



# مفاهیم پایه شبیه سازی

دکتر مصطفی زندیه

## تعریف شبیه سازی

- **تقلید** عملیاتهای یک فرآیند/سیستم واقعی **در طول زمان** را شبیه سازی گویند.
  - معمولاً توسط **کامپیوتر** و از طریق **نرم افزار مناسب** انجام می گیرد.
  - به عنوان روشی برای تجزیه و تحلیل و پاسخگویی به **سوالات what if** است.
  - به عنوان ابزاری برای **ترکیب (synthesis)**
- این فرآیند برای سیستمهای **پیچیده ای** که از طریق **تحلیلی غیرقابل حل** اند مورد استفاده قرار می گیرد.
- در این درس نوع خاصی از مدل‌های شبیه سازی بنام **”مدلهای شبیه سازی وقایع گسسته“** بحث می شود.



## تعریف سیستم

- مجموعه ای از موجودیتها (Entities) که در تعامل با یکدیگر برای انجام هدف/اهداف خاصی تلاش می کنند.
  - تعریف سیستم وابسته به هدف خاص مطالعه صورت می گیرد.
  - ممکن است آنچه که در یک مطالعه سیستم گفته می شود، برای مطالعه ای دیگر زیرسیستم یا ابرسیستم محسوب شود.
- مثالهایی از سیستم:
  - یک کارخانه سازنده (با ماشین آلات، کانوایرها، مواد اولیه و...)
  - یک بانک (با باجه های سرویس دهی مختلف، مشتریان و ...)
  - یک شبکه کامپیوتری (با کامپیوترهای سرویس دهنده، کامپیوترهای سرویس گیرنده و...)
  - یک مرکز درمانی (با تجهیزات پزشکی، پزشک، پرستار، بیمار، تخت و ...)



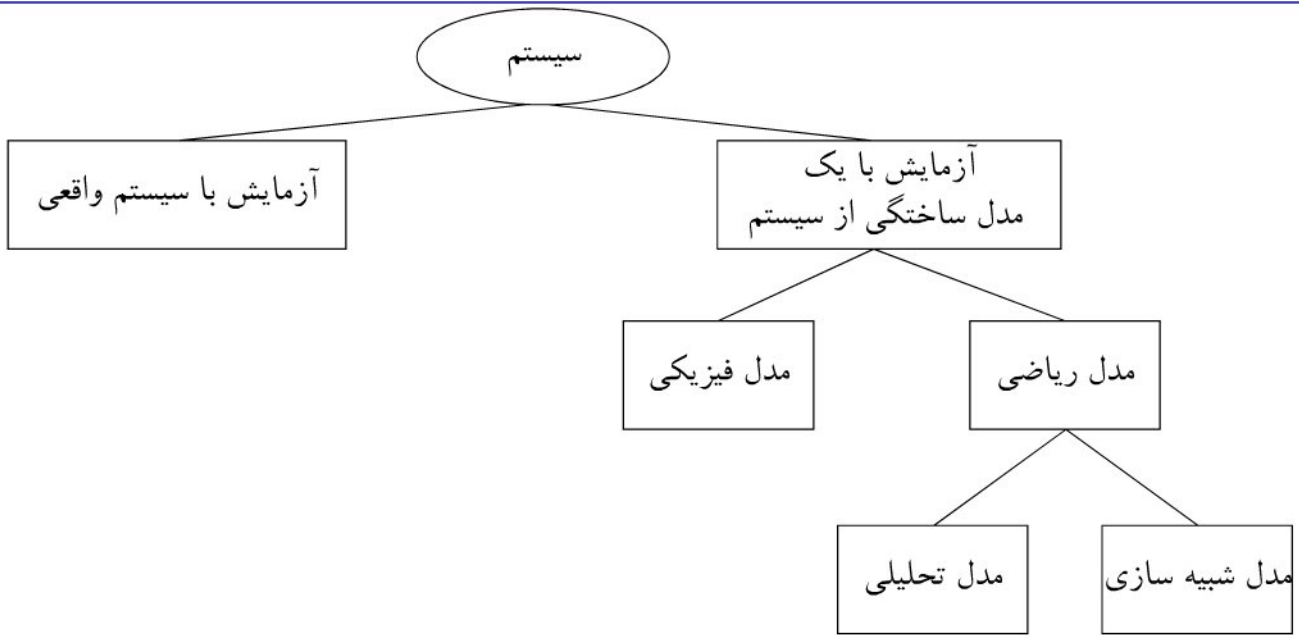
## منظور از مطالعه یک سیستم

---

- اندازه گیری / تخمین عملکردها
- بهبود عملیاتهای سیستم
- آماده شدن برای مقابله با شکستها



روشهای مطالعه یک سیستم



## مدل

- بیانی از سیستم برای مطالعه آن
- تجسم نمایی از واقعیات جهان اطراف ما
- واقعیت خلاصه شده
  - چالش جدی: چه سطحی از خلاصه سازی واقعیات قابل قبول است.
- وظایف مدلها:
  - ابزاری برای تسهیل در فرآیند تفکر، تمرکز و توصیف مسائل دنیای واقعی (ارائه مسائل واقعی در قالب مدل ابهامات و تناقضات را مشخص نموده و موجب سازماندهی و سنجش اعتبار افکار می شود).
  - ابزاری برای برقراری ارتباط (ضرب المثل: یک تصویر ارزش هزار کلمه را دارد).
  - ابزاری برای پیشگویی و انجام آزمایش



## انواع مدلها

- مدل فیزیکی: ارائه یک سیستم واقعی بصورت مادی و ملموس (فیزیکی) در مقیاس کوچک
  - مثال: مدل هواپیما، ماکت ساختمان، ماکت نحوه استقرار ماشین آلات، ماکت جریان کارگاهی مواد
- مدل تصویری (Pictorial): بیان روابط بین اجزاء در قالب یک نمای بصری
  - مثال: نقشه انفجاری یک محصول
- مدل ریاضی: ارائه یک سیستم واقعی با بیان سمبولیک و در قالب معادلات ریاضی
  - مدل‌های ریاضی برای بررسی و مطالعه روابط فیما بین وضعیت‌ها بسیار مفیدند.
  - مثال: مدل‌های تحقیق در عملیات، مدل‌های کنترل موجودی، مدل‌های پیش بینی
- مدل‌سازی بصورت خلاصه سازی سیستم در قالب ورودی - فرآیند - خروجی
  - مروری کلی بر یک مطالعه شبیه سازی



## دسته بندی مدل‌های شبیه سازی

- استاتیک (مونت کارلو)
  - ارائه سیستم در **نقطه خاصی از زمان** (مقطع خاصی از زمان)
  - مثال: آزمایش سوزن بوفون
- دینامیک
  - ارائه سیستم در قالب تغییرات آن **در طول زمان**
  - مثال: شبیه سازی یک بانک
- گسسته
  - تغییرات مدل فقط در مقاطع گسسته ای از زمان اتفاق می افتد.
  - مثال: تعداد مشتریان در بانک
- پیوسته
  - تغییرات مدل بصورت پیوسته با زمان رخ میدهد.
  - مثال: سطح آب پشت یک سد





## روشهای شبیه سازی

---

- شبیه سازی دستی (**manual**)
  - مثال: آزمایشات بوفون
- شبیه سازی از طریق برنامه نویسی با زبانهای عمومی
  - مثال: پاسکال، جاوا، ویژوال بیسیک، فرترن، C و ....
- شبیه سازی با زبانهای خاص شبیه سازی
  - مثال: GPSSH ، SLAM ، SIMAN و ....
- شبیه سازی با بسته های شبیه سازی (**Package**)
  - ARENA
  - راحتی استفاده در مقابل انعطافپذیری در استفاده

## اجزاء یک سیستم

### • موجودیت (Entity)

- هر عنصر / شیء مورد علاقه در یک سیستم که برایش داده جمع آوری می شود.
- مثال: مرکز درمانی (پزشک، پرستار، اتاق، تخت، لوازم آزمایشگاهی، تجهیزات اشعه X و....)

### • مشخصات (Attribute)

- مشخصه های مشترکی که برای موجودیتها میتوان در نظر گرفت و از لحاظ مقداری از موجودیتی به موجودیت دیگر تغییر می کند.
- مثال: بیمار (نوع بیماری، سن، جنس، گروه خونی، اهلیت و....)

### • فعالیت (Activity)

- بیان کننده یک دوره زمانی با طول خاص است.
- مثال: مرکز درمانی (عمل جراحی، ارزیابی دما، ارزیابی فشارخون، عملیات X-Ray)



## اجزاء یک سیستم

### • متغیر (Variable)

- بخشی از اطلاعات که منعکس کننده ویژگیهای یک سیستم است.
- مثال: مرکز درمانی (تعداد بیماران موجود در سیستم، تعداد پزشکان بیکار در هر لحظه و ...)

### • حالت / وضعیت (State)

- مجموعه ای از متغیرها که شامل تمام اطلاعات مورد نیاز برای توصیف سیستم در هر زمانی است.
- مثال: مرکز درمانی (تعداد بیماران موجود در سیستم، وضعیت پزشک (بیکاری/مشغول)، تعداد پزشکان بیکار، وضعیت تجهیزات آزمایشگاهی و ...)

### • واقعه (Event)

- یک اتفاق لحظه ای که وضعیت / حالت سیستم را تغییر می دهد (درونی / بیرونی).
- مثال: مرکز درمانی (رسیدن یک بیمار جدید، تکمیل یک سرویس، شکست یک وسیله پزشکی و ...)



## مزایای شبیه سازی

- خیلی از اوقات روش تحلیلی وجود ندارد و تنها راه بررسی سیستم است.
- امکان مقایسه طرحهای متفاوت و سیاستهای عملیاتی مختلف را ایجاد می کند.
- امکان فشرده سازی یا توسعه زمان را فراهم می کند.
- بدون ایجاد توقف در سیستم می توان نسبت به بهبود آن اقدام کرد.
- بدون انهدام سیستم می توان نقاط فشار را سنجید.
- بدون ساختن سیستم می توان در مورد آن نتیجه گیری نمود.



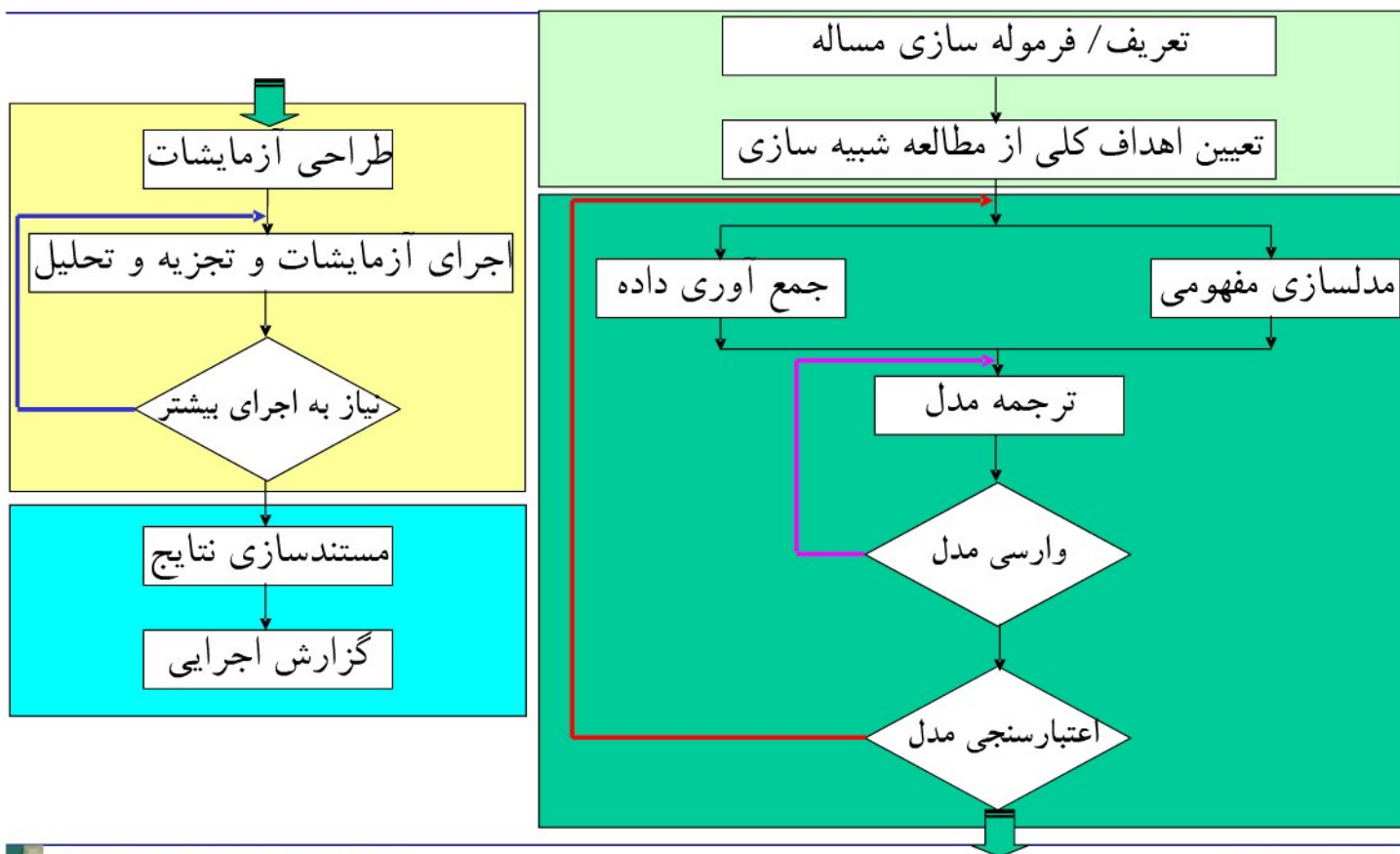
## معایب شبیه سازی

---

- برای مدل‌های احتمالی، شبیه سازی فقط تخمینی از خروجی را در اختیار قرار میدهد، در حالیکه روشهای تحلیلی (در صورت وجود) مقدار دقیق خروجی را ایجاد می کنند.
- در اغلب موارد توسعه مدل‌های شبیه سازی زمانبر و هزینه بر است.
- یک مدل نامعتبر می تواند به نتایج اشتباهی بیانجامد.



## مراحل یک مطالعه شبیه سازی



## تشریح مراحل یک مطالعه شبیه سازی

---

### ۱- تعریف و فرموله سازی مساله

- تحلیلگر(شبیه ساز) درک واضحی از سیستم پیدا کند.

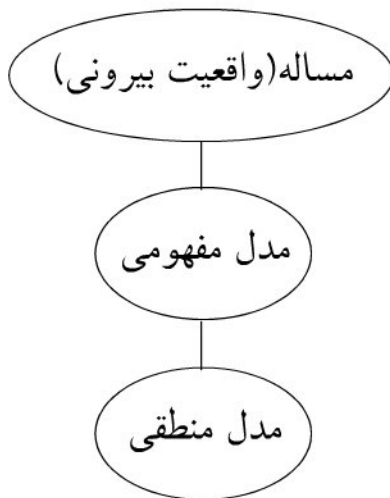
### ۲- تعیین اهداف کلی از مطالعه شبیه سازی

- پروپوزال باید شامل موارد زیر باشد:
  - ✓ تعیین سوالاتی که باید به آن پاسخ داد.
  - ✓ تعیین سناریوهایی که باید بررسی شوند.
  - ✓ تعیین معیارهای تصمیم گیری
  - ✓ تعیین الزامات داده ای
  - ✓ تعیین سخت افزار / نرم افزار و الزامات پرسنلی
  - ✓ تعیین یک برنامه زمانی
  - ✓ تعیین برنامه هزینه ای و رویه شارژ مالی

## تشریح مراحل یک مطالعه شبیه سازی (ادامه)

### ۳- مدل سازی مفهومی

- خلاصه سازی خصوصیات (فیچرهای) ضروری:
- ✓ تعیین فرضیات (سطح جزئیات)
- ✓ وقایع
- ✓ موجودیتها
- ✓ مشخصه ها
- ✓ متغیرها (بیرونی و درونی)
- ✓ روابط بین متغیرها
- ✓ معیارهای عملکردی
- ✓ داده های مورد نیاز





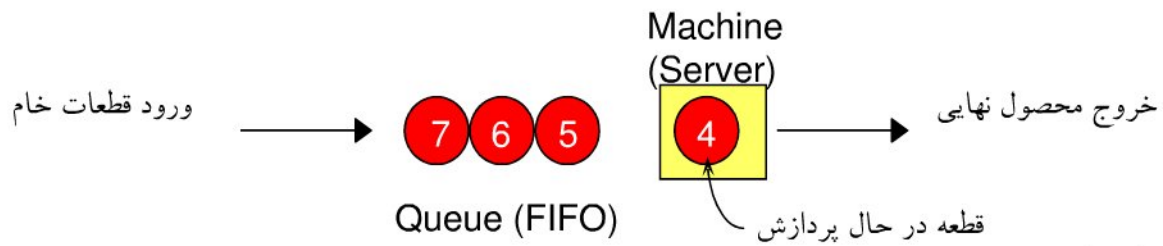
## اهداف کلی

---

- ایده ها، روشها و موضوعات اساسی در شبیه سازی
- آماده سازی برای ورود به نرم افزار **ARENA**
- تمرکز بر روی یک مثال ساده از شبیه سازی
  - تجزیه و تحلیل (شکست) مساله
  - ترمینولوژی
  - شبیه سازی دستی
  - بعضی از جنبه های مقدماتی آماری
  - مروری کلی بر یک مطالعه شبیه سازی



## یک سیستم ساده صف تک کاناله



### • هدف اصلی

- تخمین مقدار تولید مورد انتظار (میانگین)
- تعیین زمان انتظار در صف، طول صف و کسری از زمان که ماشین مشغول است

### • واحد زمان

- در موارد مختلف میتوان از واحدهای متفاوتی استفاده نمود، اما ذکر واحد لازم است.
- واحد زمانی باید با داده های ورودی، محاسبات داخلی و داده های خروجی سازگار باشد.
- منطقی باشد (تفسیر، خطای روند کردن)

## مشخصات مدل

- در ابتدا (زمان صفر) سیستم خالی و ماشین بیکار است.
- واحد زمان : دقیقه
- داده های ورودی بر حسب دقیقه

شماره قطعه	زمانهای ورود	زمانهای بین ورود	زمان سرویس
1	0.00	1.73	2.90
2	1.73	1.35	1.76
3	3.08	0.71	3.39
4	3.79	0.62	4.52
5	4.41	14.28	4.46
6	18.69	0.70	4.36
7	19.39	15.52	2.07
8	34.91	3.15	3.36
9	38.06	1.76	2.37
10	39.82	1.00	5.38
11	40.82	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

- توقف شبیه سازی: با گذشت ۲۰ دقیقه از زمان، شبیه سازی را متوقف کنید.



## معیارهای عملکرد خروجی

- کل تعداد قطعات تولیدی در طول اجرا ( $P$ )

- متوسط زمان انتظار قطعات در صف:

$$\frac{\sum_{i=1}^N WQ_i}{N}$$

$N$  = تعداد قطعاتی که در صف منتظر مانده و سپس خارج میشوند.

$WQ_i$  = زمان انتظار قطعه  $i$ ام در صف

واضح است که:  $WQ_1 = 0$

$$N \geq 1$$

- حداکثر زمان انتظار قطعات در صف:

$$\max_{i=1, \dots, N} WQ_i$$



## معیارهای عملکرد خروجی (ادامه)

- متوسط تعداد قطعات منتظر در صف در واحد زمان

$$\frac{\int_0^{20} Q(t) dt}{20}$$

$Q(t)$  = تعداد قطعات موجود در صف در زمان  $t$

20

 $\max Q(t)$  $0 \leq t \leq 20$ 

- حداکثر تعداد قطعات منتظر در صف :

- متوسط و حداکثر زمان جریان قطعات در سیستم (زمان سیکل):

$$\frac{\sum_{i=1}^P TS_i}{P}$$

$\max_{i=1, \dots, P} TS_i$

$TS_i$  = زمان جریان  $i$  امین قطعه در سیستم



## معیارهای عملکرد خروجی (ادامه)

- درصد استفاده از ماشین (کسری از زمان که ماشین مشغول است)

$$\frac{\int_0^{20} B(t) dt}{20}, \quad B(t) = \begin{cases} 1 & \text{if the machine is busy at time } t \\ 0 & \text{if the machine is idle at time } t \end{cases}$$

## شبیه سازی مکانیکی

- عملیاتهای انفرادی همانطور که در دنیای واقعی رخ میدهند، اتفاق می افتند(ورودها، زمانهای سرویس)
- حرکات و تغییرات در زمانهای خاص و با ترتیبی معین اتفاق می افتند.
- اجزاء مختلف تاثیر متقابل دارند.
- برای استخراج معیارهای عملکردی **”مشاهده گرهای (observers)”** قرار داده می شوند.
- رویکرد تحلیلی سخت (Concrete) و غیر منعطف (brute-force)
- نکته **مبهم (myterious)** یا **هوشمندانه ای (subtle)** وجود ندارد.
  - اما حجم زیادی از جزئیات به همراه عملیات ثبت وجود دارد.
  - نرم افزار شبیه سازی، پیگیرها را انجام میدهد.



## اجزاء یک مدل شبیه سازی

### • موجودیتها (Entities)

- **بازیگرانی** که درون سیستم حرکت می کنند، وضعیتشان تغییر میکند، روی سایر موجودیتها تاثیر گذاشته و نیز از آنها تاثیر می پذیرند.
- **اشیاء پویا:** ایجاد می شوند، حرکت می کنند، (احتمالاً) از سیستم خارج می شوند.
- معمولاً معرف چیزهای واقعی هستند.
- - در مدل ما: **قطعات** ، تشکیل دهنده **موجودیتها** هستند.
- در مدلسازی میتوان موجودیتهای جعلی (fake) نیز تعریف کرد.
- - دیو خرابی ماشین (breakdown demon) (با ورود خود، ماشین را برای مدتی از حالت آماده سرویس خارج نموده و سپس مجدداً به حالت اول باز می گرداند).
- - فرشته استراحت (break angel) (با ورود خود بطور موقت برای مدتی به ماشین استراحت می دهد).
- در Arena روشهای تعبیه شده ای برای مدلسازی چنین مثالهایی بصورت مستقیم وجود دارد.
- در مدل ما تنها یک نوع موجودیت، اما به تعداد زیاد (**multiple realization**) وجود دارد.
- معمولاً چند **نوع** موجودیت، بطور همزمان در سیستم جریان دارند.
- معمولاً اولین قدم ساخت مدل، تعیین انواع موجودیتها است.





## اجزاء یک مدل شبیه سازی (ادامه)

### • مشخصه ها (Attributes)

- ویژگیهای تمامی موجودیتهای ابزار برای توصیف و تمایز
- تمامی موجودیتهای هممنوع، مشخصه های یکسانی دارند، اما مقادیر (ارزشهای) متفاوتی نسبت به یکدیگر دارند. بعنوان مثال:
  - زمان ورود
  - موعد تحویل
  - تقدم
  - رنگ
- هر موجودیت خاص، مقدار مشخصه مربوط به خود را داراست.
- بعضی مشخصه ها بطور خودکار توسط نرم افزار تعریف می شوند.
- بعضی مشخصه ها توسط مدلساز تعریف و مقادیری به آن اختصاص داده می شود.

## اجزاء یک مدل شبیه سازی (ادامه)

### • متغیرهای عمومی (Global Variables)

- منعکس کننده یک ویژگی از کل سیستم است (نه از موجودیتهایی خاص)
- برای بسیاری از چیزهای متفاوت بکار می رود
  - زمان سفر بین هر جفت ایستگاه کاری
  - تعداد قطعات موجود در سیستم
  - ساعت شبیه سازی (متغیری تعبیه شده در Arena)
  - طول فعلی صف
  - وضعیت ماشین
- نیاز به یک اسم و مقدار دارد، هر چند که در تمام مدل فقط یک کپی از آن وجود دارد.
- 
- موجودیتهای می توانند به متغیرها دسترسی داشته باشند و نیز آنها را تغییر دهند.
- قابلیت نوشتن مجدد دارند (rewriteable).
- بعضی از متغیرها از قبل در نرم افزار Arena تعبیه شده (built-in) و بعضی دیگر بسته به نیاز تعریف می شوند.



## اجزاء یک مدل شبیه سازی (ادامه)

### • منابع (Resources)

- هر آنچه که موجودیتهای برایش رقابت می کنند.
  - افراد (نیروی کاری)
  - تجهیزات
  - فضا (جا)
- هر موجودیت منابع را تصاحب (**seize**) میکند، از آن استفاده (**use**) میکند و سپس آنرا آزاد (**release**) میکند.
- از این به بعد چنین فکر کنید که: **منابع به موجودیتهای تخصیص داده می شوند** (نه اینکه موجودیتهای به منابع تعلق دارند)
- **یک منبع میتواند چند واحد ظرفیت داشته باشد.**
  - عوامل رزرو بلیط در یک آژانس خطوط هوایی
  - میزهای غذاخوری در یک رستوران
- تعداد واحدهای منابع در خلال شبیه سازی ، میتواند تغییر کند.

## اجزاء یک مدل شبیه سازی (ادامه)

### • صف ها (Queues)

- مکانهایی برای انتظار موجودیتها هستند(در مواردی که نمی توانند حرکت کنند-مثلا منبع لازم برای آنها در دسترس نیست).
- دارای یک اسم هستند(که غالبا در ارتباط با یک منبع می باشند)
- می توانند ظرفیت محدود(*finite*) داشته باشند(تا بدین طریق محدودیت جا و فضا را نشان دهند)
- در مدلسازی باید نسبت به مواردی که ظرفیت صف تکمیل است و موجودیت جدیدی میخواهد اضافه شود، تصمیم گرفت (تعیین تکلیف نمود).
- معمولا بدنبال آمارهایی از طول صف، مدت انتظار در صف و نظایر آن هستیم.

## اجزاء یک مدل شبیه سازی (ادامه)

### • انباشتگرهای آماری (Statistical accumulators)

- متغیرهایی هستند که برای نمایش آنچه که رخ میدهد، استفاده می شوند.
- بسته به معیارهای عملکردی مورد نظر (دلخواه) دارند.
- در مدل غیرانفعالی (passive) هستند (در مدل مشارکتی ندارند، فقط نمایشی هستند).
- بسیاری از آنها در نرم افزارهای شبیه سازی مثل Arena، بطور خودکار تعبیه شده است، بعضی نیز بسته به نیاز، توسط مدلساز تعریف می شود.
- در پایان شبیه سازی برای محاسبه معیارهای عملکرد خروجی نهایی، مورد استفاده قرار میگیرند.



## اجزاء یک مدل شبیه سازی (ادامه)

- انباشتگرهای آماری برای مثال طرح شده:
  - تعدادی قطعاتی که تاکنون (لحظه فعلی) تولید شده اند.
  - کل زمان سپری شده در صف تا لحظه فعلی.
  - تعداد قطعاتی که در صف قرار گرفته اند.
  - بیشترین زمان مشاهده شده در صف.
  - مجموع زمانهای در جریان (flow time)
  - حداکثر زمان در جریان مشاهده شده
  - مساحت زیر منحنی طول صف ( $Q(t)$ ) تا لحظه فعلی
  - حداکثر طول صف ( $Q(t)$ ) تا لحظه فعلی
  - مساحت زیر منحنی ( $B(t)$ ) (منحنی وضعیت مشغول بودن سرویس دهنده)



## پویایی شبیه سازی: دیدگاه پیشامدگرا (event-oriented)

- **پیشامدهای** (وقایع) تغییردهنده وضعیتها را تعیین کنید  
(مثل : آماده سازی (شرایط اولیه)، ورودها، خروج و ختم شبیه سازی).
- نسبت به **منطق** تغییر وضعیت هر نوع واقعه ای تصمیم بگیرید.
  - **تغییرات وضعیت** را برای هر نوع واقعه معنی نمائید.
  - آمارهای مورد نظر را جمع آوری کنید.
  - زمان وقایع آتی را به روز نمائید.
- **یک ساعت (clock)** شبیه سازی و **یک لیست از وقایع (event calendar)** آتی در نظر بگیرید.
- از یک واقعه به واقعه بعدی بروید (**jump**)، آن واقعه را **پردازش** کنید، آمار مورد نیاز را **جمع آوری** نمائید و تقویم وقایع را **به روز** کنید.
- **یک معیار توقف** مناسب تعریف نمائید.

## وقایع مربوط به مثال طرح شده

### • ورود قطعه جدید به سیستم

- انباشتگرهای آماری را به روز نمایید.
  - سطح زیر منحنی  $Q(t)$
  - حداکثر  $Q(t)$
  - سطح زیر منحنی  $B(t)$
- زمان ورود قطعه را با زمان فعلی **علامتگذاری** کنید (بعد از آن استفاده می شود).
- اگر ماشین بیکار است:
  - پردازش را شروع نمایید (خروج قطعه را برنامه ریزی کنید)، وضعیت ماشین را به حالت مشغول تغییر دهید، زمان سپری شده در صف را محاسبه نمایید (صفر).
- در غیر اینصورت (اگر ماشین مشغول است):
  - قطعه را در انتهای صف قرار دهید، به مقدار متغیر طول صف یک واحد اضافه کنید.
- واقعه ورود بعدی را برنامه ریزی کنید.





## وقایع مربوط به مثال طرح شده (ادامه)

### • خروج (Departure)

- انباشتگرهای آماری مربوط به تعداد قطعات تکمیل شده را افزایش دهید.
- زمان جریان را محاسبه کنید (زمان ورود - زمان فعلی)
- آمار وابسته به زمان را به روز کنید.
- اگر صف خالی نیست:
  - اولین قطعه را از صف بیرون کشیده، مدت زمان انتظار آنرا در صف محاسبه کنید، سرویس آن قطعه را شروع نمائید (واقعه خروج آنرا برنامه ریزی کنید).
  - در غیر اینصورت (اگر صف خالی است):
    - وضعیت ماشین را به حالت بیکار تغییر دهید (توجه: هیچگونه واقعه خروج برنامه ریزی شده ای در تقویم وقایع آتی وجود نخواهد داشت).



## وقایع مربوط به مثال طرح شده (ادامه)

### • ختم شبیه سازی (The End)

- انباشتگرهای آماری وابسته به زمان را به روز نمائید.
- با استفاده از مقادیر فعلی انباشتگرهای آماری، معیارهای خروجی مورد نظر را محاسبه کنید.
- بعد از هر واقعه، اولین واقعه موجود در لیست وقایع آتی، زمان و کاری که می بایست در قدم بعدی انجام شود را تعیین میکنند.
- البته شرایط اولیه در ابتدای شبیه سازی باید تعریف شده باشد.



## جزئیات بیشتری راجع به مثال طرح شده

- متغیر ساعت شبیه سازی معمولا در نرم افزارهای شبیه سازی تعریف شده است.
- لیست (تقویم) وقایع: لیستی که در آن پیشامدها **ثبت** می شوند:
  - [Entity No., Event Time, Event Type]
  - وقایع به **ترتیب صعودی** زمان رخدادشان مرتب می شوند.
  - واقعه بعدی همواره در ابتدای لیست قرار دارد.
  - در ابتدای شبیه سازی وقایع اولین ورود و ختم شبیه سازی برنامه ریزی می شوند.
- متغیرهای وضعیت: وضعیت فعلی را توصیف می کنند.
  - وضعیت سرویس دهنده  $B(t)=1$  برای مشغول بودن و 0 برای بیکار بودن.
  - تعداد مشتریان منتظر در صف  $Q(t)$
  - زمانهای ورود هر مشتری به صف





## شبیه سازی دستی

---


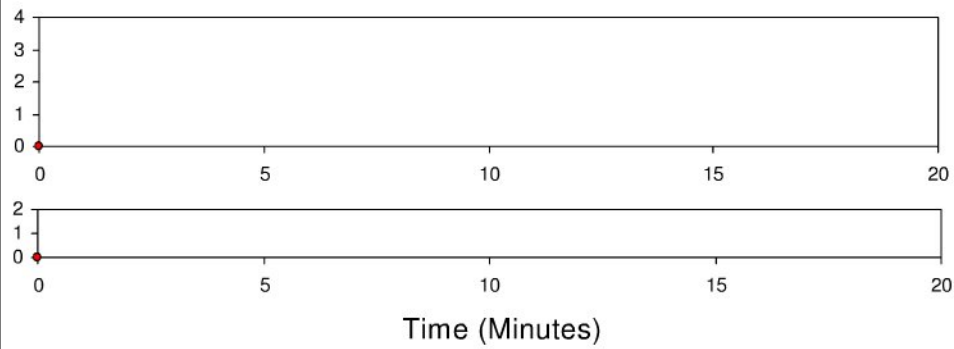
- بصورت دستی متغیرهای وضعیت و انباشته‌گرهای آماری پیگیری می شوند.
- از زمانهای بین دو ورود متوالی و زمانهای سرویس به عنوان داده های مفروض استفاده می شود.
- لیستی از وقایع نگهداری می شود.
- ساعت شبیه سازی از یک واقعه به واقعه بعدی به یکباره جلو برده می شود(منتظر انجام سرویس نمی شویم).



# شبیه سازی دستی: آماده سازی


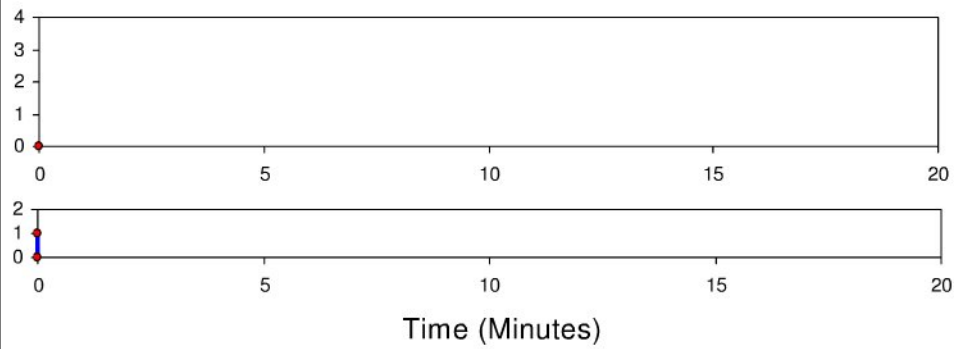
System		Clock	$B(t)$	$Q(t)$	Arrival times of custs. in queue	Event calendar
Number of completed waiting times in queue	Total of waiting times in queue		Area under $Q(t)$		Area under $B(t)$	
$Q(t)$ graph						
$B(t)$ graph						
Interarrival times	1.73, 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...					
Service times	2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...					

شرایط اولیه در زمان  $t = 0.00$ 

System		Clock 0.00	$B(t)$ 0	$Q(t)$ 0	Arrival times of custs. in queue <empty>	Event calendar [1, 0.00, Arr] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 0	Total of waiting times in queue 0.00		Area under $Q(t)$ 0.00		Area under $B(t)$ 0.00	
$Q(t)$ graph						
$B(t)$ graph						
Interarrival times	1.73, 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...					
Service times	2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...					



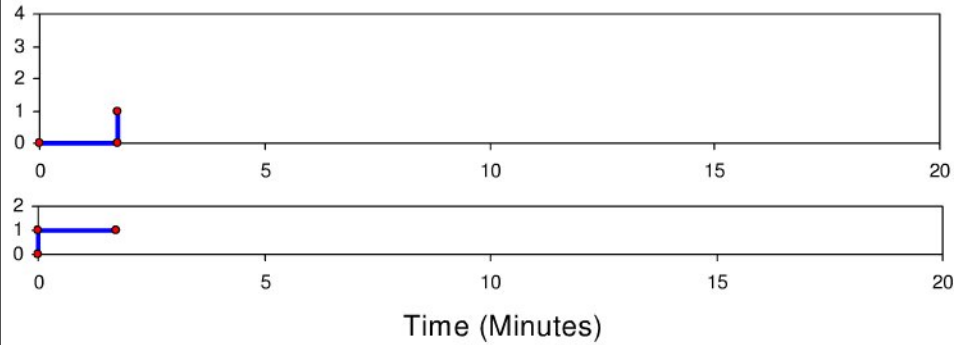


**$t = 0.00$ , Arrival of Part 1**

System 	Clock 0.00	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 0	Arrival times of custs. in queue <empty>	Event calendar [2, 1.73, Arr] [1, 2.90, Dep] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 1	Total of waiting times in queue 0.00		Area under $Q(t)$ 0.00	Area under $B(t)$ 0.00	
$Q(t)$ graph	 <p style="text-align: center;">Time (Minutes)</p>				
$B(t)$ graph					
Interarrival times	<del>1.73</del> , 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...				
Service times	<del>2.90</del> , 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...				




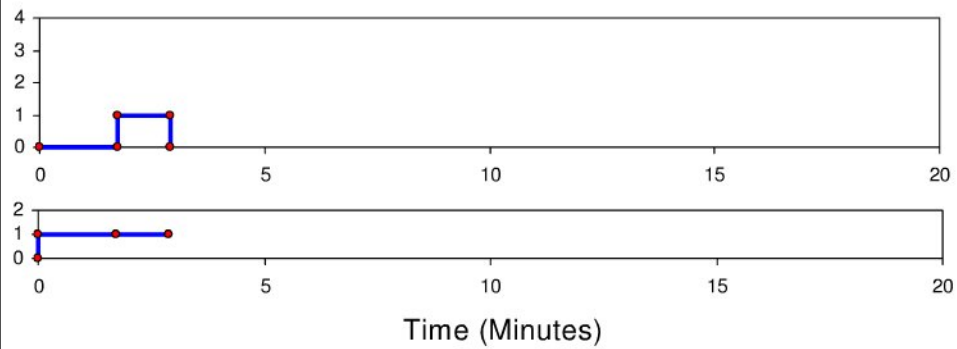
**$t = 1.73$ , Arrival of Part 2**

System  	Clock 1.73	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 1	Arrival times of custs. in queue (1.73)	Event calendar [1, 2.90, Dep] [3, 3.08, Arr] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 1	Total of waiting times in queue 0.00		Area under $Q(t)$ 0.00		Area under $B(t)$ 1.73
$Q(t)$ graph					
$B(t)$ graph					
Interarrival times	<del>1.73</del> , <del>1.35</del> , 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...				
Service times	<del>2.90</del> , 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...				





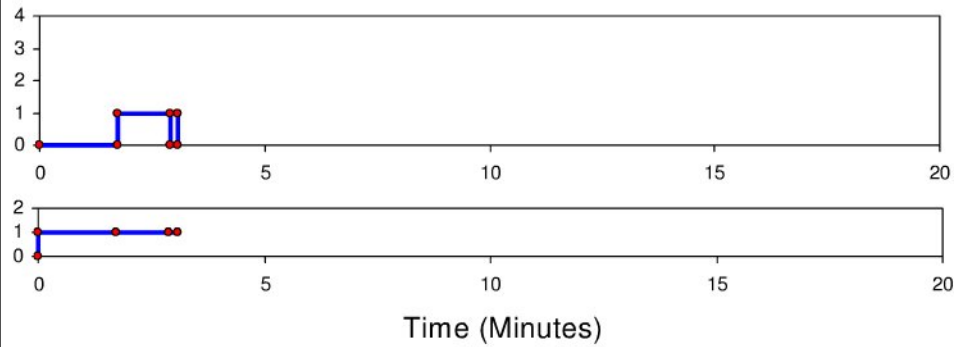


**$t = 2.90$ , Departure of Part 1**

System 	Clock 2.90	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 0	Arrival times of custs. in queue <empty>	Event calendar [3, 3.08, Arr] [2, 4.66, Dep] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 2	Total of waiting times in queue 1.17		Area under $Q(t)$ 1.17		Area under $B(t)$ 2.90
$Q(t)$ graph  $B(t)$ graph					
Interarrival times	<del>1.73, 1.35</del> , 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...				
Service times	<del>2.90, 1.76</del> , 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...				



**$t = 3.08$ , Arrival of Part 3**

System  	Clock 3.08	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 1	Arrival times of custs. in queue (3.08)	Event calendar [4, 3.79, Arr] [2, 4.66, Dep] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 2	Total of waiting times in queue 1.17		Area under $Q(t)$ 1.17		Area under $B(t)$ 3.08
$Q(t)$ graph  $B(t)$ graph					
Interarrival times	<del>1.73, 1.35, 0.71</del> , 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...				
Service times	<del>2.90, 1.76</del> , 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...				

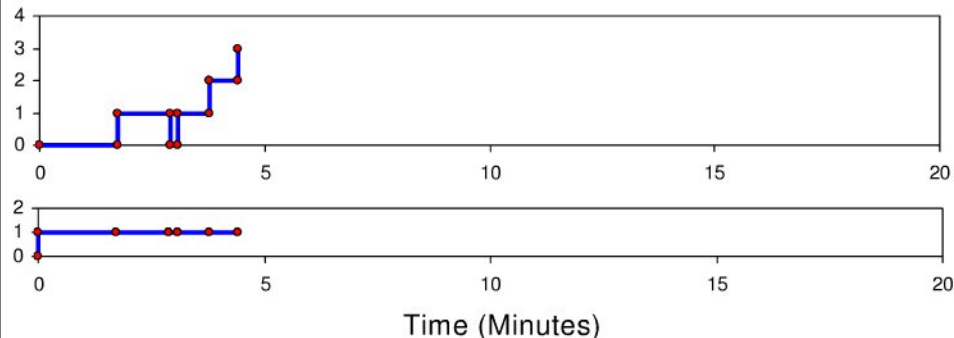


**$t = 3.79$ , Arrival of Part 4**

System 4 3 2	Clock 3.79	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 2	Arrival times of custs. in queue (3.79, 3.08)	Event calendar [5, 4.41, Arr] [2, 4.66, Dep] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 2	Total of waiting times in queue 1.17		Area under $Q(t)$ 1.88	Area under $B(t)$ 3.79	
$Q(t)$ graph  $B(t)$ graph					
Interarrival times	<del>1.73, 1.35, 0.71, 0.62</del> , 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...				
Service times	<del>2.00, 1.76</del> , 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...				



**$t = 4.41$ , Arrival of Part 5**

System 5 4 3 2	Clock 4.41	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 3	Arrival times of custs. in queue (4.41, 3.79, 3.08)	Event calendar [2, 4.66, Dep] [6, 18.69, Arr] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 2	Total of waiting times in queue 1.17	Area under $Q(t)$ 3.12		Area under $B(t)$ 4.41	
$Q(t)$ graph					
$B(t)$ graph					
Interarrival times	<del>1.73, 1.35, 0.71, 0.82, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...</del>				
Service times	<del>2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...</del>				


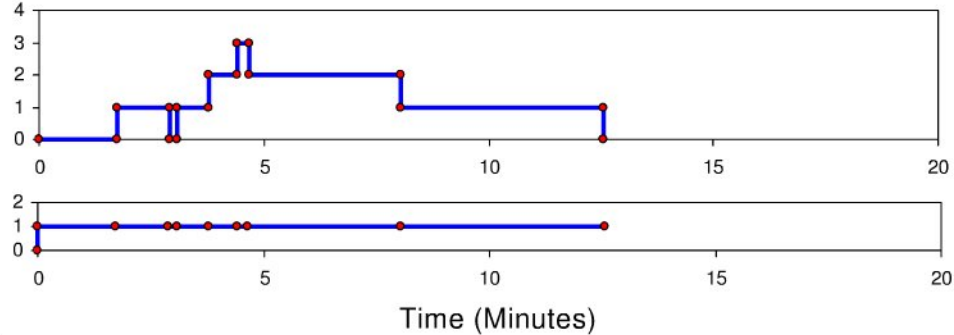
# $t = 4.66$ , Departure of Part 2

System 5 4 3	Clock 4.66	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 2	Arrival times of custs. in queue (4.41, 3.79)	Event calendar [3, 8.05, Dep] [6, 18.69, Arr] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 3	Total of waiting times in queue 2.75		Area under $Q(t)$ 3.87		Area under $B(t)$ 4.66
$Q(t)$ graph  $B(t)$ graph					
Interarrival times	<del>1.78, 1.35, 0.71, 0.82, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...</del>				
Service times	<del>2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...</del>				

# $t = 8.05$ , Departure of Part 3


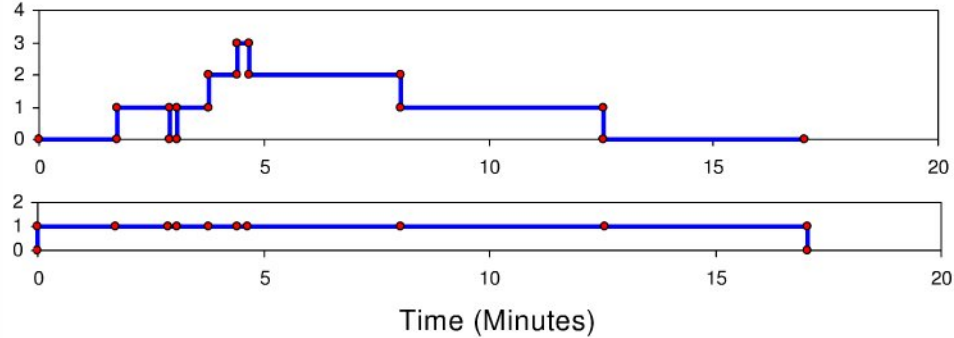
System <b>5</b> <b>4</b>	Clock 8.05	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 1	Arrival times of custs. in queue (4.41)	Event calendar [4, 12.57, Dep] [6, 18.69, Arr] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 4	Total of waiting times in queue 7.01		Area under $Q(t)$ 10.65		Area under $B(t)$ 8.05
$Q(t)$ graph					
$B(t)$ graph					
Interarrival times	<del>1.78, 1.35, 0.71, 0.82, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...</del>				
Service times	<del>2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...</del>				

**$t = 12.57$ , Departure of Part 4**

System 	Clock 12.57	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 0	Arrival times of custs. in queue ( )	Event calendar [5, 17.03, Dep] [6, 18.69, Arr] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 5	Total of waiting times in queue 15.17		Area under $Q(t)$ 15.17	Area under $B(t)$ 12.57	
$Q(t)$ graph					
$B(t)$ graph					
Interarrival times	<del>1.75, 1.35, 0.71, 0.82, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...</del>				
Service times	<del>2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...</del>				


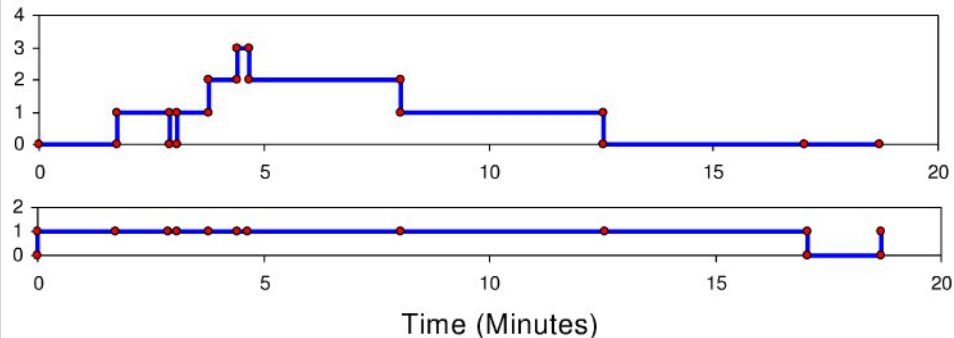


# $t = 17.03$ , Departure of Part 5



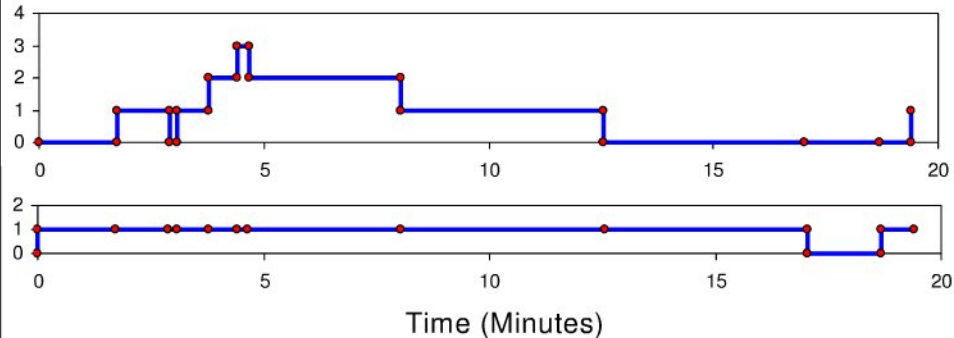
System		Clock 17.03	$B(t)$ 0	$Q(t)$ 0	Arrival times of custs. in queue ( )	Event calendar [6, 18.69, Arr] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 5	Total of waiting times in queue 15.17		Area under $Q(t)$ 15.17		Area under $B(t)$ 17.03	
$Q(t)$ graph						
$B(t)$ graph						
Interarrival times	<del>1.73, 1.35, 0.71, 0.82, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...</del>					
Service times	<del>2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...</del>					





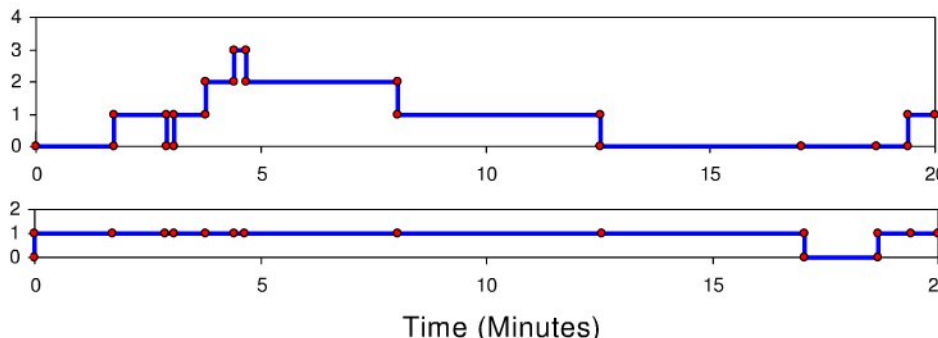
# $t = 18.69$ , Arrival of Part 6

System		Clock 18.69	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 0	Arrival times of custs. in queue ( )	Event calendar [7, 19.39, Arr] [-, 20.00, End] [6, 23.05, Dep]
Number of completed waiting times in queue 6	Total of waiting times in queue 15.17		Area under $Q(t)$ 15.17		Area under $B(t)$ 17.03	
$Q(t)$ graph						
$B(t)$ graph						
Interarrival times	<del>1.73, 1.35, 0.71, 0.82, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...</del>					
Service times	<del>2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...</del>					

# $t = 19.39$ , Arrival of Part 7

System  	Clock 19.39	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 1	Arrival times of custs. in queue (19.39)	Event calendar [-, 20.00, End] [6, 23.05, Dep] [8, 34.91, Arr]
Number of completed waiting times in queue 6	Total of waiting times in queue 15.17		Area under $Q(t)$ 15.17	Area under $B(t)$ 17.73	
$Q(t)$ graph  $B(t)$ graph					
Interarrival times	<del>1.73, 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...</del>				
Service times	<del>2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.86, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...</del>				

# $t = 20.00$ , The End

System  	Clock 20.00	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 1	Arrival times of custs. in queue (19.39)	Event calendar [6, 23.05, Dep] [8, 34.91, Arr]
Number of completed waiting times in queue 6	Total of waiting times in queue 15.17		Area under $Q(t)$ 15.78	Area under $B(t)$ 18.34	
$Q(t)$ graph					
$B(t)$ graph					
Interarrival times	<del>1.73, 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...</del>				
Service times	<del>2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.86, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...</del>				

## شبیه سازی دستی: تکمیل شبیه سازی

- متوسط زمان انتظار در صف:

$$\frac{\text{Total of times in queue}}{\text{No. of times in queue}} = \frac{15.17}{6} = 2.53 \text{ minutes per part}$$

- متوسط تعداد قطعه در صف در واحد زمان:

$$\frac{\text{Area under } Q(t) \text{ curve}}{\text{Final clock value}} = \frac{15.78}{20} = 0.79 \text{ part}$$

- درصد استفاده از ماشین:

$$\frac{\text{Area under } B(t) \text{ curve}}{\text{Final clock value}} = \frac{18.34}{20} = 0.92 \text{ (dimensionless)}$$

# ثبت کامل شبیه سازی دستی

Just-Finished Event			Variables		Attributes		Statistical Accumulators								Event Calendar			
Entity No.	Time $t$	Event Type	$Q(t)$	$B(t)$	Arrival Times: (In Queue) In Service		$P$	$N$	$\Sigma WQ$	$WQ^*$	$\Sigma TS$	$TS^*$	$\bar{L}_Q$	$Q^*$	$\bar{L}_B$	[Entity No., Time, Type]		
-	0.00	Init	0	0	( )	-	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0	0.00	[1, 0.00, Arr]		
1	0.00	Arr	0	1	( )	0.00	0	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0	0.00	[2, 1.73, Arr] [1, 2.90, Dep] [-, 20.00, End]		
2	1.73	Arr	1	1	(1.73)	0.00	0	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1	1.73	[1, 2.90, Dep] [3, 3.08, Arr] [-, 20.00, End]		
1	2.90	Dep	0	1	( )	1.73	1	2	1.17	1.17	2.90	2.90	1.17	1	2.90	[3, 3.08, Arr] [2, 4.66, Dep] [-, 20.00, End]		
3	3.08	Arr	1	1	(3.08)	1.73	1	2	1.17	1.17	2.90	2.90	1.17	1	3.08	[4, 3.79, Arr] [2, 4.66, Dep] [-, 20.00, End]		
4	3.79	Arr	2	1	(3.79, 3.08)	1.73	1	2	1.17	1.17	2.90	2.90	1.88	2	3.79	[5, 4.41, Arr] [2, 4.66, Dep] [-, 20.00, End]		
5	4.41	Arr	3	1	(4.41, 3.79, 3.08)	1.73	1	2	1.17	1.17	2.90	2.90	3.12	3	4.41	[2, 4.66, Dep] [6, 18.69, Arr] [-, 20.00, End]		
2	4.66	Dep	2	1	(4.41, 3.79)	3.08	2	3	2.75	1.58	5.83	2.93	3.87	3	4.66	[3, 8.05, Dep] [6, 18.69, Arr] [-, 20.00, End]		
3	8.05	Dep	1	1	(4.41)	3.79	3	4	7.01	4.26	10.80	4.97	10.65	3	8.05	[4, 12.57, Dep] [6, 18.69, Arr] [-, 20.00, End]		
4	12.57	Dep	0	1	( )	4.41	4	5	15.17	8.16	19.58	8.78	15.17	3	12.57	[5, 17.03, Dep] [6, 18.69, Arr] [-, 20.00, End]		
5	17.03	Dep	0	0	( )	-	5	5	15.17	8.16	32.20	12.62	15.17	3	17.03	[6, 18.69, Arr] [-, 20.00, End]		
6	18.69	Arr	0	1	( )	18.69	5	6	15.17	8.16	32.20	12.62	15.17	3	17.03	[7, 19.39, Arr] [-, 20.00, End] [6, 23.05, Dep]		
7	19.39	Arr	1	1	(19.39)	18.69	5	6	15.17	8.16	32.20	12.62	15.17	3	17.73	[-, 20.00, End] [6, 23.05, Dep] [8, 34.91, Arr]		
-	20.00	End	1	1	(19.39)	18.69	5	6	15.17	8.16	32.20	12.62	15.78	3	18.34	[6, 23.05, Dep] [8, 34.91, Arr]		

