 0$

$W_0 = 0$

$v_0 = 0$

$m(\dot{U} + QW - RV + g\sin\theta) = X$ نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی بدون وزن

$m(\dot{U}_0 + \dot{u} + (Q_0+q)(W_0+w) - (R_0+r)(V_0+v) + g\sin(\theta_0+\theta)) = X_0 + \Delta X$

$m(Q_0W_0 - R_0V_0 - g\sin\theta_0) = X_0$ معادله تعادل (Trim Condition)

$m(\dot{u} + Q_0 w + W_0 q - V_0 r + g\cos\theta_0\,\theta) = \Delta x$ معادله اغتشاشی

$$\Longrightarrow \begin{cases} m(\dot{u} + g\cos\theta_0\,\theta) = \Delta x \\ m(\dot{v} + U_0 r - g\cos\theta_0\,\phi) = \Delta y \\ m(\dot{w} - U_0 q + g\sin\theta_0\,\theta) = \Delta Z \\ I_{xx}\dot{P} - I_{xz}\dot{r} = \Delta L \\ I_{yy}\dot{q} = \Delta M \\ I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{P} = \Delta N \\ \dot{\phi} = P + r\tan\theta_0 \\ \dot{\theta} = q \\ \dot{\psi} = \dfrac{r}{\cos\theta_0} \end{cases}$$

۴ معادله $\rightsquigarrow$
$$\begin{cases} m(\dot{u} + g\cos\theta_0\,\theta) = \Delta x \\ m(\dot{w} - U_0 q + g\sin\theta_0\,\theta) = \Delta Z \\ I_{yy}\dot{q} = \Delta M \\ \dot{\theta} = q \end{cases}$$

حرکت طولی هواپیما (حرکت در صفحه قائم و حول محور جانبی)

۵ معادله $\rightarrow$ حرکت عرضی هواپیما (سمتی ـ جانبی)

$$\begin{cases} m(\dot{v} + U_0 r - g\cos\theta_0\,\phi) = \Delta y \\ I_{xx}\dot{P} - I_{xz}\dot{r} = \Delta L \\ I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{P} = \Delta N \\ \dot{\phi} = P + r\tan\theta_0 \\ \dot{\psi} = \dfrac{r}{\cos\theta_0} \end{cases}$$

$* \quad \beta = \dfrac{v}{U_0}$

$$\begin{cases} U = V\cos\alpha\cos\beta & \longrightarrow \quad U = V \\ v = V\sin\beta & \longrightarrow \quad v = V\beta \longrightarrow * \\ W = V\sin\alpha\cos\beta & \longrightarrow \quad w = V\alpha \qquad \alpha = \dfrac{w}{U_0} \end{cases}$$

خطی سازی روابط نیروها و گشتاورها براساس روش بسط تیلور:

$X = X(u, w, q, \theta, \dot{u}, \dot{w}, \dot{q}, \dot{\theta}, \delta_e, \delta_{th}, \dot{\delta}_e, \dot{\delta}_{th})$.

حرکت طولی:

$$\begin{cases} m(\dot{u} + g\cos\theta_0\,\theta) = \Delta X \\ m(\dot{w} - U_0 q + g\sin\theta_0\,\theta) = \Delta Z \\ I_{yy}\,\dot{q} = \Delta M \\ \dot{\theta} = q \end{cases}$$

نیروها: نیروی پیشران + نیروهای آیرودینامیکی

$$X = \underbrace{X_0}_{\text{نیروی تعادلی}} + \underbrace{\frac{\partial X}{\partial u}\Big|_{U_0} u + \frac{\partial X}{\partial \dot{u}}\dot{u} + \frac{\partial X}{\partial w}\Big|_{W_0} w + \frac{\partial X}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial X}{\partial q}q + \frac{\partial X}{\partial \dot{q}}\dot{q} + \frac{\partial X}{\partial \theta}\theta + \frac{\partial X}{\partial \dot{\theta}}\dot{\theta} + \frac{\partial X}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial X}{\partial \dot{\delta}_e}\dot{\delta}_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_{th}}\delta_{th} + \frac{\partial X}{\partial \dot{\delta}_{th}}\dot{\delta}_{th}}_{\Delta X}$$

* مشتقات پایداری تعیین کننده پایداری (استاتیکی) هستند.

$$\frac{\partial X}{\partial i} \times \frac{1}{m} = \underbrace{X_i}_{\text{مشتقات پایداری}} \qquad i = u, \dot{u}, w, \dot{w}, \ldots$$

$$\frac{\partial M}{\partial i} \times \frac{1}{I_{yy}} = M_i \qquad i = u, \dot{u}, w, \dot{w}, \ldots$$

* در ضمیمه B آخر کتاب مکلین جدول مشخصات هواپیماها در کلاس های مختلف و مشتقات پایداری آن ها ذکر شده است.

۴ رژیم پروازی Flight Condition:

۱_ پرواز سیر در سطح دریا
۲_ پرواز در ارتفاع متوسط و سرعت متوسط
۳_ پرواز در ارتفاع سیر و سرعت متوسط
۴_ پرواز در ارتفاع سیر و سرعت سیر نامی

مثال_ هواپیمای DELTA یک هواپیمای بزرگ باری ۴ موتوره (موتورها توربوفن)

Flight Condition 4:

$$\begin{cases} U_0 = 240\ \frac{m}{s} \\ m = 300000\ Kg \qquad I_{yy} = 4.31 \times 10^7\ Kgm^2 \\ h = 12200\ m \qquad I_{xx} = 3.77 \times 10^7\ Kgm^2 \\ \alpha_0 = 4.9^\circ \quad \gamma_0 = 0 \quad \theta_0 = \alpha_0 = 4.9^\circ \end{cases}$$

$I_{xz} = 0.355 \times 10^7\ Kgm^2$

$I_{zz} = 7.42 \times 10^7\ Kgm^2$

$$\begin{cases} \dot{u} = X_u\, u + X_w\, w - g\cos\theta_0\,\theta + X_{\delta_e}\,\delta_e + X_{\delta_{th}}\,\delta_{th} \\ \dot{w} = Z_u\, u + Z_w\, w + U_0\, q - g\sin\theta_0\,\theta + Z_{\delta_e}\,\delta_e + Z_{\delta_{th}}\,\delta_{th} \\ \dot{q} = M_u\, u + M_w\, w + M_{\dot{w}}\,\dot{w} + M_q\, q + M_{\delta_e}\,\delta_e + M_{\delta_{th}}\,\delta_{th} \\ \dot{\theta} = q \end{cases}$$

* معادلات فوق معادلات حرکت اغتشاشی طولی هواپیما در پرواز سیر می باشد.

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g\cos\theta_0 \\ Z_u & Z_w & U_0 & -g\sin\theta_0 \\ \underbrace{M_u + M_{\dot{w}} Z_u}_{\bar{M}_u} & \underbrace{M_w + M_{\dot{w}} Z_w}_{\bar{M}_w} & \underbrace{M_q + M_{\dot{w}} U_0}_{\bar{M}_q} & \underbrace{-g M_{\dot{w}} \sin\theta_0}_{\bar{M}_\theta} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{Bmatrix}$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{th} \\ Z_{\delta_e} & Z_{th} \\ \underbrace{M_{\delta_e} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_e}}_{\bar{M}_{\delta_e}} & \underbrace{M_{\delta_{th}} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_{th}}}_{\bar{M}_{\delta_{th}}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B} \begin{Bmatrix} \delta_e \\ \delta_{th} \end{Bmatrix}$$

$\dot{X} = AX + BU$ فرم معادلات حالت هواپیما

$X = \begin{Bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{Bmatrix}$ ماتریس متغیرهای حالت

$U = \begin{Bmatrix} \delta_e \\ \delta_{th} \end{Bmatrix}$ ماتریس ورودی (کنترلی)

مثال

$$A = \begin{Bmatrix} -0.03 & 0 & 0 & -g\cos 4.9^\circ \\ 0.17 & -0.387 & 260 & -g\sin 4.9^\circ \\ 0.0054 & -0.0058 & -0.68 & 0.00042 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix}$$

معادله مشخصه معادلات دیفرانسیل:

$\Delta(s) = |sI - A| = 0$

$\Delta(s) = s^4 + 1.097 s^3 + 1.805 s^2 + 0.1009 s + 0.0106 = 0$

ریشه‌ها
$$\begin{cases} s_{1,2} = -0.017 \pm 0.073 j \\ s_{3,4} = -0.521 \pm 1.212 j \end{cases}$$

حرکت پریودیک بلند Long Period (Phugoid) فوگوئید

برای حرکت $s = a + bj = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\, j$

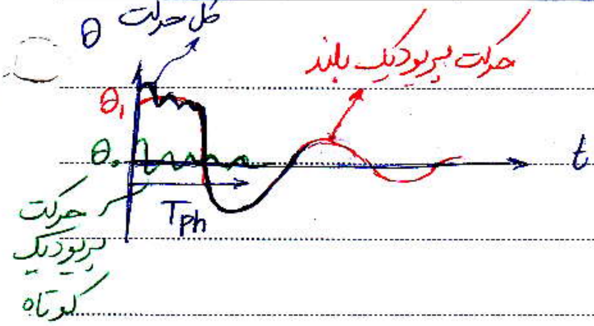
نوسانی پایدار (ریشه‌ها مختلط با قسمت حقیقی منفی)

حرکت پریودیک کوتاه Short Period

ω_n فرکانس طبیعی حرکت

ζ = ضریب میرایی نسبی

* دو حرکت نوسانی پایدار برای حرکت طبیعی هواپیما وجود دارد.



$T_{ph} = 86.1 \ sec \qquad \xi_{ph} = 0.346$

$T_{sp} = 5.18 \ sec \qquad \xi_{sp} = 0.394$

معادله مشخصه حرکت طولی :

$$\dot{X} = AX + BU \qquad A = \begin{Bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g\cos\theta_0 \\ Z_u & Z_w & U_0 & -g\sin\theta_0 \\ \bar{M}_u & \bar{M}_w & \bar{M}_q & \bar{M}_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Delta(s) = |sI - A| = 0$$

$$\Delta(s) = s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0$$

1- $a_1 = -(X_u + M_q + Z_w + M_{\dot{w}} U_0)$

2- $a_2 = (M_q Z_w - M_w U_0 + X_u Z_w - Z_u X_w - X_u M_q + X_u M_{\dot{w}} U_0)$

3- $a_3 = -(X_u Z_w M_q - X_u M_w U_0 - M_q Z_u X_w + M_u X_w U_0 - g M_u - g M_{\dot{w}} Z_u)$

4- $a_4 = g(Z_u M_w - Z_w M_u)$

مثال – هواپیمای جارلی : یک هواپیمای مسافربری بزرگ با ۴ موتور توربوفن : (شرایط پروازی ۲)

$\overbrace{\boxed{X_u = 0.003}}^{\text{علت ناپایداری فوگوئید}} \qquad X_w = 0.078 \qquad Z_u = -0.07$

$Z_w = -0.433 \qquad M_u = 0.0008 \qquad M_w = -0.006$

$M_{\dot{w}} = -0.0004 \qquad M_q = -0.421 \qquad U_0 = 158 \ \frac{m}{s}$

$h = 6100 \ m \qquad m = 29000 \ kg \qquad \alpha_0 = 6.8^\circ$

$$\Delta(s) = s^4 + 0.914 s^3 + 1.113 s^2 - 0.0015 s + 0.0045$$

ریشه‌ها
$$\begin{cases} -0.459 \pm j\,0.96 & \text{مود پریودیک کوتاه} \\ 2.05 \times 10^{-3} \pm j\,0.063 & \text{مود فوگوئید ناپایدار نوسانی} \end{cases}$$

مثال- هواپیمای آلفا، یک هواپیمای جت چهار موتوره

$h = 12200 \ m$ $\qquad U_0 = 236 \ \frac{m}{s}$ $\qquad \alpha_0 = 4.2^\circ$

$m = 17000 \ Kg$

$X_u = -0.2 \times 10^{-5}$ $\qquad X_w = -0.0043$ $\qquad Z_u = -0.035$

$Z_w = -0.665$ $\qquad \boxed{M_u = -0.014}$ $\qquad M_w = -0.025$

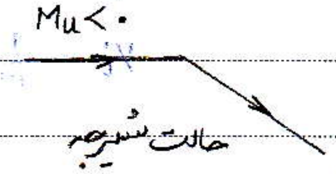
$M_{\dot{w}} = -0.001$ $\qquad M_q = -0.506$

$\Delta(s) = s^4 + 1.407 s^3 + 6.16 s^2 - 0.169 s - 0.0083 = 0$

ریشه‌ها
$$\begin{cases} S_{1,2} = -0.716 \pm j\,2.39 & \text{پریودیک کوتاه} \\ S_3 = 0.104 & \text{حرکت خاص پایدار} \\ S_4 = 0.128 & \text{حرکت خاص ناپایدار} \end{cases}$$

Tuck Mode مود تاک

(ناپایداری غیرنوسانی حرکت فوگوئید)



نکته:
$$\begin{cases} T_{sp} = 5 \ \text{تا} \ 15 \ sec \\ T_{ph} = 50 \ \text{تا} \ 300 \ sec \end{cases}$$

مثال- براوو: هواپیمای جت جنگنده دو موتوره. (در شرایط پروازی ۴)

$h = 9150 \ m$ $\qquad U_0 = 140 \ \frac{m}{s}$ $\qquad m = 16000 \ Kg$

$\alpha_0 = 2.5^\circ$

$X_u = -0.007$ $\qquad X_w = 5 \times 10^{-5}$ $\qquad Z_u = -0.128$

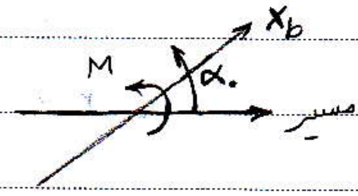
$Z_w = -0.0023$ $\qquad M_u = 0$ $\qquad M_w = 0.004$

$M_{\dot{w}} = -0.002$ $\qquad M_q = -0.98$

$s^4 + s^3 - 0.862 s^2 - 0.0022 s - 3.6 \times 10^{-3} = 0$

ریشه‌ها
$$\begin{cases} -5.21 \pm j\,0.072 & \text{حرکت فوگوئید پایدار} \\ -1.465 & \\ 0.477 & \text{حرکت پریودیک کوتاه ناپایدار} \end{cases}$$

$\alpha = \frac{W}{U_0} \longrightarrow M_u = \frac{M_\alpha}{U_0}$



$\alpha > 0 \longrightarrow M < 0$

$\alpha < 0 \longrightarrow M > 0$

خطی سازی حرکت عرضی:

$$\begin{cases} m(\dot{v} + U_0 r - g\cos\theta_0 \phi) = \Delta Y \\ I_{xx}\dot{P} - I_{xz}\dot{r} = \Delta L \\ I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{P} = \Delta N \\ \dot{\phi} = P + r\tan\theta_0 \\ \dot{\psi} = \frac{r}{\cos\theta_0} \end{cases}$$

$$Y = Y(v, \dot{v}, P, \dot{P}, r, \dot{r}, \phi, \dot{\phi}, \psi, \dot{\psi}, \delta_a, \dot{\delta}_a, \delta_R, \dot{\delta}_R)$$

$$Y = Y_0 + \frac{\partial Y}{\partial v} v + \frac{\partial Y}{\partial \dot{v}} \dot{v} + \dots$$

$$Y_i = \frac{1}{m}\frac{\partial Y}{\partial i} \qquad i = v, \dot{v}, P, \dot{P}, \dots$$

پس از جایگذاری:

$$\dot{v} = Y_v \cdot v - U_0 r + g\cos\theta_0 \cdot \phi + Y_{\delta_R} \cdot \delta_R$$

$$\dot{P} = \frac{I_{xz}}{I_{xx}}\dot{r} + L_v \cdot v + L_p \cdot P + L_r \cdot r + L_{\delta_A} \cdot \delta_A + L_{\delta_R} \cdot \delta_R$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz}}{I_{xx}}\dot{P} + N_v \cdot v + N_p \cdot P + N_r \cdot r + N_{\delta_A} \cdot \delta_A + N_{\delta_R} \cdot \delta_R$$

$$\dot{\phi} = P + r\tan\theta_0$$

$$\dot{\psi} = \frac{r}{\cos\theta_0}$$

معادلات حالت:

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$X = \begin{Bmatrix} v \\ P \\ r \\ \phi \\ \psi \end{Bmatrix} \qquad X = \begin{Bmatrix} \beta \\ P \\ r \\ \phi \\ \psi \end{Bmatrix} \qquad A = \begin{Bmatrix} Y_v & 0 & -1 & \frac{g}{U_0}\cos\theta_0 & 0 \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan\theta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec\theta_0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\beta = \frac{v}{U_0}$$

PAYA

Subject.

Year. Month. Day.

$$L'_\beta = L_\beta + I_\beta \cdot N_\beta \qquad I_\beta = \frac{I_{xz}}{I_{zz}}$$

$$L'_p = L_p + I_\beta \cdot N_p$$

$$L'_r = L_r + I_\beta N_r$$

$$N'_\beta = N_p + I_A L_\beta \qquad I_A = \frac{I_{xz}}{I_{xx}}$$

$$N'_p = N_p + I_A L_p$$

$$N'_r = N_r + I_A L_r$$

$$u = \begin{Bmatrix} \delta_A \\ \delta_R \end{Bmatrix} \qquad Y^*_{\delta_R} = \frac{Y_{\delta_R}}{U_0} \qquad B = \begin{Bmatrix} \cdot & Y^*_{\delta_R} \\ L'_{\delta_A} & L'_{\delta_R} \\ N'_{\delta_A} & N'_{\delta_R} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{Bmatrix}$$

$$\Delta(s) = |sI - A| = 0$$

$(s^5 + d_1 s^4 + d_2 s^3 + d_3 s^2 + d_4 s) = 0 \longrightarrow$ یک ریشهٔ صفر دارد

$$s(s+e)(s+f)(s^2 + 2\zeta_D \omega_D + \omega_D^2) = 0$$

$$d_1 = -(L'_p + N'_r + Y_v)$$

$$d_2 = (L'_p N'_r - L'_r N'_p + Y_v (L'_p + N'_r) + N'_\beta)$$

$$d_3 = \left(L'_\beta N'_p - L'_p N'_\beta - \frac{g}{U_0} L'_\beta - Y_v (L'_p N'_r + L'_r N'_p)\right)$$

$$d_4 = \frac{g}{U_0} (N'_r L'_\beta - L'_r N'_\beta)$$

مثال- بررسی نوع حرکت عرضی هواپیما ALPHA در شرایط پروازی ۱.

$h = S.L.$ سطح دریا	$Y_v = -0.014$	$U_0 = 47.7\ \frac{m}{s}$
$L'_\beta = -4.05$	$\alpha_0 = 4.5^\circ$	$L'_p = -1.85$
$\gamma_0 = 0$	$L'_r = 0.52$	$N'_\beta = 1.34$
$N'_p = -0.25$		

$$\Delta(s) = s(s^4 + 2.05 s^3 + 1.85 s^2 + 4.048 s - 4.59 \times 10^{-2}) = 0$$

ریشه‌ها

$s_1 = 0 \qquad \dot{\psi} = \frac{2}{\cos\theta_0}$

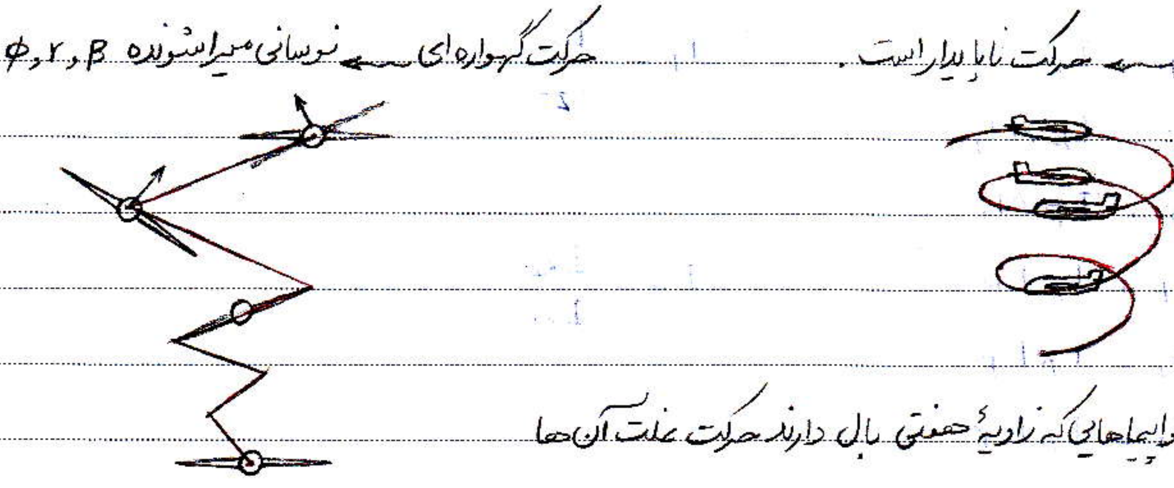
$s_2 = -2.097$ Roll mode (پایدار) مود غلت $\longrightarrow$ ریشهٔ منفی

$s_3 = 0.011 \longrightarrow$ Spiral (ناپایدار) مود مارپیچی

$s_{4,5} = -0.016 \pm j\,1.393 \longrightarrow$ Dutch Roll حرکت گهواره‌ای

مود غلت (حرکت پایدار)

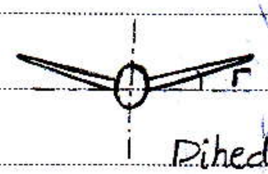
سود مارپیچی ← حرکت ناپایدار است. حرکت گهواره‌ای ← نوسانی میرا شونده β و r و ϕ



حرکت مارپیچی طول می‌کشد تا انجام گیرد.

* برای هواپیماهایی که زاویه‌ی هفتی بال دارند حرکت علت آن‌ها پایدار است. یعنی Roll بزنند به حالت پایدار و اولیه می‌رسد.

ولی اگر بال هشتی باشد ناپایدار می‌شود و به Roll خودش ادامه می‌دهد.



Dihedral $\Gamma > 0$

هر سه مود انجام می‌شوند ولی مثلاً چون ثابت زمانی علت بزرگتر است سریع اتفاق می‌افتد.

حل معادلات حرکت هواپیما:

۱ـ حل عمومی معادلات: حل معادلات همگن با ورودی صفر. $\dot{X} = AX$

توصیف‌گر حرکت طبیعی هواپیماست.

در اصطلاح هوانوردی حل معادلات همگن به نام «کنترل دسته ثابت» معروف است.

$$\begin{cases} \delta_e = \Delta e_0 + \delta_e \\ \delta_{th} = \Delta th_0 + \delta_{th} \\ \delta_A = \Delta A_0 + \delta_A \\ \delta_R = \Delta R_0 + \delta_R \end{cases}$$

مقادیر کنترلی و متغیر ← در حالت اول باید صفر باشد

مقدار ثابت صفر یا غیرصفر ← مقادیر تعادلی

۲ـ حل خصوصی: حل معادلات با ورودی خروجی

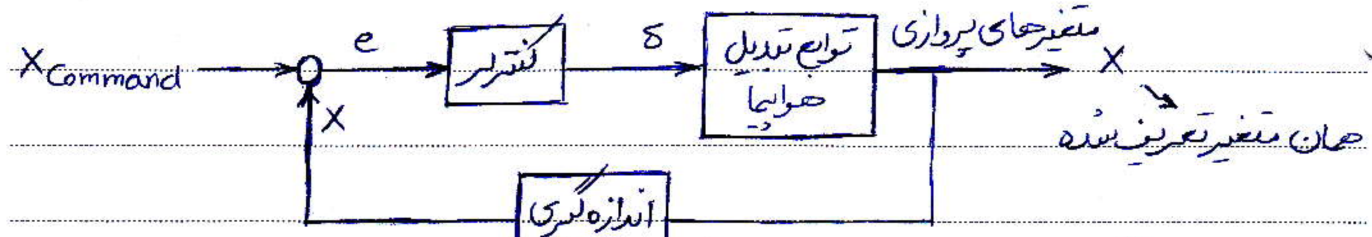
کنترل دسته‌ی متغیر ← تغییر توسط خلبان یا سیستم کنترل

$$\dot{X} = AX + \underbrace{BU}_{\text{کنترلی}} + \underbrace{CV}_{\text{اغتشاشات}}$$

توسط خلبان برای انجام مانور، δهای متغیر ایجاد می‌شود.

و یا سیستم کنترل اتوماتیک براساس سیگنال اندازه‌گیری شده مقادیر δهای متغیر را تعیین می‌کند.

PAYA Subject. Year. Month. Day.



۱ـ حل معادلات همگن روش لاپلاس و ماتریس معکوس :

$$\dot{X} = AX \longrightarrow SX(S) - X(0) = AX(S)$$

$$F(t) \longrightarrow L(\dot{F}(t)) = L(F(t)) - F(0) = SF(S) - F(0)$$

$$X(S)\,(SI - A) = X(0)$$

$$X(S) = (SI - A)^{-1} X(0)$$ ⟶ مقادیر اولیهٔ متغیرها

* در حرکت طولی :

$$\begin{bmatrix} S - X_u & -X_w & 0 & g \\ -Z_u & S - Z_w & U_0 & 0 \\ -\bar{M}_u & -\bar{M}_w & \bar{M}_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u(S) \\ W(S) \\ q(S) \\ \theta(S) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(0) \\ W(0) \\ q(0) \\ \theta(0) \end{Bmatrix}$$

$$X(S) = \frac{Adj(SI - A)}{det(SI - A)} \qquad Adj(SI - A) = \begin{bmatrix} A_{ij} & \\ & \end{bmatrix}^T$$

$$A_{ij} = (-1)^{i+j}\,|\ |$$ دترمینانی که از حذف سطر i و ستون j حاصل می‌شود

$$\Rightarrow X(S) = \frac{\begin{bmatrix} n_{11}(S) & n_{12}(S) & n_{13}(S) & n_{14}(S) \\ \vdots & & & \vdots \\ n_{41}(S) & \cdots & \cdots & n_{44}(S) \end{bmatrix}}{S^4 + a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4} \begin{Bmatrix} u(0) \\ W(0) \\ q(0) \\ \theta(0) \end{Bmatrix}$$

$$n_{11}(S) = S\left(S^2 - (M_q + M_{\dot{w}} U_0 + Z_W)S + (Z_W M_q - M_{\dot{w}} U_0)\right)$$

$$u(S) = \frac{n_{11}(S)\,u(0) + n_{12}(S)\,W(0) + n_{13}(S)\,q(0) + n_{14}(S)\,\theta(0)}{S^4 + a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4} \qquad u(t) = L^{-1}(u(S))$$

مثال ـ حرکت طبیعی هواپیمای DELTA در شرایط پرواز ۴ : $\alpha_0 = 4.9^\circ$ $U_0 = 240\ \frac{m}{s}$

$h = 12200$ $X_u = -0.03$ $X_w = 0$ $Z_u = 0.17$

$Z_W = -0.387$ $M_u = 0.0055$ $M_W = -0.006$ $M_{\dot{W}} = -0.0005$

$M_q = -0.55$ $u(0) = 10\ \frac{m}{s}$ شرایط اولیه فقط برای سرعت

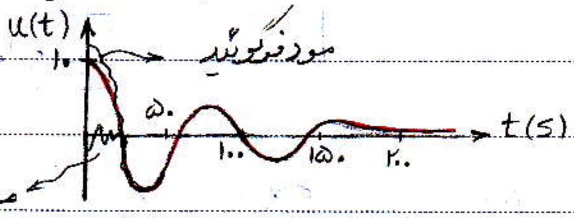
$$u(S) = \frac{n_{11}(S)\,u(0)}{det(SI - A)} \qquad u(S) = \frac{S(S^2 + 1.067S - 1.773)\,10}{S^4 + 1.097S^3 + 1.805S^2 + 0.106S + 0.011}$$

Subject.
Year. Month. Day.

PAYA

$$u(t)=10\left(\left(e^{-0.052}-1.92\times10^{-3}\cos(1.212t)+1.51\times10^{-2}\sin(1.212t)\right)+e^{-2.87\times10^{-2}t}\left(1.02\cos(0.074t)\rightarrow\right.\right.$$
$$\left.\left.\rightarrow -0.39\sin(0.074t)\right)\right)$$ حرکت نوسانی میرا شونده

ریشه‌ها $\begin{cases} -0.052\pm j\,1.212 & \text{حرکت پریودیک کوتاه} \\ -0.029\pm j\,0.074 & \text{فوگوئید} \end{cases}$



حرکت آزاد عرضی از معادلات حرکت :

$$\dot{X}=AX$$

$$sX(s)-X(0)=AX(s)$$

$$X(s)=(sI-A)^{-1}X(0)$$

$$A=\begin{bmatrix} Y_v & 0 & -1 & \frac{g}{u_0} & 0 \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \beta(s) \\ p(s) \\ r(s) \\ \phi(s) \\ \psi(s) \end{Bmatrix}=\frac{\begin{bmatrix} n_{11}(s) & \cdots & n_{15}(s) \\ \vdots & & \\ n_{51}(s) & \cdots & n_{55}(s) \end{bmatrix}}{s(s^4+d_1s^3+d_2s^2+d_3s+d_4)}\begin{Bmatrix} \beta(0) \\ p(0) \\ r(0) \\ \phi(0) \\ \psi(0) \end{Bmatrix}$$

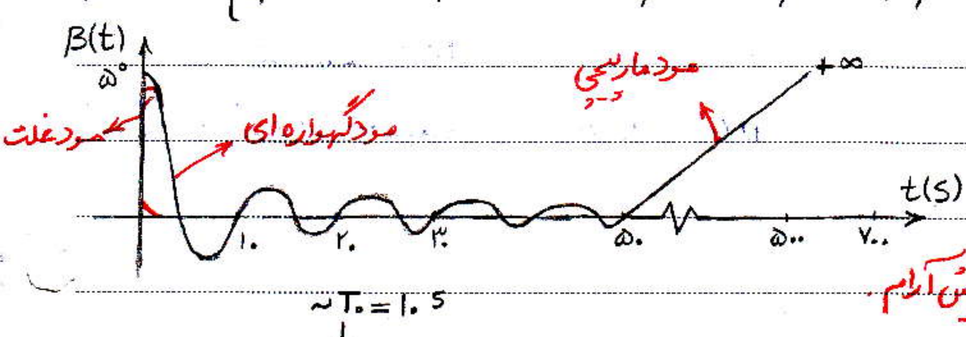
$$\beta(s)=\frac{n_{11}(s)\beta(0)+n_{12}(s)p(0)+n_{13}(s)r(0)+n_{14}(s)\phi(0)+n_{15}(s)\psi(0)}{s(s^4+d_1s^3+d_2s^2+d_3s+d_4)}$$

$$\beta(t)=L^{-1}(\beta(s)) \qquad p(s)=\frac{n_{21}(s)\beta(0)+n_{22}(s)p(0)+n_{23}(s)r(0)+n_{24}(s)\phi(0)+n_{25}(s)\psi(0)}{s(s^4+d_1s^3+d_2s^2+d_3s+d_4)}$$

مثال- هواپیمای DELTA در شرایط پروازی ۴ ، فقط $\beta(0)=5^\circ$

$$\beta(s)=\frac{n_{11}(s)\beta(0)}{\Delta(s)}=\frac{s(-s^3-0.939s^2-0.024s)\beta(0)}{s(s^4+0.709s^3+0.455s^2+0.22s-0.00071)}$$

$$\beta(t)=5^\circ\left\{0.015e^{-0.58t}+e^{-0.066t}\left[-1.015\cos(0.614t)+0.02\sin(0.614t)\right]-0.00037e^{0.0032t}\right\}$$



$\sim T_0=10\ s$

$\downarrow$

$0.066\pm j\,0.614$

* مودهای حرکت عرضی :

p و ϕ - مود غلت خالص

r و β,ϕ - مود گهواره ای حرکت نوسانی میرا شونده

r و ψ - مود مارپیچی مود ناپایداری عالی با افزایش آرام.

ـ بررسی حرکت اجباری (حل خصوصی معادلات) : $\dot{X} = AX + BU$ ، $X(0) = 0$

ـ از روش لاپلاس گیری و ماتریس معکوس : $X(S) = (SI - A)^{-1} \cdot B \cdot U$

ـ درمورد حرکت طولی :

$$\begin{Bmatrix} u(S) \\ W(S) \\ q(S) \\ \theta(S) \end{Bmatrix} = \frac{\begin{Bmatrix} n_{11}(S) & \cdots \\ \vdots & \\ & n_{44}(S) \end{Bmatrix}}{S^4 + a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4} \begin{bmatrix} X_{\delta e} & X_{\delta th} \\ Z_{\delta e} & Z_{\delta th} \\ \bar{M}_{\delta e} & \bar{M}_{\delta th} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_e(S) \\ \delta_{th}(S) \end{Bmatrix}$$

توابع تبدیل :

$$\frac{u(S)}{\delta_e(S)} = \frac{n_{11}(S) X_{\delta e} + n_{12}(S) Z_{\delta e} + n_{13}(S) \bar{M}_{\delta e}}{S^4 + a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4}$$

$$\frac{u(S)}{\delta_{th}(S)} = \frac{n_{11}(S) X_{\delta th} + n_{12}(S) Z_{\delta th} + n_{13}(S) \bar{M}_{\delta th}}{''}$$

ـ ورودی پله $\delta_e = Const.$

$$u(t) = \mathcal{L}^{-1}(u(S)) = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{u(S)}{\delta_e(S)} \delta_e(S) + \frac{u(S)}{\delta_{th}(S)} \delta_{th}(S) \right\} \qquad \delta_e = \frac{Const.}{S}$$

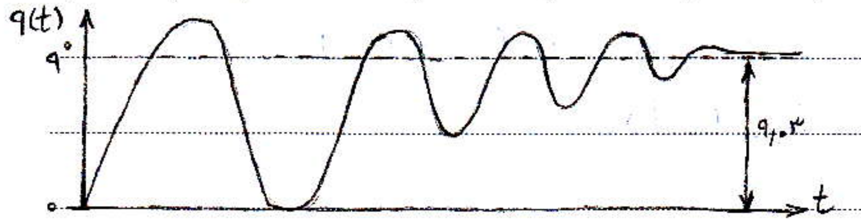
مثال ـ برای هواپیمای BRAVO در شرایط پروازی 1 : $m = 14000\ kg$ ، $h = 0$ ، $V_0 = 134\ \frac{m}{s}$

$\alpha = 3.5^\circ$

ورودی $\delta_e = 1^\circ \longrightarrow \varepsilon_e(S) = \frac{1}{S}$

$$\frac{u(S)}{\varepsilon_e(S)} = \frac{-0.003S^2 + 0.433S + 0.4S}{S^4 + 2.9S^3 + 2.18S^2 + 0.0015S + 0.014} \qquad \frac{q(S)}{\varepsilon_e(S)} = \frac{-13.04(S^2 + 0.707S + 0.01)}{''}$$

$$q(t) = 9.03 + e^{-0.6t}(-3.72\cos(1.018t) - 8.6\sin(1.018t)) - e^{-0.0065t}(5.31\cos(0.101t) + 6.62\sin(0.101t))$$



$$X(S) = \frac{\begin{Bmatrix} n_{11}(S) & \cdots \\ \vdots & \\ & n_{55}(S) \end{Bmatrix}}{S(S^4 + d_1 S^3 + d_2 S^2 + d_3 S + d_4)} \begin{bmatrix} 0 & Y^*_{\delta R} \\ L'_{\delta A} & L'_{\delta R} \\ N'_{\delta A} & N'_{\delta R} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_A(S) \\ \delta_R(S) \end{Bmatrix}$$

$$\frac{\beta(S)}{\delta_A(S)} = \frac{n_{12}(S) L'_{\delta A} + n_{13}(S) N'_{\delta A}}{S(S^4 + d_1 S^3 + d_2 S^2 + d_3 S + d_4)} \qquad \frac{\beta(S)}{\delta_R(S)} = \frac{n_{11}(S) Y^*_{\delta R} + n_{12}(S) L'_{\delta R} + n_{13}(S) N'_{\delta R}}{''}$$

$$\beta(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{\beta(S)}{\delta_A(S)} \cdot \delta_A(S) + \frac{\beta(S)}{\delta_R(S)} \cdot \delta_R(S) \right\}$$

مثال ـ برای هواپیمای BRAVO در شرایط پرواز 1 :

$$\frac{\beta(S)}{\delta_R(S)} = \frac{0.012(S^3 + 40.6S^2 + 19.8S - 0.56}{''} \qquad \frac{\beta(S)}{\delta_A(S)} = \frac{0.14(S^2 - 0.2S + 0.67)}{S^4 + 0.64S^3 + 0.7S^2 + 0.36S - 0.0044}$$

* دیگر متغیرهای کنترلی هواپیما :

$$\begin{cases}\dot X = AX + Bu \\ y = CX\end{cases} \qquad h = CX = C\begin{bmatrix}u\\w\\q\\\theta\end{bmatrix}$$

$$\gamma = C_1X = C_1\begin{bmatrix}u\\w\\q\\\theta\end{bmatrix} \qquad \gamma=\theta-\alpha=\theta-\frac{w}{U_0} \qquad C_1=\left[0 \ \ \frac{1}{U_0} \ \ 0 \ \ 1\right]$$

روابط شتاب های حرکت :

$$F_x = m(\overbrace{\dot U + QW - VR}^{a_x})$$
$$F_y = m(\overbrace{\dot V + UR - PW}^{a_y})$$
$$F_z = m(\underbrace{\dot W + VP - UQ}_{a_z})$$

شتاب طولی $\overset{a_{xcg}}{\overset{\parallel}{a_x}} = \dot u$ ⟸ در حرکت سیر

شتاب جانبی $a_{ycg} = a_y = \dot v + U_0 r$ برای معادلات اغتشاشی

$a_z = \dot w - U_0 q = a_{zcg}$

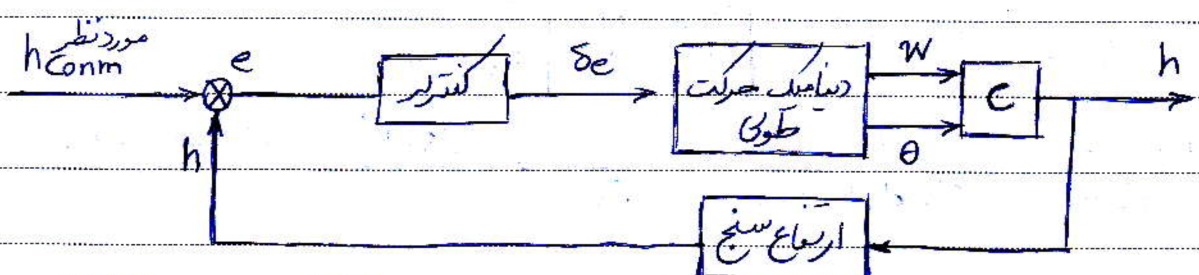
به عنوان مثال $U = U_0 + u$

در حرکت سیر $a_z = (\dot w + v \times P - (U_0 + u)q) = (\dot w + \underbrace{vP}_{\approx 0} - U_0 q - \underbrace{uq}_{\approx 0})$

شتاب حلقه $\begin{cases} a_{xb} = a_{xcg} + x_b q^2 \\ a_{zb} = a_{zcg} + y_b q^2 \end{cases}$

$$\ddot h_{cg} = -a_{zcg}$$
$$\dot h_{cg} = -\int a_{zcg} = -(w - U_0\theta) = U_0\theta - w = U_0(\theta - \alpha) = U_0\gamma$$
$$h_{cg} = h_1 + \int \underbrace{(U_0\theta - w)}_{\dot h} dt = h_1 + U_0 \int \gamma \, dt$$

$$\dot h_{cg} = U_0\theta - w \xrightarrow[\text{ورودی پله } \frac{1}{s}]{\text{لاپلاس}} h_{cg} = \frac{U_0}{s}\theta - \frac{w}{s} \qquad C = \left[0 \ \ -\frac{1}{s} \ \ 0 \ \ \frac{U_0}{s}\right]$$



$$\frac{W(s)}{\delta_e(s)} \ , \ \frac{\theta(s)}{\delta_e(s)}$$

توابع تبدیل مورد نیاز برای کنترل ارتفاع

سیستم کنترل زاویه فراز θ :

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ y = \theta \implies \\ y = CX \end{cases} \qquad C = [0 \; 0 \; 0 \; 1] \qquad \theta = [0 \; 0 \; 0 \; 1] \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix}$$

توابع تبدیل تقریبات حرکت های طولی و عرضی :

۱ـ تقریبات حرکت طولی :

۱ـ۱ـ تقریب حرکت پریودیک کوتاه :

باتوجه به اینکه سرعت u در زمان های کوتاه تغییرات زیادی ندارد و عملاً نمود حرکت فوگوئید برای بدست آوردن تقریب پریودیک کوتاه آن را ثابت درنظر می گیریم.

$$\begin{cases} \dot{w} = Z_w w + U_0 q + Z_{\delta_e} \cdot \delta_e \\ \dot{q} = M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q \cdot q + M_{\delta_e} \cdot \delta_e \end{cases}$$

(Throttle ترایل برای کنترل سرعت به کار می رود)

$$\begin{Bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_w & U_0 \\ \bar{M}_w & \bar{M}_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{\delta_e} \\ \bar{M}_{\delta_e} \end{bmatrix} \delta_e$$

توابع تبدیل :

$$\frac{w(s)}{\delta_e(s)} = \frac{(U_0 M_{\delta_e} - M_q Z_{\delta_e})\left\{1 + \frac{Z_{\delta_e}}{U_0 M_{\delta_e} - M_q Z_{\delta_e}} s\right\}}{\Delta_{sp}(s)}$$

$$\Delta_{sp}(s) = s^2 - (Z_w + M_q + M_{\dot{w}} U_0) s + (Z_w M_q - U_0 M_w)$$

$$\omega_{sp} = \sqrt{Z_w M_q - U_0 M_w}$$

$$2 \zeta_{sp} \omega_{sp} = -(Z_w + M_q + M_{\dot{w}} U_0)$$

$$\zeta_{sp} = \frac{-(Z_w + M_q + M_{\dot{w}} U_0)}{2\sqrt{Z_w M_q - U_0 M_w}}$$

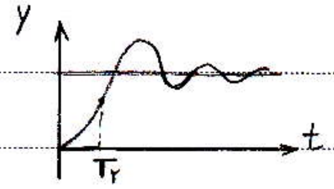
بیشتر متغیر حرکت پریودیک کوتاه است

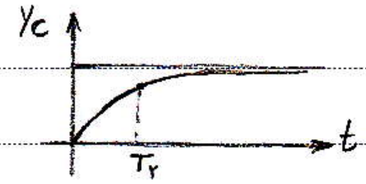
$$\frac{q(s)}{\delta_e(s)} = \frac{(Z_{\delta_e} M_w - M_{\delta_e} Z_w)\left\{1 + \frac{M_{\delta_e} + Z_{\delta_e} M_{\dot{w}}}{Z_{\delta_e} M_w - M_{\delta_e} Z_w} s\right\}}{\Delta_{sp}(s)} = \frac{K_q (1 + s T_2)}{\Delta_{sp}(s)}$$

$$K_q = (Z_{\delta_e} M_w - M_{\delta_e} Z_w) \qquad T_2 = \frac{M_{\delta_e} + Z_{\delta_e} M_{\dot{w}}}{Z_{\delta_e} M_w - M_{\delta_e} Z_w}$$

ثابت زمانی هواپیما

Subject.
Year. Month. Day.





T_r زمانی است که دامنهٔ خروجی به ۶۰٪ مقدار نهایی خود برسد.

معمولاً : $Z_{\delta e} M_w \ll M_{\delta e} Z_w \quad , \quad M_{\delta e} \gg Z_{\delta e} M_{\dot w} \quad \Longleftarrow \quad T_r \cong \frac{1}{-Z_w}$

مثال:

هواپیما	B747	JetStar
Z_w	-۰٫۵۱۲	-۱٫۰۱
T_r واقعی ثانیه	۲٫۰۴	۱٫۰۵۳
$\frac{-1}{Z_w}$	۱٫۹۵	۰٫۹۹

۲-۱- تقریب حرکت فوگوئید:

در زمان های طولانی که حرکت پریودیک کوتاه تمام شده، عملاً مقدار q ثابت خواهد بود و همچنین می توان از $M_{\dot w}$ به خاطر کوچکی صرف نظر کرد.

$$\begin{cases} \dot u = X_u \cdot u + X_w \cdot w - g\theta + X_{\delta e} \cdot \delta_e + X_{\delta th} \cdot \delta_{th} \\ \dot w = Z_u \cdot u + Z_w \cdot w + U_0 q + Z_{\delta e} \delta_e + Z_{\delta th} \cdot \delta_{th} \\ 0 = M_u \cdot u + M_w \cdot w + M_{\delta e} \cdot \delta_e + M_{\delta th} \cdot \delta_{th} \end{cases}$$

$$\frac{u(s)}{\delta_e(s)} = \frac{s\left[X_w U_0 M_{\delta e} - g M_{\delta e} - U_0 M_w X_{\delta e}\right] + g\left(M_{\delta e} Z_w - M_w Z_{\delta e}\right)}{-U_0 M_w \left\{ s^2 - \left[X_u + \frac{M_u (U_0 X_w - g)}{U_0 M_w}\right] s - \frac{g}{U_0}\left[Z_u - \frac{M_u Z_w}{M_w}\right]\right\}}$$

$$\omega_{ph} = \sqrt{\frac{-g}{U_0}\left(Z_u - \frac{M_u Z_w}{M_w}\right)}$$

$$\Delta_{ph}(s) = s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{ph} s + \omega_{ph}^2$$

$$\zeta_{ph} = \frac{1}{2\omega_{ph}}\left\{-X_u - \frac{M_u (U_0 X_w - g)}{U_0 M_w}\right\}$$

تقریب ω_{Ph}:

$M_u \simeq 0$ معمولاً

$$\omega_{Ph}^2 = \frac{-g}{U_0} Z_u$$ با توجه به اینکه $\rightarrow$ $$Z_u = -\frac{\rho U_0 S}{2m}(C_{Lu} + 2C_{L_0})$$

تغییرات ضریب برآ نسبت به سرعت طولی هواپیما

در پرواز سیر:

$$C_{Lu} \simeq 0 \quad \omega_{Ph}^2 = \frac{-g}{U_0} Z_u = \frac{-g}{U_0} \frac{-\rho U_0 S}{m} C_{L_0} = \frac{-g}{U_0} \frac{-\rho U_0 S}{m} \times \frac{2mg}{\rho U_0^2 S} = \frac{2g^2}{U_0^2}$$

$$C_L = C_{L_0} + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}\cdot\alpha \simeq C_{L_0} \qquad C_L = \frac{2mg}{\rho U_0^2 S} \qquad \omega_{Ph}^2 = \frac{+2g^2}{U_0^2}$$

$$\Longrightarrow \omega_{Ph} \cong \sqrt{2}\,\frac{g}{U_0} \qquad Z_u = \frac{-2g}{U_0}$$

$U_0 \rightsquigarrow$ (سرعت پرواز (سرعت تعادلی

تقریب ζ_{Ph}:

$M_u \simeq 0$

$$2\zeta_{Ph}\omega_{Ph} = -X_u \qquad X_u = -\frac{\rho U_0 S}{2m}(C_{Du} + 2C_{D_0})$$

در پرواز سیر:

$$C_{Du} \simeq 0 \quad \zeta_{Ph} = \frac{1}{2\sqrt{2}\,\frac{g}{U_0}} \times \frac{-\rho U_0 S C_{D_0}}{m} = \frac{\overbrace{\frac{1}{2}\rho U_0^2 S C_{D_0}}^{D}}{\sqrt{2}\cdot \underbrace{g\cdot m}_{L\ \text{لیفت}}}$$

$$\zeta_{Ph} \cong \frac{1}{\sqrt{2}\left(\frac{L}{D}\right)}$$ $\rightarrow$ بازده آیرودینامیکی

۲- تقریبات حرکت عرضی:

معادلات کل حرکت عرضی:

$$\begin{array}{c} \\ \\ \left\{\begin{matrix}\dot r\\ \dot\beta\\ \dot p\\ \dot\phi\end{matrix}\right\} \end{array} = \begin{array}{c} \text{حرکت سمتی} \quad \text{کوپل جانبی-سمتی} \\ \left[\begin{array}{cc|cc} N'_r & N'_\beta & N'_p & 0 \\ -1 & Y_v & 0 & g/U_0 \\ \hline L'_r & L'_\beta & L'_p & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \\ \text{کوپل سمتی-جانبی} \quad \text{حرکت جانبی} \end{array} \left\{\begin{matrix} r\\ \beta\\ p\\ \phi\end{matrix}\right\} + \begin{array}{c} \text{حرکت سمتی} \\ \left[\begin{array}{c|c} N'_{\delta R} & N'_{\delta A} \\ Y^*_{\delta R} & 0 \\ \hline L'_{\delta R} & L'_{\delta A} \\ 0 & 0 \end{array}\right] \\ \\ \end{array} \left\{\begin{matrix}\delta_R\\ \delta_A\end{matrix}\right\}$$

حرکت عرضی $\equiv$ حرکت سمتی - جانبی

Lateral Directional

این ۴ متغیر ربطی به ۴ نداشتند و از این ها ۴ بدست می آید.

مودهای عرضی:
- غلت خالص
- حرکت گهواره‌ای
- مود مارپیچی

تقریب اول ـ تقریب حرکت گهواره‌ای :

در زمان های کوتاه و متوسط از مقادیر L'_r ، N'_p و $\phi \frac{g}{U_0}$ صرف نظر می کنیم.

$$\dot{\beta} = Y_v \beta - r + Y^*_\delta \cdot \delta$$

تقریب ۳ درجه آزادی :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = Y_v \beta - r + Y^*_\delta \cdot \delta \\ \dot{p} = L'_\beta \cdot \beta + L'_p \cdot p + L'_\delta \cdot \delta \\ \dot{r} = N'_\beta \cdot \beta + N'_r \cdot r + N'_\delta \cdot \delta \end{cases}$$

پس از حل معادلات :

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{Y^*_\delta s^2 - \left[(L'_p + N'_r) Y^*_{\delta R} + N'_{\delta R}\right] s + \left(L'_p \cdot N'_r \; Y^*_{\delta R} + L'_p N'_{\delta R}\right)}{s^3 - (Y_v + L'_p + N'_r) s^2 + \left[Y_v (L'_p + N'_r) + L'_p N'_r \; N'_\beta\right] s - L'_p (N'_\beta + N'_r Y_v)}$$

مثال ـ برای هواپیمای جاری در شرایط پروازی ۴ ، توابع تبدیل کامل و تقریبی را بدست می آوریم :

$h = 12200$, $U_0 = 250 \frac{m}{s}$, $\alpha_0 = 4.6^\circ$, $m = 290\ T$

از معادلات کامل :

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{0.012 (s - 0.027)(s + 0.532)(s + 40.10)}{(s - 0.012)(s + 0.562)(s^2 + 0.091 s + 0.656)}$$

- $s = 0.012$ ریشهٔ مود مارپیچی
- $s = -0.562$ ریشهٔ مود غلت
- $s = -0.046 \pm 0.81 j$ ریشه‌های مود گهواره‌ای

$\omega_D = 0.81$, $\zeta_D = 0.057$

$$\frac{p(s)}{\delta_R(s)} = \frac{(s + 1.195)(s - 2.356)}{〃}$$

$$\frac{r(s)}{\delta_R(s)} = \frac{-0.48 (s + 0.587)(s^2 - 0.066 s + 0.059)}{〃}$$

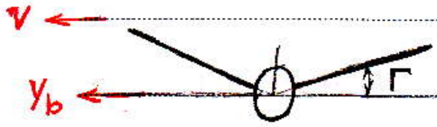
$$\frac{p(s)}{\delta_A(s)} = \frac{0.14 (s^2 - 0.2 s + 0.668)}{〃}$$

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{0.012(s+0.48)(s+10.14)}{(s+0.0506)(s^2+0.135s+0.48)}$$

از ترتیب: ریشه‌ی غلت خالص $s = -0.0506$

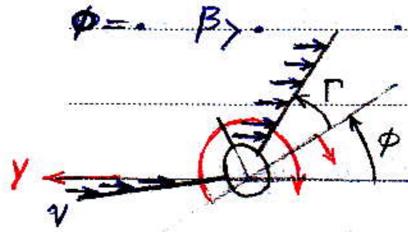
$s = -0.067 \pm 0.822j$

$$\frac{P(s)}{\delta_A(s)} = \frac{0.14(s^2+0.193s+0.673)}{〃}$$



زاویه‌ی هفتی بال Dihedral Angle

وجود زاویه‌ی هفتی باعث پایدار شدن حرکت غلت حول محور $\phi = 0$ می‌شود. $\phi = 0 \quad \beta > 0$



به سبب $L'_\beta \cdot \beta$

L'_β در Dihedral مؤثر است که زاویه‌ی سمت β را به α تبدیل می‌کند.

و در پایداری مود مارپیچی مؤثر است ولی اگر خیلی زیاد شود ناپایدارتر می‌شود. $\beta > 0 \quad \phi \neq 0$

Dutch Roll Damping

تقریب دو درجه آزادی:

روابط برای استفاده در سیستم میرا کننده‌ی نوسانات سمتی مورد استفاده می‌باشد. Yaw Damper

$$\dot{\beta} = Y_v \cdot \beta - r + Y^*_{\delta_R} \cdot \delta_R$$

$$\dot{r} = N'_\beta \cdot \beta + N'_r \cdot r - N'_{\delta_R} \cdot \delta_R \qquad \omega_D = \sqrt{N'_\beta + Y_v N'_r}$$

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{(s - N'_r)Y^*_{\delta_R} - N'_{\delta_R}}{s^2 - (Y_v + N'_r)s + (N'_\beta + Y_v N'_r)} \qquad \zeta_D = \frac{-(N'_r + Y_v)}{2\omega_D}$$

$\omega_D = 0.781 \qquad \zeta_D = 0.111$

$$\frac{r(s)}{\delta_R(s)} = \frac{(s - Y_v)N'_{\delta_R} + Y^*_{\delta_R} N'_\beta}{〃}$$

تقریب درجه ۲: (برای جاری)

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{0.012(s+10.11s)}{s^2+0.173s+0.61} \qquad \frac{r(s)}{\delta_R(s)} = \frac{-0.4s(s+0.4)}{〃}$$

* تقریب یک درجه آزادی عرضی:

$$\begin{Bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_p & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ \phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} L'_{\delta_A} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_A$$

$$\Delta(s) = s(s - L'_p) = 0$$

$s = L'_p$

$\tau = \dfrac{1}{-(L'_p)}$ ثابت زمانی حرکت

$$\frac{P(s)}{\delta_A(s)} = \frac{L'_{\delta_A}}{s - L'_p}$$

تقریب یک درجه، برای سیستم کنترل زاویهٔ غلت و سیستم میراکنندهٔ حرکت غلت استفاده می‌شود

Roll Damper

Roll Control

تقریب درجه ۱ :
$$\frac{P(S)}{\delta_A(S)} = \frac{0.14}{S+0.47}$$

تقریب غلت ـ مارپیچی : roll _ Spiral

در مانور دور زدن Turn مقدار زاویه لغزش β به دلیل کنترل شدن ناچیز است.

فرآیند دور زدن

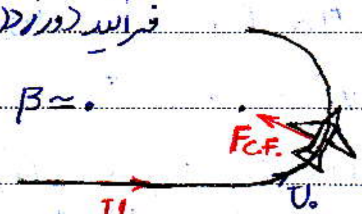
$\beta \simeq 0$

$$\begin{cases} \dot{P} = L'_p \cdot P + L'_r \cdot r + L'_{\delta_R} \cdot \delta_R + L'_{\delta_A} \cdot \delta_A \\ \dot{r} = N'_p \cdot P + N'_r \cdot r + N'_{\delta_R} \cdot \delta_R + N'_{\delta_A} \cdot \delta_A \end{cases}$$

$$\frac{P(S)}{\delta_R(S)} = \frac{L'_{\delta_R}(S-N'_r) + L'_r N'_{\delta_R}}{S^2 - (N'_r + L'_p)S + L'_p N'_r - N'_p L'_r}$$

فرآیند دور زدن

$\beta \simeq 0$



ریشهٔ غلت $S_1 = -e \quad e>0$ پایدار

ریشهٔ مارپیچی $S_2 = f \quad f>0$ ناپایدار

$$F_{C.F.} = mr\omega^2 = mR\dot{\psi}^2$$

$$\frac{P(S)}{\delta_A(S)} = \frac{L'_{\delta_A}(S-N'_r) + L'_r N'_{\delta_A}}{〃}$$

$$\frac{r(S)}{\delta_R(S)} = \frac{N'_{\delta_R}(S-L'_p) + L'_{\delta_R} \cdot N'_p}{〃}$$

برای هواپیمای چارلی :

$$\frac{P(S)}{\delta_R(S)} = \frac{0.15(S-1.13)}{(S-0.15)(S+0.43)}$$

$$\frac{P(S)}{\delta_A(S)} = \frac{0.14(S+0.137)}{(S-0.15)(S+0.43)}$$

فصل ۲. تعادل هواپیما Trim
(فصل سوم کتاب پایداری پرواز کتاب دکتر صدرائی)

تعریف تعادل: برقراری شرایط دائمی پرواز هواپیما که به نام بالانس هواپیما نیز معروف است.
(یا فراهم کردن شرایط تامی برای هواپیما) Trim Condition

رژیم های مختلف حرکت دائمی هواپیما
۱ـ پرواز سیر Cruise
۲ـ افزایش ارتفاع (صعود دائمی)
۳ـ دور زدن Turn

* شرایط تعادل توسط خلبان یا کامپیوتر پرواز به هواپیما داده می شود.
* وظیفهٔ سیستم های کنترل پرواز برقراری پایداری هواپیما حول این شرایط تعادل می باشد.

نمونه های تعادل: ۱ـ پرواز سیر

$U = U_0 = Const$ سرعت تعادلی

$h = h_0 = Const$ ارتفاع پرواز

$\alpha = \alpha_0 = \alpha_{trim}$ زاویهٔ حمله تعادلی $\theta = \theta_0 = \theta_{trim}$ زاویهٔ فراز تعادلی

$\delta_e = \delta_{e_0} = \delta_{e\,trim}$ زاویهٔ تعادلی سکان افقی

$\delta_{th} = \delta_{th_0} = \delta_{th\,trim}$ زاویهٔ دریچهٔ سوخت در حالت تعادل

۲ـ صعود دائمی: بجز موارد فوق $W = W_0$

۳ـ مانور دور زدن: Turn

در حالت دائمی برای هواپیماها دور زدن به صورت سرعت ثابت و نرخ چرخش ثابت در ارتفاع ثابت انجام می شود.

Coordinated Turn دور زدن بدون لغزش

$\beta = 0$ ← در تعقیب Spiral و roll ($\beta = 0$)

شرایط تعادل در دور زدن:

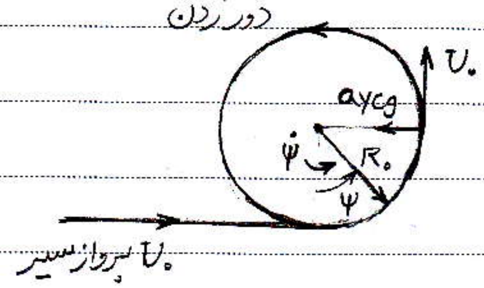
$U = U_0$ $\qquad \phi_0 = \tan^{-1}\left(\frac{U_0^2}{R_0 g}\right)$

$h = h_{const}$

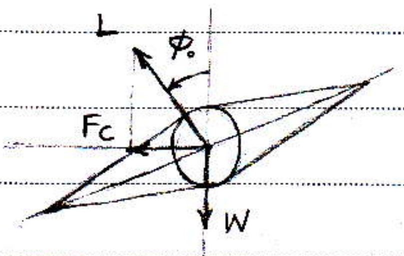
$R = R_0$ شعاع دور زدن

$\dot{\psi} = \dot{\psi}_0$ نرخ ثابت دور زدن

$\phi = \phi_0$ زاویهٔ غلت تعادلی



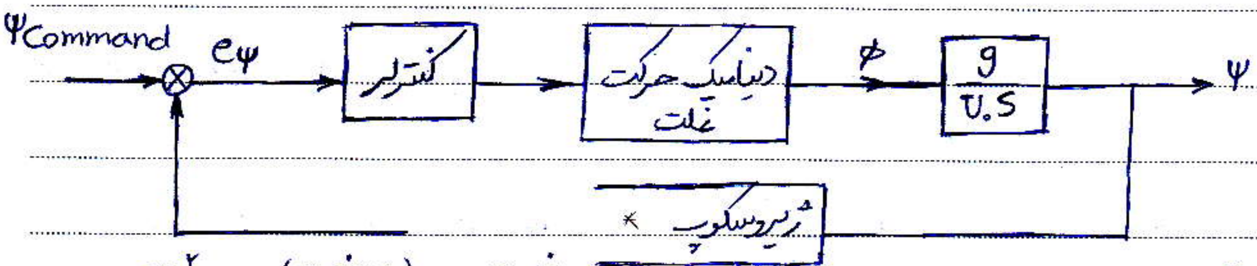
$U_0 = R\dot{\psi} \Longrightarrow a_{y_{cg}} = \frac{U_0^2}{R_0}$ $\qquad a_{y_{cg}} = R_0 \dot{\psi}_0^2$



$F_c = L\sin\phi_0$ $\quad mg$

$m\frac{U_0^2}{R_0} = \frac{W}{\cos\phi_0}\sin\phi_0$

$\Longrightarrow \tan\phi_0 = \frac{U_0^2}{R_0 g} \Longrightarrow \phi_0 = \tan^{-1}\left(\frac{U_0^2}{R_0 g}\right)$



$\phi_0 = \frac{U_0^2}{R_0 g} = \frac{(R_0\dot{\psi}U_0)}{R_0 g} = \frac{U_0\dot{\psi}}{g}$ $\qquad \dot{\psi} = \frac{g}{U_0}\phi \longrightarrow \psi = \frac{g}{U_0 s}\phi$

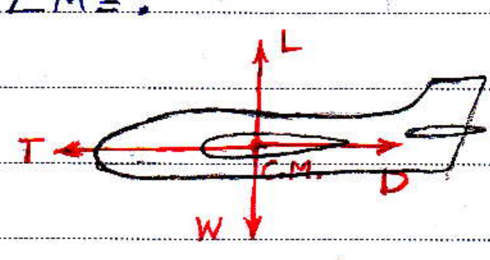
* تعادل طولی هواپیما ← تعادل نیروها ، تعادل گشتاورها

$\sum F_x = 0$

$\sum F_z = 0$

$\sum M = 0$

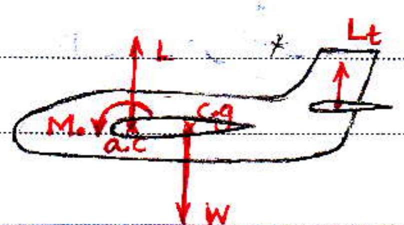
تعادل طولی ≡ تعادل زاویه‌ای طولی



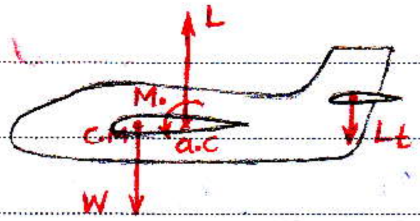
$T_0 = D_0$

$L_0 = W$

* بالانس کردن طولی هواپیما:



حالت ایده آل $\quad \sum M = 0 \qquad L_{WB} + L_t = W$

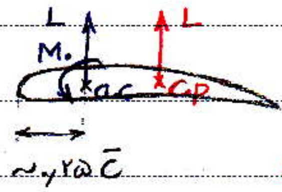


$L_{WB} - L_t = W$

* مرکز آیرودینامیکی Aerodynamic Center = a.c

محلی از بال است که اگر نیروی برآ به آن منتقل گردد گشتاور ثابت M_0 نیز لحاظ می گردد.

* مرکز فشار Pressure Center = P.C

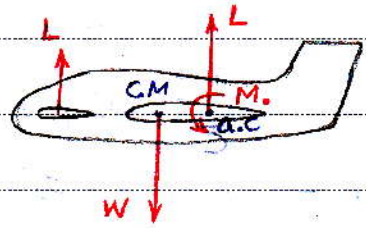


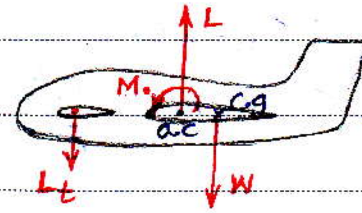
محل اعمال برآیند نیروهای بال و بدنه

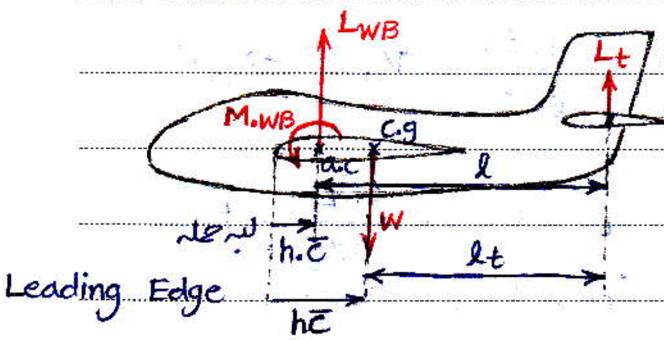
M_0 به تغییرات زاویه حمله بستگی ندارد.

$L = L_0 + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}\alpha$

$M = M_0$







* شرایط گشتاور طولی (نقش دم در برقراری تعادل طولی)

$\bar{c}$ وتر متوسط آیرودینامیکی $\qquad h_0, h < 1$

تعادل گشتاور طولی:

$$\sum M = 0 \;\rightarrow\; M_{0WB} + L_{WB}(h\bar{c} - h_0\bar{c}) - L_t \cdot l_t = 0$$

$M_{0WB} = \frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c}\, C_{M_0WB}$ $\qquad C_{M_0WB}$ = ضریب گشتاور بال و بدنه

$L_{WB} = \frac{1}{2}\rho V^2 S\, C_{LWB}$ ⟵ ضریب برآی بال و بدنه

$L_t = \frac{1}{2}\rho V^2 S_t\, C_{Lt} = \frac{1}{2}\rho V^2 S \frac{S_t}{S} C_{Lt}$

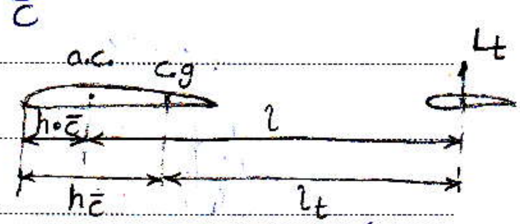
جایگذاری $\Longrightarrow \frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c}\, C_{m_0WB} + \frac{1}{2}\rho V^2 S\, C_{LWB}(h\bar{c} - h_0\bar{c}) - \frac{1}{2}\rho V^2 S \frac{S_t}{S} C_{Lt} l_t = 0$

$C_{m_0WB} + C_{LWB}(h - h_0) - C_{Lt}\frac{S_t l_t}{\bar{c} S} = 0$

معادله تعادل طولی :

$$C_{m_0 WB} + C_{LWB}(h - h_0) - C_{Lt}\frac{S_t \cdot l_t}{\bar{c} \cdot S} = 0$$

$$h_0\bar{c} + l = h\bar{c} + l_t \implies \frac{l_t}{\bar{c}} = \frac{l}{\bar{c}} - (h - h_0)$$



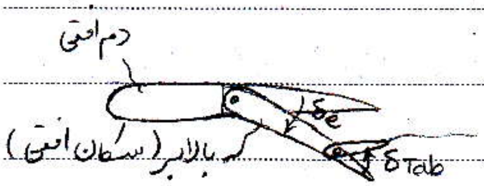
$$L = L_{WB} + L_t = W$$

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L \implies C_L = C_{LWB} + C_{Lt} \times \frac{S_t}{S}$$

بعد از جاگذاری در معادله تعادل طولی :

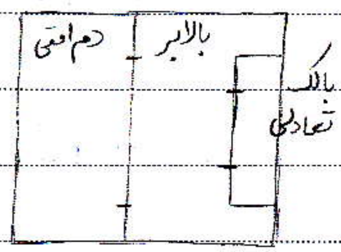
$$C_{m_0 WB} + \left(C_{LWB} + C_L + \frac{S_t}{S}\right)(h - h_0) - \frac{l \cdot S_t}{\bar{c} \cdot S} C_{Lt} = 0$$

$$C_{m_0 WB} + C_L(h - h_0) - \frac{l \cdot S_t}{\bar{c} \cdot S} C_{Lt} = 0$$ معادله بدون بعد تعادل طولی



بالک تعادل
Trim tab

ضریب حجمی دم $\frac{l \cdot S_t}{\bar{c} \cdot S} = \bar{V}_H$

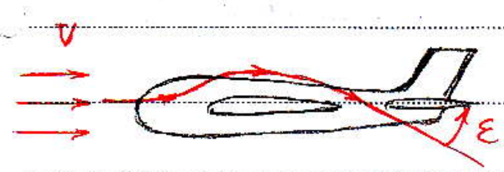


$$C_{Lt} = C_{Lt_0} + \frac{\partial C_{Lt}}{\partial \alpha_t} \cdot \alpha_t$$

$$C_{Lt} = C_{Lt_0} + a_1 \alpha_t$$

$$C_{Lt} = C_{Lt_0} + a_1\alpha_t + a_2\delta_e + a_3\delta_{tab}$$

$$a_2 = \frac{\partial C_{Lt}}{\partial \delta_e}, \quad a_3 = \frac{\partial C_{Lt}}{\partial \delta_{tab}}$$



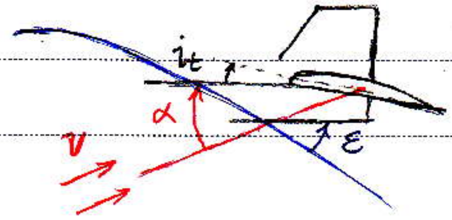
جریان هوا در اثر گذر از روی بال در ناحیه دم تغییر جهت می دهد و به سمت پایین منحرف می شود. این پدیده بنام فروزش Down wash معروف است و زاویه انحراف جریان : ε

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \cdot \alpha$$

$$\varepsilon_0 = \frac{2C_{LW}}{\pi AR_W} \qquad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} = \frac{2a_W}{\pi AR_W} \qquad a_W = \frac{\partial C_{LW}}{\partial \alpha}$$

i_t : زاویه نصب دم افقی نسبت به محور طولی هواپیما

α : زاویه حمله هواپیما

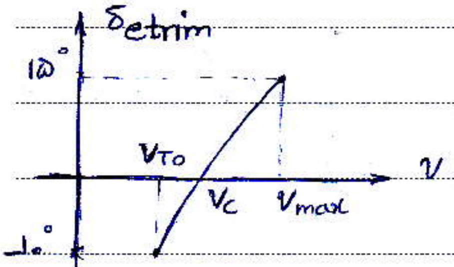


زاویه حمله دم $\alpha_t = \alpha + i_t - \varepsilon$

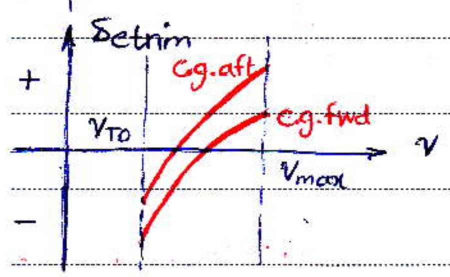
جایگذاری در رابطه C_{Lt} :

$$\Longrightarrow C_{Lt} = C_{Lt_0} + a_1\alpha\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) + a_1(i_t - \varepsilon_0) + a_2\delta_e + a_3\delta_{tab}$$

* منحنی تعادل Trim Curve منظور منحنی تغییرات δ_e برحسب تغییرات سرعت هواپیما می باشد. برای هر سرعت $\delta_{e\,trim}$ وجود دارد.



* منحنی تعادل δ_e برای جلوترین محل مرکز جرم h_{fwd} تا عقب ترین محل آن h_{aft} ترسیم می شود.



پایداری حرکت هواپیما Aircraft stability

مطالب بخشی از فصل ۴ کتاب آقای دکتر صدرایی (پایداری و کنترل هواپیما)

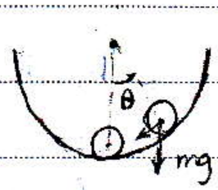
تعریف پایداری: پایداری ویژگی یک سیستم (state) می باشد در بازگشت به حالت تعادل، پس از ایجاد یک اغتشاش کوچک.

* تعادل: تعادل یا حالت تعادل (نقطه تعادل)، شرایطی می باشد که بتواند دائمی باقی بماند.

نمونه هایی از حالت تعادل:

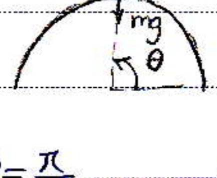
حالت تعادل بی تفاوت (خنثی)

← سمت هواپیما ψ



$\theta = 0$ حالت تعادل پایدار

← ارتفاع پرواز

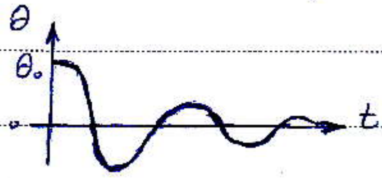


حالت تعادل ناپایدار $\theta = \frac{\pi}{2}$ ← سرعت پرواز V_1

انواع مفاهیم پایداری هواپیما : (جنبه پایداری) ⎧ ۱_ پایداری استاتیکی
⎩ ۲_ پایداری دینامیکی

۱_ پایداری استاتیکی : تمایل ذاتی هواپیما در بازگشت به حالت تعادل پس از اعمال یک اغتشاش کوچک
پایداری استاتیکی با بررسی مشتقات پایداری مشخص می شود.
پایداری استاتیکی تمایل به ایجاد نیروهای مخالفت کننده با اغتشاش می باشد.

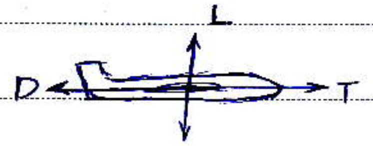
۲_ پایداری دینامیکی : عبارت است از قابلیت تحصیل حالت تعادل (بازگشت به حالت تعادل) در طی زمان.
یعنی پایداری یک فرآیند است.



انواع مدهای حرکتی از جنبه پایداری :
→ پایداری طولی
→ پایداری حرکت عرضی — حرکت جانبی
→ حرکت سمتی

پایداری استاتیکی هواپیما :
* پایداری استاتیکی حرکت طولی
→ پایداری ارتفاع پرواز
→ پایداری سرعت پرواز
→ پایداری وضعی زاویه θ به خاطر گشتاور جانبی
→ پایداری گشتاور از سرعت U

* پایداری ارتفاع (پرواز سیر) :



تعادل پرواز سیر : $T - D = 0$

$L - W = 0 \qquad \Sigma M = 0$

اگر پرواز دائمی در ارتفاع h_0 ، $\quad L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L$

$\pm\Delta h$ تغییر ارتفاع : $\quad \Delta h > 0 \longrightarrow h_1 > h_0 \longrightarrow \rho_1 < \rho_0 \longrightarrow L < W$

شتاب سمت پایین ↓

$w < 0$ سرعت قائم

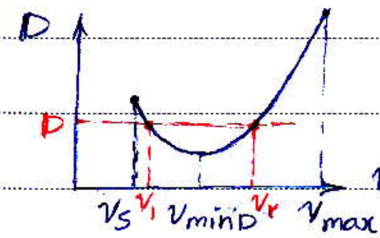
اغتشاش در جهت Z ، ΔZ یا $\Delta F_Z > 0$ $\Big\}$ $\frac{\Delta F_Z}{\Delta W} < 0 \quad \Longrightarrow h \rightarrow h_0$

$\frac{\partial F_Z}{\partial W} < 0 \Longrightarrow Z_W < 0$

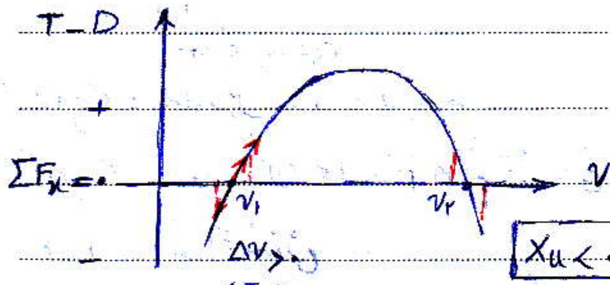
* پایداری سرعت طولی (V_0):

$T-D=0$ شرایط تعادل

$\Delta T-\Delta D=ma_x$ معادله اغتشاشی



ارتفاع ثابت



$\Delta V>0$

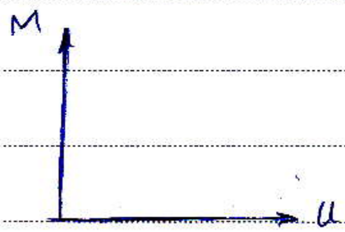
$\Delta F_x>0$

$\frac{\partial F_x}{\partial V}>0 \to X_u>0$

$\boxed{X_u<0}$ شرط پایداری استاتیکی سرعت طولی

سرعت V_1 سرعت تعادلی ناپایدار

* پایداری سرعت طولی از گشتاور: M_u



$L=\frac{1}{2}\rho U^2 S C_L$

افزایش لیفت باعث $\Delta L>0$ سرعت افزایشی $u>0$

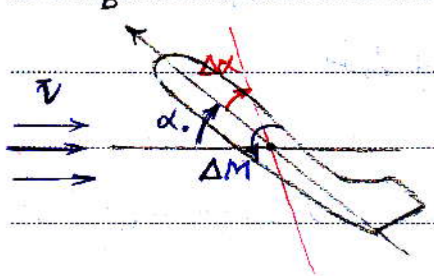
$\Rightarrow \Delta D\uparrow \to a_x<0 \to u\downarrow \to C_L\downarrow \xrightarrow{\text{باید زیاد کنیم}} \alpha\uparrow \to M>0$

افزایش درگ می‌شود

$\frac{\partial M}{\partial u}>0$ $M_u>0$

$M_u<0 \rightsquigarrow$ مود تاک

* پایداری استاتیکی وضعی طولی هواپیما: M_w یا M_α



for $\Delta\alpha>0$ $\Delta M<0$ $\frac{\Delta M}{\Delta\alpha}<0$

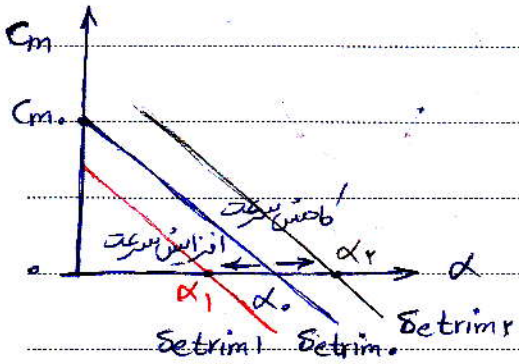
جهت پایداری استاتیکی طولی $M_\alpha<0 \leftrightsquigarrow \frac{\partial M}{\partial\alpha}<0$

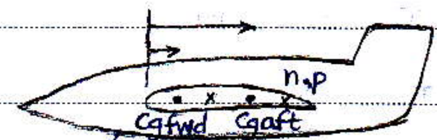
$M=\frac{1}{2}\rho V^2 S\bar{c}\, C_m$ $C_m=C_{m0}+\frac{\partial C_m}{\partial\alpha}\cdot\alpha=C_{m0}+C_{m\alpha}\cdot\alpha$

ضریب پایداری طولی $C_{m\alpha}<0$

α_0 زاویه حمله تعادلی در سرعت معلوم

α_1 و α_2 زوایای حمله تعادل برای سرعت های بیشتر و کمتر از سرعت مربوط به α_0



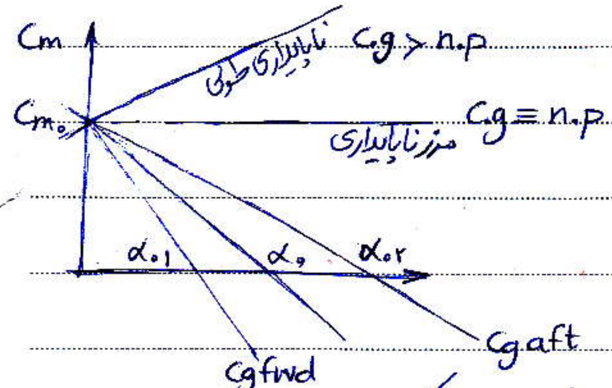


Cgfwd : جلوترین محل مرکز جرم

Cgaft : عقب ترین محل مرکز جرم

n.p : نقطهٔ خنثی

n.p : نقطهٔ خنثی جایی است که اگر مرکز جرم در آن جا قرار گیرد، $C_{m\alpha}=0$ شده و با تغییرات زاویه حمله C_m تغییر نمی کند.



نمودار برای یک سرعت معلوم

$$C_m = C_{m_0} + C_{m\alpha}\cdot\alpha$$

معیارهای پایداری استاتیکی عرضی :

$Y_v<0$ $\quad Y_\beta<0$

$L_\beta<0$ $\quad N_\beta>0$

$L_p<0$ $\quad N_p<0$

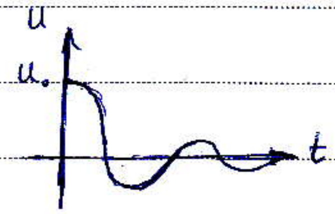
$L_r<0$ $\quad N_r<0$

$\Delta\beta>0 \quad \Delta N>0 \quad \dfrac{\Delta N}{\Delta\beta}>0 \quad \dfrac{\partial N}{\partial\beta}>0 \quad N_\beta>0 \quad C_{n\beta}>0$

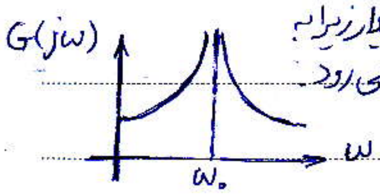
شرط پایداری استاتیکی سمتی

* روش های بررسی پایداری دینامیکی هواپیما :

از طریق بررسی معادلات حرکت و نتایج حاصل از آن ها می باشد.



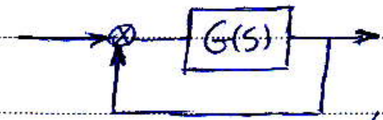
الف) بررسی رفتار زمانی متغیرهای پرواز با حل معادلات و رسم منحنی ها برای سیستم های خطی :



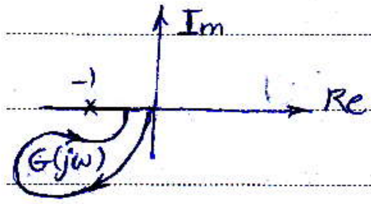
ناپایدار زیرا به ∞ می رود

ب) روش های فرکانسی ← رسم پاسخ فرکانسی

معیار پایداری نایکویست



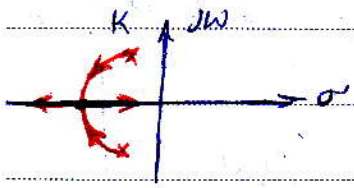
شرط پایداری سیستم مدار بسته فوق این است که منحنی نایکویست $G(jw)$ حول نقطه ۱- در جهت عقربه های ساعت چرخش کامل نداشته باشد.



ج) استفاده از معادله مشخصه سیستم دینامیکی خطی:

$$\Delta(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} \cdots + a_1 s + a_0$$

۱ـ ج) رسم مکان هندسی ریشه های معادله مشخصه $0 < K < \infty$ K گین کنترلی



۲ـ ج) استفاده از معیار پایداری راوس هرویت

براساس علامت ضرایب معادله مشخصه و روابط بین آن ها می باشد

اگر: $a_n > 0$

a_{n-1}	a_n	0	0	0	0	0
a_{n-3}	a_{n-2}	a_{n-1}	a_n	0	0	0
a_{n-5}	a_{n-4}	a_{n-3}	a_{n-2}	a_{n-1}	a_n	0
a_{n-7}	a_{n-6}	a_{n-5}	a_{n-4}	a_{n-3}	a_{n-2}	a_{n-1}

$a_{n-1} > 0 \qquad \Delta_1 > 0 \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n \\ a_{n-3} & a_{n-2} \end{vmatrix} > 0$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_{n-5} & a_{n-5} & a_{n-3} \end{vmatrix} > 0$$

$n=1$: $\Delta(s) = a_1 s + a_0$ $\qquad a_0 > 0 \,,\, a_1 > 0$

$n=2$: $\Delta(s) = a_2 s^2 + a_1 s + a_0$ $\qquad a_0 > 0 \,,\, a_1 > 0 \,,\, a_2 > 0$

$n=3$: $\Delta(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$ $\qquad a_i > 0 \quad i = 1 \ldots 3$

$$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$$

$n=4 \qquad \Delta(s) = a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \qquad a_i > 0 \quad i = 1 \ldots 4$

$$\Delta_2 = a_2 a_3 - a_1 a_4 > 0$$

$$\Delta_3 = a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2 > 0$$

فصل ۴_ انواع سیستم‌های کنترل اتوماتیک پرواز هواپیما:

Automatic Flight Control Systems (AFCS)

الف) سیستم‌های افزاینده پایداری Stability Augmentation Systems (SAS)

فصل ۹ کتاب مک‌لین

سیستمی که رفتار طبیعی هواپیما را پایدارتر می‌سازد و میرایی نوسانات طبیعی را تسریع می‌کند.

SAS:

- سیستم افزاینده پایداری حرکت طولی — عملگر δ_e
  - پریودیک کوتاه $\{sp$
  - فوگوئید (α, q) $\{ph$
- سیستم افزاینده پایداری حرکت عرضی
  - حرکت غلت p — عملگر δ_A
  - حرکت سمتی r — عملگر δ_R

ب) سیستم‌های کنترل وضعیت پرواز Atittud Control Systems (ACS)

فصل ۱۰ مک‌لین

- سیستم کنترل زاویه فراز θ — عملگر δ_e
- سیستم کنترل زاویه غلت ϕ — عملگر δ_A
- سیستم کنترل زاویه سمت ψ (Turn Control)
  - عملگر اصلی δ_A
  - عملگر دوم (پایدارساز) δ_R

ج) سیستم‌های کنترل مسیر

فصل ۱۱ مک‌لین

۱_ سیستم کنترل ارتفاع پرواز h — عملگر δ_e

۲_ سیستم کنترل سرعت پرواز u — عملگر δ_{th}

۳_ سیستم کنترل عدد ماخ M — عملگر δ_e

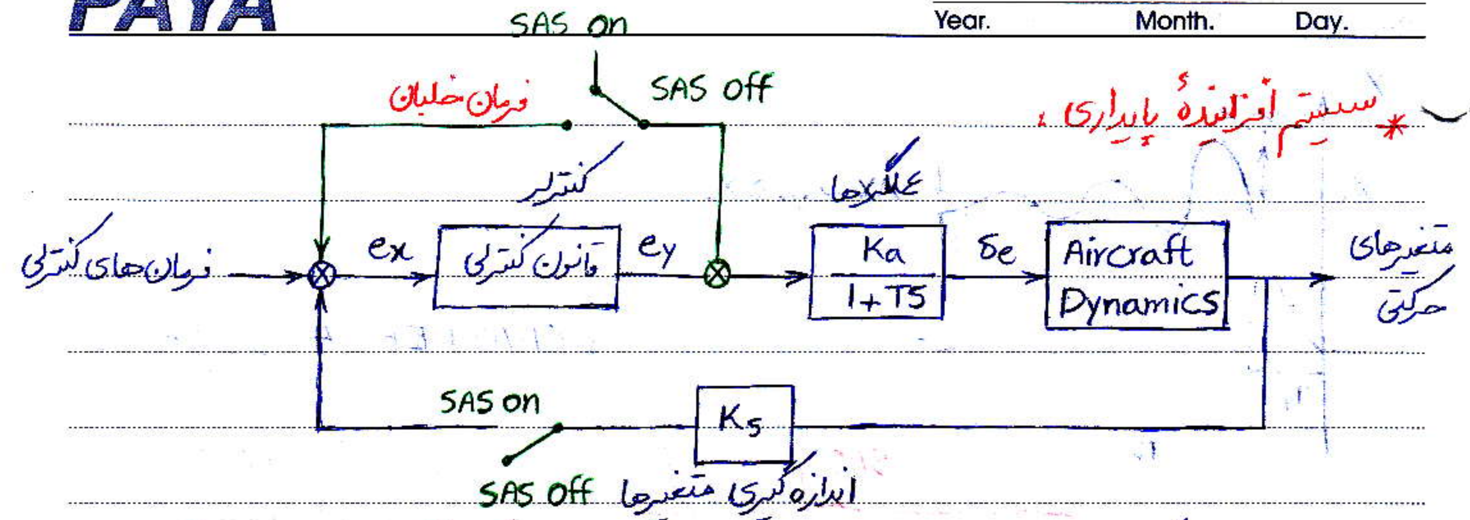
۴_ سیستم کنترل اتوماتیک فرود

۵_ سیستم کنترل زاویه شیب مسیر γ

۶_ سیستم دنبالگر مسیر از روی نقشه

Terrian_Following Control Systems

* سیستم افزاینده پایداری



T ثابت زمانی عملگر $\quad 0.05\,s < T < 0.15\,s$ (ثانیه)

* سیستم افزاینده پایداری فقط در پرواز دائمی (سیر) فعال است.

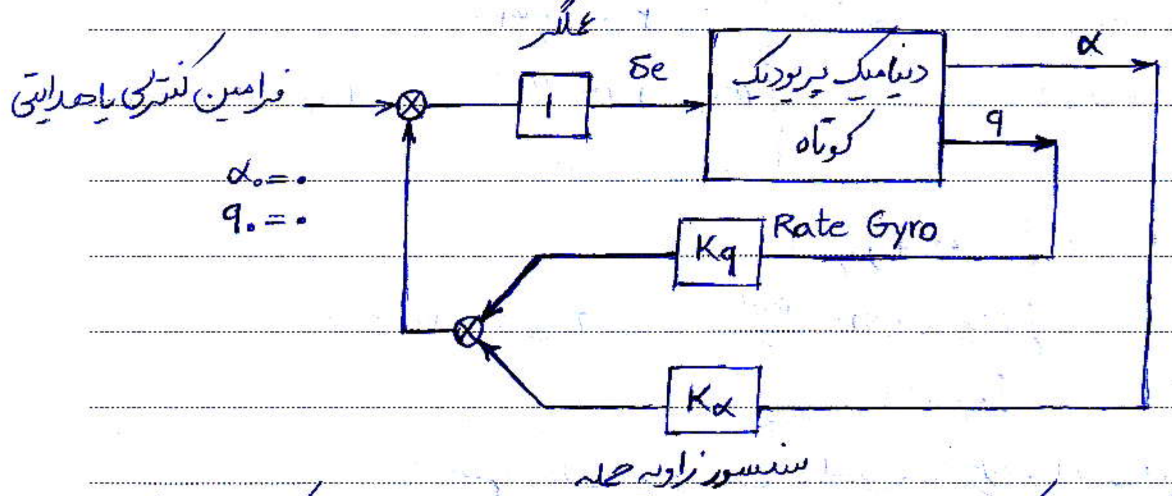
✓ برای سنسورها (اندازه‌گیری ها) در حالت ایده آل K_s به عنوان ضریب تبدیل در نظر گرفته می‌شود.

✓ برای دینامیک خیلی سریع پلنت مانند میکرو UAV ها تابع تبدیل سنسور به صورت $\dfrac{K_s}{s^2+2\zeta_s\omega_s s+\omega_s^2}$

سیستم افزاینده پایداری حرکت پریودیک کوتاه:

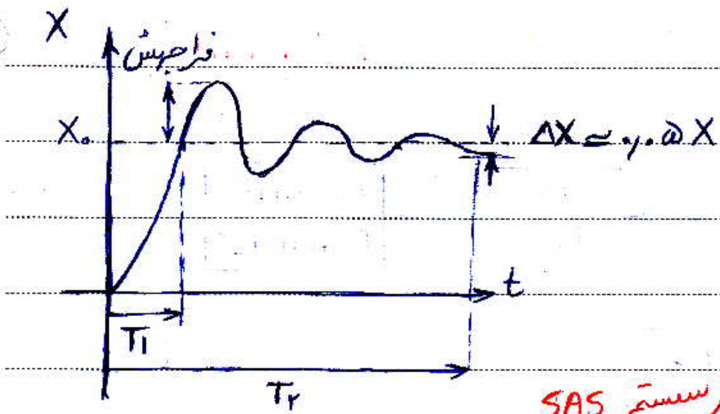
$$\begin{cases} \dot{\alpha} = Z_\alpha \cdot \alpha + q + \dfrac{Z_{\delta e}}{U_0} \cdot \delta e \\ \dot{q} = M_\alpha \cdot \alpha + M_{\dot{\alpha}} \cdot \dot{\alpha} + M_q \cdot q + M_{\delta e} \cdot \delta e \\ \delta e = K_q \cdot q + K_\alpha \cdot \alpha \end{cases}$$

قانون فیدبک (قانون کنترلی)



K_q و K_α به عنوان گین های کنترلی پارامترهایی هستند که بایستی در طراحی سیستم کنترل بدست آید.

معیار طراحی K_q و K_α، یکی ضریب میرایی نسبی سیستم ζ_{sp} $(0.4 < \zeta_{sp} < 0.7)$ و دیگری فرکانس طبیعی سیستم مدار بسته ω.



مثال_ هواپیمای CHARLIE_4 :

$$\Delta_{sp}(s) = s^2 + \Big(\overbrace{-\big(\tfrac{Z_{\delta e}}{U_0} M_{\dot\alpha} + M_{\delta e}\big)K_q - \tfrac{Z_{\delta e}}{U_0} K_\alpha}^{\text{میرایی از سیستم SAS}} - \overbrace{(M_{\dot\alpha} + M_q + Z_\alpha)}^{\text{میرایی از حرکت طبیعی}}\Big)s$$

$$+ \underbrace{(Z_\alpha M_q - M_\alpha)}_{\text{فرکانس طبیعی مدار باز}} + \underbrace{\Big[\big(\tfrac{Z_{\delta e}}{U_0} M_q - M_{\delta e}\big)K_\alpha + \big(Z_\alpha M_{\delta e} - M_\alpha \tfrac{Z_{\delta e}}{U_0}\big)K_q\Big]}_{\text{تغییر فرکانس طبیعی از SAS}}$$

$$\Delta_{sp}(s) = s^2 + (0.917 K_q + 0.02 K_\alpha + 1.067)s + 1.773 + 0.325 K_q + 0.931 K_\alpha$$

مدار باز : $K_q = K_\alpha = 0$

ریشه‌ها $\left\{ -0.534 \pm j\,1.22 \right.$ $\quad \omega_{sp} = 1.332 \ \frac{rad}{s} \longrightarrow T_{sp} = \frac{2\pi}{\omega_{sp}} = 4.7$ sec

$\xi_{sp} = 0.4$

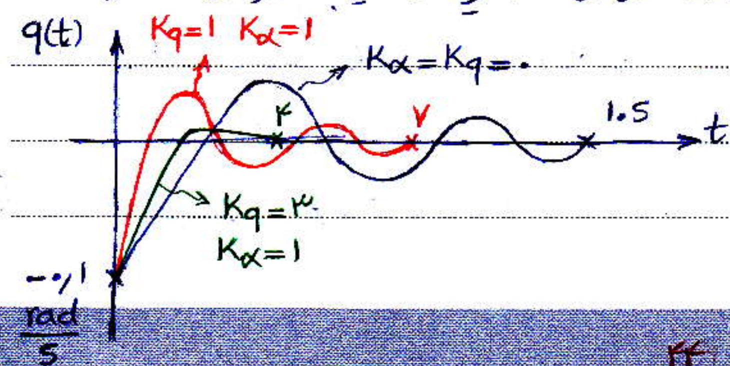
SAS مدار بسته $\longrightarrow K_q = 1$ $\quad$ ریشه‌ها $\left\{ -1.002 \pm j\,1.423 \right.$

$K_\alpha = 1$ $\quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_{sp} = 1.74 \ \frac{rad}{s} \longrightarrow T_{sp} = 3.6 \ sec \\ \xi_{sp} = 0.576 \end{array} \right.$

$K_q = 3$ $\quad$ ریشه‌ها $\left\{ -1.92 \pm j\,0.091 \right.$

$K_\alpha = 1$ $\quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_{sp} = 1.918 \ \frac{rad}{s} \longrightarrow T_{sp} = 3.28 \ sec \\ \xi_{sp} \cong 1 \end{array} \right.$

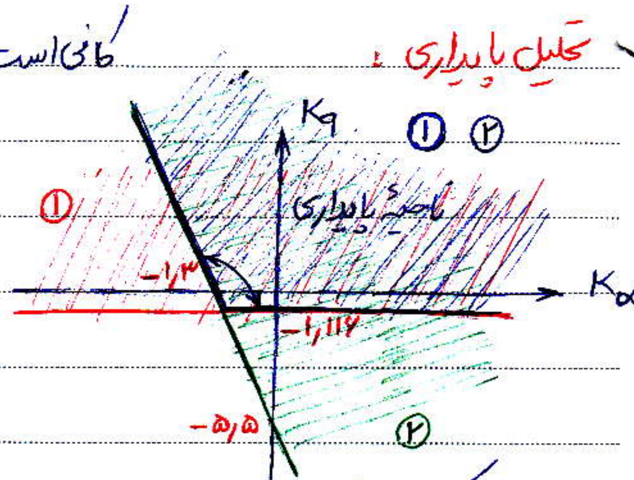
$\longrightarrow$ سیستم خشک شده و باعث ناراحتی مسافرین و آسیب سازه‌ای می شود.



تحلیل پایداری :

کافی است :

$$\begin{cases} 0.917K_q + 0.02K_\alpha + 1.067 > 0 \\ 1.773 + 0.325K_q + 0.931K_\alpha > 0 \end{cases}$$



① $K_q = -0.0218K_\alpha - 1.164$

② $K_q = -2.9K_\alpha - 5.5$

* سیستم کنترل غلت ϕ :

$$\begin{cases} \dot{p} = L'_p \cdot p + L'_{\delta_A} \cdot \delta_A \\ \dot{\phi} = p \end{cases}$$