# درس : توربو ماشین

استاد : دکتر کورش امیراصلانی تبریز

Text : توربو ماشینهای جریان هیدرولیکی و قابل تراکم

نوشته : اِ - تی - سایز

ترجمه : دکتر محمد حسن شجاعی فرد

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

## مقدمه :

**جزوه آموزشی درس توربو ماشین آقای دکتر کورش امیراصلانی تبریز**
**دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران - دانشکده فنی (۱۳۷۳)**

تعریف - توربوماشین وسیله‌ای است که طی یک جریان پایدار (دائمی) به سیال انرژی بدهد یا از آن انرژی بگیرد. از این رو مثلاً پمپهای رفت و برگشتی پیستونی چون قطع مقطعی جریان دارد - جزء توربو ماشینها محسوب نمی شود.

انواع توربو ماشینها

- انرژی دهنده : پمپ - کمپرسور - فن
- انرژی گیرنده : توربینهای گازی و آبی

(یا)

«از جهت سیال»

- تراکم پذیر : کمپرسور - فن - توربین گاز
- تراکم ناپذیر : پمپ - توربین آبی

(یا)

«از جهت حرکت سیال»

- محوری (Axial)
- شعاعی یا گریز از مرکز (Radial) (Centrifugal)

---

* توربینها : بافت انرژی سیال به هد یا اتالپی پایین تر کار انجام می دهند.

* پمپها و کمپرسورها : با انتقال انرژی به سیال هد یا اتالپی آن را افزایش می دهند.

هد

$$H = Z + \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\rho g}$$

* معمولاً شعاعی‌ها جمع و جور تر و ارزان تر هستند امّا محوری‌ها انرژی بیشتری از می دهند یا میگیرند.

---

## اصطلاحات اوّلیه :

* فن (Fan) : ماشینی است که با اعمال کار بروی گاز هد آن را می افزاید و میزان این افزایش در حدود 1.05 است و اگر از این بیشتر باشد کمپرسور می شود.

* پروانه (Impeller) : عضو دوّار پمپها یا کمپرسورهای گریز از مرکز را گویند.

* رانر (runner) : عضو دوّار توربینها و پمپهای شعاعی هیدرولیکی را گویند.

* روتور (Rotor) : عضو دوّار توربینها و کمپرسورهای محوری گازی است.

دیفیوزر : قسمتی از توربو ماشین است که انرژی جنبشی را به فشار تبدیل می کند.

حلزونی : پوسته پیها و کمپرسورهای گریز از مرکز را گویند که وظیفه آن جمع آوری سیال و گاه کمی افزایش فشار می باشد.

لوله دانش (Draft Tube) : لوله خروجی از توربینهای آبی است که کار دیفیوزر را انجام می دهد.

---

آنالیز ابعادی :

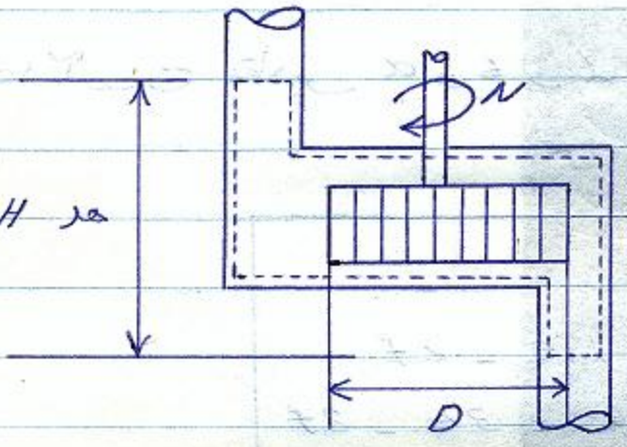
هدف از آنالیز ابعادی ⟵

۱- بدست آوردن نتایج مربوط به نمونه اصلی از روی آزمایشاتی که بر روی مدل انجام می شود.

۲ - بدست آوردن بهترین حالت عملکرد و راندمان .

---

(در مورد توربوماشینهای با سیال تراکم ناپذیر) :




ρ جرم مخصوص
μ ویسکوزیته

* $P = f(\rho^a, N^b, \mu^c, D^d, Q^e, gH^f)$

* براساس اصول آنالیز ابعادی شکل تابعی فوق را با اعمال یک ضریب ثابت بصورت معادله در می آوریم ؛ در این رابطه ابعاد پارامترها را نیز بر حسب ابعاد اصلی می نویسیم :

(توان) $P = Const. (\rho^a, N^b, \mu^c, D^d, Q^e, gH^f)$

$$\frac{ML^2}{T^3} = Const. \left[ \left(\frac{M}{L^3}\right)^a \left(\frac{1}{T}\right)^b \left(\frac{M}{LT}\right)^c (L)^d \left(\frac{L^3}{T}\right)^e \left(\frac{L^2}{T^2}\right)^f \right]$$

* با مساوی قرار دادن توانهای ابعاد اصلی در دو طرف مجهولات را می توان بصورت مستقل یا وابسته بدست آورد.

$$\begin{cases} M \text{ توان} : & 1 = a + c \\ L \text{ توان} : & 2 = -3a - c + d + 3e + 2f \\ T \text{ توان} : & -3 = -b - c - e - 2f \end{cases}$$

* با بدست آوردن مقادیر $a$ و $b$ و $d$ برحسب سایر مقادیر خواهیم:

$$\boxed{\begin{aligned} a &= 1 - c \\ b &= 3 - c - e - 2f \\ d &= 5 - 2c - 3e - 2f \end{aligned}}$$

$$P = \text{Const.} \left[ \rho^{1-c} \cdot N^{3-c-e-2f} \cdot \mu^{c} \cdot D^{5-2c-3e-2f} \cdot Q^{e} \cdot (gH)^{f} \right]$$

$$P = \text{Const.} \left[ \rho N^3 D^5 \left( \frac{\mu}{\rho N D^2} \right)^c \left( \frac{Q}{N D^3} \right)^e \left( \frac{gH}{N^2 D^2} \right)^f \right]$$

$$\frac{P}{\rho N^3 D^5} = Const. \left[ \underbrace{\left(\frac{\mu}{\rho N D^2}\right)^c}_{\text{عکس } Re} \left(\frac{Q}{ND^3}\right)^e \left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)^f \right]$$

* تعریف :

ضریب توان $\bar{P} = \frac{P}{\rho N^3 D^5}$

ضریب دبی $\phi = \frac{Q}{ND^3}$

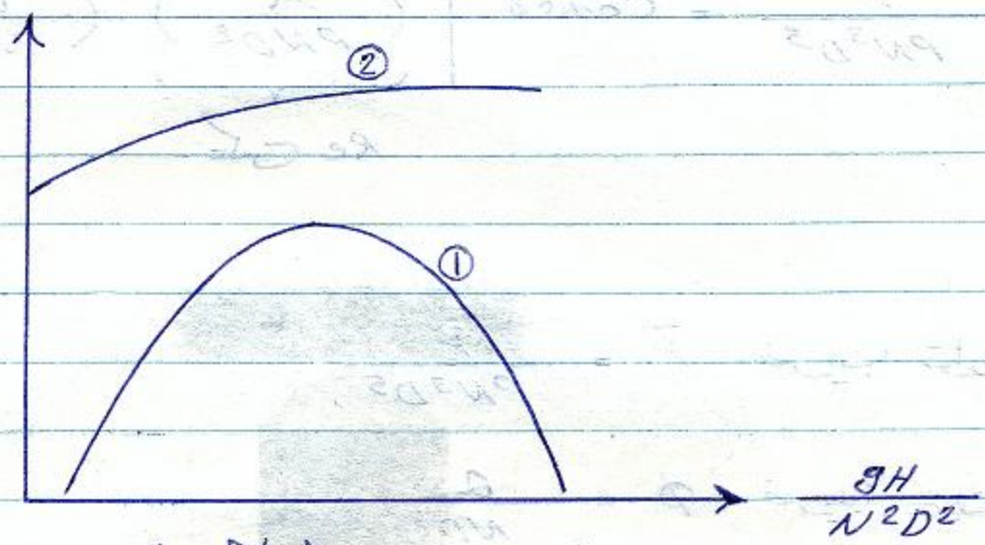
ضریب هد $\psi = \frac{gH}{N^2D^2}$

$$\bar{P} = Const. \left[ (Re)^c (\phi)^e (\psi)^f \right]$$

* چون محدوده تغییرات $Re$ کم است از آن صرفنظر می کنیم :

$$\bar{P} = f(\phi, \psi)$$

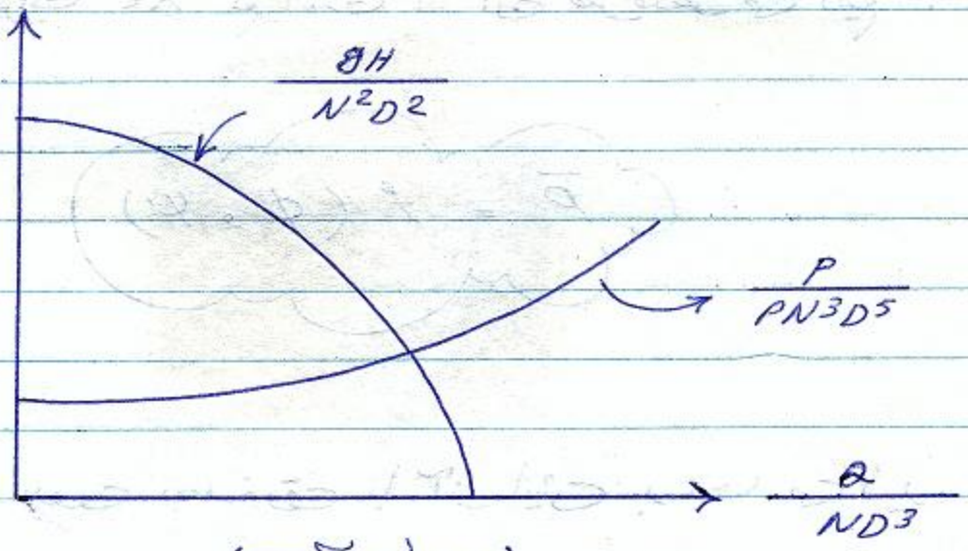
* رابطه میان اعداد بدون بعد فوق با آزمایش بدست می‌آید.




(در مورد توربینهای آبی)

① - اگر محور عمودی $\frac{P}{\rho N^3 D^5}$ باشد.

② - اگر محور عمودی $\frac{Q}{ND^3}$ باشد.




(پمپهای آبی)

## راندمان هیدرولیکی : در توربینهای آبی :

$$\eta_H = \frac{\text{توان خروجی توربین}}{\text{توان که سیال داده}} = \frac{P}{\rho g H Q}$$

$$P = \bar{P}(\rho N^3 D^5) \longrightarrow \eta_H = \frac{\bar{P}(\rho N^3 D^5)}{\rho g H Q}$$

$$\eta_H = \frac{\bar{P}}{\frac{Q}{ND^3} \cdot \frac{gH}{N^2 D^2}} \longrightarrow \eta_H = \left(\frac{\phi \cdot \psi}{\bar{P}}\right)^{-1}$$

* در مورد پمپها :

$$\eta_H = \frac{\phi \cdot \psi}{\bar{P}}$$

---

## تشابه بین نمونه اصلی و مدل :

۱ـ تشابه هندسی : تمام اندازه‌های مدل و نمونه اصلی باید با نسبت ثابتی به هم مربوط باشند.

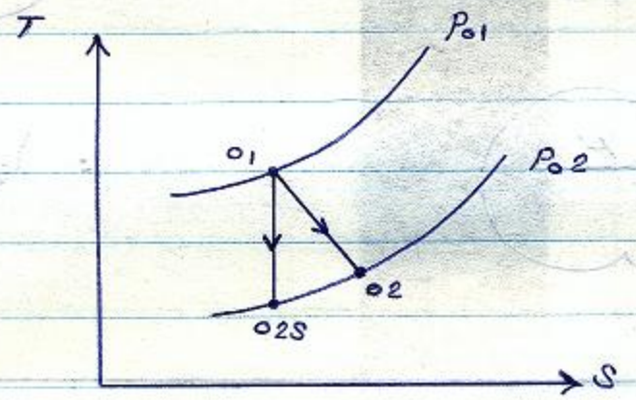
۲ـ تشابه سینماتیکی : سرعتها در نقاط متناظر مدل و اصلی باید با نسبت ثابتی بهم مربوط باشند.

۳- تشابه دینامیکی : نیروها " : " "

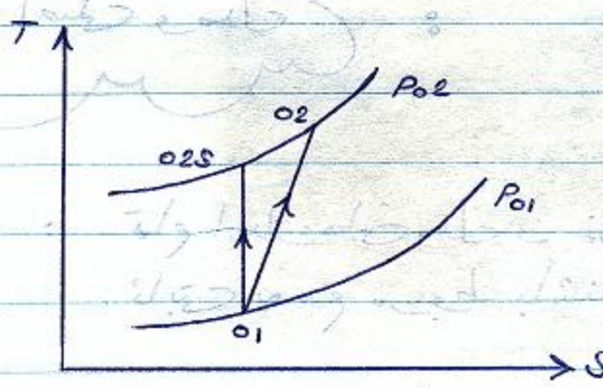
نتیجه : نشان داده می شود که برقراری تشابه بین مدل و اصل باید اعداد بدون بعد معرفی شده باهم مساوی باشند.

---

توربو ماشینهای با سیال تراکم پذیر :




(توربین ها)




(کمپرسورها)

* در بررسی آنالیز ابعادی این گونه توربوماشینها فشار خروجی تابعی از سایر عوامل در نظر گرفته می شود :

$$P_{o2} = f(P_{o1}, T_{o1}, T_{o2}, P_{o1}, P_{o2}, D, N, \dot{m}, \mu)$$

* (در گازهای کامل) : $\rho = \frac{P}{RT}$

* بنابراین $P_{o2}$ تابعی بصورت زیر می شود :

$$P_{o2} = f(P_{o1}, RT_{o1}, RT_{o2}, \dot{m}, N, D, \mu)$$

برطبق قواعد آنالیز ابعادی :

$$P_{o2} = Const\left[(P_{o1})^a (RT_{o1})^b (RT_{o2})^c (\dot{m})^d (N)^e (D)^f (\mu)^g\right]$$

$$\left[\frac{M}{LT^2}\right] = Const\left[\left(\frac{M}{LT^2}\right)^a \left(\frac{L^2}{T^2}\right)^b \left(\frac{L^2}{T^2}\right)^c \left(\frac{M}{T}\right)^d \left(\frac{1}{T}\right)^e (L)^f \left(\frac{M}{LT}\right)^g\right]$$

M توان : $1 = a + d + g$

L توان : $-1 = -a + 2b + 2c + f - g$

T توان : $-2 = -2a - 2b - 2c - d - e - g$

$a$ و $b$ و $f$ را برحسب سایر مقادیر محاسبه می کنیم :

$$a = 1 - d - g$$
$$b = d/2 - c - e/2 + g/2$$
$$f = e - 2d - g$$

$$P_{o2} = \text{Const} \left[ (P_{o1})^{1-d-g} (RT_{o1})^{d/2 - c - e/2 + g/2} (RT_{o2})^{c} \right.$$
$$\left. (\dot{m})^{d} (N)^{e} (D)^{e-2d-g} (\mu)^{g} \right]$$

$$P_{o2} = \text{Const} \left[ (P_{o1}) \left( \frac{RT_{o2}}{RT_{o2}} \right)^{c} \left( \frac{(RT_{o1})^{1/2} \dot{m}}{(P_{o1}) D^2} \right)^{d} \right.$$
$$\left. \left( \frac{N \cdot D}{(RT_{o1})^{1/2}} \right)^{e} \left( \frac{(RT_{o1})^{1/2} \cdot \mu}{P_{o1} \cdot D} \right)^{g} \right]$$

$$\left. \begin{aligned} &\frac{(RT_{o1})^{1/2} \cdot \mu}{P_{o1} \cdot D} \times \frac{(RT_{o1})^{1/2}}{(RT_{o1})^{1/2}} \\ &\frac{RT_{o1}}{P_{o1}} = \frac{1}{P_{o1}} \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \quad \frac{\mu}{P_{o1} \cdot D} = \frac{1}{Re}$$

$$\frac{P_{o2}}{P_{o1}} = f \left[ \left( \frac{RT_{o2}}{RT_{o1}} \right), \left( \frac{\dot{m} (RT_{o1})^{1/2}}{P_{o1} \cdot D} \right), \left( \frac{N \cdot D}{(RT_{o1})^{1/2}} \right), Re \right]$$

. . . .

* چون در ناحیه Turbulant هستیم اثرات Re قابل صرفنظر است و چون $\rho$ و $D$ در توربوماشین ثابت است :

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = f\left[\left(\frac{T_{02}}{T_{01}}\right)\left(\frac{\dot{m}\,T_{01}^{1/2}}{P_{01}}\right)\left(\frac{N}{T_{01}^{1/2}}\right)\right]$$

---

## راندمان نمونه اصلی و مدل :

* مثلاً برای یک توربین آبی :

$$* \quad \eta = \frac{P}{\rho g H Q}$$

$m$ : مدل

$P$ : نمونه اصلی

$$* \quad \frac{\eta_m}{\eta_P} = \frac{\frac{P_m}{P_P}}{\frac{H_P}{H_m}\cdot\frac{Q_P}{Q_m}}$$

$$\left(\bar{P}_m = \bar{P}_P \;,\; \phi_m = \phi_P \;,\; \psi_m = \psi_P\right) \longrightarrow$$

$$\frac{P_m}{\rho N_m^3 D_m^5} = \frac{P_P}{\rho N_P^3 D_P^5} \;①\quad \text{و} \quad \frac{Q_m}{N_m^2 D_m^2} = \frac{Q_P}{N_P^2 D_P^2} \;②\quad \text{و}$$

$$\frac{g H_m}{N_m D_m^3} = \frac{g H_P}{N_P D_P^3} \;③$$

① $\rightarrow \quad \frac{P_m}{P_p} = \frac{N_m^3 D_m^5}{N_p^3 D_p^5}$

② $\rightarrow \quad \frac{Q_p}{Q_m} = \frac{N_p^2 D_p^2}{N_m^2 N_p^2}$

③ $\rightarrow \quad \frac{H_p}{H_m} = \frac{N_p D_p^3}{N_m D_m^3}$

$\longrightarrow$

$$\frac{\eta_m}{\eta_p} = \frac{N_m^3 D_m^5 \; (N_p^2 D_p^2)(N_p D_p^3)}{N_p^3 D_p^5 \; (N_m^2 D_m^2)(N_m D_m^3)} \longrightarrow$$

$$\frac{\eta_m}{\eta_p} = 1$$

* امّا در عمل کاملاً راندمان نمونه و اصل باهم برابر نمی باشد.

---

## سرعت مخصوص :

سرعت مخصوص در نقطه‌ای تعریف میشود که راندمان Max است (یعنی در نقطه طراحی).

* در مورد پمپ ها : $\phi_D$ ، $\psi_D$

$$\phi_D = \frac{Q}{ND^3}$$

$$\psi_D = \frac{gH}{N^2D^2}$$

از رابطه $\psi$ ، $D$ را یافته و از رابطه $\phi$ هم می یابیم و مساوی قرار می دهیم تا $D$ حذف شود.

$$\frac{Q^{1/3}}{N^{1/3}\,\phi_D^{1/3}} = \frac{gH^{1/2}}{N\,\psi_D^{1/2}} \longrightarrow$$

$$\frac{\phi_D^{1/3}}{\psi_D^{1/2}} = \frac{NQ^{1/3}}{N^{1/3}\,(gH)^{1/2}} \longrightarrow$$

$$N_S = \frac{N^{2/3} \cdot Q^{1/3}}{(gH)^{1/2}}$$

سرعت مخصوص بدون بعد

برای انتخاب یک پمپ و اینکه در یک هد و دبی خاص پمپ محوری انتخاب کنیم یا شعاعی باید $N_S$ را حساب کرد. پمپهای محوری هد کم و دبی زیاد دارند پس $N_S$ آنها بزرگ است و پمپهای شعاعی هد بالا و دبی کم دارند پس $N_S$ آنها کوچک است. البته پمپهای مختلط هم وجود دارد.

---

* در مورد توربینهای آبی :

$$\overline{P}_D = \frac{P}{\rho N^3 D^5}$$

$$\psi_D = \frac{gH}{N^2D^2}$$

از دو رابطه (D) را حذف می‌کنیم :

$$N_S = \frac{N (gH)^{5/2} \rho^{1/2}}{}$$

$$N_S = \frac{N P^{1/2}}{\rho^{1/2} (gH)^{5/4}} = \left( \frac{\overline{P}_D^{1/2}}{\psi_D^{5/4}} \right)$$

* شکل ۱۰-۱ کتاب محدوده‌های $N_S$ را نشان داده است.

---

## قوانین حاکم :

۱- اصل پیوستگی : $\dot{m} = \rho_1 C_1 A_1 = \rho_2 C_2 A_2$

(C - سرعت عمود بر مقطع جریان)

۲- اصل اول ترمودینامیک :

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m} \left[ (h_2 - h_1) + \left( \frac{C_2^2}{2} - \frac{C_1^2}{2} \right) + g (z_2 - z_1) \right]$$

۳- اصل بقای مقدار حرکت : $\sum \vec{F}_x = \dot{m}(C_{x2} - C_{x1})$

۴- اصل بقای مقدار حرکت زاویه‌ای : $\sum T = \dot{m}(r_2 C_{x2} - r_1 C_{x1})$

$$\left.\begin{array}{l} \omega = 2\pi N \\ v = r.\omega \end{array}\right\} \longrightarrow \sum T\omega = \dot{m}(v_2 C_{x2} - v_1 C_{x1})$$

$$\longrightarrow \text{توان } \dot{W} = \dot{m}(v_2 C_{x2} - v_1 C_{x1})$$

در مورد پمپها همواره $\dot{W} > 0$ است

۵- قانون دوم ترمودینامیک : $dS \geq \frac{\delta Q}{T}$

$$\delta Q = T\,dS$$

$$\underbrace{dU + \delta W}_{\delta Q} = T\,dS \longrightarrow \text{چون } \delta Q = P\,dV$$

$$T\,dS = dU + P\,dV$$

$$U = H - PV$$

$$dU = dH - P\,dV - V\,dP \longrightarrow$$

$$T\,dS = dH - V\,dP$$

مسئله - مدل 1 به 8 توربین به قطر 3.6m تحت هد 16m در دور 600 RPM کار می کند. تحت این شرایط توان توربین 250 KW و دبی آن $1.75\ m^3/s$ است. اگر $\rho = 1000\ kg/m^3$ باشد مطلوبست : سرعت مخصوص ، راندمان و گشتاور نمونه اصلی.

$$* \quad N_s = \frac{N P^{1/2}}{\rho^{1/2} (gH)^{5/4}} = \frac{\frac{600}{60} (250 \times 10^3)^{1/2}}{(10^3)^{1/2} (9.8 \times 16)^{5/4}}$$

$N_s = 0.28$ (توربین پلتون باچند جت مناسب است)

$$* \quad \eta = \frac{P}{\rho g H Q} = \frac{250 \times 10^3}{(1000)(9.8)(16)(1.75)} = 0.91$$

$$* \quad T = \frac{P}{\omega} = \frac{250 \times 10^3}{2\pi \left(\frac{600}{60}\right)} = 3979 \quad N\text{-}m$$

---

مسئله - اگر در مسئله قبل مدل در دور 144 RPM دارای هد 60m باشد توان و دبی مدل را بیابید.

$$N_{sm} = N_{sp} = 0.28 = \frac{144/60 \quad P^{1/2}}{(1000)^{1/2} \quad (9.8 \times 60)^{5/4}}$$

$P_m = 114\,113\ W = 114.113\ KW$

$$\eta_m = \eta_p = 0.91 = \frac{P_m}{\rho g Q_m H_m} = \frac{114\,113}{(1000)(9.8) Q_m (60)}$$

$$Q_m = 0.213 \ m^3/s$$

---

مسئله - مطلوبست هد و دبی خروجی مدل از 4 پمپ شعاعی که دبی 600 lit/s را با هد 30 m در دور 240 rpm تحویل می دهد. سرعت مدل 1200 rpm است.

$$\frac{H_m}{N_m^2 \cdot D_m^2} = \frac{H_p}{N_p^2 \cdot D_p^2} \longrightarrow$$

$$\frac{H_m}{(1200)^2 (D_p/4)^2} = \frac{30}{(240)^2 D_p^2} \longrightarrow$$

$$H_m = 46.9 \ m$$

$$\frac{Q_m}{N_m D_m^3} = \frac{Q_p}{N_p D_p^3} \longrightarrow$$

$$Q_m = Q_p = \left[ (N_m/N_p)(D_m/D_p)^3 \right] = 600 \left[ \left(\frac{1200}{240}\right) \left(\frac{1}{4}\right)^3 \right]$$

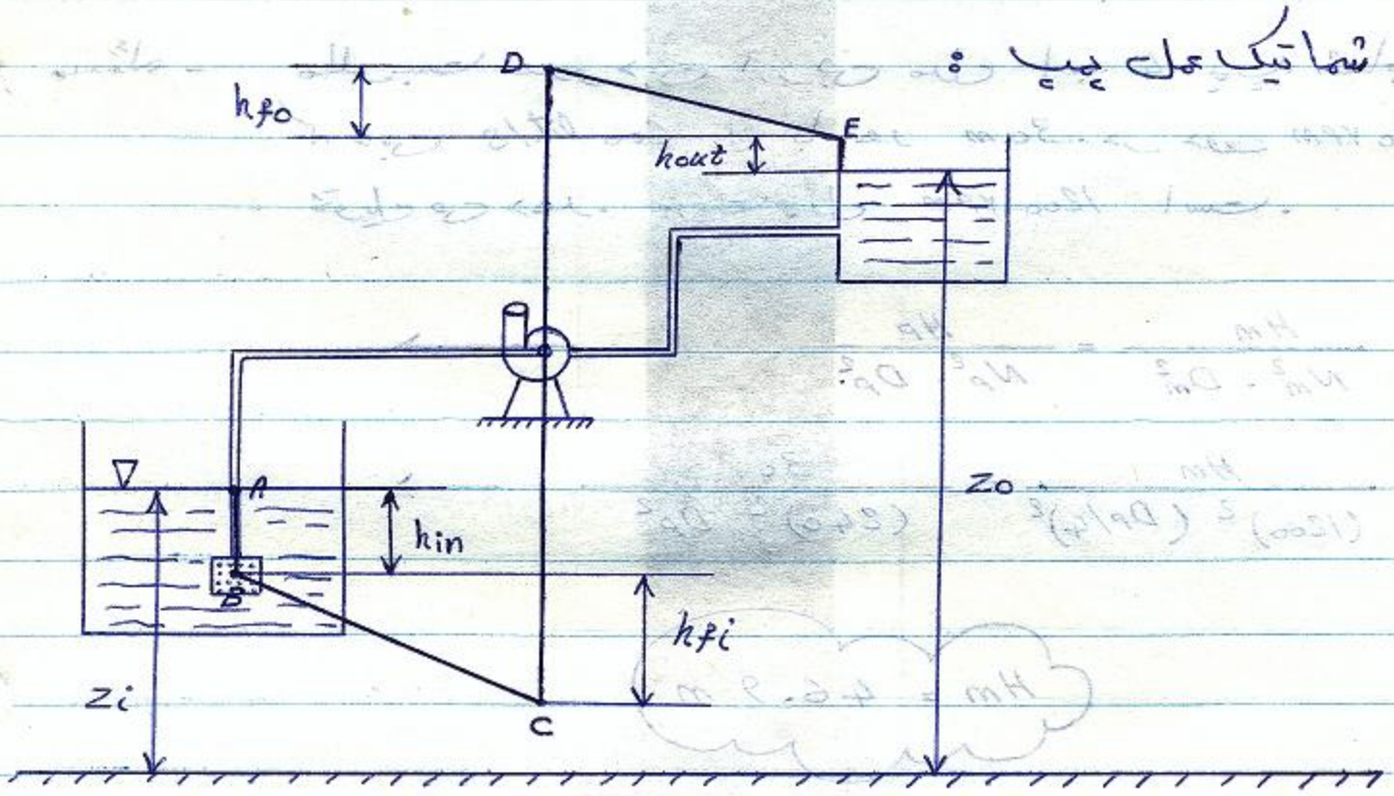
$$Q_m = 46.9 \ lit/s$$

## پمپ ها : دونوع پمپ را بررسی می کنیم :

۱- پمپهای گریز از مرکز
۲- پمپهای محوری

---

شماتیک عمل پمپ :




هد ورودی پمپ $= \frac{P_i}{\gamma} + \frac{V_i^2}{2g} + z_i$

هد خروجی پمپ $= \frac{P_o}{\gamma} + \frac{V_o^2}{2g} + z_o$

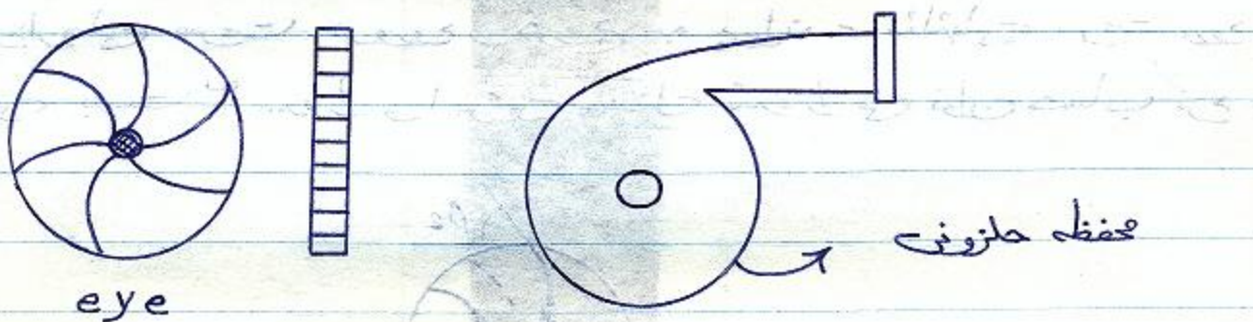
هد پمپ $H = \left(\frac{P_o - P_i}{\gamma}\right) + \left(\frac{V_o^2 - V_i^2}{2g}\right) + (z_o - z_i)$

هد پمپ = $H_s + \sum h_{losses}$

---

اجزای پمپ سانتریفوژ :

۱- پروانه
۲- محفظه حلزونی
۳- دیفیوزر (پره دار یا بدون پره)




---

مفروضات :

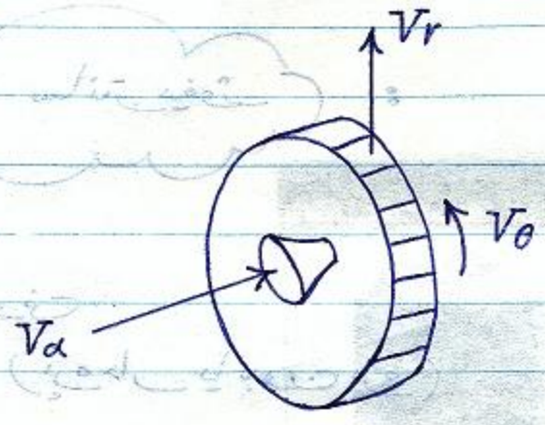
۱- تعداد پره‌ها بینهایت زیاد است یعنی مؤلفه مماسی سرعت صفر است. ($V_\theta$)

۲- از طرف دیگر ضخامت پره‌ها ناچیز است و امکان افزایش فشار وجود دارد.

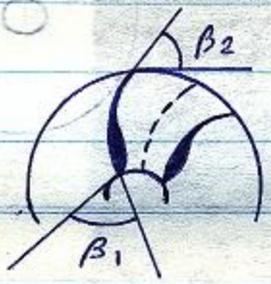
۳- از مؤلفه سرعت در جهت عمق پروانه z (تغییرات مولّفه سرعت) صرفنظر می‌کنیم $\frac{\partial V}{\partial z} = 0$

۴- قوانین مورد نظر بین مقطع ورودی به پمپ و مقطع خروجی آن نوشته می‌شود

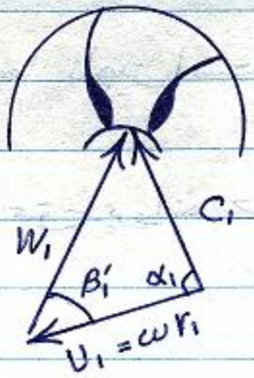
۵ - جریان سیال بلافاصله پس از ورود به پره به جهت شعاعی تغییر می یابد.




* با رسم بردارهای سرعت در ورود و خروج به پروانه ، مثلثهای سرعت ورودی و خروجی بدست آمده را و انرژی منتقل شده را می توان حساب کرد.




* زاویه میان امتداد پره و امتداد مماس بر دایره محیطی پره در آن مقطع را (زاویه پره) گویند.

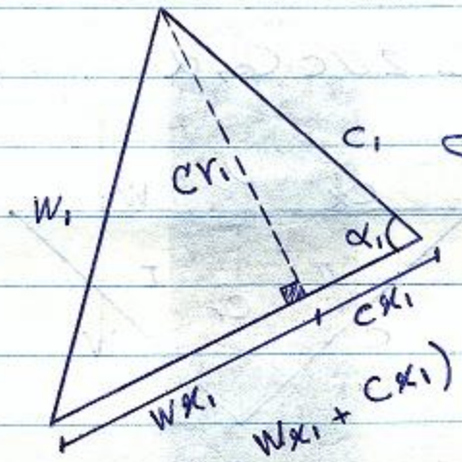


W - سرعت نسبی سیال

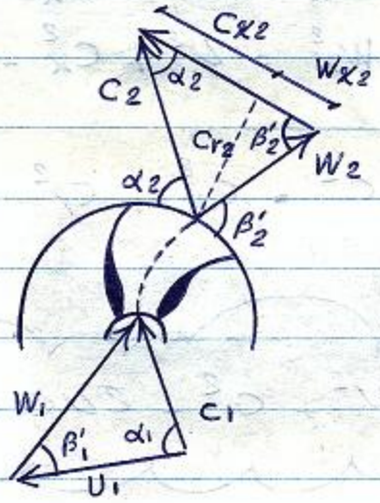
C - سرعت مطلق سیال

U - سرعت مماسی (محیطی) سیال ، سرعت خطی پروانه

ω - سرعت زاویه‌ای پروانه




$(C_{r1} = W_{r1}$ : مؤلفه محوری سرعت‌ها$)$



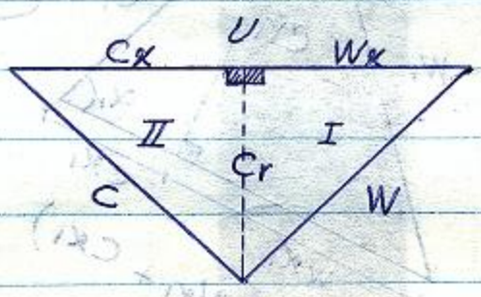

$(C_{r2} = W_{r2})$

$(C_{x1} = 0$ : معمولاً سعی می‌شود$) \quad \alpha_1 = 90^\circ \longrightarrow \begin{cases} C_{x1} = 0 \\ C_1 = C_{r1} \end{cases}$

کار واحد وزن (رابطهٔ اولر) :

$$* \quad E = \frac{W}{mg} = \frac{U_2 C_{x2} - U_1 C_{x1}}{g} \quad (1)$$

* می توان نشان داد : $W^2 = U^2 + C^2 - 2UC\cos\alpha$ *




(I) در مثلث : $W^2 = W_x^2 + C_r^2$

در مثلث اصلی : $W_x = U - C_x$

$W_x^2 = U^2 + C_x^2 - 2UC_x$

(II) در مثلث : $C^2 = C_x^2 + C_r^2$

$W^2 = U^2 + C^2 - 2UC\cos\alpha \rightarrow$

$$\begin{cases} U_2 C_{x2} = \frac{1}{2}\left(U_2^2 + C_2^2 - W_2^2\right) \\ U_1 C_{x1} = \frac{1}{2}\left(U_1^2 + C_1^2 - W_1^2\right) \end{cases} \quad (2)$$

$$①, ② \longrightarrow E = \underbrace{\left(\frac{U_2^2 - U_1^2}{2g}\right)}_{(I)} + \underbrace{\left(\frac{C_2^2 - C_1^2}{2g}\right)}_{(II)} + \underbrace{\left(\frac{W_1^2 - W_2^2}{2g}\right)}_{(III)}$$

I- انرژی مصرف شده برای تنظیم حرکت سیال

II- تغییرات انرژی جنبشی سیال

III- انرژی مربوط به هد استاتیکی سیال

---

$\dot{Q} = V \cdot A$ (دبی حجمی)

سرعت دبی دهنده : $C_r$

$A = 2\pi r b$ (از ضخامت پره‌ها صرفنظر شده)

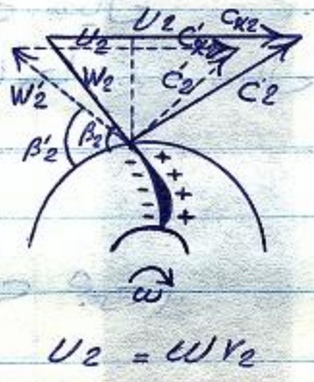
$$\dot{Q} = 2\pi r_1 b_1 C_{r1} = 2\pi r_2 b_2 C_{r2}$$

b (عرض پروانه)

## در حالت ایده آل :

$\beta_1 = \beta'_1$ ( جریان بدون ضربه )

$\beta_2 = \beta'_2$ ( جریان بدون لغزش )




پدیدهٔ لغزش
$\beta_2 \neq \beta'_2$

$U_2 = \omega r_2$

* از رابطه $E = \frac{U_2 C_{x2} - U_1 C_{x1}}{g}$ مشخص است که در صورت لغزش $C_{x2}$ کم شده و مقدار $E$ کاهش می یابد.

---

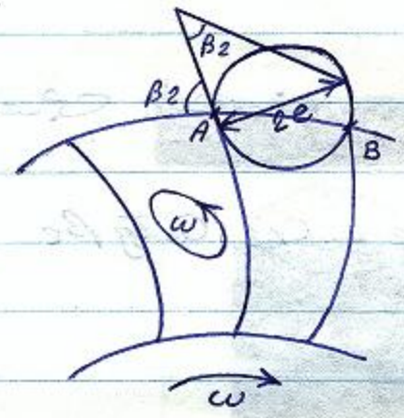
## ضریب لغزش Slip Factor :

$$\sigma_s = \frac{C'_{x2}}{C_{x2}} \longrightarrow$$

$$E = \frac{\sigma_s C_{x2} U_2 - C_{x1} U_1}{g}$$

$(\sigma_s C_{x2} = C'_{x2})$ ↑

* براساس تئوری (استودلا) : وی با فرض یک جریان غیرچرخشی وجود یک « رادی نسبی » در مسیر جریان سیال به خاطر دوران پروانه لازم است.




$$\Delta C_x = C_{x2} - C'_{x2}$$

$\Delta C_x$ مقدار مفروض $= \omega . e$

* $Z$ : تعداد پره‌ها $\qquad Arc(AB) = \frac{2\pi r_2}{Z}$

* از طرف دیگر طول کمان تقریباً : $\frac{2e}{\sin\beta_2}$ = وتر مثلث

* از تساوی تقریبی دو مقدار فوق :

$$\frac{2\pi r_2}{Z} = \frac{2e}{\sin\beta_2} \rightarrow e = \frac{\pi r_2 \sin\beta_2}{Z}$$

* از طرف دیگر داریم : $\omega = \frac{U_2}{r_2}$

$$\rightarrow \Delta C_x = \omega . e = \left(\frac{U_2}{r_2}\right)\left(\frac{\pi r_2 \sin\beta_2}{Z}\right)$$

$$\rightarrow \Delta C_x = \pi U_2 \sin\beta_2 / Z \qquad \text{(الف)}$$

$$\sigma_s = \frac{C'_{x2}}{C_{x2}} = \frac{C_{x2} - \Delta C_x}{C_{x2}}$$

$$\sigma_s = 1 - \frac{\Delta C_x}{C_{x2}} \qquad (ب)$$

* از مثلث سرعتهای خروجی داریم :

$$C_{x2} = U_2 - W_{x2} = U_2 - C_{r2} \cot g \beta_2 \qquad (ج)$$

* با قرار دادن (ب) و (ج) در (الف) :

$$\sigma_s = 1 - \frac{\pi U_2 \sin \beta_2}{z (U_2 - C_{r2} \cot g \beta_2)}$$

$$\sigma_s = 1 - \frac{\pi \sin \beta_2}{z \left(1 - \frac{C_{r2}}{U_2} \cot g \beta_2\right)}$$

* در مورد تیغه های کاملاً شعاعی ($\beta_2 = 90^\circ$) (در مورد کمپرسور شعاعی)

$$\sigma_s = 1 - \frac{\pi}{z}$$

رابطه BUSEMAN :

$$\sigma_s = \left[A - B\left(\frac{C_{r2}}{U_2}\right)\cot g\,\beta_2\right] \Big/ \left[1 - \left(\frac{C_{r2}}{U_2}\right)\cot g\,\beta_2\right]$$

* $A$ و $B$ تابعی از $z$ و $\frac{r_2}{r_1}$ و $\beta_2$ هستند.

$$80^\circ < \beta_2 < 30^\circ$$

---

رابطه Stanitz :

$$\sigma_s = 1 - \left(0.63\pi \Big/ \left\{z\left[1 - \left(\frac{C_{r2}}{U_2}\right)\cot g\,\beta_2\right]\right\}\right)$$

$$90^\circ > \beta_2 > 80^\circ$$

---

تلفات در پره‌های گریز از مرکز

* انواع تلفات عبارتند از :

۱- تلفات مکانیکی $P_m$

۲- تلفات پروانه (جدا شدن لایه مرزی و اصطکاک سیال با پروانه) $P_i$

۳- تلفات نشتی (به علت اختلاف فشار طرفین پروانه) $P_L$

۴- تلفات حفظه حلزونی (اصطکاک) $P_c$

---

(تلفات پروانه) $P_i = \rho g h_i Q_i$

$h_i$ ← تلفات هد در پروانه

$Q_i$ ← دبی داخل پروانه

$Q = Q_i - q$

$Q$ ← دبی بعد از پروانه

$Q_i$ ← دبی داخل پروانه

$q$ ← دبی نشت شده

(تلفات نشتی) $P_L = \rho g H_i q$

$H_i$ ← هد خروجی پروانه

(تلفات محفظه) $P_c = \rho g h_c Q$

$h_c$ ← افت هد در محفظه

(توان پمپ) $P = P_m + \rho g (h_i Q_i + H_i q + h_c Q + H Q)$

$H$ ← هد پمپ

$Q$ ← دبی پمپ

## راندمانهای پمپ :

۱ - راندمان کل : (overall)

$$\eta_o = \frac{\text{توان داده شده به سیال}}{\text{توان داده شده به پمپ}}$$

$$\eta_o = \frac{\rho g H Q}{P_S}$$

---

۲ - راندمان محفظه :

$$\eta_c = \frac{\text{توان سیال در خروج از محفظه}}{\text{توان سیال در ورود به محفظه}}$$

$$\eta_c = \frac{\rho g H Q}{\rho g H_i Q} \longrightarrow \eta_c = \frac{H}{H_i}$$

---

۳ - راندمان پروانه :

$$\eta_i = \frac{\text{توان سیال در خروج از پروانه}}{\text{توان سیال در ورود به پروانه}}$$

$$\eta_i = \frac{\rho g H_i Q_i}{\rho g (H_i + h_i) Q_i} \longrightarrow \eta_i = \frac{H_i}{H_i + h_i}$$

---

۴ - راندمان حجمی :

$$\eta_v = \frac{\text{دبی سیال در خروج پمپ}}{\text{دبی سیال در پروانه}}$$

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + q}$$

---

۵ - راندمان مکانیکی :

$$\eta_m = \frac{\text{توان داده شده به سیال در پروانه}}{\text{توان داده شده به پمپ}}$$

$$\eta_m = \frac{\rho g (H_i + h_i) Q_i}{P_S}$$

---

$$\eta_o = \eta_c \cdot \eta_i \cdot \eta_v \cdot \eta_m$$

۶- راندمان هیدرولیکی :

$$\eta_H = \frac{\text{هد خروجی پمپ}}{\text{هد سیال در داخل پروانه}}$$

$$\eta_H = \frac{H}{Hi + hi}$$

---

منحنی مشخصه پمپ :

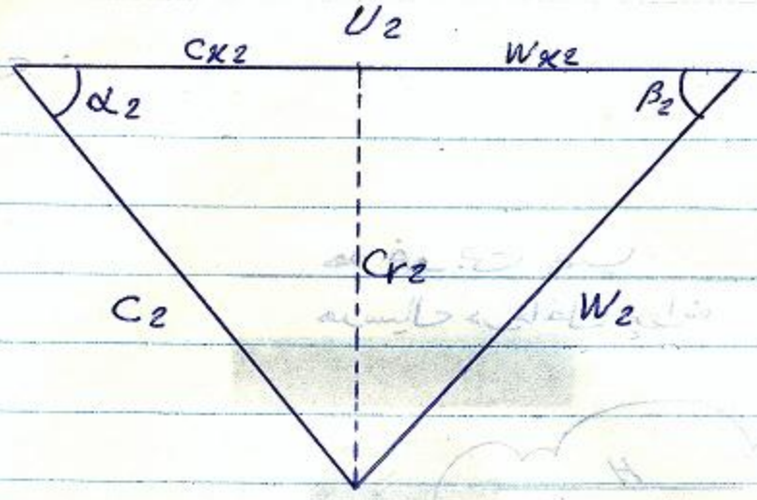
(انرژی معادل هد) $E = \frac{c_{u2} u_2 - c_{u1} u_1}{g} = \frac{u_2 c_{u2}}{g}$ (۱)

* با در نظر گرفتن لغزش :

$$E_N = \frac{\sigma_s u_2 c_{u2}}{g}$$

$$\sigma_s = \frac{c'_{u2}}{c_{u2}}$$

* اگر حالت ایده‌آل را فرض کنیم :




$$C_{x2} = U_2 - W_{x2} \quad , \quad \cot g\, \beta_2 = \frac{W_{x2}}{C_{r2}}$$

$$C_{x2} = U_2 - C_{r2} \cot g\, \beta_2$$

$$Q = A_2 . C_{r2} \longrightarrow C_{r2} = \frac{Q}{A_2} \longrightarrow$$

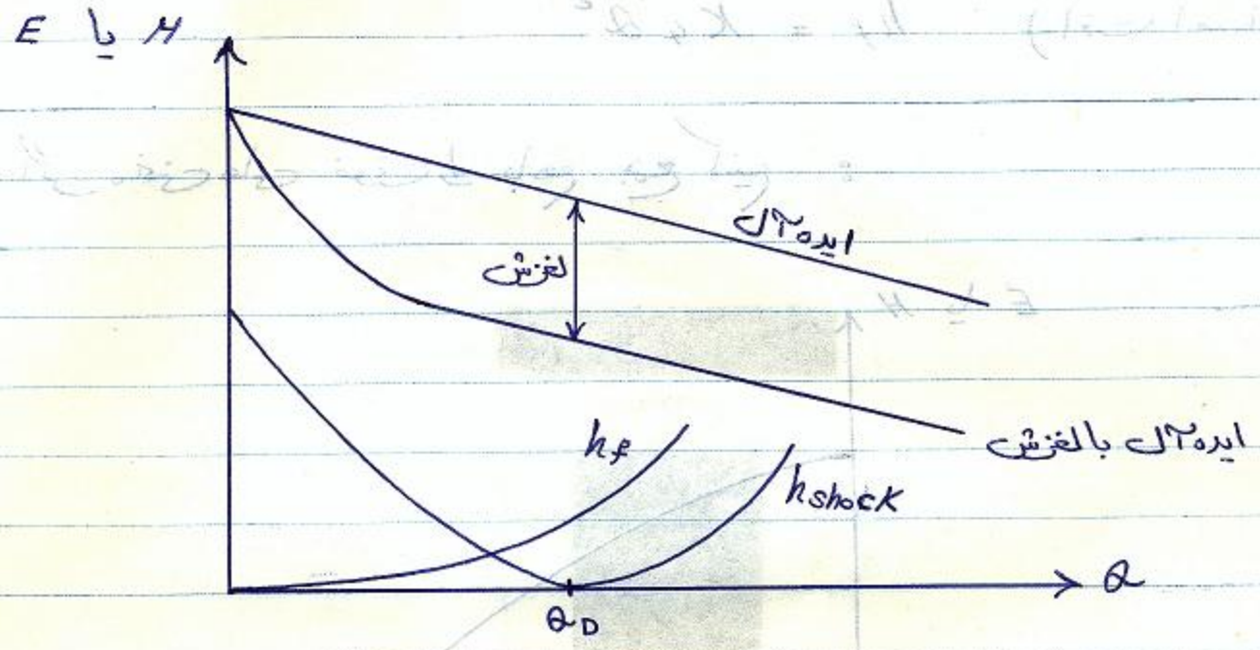
$$C_{x2} = U_2 - \left(\frac{Q}{A_2}\right) \cot g\, \beta_2 \qquad (۲)$$

---

$$(۱), (۲) \longrightarrow E = U_2 \left( U_2 - \left(\frac{Q}{A_2}\right) \cot g\, \beta_2 \right) / g$$

* در رابطه فوق همه پارامترها به جز $Q$ ثابت است .

$$E = K_1 - K_2 Q$$




* درحالت با لغزش :

$$\begin{cases} E_N = E\,\sigma_s \\ \sigma_s = 1-\left(0.63\pi \Big/ \left[z\left(1-\left(\frac{C_{r2}}{U_2}\right)\cot g\,\beta_2\right)\right]\right) \end{cases}$$

---

* درحالت واقعی افتهائی هم داریم :

$$K\frac{V^2}{2g} \longrightarrow \text{(افت موضعی)} \sim Q^2$$

$$\text{(افت ضربه)}\ h_{shock} = K_3 (Q - Q_D)^2$$

↓

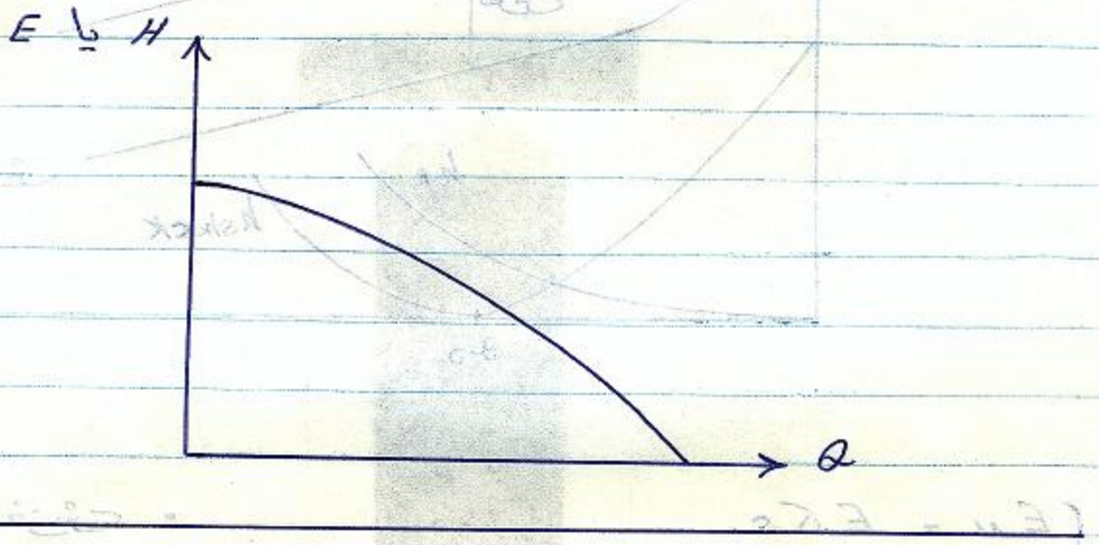
در این نقطه طراحی

↓

نشان می دهد که در نقطه طراحی افت ضربه صفر است.

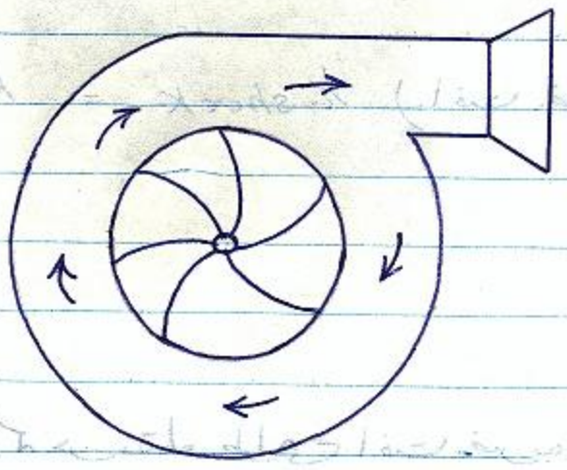
(افت اصطکاکی) $h_f = K_4 Q^2$

* پس اگر منحنی‌های فوق را باهم جمع کنیم :




جریان در داخل محفظه حلزونی :

۱- جمع آوری سیال
۲- افزایش فشار استاتیک سیال



* به ازای سرعت متوسط ثابت در اطراف پروانه برآیند نیروهای شعاعی وارد بر محور پروانه صفر است و در غیر این صورت :

(نیروی شعاعی) $P = 495\ K\ H\ D_2\ B_2$

ضریب هد پمپ — قطر محیطی — عرض پروانه

$$K = 0.36\ \left(1 - \left(\frac{Q}{Q_D}\right)^2\right)$$

---

دیفیوزر بدون پره :

$b$ - عرض

$c_r$ - بستگی به سطح مقطع شعاعی دارد

$c_r$ - با افزایش شعاع کم می شود

$$\dot{m} = \underbrace{\rho\,(2\pi r b)}_{A}\, c_r$$

* بین خروج از پروانه (با اندیس 2) و هر مقطع در داخل مسیر دیفیوزر (بدون اندیس) اصل پیوستگی عبارتست از :

$$\rho r b c_r = \rho_2 r_2 b_2 c_{r2} \qquad \rho_2 \approx \rho_2$$

معمولاً $b \approx b_2 \rightarrow r C_r = r_2 C_{r2}$

* از اصل بقای مقدار حرکت زاویه‌ای در مسیر دیفیوزر :

$$r_2 C_{x2} = r C_x$$

$$\sum \vec{\pi}^{\circ} = \dot{m} (r_2 C_{x2} - r_1 C_{x1}) = 0 \rightarrow$$

$$C_x = \frac{r_2 C_{x2}}{r}$$

معمولاً $C_x \gg C_r \rightarrow C_x \approx C$

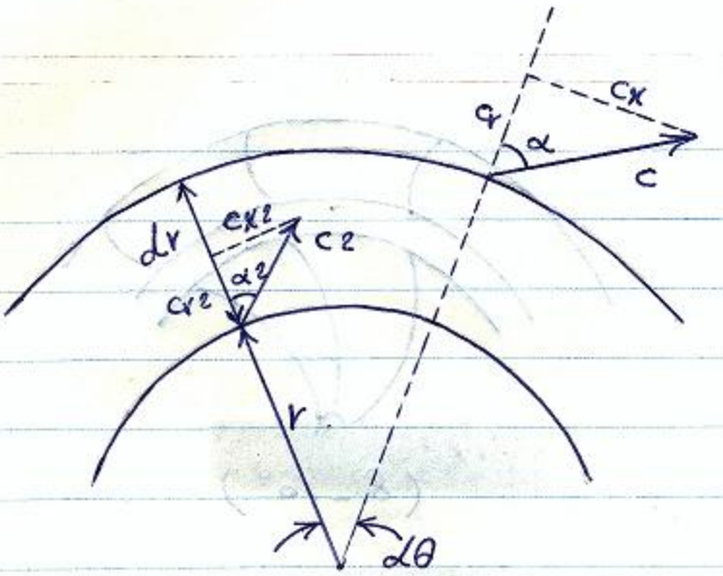
$$C \approx \frac{r_2 C_{x2}}{r}$$

نتیجه : برای کاهش $C$ ( افزایش $h_d$ ) باید شعاع مسیرد دیفیوزر ($r$) تا حد امکان بزرگ شود که البته محدودیت ساخت دارد.

---

* میزان انحنای سیال در حین عبور از دیفیوزر همواره دارای زاویه ثابتی است ( نسبت به شعاع پمپ ) که زاویه $\alpha$ است :

$$(\alpha = cte)$$




$$\begin{cases} \tan\alpha_2 = \dfrac{c_{x2}}{c_{r2}} \longrightarrow \alpha_2 = \alpha \\ \tan\alpha = \dfrac{c_x}{c_r} \\ \dfrac{r c_r}{r c_x} = \dfrac{r_2 c_{r2}}{r_2 c_{x2}} \quad : \text{چون} \end{cases}$$

* در هر شعاع r در داخل دیفیوزر بازاء زاویه $d\theta$ :

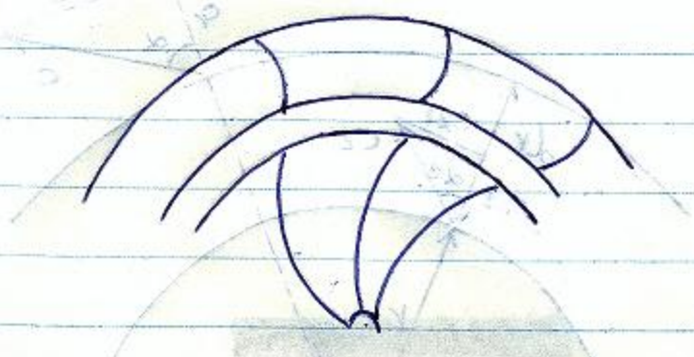
$$\tan\alpha = \frac{r\,d\theta}{dr} \rightarrow d\theta = \frac{dr}{r}\tan\alpha =$$

$$\frac{dr}{r}\tan\alpha_2$$

* با انتگرالگیری بین ورود به دیفیوزر و خروج از آن :

$$\theta - \theta_2 = \tan\alpha_2 \ln\frac{r}{r_2}$$

$\theta$ : 180°, $\theta_2$ : 78°, $r$ : 2



(8-10°)

## چند نکته در دیفیوزرهای پره‌ای :

۱- هرچه تعداد پره‌ها بیشتر باشد عمل دیفیوژن بهتر صورت می‌گیرد ولی تلفات اصطکاکی هم بیشتر می‌شود.

۲- بهترین سطح جریان بصورت مقطع مربعی است.

۳- تعداد پره‌های دیفیوزر و پروانه نباید با ضریب ثابتی بهم مربوط باشند وگرنه پدیده رزونانس ایجاد شده و پمپ می‌لرزد.

---

## کاویتاسیون :

هرگاه در مورد سیال دارای جریان در نقطه‌ای فشار با اندازهٔ فشار تبخیر سیال در آن دما برسد دانسیته تبخیر موضعی سیال صبا بهائی در داخل مایع ایجاد می‌شود. در اثر حرکت سیال به نقاط فشار بالاتر

این حبابها با فشار بسیار زیادی ترکیده و بروی سطح فلز ایجاد خوردگی می کنند که این پدیده را کاویتاسیون گویند.

---

عدد کاویتاسیون (Cavitation Index) :

$$\sigma = \frac{\text{هدکل سیال بالاتر ازهدفشار تبخیر}}{\text{هد پمپ}}$$

$$\sigma = \frac{\left(\frac{P_i}{\rho g} + \frac{V_i^2}{2g} - \frac{P_{vap.}}{\rho g}\right)}{H}$$

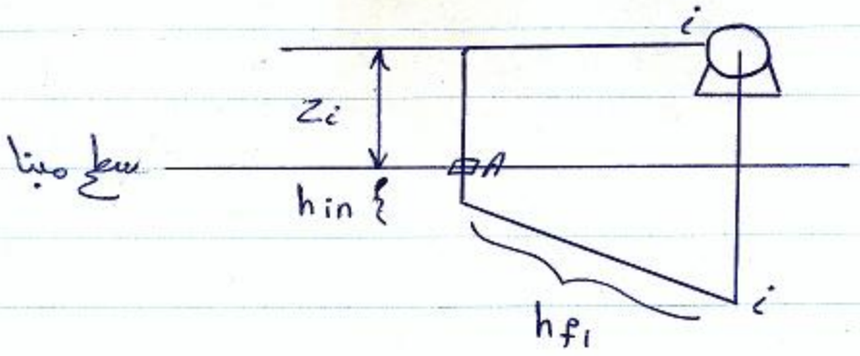
ارتفاع مبنا $z_i = 0$

* صورت کسر را NPSH (هد مثبت خالص مکش) گویند.

«Net Positive Suction Head»

---

* بین مقطع ورود به لوله (A) و ورود به پمپ (i) می توان نوشت:



$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_i}{\rho g} + \frac{V_i^2}{2g} + \underbrace{Z_i + (h_{fi} + h_{in})}_{H\ suction}$$

* با تعریف هد مکش (هد لازم پمپ برای رساندن مایع به سطح مکش):

$$H_{suction} = Z_i + h_{fi} + h_{in}$$

$$\rightarrow \frac{P_i}{\rho g} + \frac{V_i^2}{2g} = \frac{P_A}{\rho g} - H_{suction}$$

$$\sigma = \frac{\left(\frac{P_A}{\rho g} - H_{suction} - \frac{P_{vap}}{\rho g}\right)}{H}$$

* پس اگر عدد کاویتاسیون از مقدار بحرانی کمتر شد می توان حتی پمپ را زیر سطح مبنا (یعنی زیر زمین) قرار داد. (چون فشار بخار را که نمی توان تغییر داد).

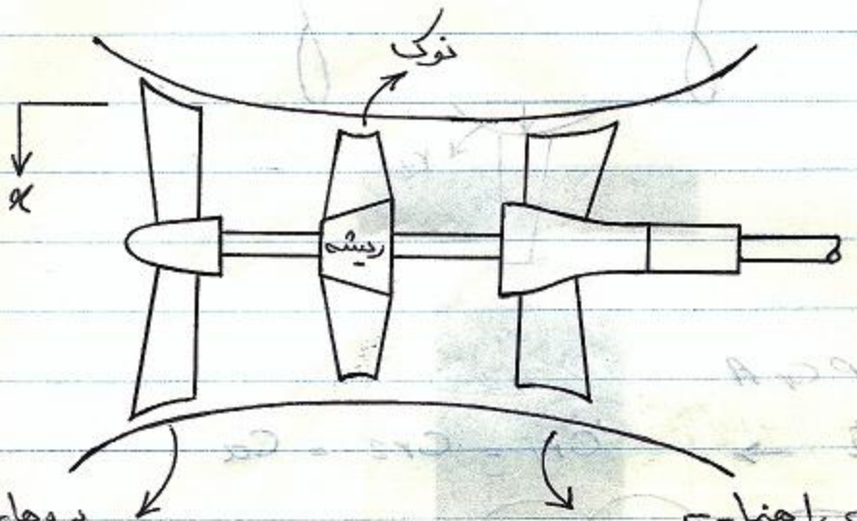
---

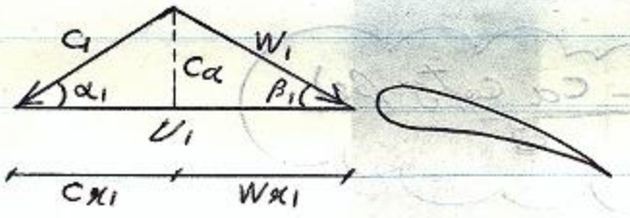

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲



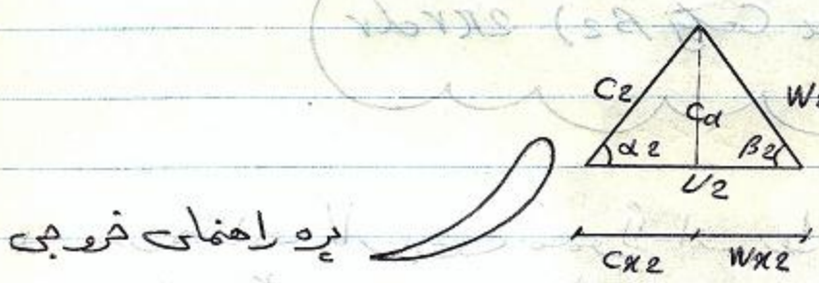
جزوه آموزشی درس توربو ماشین آقای دکتر کورش امیراصلانی تبریز
دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران – دانشکده فنی (۱۳۷۳)

## پمپهای محوری (Axial)



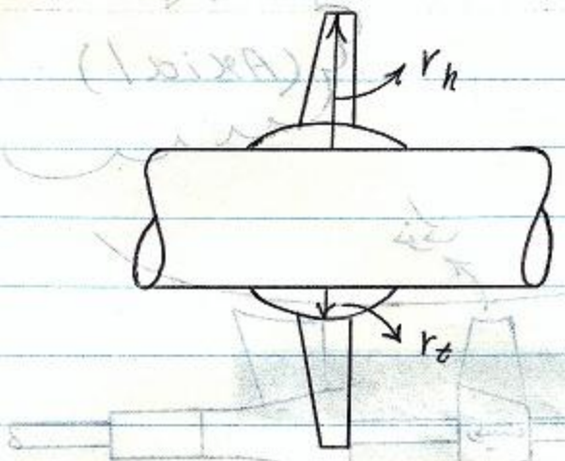




$(U_1 = U_2 = U)$




* تعداد تیغه‌ها 2 تا 8 عدد است.

* $\frac{\text{قطر ریشه}}{\text{قطر نوک}} = 0.3$ تا $0.6$




$$\dot{m} = \rho C_r A$$

$$A = cte \rightarrow \quad C_{r1} = C_{r2} = C_a$$

$$\dot{m} = \rho C_a (r_t^2 - r_h^2)\pi$$

$$E = \frac{u(u - C_a \cot g \beta_2)}{g}$$

$$dW = \rho (u - C_a \cot g \beta_2) 2\pi r dr$$

* در حالات کاربردی معمولاً از روابط قبل در شعاع متوسط $r_m = \frac{r_t + r_h}{2}$ استفاده می شود.

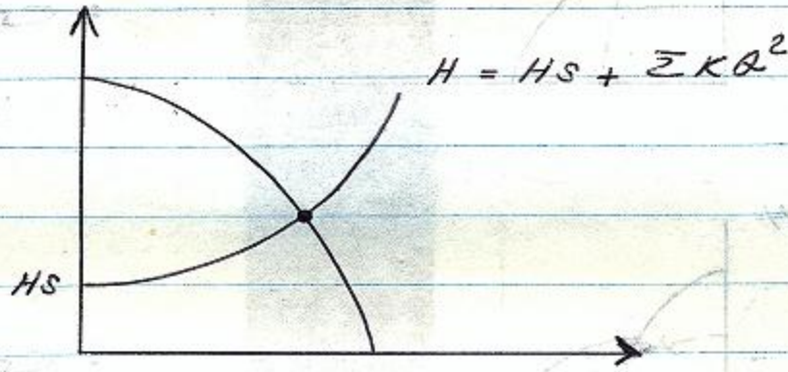
* در پیچهای محوری چون در شروع کار $\beta_2$ کوچک است پس $(\cot g \beta_2)$ زیاد است. پس در شروع کار پیچهای محوری توان بالائی برای راه اندازی نیاز است (شکل 2-27). برای رفع این نقیصه زاویه پره ها را متغیر می گیرند. یعنی در نقاط مختلف پره زوایا یکسان نیست.

## نقطه کار در پمپها :

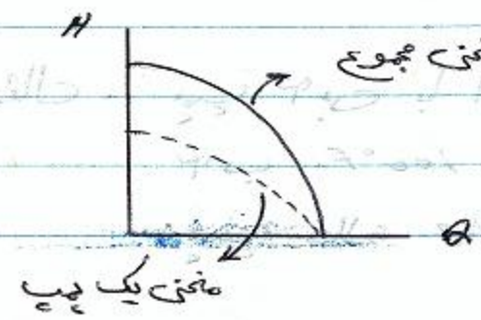
$H_{pump} = H_S + H$ ناشی از افتها

$\Sigma h_f = \Sigma K Q^2$

$f \frac{L}{D} = V^2 / 2g$

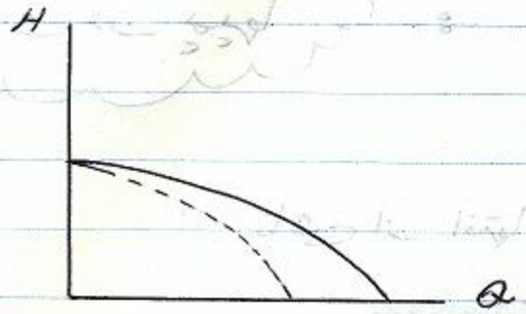



* بهترین حالت این است که نقطه کار به نقطه راندمان MAX هرچه نزدیکتر باشد. همیشه شیر را در قسمت خروجی پمپ قرار می دهند تا نقطه کار ثابت باشد. قرار دادن شیر در قسمت رانش (خروجی) پمپ باعث می شود که تغییرات شروع قسمت مکش پمپ به آن اعمال نشود و همچنین NPSH لازم کاهش نیابد.

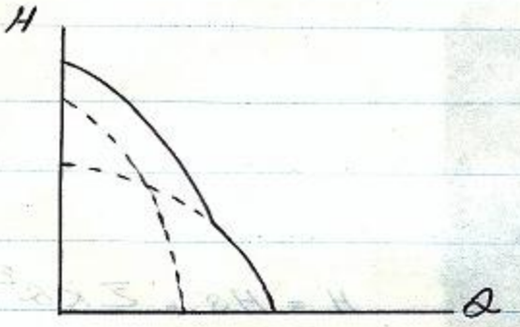



* دو پمپ سری مشابه :

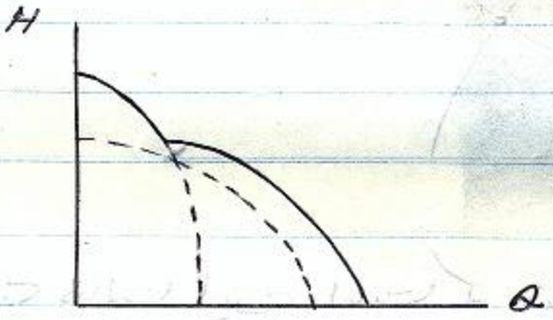
* دو پمپ موازی مشابه :




* دو پمپ مختلف سری :




* دو پمپ مختلف موازی :




پمپهای موازی (دبی) را افزایش می دهند.
پمپهای سری (هد) را افزایش می دهند.

---

مثال - پمپ ۲ بی با ارتفاع 130 ft ۲ ب را پمپاژ می کند. دمای ۲ ب ۱۰۰°F و فشار اتمسفر 14.3 psi است. در ورودی پمپ خلاء 17 in Hg و سرعت 12 FPS وجود دارد. مقادیر

NPSH و عدد کاویتاسیون را تعیین کنید.

$$h_W = h_{Hg} \frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_W}$$

فشار تبخیر در 100°F

$$NPSH = \frac{P_i}{\gamma} + \frac{V_i^2}{2g} - \frac{PV}{\gamma}$$

$$\frac{P_i}{\gamma_{H_2O}} = \frac{14.3\,(144)}{62} - \frac{17}{(12)} \times \frac{847.3}{62} = 13.85\ ft$$

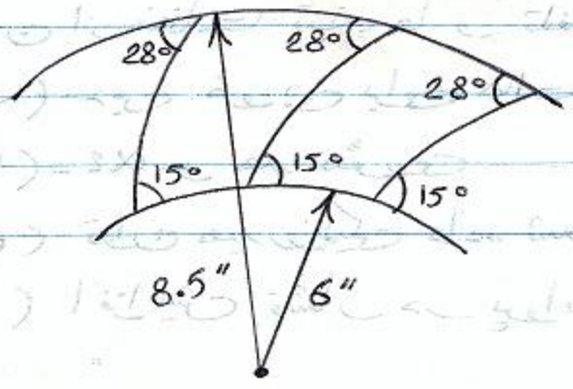
تبدیل به ft

$$NPSH = 13.85 + \frac{(12)^2}{2(32.2)} - \frac{135\ lb/ft^2}{62} = 13.91\ ft\ H_2O$$

$$\text{عدد کاویتاسیون } (\sigma) = \frac{NPSH}{H} = \frac{13.91}{130} = 0.107$$

---

مسئله - شکل زیر ابعاد و نمایی پره‌های دیفیوزر یک پمپ گریز از مرکز را نشان می‌دهد. عرض مسیر پره‌ها در جهت عمود بر صفحه 0.8 in است. اگر پروانه تحت شرایط ایده‌آل آب را با دبی 2.8 $ft^3/s$ تخلیه کند افزایش فشار در عرض دیفیوزر را تعیین کنید.



(برنولی) $\frac{P}{\gamma} + \frac{V}{2g} + z \nearrow^{\circ} = cte$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \rightarrow \Delta P = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g}\gamma$$

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 = V_1 2\pi r_1 b_1 = V_2 2\pi r_2 b_2 \rightarrow$$

$$* \quad V_1 = \frac{Q}{2\pi r_1 b_1} = \frac{2.8}{2\pi(\frac{5}{12})(\frac{0.8}{12})\sin 15} \rightarrow$$

« $V_1 = 51.65$ fps »

$$* \quad V_2 = \frac{Q}{2\pi r_2 b_2} = \frac{2.8}{2\pi(\frac{8.5}{12})(\frac{0.8}{12})\sin 28^{\circ}} \rightarrow$$

« $V_2 = 20.1$ fps »

$$\Delta P/\gamma = \frac{(51.65)^2 - (20.1)^2}{2(32.2)} \rightarrow \frac{\Delta P}{\gamma_{62}} = 35.15 \text{ ft}$$

$$\Delta P = \frac{(62)(35.15)}{144} = 15.2 \text{ psi}$$

---

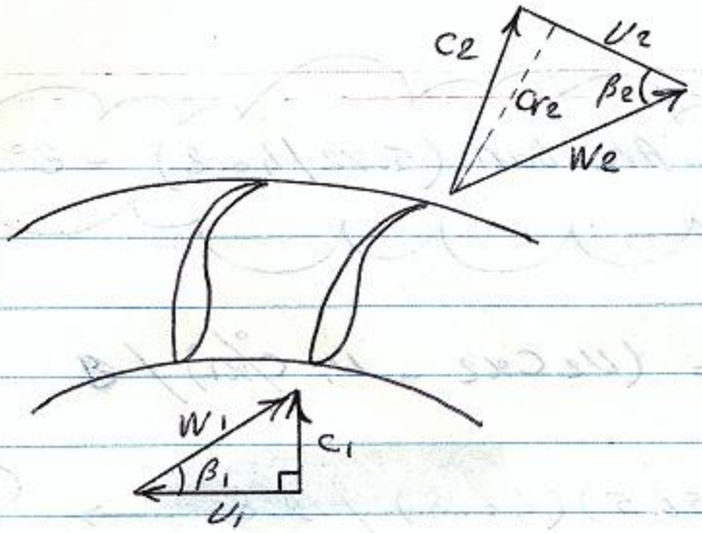
مسئله - پمپ گریز از مرکز دارای پروانه‌ای به مشخصات $\beta_1 = 20^{\circ}$ ، $\beta_2 = 10^{\circ}$ و $r_1 = 10$ cm و $r_2 = 30$ cm است. عرض پروانه در ورودی 5 cm و در خروجی 2 cm است. با صرفنظر کردن از ضخامت تیغه‌ها و تلفات در دور 1800 rpm مطلوبست:

الف) دبی خروجی برای حالت بدون ضربه به ازای $\alpha_1 = 90^{\circ}$

ب) $\alpha_2$ و هد تئوری

ج) توان هیدرولیکی داده شده به سیال

د) افزایش فشار در پروانه.




$U_1 = \omega r_1 = 2\pi (1800/60)(0.1) = 18.8 \ m/s$

$U_2 = \omega r_2 = 2\pi (1800/60)(0.3) = 56.5 \ m/s$

از مثلث سرعت : $C_{r1} = C_1 = U_1 \tan\beta_1 = 18.8 \tan 20°$

$\rightarrow \quad C_{r1} = C_1 = 6.86 \ m/s$

$Q = 2\pi (0.1)(0.05)(6.86) = 0.216 \ m^3/s$

$\tan\alpha_2 = C_{r2} / C_{x2}$ : ب

$C_{r2} = Q_2 / 2\pi r_2 b_2 = 0.216 / 2\pi (0.3)(0.02)$

« $C_{r2} = 5.72 \ m/s$ »

$U_2 = C_{x2} + W_{x2} \rightarrow W_{x2} = (5.72) \tan 10 = 15.71 \ m/s$

$C_{x2} = U_2 - W_{x2} = 40.8 \ m/s \rightarrow$

$\alpha_2 = \text{Arc tan}\,(5.72/40.8) = 8°$

$E = H = (U_2 C_{x2} - U_1 C_{x1})/g \rightarrow$

$H = (56.5)(40.8)/9.8 \rightarrow H = 235.2\ m$

$P$ (توان) $= \gamma H Q$ - ج

$P = (9810)(235.2)(0.216)/1000$ KW

$P = 498.4$ KW

$\frac{C_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{C_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} - H$

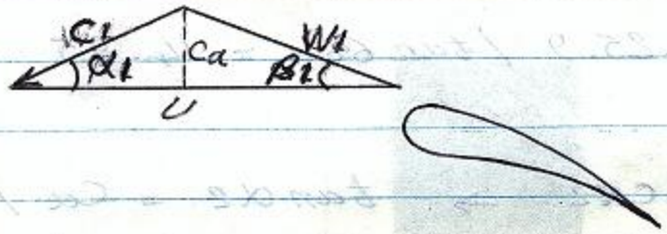
$\frac{P_2 - P_1}{\gamma} = H + \frac{C_1^2 - C_2^2}{2g}$ $\qquad C_2 = \sqrt{C_x^2 + C_r^2} = 41.2\ m/s$

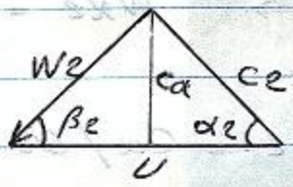
$\frac{P_2 - P_1}{\gamma} = 151\ m \rightarrow \Delta P = 1481\ KPa$

---

مسئله - یک پمپ محوری در دور 1200 RPM کار می کند قطر نوک پره ها 1.1 m و قطر بیشه پره ها 0.8 m است. زوایای ورودی و خروجی پره ها به ترتیب 30° و 60° و زاویه

پره راهنما ($\alpha_1$) 60° است . مؤلفه محوری سرعت آب در طول Rotor ثابت است . ضمن رسم مثلث سرعت ورودی و خروجی دبی، هد و توان پمپ را محاسبه کنید . شرایط قطر متوسط را در نظر بگیرید و فرض کنید سیال به طور مماسی وارد شده و مماس برآن هم خارج می شود.




$$C_a = C_{te} \quad , \quad d_m = \frac{d_t + d_h}{2} = 1.1 + 0.8/2 = 0.95\,m$$

$$\rightarrow \quad R_m = d_m/2 = 0.475\,m$$

$$U = R_m . \omega = (0.475)\, 2\pi\, (1200/60) \rightarrow$$

$$U = 59.7\ m/s$$

$$\tan\alpha_1 = C_a / C_{x1} \Rightarrow C_{x1} = C_a / \tan\alpha_1 \quad (1)$$

$$\tan\beta_1 = C_a / W_{x1} \rightarrow W_{x1} = C_a \times \tan\beta_1 \quad (2)$$

$$\rightarrow \quad C_a \left( \frac{1}{\tan 60} + \frac{1}{\tan 30} \right) = 59.7 \rightarrow$$

$$(( C_a = 25.9\ m/s ))$$

چون:

$$U = C_{x1} + W_{x1} \rightarrow$$

$$U = C_a \left( \frac{1}{\tan\alpha_1} + \frac{1}{\tan\beta_1} \right)$$

$$(1) \rightarrow C_{x1} = 25.9 / \tan 60^\circ = 14.95 \ m/s$$

$$\tan\alpha_2 = C_a / C_{x2} \rightarrow \tan\alpha_2 = C_a / U - W_{x2} \ ③$$

$$\tan\beta_2 = C_a / W_{x2} \rightarrow W_{x2} = C_a / \tan\beta_2 \ ④$$

$$(3), (4) \rightarrow \tan\alpha_2 = C_a / U - \frac{C_a}{\tan\beta_2} = 25.9 / 59.7 - \frac{25.9}{\tan 60^\circ}$$

$$\alpha_2 = 30^\circ$$

$$C_{x2} = C_a \tan\alpha_2 = 25.9 \tan 30^\circ \rightarrow$$

« $C_{x2} = 44.9 \ m/s$ »

* $\dot{Q} = C_a \frac{\pi}{4} (d_t^2 - d_h^2) \rightarrow$

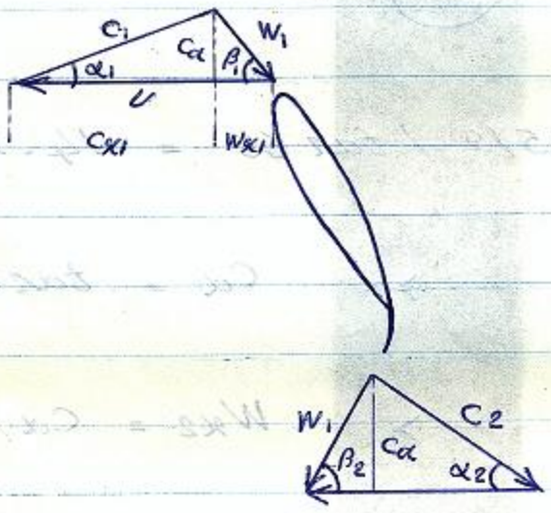
$$25.9 \left[ \frac{\pi}{4} (1.1^2 - 0.8^2) \right] = 1.6 \ m^3/s$$

* $H = U (C_{x2} - C_{x1}) / g = 59.7 (44.9 - 14.95) / 9.81$

$$H = 181.7 \ m$$

* $P$ (توان) $= \gamma H Q = (9810)(181.7)(11.6) / 10^6 = 20.67 \ MW$

مثال- یک پمپ محوری در 1200 rpm . قطر نوک پره‌ها 1/1 m و قطر ریشه پره‌ها 0.8m است. زوایای ورودی و خروجی پره‌ها ($\beta_{1,2}$) 30° و 60° و زاویه پره راهنما ($\alpha_1$) 60° است. مؤلفه محوری سرعت آن در طول Rotor ثابت است. ضمن رسم مثلث سرعت ورودی و خروجی، دبی، هد و توان پمپ را بیابید. شرایط قطر متوسط را در نظر گرفته و فرض کنید سیال بطور مماسی وارد پره شده و مماس بر آن هم خارج می شود (یعنی $\beta_1$ و $\beta_2$ زوایای سرعت نسبی هم هستند).




$$d_m = \frac{d_t + d_h}{2} = \frac{1.1 + 0.8}{2} = 0.95m$$

$$\rightarrow \quad R_m = d_m/2 = 0.475\ m$$

$$U = R_m \cdot W = (0.475)\left[2\pi\ (1200/60)\right] \rightarrow$$

$$U = 59.7\ m/s$$

$\tan\alpha_1 = C_a / C_{x1} \Rightarrow C_{x1} = C_a / \tan\alpha_1$ (1)

$\tan\beta_1 = C_a / W_{x1} \Rightarrow W_{x1} = C_a / \tan\beta_1$ (2)

$U = C_{x1} + W_{x1} \xrightarrow{(1),(2)} C_a (1/\tan\alpha_1 + 1/\tan\beta_1) = U$

$\rightarrow$ $C_a = 25.9$ m/s

(1) $\rightarrow$ $C_{x1} = 25.9 / \tan 60 = 14.95$ m/s

$\tan\alpha_2 = C_a / C_{x2} \longrightarrow C_a = \tan\alpha_2 (U - W_{x2})$ (3)

$\tan\beta_2 = C_a / W_{x2} \longrightarrow W_{x2} = C_a / \tan\beta_2$ (4)

(3), (4) $\rightarrow$ $\tan\alpha_2 = \dfrac{C_a}{U - C_a / \tan\beta_2} \rightarrow$

$\tan\alpha_2 = \dfrac{25.9}{59.7 - 25.9/\tan 60} \rightarrow$ $\alpha_2 = 30^\circ$

(3) $\rightarrow$ $C_{x2} = C_a / \tan\alpha_2 \rightarrow$ $C_{x2} = 44.9$ m/s

$\dot{Q} = C_a \pi/4 (d_t^2 - d_h^2) = 25.9 \left[\pi/4 (1.1^2 - 0.8^2)\right]$

$\dot{Q} = 11.6$ m$^3$/s

$$H = \frac{UCx2 - UCx1}{g} = \frac{59.7\,(44.9 - 14.95)}{9.8} = 181.7m$$

$$P = \gamma H Q = (9810)(181.7)(11.6) / 10^6 = 20.67\ MW$$

## توربین‌های آبی :

انواع توربینهای آبی
- ضربه‌ای (impulse)
- عکس العملی (reaction)

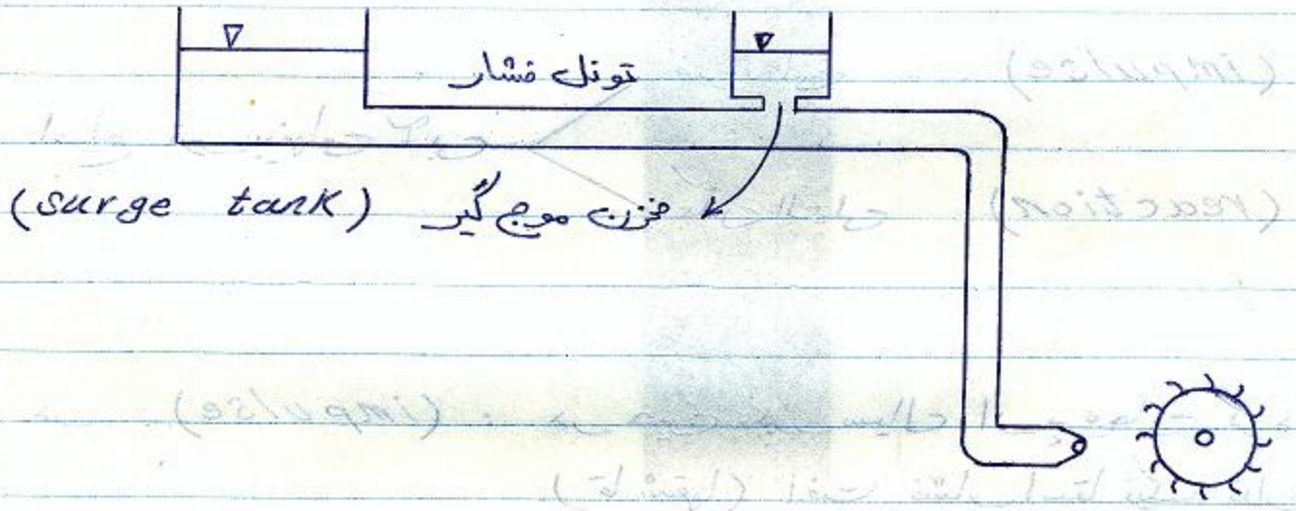
در (impulse) : در حین عبور سیال از پره‌های گردنده - (تا شقها) افت فشار استاتیک نداریم.

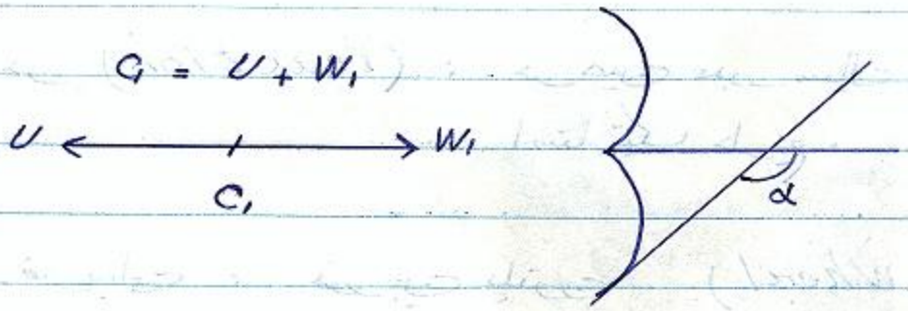
در (reaction) : در حین عبور سیال در چرخ گردنده افت فشار استاتیک داریم.

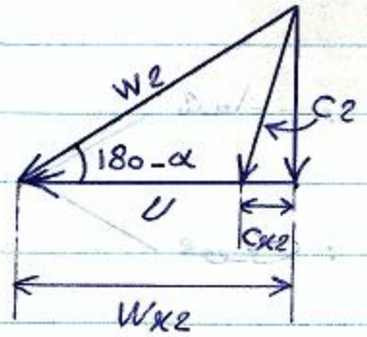
* ضربه‌ای : توربین پلتون (Pelton Wheal)
* عکس العملی
  - شعاعی : توربین فرانسیس
  - محوری : توربین کاپلان

پلتون تا هد حداکثر 2000 m
فرانسیس تا هد حداکثر 1600 m
کاپلان تا هد حداکثر 600 m

توربین پلتون :



$$E = \frac{U(C_{x1} - C_{x2})}{g}$$

$$E = U[(U + W_1) + (W_{x2} - U)] / g$$

$$E = U(W_1 + W_2 \cos(180 - \alpha)) / g$$

* باغرض اینکه جریان سرعت نسبی سیال بدون اصطکاک است : $W_1 = W_2$

$$E = U W_1 (1 - \cos\alpha) / g$$

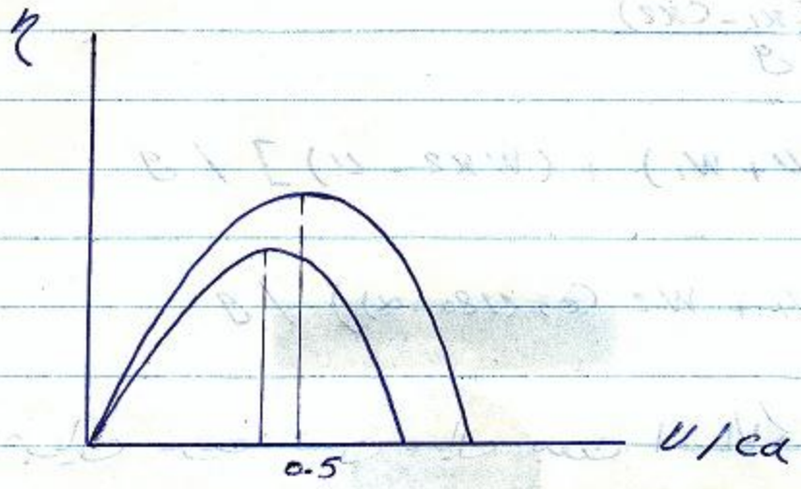
$$E = U(C - U)(1 - \cos\alpha)/g$$

$$\frac{dE}{dU} = 0 \rightarrow \frac{(C - 2U)(1 - \cos\alpha)}{g} = 0 \rightarrow$$

* اگر $C = 2U$ باشد و بعبارتی $U = C/2$ باشد مقدار $E$ ماکزیمم خواهد بود.

$$\rightarrow E_{max} = \frac{C^2 (1 - \cos\alpha)}{4g}$$

* ولی در عمل $W_1 \neq W_2$ است لذا $(K = W_2 / W_1)$




* باتعریف راندمان هیدرولیکی توربین :

$$\eta_H = \frac{\text{انرژی منتقله}}{\text{انرژی موجود فوران}} = \frac{E}{q^2/2g}$$

* اگر $\alpha = 180^\circ$ باشد :

$$E_{max} = \frac{q^2}{2g} \rightarrow$$

$$\eta_H = \frac{E_{max}}{q^2/2g} = 100\ \%$$

---

## تنظیم توربین پلتون با تغییر بار :

$U/\sqrt{2g}$ باید ثابت باشد تا راندمان در بهترین حالت باشد.

$$P = \gamma H' Q$$

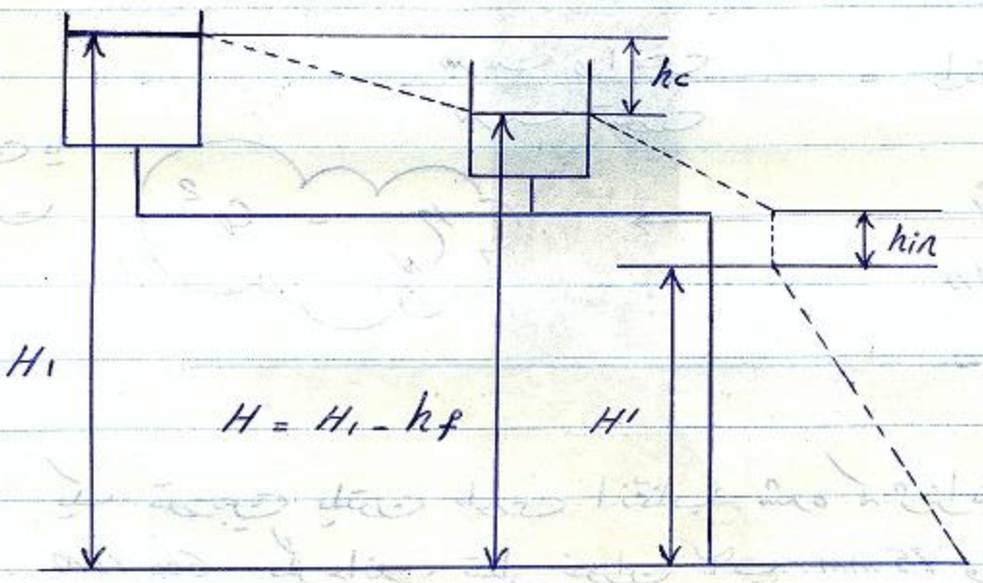
* پس $Q$ باید تغییر کند:

$$Q = G \cdot A \xrightarrow[\text{باید}]{G = cte}$$

A باید تغییر کند

---

افت در توربین پلتون :




$$H' = H_1 - (h_f + h_{in}) = G^2 / 2g$$

---

$$\text{راندمان سیستم انتقال} = \frac{\text{انرژی در انتهای مسیر انتقال}}{\text{" " ابتدای " "}}$$

$$\eta_{trans.} = \frac{H}{H_1} = \frac{H_1 - h_f}{H_1}$$

---

$$\text{راندمان شیپوره} = \frac{\text{انرژی خروجی نازل}}{\text{انرژی ورودی نازل}}$$

$$\eta_N = \frac{H'}{H} = \frac{C^2}{2gH}$$

---

$$\text{راندمان سرعت نازل} = \frac{\text{سرعت واقعی}}{\text{سرعت تئوری}}$$

$C_v$ - راندمان یا ضریب سرعت

$$C_v = \frac{C}{\sqrt{2gH}} \longrightarrow \eta_N = C_v^2$$

---

مسئله - یک توربین پلتون طوری انتخاب شده که ژنراتور را در دور 600 RPM بگرداند. قطر فوران آب 75 mm و سرعت آن $C = 100\ m/s$ است. به ازای زاویه پره $170^\circ$ نسبت سرعت پره به سرعت اولیه فوران برابر 0.47 است ($\frac{u}{C}$) با صرفنظر از تلفات:

الف - قطر چرخ

ب - توان تولیدی

ج - انرژی جنبشی به ازای هر متر باقیمانده از سیال

$$C_1 = 100\ m/s \rightarrow U = 0.47 C_1 = 47\ m/s$$

$$U = r.\omega = d/2\,(2\pi N) = \pi d N \rightarrow$$

$$d = \frac{U}{\pi N} = \frac{47}{\pi (600/60)} \rightarrow d = 1.5\ m$$

$$\frac{\dot{W}}{\dot{m} g} = \frac{U(C_1 - U)(1 - C_3\alpha)}{g} \rightarrow$$

$$\dot{W}\ (\text{توان}) = \dot{m} U (C_1 - U)(1 - C_3\alpha)$$

$$\dot{W} = \rho \dot{Q} U (C_1 - U)(1 - C_3\alpha)$$

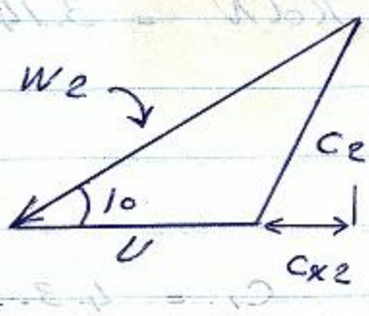
$$\text{پمپ}: \quad \dot{Q} = \pi/4\, d_j^2\, C_1 \rightarrow$$

$$\dot{W} = (1000)\left[\pi/4\,(0.075)^2 (100)\right](47)(100 - 47)(1 - C_3/7_0)$$

$$\dot{W} = P = 2184\ KW$$

$$\frac{C_2^2}{2g} = \frac{C_{x2}^2 + C_{r2}^2}{2g}$$

$$C_1 - U = W_1 = W_2$$



$$W_{e2} = W_1 = 100 - 47 = 53 \ m/s$$

$$W_{xe2} = U + C_{xe2} \Rightarrow C_{xe2} = W_{e2}\cos(180-\alpha) - U$$

$$C_{xe2} = 53\cos 10 - 47 = 5.2 \ m/s$$

$$C_{ye2} = W_{e2}\sin(180-\alpha) = 53\sin 10^\circ$$

$$C_{ye2} = 9.2 \ m/s$$

$$\frac{C_{e2}^2}{2g} = \frac{(5.2)^2 + (9.2)^2}{2(9.81)} = 5/7\,m$$ تلف شده

---

تمرین - یک توربین پلتون توان 1500 kW می دهد. شعاع چرخ تا مرکز 2m است و دور آن 200 rpm است. اگر راندمان توربین 85 % باشد با صرفنظر از اصطکاک تا نازل هر کل مورد نیاز چقدر است؟ سطح مقطع نازل را بیابید.

$U/C_1 = 0.48$
$\alpha = 160^\circ$

$$U = r\omega \rightarrow U = RdN = 3.14\,(2)(200/60)$$

$$\rightarrow U = 20.9 \ m/s$$

$$U/C_1 = 0.48 \rightarrow C_1 = 43.6 \ m/s$$

$$\dot{W} = \rho Q U (C_1 - U)(1 - \cos\alpha)(10^3) \quad kW \rightarrow$$

$$1500 = (1)(Q)(20.9)(43.6 - 20.9)(1 + 0.93)(10^3) \rightarrow$$

$$Q = 1.6 \times 10^{-3} \quad m^3/s$$

$$\dot{W} = \rho g Q H \eta_o (10^3) \quad kW \rightarrow$$

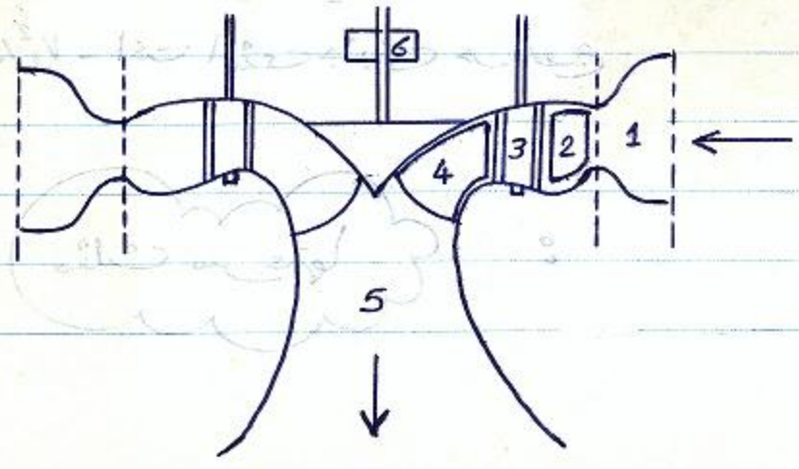
$$1500 = (1)(9.81)(1.6 \times 10^{-3})(H)(0.85)(10^3) \rightarrow$$

$$H = 112.4\ m$$

$$Q = C_1 \cdot A \rightarrow 1.6 \times 10^{-3} = 43.6 \times A \rightarrow$$

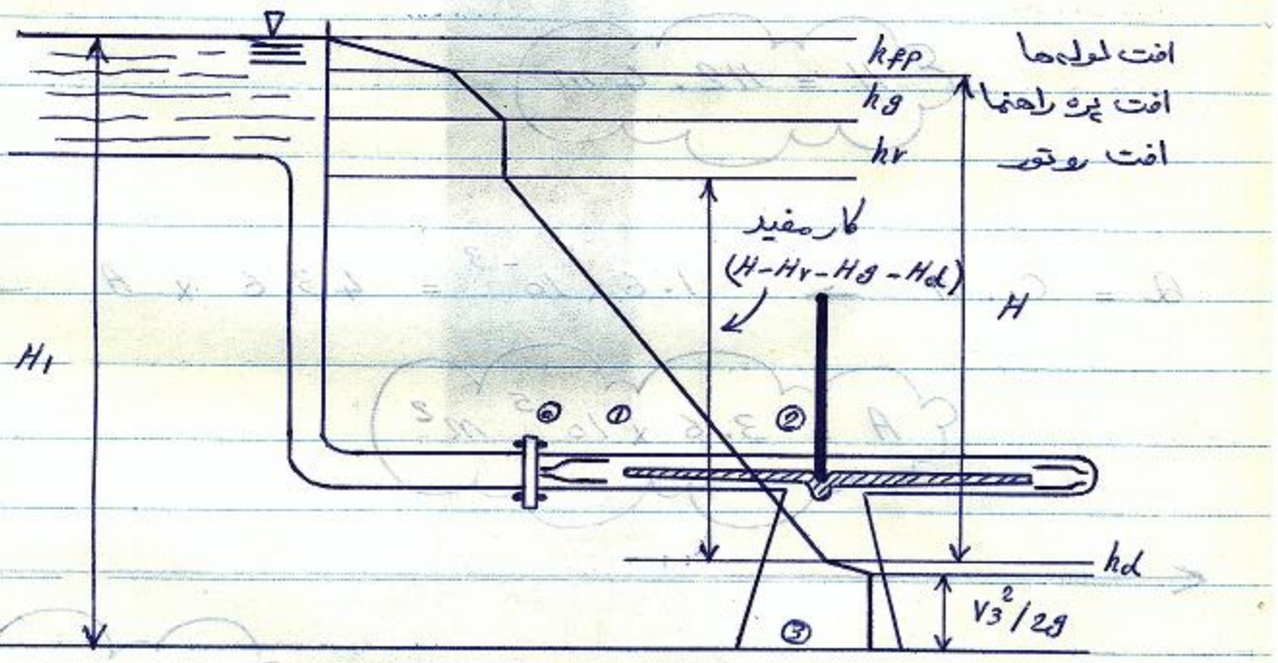
$$A = 3.6 \times 10^{-5}\ m^2$$

توربینهای شعاعی (فرانسیس)



1- حلزونی 6- یاتاقان
2- پره‌های راهنمای ثابت
3- پره‌های راهنمای قابل تنظیم
4- روتور
5- لوله رانش (تخلیه)

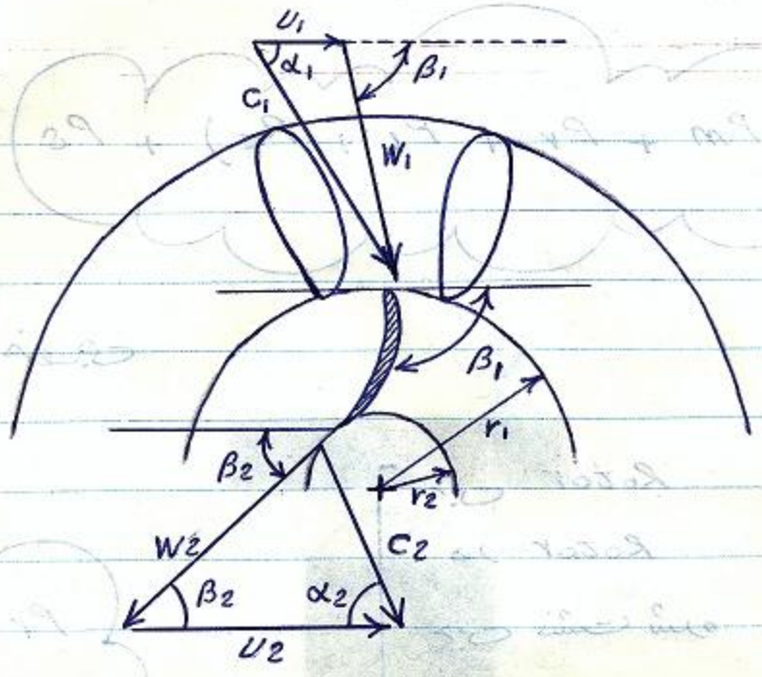
* زاویه واگرائی دیفیوزر (5) برای این است که فشار سیال خروجی را کم‌کم به فشار اتمسفر برساند تا از پدیده Cavitation جلوگیری شود.




$h_d$ - افت لوله تخلیه

$V_3^2/2g$ - افت انرژی جنبشی در خروج

مثلث سرعتها :




$$\begin{cases} Q = 2\pi r_1 b C_{r1} \\ E = \dfrac{U_1 C_{x1} - U_2 C_{x2}}{g} \end{cases}$$

$$\text{هدکلی توربین} = \left[ \left( \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + Z_3 \right) - \left( \frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + Z_0 \right) \right]$$

---

## تلفات :

1- تلفات مکانیکی $P_m$

2- تلفات Rotor ( ناشی از اصطکاک و جدائی و... ) $P_r$

3- تلفات نشت سیال از قسمت ورود پره به خروجی ) $P_L$

4- تلفات محفظه ( ناشی از اصطکاک ، جدائی ، واگرائی و... ) $P_c$

$$P = (P_m + P_r + P_L + P_c) + P_s$$

توان کل داده شده به توربین

$P_s$ - توان شفت خروجی

$Q_r$ - دبی Rotor

$H_r$ - هد Rotor

$q$ - دبی نشت شده

$Q = Q_r + q$

$h_r$ - افت هد در روتور

$h_c$ - افت هد در محفظه

$$P_r = \rho g h_r Q_r$$

$$P_L = \rho g H_r q$$

$$P_c = \rho g Q h_c$$

---

$$\text{راندمان کل} = \frac{\text{توان خروجی شفت}}{\text{توان کل داده شده}}$$

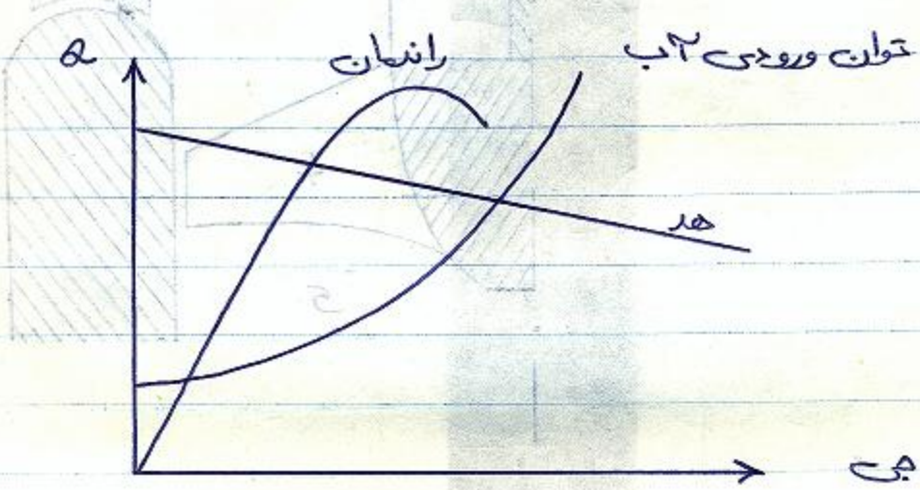
$$\eta = \frac{P_s}{\rho g H Q}$$

$$\text{راندمان هیدرولیکی} = \frac{\text{توان جذب شده توسط توربین}}{\text{توان کل داده شده به توربین}}$$

$$\eta_H = \frac{P_s + P_m}{\rho g H Q}$$

در حالت ایده‌آل : $\eta_H = \frac{(U_1 C_{x1} - U_2 C_{x2})/g}{H}$

حالت Max ایده‌آل : $\eta_H = \frac{C_{x1} U_1}{gH}$

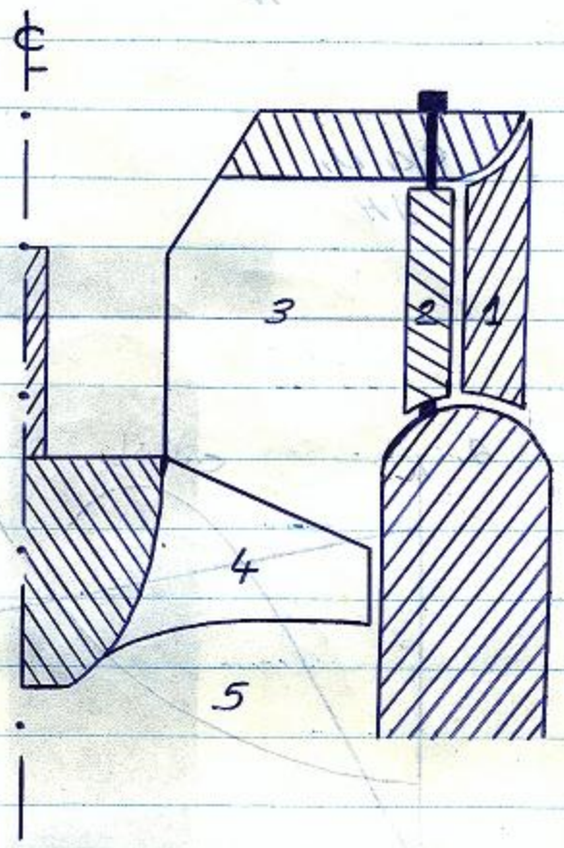



* چون ($P \sim Q$) و ($\Delta P \sim Q^2$ افتها) با افزایش دبی تا حدی راندمان بالا می‌رود و سپس بر اثر غلبه افتها راندمان کاهش می‌یابد.

توربین‌های محوری (پروانه‌ای - کاپلان)

* کاپلان هم همان پروانه ایست لیکن پره‌های آن قابل تنظیم است ولذا با دور شدن از نقطه طراحی می‌توان با تنظیم مناسب

افتها را کاهش داد.




1- حفظه حلقوی با پره‌های راهنمای ثابت (Stay ring)

2- پره‌های راهنمای قابل تنظیم (Wicket gate)

3- مسیر گذرا ~~blade~~

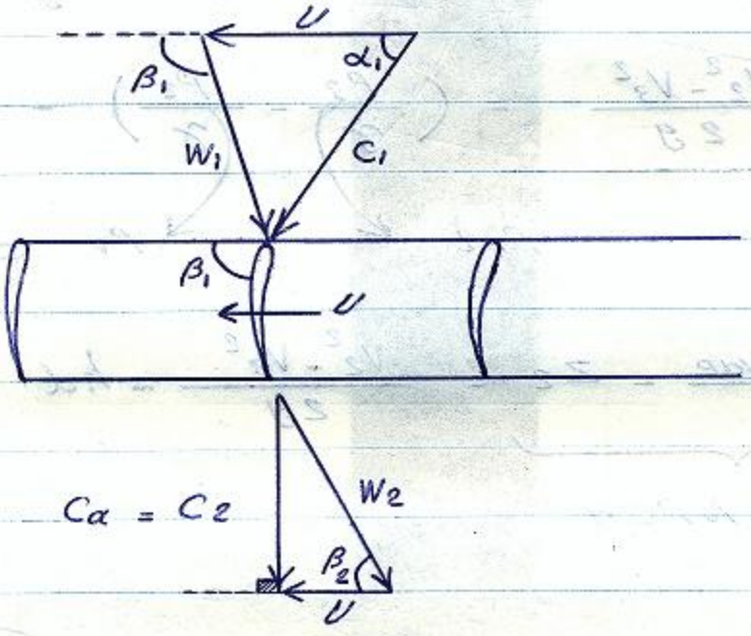
4- روتور (blade runner)

5- لوله تخلیه (draft tube)

* در این توربینها شعاعهای ورودی و خروجی سیال در هنگام ورود به پروانه ثابت است پس :

$$U_1 = U_2 = U$$

* وچون سطح مقطع ثابت است : $C_{r1} = C_{r2} = C_a$




$$E = U C_{x1} - U C_{x2} / g \qquad \alpha_2 = 90^\circ$$

$$C_{x1} = U - W_{x1} = U - C_a \operatorname{Cotg}(180 - \beta_1) = U + C_a \operatorname{Cotg}\beta_1$$

$$E = \frac{U(U + C_a \operatorname{Cotg}\beta_1)}{g}$$

## کاویتاسیون در توربینها :

* چون در توربینها برعکس پمپها کمترین فشار در خروجی است - لذا پدیده Cavitation چندان اهمیتی ندارد.

$$* \quad \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 + h_d$$

$$-h_d + \frac{V_2^2 - V_3^2}{2g} = \left(\frac{P_3}{\gamma}\right) - \left(\frac{P_2}{\gamma}\right) - z_2$$

$P_{at}$ ← $\frac{P_3}{\gamma}$ ,  $\frac{P_2}{\gamma}$ → $P_v$ فشار تبخیر

$$\underbrace{\frac{P_{at} - P_{vap.}}{\gamma} - z_2}_{\text{NPSH توربین}} = \frac{V_2^2 - V_3^2}{2g} - h_d$$

## عدد کاویتاسیون thoma :

$$\sigma = \frac{(P_{at} - P_v)/\gamma - z_2}{H}$$

$$\sigma = \frac{NPSH}{H}$$

* برمبنای عدد کاویتاسیون بحرانی ($\sigma_c$) :

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_{at}}{\gamma} - \sigma_c H - Z_2$$

حل تمرین -

$U = \varepsilon 11 V_0 \ m/s$

$C = \lambda V 1 \cdot V \ m/s$

$$P_H = \gamma . H . Q = \frac{P_S}{\eta} = \frac{1500 \times 10^3}{0.85} = 9806 HQ$$

$$C_{x2} = W_2 \cos(180 - \alpha) - U$$

$$W_1 = W_2$$

$$H = E = \frac{U(C_1 - U)(1 - C\alpha)}{g} = \text{۳۷۵ ۱۷۷ m}$$

$$\frac{P_S}{\eta} = P_H = \gamma H \dot{Q} \rightarrow \frac{1500 \times 10^3}{0.85} = (9806)(375.77)\dot{Q}$$

$$\rightarrow \dot{Q} = 0.479 \ m^3/s$$

$$\dot{Q} = C A \rightarrow A = 0.479 / 87.27 \rightarrow$$

$$A = 5484 \ mm^2$$

(مثلث سرعت هم رسم شود) (مهم)

مسئله - یک توربین پلتون ژنراتوری را در دور 600 rpm می گرداند قطر فوران آب ورودی 75 mm

---

مسئله - یک توربین فرانسیس مشخصات زیر را دارد:
$r_1 = 1.6\ ft$ ، $r_2 = 1\ ft$ و $\beta_1 = 80°$ ، عرض مسیر جریان سیال بین دو طرف توربین $0.8\ ft$ است در دور $300\ rpm$ دبی توربین $120\ ft^3/s$ است. مطلوبست:

الف - زاویه $\beta_2$ پره بطوریکه آب ورودی در جهت شعاعی باشد ($\alpha_2 = 90°$)

ب - گشتاور اعمال شده توسط آب بر پره‌های روتور

ج - (توان تولید شده) هد مورد استفاده توسط روتور و توان حاصل از آن

جریان آب بدون اصطکاک و تلفات پره‌ها ناچیز است.

(مثلث سرعتها مانند شکل رسم شده است)

$$U_1 = r_1 \omega = (1.6)\, 2\pi \frac{300}{60} = 50.3\ fps$$

$$U_2 = r_2 \omega = (1)\, 2\pi \frac{300}{60} = 31.4\ fps$$

$$Q = 2\pi r_1 b_1 C_{r_1} = 2\pi r_2 b_2 C_{r_2}$$

$$C_{r1} = Q / 2\pi r_1 b_1 = 120 / 2\pi (1.6)(0.8) \longrightarrow$$

$$C_{r1} = 14.92 \text{ fps}$$

از رابطه پیوستگی : $$C_2 = C_{r2} = \frac{r_1 C_{r1}}{r_2} = \frac{1.6(14.92)}{1}$$

$$C_2 = 23.9 \text{ fps}$$

$$\beta_2 = \arctan \frac{23.9}{31.4} = 37.2$$ الف

$$T = \dot{m} (r_1 C_{x1} - r_2 C_{x2}) \longrightarrow$$

$$T = \rho \dot{Q} r_1 C_{x1}$$

$$\begin{cases} C_{x1} = U_1 + W_{x1} \\ \tan \beta_1 = C_{r1} / W_{x1} \end{cases} \longrightarrow C_{x1} = U_1 + \frac{C_{r1}}{\tan \beta_1} = 52.9 \text{ fps}$$

$$T = (52.9)(1.6)(120)(1.94) \longrightarrow$$

$$T = 19700 \text{ ft-lbf}$$ ب

$$P = T.\omega = \frac{19700\ (2\pi)\ (300/60)}{550} = 1125 \text{ hp}$$

ب

$$hp \propto \frac{\text{ft-lbf}}{s}$$

$H = V_1 C_{x_1} / g = 82.6 \text{ ft}$ ج

توان حاصل توسط روتور :

$P = \gamma H Q = (62.4)(82.6)(120) / 550$

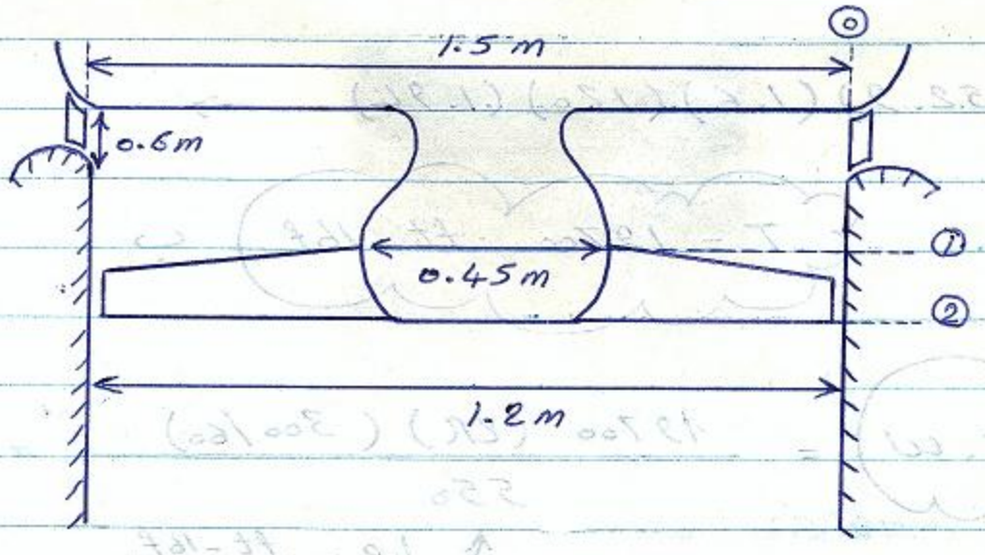
$P = 1125 \text{ hP}$ ج

* چون شرایط ایده‌آل است لذا دو توان باهم برابرند.

---

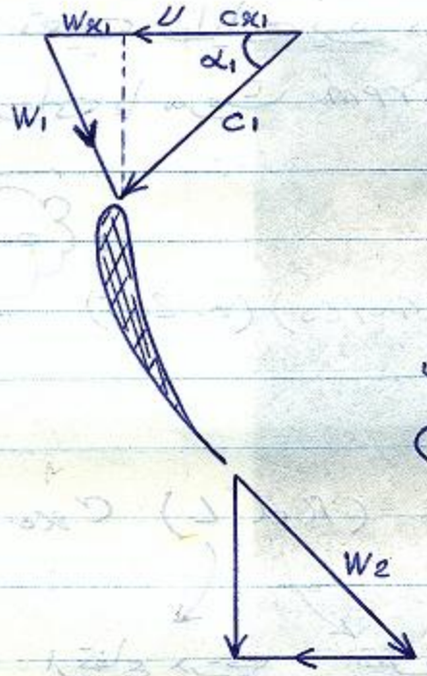
مثال - در یچه ورودی توربین کاپلان طوری تنظیم شده که در مقطع صفر به سرعت 4.005 m/s و جریان داخلی زاویه 45° نسبت به خط شعاعی است. مطلوبست

* هدو مؤلفه سرعت مماسی در خروجی.



* نقش پره‌های راهنما بگونه‌ای است که مولفه چرخشی سرعت از شرایط جریان گردابی آزاد (Free Vortex) تبعیت می کند :

« $r C_x = C_\alpha$ »




* در این مسئله استثناً شرایط را در مقطع خروجی ② هم براساس جریان گردابی آزاد در نظر می گیریم. (چون مسئله هیچ معلومات دیگری به ما نداده است.)

* $C_{x_0} = C_0 \cos \alpha_0 = 4.005 \cos 45° \rightarrow$

در مقطع ورودی $C_{x_0} = 2.83 \ m/s$

$$C_{x_1} = \frac{r_0 C_{x_0}}{r_1} = \frac{(0.75)(2.83)}{0.225} = 9.44 \ m/s$$

* با فرض اینکه شرایط جریان گردابی آزاد در حین عبور از پروانه هم

برقرار است :

$$C_{x2} = \frac{r_1 C_{x1}}{r_2} = \frac{(0.225)(9.44)}{0.6} = 3.54 \text{ m/s}$$

---

* با فرض سرعت محوری ثابت در هین مسئله و با استفاده از اطلاعات مسئله مطلوب است تعیین نمایای پره در شعاعهای 0.225m و 0.45m و 0.6m برای پره‌ای با سرعت 240 rpm .

در شعاع 0.225 m :

$$C_{x1} = 9.44 \text{ m/s}$$

$$U_1 = \omega r_1 = (2\pi)(240/60)(0.225)$$

$$U_1 = 5.66 \text{ m/s}$$

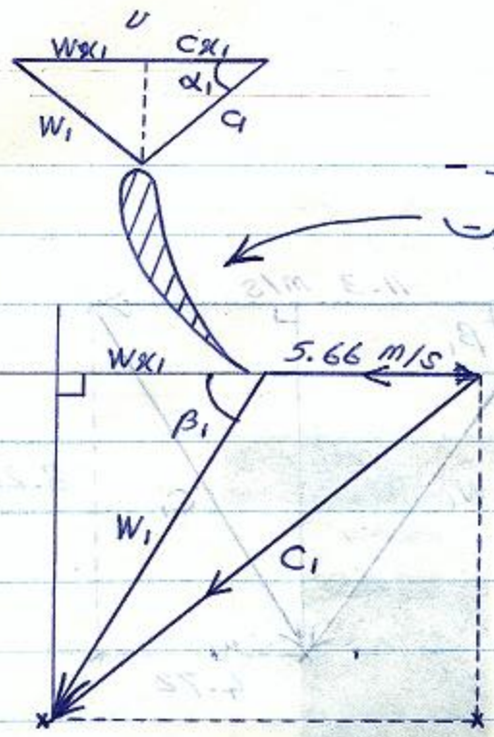
بی توربین → : $\dot{Q} = (\pi d L) C_{x0}$ →

ارتفاع در لبه ◎ — قطر توربین در مقطع

$$\dot{Q} = \pi (1.5)(0.6)(2.83) \rightarrow \dot{Q} = 8.01 \text{ m}^3/\text{s}$$

(امّا) : $\dot{Q} = \pi (r_2^2 - r_1^2) C_r$ ← مؤلفه محوری سرعت که ثابت است

$$\rightarrow C_r = \frac{8.01}{\pi [(0.6)^2 - (0.225)^2]} \rightarrow C_r = 8.24 \text{ m/s}$$




* روش ترسیمی پایین جدا از - شکل پروانه است و مثلث سرعت دوره‌ای است.

$$\tan\beta_1 = \frac{C_r}{C_{x1} - U_1} = \frac{8.24}{9.44 - 5.66} \longrightarrow$$

$$\beta_1 = 65.4^\circ$$

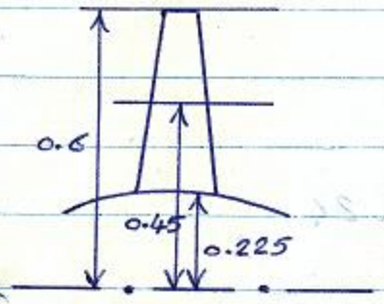
---

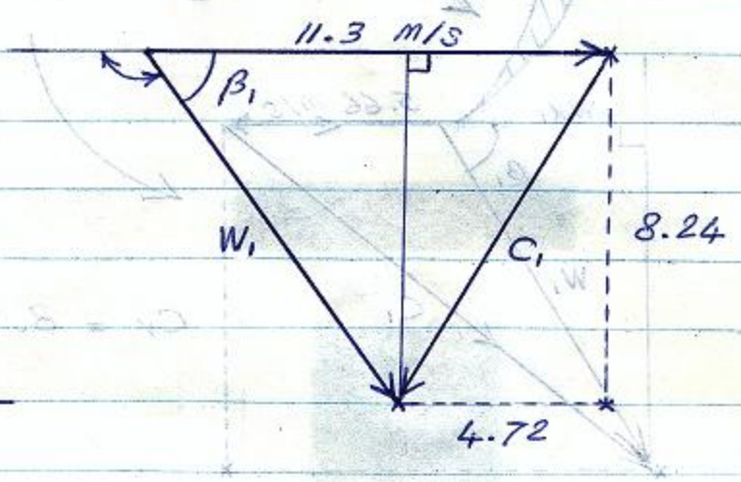
∴ در شعاع 0.45 m

$$C_{x1} = \frac{C_{x0}\, r_0}{r_1} = \frac{2.83\ (0.75)}{0.45} = 4.72\ m/s$$

$$U_1 = (2\pi)(240/60)(0.45) = 11.3\ m/s$$

روش ترسیمی :



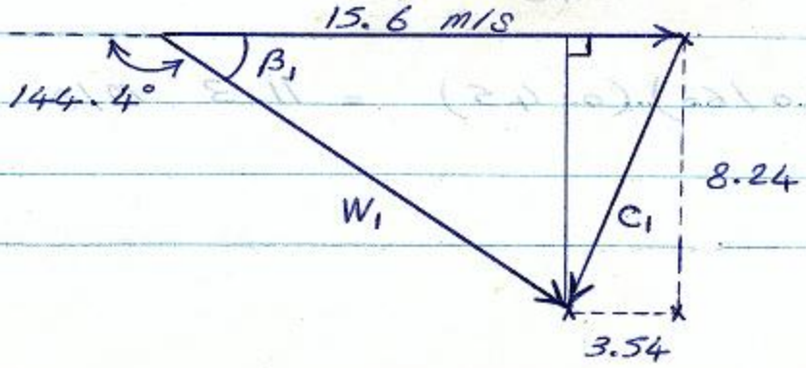

$$\tan \beta_1 = \frac{C_r}{U - C_{x1}} = \frac{8.24}{11.3 - 4.72} \rightarrow$$

$\beta_1 = 51.5°$

در شعاع 0.6 m :

$$C_{x1} = \frac{C_{x0} \, r_0}{r_1} = \frac{2.83 \ (0.75)}{0.6} = 3.54 \ m/s$$

$$U_1 = (2\pi)(240/60)(0.6) = 15.06 \ m/s$$

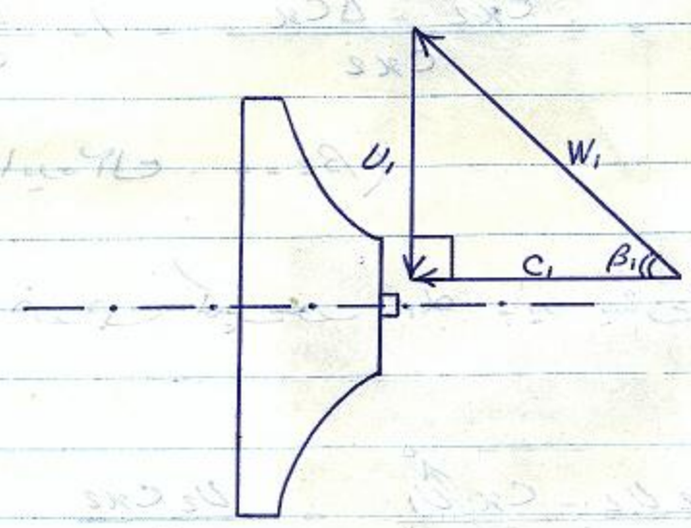


$$\tan\beta_1 = \frac{C_r}{U - C_{x1}} = \frac{8.24}{15.06 - 3.54} \rightarrow$$

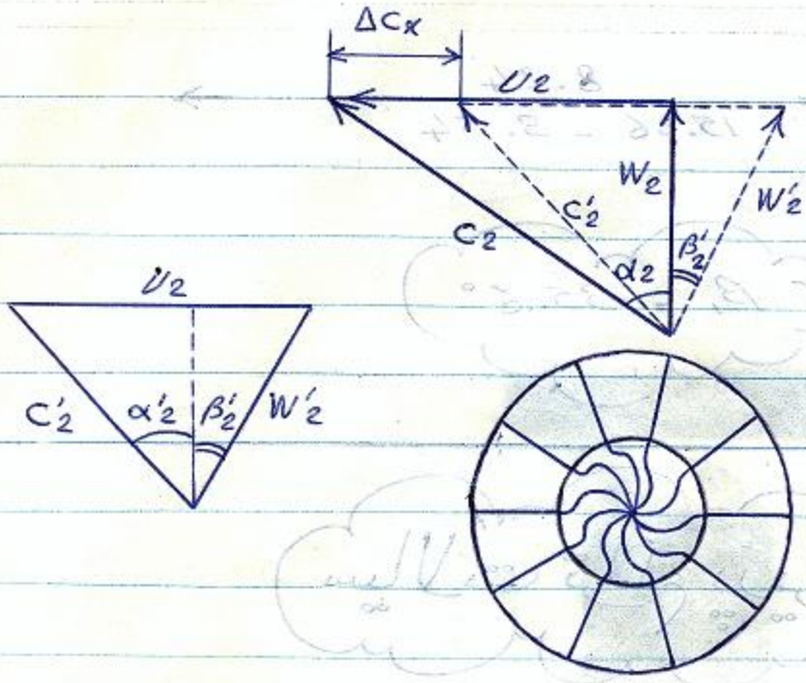
$\beta_1 = 35.6°$

## سیالات تراکم پذیر

کمپرسورهای گریز از مرکز :




* برعکس پمپها و توربینهای آبی که زوایا را نسبت به جهت مماس در نظر می گرفتیم در اینجا زوایا را نسبت به جهت شعاعی می سنجیم.




نقطه چین ها حالت واقعی و با لغزش است.

* در کمپرسورهای گریز از مرکز ضریب لغزش استانیتز بازاء $\beta_2 = 0$ بکار می رود:

$z$ - تعداد پره $\qquad \sigma_s = 1 - (0.63\ \pi / z)$

$$\sigma_s = \frac{C'_{x2}}{C_{x2}} = \frac{C_{x2} - \Delta C_x}{C_{x2}} = 1 - \frac{\Delta C_x}{C_{x2}}$$

(در حالت ایده آل $\beta_2 = 0$)

(در خروجی کمپرسور $\alpha_1$ باید بشود $\alpha_2$)

ایده آل $E = \dfrac{C_{x2} U_2 - C_{x1} U_1}{g} = \dfrac{U_2 C_{x2}}{g}$ ($C_{x1} \uparrow 0$)

واقعی $E = \dfrac{U_2 C'_{x2}}{g} = \dfrac{\sigma_s U_2 C_{x2}}{g}$

$(C_{x2} = U_2) \rightarrow$ واقعی $E = \dfrac{\sigma_s U_2^2}{g}$

* در عمل به علت تلفات توان لازم برای کمپرسور بیش از توان ایده آل است ؛ با اعمال ضریب توان ($\psi$)

واقعی $E = \dfrac{\psi \sigma_s U_2^2}{g}$

* لغزش همیشه داریم حتی در کمپرسورهای ایده آل.

---

در محفظه ورودی : بین ورود به محفظه و خروج از آن :

$$q^{\nearrow 0} + \underbrace{h_i + \frac{V_i^2}{2}}_{\text{انتالپی سکون}} + g z_i^{\nearrow 0} = W^{\nearrow 0} + h_e + \frac{V_e^2}{2} + g z_e^{\nearrow 0}$$

Ad.

$(h_0 = h + \frac{V^2}{2})$

$$h_0 + \frac{C_0^2}{2} = h_1 + \frac{C_1^2}{2} \rightarrow h_{00} = h_{01}$$ ثابت

$h_{00}$ - انتالپی سکون در مقطع صفر
$h_{01}$ - " " " یک

در پروانه : (۱) $\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = \left(h_2 + \frac{c_2^2}{2}\right) - \left(h_1 + \frac{c_1^2}{2}\right)$ (الف)

$\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = h_{o2} - h_{o1}$ (بدون در نظر گرفتن علامت)

* یا از رابطه اویلر : $\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = U_2 C_{x2} - U_1 C_{x1}$ (۲)

* از تساوی طرفین روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت :

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} + U_1 C_{x1} = h_2 + \frac{c_2^2}{2} + U_2 C_{x2}$$

(می توان بجای $C_1$ و $C_2$ از مثلث سرعتها مقدار قرار داد.)

$$\rightarrow h_1 + (C_{x1}^2 + C_{r1}^2)/2 - U_1 C_{x1} = h_2 + (C_{x2}^2 + C_{r2}^2)/2 - U_2 C_{x2}$$

* می دانیم :

$$\left.\begin{aligned} C_r^2 &= W^2 - W_x^2 \\ W_x &= U - C_x \end{aligned}\right\} \longrightarrow$$

$$C_r^2 = W^2 - (U - C_x)^2 = W^2 - U^2 - C_x^2 + 2UC_x$$

$$\longrightarrow h_1 + (C_{x1}^2 + W_1^2 - U_1^2 - C_{x1}^2 + 2U_1 C_{x1})/2 - U_1 C_{x1}$$
$$= h_2 + (C_{x2}^2 + W_2^2 - U_2^2 - C_{x2}^2 + 2U_2 C_{x2})/2 - U_2 C_{x2}$$

* با ساده کردن رابطه فوق :

$$\underbrace{h_1 + \frac{W_1^2}{2}}_{h_{o1\,rel}} - \frac{U_1^2}{2} = \underbrace{h_2 + \frac{W_2^2}{2}}_{h_{o2\,rel}} - \frac{U_2^2}{2}$$

بین مقاطع ورود و خروج پروانه

$$h_{o1\,rel} - \frac{U_1^2}{2} = h_{o2\,rel} - \frac{U_2^2}{2}$$

$h_{o\,rel}$ - یعنی انتالپی سکون که بر حسب سرعت نسبی بدست آمده.

---

(از تساوی قانون اول و رابطه اولر) :

$$h_{o2} - h_{o1} = \frac{\psi \sigma_s U_2^2}{g} \rightarrow$$

$$T_{o2} - T_{o1} = \frac{\psi \sigma_s U_2^2}{g C_p}$$

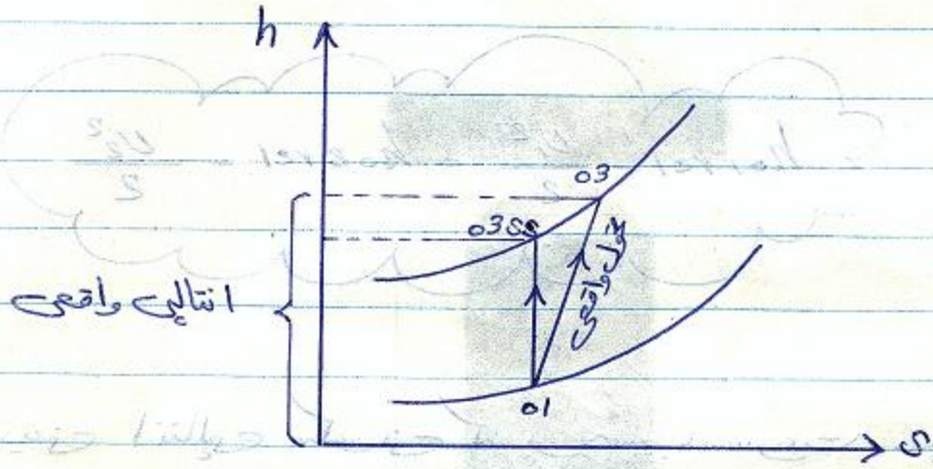
---

* با اعمال قانون اول در محفظه حلزونی :

$$h_2 + C_2^2/2 = h_3 + C_3^2/2 \rightarrow h_{o2} = h_{o3} \rightarrow$$

$$T_{o2} = T_{o3} \quad (3)$$

(۱) ، (۲) → $T_{o3} - T_{o1} = \frac{\psi \sigma_s U_2^2}{c_p g}$ (۳)




(راندمان کمپرسور) $\eta_c = \frac{h_{o3ss} - h_{o1}}{h_{o3} - h_{o1}} = \frac{T_{o3ss} - T_{o1}}{T_{o3} - T_{o1}}$

$$\frac{T_{o3ss}}{T_{o1}} = 1 + \frac{\eta_c}{T_{o1}} (T_{o3} - T_{o1}) \quad (۴)$$

(۳) ، (۴) → $\frac{T_{o3ss}}{T_{o1}} = 1 + \frac{\eta_c}{T_{o1}} \frac{\psi \sigma_s U_2^2}{c_p g}$

$$\frac{P_{o3}}{P_{o1}} = \left(\frac{T_{o3ss}}{T_{o1}}\right)^{\gamma/\gamma-1} = \left[1 + \frac{\eta_c \psi \sigma_s U_2^2}{T_{o1} c_p g}\right]^{\gamma/\gamma-1}$$

* هدف ما این است که تا حد امکان سمت راست را دستکاری کنیم تا مقدار سمت چپ افزایش یابد و افزایش فشار بیشتر شود:

$\eta_c$ - هرچه بالاتر باشد بهتر است.

$\sigma$ - افزایش $\sigma$ مستلزم افزایش پره ها است امّا این کار سطح پروانه‌ها و تلفات اصطکاکی را افزایش می دهد:

$\sigma = 0.90 \leftarrow$ پره 19 - 21

$U_2$ - حد Max آن 470 m/s است.

$\psi$ - بهترین حالت این است که $\psi = 1$ باشد.

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

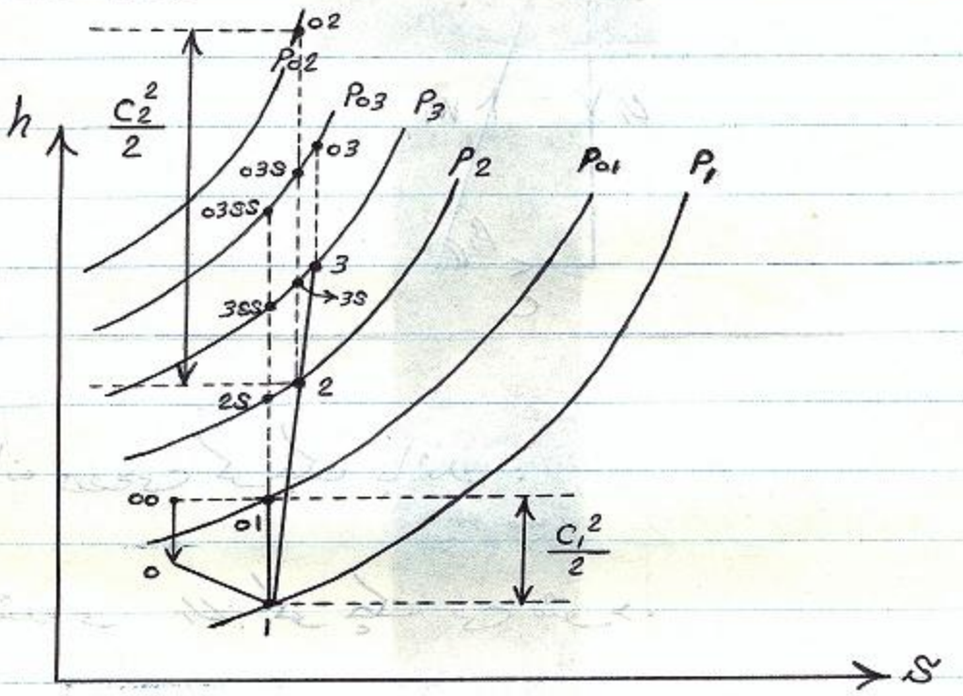
جزوه آموزشی درس توربو ماشین آقای دکتر کورش امیراصلانی تبریز
دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران – دانشکده فنی (۱۳۷۳)

**پتروپالامحور پیشتاز در ارائه خدمات مهندسی و متعهد به کیفیت**

PPM , Dedicated For The Best Quality

## دیاگرام (h-S) کمپرسور گریز از مرکز

$$\begin{cases} h_{oo} = h_{o1} \\ h_{o2} = h_{o3} \end{cases}$$



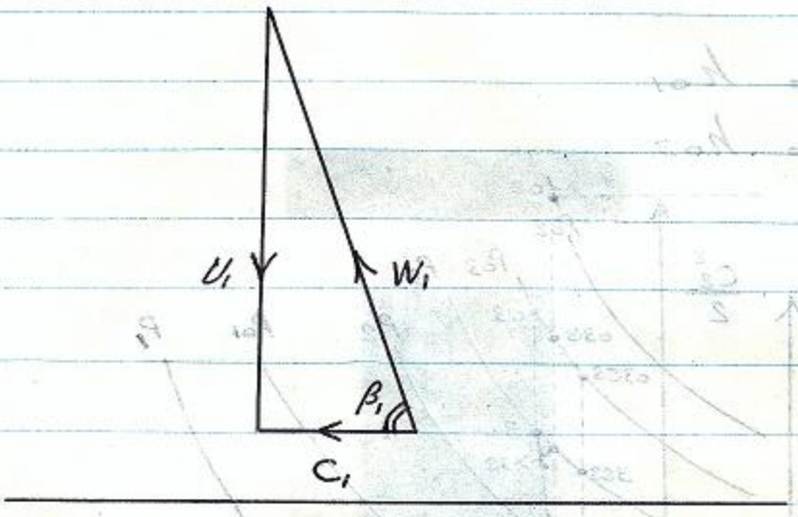

$$\eta_c = \frac{h_{o3SS} - h_{o1}}{h_{o3} - h_{o1}}$$

## محدودیت سرعت ورودی :

۱- قطر دهانه ورودی (چشم) بزرگ باشد :

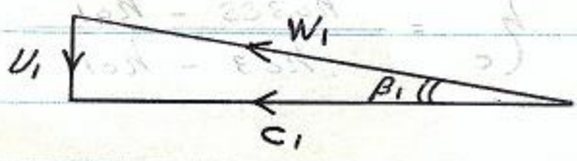
C کوچک می شود چون $(Q = C.A)$

$U_1$ بزرگ می شود چون $U_1 = \pi D_1 N$ .




۲ـ قطر دهانه ورودی کوچک باشد :

$C_1$ بزرگ شده و $U_1$ کوچک می شود.




* پس در هر دو حالت سرعت نسبی ($W_1$) بزرگ می شود و این مطلوب نیست چون پدیده (choking) یا خفگی رخ می دهد- که ناشی از رسیدن سرعت هوای ورودی به سرعت صوت است.

$$\dot{m} = \rho_1 C_1 A_1$$

شعاع در ریشه پره $r$ ⟶ $A_1 = \pi (R^2 - r^2)$

شعاع در نوک پره $R$ $A_1 = \pi R^2 (1 - r^2/R^2)$

با فرض $1 - r^2/R^2 = K$ ⟶ $A_1 = \pi R^2 K$

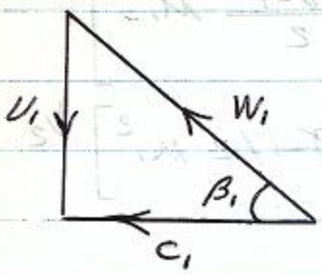
$$\dot{m} = \rho_1 \pi R^2 K C_1$$

* با بررسی شرایط در حالت بحرانی نوک پره که امکان رسیدن به سرعت صوت وجود دارد :

* $U_1 = R\omega \rightarrow R = U_1/\omega$

* $\dot{m} = \rho_1 \pi U_1^2 K C_1 / \omega^2$ ⟶

$$\frac{\dot{m}\omega^2}{\pi K \rho_1} = U_1^2 C_1$$




$$\begin{cases} C_1 = W_1 \cos\beta_1 \\ U_1 = W_1 \sin\beta_1 \end{cases}$$

$$\frac{\dot{m}\omega^2}{\pi K \rho_1} = W_1^3 \cos\beta_1 \sin^2\beta_1 \qquad (1)$$

می دانیم :

$$\frac{P_{01}}{P_1} = \left[1 + (\gamma - 1)/2\, M_1^2\right]^{\gamma/\gamma-1}$$

$$\frac{T_{01}}{T_1} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right]$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \left(\frac{P_{01}}{T_{01}}\right)\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} =$$

$$\left(\frac{P_{01}}{T_{01}}\right)\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right]^{\frac{-1}{\gamma-1}} \longrightarrow$$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} = \frac{P_{01}}{RT_{01}}\left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right]^{\frac{-1}{\gamma-1}} \quad (*)$$

$$\frac{m\omega^2 R T_{01}}{\pi K P_{01}} = W_1^3 \sin^2\beta_1 \cos\beta_1 \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

« عدد ماخ نسبی » : $M_{rel} = \frac{W_1}{a_1}$ ⟶

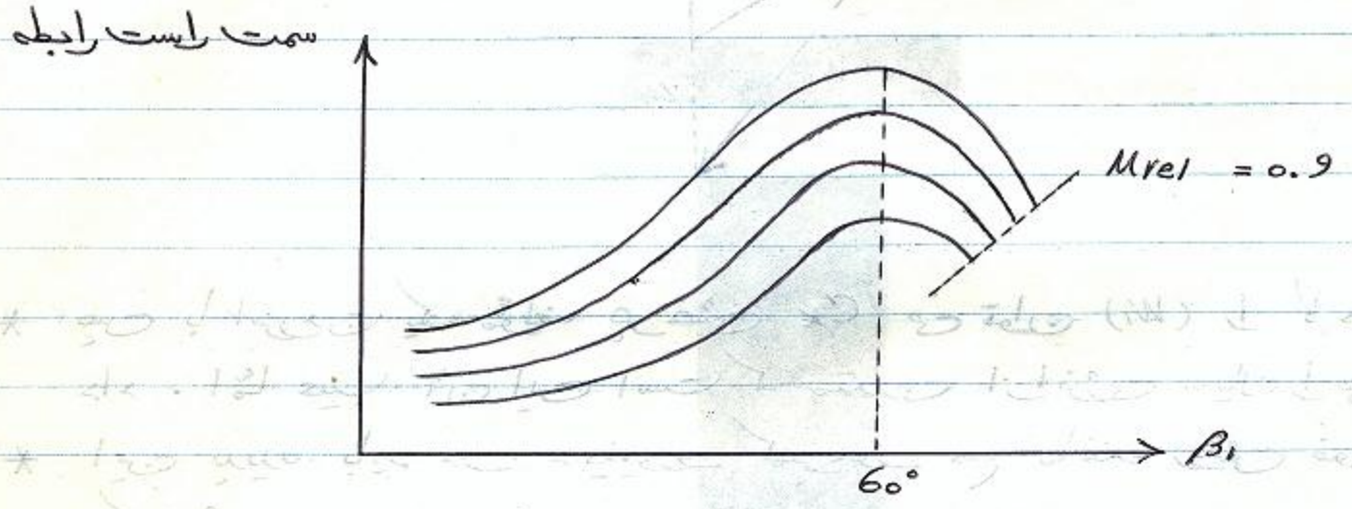
$$\frac{m\omega^2 R T_{01}}{\pi K P_{01}} = M_{1rel}^3 a_1^3 \sin^2\beta_1 \cos\beta_1 \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right]^{1/\gamma-1}$$

$a = (\gamma R T)^{1/2} \longrightarrow \frac{a_{01}}{a_1} = \left(\frac{T_{01}}{T_1}\right)^{1/2} = \left[1 + \gamma-1/2\, M_1^2\right]^{1/2}$

$C_1 = W_1 \cos\beta_1 \longrightarrow M_1 = M_{1rel}\cos\beta_1$

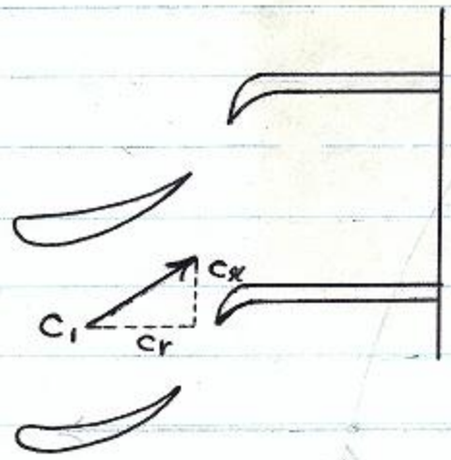
$$\frac{m\omega^2}{\pi K \gamma P_{01}(\gamma R T_{01})^{1/2}} = M_{1rel}^3 \sin^2\beta_1 \cos\beta_1 \Big/ \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{1rel}^2 \cos^2\beta_1\right]^{\frac{1}{\gamma-1}+\frac{3}{2}}$$

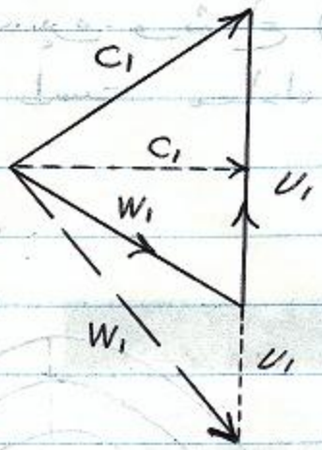
* زاویه $\beta_1$ مربوط به نوک پره و شعاع ($R$) است که بدترین حالت می باشد. حال سمت راست معادله فوق را برحسب ($\beta_1$) - رسم می کنیم :




* به ازای ($\beta_1 = 0.8$) دبی ماکزیمم است. بهتر است عدد ماخ ورودی را (0.8) در نظر بگیریم تا ضریب اطمینان داشته باشیم. اگر به ناچار عدد ماخ از 0.8 بزرگتر شد چاره‌ای نیست جز نصب پره‌های راهنما در ورودی کمپرسور و گردش اولیه هوای ورودی :

چرخش در ورودی :

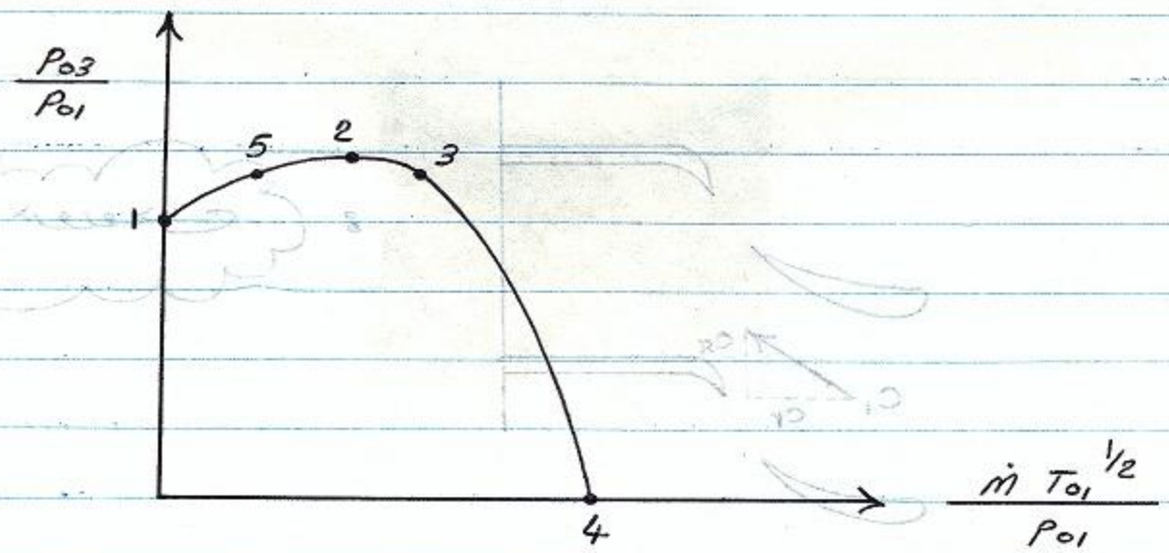





* پس با افزودن یک مؤلفه چرخشی $C_x$ می توان ($W_1$) را کاهش داد. امّا عیب آن این است که مقداری از انرژی سیال را می گیرد.
* این پدیده باید در دیفیوزر کمپرسور هم مانند روش فوق - چک شود.

---

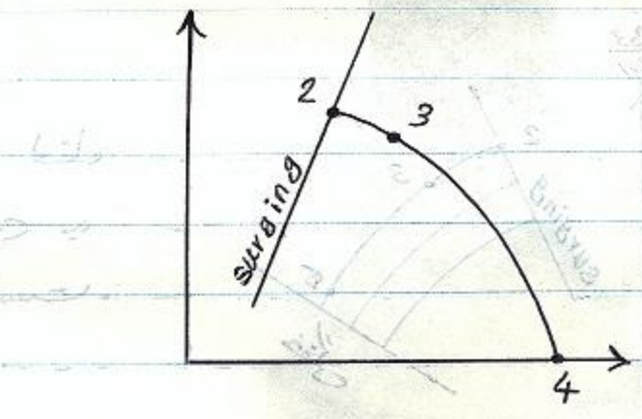
## مغز مشخصه کمپرسور گریز از مرکز :



* این منحنی مشخصه را با نصب یک شیر در خروجی کمپرسور چک می کنند. در نقطه (1) شیر بسته است و کمپرسور هوای داخل خود را متراکم می کند. امّا عواملی وجود دارد که موجب می شود منحنی مزبور در عمل بدست نیاید:

۱- surging (موج سریع فشار):

در صورتی که دبی کمپرسور از حد معینی کاهش یابد منجر به کاهش نسبت فشار شده که در صورت عدم کاهش فشار، ΔP (پایین دست) منجر به کاهش مجدد دبی می گردد (۲ تا ۱). این پدیده می تواند در صورت ایجاد تغییراتی در فشار منجر به تغییرات شدیدی در دبی و نسبت فشار شود. در این حالت کمپرسور با سروصدا کار می کند امّا دبی ندارد.



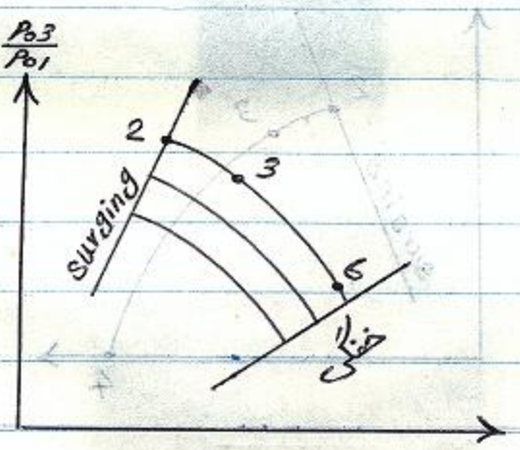

۲- سقوط چرخشی (Rotating Stall):

* ممکن است در ادامه surging یا بخاطر گرفتگی موضعی پره ، زاویه ورودی سیال به یک پره با بقیه پره‌ها فرق داشته و در نتیجه آن قسمت تحت دبی پایین کار کرده و موجب عدم تعادل (نابالانسی) در کار کمپرسور می گردد. این پدیده می تواند منجر به ارتعاش شدید و در نهایت آسیب رسیدن به کمپرسور گردد. در این حالت سروصدای زیادی تولید می شود.

---

۳ - خفگی (chocking) :

* اگر دبی زیاد شود ممکن است در نقطه ای از کمپرسور شرایط - سرعت به حد سرعت صوت رسیده و موج ضربه (shock wave) تولید شده که منجر به آسیب کمپرسور و کاهش شدید دبی می گردد.




* نقطه (6) یک لحظه قبل از رسیدن به سرعت صوت است.

* در این منحنی های کاربردی کمپرسور گریز از مرکز درج شده است.

---

مسئله - اطلاعات زیر به عنوان معلومات پایه در طراحی یک کمپرسور گریز از مرکز داده شده.

ضریب توان $\psi$ = ۱.۰۴

ضریب لغزش = ۰.۹

$N = 290$ rps

$d$ کل پروانه $= 0.5$ m

قطر نوک چشم $= 0.3$ m

قطر ریشه چشم ورودی $= 0.15$ m

دبی جرمی هوا $= 9$ kg/s

دمای سکون ورودی $(T_{01}) = 295°K$

فشار سکون ورودی $(P_{01}) = 1.16$ bar

راندمان $= 0.78$

* مطلوبست : الف) نسبت فشار کمپرسور و توان لازم برای گرداندن آن. فرض کنید سرعت ورودی هوا در جهت محوری است.

ب) زاویه ورودی پره‌ها در نوک و ریشه چشم ورودی. فرض کنید که سرعت محوری در عرض سطح چشم ثابت می‌ماند $(C_z)$

ج) عمق محوری کانالهای چرخ در محیط آن (عرض کانال چرخ)

الف : قبلاً دیدیم که : $\left(T_{02} - T_{01} = \psi \sigma s U_2^2 / c_p\right)$

$U_2 = R d_2 N = \pi (0.5)(290) \rightarrow U_2 = 455.5$ m/s

$T_{02} - T_{01} = T_{03} - T_{01} = \psi \sigma s U_2^2 / c_p \rightarrow$

$T_{03} - T_{01} = \dfrac{1.04 (0.9)(455.5)^2}{1.005} = 193°K$

$$\frac{P_{03}}{P_{01}} = \left[1 + \frac{\eta_c (T_{03} - T_{01})}{T_{01}}\right]^{\gamma/\gamma-1} \rightarrow$$

$$\frac{P_{03}}{P_{01}} = \left[1 + \frac{0.78\,(193)}{295}\right]^{\frac{1.4}{0.4}} \rightarrow$$

$$\frac{P_{03}}{P_{01}} = 4.23$$

$$\dot{W} = \dot{m}\, C_p\, (T_{03} - T_{01}) = 9\,(1.005)\,(193)$$

$$\dot{W} = 1746 \text{ KW}$$

---

ب :

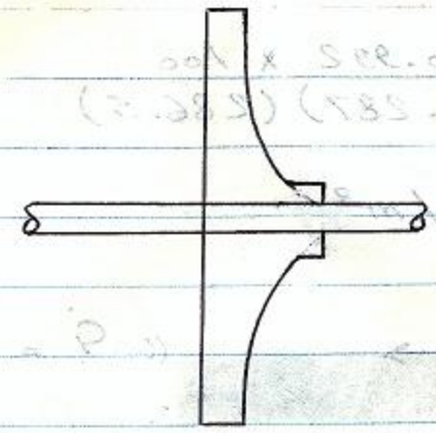
$$\begin{cases} \dot{m} = \rho_1 C_1 A_1 \\ C_1 = C_{v1} \end{cases}$$

$\rho_1$ را بر مبنای شرایط فشار و دمای سکون حدس می زنیم و سپس سعی و خطا می کنیم :

$$\rho_1 \approx \frac{P_{01}}{R\,T_{01}}$$

$$\rho_1 \approx \frac{1.1 \times 100}{(0.287)\,(295)}$$

« $\rho_1 = 1.3 \text{ kg/m}^3$ »



تکرار اوّل :

$$C_1 = \dot{m} / \rho_1 A_1$$

$$A_1 = \pi (r_{1t}^2 - r_{1h}^2) = \pi (0.15^2 - 0.075^2)$$

$$A_1 = 0.053 \ m^2 \rightarrow$$

$$C_1 = \frac{9}{1.3 (0.053)} \rightarrow (C_1 = 131 \ m/s)$$

$$T_1 = T_{01} - \frac{C_1^2}{2 C_p}$$

$$T_1 = 295 - \frac{(131)^2}{2(1.005)} = 286.5 \ ^\circ K$$

$$P_1 = P_{01} \left( \frac{T_1}{T_{01}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$P_1 = 1.1 \left( \frac{286.5}{295} \right)^{\frac{1.4}{0.4}} \rightarrow$$

« $P_1 = 0.992$ »

* رابطه Ad، بازگشت پذیر را می توان بین هر نقطه - سکون و نقطه ای دلخواه نوشت (چون تحول سکون آیزنتروپیک است) امّا در مورد کل کمپرسور نمی توان این رابطه را بکار برد چون - راندمان دارد.

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} = \frac{0.992 \times 100}{(0.287)(286.5)} \rightarrow$$

$$\rho_1 = 1.21 \quad kg/m^3$$

$$C_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 A_1} \rightarrow \quad (\text{« } C_1 = 140 \text{ m/s »})$$

* پس از ۲ امین تکرار :

$$C_1 = C_{r1} = 143 \text{ m/s}$$
$$\rho_1 = 1.185 \quad kg/m^3$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه آموزشی درس توربو ماشین آقای دکتر کورش امیراصلانی تبریز
دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران – دانشکده فنی (۱۳۷۳)

# توربینهای گاز و بخار جریان محوری

* توربینهای محوری
  - بخار (حدود 300 سال)
  - گاز (از اوایل قرن بیستم)

* توربینهای گاز
  - نیروگاه
  - موتورهای جت

* انواع توربینهای محوری
  - ضربه‌ای (Impulse)
  - عکس‌العملی (Reaction)

یک ردیف پره ثابت + یک ردیف پره متحرک = stage (طبقه)

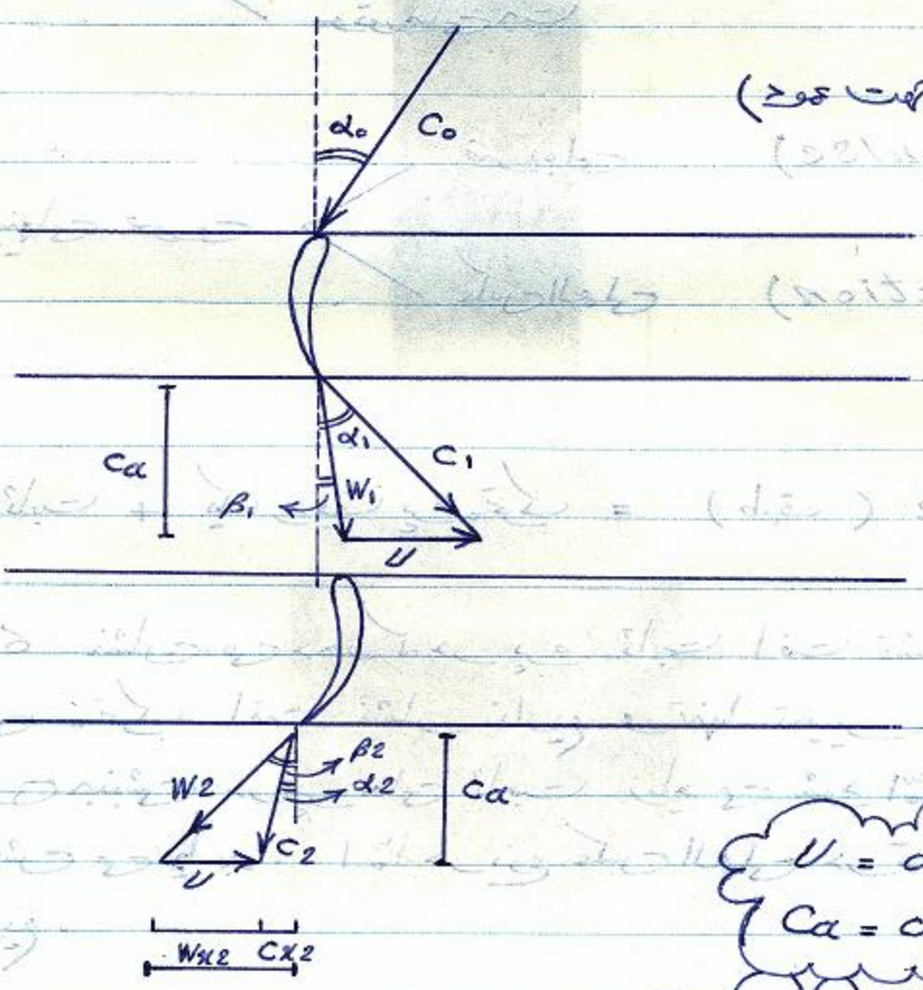
* شکل 2-6 نشان می‌دهد که در پره ثابت افت فشار داریم امّا در پره‌های متحرک افت فشار نداریم و تنها تغییر ممنتم داریم. بر عکس انرژی جنبشی در پره‌های ثابت زیاد می‌شود امّا در پره‌های متحرک کاهش می‌یابد. امّا در نوع عکس‌العملی در تمام پره‌ها افت فشار داریم.

## مثلث سرعت در یک طبقه از توربین محوری :

مفروضات :

۱- شرایط در شعاع متوسط بررسی می شود.
۲- نسبت ارتفاع تیغه به شعاع متوسط کوچک بوده و جریان را - می توان دو بعدی در نظر گرفت.
۳- از تغییرات (شعاعی) سرعت در جهت شعاع صرفنظر می شود.

(زوایا نسبت به جهت محور)




$U = cte$

$Ca = cte$

در حالت طراحی : $(C_2 = C_0)$

$$E = U(C_{x1} - C_{x2}) / g$$

چون $C_{x1}$ و $C_{x2}$ در خلاف جهت هم هستند :

$$E = U (C_{x1} + C_{x2}) / g \qquad (-) \times (-) = (+)$$

$$\frac{W}{m} = U (C_{x1} + C_{x2})$$

از مثلث سرعت :

$$U = C_{x1} - W_{x1} = W_{x2} - C_{x2}$$

$$C_{x1} - W_{x1} = W_{x2} - C_{x2}$$

$$\frac{W}{m} = U C_a (\tan \alpha_2 + \tan \alpha_1)$$

$$\tan \alpha_2 + \tan \alpha_1 = \tan \beta_2 + \tan \beta_1$$

قانون اول :

$$q + h_i + C_i^2/2 = W + h_e + C_e^2/2$$

در استاتور : $q = W = 0$

$$h_0 + C_0^2/2 = h_1 + C_1^2/2 \rightarrow$$

$$h_{00} = h_{01} \qquad T_{00} = T_{01}$$

در روتور :

$$W^p = (h_1 + C_1^2/2) - (h_2 + C_2^2/2)$$

$$W = h_{o1} - h_{o2} = U(W_{x1} + W_{x2}) \longrightarrow$$

$$(h_1 + C^2/2) - (h_2 + C_2^2/2) = U(W_{x1} + W_{x2}) = U(C_{x1} + C_{x2})$$

$$\left[ (h_1 + \frac{C_{x1}^2 + C_a^2}{2}) - (h_2 + \frac{C_{x2}^2 + C_a^2}{2}) = \right.$$

$$(h_1 + C_{x1}^2/2) - (h_2 + C_{x2}^2/2) = \text{"}$$

$$(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}(C_{x1}^2 - C_{x2}^2) = \text{"}$$

$$(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}(C_{x1} - C_{x2})(C_{x1} + C_{x2}) - U(C_{x1} + C_{x2}) = 0$$

$$(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}(C_{x1} + C_{x2})\left[(C_{x1} - C_{x2}) - 2U\right] = 0$$

$$(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}(C_{x1} + C_{x2})\left[(C_{x1} - U) - (C_{x2} + U)\right] = 0$$

$$(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}(W_{x1} + W_{x2})(W_{x1} - W_{x2}) = 0$$

$$(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}(W_{x1}^2 - W_{x2}^2) = 0$$

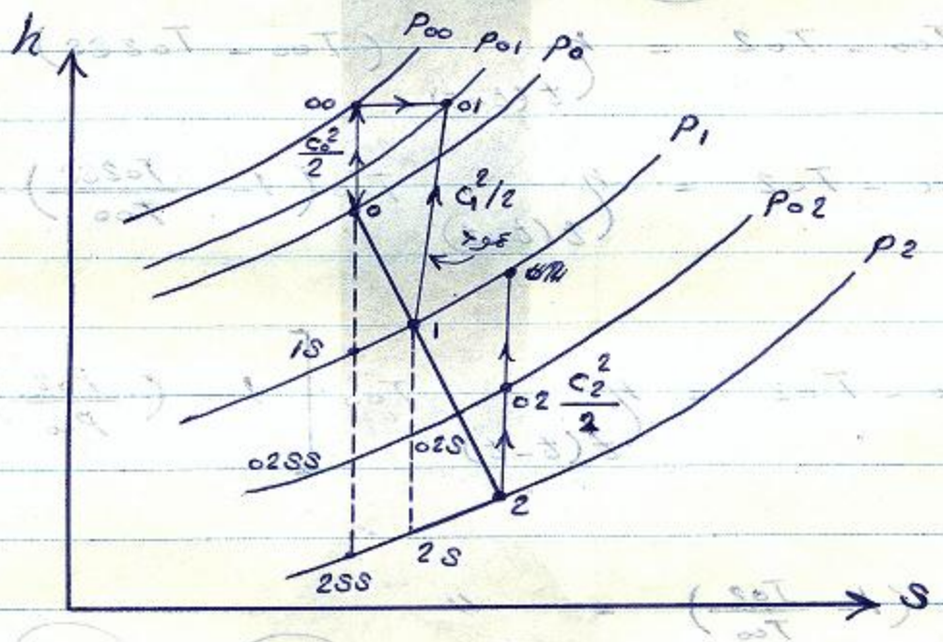
$$(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}\left[\underbrace{(W_{x1}^2 - C_a^2)}_{W_1^2} - \underbrace{(W_{x2}^2 + C_a^2)}_{W_2^2}\right] = 0$$

$$(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) = 0 \rightarrow$$

$$h_1 + \frac{1}{2}W_1^2 = h_2 + \frac{1}{2}W_2^2 \rightarrow$$

چون W سرعت نسبی است :

$$h_{o1\,rel} = h_{o2\,rel}$$




$$\begin{cases} h_{oo} - h_{o2} = h_o - h_2 \\ T_{oo} - T_{o2} = T_o - T_2 \end{cases}$$

---

* راندمان توربین
  - راندمان کل به کل (معمولتر است)
  - راندمان کل به استاتیک

راندمان کل به کل توربین :

$$\eta_{t\,(t-t)} = \frac{h_{oo} - h_{o2}}{h_{oo} - h_{o2SS}} \qquad \text{Total} - t$$

$$\eta_{t\,(t-t)} = \frac{T_{oo} - T_{o2}}{T_{oo} - T_{o2SS}} \longrightarrow$$

$$T_{oo} - T_{o2} = \eta_{t\,(t-t)} \left(T_{oo} - T_{o2SS}\right) \longrightarrow$$

$$T_{oo} - T_{o2} = \eta_{t\,(t-t)} \, T_{oo}\left(1 - \frac{T_{o2SS}}{T_{oo}}\right) \longrightarrow$$

$$T_{oo} - T_{o2} = \eta_{t\,(t-t)} \, T_{oo}\left[1 - \left(\frac{P_{o2}}{P_{oo}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$$

$$T_{oo}\left(1 - \frac{T_{o2}}{T_{oo}}\right) = \text{//}$$

$$\frac{T_{o2}}{T_{oo}} = 1 - \eta_{t\,(t-t)}\left[1 - \left(\frac{P_{o2}}{P_{oo}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$$

---

راندمان کل به استاتیک توربین :

$$\eta_{t(t-s)} = \frac{h_{00} - h_{02}}{h_{00} - h_{2ss}}$$

* یعنی در طبقه آخر توربین - که انرژی جنبشی خروجی - (سرعت خروجی) برای ما اهمیت ندارد و تنها شرایط استاتیک مطرح است از این راندمان استفاده می کنیم.

---

## روش محاسبه راندمانها :

$$\begin{cases} Tds = dh - vdp \\ \text{برای خطوط فشار ثابت} \quad : \quad dp = 0 \\ Tds = dh \rightarrow \Delta h \approx T\Delta s \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{بروی خط فشار ثابت } p_1 \quad : \quad (h_1 - h_{1s}) = T_1 (s_1 - s_{1s}) \\ \text{بروی خط فشار ثابت } p_2 \quad : \quad (h_{2s} - h_{2ss}) = T_2 (s_{2s} - s_{2ss}) \end{cases}$$

$$h_{2s} - h_{2ss} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)(h_1 - h_{1s})$$

## ضرایب افت در شیپوره : «توضیح جانبی»

* در استاتور :

۱- ضریب افت انتالپی $\xi_N = \dfrac{h_1 - h_{1S}}{0.5\, C^2}$

۲- ضریب افت فشار $Y_N = \dfrac{P_{00} - P_{01}}{P_0 - P_1}$

* در روتور :

۱- ضریب افت انتالپی $\xi_R = \dfrac{h_2 - h_{2S}}{0.5\, W_2^2}$

۲- ضریب افت فشار $Y_R = \dfrac{P_{01\,rel} - P_{02\,rel}}{P_{02\,rel} - P_{2\,(rel)}}$

---

$$\eta_{t(t-t)} = \left\{ 1 + \left[ \xi_R W_2^2 + \left(\frac{T_2}{T_1}\right) \xi_N C^2 \right] \Big/ 2 (h_0 - h_2) \right\}^{-1}$$

$$\eta_{t(t-s)} = \left\{ 1 + \left[ \xi_R W_2^2 + \left(\frac{T_2}{T_1}\right) \xi_N C^2 + C_a^2 \right] \Big/ 2 (h_0 - h_2) \right\}^{-1}$$

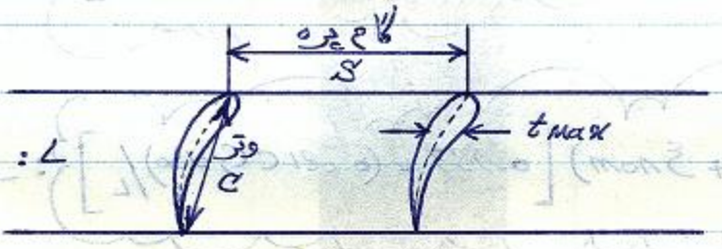
* که در این روابط :

$$\xi = 0.04 + 0.06\left(\frac{\varepsilon}{100}\right)^2 \qquad (9)$$

برای استاتور (N) $\varepsilon = \alpha_0 + \alpha_1$

برای روتور (R) $\varepsilon = \beta_1 + \beta_2$

1- $Re = 10^5$ : رابطه فوق برای حالتی است که




* مثلاً در استاتور : $l$ : ارتفاع پره در جهت عمود بر صفحه

$$D_H \text{ (قطر هیدرولیکی)} = \frac{4 \times \text{مساحت مقطع خروجی استاتور}}{\text{محیط استاتور در خروج}}$$

$$D_H = \frac{4S\cos\alpha_1 \, l}{2\left[S\sin\alpha_1 + l\right]} \longrightarrow D_H = \frac{2S\cos\alpha_1 \, l}{(S\sin\alpha_1 + l)}$$

$$Re = \frac{\rho_1 c_1 D_H}{\mu_1} \longrightarrow Re = \frac{2\rho_1 c_1 S\cos\alpha_1 \, l}{\mu_1 (S\sin\alpha_1 + l)}$$

(یعنی Re محاسبه شده از فرمول فوق باید برابر $10^5$ باشد)

## روش اصلاح سودربرگ

$$\begin{cases} 2 - \dfrac{t_{max}}{c} = 0.2 \\ 3 - \dfrac{l}{c\, C_G\, \alpha_\infty} = 3 \qquad \left(\alpha_\infty = \dfrac{\alpha_0 + \alpha_1}{2}\right) \end{cases}$$

* اگر خشیت $\frac{t_{max}}{c} \neq 0.2$ و $\frac{l}{c C_G \alpha_\infty} \neq 3$ باشد مقدار $\xi$ باید اصلاح شود:

I) برای روتور:

$$l + \xi_1 = (1 + \xi_{nom})\left[0.975 + (0.075\, C_G \alpha_\infty)/l\right]$$

II) برای استاتور:

$$l + \xi_1 = (l + \xi_{nom})\left[0.933 + (0.021\, C_G \alpha_\infty)/l\right]$$

در روتور: $\alpha_\infty = \dfrac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$

در استاتور: $\alpha_\infty = \dfrac{\alpha_0 + \alpha_1}{2}$

$\xi_{nom}$ - از رابطه ⑨ تحت آن شرایط بدست آمده.
$l$ - را اگر ندادند واحد فرض می کنیم.

---

* اگر $Re \neq 10^5$ :

اگر شرط بعدی برقرار بود $\xi_1$ را همان $\xi_{nom}$ قرار می دهیم.

$$\xi_2 = \left(\frac{10^5}{Re}\right)^{0.25} \xi_1$$

## ضریب بارگیری - ضریب جریان :

ضریب بارگیری

$$\psi = \frac{W}{mU^2}$$

$$\psi = \frac{Ca\,(\tan\alpha_2 + \tan\alpha_1)}{U}$$

ضریب جریان

$$\phi = \frac{Ca}{u}$$

$$\psi = \phi\,(\tan\alpha_2 + \tan\alpha_1)$$

$$\psi = \phi\,(\tan\beta_2 + \tan\beta_1)$$

* در نیروگاهها ضریب بارگیری و ضریب جریان کوچک است تا - راندمان بالا برود امّا در عوض تعداد پرهها و سطح توربین افزایش می یابد. امّا در موتورهای توربوجت که نیاز به جمع کم دارند این دو ضریب از نیروگاه حرارتی بزرگتر خواهد بود. ( شکل - صفحه ۱۷۰ )

---

## نسبت عکس العمل (بازتاب) :

$$R = \frac{\text{افت انتالپی استاتیک در روتور}}{\text{افت انتالپی استاتیک در طبقه}} = \frac{h_1 - h_2}{h_0 - h_2}$$

$$R = \frac{h_1 - h_2}{\left(h_0 + \frac{C_0^2}{2}\right) - \left(h_2 + \frac{C_2^2}{2}\right)} = \frac{h_1 - h_2}{h_{00} - h_{02}}$$

$(C_0 = C_2)$ ، $(h_{00} - h_{01})$ ⟶

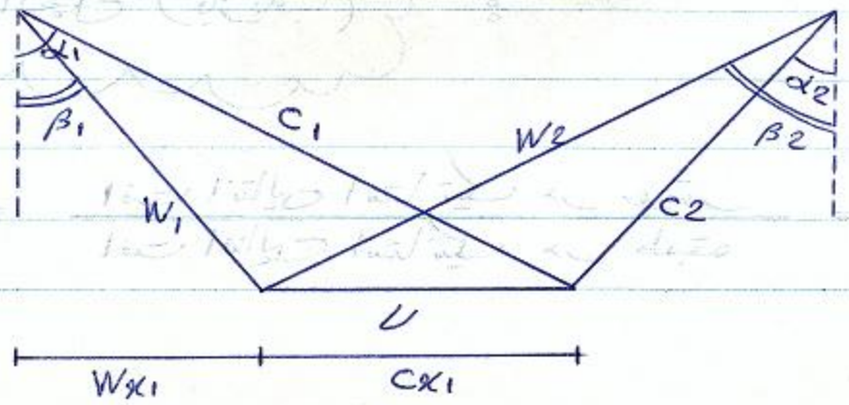
$$R = \frac{h_1 - h_2}{h_{01} - h_{02}}$$

(أيضا) :
$$h_{01} - h_{02} = U(C_{x1} + C_{x2}) = U(W_{x1} + W_{x2})$$

(وحيث) :
$$h_{01\,rel} = h_{02\,rel} \longrightarrow$$
$$h_1 + W_1^2/2 = h_2 + W_2^2/2 \longrightarrow$$
$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2}(W_2^2 - W_1^2)$$

$$R = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2U(W_{x1} + W_{x2})} = \frac{(W_{x2}^2 + C_a^2) - (W_{x1}^2 + C_a^2)}{2U(W_{x1} + W_{x2})}$$

$$\longrightarrow \quad R = \frac{W_{x2} - W_{x1}}{2U}$$



* $$R = \frac{Ca\,(\tan\beta_2 - \tan\beta_1)}{2U}$$

$$R = \frac{\phi}{2}\,(\tan\beta_2 - \tan\beta_1) \qquad (1)$$

$$\begin{cases} W_{x1} = C_{x1} - U \\ Ca\tan\beta_1 = Ca\tan\alpha_1 - U \\ \tan\beta_1 = \tan\alpha_1 - \frac{U}{Ca} \\ \tan\beta_1 = \tan\alpha_1 - \frac{1}{\phi} \qquad (2) \end{cases}$$

(1) , (2) ⟶ $$R = 0.5 + \frac{\phi}{2}\,(\tan\beta_2 - \tan\alpha_1) \qquad (3)$$

$$\begin{cases} W_{x2} = C_{x2} + U \\ Ca\tan\beta_2 = Ca\tan\alpha_2 + U \\ \tan\beta_2 = \tan\alpha_2 + \frac{U}{Ca} \\ \tan\beta_2 = \tan\alpha_2 + \frac{1}{\phi} \qquad (4) \end{cases}$$

(3) , (4) ⟶ $$R = 1 + \frac{\phi}{2}\,(\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1) \qquad (5)$$

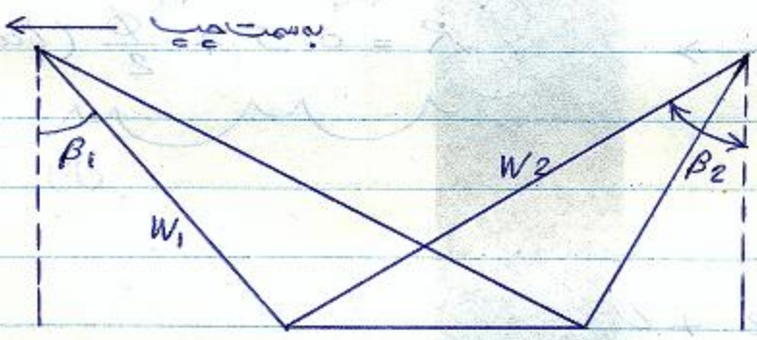
* بررسی حدود R : $0 \leq R \leq 100\%$

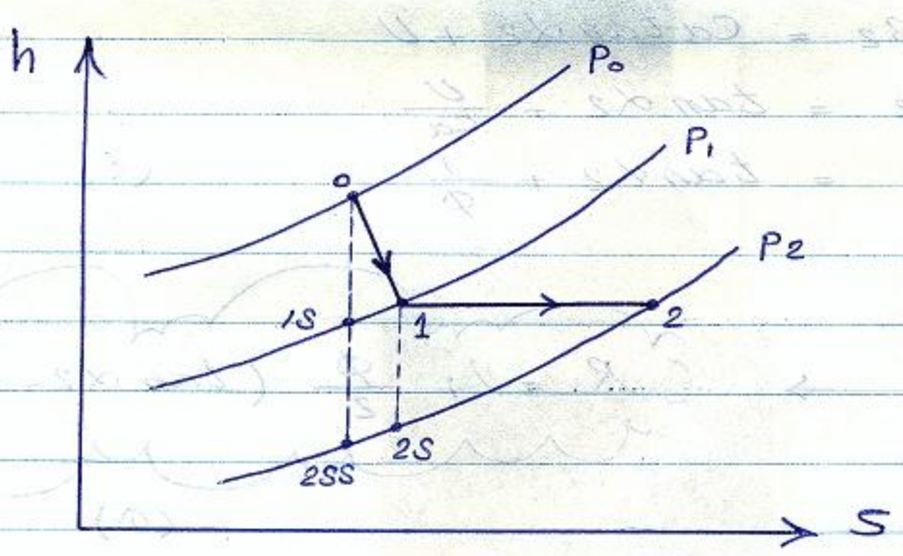
$R = 0$ ← رابطه (۱) → $\beta_2 = \beta_1$

$R = 50\%$ ← رابطه (۳) → $\beta_2 = \alpha_1$

$R = 100\%$ ← رابطه (۵) → $\alpha_2 = \alpha_1$

$R = 0$ : مثلث به سمت چپ کشیده می شود :

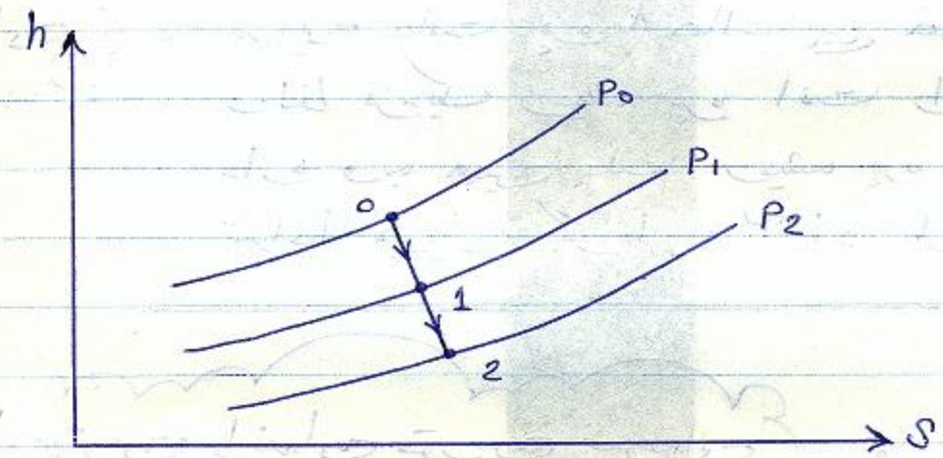


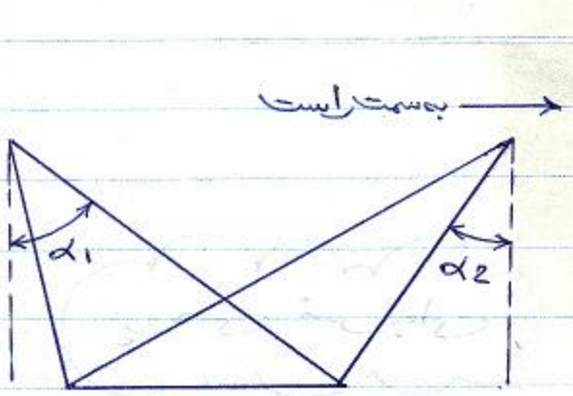

1-0 ـ افت انتالپی در استاتور

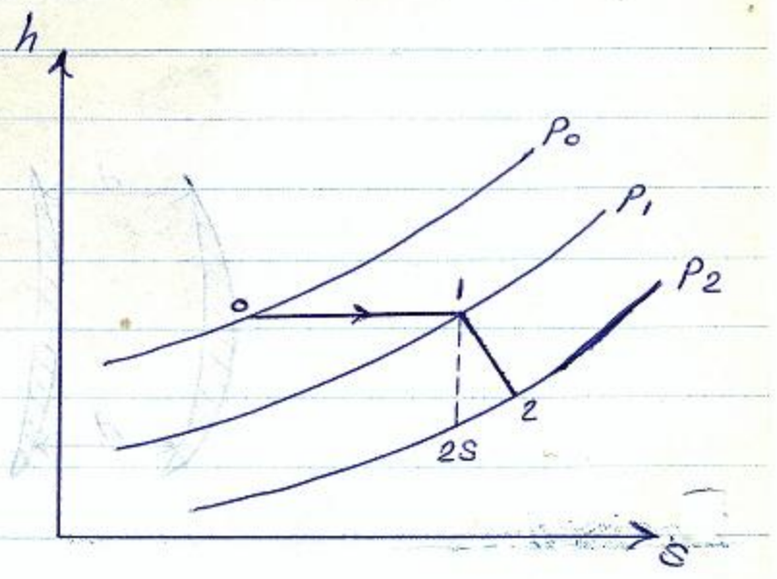
2-1 ـ افزایش آنتروپی در روتور

$R = 50\%$ : مثلث سرعت کاملاً متقارن است :

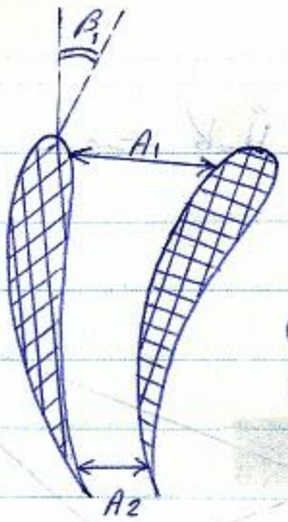



$R = 100\%$ : مثلث سرعت بسمت راست کشیده می شود :



عکس العملی :




$A_2 < A_1$

ضربه‌ای : در این حالت پره‌ها حالت پیچ خورده دارند و لذا نزدیک ریشه پره افت راندمان وجود دارد و به همین علت ریشه پره را بر اساس شرایط جریان گردابی آزاد طراحی می‌کنند.

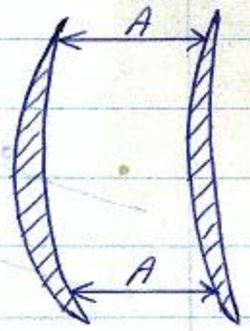
---

شرط بهترین راندمان توربین ضربه‌ای :

$$\frac{U}{C_1} = \sin \alpha_1/2$$

« معمولاً $\alpha_1$ برای تیغه‌های استاتور $65°$ تا $78°$ است »

---




پره‌های ضربه‌ای

برای این که افت انتالپی نداشته باشیم.

مسئله - مطلوبست طراحی یک توربین کوچک که حتی الامکان یک طبقه باشد. مشخصه‌های زیر را برای نقطه طراحی در نظر بگیرید:

| | | |
|---|---|---|
| دبی جرمی | | 20 KG/S |
| راندمان ایزنتروپیک توربین | | 90% |
| دمای ورودی | $T_{00}$ | 1100 °K |
| افت دمای | $T_{00} - T_{02}$ | 145 °K |
| نسبت فشار | $\frac{P_{00}}{P_{02}}$ | 1.873 |
| فشار ورودی | $P_{00}$ | 400 KPa |
| سرعت دورانی توربین | | 250 RPS |
| سرعت در شعاع متوسط | $(U)$ | 340 M/S |

می‌توان ضریب افت شیپوره ($\xi_N$) را 0.05 و ضریب جریان را 0.8 در نظر گرفت. $C_a$ ثابت است و سرعت ورودی و خروجی به طبقه برابر است $(C_0 = C_2)$ و سرعت ورودی محوری است $(\alpha_1 = 0)$.

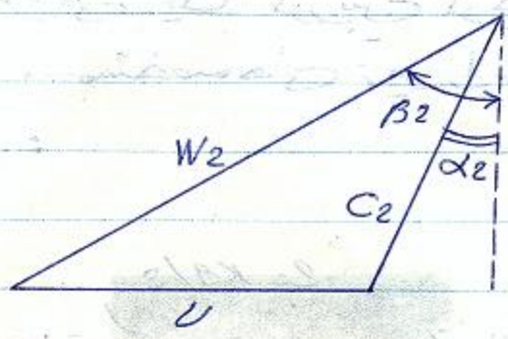
$$\psi = \frac{W}{mU^2} = \frac{h_{00} - h_{02}}{U^2} = \frac{C_p\,(T_{00} - T_{02})}{U^2}$$

* برای گازهای حاصل از احتراق:

$$\begin{cases} C_p = 1.147 \ \ KJ/KG\,^\circ K \\ \gamma = 1.333 \end{cases}$$

$$\psi = \frac{1.147\,(145)}{(340)^2} = 1.44 \quad (KJ \text{ تبدیل به } J \text{ شده})$$

محاسبه زوایا :




* $W_{x2} = C_{x2} + U$

$\tan\beta_2 = \tan\alpha_2 + \frac{1}{\phi}$

$(\alpha_2 = \alpha_0) \rightarrow \tan\beta_2 = \tan 0 + \frac{1}{0.8}$

$\rightarrow \tan\beta_2 = 1.125$

$$\begin{cases} R = \frac{\phi}{2}(\tan\beta_2 - \tan\beta_1) \\ \psi = \phi(\tan\beta_2 + \tan\beta_1) \end{cases}$$

با حذف $\tan\beta_1$ →

$\tan\beta_2 = \frac{1}{2\phi}(\psi + 2R) \rightarrow$

$1.125 = \frac{1}{2(0.8)}(1.44 + 2R) \rightarrow$

$R = 0.28$

* چون این مقدار $R$ مناسب نیست (امکان بازتاب منفی وجود دارد) مقداری چرخش در خروجی توربین اعمال می‌کنیم :

* فرض : $\alpha_2 = 10°$ $\alpha_2$ هرچه کمتر باشد بهتر است

$$\tan\beta_2 = \tan\alpha_2 + \frac{1}{\phi} = 1.426 \longrightarrow$$

$R = 0.421$ بهتر

$\beta_2 \approx 55°$

* $\psi = \phi(\tan\beta_1 + \tan\beta_2) \longrightarrow$

$$\tan\beta_1 = \frac{\psi}{\phi} - \tan\beta_2$$

(یا) : $R = \frac{\phi}{2}(\tan\beta_2 - \tan\beta_1) \longrightarrow$

$$\tan\beta_1 = \tan\beta_2 - \frac{2R}{\phi}$$

$$\longrightarrow \quad \tan\beta_1 = 1.426 - \frac{2(0.421)}{0.8} = 0.374$$

$$\longrightarrow \quad \beta_1 = 20.5°$$

$$C_{x1} = W_{x1} + U$$

$$C_a \tan\alpha_1 = C_a \tan\beta_1 + U$$

$$\tan\alpha_1 = \tan\beta_1 - \frac{1}{\phi} = 0.374 + \frac{1}{0.8}$$

$$\tan\alpha_1 = 1.624 \rightarrow$$

$$\alpha_1 = 58.5^\circ$$

محاسبه ابعاد :

$$C_{a1} = U\phi = 340\,(0.8)$$

$$C_{a1} = 272 \text{ m/s}$$

$$C_1 = \frac{C_{a1}}{\cos\alpha_1} = \frac{272}{\cos(58.5)} = 519 \text{ m/s}$$

$$T_{00} = T_{01} = 1100^\circ K \rightarrow$$

$$T_1 = T_{01} - \frac{C_1^2}{2c_p} = 1100 - \frac{(272)^2}{2\,(1147)} \rightarrow$$

$$T_1 = 982.7^\circ K$$

* $$\xi_N = \frac{h_1 - h_{1s}}{0.5\,C_1^2} = \frac{(T_1 - T_{1s})\,c_p}{0.5\,C_1^2}$$

$$T_{1s} = 0.5\,\xi_N\,C_1^2 / c_p \qquad \xi_N = 0.05 \rightarrow$$

$$982.7 - T_{1s} = 0.5(0.05)(519)^2 / 1147 \rightarrow$$

$$T_{1s} = 976.2\,^\circ K$$

$$\left(\frac{T_{oo}}{T_{1s}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{P_{oo}}{P_1}\right) \rightarrow \left(\frac{1100}{976.2}\right)^4 = \left(\frac{4\,bar}{P_1}\right)$$

$$\rightarrow P_1 = 2.49\ bar$$

شرط جریان بحرانی در استاتور:

$$\frac{P_{oo}}{P_{cr}} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$= \left(\frac{2.33}{2}\right)^4 = 1.853$$

$$\frac{P_{oo}}{P_1} = \frac{4}{2.49} = 1.607$$

نسبت فشار ما به نسبت فشار بحرانی نرسیده (از نظر شرایط سرعت ماخ) پس لازم نیست مراحل مسئله را دوباره تکرار کنیم. $(P_1 > P_{cr})$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} = \frac{249}{0.287\,(982.7)} = 0.883$$

هوا

$$A_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 C_a} = \frac{20}{0.883\,(272)} = 0.0833\ m^2$$

سطح مقطع جریان در ① خروجی استاتور (چون یک طبقه از ۰ تا ۲ است)

* سطح گلوگاه شیپوره تصویر مساحت فوق است.

سطح گلوگاه شیپوره $= A_1 \cos\alpha_1 = 0.0437\ m^2$

$$C_0 = C_2 = \frac{C_a}{\cos\alpha_2} = 276.4 \quad m/s$$

$$T_0 = T_{00} - \frac{C_0^2}{2C_p} = 1100 - \frac{(276.4)^2}{2(1147)}$$

$$T_0 = 1067\ ^\circ K$$

$$\frac{P_0}{P_{00}} = \left(\frac{T_0}{T_{00}}\right)^{\gamma/\gamma-1} \rightarrow \frac{P_0}{4} = \left(\frac{1067}{1100}\right)^4$$

$$P_0 = 3.54\ bar$$

$$\rho_0 = \frac{P_0}{RT_0} = \frac{3.54}{0.287(1067)} \rightarrow \rho_0 = 1.155$$

$$A_0 = \frac{\dot{m}}{\rho_0 C_a} \rightarrow A_0 = 0.0626$$

$$T_{02} = T_{00} - 145 = 955$$

$$T_2 = T_{02} - \frac{C_2^2}{2C_p} = 955 - \frac{276.4^2}{2(1147)} \rightarrow$$

$$T_2 = 922.8\ ^\circ K$$

$$P_2 = P_{o2}\left(\frac{T_2}{T_{o2}}\right)^{\gamma/\gamma-1} = \left(\frac{4}{1.873}\right)\left(\frac{922}{955}\right)^4$$

$$P_2 = 1.856 \text{ bar}$$

$$\rho_2 = \frac{P_2}{RT_2} = 0.702$$

$$A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 C_a} = 0.1047 \ m^2$$

$$r_m \text{ (شعاع متوسط)} = \frac{U_m}{2\pi N} = \frac{340}{2\pi(250)}$$

$$r_m = 0.216 \ m$$

$$A = 2\pi r_m h = \frac{U_m}{N} h \rightarrow$$

$$\begin{cases} h = \dfrac{AN}{U_m} = A\left(\dfrac{250}{340}\right) \\ \dfrac{r_t}{r_r} = \dfrac{r_m + h/2}{r_m - h/2} \end{cases}$$

$r_t$ - شعاع خوک پره

$r_r$ - شعاع ریشه پره

$\rightarrow$

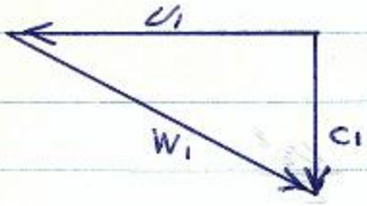
| صفحه / i | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| A | 0.0626 | 0.0833 | 0.1042 |
| h متر | 0.046 | 0.0612 | 0.077 |
| $\frac{2t}{22}$ | 1.24 | 1.33 | 1.43 |
| | | | |

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

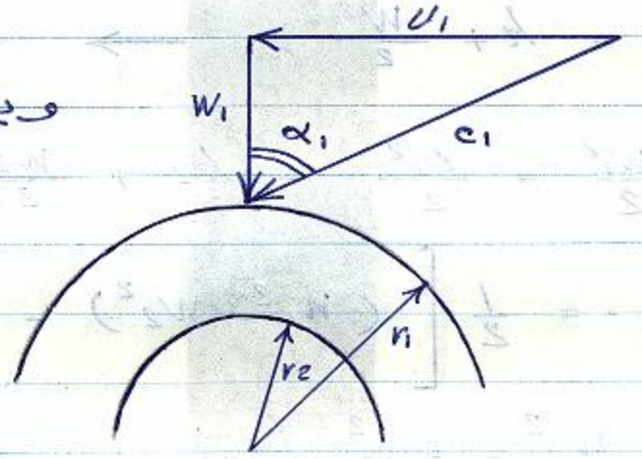
جزوه آموزشی درس توربو ماشین آقای دکتر کورش امیراصلانی تبریز
دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران – دانشکده فنی (۱۳۷۳)

## توربین های شعاعی :

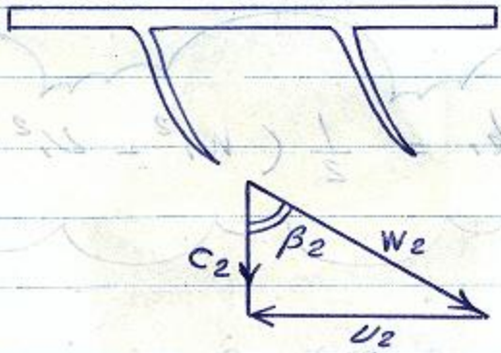
* کاربرد ۲ نها در مواقعی است که می خواهند در یک فاصله جمع و جور- انرژی را انتقال دهند و قطر ۲ نها معمولاً حدود $0.2m$ است و بیشتر- در توربو شارژرهای موتورهوا پیما، پمپ ۲ تش نشانی و... به کار- می روند. این توربینها دور بسیار بالائی دارند و جریان در ۲ نها $90°$- تغییر مسیر می یابد.




ویا




زوایا نسبت - به جهت شعاعی سنجیده می شود.




* در حین عبور از شیپوره ورودی : $h_{00} = h_{01}$

$$h_0 + C_0^2/2 = h_1 + C_1^2/2 \rightarrow$$

$$h_1 - h_0 = \frac{1}{2}(C_0^2 - C_1^2)$$ (مقطع 0-1)

* مطابق آنچه که در کمپرسورهای گریز از مرکز نشان داده شد در حین عبور سیال از روتور مقدار (I) ثابت است:

$$I = h_{0\,rel} - \frac{U^2}{2}$$

$$h_{0\,rel} = h + \frac{W^2}{2} \longrightarrow$$

$$h_1 + \frac{W_1^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} = h_2 + \frac{W_2^2}{2} - \frac{U_2^2}{2}$$

$$\begin{cases} h_2 - h_1 = \frac{1}{2}\left[(W_1^2 - W_2^2) - (U_1^2 - U_2^2)\right] \\ C_2^2 = W_2^2 - U_2^2 \end{cases} \longrightarrow$$

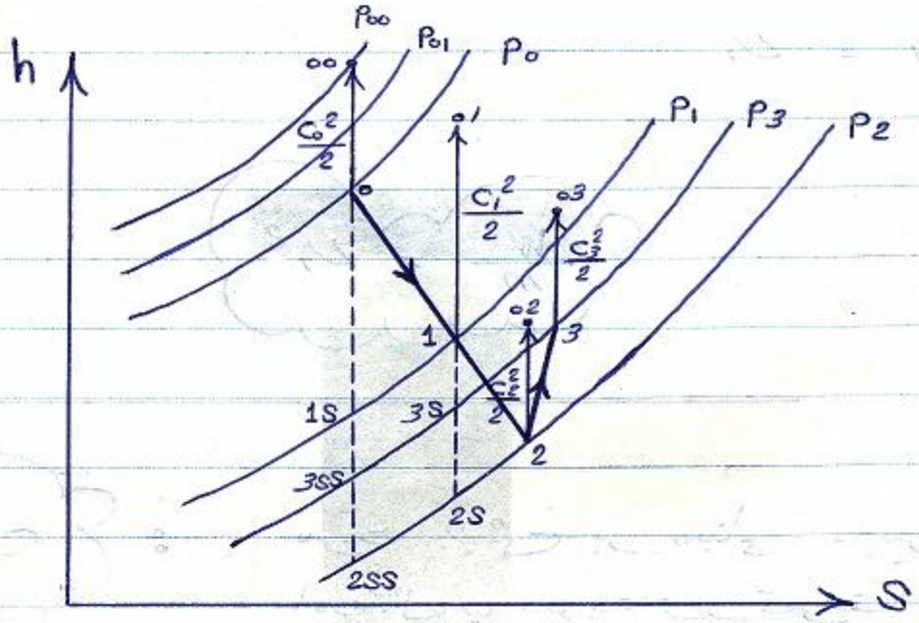
$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(W_1^2 - U_1^2 - C_2^2)$$ (مقطع 1-2)

* در حین عبور از دیفیوزر خروجی: $h_{02} = h_{03}$

$$h_2 + C_2^2/2 = h_3 + C_3^2/2$$

$$h_3 - h_2 = \frac{1}{2}(C_2^2 - C_3^2)$$ (مقطع 2-3)

* توربین شعاعی می تواند دارای دیفیوزر باشد یا نباشد .




$$\eta_{t(t-t)} = \frac{h_{00} - h_{03}}{h_{00} - h_{03SS}} \quad \text{(با دیفیوزر)}$$

$$\eta_{t(t-t)} = \frac{h_{00} - h_{02}}{h_{00} - h_{02SS}} \quad \text{(بدون دیفیوزر)}$$

* مثلاً در (2S) تنها روتور ایده‌آل (بازگشت پذیر) است ودر (2SS) هم روتور وهم نازل یا استاتور بازگشت پذیر است .

---

رابطه اولر :

$$\begin{cases} \frac{W}{m} = U_1 C_{x1} - U_2 C_{x2} = U_1 C_{x1} \\ C_{x1} = U_1 \end{cases} \longrightarrow$$

$C_{x2} = 0$

$$\frac{W}{m} = U_1^2$$

---

**سرعت جهشی** : سرعت جهشی بر مبنای تغییرات انتالپی ایده‌آل به صورت زیر تعریف می‌شود :

| | کل به کل | کل به استاتیک |
|---|---|---|
| $C_s^2$ (با دیفیوزر) | $2(h_{oo} - h_{o3ss})$ | $2(h_{oo} - h_{3ss})$ |
| $C_s^2$ (بی‌دیفیوزر) | $2(h_{oo} - h_{o2ss})$ | $2(h_{oo} - h_{2ss})$ |

$$\frac{W}{m} = h_{oo} - h_{o3ss} = \frac{C_s^2}{2} = U_1^2 \longrightarrow$$

$$\frac{U_1}{C_s} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

---

## بحث راندمان :

$$\eta_{t(t-s)} = \frac{h_{oo} - h_{o2}}{h_{oo} - h_{2ss}} \quad \text{(بدون دیفیوزر)}$$

* پس از انجام عملیات خواهیم داشت :

$$\eta_{t(t-s)} = \left\{ 1 + \left[ \xi_N \left(\frac{T_2}{T_1}\right) \text{Cosec}^2 \alpha_1 + \left(\frac{r_{2av}}{r_1}\right)^2 \left( \xi_R \, \text{Cosec}^2 \beta_{2av} + \text{Cotg}^2 \beta_{2av} \right] \right]^{1/2} \right\}^{-1}$$

$$\xi_N = \frac{h_1 - h_{1s}}{0.5\, C_1^2}$$

$$\xi_R = \frac{h_2 - h_{2s}}{0.5\, W_2^2}$$

$r_2$ متوسط $= \dfrac{r_{2t} + r_{2h}}{2}$ : معمولاً

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 - \left(\frac{u_1}{a_1}\right)^2 (\gamma - 1) \left[ 1 - \text{Cotg}^2 \alpha_1 + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \text{Cotg}^2 \beta_2 \right]^{1/2}$$

$\dfrac{T_2}{T_1} \approx 1$ : معمولاً

$$a = \sqrt{\gamma R T}$$

$$\frac{1}{\eta_{t(t-t)}} = \left(\frac{1}{\eta_{t(t-s)}}\right) - \left[\left(\frac{r_{2av}}{r_1}\right)^2 \cot g^2 \beta_{2av}\right] / 2$$

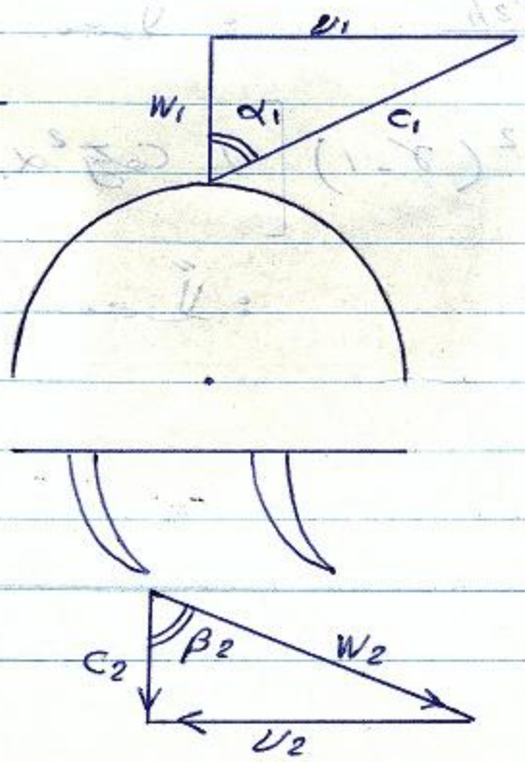
بدون دیفیوزر

مسئله - یک توربین گاز شعاعی دارای یک سری پره‌های ثابت ورودی بعنوان شیپوره، روتور با پره‌های شعاعی و دیفیوزر محوری است. با راندمان کل به کل 90% و طبق شرایط نقطه طراحی خود کار می‌کند. ورودی به توربین فشار و دمای سکون گاز ($T_{oo}$ و $P_{oo}$) — 400 KPa و 1140°K است. جریان خروجی از توربین در خروج از دیفیوزر دارای فشار 100 KPa و سرعت ناچیز است. مطلوبست تعیین سرعت مطلق ورودی به روتور ($C_1$) و زاویه شیپوره در خروج از آن ($\alpha_1$).

$\gamma = 1.33$

$R = 0.287 \frac{KJ}{KG\,°K}$

$C_p = 1149$

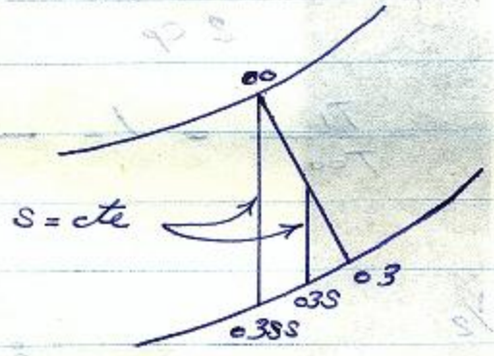


$$\frac{W}{m} = h_{oo} - h_{o3} = h_{o1} - h_{o2} = U_1^2$$

$$\eta_{t(t-t)} = \frac{h_{oo} - h_{o3}}{h_{oo} - h_{o3SS}} = \frac{h_{o1} - h_{o2}}{h_{oo} - h_{o3SS}} = \frac{U_1^2}{C_p(T_{oo} - T_{o3SS})}$$

$$= \frac{U_1^2}{C_p T_{oo}\left[1 - \left(\frac{T_{o3SS}}{T_{oo}}\right)\right]} = \frac{U_1^2}{C_p T_{oo}\left[1 - \left(\frac{P_{o3}}{P_{oo}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$$

* روابط انتروپی ثابت را تنها بین نقاط واقع بر خطوط $s = cte$ در نمودار $(h-s)$ می توان نوشت.




$$0.9 = \frac{U_1^2}{1149(1140)\left[1 - \left(\frac{100}{400}\right)^{\frac{0.33}{1.33}}\right]} \longrightarrow$$

$$U_1 = 587.4 \quad m/s$$

* در خروج از شیپوره :

$$M_1 = \frac{C_1}{a_1}$$

$$\sin\alpha_1 = \frac{v_1}{c_1} \longrightarrow c_1 = v_1 \operatorname{Cosec}\alpha_1$$

$$M_1 = \frac{c_1}{a_1} = \frac{v_1 \operatorname{Cosec}\alpha_1}{a_1} \quad (1)$$

* از طرف دیگر:

$$h_{oo} = h_{oi} \longrightarrow$$

$$h_{oo} = h_1 + \frac{c^2}{2} \longrightarrow c_p T_{oo} = c_p T_1 + \frac{c^2}{2}$$

$$\longrightarrow T_{oo} = T_1 + \frac{c^2}{2c_p}$$

$$T_{oo} = T_1 + \frac{v_1^2 \operatorname{Cosec}^2\alpha_1}{2c_p}$$

تقسیم طرفین بر $(T_{oo})$ $\longrightarrow$

$$\frac{T_1}{T_{oo}} = 1 - \frac{v_1^2 \operatorname{Cosec}^2\alpha_1}{2c_p T_{oo}} \quad (2)$$

* از طرف دیگر:

$$a_{oo} = (\gamma R T_{oo})^{1/2}$$

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \longrightarrow$$

$$a_{oo} = (c_p(\gamma-1)T_{oo})^{1/2} \longrightarrow$$

$$c_p T_{oo} = \frac{a_{oo}^2}{\gamma - 1} \quad (3)$$

(2) و (3) $\longrightarrow$

$$\frac{T_1}{T_{oo}} = 1 - \frac{\gamma-1}{2} \frac{v_1^2 \operatorname{Cosec}^2\alpha_1}{a_{oo}^2} \quad (4)$$

* می دانیم:

$$\frac{T_1}{T_{oo}} = \left(\frac{a_1}{a_{oo}}\right)^2 \quad (5)$$

و با اعمال رابطه (۱) :

$$\frac{T_1}{T_\infty} = \left(\frac{a_1}{a_\infty}\right)^2 = \frac{v_1^2 \, \mathrm{Cosec}^2 \alpha_1}{(M_1 a_\infty)^2} \qquad (۶)$$

با مساوی قرار دادن طرفین روابط (۴) و (۶) :

$$\sin \alpha_1 = \left(\frac{v_1}{a_\infty}\right) \left[\frac{1}{2}(\gamma - 1) + \frac{1}{M_1^2}\right]^{1/2}$$

جزء فرض مسئله : فرض کنید جریان در خروجی از شیپوره خفه شده است (choking) یعنی $M_1 = 1$ است .

$$a_\infty = (\gamma R T_\infty)^{1/2} = (1.33 \times 287 \times 1140)^{1/2}$$

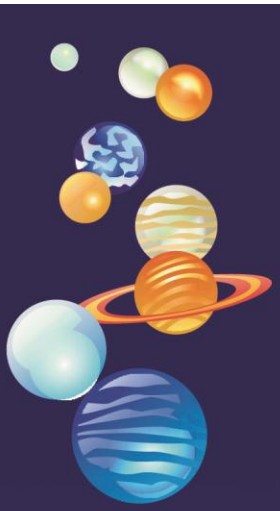
$$a_\infty = 660.4 \quad m/s$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{587.4}{660.4} \left[\frac{1}{2}(1.33 - 1) + 1\right]^{1/2} \rightarrow$$

$$\alpha_1 = 73.9^\circ$$

# مادسیج

شبکه آموزشی – پژوهشی ایران



**مادسیج، پنجره ای به یادگیری نوین**

**مادسیج مخفف کلمه** madsage **به معنای شیفته دانایی و در مفهوم بومی به معنای دهکده علم و دانش ایران می باشد. در این مفهوم اشاره به دو کلمه سیج (یکی از روستاهای زیبای کشورمان) و ماد (یکی از اولین اقوام ایران) می باشد.**

**شبکه آموزشی– پژوهشی مادسیج (**IRESNET**) با هدف بهبود پیشرفت علمی و دسترسی هرچه راحت تر جامعه بزرگ علمی ایران، در فضای مجازی ایجاد شده است. هسته اولیه مادسیج از طرح پایان نامه کارشناسی ارشد جناب آقای رضا محمودی دانش آموخته رشته مدیریت آموزشی دانشگاه تهران که با راهنمایی استاد گرانقدر جناب آقای دکتر عبادی معاون دانشگاه مجازی مهر البرز می باشد، بر گرفته شده است .**

# IRan Education & Research NETwork