* چبی‌شف معکوس *

برای چبی‌شف داریم

$$|H(j\omega)|_L^2 = \frac{1}{1+\epsilon^2 C_n^2(\omega)} \quad \text{or} \quad \frac{1}{1+\epsilon^2 C_n^2(\omega/\omega_c)}$$

برای چبی‌شف بالاگذر خواهیم داشت :

$$|H(j\omega)|_H^2 = \frac{1}{1+\epsilon^2 C_n^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}$$

هنگامی بخواهیم بالاگذر فوق را به پائین گذر تبدیل کنیم ریپل‌های باند گذر چبی‌شف اصلی در ناحیه توقف خواهند بود.

$$|H(j\omega)|_{L\,inv}^2 = 1 - \frac{1}{1+\epsilon^2 C_n^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)} = \frac{\epsilon^2 C_n^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}{1+\epsilon^2 C_n^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}$$

* محاسبه $H(s)$ برای چبی‌شف معکوس *

$$H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} \qquad \boxed{Q(s) = s^n Q_c\left(\frac{1}{s}\right)}$$

$$\boxed{P(s)\cdot P(-s) = \omega^{2n} C_n^2\left(\frac{1}{\omega}\right)\Big|_{\omega^2=-s^2}}$$

مثال:

$n=3 \qquad \epsilon = 0.5$

خروج چبی‌شف بصورت زیر است

$$\Rightarrow Q_c(s) = s^3 + s^2 + 1.25s + 0.5$$

$$\Rightarrow Q(s) = s^3\left(\frac{1}{s^3} + \frac{1}{s^2} + \frac{1.25}{s} + 0.5\right) = 0.5(s^3 + 2.5s^2 + 2s + 2)$$

$$P(s)\cdot P(-s) = \omega^6\left(\frac{4}{\omega^3} - \frac{3}{\omega}\right)^2 = 9\omega^4 - 24\omega^2 + 16 = (3\omega^2 - 4)^2 \Rightarrow$$

$$P(s) = 3s^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad H(s) = \frac{0.5(3s^2+4)}{s^3 + 2.5s^2 + 2s + 2}$$

* all pass filter * Phase shift.

فیلتر بسل

$$G(s) = \frac{s^2 - as + b}{s^2 + as + b} \qquad |G(s)| = 1 \qquad \varphi = 2tg^{-1}\frac{a\omega}{b-\omega^2}$$

طراحی [illegible]

مثال: تابع انتقالی زیر داده شده است.
آن را بصورت یک شبکه نردبانی سنتز کنید.

$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Ks(s^2-4)}{s^3+2s^2+2s+1}$$

حل: در شبکه‌های LC ریشه‌ها موهومی خالصند مگر به صورت یک قطب در مبدأ. بنابراین شبکه فوق یک LC نیست
بلکه یک مدار LC است که به یک مقاومت ختم شده است. $R_L = 1\ \Omega$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-y_{12}}{1+y_{22}} = \frac{Ks(s^2-4)/(2s^2+1)}{1+(s^3+2s)/(2s^2+1)} \Rightarrow y_{22} = \frac{s^3+2s}{2s^2+1}$$

$$y_{12} = \frac{-Ks(s^2-4)}{2s^2+1}$$

$$y_{22} = \frac{1}{2}(y_b+y_a)$$

$$y_{12} = \frac{1}{2}(y_b-y_a)$$

$$\Longrightarrow\ Y_b = y_{22}+y_{12} = \frac{s^3+2s}{2s^2+1} - \frac{Ks(s^2-4)}{2s^2+1} = \frac{(1-K)s^3+2(1+2K)s}{2s^2+1}$$

$$Y_a = y_{22}-y_{12} = \frac{s^3+2s}{2s^2+1} + \frac{Ks(s^2+4)}{2s^2+1} = \frac{(1+K)s^3+2(1+2K)s}{2s^2+1}$$

باید K را طوری انتخاب کنیم که Y_a و Y_b حقیقی باشند. realize

$$Y_b = \frac{1-K}{2}s + \frac{3}{2}\,\frac{1+3K}{2s^2+1}s \Rightarrow -\frac{1}{3} \leqslant K \leqslant 1$$

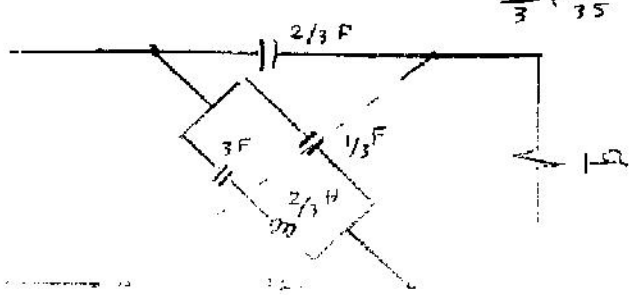
$$\Rightarrow -\frac{1}{3} \leqslant K \leqslant \frac{1}{3}$$

$$Y_a = \frac{1+K}{2}s + \frac{3}{2}\,\frac{1-3K}{2s^2+1}s \Rightarrow -1 \leqslant K \leqslant \frac{1}{3}$$

برای اینکه مدار طرح شده دارای مینیمم عناصر باشد K را طوری انتخاب می‌کنیم که در Y_a یا Y_b یک جمله را صفر کند مثلاً

$$K = \frac{1}{3} \Rightarrow Y_b = \frac{1-K}{2}s + \frac{3}{2}\,\frac{1+3K}{2s^2+1}s = \frac{1}{3}s + \frac{1}{\frac{2s}{3}+\frac{1}{3s}}$$

$$Y_a = \frac{2}{3}s$$



H.W.1 مطلوب است تبدیل عکس رابطه تبدیل
(تابع زمانی فیلتر بسل)

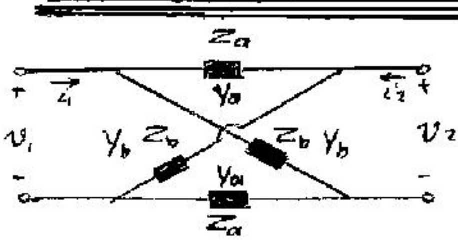
$$H(s) = \frac{s^2 - as + b}{s^2 + as + b}$$

H.W.2 مقادیر و فرمول transfer function یک فیلتر all pass را که از یک درجه دوم تشکیل شده است بصورت یک شبکه فیزیکی بدست آورید. فیلتر دارای تغییر فاز برابر -90° در $\omega_0 = 10^5$ rad/sec و ضریب damping برابر است با: $\zeta = 2\times10^4$

H.W.3 یک دو قطبی با سیستم lattice را که با یک درجه دوم ساخته می‌شود با توابع انتقال زیر بدست آورید.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{(s^2 - s + 1)(s^2 - 2s + 3)}{(s^2 + s + 1)(s^2 - 2s + 3)} \qquad \frac{v_2}{i_1} = \frac{k(s^2 - 2)}{s^3 + 3s^2 + 4s + 2}$$

خواص برخی از شبکه‌های فیزیکی



$$Z_{22} = Z_{11} = \frac{1}{2}(Z_b + Z_a) \quad , \quad Z_{21} = Z_{12} = \frac{1}{2}(Z_b - Z_a)$$

$$\Rightarrow Z_a = Z_{11} - Z_{12} = Z_{22} - Z_{21} \qquad Z_b = Z_{11} + Z_{12} = Z_{22} + Z_{21}$$

$$Y_{11} = Y_{22} = \frac{1}{2}(Y_b + Y_a) \qquad Y_{21} = Y_{12} = \frac{1}{2}(Y_b - Y_a)$$

$$Y_b = Y_{11} + Y_{12} = Y_{22} + Y_{21} \qquad Y_a = Y_{11} - Y_{12} = Y_{22} - Y_{21}$$

★ شبکه تبدیل را در نظر بگیرید.

$$v_1 = Z_{11} i_1 + Z_{12} i_2$$
$$v_2 = Z_{21} i_1 + Z_{22} i_2 = -i_2 \Big|_{R_L = 1\,\Omega}$$

$$\Rightarrow i_2 = \frac{-Z_{21}}{1+Z_{22}}\, i_1 \quad \Rightarrow \quad V_1 = \left(Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{1+Z_{22}}\right) i_1 \Rightarrow \frac{V_1}{i_1} = \frac{Z_{11}+\Delta Z}{Z_{22}+1}$$

برای شبکه‌های متقارن داریم

$$\Delta Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12} = \left[\frac{1}{2}(Z_b+Z_a)\right]^2 - \left[\frac{1}{2}(Z_b-Z_a)\right]^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta Z = Z_a Z_b} \quad \text{for lattice network}$$

اگر بخواهیم از ورودی شبکه‌ها مقاومت را بین یک اهم را ببینیم یعنی

$$\frac{V_1}{i_1} = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{Z_a Z_b = 1}$$

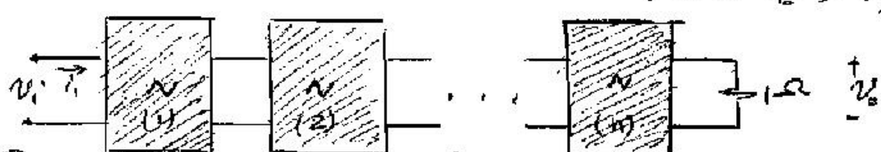
در چنین شرایطی برای شبکه فوق داریم :

$$G_{21} = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-Y_{21}}{1+Y_{22}} = \frac{-\frac{1}{2}(Y_b-Y_a)}{1+\frac{1}{2}(Y_b+Y_a)} = \frac{Z_b-Z_a}{2Z_aZ_b+Z_a+Z_b} \qquad Z_b = \frac{1}{Z_a}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1-Z_a^2}{2Z_a+Z_a^2+1} = \frac{1-Z_a}{1+Z_a} \Rightarrow \boxed{G_{21}(s) = \frac{1-Z_a}{1+Z_a}}$$

$$\Rightarrow \boxed{Z_a = \frac{1-G_{21}(s)}{1+G_{21}(s)}} \qquad G_{21}(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$$

اگر n طبقه پشت سرهم قرار گیرند خواهیم داشت :



$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_{2n}}{V_{1n}} \cdot \frac{V_{2(n-1)}}{V_{1(n-1)}} \cdots \frac{V_{22}}{V_{12}} \cdot \frac{V_{12}}{V_{11}} \Rightarrow \boxed{G = G_{21}^{(1)} \times G_{21}^{(2)} \times \cdots \times G_{21}^{(n)}}$$

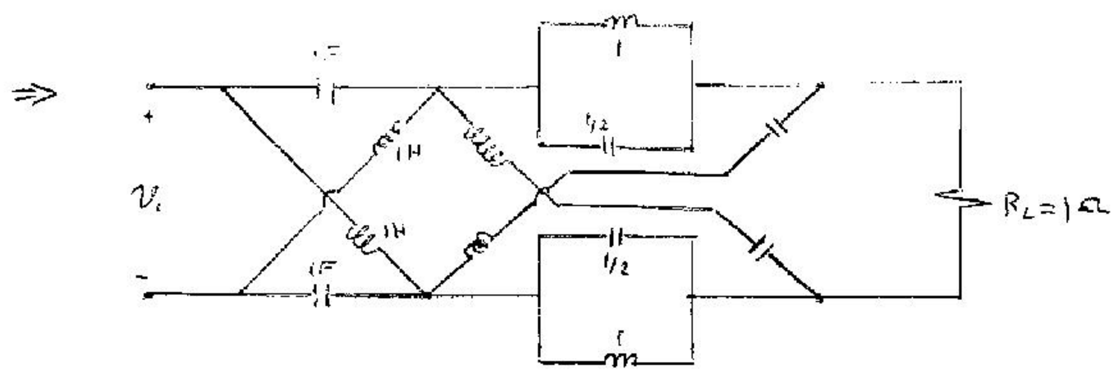
مثال ۱:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(s-1)(s^2-2s+2)}{(s+1)(s^2+2s+2)}$$

$$G_{21}^{(1)} = \frac{s-1}{s+1} = \frac{1-1/s}{1+1/s} \Rightarrow Z_a = \frac{1}{s} \Rightarrow Z_b = s$$

$$G_{21}^{(2)} = \frac{s^2-2s+2}{s^2+2s+2} = \frac{1-2s/s^2+2}{1+2s/s^2+2} \Rightarrow Z_a = \frac{2s}{s^2+2} = \frac{1}{\frac{s}{2}+\frac{1}{s}}$$

$$\Rightarrow Z_b = \frac{s}{2} + \frac{1}{s}$$



* تاخیر زمانی * * Time delay *

$x(t) \longrightarrow \boxed{net.} \longrightarrow y(t)$

فرض می‌کنیم رابطه زمانی سیگنال فوق بصورت مقابل باشد. $y(t) = K[x(t-\tau)]$

معادله فوق نشان می‌دهد که مقدار سیگنال خروجی در هر لحظه برابر مقدار سیگنال ورودی در τ ثانیه قبل است

البته اگر این تاخیر برای فرکانسهای مختلف یکسان باشد هیچگونه مسئله‌ای بوجود نخواهد آمد و حتی در بسیاری از موارد تاخیر اجتناب ناپذیر است مثل سیگنال ورودی و خروجی یک کانال مخابراتی.

ولی در سیستم‌ها تاخیر تابعی از فرکانس بود، باعث اعوجاج سیگنال خواهد شد. هدف از این قسمت بررسی فیلترهایی است که در ناحیه گذرشان دارای تاخیر تقریباً یکسانی برای فرکانسهای مختلف هستند.

* رابطه تاخیر زمانی با فاز سیگنال خروجی *

$$y(t) = k\,x(t-\tau)$$

$$Y(s) = \int_0^t k\,x(t-\tau)\,e^{-st}\,dt = k e^{-s\tau} X(s)$$

$$j\varphi = -s\tau \Rightarrow \varphi = -\omega\tau \Rightarrow \boxed{\tau(\omega) = \frac{-d\varphi(\omega)}{d\omega}}$$

ملاحظه می‌شود در حالت کلی τ تابعی از ω است

تابع تاخیری معمول را در نظر بگیرید. $K=1 \qquad \underline{H_n(s) = e^{-s}}$

از آنجایی که تاخیر سیستم یک ثانیه (1sec) است تابع فوق تابع تاخیری نرمالیزه گویند.

تابع عمومی از نرمالیزه شده را می‌توان برحسب تابع نرمالیزه بصورت زیر نوشت.

$$\underline{H(s) = H_n\left(\frac{s}{\omega_0}\right)} \qquad \underline{\varphi(\omega) = \varphi_n\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} \qquad \underline{T(\omega) = \frac{1}{\omega_0} T_n(\omega)}$$

* فیلتر بسل * فیلتر بسل فیلتری است که دارای تاخیر گروهی ثابتی در ناحیه گذر (pass band) می باشد.

اگر بخواهیم فیلتری داشته باشیم که تاخیر در همه جا یک باشد باید بتوانیم دارای تابع تاخیری بصورت زیر باشد (تابع نرمالیزه شده است)

$$H_n(s) = e^{-s} = \frac{1}{e^{s}} = \frac{1}{\cosh s + \sinh s} = \frac{1}{\underset{even}{m(s)} + \underset{odd}{n(s)}}$$

$$\cosh s = 1 + \frac{s^2}{2!} + \frac{s^4}{4!} + \cdots$$

$$\sinh s = s + \frac{s^3}{3!} + \frac{s^5}{5!} + \cdots$$

$$(\mathrm{I}) \quad \frac{m(s)}{n(s)} = \frac{1}{s} + \cfrac{1}{\frac{3}{s} + \cfrac{1}{\frac{5}{s} + \cdots + \cfrac{1}{\frac{2n-1}{s}}}}$$

ملاحظه می شود که برای داشتن یک فیلتر که دارای تاخیر کاملاً یکسان برای فرکانسهای مختلف باشد نیاز به بینهایت المان است. ولی همیشه در عمل تغییرات جزئی قابل قبول است.
کافی است بخشی از رابطه I انتخاب گردد.

$$* \text{for } n = 2 \Rightarrow \frac{m(s)}{n(s)} = \frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{3}{s}} = \frac{1}{s} + \frac{s}{3} = \frac{3+s^2}{3s}$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{3}{s^2+3s+3}$$

اگر بعد فرکانس قطع فیلتر فوق 1 rad/sec نسبت داده مقایسه
تاخیرهای در $\omega=0$ و $\omega=1$ می توانند جزئی از تغییرات تاخیر در pass band باشد.

$$H(j\omega) = \frac{3}{3-\omega^2+j3\omega} \Rightarrow \varphi(\omega) = -tg^{-1}\frac{3\omega}{3-\omega^2}$$

$$\Rightarrow T(\omega) = +\frac{d}{d\omega}\left[tg^{-1}\frac{3\omega}{3-\omega^2}\right] = \frac{3\omega^2+9}{\omega^4+3\omega^2+9} \qquad T(0)=1 \;\&\; T(1) = \frac{12}{13}$$

اگر فیلتر با درجه بالاتر انتخاب کنیم تفاوت دو مقدار فوق خیلی کم خواهد بود.

$$* \text{for } n = 3 \Rightarrow \frac{m(s)}{n(s)} = \frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{3}{s} + \frac{1}{5/s}} = \frac{6s^2+15}{s^3+15s}$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{15}{s^3+6s^2+15s+15} \qquad T(0)=1 \;,\; T(1) = \frac{276}{277}$$

مثلا $n=4 \Rightarrow H(s) = \dfrac{105}{s^4+10s^3+45s^3+105s+105}$ $\qquad T(0)=1\ ,\ T(1)=\dfrac{12745}{12745}$

* رابطه کلی برای محاسبه $H(s)$ از درجه $\underline{n}$

(رابطه فوق همان رابطه بین ضرایب تابع بسل است (دلیل نامگذاری فیلتر))

$$H(s) = \frac{K}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \cdots + b_n s^n}$$

$$\boxed{B_n = (2n-1)B_{n-1} + s^2 B_{n-2}}$$
$$\boxed{B_0 = 1 \ \& \ B_1 = s+1}$$

$$H(s) = \frac{K}{B(s)}$$

Maximally flat delay LPF

$$H(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega) = |H(j\omega)|\exp[\measuredangle H(j\omega)]$$

$$\varphi(j\omega) = \tan^{-1}\frac{X(\omega)}{R(\omega)} \Rightarrow T(\omega) = \frac{[X'(\omega)\cdot R(\omega) - R'(\omega)X(\omega)]/[R(\omega)]^2}{1+[X(\omega)]^2/[R(\omega)]^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{T(\omega) = \frac{X'(\omega)R(\omega) - R'(\omega)X(\omega)}{|H(j\omega)|^2}}$$

$$H(s) = \frac{a_0}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_{n-1}s^{n-1}} = \frac{a_0}{M_2(s) + N_2(s)}$$

$$M_2(s) = a_0 + a_2 s^2 + \cdots \qquad N_2(s) = a_1 s + a_3 s^3 + \cdots$$

$$H(s) = \frac{a_0[M_2(s) - N_2(s)]}{M_2^2(s) - N_2^2(s)} = \frac{a_0 M_2(s)}{M_2^2(s) - N_2^2(s)} - \frac{a_0 N_2(s)}{M_2^2(s) - N_2^2(s)}$$

$$H(s) = M(s) + N(s)$$

$$R(\omega) \triangleq Re[H(j\omega)] = \frac{a_0 M_2(s)}{M_2^2(s) - N_2^2(s)} \ , \ X(\omega) \triangleq Im[H(j\omega)] = \frac{-a_0 N_2(s)}{j[M_2^2(s) - N_2^2(s)]}$$

$$\Rightarrow X(\omega) = \frac{j a_0 N_2(s)}{M_2^2(s) - N_2^2(s)} \qquad |H(j\omega)|^2 = \frac{a_0^2}{M_2^2(s) - N_2^2(s)}$$

$$T(\omega) = \frac{X'(\omega)R(\omega) - R'(\omega)X(\omega)}{|H(j\omega)|^2}$$

for $n=3$ $\quad H(s) = \dfrac{15}{s^3+6s^2+15s+15}$ $\quad a_0 = 15$

$m(s) = 6s^2+15 = a_0 + a_2 s^2$

$N(s) = s^3 + 15s = a_1 s + a_3 s^3$

$$\Rightarrow R(\omega) = \frac{a_0\, m(s)}{m^2(s) - N^2(s)} = \frac{a_0^2 + a_0 a_2 s^2}{a_0^2 + (2a_0a_2 - a_1^2)s^2 + (a_2^2 - 2a_1)s^4 - s^6}$$

$$X(\omega) = \frac{a_0\, N(s)}{m^2(s) - N^2(s)} = \frac{a_0 a_1 s + a_0 a_3 s^3}{〃}$$

$$\tau\left(\frac{s}{j}\right) = \frac{a_0 a_1 + (9a_0 - a_1 a_2)s^2 + a_2 s^4}{〃}$$

$$\tau(0) = 1 \Rightarrow \frac{a_1}{a_0} = 1 \Rightarrow a_1 = a_0$$

error function $\qquad$ * تابع خطا را بصورت زیر تعریف می‌کنیم *

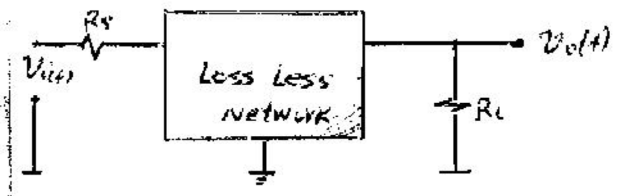
$$e\left(\frac{s}{j}\right) = \tau\left(\frac{s}{j}\right) - 1 \overset{n=3}{=} \frac{(3a_1 - 3a_1a_2 + a_1^2)s^2 + (a_2 + 2a_1 - a_2^2)s^6 + s^6}{〃}$$

برای اینکه $e\left(\frac{s}{j}\right)$ در فرکانسهای مختلف یکنواخت شود باید دارای بیشترین صفرها در صفر باشد،

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 - 3a_2 + a_1 = 0 \\ a_2 + 2a_1 - a_2^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad a_2 = 6 \quad , a_1 = a_0 = 15$$

H.W. برای $\tau\left(\frac{s}{j}\right)$ تا مرتبه s^8 بسط دهید. تابع خطا را برای $n=6$ بدست آورید و سپس $H(s)$ را مشخص کنید.

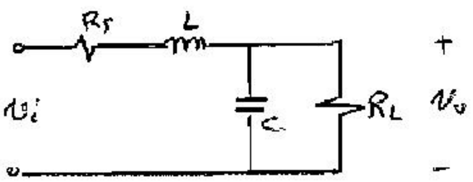
* Circuit realization *   * تحقق مداری *



یک فیلتر باترورث معادل را در نظر بگیرید.

$$H(s) = \frac{v_o}{v_i} = \frac{A}{s^2+\sqrt{2}s+1}$$

حالت اول: $\underline{R_L > R_S}$ در این حالت آخرین المان خازن موازی با بار می‌باشد.



$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{1/(G_L+sC)}{1/(G_L+sC)+Ls+R_s}$$

$$\Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = \frac{1}{1+LCs^2+(R_sC+\frac{L}{R_L})s+R_s/R_L}$$

$$\Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = \frac{1/LC}{s^2+(\frac{R_s}{L}+\frac{1}{R_LC})s+(1+\frac{R_s}{R_L})/LC}$$

فرض $R_L = 2R_s = 2R$

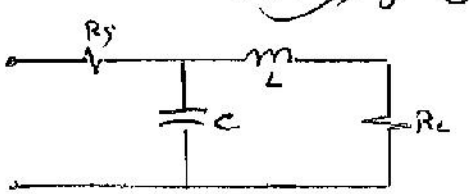
$$\Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = \frac{1/LC}{s^2+\frac{2R^2C+L}{2RLC}s+3/2LC} \equiv \frac{A}{s^2+\sqrt{2}s+1}$$

فرض $R_s = 1\,\Omega$, $R_L = 2\,\Omega$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3/2LC = 1 \\ (2R^2C+L)/(2RLC) = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} LC = 3/2 \\ 2C+L = 2\sqrt{2}\,LC \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} C_1 = 0.448 , & C_2 = 1.673 \\ L_1 = 3.348 , & L_2 = 0.896 \end{matrix}$$

حالت دوم $\underline{R_L < R_S}$ در این حالت آخرین المان سلف سری با بار می‌باشد.



فرض $R_L = \frac{R_s}{2} = \frac{R}{2}$

$$\frac{v_o}{v_{in}} = \frac{1/2LC}{s^2+\frac{2L+R^2C}{2RLC}s+3/2LC} = \frac{B}{s^2+\sqrt{2}s+1}$$

$$\Rightarrow \text{IF } R_L = \tfrac{1}{2}, R_s = 1 \Rightarrow \quad C_1 = 3.348\,F \quad , L_1 = 0.448\,H$$

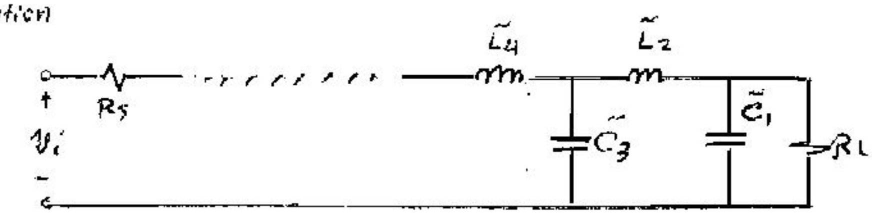
$$C_2 = 0.9\,F \quad , L_2 = 1.673\,H$$

حالت سوم $R_L = R_S$ در این حالت از هر یک از دو روش قبل می‌توان استفاده کرد.

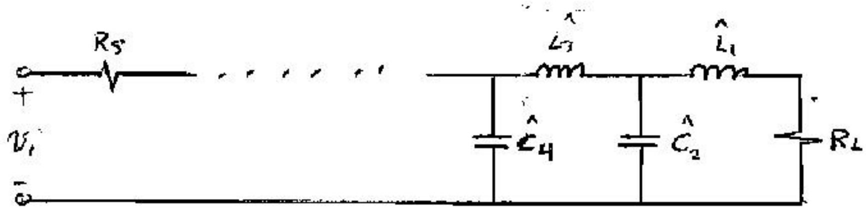
از آنجایی که روش فوق برای فیلترهای با درجه‌های بالا عملاً غیر عملی است از این به بعد از فرمول‌های زیر برای محاسبه المان‌ها استفاده می‌کنیم.

B.W Circuit Realization

حالت اول $R_L > R_S$



حالت دوم $R_L < R_S$



در این حالت از هر دو شکل استفاده می‌شود. $R_L = R_S$

minimom phase Reflection Coefficion $\qquad R_S = 1\,\Omega$

$$\underbrace{\tilde{C}_{2m-1}\tilde{L}_{2m}}_{\text{I حالت}} \;\text{or}\; \underbrace{[\tilde{L}_{2m-1}\tilde{C}_{2m}]}_{\text{II حالت}} = \frac{\alpha_{4m-3}\,\alpha_{4m-1}}{1-\lambda\beta_{4m-2}+\lambda^2}$$

$$\underbrace{\tilde{C}_{2m+1}\tilde{L}_{2m}}_{\text{I حالت}} \;\text{or}\; \underbrace{[\tilde{L}_{2m+1}\tilde{C}_{2m}]}_{\text{II حالت}} = \frac{\alpha_{4m-1}\,\alpha_{4m+1}}{1-\lambda\beta_{4m}+\lambda^2}$$

$$\begin{cases} \lambda = \left(\dfrac{R_L-1}{R_L+1}\right)^{1/n} & (a) \quad (R_L>1) \\ \lambda = \left(\dfrac{1-R_L}{1+R_L}\right)^{1/n} & (b) \quad (R_L<1) \end{cases}$$

$$\alpha_i = 2\sin\frac{\pi i}{2n} \qquad \tilde{C}_1 = \frac{\alpha_1}{R_L(1-\lambda)}$$

$$\beta_i = 2\cos\frac{\pi i}{2n} \qquad \tilde{L}_1 = \frac{\alpha R_L}{1-\lambda}$$

$$m = \begin{cases} 1, 2, \dots, \dfrac{n-1}{2} & \text{odd} \\ 1, 2, \dots, \dfrac{n}{2} & \text{even} \end{cases}$$

IF $R_L = R_S = 1\Omega \Rightarrow C_m = 2\sin\frac{2m-1}{2n}\pi$ odd

[illegible]

مثال : مقادیر یک فیلتر باترورث پایین گذر را برای $R_2 = 2R_S = 2\Omega$ بدست آورید

$$\lambda = \left(\frac{R_L-1}{R_L+1}\right)^{1/2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{1/2} = 0.58 \qquad \hat{C}_1 = \frac{2\sin \pi i/2n}{2(1-0.58)} = 1.67\,F$$

$$m=1 \Rightarrow \tilde{C}_1\tilde{L}_2 = \frac{\alpha_1\alpha_3}{1-\lambda\beta_2+\lambda^2} = \frac{\sin \pi/4 \ \sin 3\pi/4}{1-0.58\,\cos\frac{\pi}{2}+(0.58)^2} = 1.5 \Rightarrow L_2 = 0.9\,H$$

معمولاً حالت $R_L = R_S$ از فیلترها وجود دارد

$R_L = R_S = 1\,\Omega$

n	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	...
2	1.414	1.414				
3	1	2	1			
4	0.7654	1.847	1.847	0.765		

* کلیه روابط فوق را نرمالیزه در نظر گرفته‌ایم $R_S = 1$

$R_L > R_S \qquad \tilde{C}_1 = \dfrac{\alpha_1}{R_L(1-\lambda)}$

$$\text{I})\ \tilde{C}_{2m-1}\tilde{L}_{2m} = (\alpha_{4m-3}\alpha_{4m-1})/(1-\lambda\beta_{4m-2}+\lambda^2)$$

$$\text{II})\ \tilde{C}_{2m+1}\tilde{L}_{2m} = (\alpha_{4m-1}\alpha_{4m+1})/(1-\lambda\beta_{4m}+\lambda^2)$$

با محاسبه C_1 و قراردادن آن در رابطه I مقدار L_2 محاسبه می‌شود با استفاده از معادله 2 نیز C_3 محاسبه می‌شود و بقیه به همین ترتیب

$R_L < R_S \qquad \tilde{L}_1 = \dfrac{\alpha R_L}{1-\lambda}$

$$\tilde{L}_{2m-1}\tilde{C}_{2m} = (\alpha_{4m-3}\alpha_{4m-1})/(1-\lambda\beta_{4m-2}+\lambda^2)$$

$$\tilde{L}_{2m+1}\tilde{C}_{2m} = (\alpha_{4m-1}\alpha_{4m+1})/(1-\lambda\beta_{4m}+\lambda^2)$$

برای هر دو حالت داریم :

$$\alpha_i = 2\sin\frac{\pi i}{2n} \qquad \beta_i = 2\cos\frac{\pi i}{2n} \qquad \lambda = \left|\frac{R_L-1}{R_L+1}\right|^{1/n}$$

$R_L = R_S \Rightarrow$

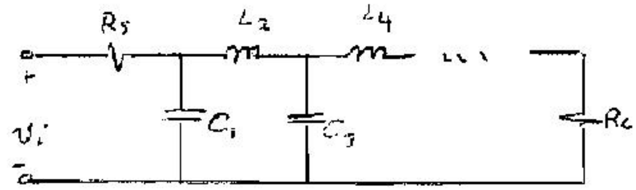
$$\boxed{C_m = 2\sin\frac{2m-1}{2n}\pi \qquad m \text{ odd}}$$

$$\boxed{L_m = 2\sin\frac{2m-1}{2n}\pi \qquad m \text{ even}}$$

تحقق مداری چبی‌شف

* C.C Circuit realization *

در چبی‌شف از طرف اول شروع میکنیم:



$$H(-s)H(s) = |H(j\omega)|^2 = \frac{K}{1+\epsilon^2 C_n^2(\omega)}$$

$$\omega=0 \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|^2 = K/(1+\epsilon^2) & n \text{ even} \\ |H(j\omega)|^2\Big|_{\omega=0} = K & n \text{ odd} \end{cases}$$

بنابراین برای n های زوج محدودیت خواهیم داشت و R_L هر مقداری نمیتواند داشته باشد و باید در شرط زیر صدق کند:

$$\boxed{a = \frac{4R_L}{(R_L+1)^2}(1+\epsilon^2) \leq 1} \quad \text{for } n \text{ even.}$$

$$\alpha_i = 2\sin\frac{\pi i}{2n} \qquad \gamma = \left[\frac{1}{\epsilon} + \sqrt{\frac{1}{\epsilon^2}+1}\right]^{1/n} \quad \& \quad \delta = \left[\sqrt{\frac{1-a}{\epsilon^2}} + \sqrt{\frac{1-a}{\epsilon^2}+1}\right]^{1/n}$$

$$\beta_i = 2\cos \pi i/2n$$

$$x = \gamma - \frac{1}{\gamma} \qquad C_{2m-1}L_{2m} = (4\alpha_{4m-3}\,\alpha_{4m-1})/b_{2m-1}(x,y)$$

$$y = \delta - \frac{1}{\delta}$$

$$C_1 = \frac{2\alpha_1}{x-y} \qquad C_{2m+1}L_{2m} = (4\alpha_{4m-1}\,\alpha_{4m+1})/b_{2m}(x,y)$$

$$b_i(x,y) = x^2 - \beta_{2i}\,x\cdot y + y^2 + \alpha_{2i}^2 \qquad n = 1,2,\ldots\frac{n-1}{2} \quad n \text{ odd}$$

$$n = 1,2,\ldots\frac{n}{2} \quad n \text{ even}$$

مثال: مطلوب است طراحی یک فیلتر LP چبی‌شف با ریپل $R=0.1$ dB ، $BW=1$ R/s

و در $\omega \geq 6$ R/s تضعیف بیشتر از 20dB

$$n=\frac{\cosh^{-1}\left[(10^{0.1A_{min}}-1)/(10^{0.1A_{max}}-1)\right]^{1/2}}{\cosh^{-1}\left(\frac{\omega_H}{\omega_1}\right)}=\frac{\cosh^{-1}\left[(10^{2}-1)/(10^{0.01}-1)\right]^{1/2}}{\cosh^{-1}6}$$

$\Rightarrow n=1.965 \Rightarrow n=2$ $\qquad \epsilon=\sqrt{10^{0.1A_{max}}-1}=0.1526$

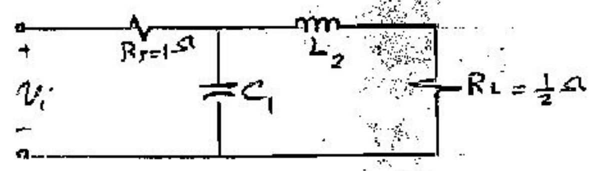
چون n زوج است باید محدودیتی از R_L تعیین شود. $R_S=1\Omega$

$$\frac{4R_L}{(R_L+1)^2}(1+\epsilon^2)\leq 1$$

فرض می‌کنیم $R_L=0.5\Omega$ انتخاب شود.

$\gamma=3.63 \qquad a=0.70959$

$\delta=2.044$



$\Rightarrow x=3.355 \quad y=1.555 \qquad \alpha_1=2\sin\frac{\pi}{4}=\sqrt{2} \quad , \alpha_2=2$

$C_1=\frac{2\alpha_1}{x-y} \Rightarrow C_1=1.57\ F \qquad C_1L_2=\frac{4\alpha_1\alpha_3}{b_1(x,y)}$

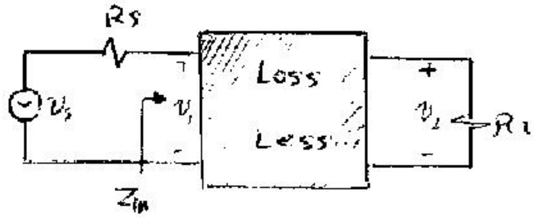
$\alpha_3=2\sin\frac{3\pi}{4}=\sqrt{2} \qquad b_1(x,y)=x^2+B_2xy+y^2+\alpha_2^2=17.674$

$B_2=0$

$\Rightarrow L_2=0.288\ H$

H.W - برنامه‌ای بنویسید که مقادیر n و R (ریپل یا ϵ) و R_L (با فرض اینکه $R_S=1\Omega$ است) را دریافت کرده و مقادیر L و C ها را در خروجی مشخص کند. (برای یک فیلتر چبیشف)
سپس فیلتری طراحی نمائید که دارای ریپل $R=0.1\,dB$ ، $n=21$ ، $n=22$
با فرض اینکه: $R_S=1\Omega \quad R_L=1\Omega$ for $n\equiv odd$
و R_L را برای حالت زوج انتخاب کنید.

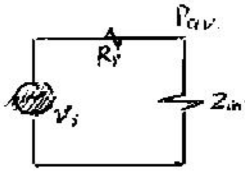
*** تحقق مداری * در این قسمت تحقق مداری فیلترهای مختلف را بروش Γ بررسی می‌کنیم.



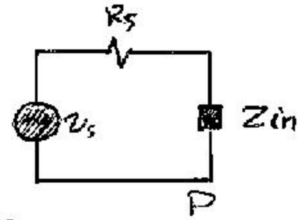
$\Gamma=\frac{Z_{in}-Z_S}{Z_{in}+Z_S}$ $\qquad$ حالت خاص $R_S=1\Omega$

$\Rightarrow \Gamma=\frac{Z_{in}-1}{Z_{in}+1} \Rightarrow Z_{in}=\frac{1-\Gamma}{1-\Gamma}$

حداکثر توان وقتی منتقل می‌شود که داشته باشیم $Z_{in}=R_s$ (منظور از مقاومت داخلی منبع در اینجا می‌باشد)
صفر باشد $Z_{in}=R_L=R_s$ و حداکثر توان منتقل خواهد شد و هیچگونه توان برگشتی نخواهیم داشت)



در حالت کلی می‌توان نوشت: توان قابل دسترسی $= \dfrac{V_s^2}{4R_s}$



توان انتقالی $P = \dfrac{(V_s)^2}{(R_s+Z_{in})^2}\cdot (Z_{in})$

توان برگشتی $\longleftarrow P_r = \dfrac{V_s^2}{4R_s} - \dfrac{V_s^2 Z_{in}}{(R_s+Z_{in})^2} =$ توان انتقالی − توان قابل دسترسی

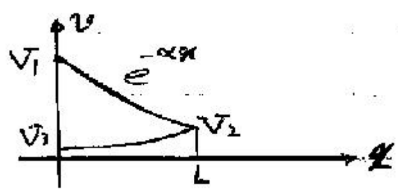
$$= \frac{V_s^2}{4R_s}\left(1-\frac{4R_sZ_{in}}{(R_s+Z_{in})^2}\right) = \frac{V_s^2}{4R_s}\left(\frac{Z_{in}-R_s}{Z_{in}+R_s}\right)^2$$

$$\Gamma = \sqrt{\frac{P_r}{P_{av}}} \Rightarrow \Gamma = \frac{Z_{in}-R_s}{Z_{in}+R_s} = \frac{Z_{in}-1}{Z_{in}+1} \Rightarrow Z_{in} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$$

پس برای هر فیلتر کافی است Γ و در نتیجه Z_{in} را محاسبه کنیم و بعد سنتز کنیم.

یک خط انتقال را در نظر بگیرید هرگاه تضعیف این خط ثابت خواهیم داشت

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{-\alpha' L}$$



V_3 ولتاژ برگشتی است.

فرض $\alpha' L = \alpha$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = e^{-\alpha}, \quad \frac{V_3}{V_2} = e^{-\alpha} \Rightarrow \left|\frac{V_3}{V_1}\right| = e^{-2\alpha}$$

$$|\Gamma|^2 = |1-e^{-2\alpha}| \qquad \left|\frac{V_2}{V_1}(j\omega)\right|^2 = |e^{-2\alpha}|$$

$$e^{-2\alpha} \longrightarrow \Gamma \longrightarrow Z \longrightarrow \quad \text{سنتز}$$

* پس روش ما چنین شد:

$$\left|\frac{v_L}{v_1}(j\omega)\right|^2 = |H(j\omega)|^2 = e^{-2x}$$

$$\Rightarrow \boxed{|\Gamma|^2 = |1-e^{-2\alpha}| = |1-|H(j\omega)|^2|} \qquad \boxed{Z_{in} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \text{ or } \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}}$$

حتماً $R_L=R_s$ فرض شود.

مثال: روش فوق برای باترورث

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+\omega^{2n}}$$

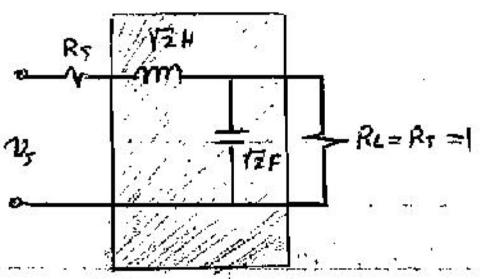
$$\text{IF } n \text{ even} \Rightarrow H(s)H(-s) = \frac{1}{1+s^{2n}} \Rightarrow \Gamma(s)\cdot\Gamma(-s) = 1-H(s)H(-s)$$

$$\Rightarrow \Gamma(s)\Gamma(-s) = \frac{s^{2n}}{1+s^{2n}} \qquad \text{for } n=2 \Rightarrow \Gamma(s)\Gamma(-s) = \frac{s^4}{1+s^4}$$

$$\Rightarrow \Gamma(s)\Gamma(-s) = \frac{s^4}{(s^2+\sqrt{2}s+1)(s^2-\sqrt{2}s+1)} \Rightarrow \Gamma(s) = \frac{s^2}{s^2+\sqrt{2}s+1}$$

$$\Rightarrow Z_{in} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} = \frac{2s^2+\sqrt{2}s+1}{\sqrt{2}s+1}$$

$$\begin{array}{l}
\sqrt{2}s+1 \;)\; 2s^2+\sqrt{2}s+1 \;)\; \sqrt{2}s \to Z \\
\qquad\quad 2s^2+\sqrt{2}s \\
\hline
1 \;)\; \sqrt{2}s+1 \;)\; \sqrt{2}s \to Y \\
\qquad \sqrt{2}s \\
\hline
1 \;)\; 1 \;)\; 1 \to Z
\end{array}$$

$\Rightarrow$ 

باترورث مرتبه دوم

H.W - مطلوب است محاسبه عناصر یک فیلتر باترورث درجه (5، 6، 7، 8، 9) بروش فوق.

مثال: روش فوق برای چبیشف.

$$|\Gamma|^2 = 1 - \frac{1}{1+\epsilon^2 C_n^2(\omega)} = \frac{\epsilon^2 C_n^2(\omega)}{1+\epsilon^2 C_n^2(\omega)}$$

for $n=3$ & $R = 0.1$ dB $\Rightarrow$

$\epsilon = \sqrt{10^{0.01}-1} = 0.1526$

ابتدا $G(s) = \frac{v_L}{v_1}$ را می‌یابیم

$S_k = \sigma_k + j\omega_k \qquad a = \frac{1}{n}\sinh^{-1}\frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{3}\sinh^{-1} 6.552 = 0.85957$

$\sinh a = 0.9694 \qquad \cosh a = 1.3927$

قطبهای باترورث $\quad -1 \,,\quad -1/2 + j\sqrt{3}/2 \,,\quad -1/2 - j\sqrt{3}/2$

برای یافتن قطبهای چبی‌شف قسمت حقیقی ریشه‌ها در $\sinh a$ و قسمت موهومی در $\cosh a$ ضرب می‌کنیم.

$\Rightarrow S_1 = -0.9694 \qquad S_2 = -0.4847 + j1.2061$ چون فرد است

$\qquad\qquad\qquad\qquad S_3 = -0.4847 - j1.2061$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{k}{(s+0.9694)\left[(s+0.4847)^2 + 1.2061^2\right]} = \frac{1.64}{s^3 + 1.94s^2 + 2.66s + 1.64}$$

$$\Rightarrow \Gamma(s) = \frac{s^3 + 0.75s}{s^3 + 1.94s^2 + 2.66s + 1.64} \qquad \Rightarrow Z_{in} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$$

$$\Rightarrow Z_{in}(s) = \frac{2s^3 + 1.94s^2 + 3.41s + 1.64}{1.94s^2 + 1.9s + 1.64} = \ldots \quad \text{سنتز}$$

Frequency transmision. $\quad$ (LP−BP ، LP−HP ، LP−BR) انتقال فرکانسی

$LP \longrightarrow HP$

$f \to \infty \Rightarrow H(s) = 0$

منحنی LPF $\quad f \to 0 \Rightarrow H(s) = A$

منحنی فیلتر بالاگذر $\left\{ \begin{array}{l} f \to \infty \Rightarrow H(s) = A \\ f \to 0 \Rightarrow H(s) = 0 \end{array} \right.$

روابط فوق نشان می‌دهند که هرگاه در تابع انتقال یک فیلتر $f \to \frac{1}{f}$ ($s \to \frac{1}{s}$) تبدیل شود فیلتر LP به فیلتر HP و بالعکس تبدیل خواهد شد.

$$\boxed{s' = \frac{1}{s}} \Rightarrow Ls' = L/s = \frac{1}{\frac{1}{L}s} = \frac{1}{C's} \Rightarrow \boxed{C' = \frac{1}{L}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{Cs'} = \frac{s}{C} = \frac{1}{C}s = L's \Rightarrow \boxed{L' = \frac{1}{C}}$$

یعنی با تبدیل خازن به سلف و با نظر مقدار عکس آن فیلتر LP به فیلتر HP تبدیل می‌شود.

$\underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{و سلف به خازن}}$

$Lp \longrightarrow BP$

مشخصات BPF
$$\begin{cases} \omega = \omega_0 \Rightarrow H(s) = A \\ \omega \longrightarrow 0 \Rightarrow H(s) \longrightarrow 0 & , \omega = \omega_1 \Rightarrow H(s) = A - 3\,dB \\ \omega \longrightarrow \infty \Rightarrow H(s) \longrightarrow & \omega = \omega_2 \Rightarrow H(s) = A - 3\,dB \end{cases}$$

اگر از تبدیل زیر استفاده کنیم خواهیم داشت:

$$\omega' = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

$$\omega \longrightarrow \infty \Rightarrow \omega' \longrightarrow \infty \Longrightarrow H(j\omega') \longrightarrow 0$$

$$\omega \longrightarrow 0 \Rightarrow \omega' \longrightarrow \infty \Longrightarrow H(j\omega') \longrightarrow 0$$

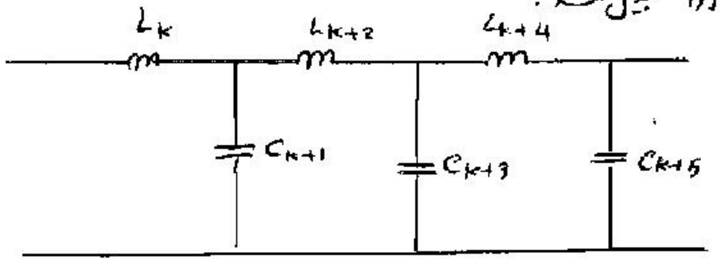
$$\omega = \omega_0 \Rightarrow \omega' = 0 \Longrightarrow H(j\omega') = A$$

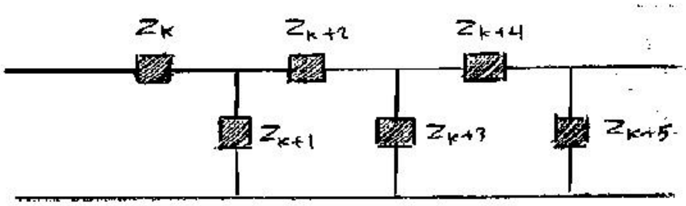
$$\omega = \omega_1 \Rightarrow \omega' = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}\left(\frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_1}\right) = \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\omega_1\omega_2 - \omega_1^2} = -1 \quad IF\ \omega_1\omega_2 = \omega_0^2$$

$$\Rightarrow \omega = \omega_1 \Rightarrow \omega' = -1 \Longrightarrow H(j\omega') = A - 3\,dB$$

$$, \omega = \omega_2 \Rightarrow \omega' = 1 \Longrightarrow H(j\omega') = A - 3\,dB$$

پس تبدیل فوق می‌تواند یک فیلتر LP را به یک فیلتر BP تبدیل کند.





آنچه مسلم است تبدیل فرکانسی در عالم واقعی اجرا ندارد و ما باید امپدانسها را تبدیل کنیم تا گویی فرکانس تبدیل شده است.

یعنی:

$$Z_k = L_k \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \quad , Z_{k+1} = \left[C_{k+1} \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]^{-1}$$

حال ببینیم که چه المانهایی می‌توانند چنین امپدانسهایی را داشته باشند.

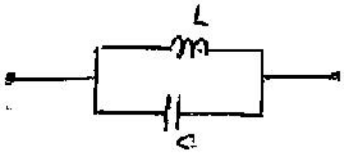
اگر یک LC موازی را در نظر بگیریم به نتیجه مطلوب خواهیم رسید.

$$Z = jL\omega + \frac{1}{jC\omega} \Rightarrow jX_s = j\left[L\omega - \frac{1}{C\omega}\right]$$

$$\Rightarrow jX_s = j\sqrt{\frac{L}{C}}\left[\sqrt{LC}\,\omega - \frac{1}{\sqrt{LC}\,\omega}\right] = \boxed{j\sqrt{\frac{L}{C}}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = jX_s}$$

ملاحظه می‌شود که بجای امپدانسهای سری میتوان از LC موازی استفاده کرد.

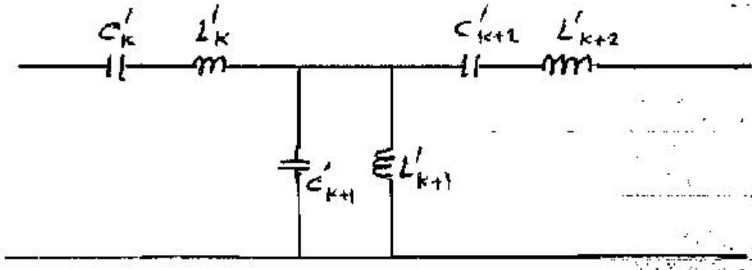
محاسبه ادمیتانس مدار LC موازی نیز نشان می‌دهد که میتوان از آن بجای امپدانسهای موازی استفاده کرد.



$$\boxed{Y = jB = j\sqrt{\frac{C}{L}}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

پس مدار BP بصورت زیر خواهد بود.

(در فرکانس DC مدارات سری اتصال کوتاه و مدارات موازی open می‌شوند و $H(j\omega)$ مقدار ثابتی خواهد داشت)



تمام تانکها در فرکانس ω_0 رزونانس می‌کنند

با توجه به اینکه داشتیم:

$$\sqrt{\frac{L_k'}{C_k'}}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = \frac{L_k\omega_0}{\omega_2-\omega_1}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \Rightarrow \sqrt{\frac{L_k'}{C_k'}} = \frac{L_k\omega_0}{\omega_2-\omega_1}$$

از طرفی داریم

$$\sqrt{L_k'C_k'} = \omega_0 \Rightarrow \boxed{L_k' = \frac{L_k}{\Delta\omega}} \Rightarrow \boxed{C_k' = \frac{1}{L_k'\,\omega_0^2}}$$

$$\sqrt{\frac{C_{k+1}'}{L_{k+1}'}} = \frac{C_{k+1}\omega_0}{\Delta\omega} \Rightarrow \boxed{C_{k+1}' = \frac{C_{k+1}}{\Delta\omega}} \Rightarrow \boxed{L_{k+1}' = \frac{1}{C_{k+1}'\,\omega_0^2}}$$

H.W مقادیر عناصر فیلتر بترورث درجه ۳ را بدست آورید. اولین مدار طرف منبع LC موازی باشد.

$R_L = R_S = 50\ \Omega$ $\quad f_1 = 500\ \text{MHz}$ $\quad f_2 = 600\ \text{MHz}$

H.w. چبی‌شف معکوس $n=3$, $R=0.1\,dB$

a) TF را بصورت $\frac{P(s)}{Q(s)}$ بدست آورید و رسم کنید.

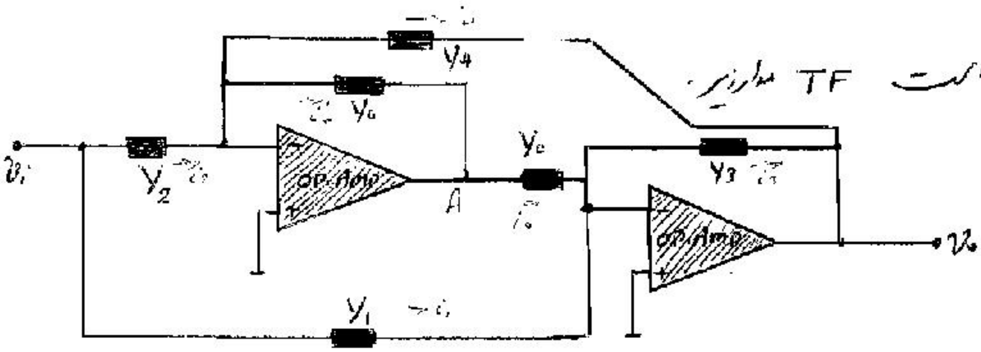
b) اگر TF بصورت زیر باشد و فیلتر نردبانی اهم ختم شده باشد عناصر را بدست آورید.

$$H(s)=\frac{1/3\,(3s^2+4)}{s^3+2.15s^2+2s+2}$$

H.w

پاسخ‌های step و impulse را برای فیلترهای BR و BP زیر بدست آورید.

$$H(s)=\frac{s}{s^2+0.2s+1} \qquad H(s)=\frac{s^2+1}{s^2+0.2s+1}$$

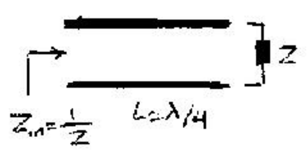


- H.w (درس امروز) مطلوب است TF مدار زیر.

پس از بدست آوردن $TF=\frac{V_2}{V_1}$ مدار را با $TF=s^4$ سنتز نمائید.

Active filter. فیلترهای فعال

فیلترهایی که تاکنون بررسی کردیم برای فرکانسهای خیلی پایین و حتی فرکانس‌های صوتی عملی نیستند زیرا مقادیر بزرگی برای سلف و خازن بدست می‌آید. [برای فرکانسهای خیلی بالا نیز نمی‌توان از فیلترهای LC استفاده کرد بلکه در اینجا نیز از حجم‌های رزونانسی و خط انتقال استفاده می‌شود.]

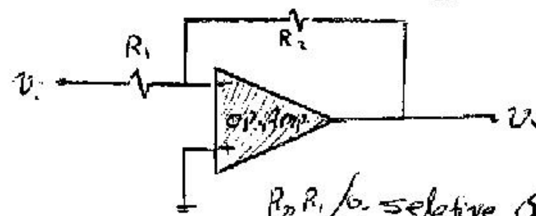


در این قسمت نیز مثل فیلترهای غیرفعال ابتدا فیلترهای LP طرح می‌کنیم و تمامی بحث‌های لازم روی آن انجام می‌گیرد و در نهایت با تبدیلات فرکانسی بحث را کامل می‌کنیم.

همچنین توسط معادلات معادل میتوان خازن را سلف تبدیل کرد، این برای IC کردن فیلترها الزامی است.

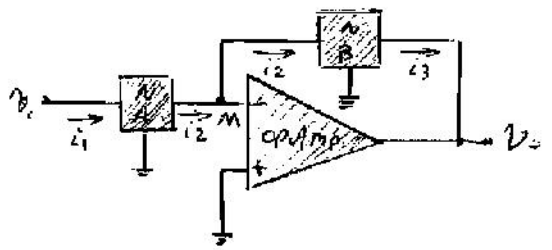
طراحی مدارهای اکتیو توسط OP.Amp

(OP.Amp ها ایده‌آل فرض می‌شوند (گین بینهایت و مقاومت ورودی بینهایت))



مدار مقابل را در نظر بگیرید. $A_v = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1}$

تابع انتقال فوق ایده‌آل به ما می‌دهد زیرا با قرار دادن شبکه‌های selective به جای R_2, R_1 میتوان تابع انتقال یک فیلتر را بدست آورد.



حال شبکه مقابل را در نظر بگیرید.

$$i_1 = Y_{11_a} V_i + Y_{21_a} V_M$$

$$-i_2 = Y_{21_a} V_i + Y_{22_a} V_m \quad , \quad V_m = 0 \quad \text{(ایده‌آل)}$$

$$\Rightarrow -i_2 = Y_{21_a} V_i \qquad \text{و} \qquad \begin{aligned} i_2 &= Y_{11_b} V_m + Y_{21_b} V_o \\ -i_3 &= Y_{21_b} V_m + Y_{22} V_o \end{aligned} \Rightarrow i_2 = Y_{21_b} V_o$$

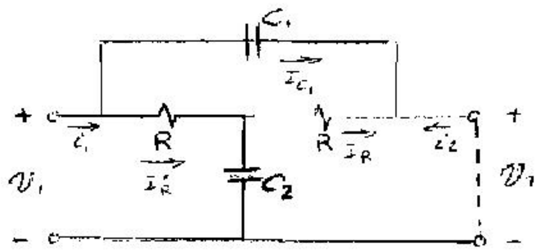
$$\Rightarrow Y_{21a} V_i = -Y_{21b} V_o \Rightarrow \boxed{H(s) = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{Y_{21a}}{Y_{21b}}}$$

کافی است $H(s)$ را معادل با تابع انتقال فیلتری قرار دهیم که مطلوب ماست. و از آنجا شبکه‌های A و B را بدست آوریم.

صفرهای Y_{21a} همان صفرهای تابع انتقال است و صفرهای Y_{21b} همان قطبهای تابع انتقال هستند.
پس باید شبکه‌های A,B طوری انتخاب شوند که قطبهای Y_{21a} و Y_{21b} از هم حذف شوند.

یکی از شبکه‌های مناسب برای شبکه‌های B, A شبکه‌های B.T.N است Bridge T Network

ابتدا باید [illegible] Y_{21} و Y_{22} را برای یک B.T.N بدست می‌آوریم.

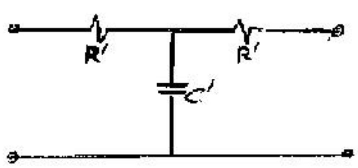


$$Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$$

$$I_2 = -(I_{C_1} + I_R) \qquad I_{C_1} = SC_1 V_1 \qquad I'_R = \frac{V_1}{R + \frac{R}{1+R\,SC_2}}$$

$$I_R = I'_R \times \frac{1}{1+RC_2S} = \frac{V_1}{2R + R^2C_2S} \Rightarrow I_2 = -\left(SC_1 + \frac{1}{2R+R^2C_2S}\right)V_1$$

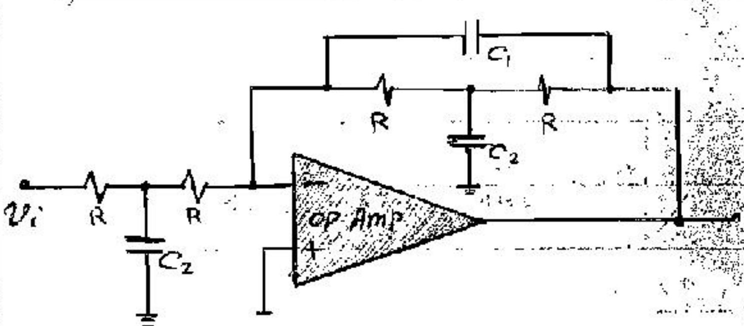
$$\Rightarrow \boxed{Y_{21} = -\frac{R^2C_1C_2S^2 + 2RC_1S + 1}{2R + R^2C_2S}}$$



ملاحظه می‌گردد که قطبهای Y_{21} مستقل از C_1 است بنابراین اگر شبکه‌ای بصورت مقابل انتخاب کنیم با انتخاب مناسب R'، C' میتوان قطبهای Y_{21} را از بین برد.

$$\boxed{Y_{21} = \frac{-1}{R'^2C'S + 2R'}}$$

بنابراین برای طراحی فیلتر باترورث میتوان از شبکه های فوق استفاده کرد (بصورت زیر)



$$H(S) = \frac{-1/R^2C_1C_2}{S^2 + \frac{2}{RC_2}S + \frac{1}{R^2C_1C_2}}$$

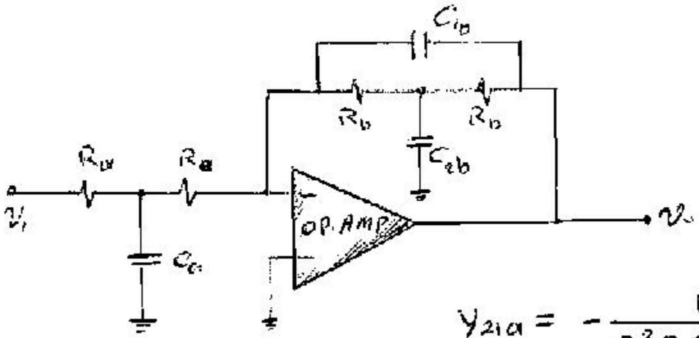
$$H(S) = \frac{-1}{S^2 + \alpha S + 1} \qquad R^2 C_1 C_2 = 1$$

α ضریب میرایی فیلتر خواهد بود... مثلاً برای فیلتر باترورث $\alpha = \sqrt{2}$

توجه: البته هیچ لزومی ندارد که مقادیر شبکه‌های a و b با هم برابر باشند بلکه تنها شرط حذف قطبهای Y_{21a}، Y_{21b} است.

* برای رسیدن به فیلترهای مرتبه بالاتر میتوان مدارهای Bridge T ، T را ترکیب کرد *

* حالت کلی * (وقتی که فیلتر دارای گین است)



$$H(s) = -\frac{Y_{21a}}{Y_{21b}}$$

$$Y_{21a} = -\frac{1}{R_a^2 C_a S + 2R_a} \qquad Y_{21b} = -\frac{R_b^2 C_{2b} C_{1b} S^2 + 2R_b C_{1b} S + 1}{R_b^2 C_{2b} S + 2R_b}$$

اگر $R_b C_{2b} = R_a C_a$ آنگاه:

$$\Longrightarrow H(s) = \frac{-\frac{R_b}{R_a}}{R_b^2 C_{2b} C_{1b} S^2 + 2R_b C_{1b} S + 1}$$

$$H(s) = \frac{-H\omega_o^2}{S^2 + \alpha\omega_o S + \omega_o^2} \qquad H = \frac{R_b}{R_a} \qquad \omega_o^2 = \frac{1}{R_b^2 C_{1b} C_{2b}}$$

$$, \ \alpha\omega_o = \frac{2}{R_b C_{2b}}$$

ملاحظه می‌شود که تعداد معادلات نسبت به تعداد مجهولات یکی کمتر است بنابراین یک پارامتر برای طراحی آزاد است.

* برای طراحی بصورت زیر عمل می‌کنیم

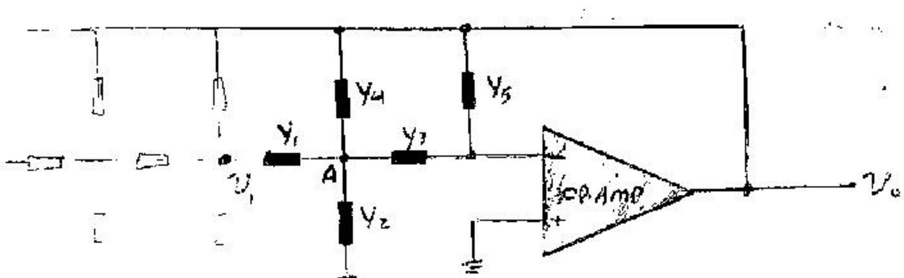
$$\boxed{H(s) = \frac{-H\omega_o^2}{S^2 + \alpha\omega_o S + \omega_o^2}}$$

$$\boxed{C_{1b} = \frac{K}{\omega_o}} \quad \boxed{C_{2b} = \frac{4K}{\omega_o \alpha^2}} \quad \boxed{R_a = \frac{\alpha}{2HK}} \quad \boxed{R_b = \frac{\alpha}{2K}}$$

$$\boxed{C_a = \frac{4HK}{\omega_o \alpha^2}}$$

K را طوری انتخاب می‌کنیم که مقادیر المانها معقول باشند مثلاً 10^{-5}

multi feedback : فیدبکهای چندتایی



برای مدار فوق داریم :

$$\begin{cases} (V_A - v_i)\,Y_1 + V_A(Y_2+Y_3) + Y_4(V_A - v_o) = 0 \\ v_o = -v_A\, Y_3/Y_5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[Y_1+Y_2+Y_3+Y_4\left(1+\frac{Y_3}{Y_5}\right)\right]V_A = Y_1 v_i$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{Y_1 Y_5}{Y_5(Y_1+Y_2+Y_3+Y_4)+Y_4Y_3}\,v_i \Rightarrow v_o = \frac{-Y_1Y_3\,v_i}{Y_5(Y_1+Y_2+Y_3+Y_4)+Y_4Y_3}$$

$$\Rightarrow \boxed{H(s) = \frac{v_o}{v_i} = \frac{Y_1Y_3}{Y_5(Y_1+Y_2+Y_3+Y_4)+Y_4Y_3}}$$

بسته به اینکه چه نوع فیلتری بخواهیم میتوانیم Y ها را انتخاب کنیم.

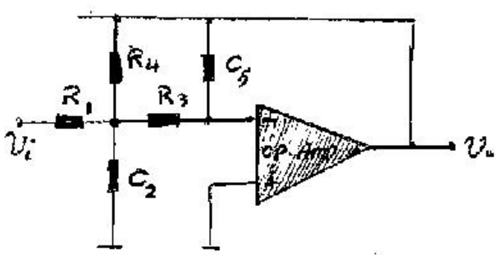
مثلاً میخواهیم یک فیلتر LP طراحی کنیم. * فیلتر مرتبه دوم *

Y_1, Y_3 حتماً مقاومتی هستند (زیرا مقدار صورت باید یک مقدار باشد) Y_5 حتماً یک خازن است تا s^2 در مخرج ظاهر شود.

Y_4 باید مقاومت باشد تا ریشه‌های مخرج صورت خارج نشوند در غیر اینصورت مخرج بصورت s^2+As خواهد شد. پس Y_2 باید خازن باشد.

$Y_1, Y_3, Y_4 \equiv G \qquad Y_2, Y_5 \equiv C$

... بنابراین فیلتر LP با فیدبکهای متفاوتی بصورت زیر خواهد بود



$$\Rightarrow H(s) = \frac{v_o}{v_i} = \frac{G_1G_3}{C_5 s(G_1 + C_2 s + G_3 + G_4) + G_3G_4}$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{-G_1G_3/C_2C_5}{s^2 + \frac{G_1+G_3+G_4}{C_2}s + \frac{G_3G_4}{C_2C_5}} \equiv \frac{-H\omega_o^2}{s^2+\alpha\omega_o s+\omega_o^2}$$

$R_4 = \frac{\alpha}{2K}$	$R_1 = \frac{\alpha}{2HK}$	$R_3 = \frac{\alpha}{2K(1+H)}$	$C_2 = \frac{4K(1+H)}{\alpha^2\omega_o}$	$C_5 = \frac{K}{\omega_o}$

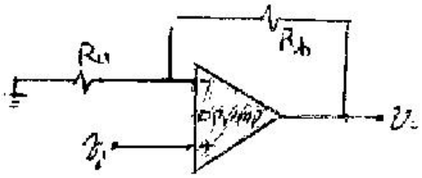
مدارات فعال ناکین شده:

همچنانکه از تقویت کننده های تاکین پیداست ، نمی شود حتی ۵ درصد [illegible] تقویت کننده‌ای این را باید

[illegible] ممکن است [illegible]

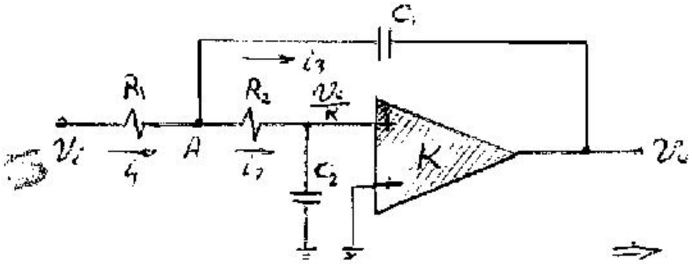
گرچه این آپ امپ واقعاً دارای مقاومت ورودی خیلی زیادی نیست ... ولی قطعات مدار را ایزوله می‌کند.

یک مدل از چنین مدارهایی می‌تواند به صورت زیر باشد.



$$A_v = 1 + \frac{R_b}{R_a} = K$$

مثال: تابع انتقال فیلتر مقابل را بدست آورید.



$$i_2 = \frac{v_o}{K} s C_2$$

$$\frac{v_o}{K} = v_A \times \frac{1/sC_2}{1/sC_2 + R_2} = \frac{v_A}{1 + R_2 C_2 s}$$

$$\Rightarrow i_1 = \left(v_i - \frac{1 + R_2 C_2 s}{K} v_o\right) / R_1$$

$$\Rightarrow i_3 = i_1 - i_2 = \left(v_i - \frac{1 + R_2 C_2 s}{K} v_o\right)/R_1 - \frac{v_o}{K} s C_2$$

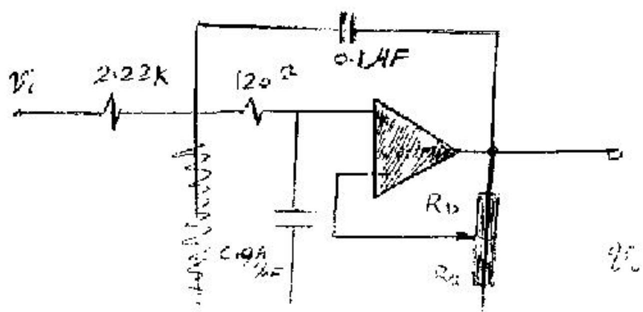
$$v_o = v_A - i_3 / C_1 s \Rightarrow v_o = \frac{1 + R_2 C_2 s}{K} v_o - \left[\left(v_i - v_o \frac{1 + R_2 C_2 s}{K}\right)/R_1 - \frac{v_o}{K} s C_2\right] / C_1 s$$

$$\Rightarrow \left[1 - \frac{1 + R_2 C_2 s}{K} - \frac{1 + R_2 C_2 s}{K R_1 C_1 s} - \frac{C_2}{K C_1}\right] v_o = -\frac{v_i}{R_1 C_1 s}$$

$$\Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = \frac{K}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 - K R_1 C_1) s + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = \left[C_1 C_2 s^2 + \left[G_1 C_2 + G_2 C_2 + (1-K) G_2 C_1\right] s + G_1 G_2\right]^{-1} \times K G_1 G_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{v_o}{v_i} = \frac{K G_1 G_2}{C_1 C_2 s^2 + \left[(G_1 + G_2) C_2 + (1-K) G_2 C_1\right] s + G_1 G_2}}$$



H.W. در مدار شکل مقابل با تغییر پتانسیومتر 100k برای نقاط (10-90) ، (20-80) ... (90-10) TF را رسم
کنید و برای چه مقداری از پتانسیومتر مدار ناپایدار می‌شود
معین کنید.

Negative Impedance Converter * NIC *

INIC (Current NIC)

هرگاه در یک شبکه چهار سر داشته باشیم

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

یعنی جریان معکوس شود.

$V_1 = a V_2$

$I_1 = b I_2$

آنگاه اگر باری در خروجی وصل کنیم امپدانس ورودی به صورت زیر Convert شده در خواهد شد.

زیر در آید:

$$I_2 = -\frac{V_2}{Z_L} = -\frac{V_1}{a Z_L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = -\frac{b}{a}\frac{V_1}{Z_L} \Rightarrow \boxed{Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = -\frac{a}{b} Z_L} \quad \text{INIC \& VNIC}$$

VNIC (Voltage NIC)

$$V_1 = -a V_2, \quad I_1 = -b I_2 \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

* حال اگر در خروجی NIC (INIC or VNIC) یک خازن قرار دهیم امپدانس ورودی را به صورت زیر خواهد بود:

$$Z_{in} = -\frac{a}{b} Z_L \quad Z_L = \frac{1}{CS} \Rightarrow Z_{in} = -\frac{a}{b}\frac{1}{j\omega C} = j\frac{a}{b}\frac{1}{\omega C}$$

$$\Rightarrow Z_{in} = j\left[\frac{a}{bC\omega^2}\right]\omega \Rightarrow \boxed{Z_{in} = jL\omega} \ \boxed{\& \ L = \frac{a}{b}\cdot\frac{1}{C\omega^2}}$$

ملاحظه می‌شود امپدانس ورودی معادل یک سلف است البته این سلف تابع فرکانس می‌باشد.
ولی آنچه که برای ما اهمیت دارد فاز سلفی است.
بنابراین با تکنیکی که در فوق می‌توان مدارهای با المان‌های C,R طراحی کرد که دارای قطبهای مزدوج باشند
(مختلط)

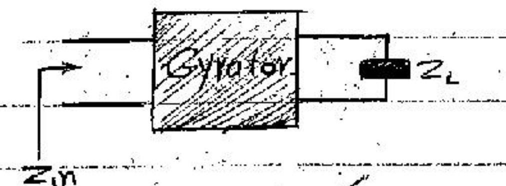
NNI (Negative impedance invertor) Gyrator ژیراتور *

$$\begin{cases} V_1 = -a I_2 \\ I_1 = b V_2 \end{cases} \Rightarrow$$

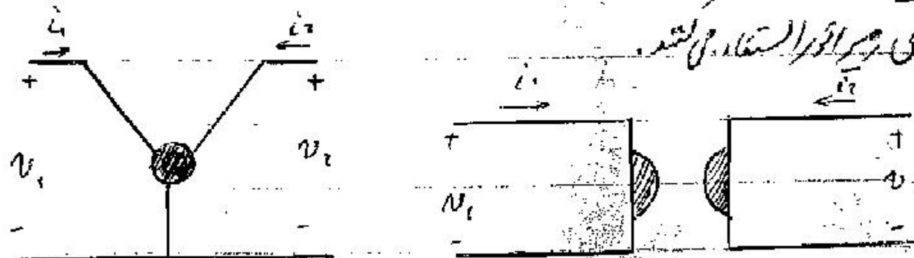
داریم: $\frac{I_2}{V_2} = -\frac{1}{Z_L} \Rightarrow \frac{V_1}{I_1} = -\frac{a}{b}\frac{I_2}{V_2}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{I_1} = Z_{in} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{Z_L}}$$

or $\begin{cases} V_1 = a I_2 \\ I_1 = -b V_2 \end{cases} \Rightarrow Z_{in} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{Z_L}$

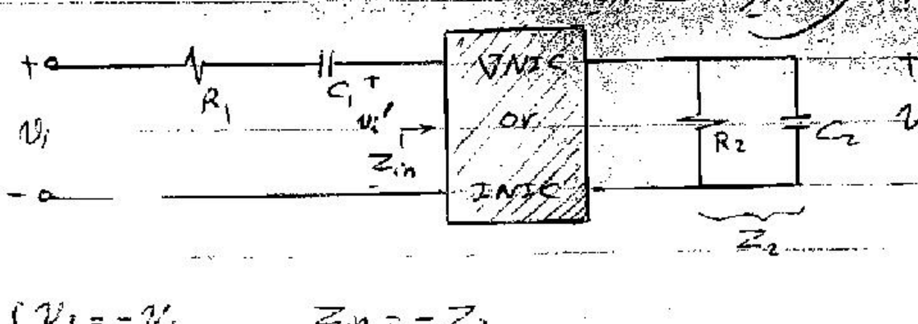


ملاحظه می‌شود ژیراتور امپدانس invert می‌شود و اگر خازنی در خروجی ژیراتور قرار دهیم، کاملاً یک سلف دید.
می‌شود تابع فرکانسی هم هست.
معمولاً از پارامترهای زیر برای ژیراتور استفاده می‌کنند.



$$\begin{cases} i_2 = G V_1 \\ i_1 = -G V_2 \end{cases} \quad \text{oR} \quad \begin{cases} V_2 = -R i_1 \\ V_1 = R i_2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{Z_{in} = \frac{R^2}{Z_L}}$$

مثال: تابع انتقال را از مدار زیر بدست آورید



$$\begin{cases} v_2 = -v_1 \\ i_2 = -i_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_2 = -v_1 \\ i_2 = -i_1 \end{cases} \Rightarrow Z_{in} = -Z_2$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + R_2 C_2 S} \Rightarrow Z_{in} = -\frac{R_2}{1 + R_2 C_2 S} \Rightarrow$$

$$V_i' = \frac{Z_{in}}{Z_{in}+R_1+\frac{1}{C_1 s}} V_i = \frac{-R_2/(1+sC_2R_2)\, V_i}{R_1 + 1/C_1 s + (-R_2)/(1+sC_2R_2)} =$$

$$V_o = -V_i' \Rightarrow$$

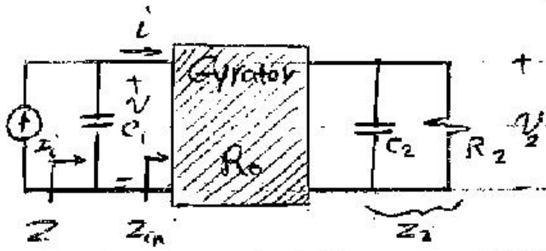
$$\frac{V_o}{V_i} = H(s) = \frac{R_2 C_1 s}{R_1 C_1 s(1+sC_2R_2) + (1+sC_2R_2) - R_2C_1 s}$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{V_o}{V_i}(s) = \frac{R_1 C_1 s}{R_1C_1R_2C_2 s^2 + (R_1C_1 + R_2C_2 - R_2C_1)s + 1}$$

$$\Rightarrow * H(s) = \frac{s/(R_2C_2)}{s^2 + \frac{R_1C_1+R_2C_2-R_2C_1}{R_1R_2C_1C_2}s + \frac{1}{R_1C_1R_2C_2}} *$$

$$\Rightarrow \omega_o^2 = 1/R_1C_1R_2C_2 \quad \& \quad \frac{\omega_o}{Q} = \frac{R_1C_1+R_2C_2-R_2C_1}{R_1R_2C_1C_2}$$

مثال: تابع انتقال مدار زیر را بیابید



$$Z_2 = \frac{R_2}{1+R_2C_2 s} \Rightarrow Z_{in} = \frac{R_0^2(1+R_2C_2 s)}{R_2} = \frac{R_0^2}{R_2} + R_0^2 C_2 s$$

$$\Rightarrow Z_{in} = \frac{R_0^2}{R_2} + L s \qquad \boxed{L = R_0^2 C_2}$$

$$V = Z \times I_i \rightarrow Z = \frac{1}{C_1 s + \frac{R_2}{R_0^2(1+R_2C_2 s)}} =$$

کارمان راحت کنیم

با حرکت [illegible] کنیم

زیرا رابطه بین V_2 و i مهم است (رابطه گیراتور)

$$i = \frac{1/sC_1\, I_i}{1/sC_1 + R_0^2/R_2 + R_0^2 C_2 s} = \frac{R_2 I_i}{R_0^2 R_2 C_1 C_2 s^2 + R_0^2 C_1 s + R_2}$$

$$\Rightarrow i = \frac{1/R_0^2 C_1 C_2 \quad I_i}{s^2 + \frac{1}{R_2C_2}s + \frac{1}{R_0^2 C_1 C_2}} \Rightarrow * H(s) = \frac{V_o}{I_i} = \frac{-1/R_0^2 C_1 C_2}{s^2 + \frac{1}{R_2C_2}s + \frac{1}{R_0^2 C_1 C_2}} *$$

* Q * برای یک مدار RLC سری داریم

$$Y=\frac{S/L}{S^2+\frac{R}{L}S+\frac{1}{LC}}=\frac{S/L}{S^2+\frac{\omega_0}{Q}S+\omega_0^2}$$

$$\frac{R}{L}=\frac{\omega_0}{Q}\Rightarrow Q=\frac{L\omega_0}{R}$$

برای تمامی سیستمهای درجه دوم میتوان مقدار Q را بصورتی که برای مدار RLC سری تعریف شد، محاسبه کرد.

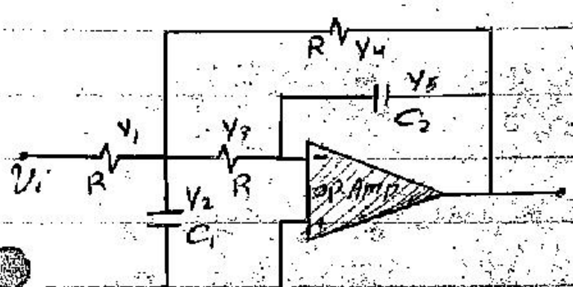
مثلاً برای فیلتر باترورث درجه 2 داریم

$$H(s)=\frac{1}{S^2+\sqrt{2}S+1}\Rightarrow Q=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

اگر مقدار Q در فیلتر تغییر کند دیگر تابع انتقال، تابع انتقالی که ما انتظار داشتیم نخواهد بود بنابراین حساسیت تغییرات Q برای ما دارای اهمیت است.

ما نیز میل داریم در حالی که هر یک فیلتر است که حتی‌الامکان Q ثابت باشد البته مهم است برای برای فیلتر پائین گذر خیلی هم بالا نشده برای NBPF ها که مثلاً برای دریافت pilot استفاده می شود دارای اهمیت زیادی است.

مثال: تابع انتقال شکل زیر را محاسبه کرده ω_0 و Q را برای آن بدست آورید.



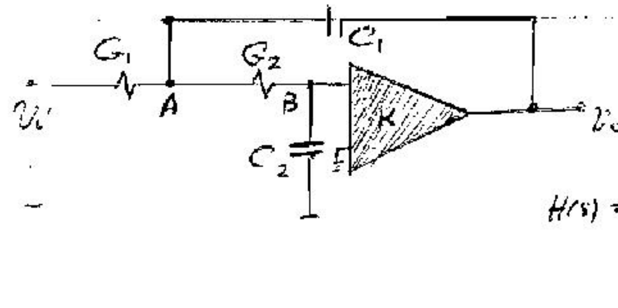
$$\frac{v_o}{v_i}=\frac{Y_1Y_3}{Y_5(Y_1+Y_2+Y_3+Y_4)+Y_4Y_3}$$

$$\frac{v_o}{v_i}=\frac{1}{R^2C_1C_2S^2+3RC_2S+1}$$

$$\Rightarrow\frac{v_o}{v_i}=\frac{1/R^2C_1C_2}{S^2+\frac{3}{RC_1}S+1/R^2C_1C_2}\Rightarrow H(s)=\frac{K}{S^2+\frac{\omega_0}{Q}S+\omega_0^2}$$

$$\Rightarrow\omega_0=\frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}\qquad Q=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

مثال: تابع انتقال را برای مدار زیر بدست آورید. مقدار Q را تعیین کنید.



تابع انتقال فوق در صفحه 34 محاسبه شده است.

$$H(s)=\frac{v_o}{v_i}=\frac{KG_1G_2}{C_1C_2S^2+[(G_1+G_2)C_2+(1-K)G_2C_1]S+G_1G_2}$$

$$H(s)=\frac{KG_1G_2/C_1C_2}{S^2+\left[\frac{G_1+G_2}{C_1}+\frac{(1-K)G_2}{C_2}\right]S+\frac{G_1G_2}{C_1C_2}} \Rightarrow \omega_o^2=\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}$$

$$\text{for } K=1 \Rightarrow Q=\frac{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}{(R_1+R_2)C_1}$$

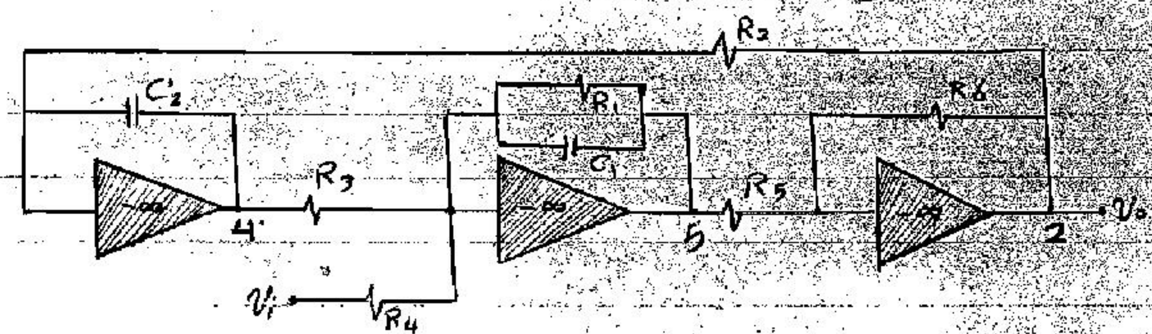
Defintion of sensitivity. * حساسیت *

بطور کلی هرگاه F تابعی از چند متغیر مثلاً K و غیره باشد حساسیت تابع نسبت به تغییرات آن بصورت زیر تعریف می‌گردد

$$S_K^F=\frac{\partial F/F}{\partial K/K} \Rightarrow \boxed{S_K^F=\frac{K}{F}\frac{\partial F}{\partial K}}$$

گاهی لازم است در فیلترها و یا هر مدار دیگر بعضی از پارامترها را ثابت نگه داریم و از تغییرات آن جلوگیری کنیم مثلاً فرکانس notch در notch filter، بنابراین مفید خواهد بود حساسیت عامل فوق را نسبت به پارامترهای مختلف مدار حساب کنیم و هر آنکه تاثیر بیشتری در آن دارد از عناصر دقیق‌تر انتخاب کنیم

مثال: تابع انتقالی فیلتر زیر را بدست آورده و حساسیت Q را نسبت به R_1 تا R_6، C_1، C_2 و ... ω_o را نسبت به $R_1, R_2, R_3, \ldots, R_6$، C_1, C_2 بدست آورید.



$$V_iG_4+V_4G_3+V_5(G_1+SC_1)=0 \quad \& \quad V_o=V_2=-\frac{G_5}{G_6}V_5$$

$$V_4=-\frac{G_2}{SC_2}V_2 \Rightarrow V_iG_4+\left(-\frac{G_2}{SC_2}\right)G_3V_2+\left(-\frac{G_6}{G_5}\right)(G_1+SC_1)V_2=0$$

$$\Rightarrow \quad V_i G_4 = \left[\frac{G_3 G_2}{S C_2} + \frac{G_6 G_1}{G_5} + \frac{G_5 S C_1}{G_5} \right] V_2 \qquad V_2 = V_o$$

$$\Rightarrow \quad H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{G_4 G_5 S C_2}{G_5 C_1 C_2 S^2 + C_2 G_6 G_1 S + G_2 G_3 G_5}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{V_o}{V_i} = \frac{(G_4 G_5 / G_6 C_1) S}{S^2 + \frac{G_1}{C_1} S + \frac{G_2 G_3 G_5}{G_6 C_1 C_2}}}$$

$$\omega_0 = \left(\frac{G_2 G_3 G_4}{G_6 C_1 C_2} \right)^{1/2} = \underline{R_1^{-1/2} R_3^{-1/2} R_4^{-1/2} R_6^{1/2} C_1^{-1/2} C_2^{-1/2}} = \omega_0$$

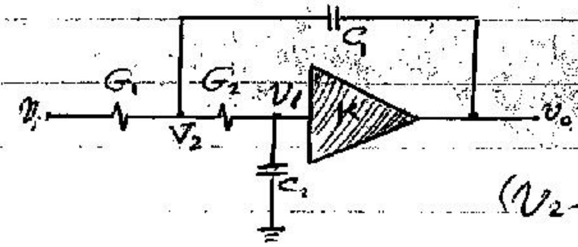
$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{G_1}{C_1} \Rightarrow Q = \frac{C_1}{G_1} \omega_0 \Rightarrow \underline{Q = R_1 C_1^{1/2} R_2^{-1/2} R_3^{-1/2} R_4^{-1/2} R_6^{1/2} C_2^{-1/2}} = Q$$

$$S_K^F = \frac{dF/F}{dK/K} = \frac{K}{F} \frac{dF}{dK} \quad \Rightarrow \quad S_{R_1}^{\omega_0} = S_{R_3, R_4, [illegible]}^{\omega_0} = -1/2$$

$$S_{R_6}^{\omega_0} = \frac{1}{2} \qquad S_{R_2}^{\omega_0} = S_{R_5}^{\omega_0} = 0 \qquad S_{R_2}^{Q} = S_{[illegible]}^{Q} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{R_1}^{Q} = 1 \quad , \quad S_{C_1, R6}^{Q} = \frac{1}{2} \quad S$$

مثال : [illegible] ω₀ و Q را تعیین کنید سپس حساسیت آنها را نسبت به المانها



$$V_1 = V_2 \frac{G_2}{S C_2 + G_2} \qquad [illegible] \quad \frac{K G_2}{G_2 + S C_2} V_2$$

$$(V_2 - V_i) G_1 + (V_2 - V_1) G_2 + (V_2 - [illegible]) S C_1 = 0$$

$$\Rightarrow (V_2 - V_i) G_1 + \left(V_2 - \frac{V_2 G_2}{G_2 + S C_2} \right) G_2 + \left(V_2 - \frac{K G_2}{G_2 + S C_2} V_2 \right) [illegible]$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{G_2 + S C_2}{G_1} \left(S^2 C_1 C_2 + [(G_1 + G_2) C_2 - K G_2 C_1 + C_1 G_2] S + G_1 G_2 \right)^{-1} \times G_1^2$$

$$\Rightarrow V_o = \frac{k G_1 G_2 \; V_i}{C_1 C_2 s^2 + \left[(G_1+G_2)C_2 - kG_2C_1 + G_2C_1\right]s + G_1G_2} \Rightarrow$$

$$V_o/V_i = H(s) = \frac{KG_1G_2/C_1C_2}{s^2 + \left[(G_1+G_2)/C_1 + (1-K)G_2/G_2\right]s + \frac{G_1G_2}{C_1C_2}}$$

$$\omega_o^2 = \frac{G_1G_2}{C_1C_2} = R_1^{-1}C_1^{-1}R_2^{-1}C_2^{-1} \Rightarrow \underline{\omega_o = R_1^{-1/2}C_1^{-1/2}R_2^{-1/2}C_2^{-1/2}}$$

$$\Rightarrow S^{\omega_o}_{R_1,R_2,C_1,C_2} = -1/2 \qquad \& \qquad \frac{\omega_o}{Q} = \frac{G_1+G_2}{C_1} + (1-k)\frac{G_2}{C_2}$$

$$Q = \frac{\omega_o}{\frac{G_1+G_2}{C_1} + (1-k)\frac{G_2}{C_2}} = \frac{1}{(R_1C_1R_2C_2)^{-1/2}\left[\frac{G_1+G_2}{C_1} + (1-k)\frac{G_2}{C_2}\right]}$$

$$S^Q_{R_1} = \frac{R_1}{Q}\frac{\partial Q}{\partial R_1} =$$

Negative impedance convertor. NIC [illegible]

* Positive RC- negative RC cascade synthesis * PRC-NRC.S

$$I_b = -I_a$$

$$V_2 = -V_1$$

برای شبکه B داریم: $\begin{cases} V_o = Z_{21b}I_b \\ V_2 = Z_{11b}I_b \end{cases}$

برای شبکه A داریم: $V_1 = Z_{22a}I_a + Z_{21a}I_i$

اگر معادلات مربوط به شبکه را ادغام کنیم داریم:

$$V_2 = -V_1 \Rightarrow Z_{11b}I_b = -Z_{21a}I_i - Z_{22a}I_a \quad \& \quad I_a = -I_b$$

$$\Rightarrow Z_{11b} I_b = -Z_{21a} I_i + Z_{22a} I_b \Rightarrow (Z_{22a} - Z_{11b}) I_b = Z_{21a} I_i$$

$$\Rightarrow I_b = \frac{Z_{21a} I_i}{Z_{22a} - Z_{11b}} \Rightarrow v_o = \frac{Z_{21a} Z_{21b}}{Z_{22a} - Z_{11b}} I_i$$

$$\Rightarrow \boxed{H = \frac{v_o}{I_i} = \frac{Z_{21a} Z_{21b}}{Z_{22a} - Z_{11b}}}$$

اگر NIC نداشتیم تابع انتقال بصورت زیر می‌شد: $H(s) = \frac{Z_{21a} Z_{21b}}{Z_{22a} + Z_{11b}}$

و ملاحظه می‌شود که چون شبکه‌های A و B شبکه‌های RC هستند قطبهای ساده هستند نابراین بدون NIC قطبهای تابع انتقال همگی ساده خواهند بود ولی به علت وجود علامت منفی تابع انتقال میتواند دارای قطبهای مزدوج باشد. (ما هم برای طراحی فیلترها نیاز به قطبهای مزدوج داریم)

هدف، حدف یا این قسمت تعیین شبکه‌های A و B می‌باشد بطوریکه H(s) دارای مشخصه مورد نظر باشد.

Z_{21} را بیان بصورت زیر نوشت:

$$\boxed{Z_{21}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = H \cdot \frac{\prod_{i=1}^{L}(s+s_i')}{\prod_{i=1}^{m}(s+s_i)}} \quad \& \quad m > L$$

H فاکتور scaling است.

$$\boxed{P(s) = \prod_{i=1}^{n}(s+\sigma_i) \qquad n \geq m}$$

P(s) را بصورت مقابل تعریف می‌کنیم معمولاً $n=m$

$$Z_{21}(s) = \frac{N(s)/P(s)}{D(s)/P(s)}$$

σ_iها بطوری انتخاب می‌شوند که شامل قطبهای $Z_{21}(s)$ نباشد زیرا در این صورت بعضی از نقاط بحرانی $\frac{D(s)}{P(s)}$ حذف خواهند شد.

حال به شبکه اصلی بازگردیم:

$$\left.\frac{v_o}{I_i}\right|_{I_2=0} = Z_{21}(s) = Z_T(s) = \frac{Z_{21a} Z_{21b}}{Z_{22a} - Z_{11b}}$$

$$\Rightarrow \frac{N(s)}{P(s)} = \boxed{Z_{21a} Z_{21b} = \frac{\prod_{i=1}^{L}(s+s_i')}{\prod_{i=1}^{n}(s+\sigma_i)}} \quad \& \quad \boxed{Z_{22a} - Z_{11b} = \frac{\prod_{i=1}^{m}(s+s_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s+\sigma_i)}}$$

(I) (II)

با توجه به اینکه D(s) قطبهای یک فیلتر است و بنابراین دارای ریشه های موهومی $\left[Z_{22a} - Z_{11b} = \frac{D(s)}{P(s)} \right]$

است و P(s) را نیز خودمان انتخاب کرده‌ایم و تماماً دارای ریشه های حقیقی است بنابر $\frac{D(s)}{P(s)}$ بصورت

RC سنتز نخواهد شد بلکه حتماً در بسط آن به کسرهای جزئی منفی برخورد خواهیم کرد.

بنابراین جملات منفی را بعنوان Z_{11b} و جملات مثبت را بعنوان Z_{22a} انتخاب می‌کنیم

با مشخص کردن Z_{11b} و Z_{22a} براحتی میتوان Z_{21a} و Z_{21b} را مشخص کرد.

$$Z_{22a}-Z_{11b}=\frac{D(s)}{P(s)}=\frac{\prod_{i=1}^{m}(s+s_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s+\sigma_i)} \xrightarrow{\text{for } n=m} 1+\frac{k_1}{s+\sigma_1}+\frac{k_2}{s+\sigma_2}+\dots+\frac{k_n}{s+\sigma_n}$$

گفتیم و حتماً تعدادی از K ها منفی خواهد بود بنابراین:

$$\boxed{Z_{22a}=1+\sum_u \frac{k_u}{s+\sigma_u} \quad k_u>0 \quad \& \quad Z_{11b}=\sum_u \frac{-k_u}{s+\sigma_u} \quad k_u<0}$$

با تعیین Z_{11b} و Z_{22a} و با توجه به N(s) (صورت تابع انتقال) میتوانیم شبکه‌های A و B را تعیین کنیم.

★ مثال 1: امپدانس انتقالی شبکه‌ای بصورت مقابل تعریف شده است $Z_T(s)=\frac{H}{s^3+2s^2+2s+1}$

(باترورث درجه سوم)

شبکه را بصورت PRC NRC سنتز کنید.

$$P(s)=\prod_{i=1}^{n}(s+\sigma_i) \qquad n=m=3$$

فرض: $P(s)=(s+1/2)(s+2)(s+4)$

ملاحظه میکنید که (s+1) را در P(s) وجود ندارد زیرا (s+1) یکی از ترمهای مخرج $Z_T(s)$ است.

$$Z_{22a}-Z_{11b}=\frac{s^3+2s^2+2s+1}{(s+1/2)(s+2)(s+4)}=1+\frac{k_1}{s+1/2}+\frac{k_2}{s+2}+\frac{k_3}{s+4}$$

$$\Rightarrow Z_{22a}-Z_{11b}=1+\frac{1/14}{s+1/2}+\frac{1}{s+2}-\frac{39/7}{s+4} \qquad \Rightarrow \underline{Z_{22a}=1+\frac{1/14}{s+1/2}+\frac{1}{s+2}}$$

$$\& \quad \underline{Z_{12a}=\frac{H_a}{(s+1/2)(s+2)}} \quad \& \quad \underline{Z_{12b}=\frac{H_b}{s+4}} \quad \& \quad \underline{Z_{11b}=\frac{39/7}{s+4}}$$