برنامه ریزی و کنترل پروژه

دکتر فریبرز جولای

دانشکده فنی دانشگاه تهران

سر فصل ها

- مفاهیم اولیه مدیریت پروژه
- مراحل برنامه ریزی
  - شکست پروژه (فهرست فعالیت ها)
  - تخمین زمان
  - رسم شبکه
  - محاسبات CPM
  - مقابله هزینه – زمان
  - تخصیص منابع
- مباحث تکمیلی
  - کنترل پروژه (زمان و هزینه)
  - برنامه ریزی ریاضی
  - شبکه های تقدم – تاخر
  - شبکه های احتمالی
- سایر حوزه های مدیریت پروژه

References:

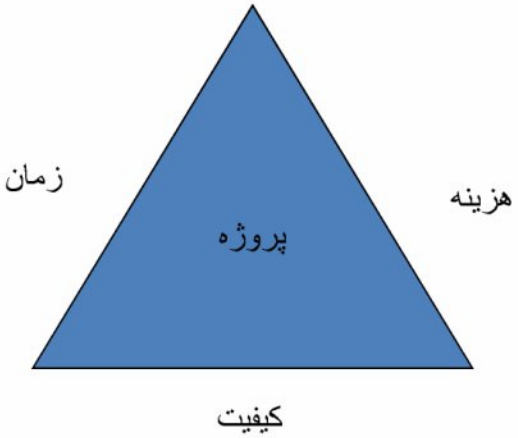
1. Project management with CPM, PERT & precedence diagramming, by Moder, Phillips

منابع فارسی:

- مدیریت و کنترل پروژه، دکتر شیرمحمدی
- مدیریت و کنترل پروژه، دکتر نادری پور

تعریف پروژه:

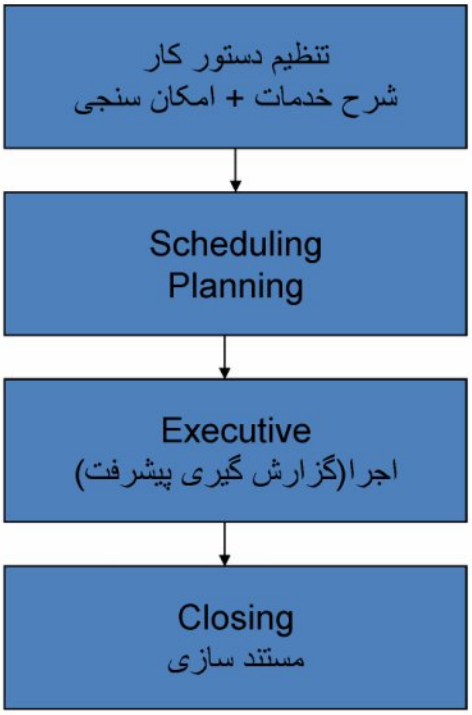
مجموعه ای از فعالیت های منحصر به فرد با یک هدف از قبل تعیین شده.



•پروژه موفق پروژه ایست که در زمان تعیین شده و با هزینه مشخص وبا کیفیت مورد نظر اجرا گردد.

فرآیند پیشنهاد پروژه:

سازمان ← ماموریت اصلی ← برنامه ← پروژه ها



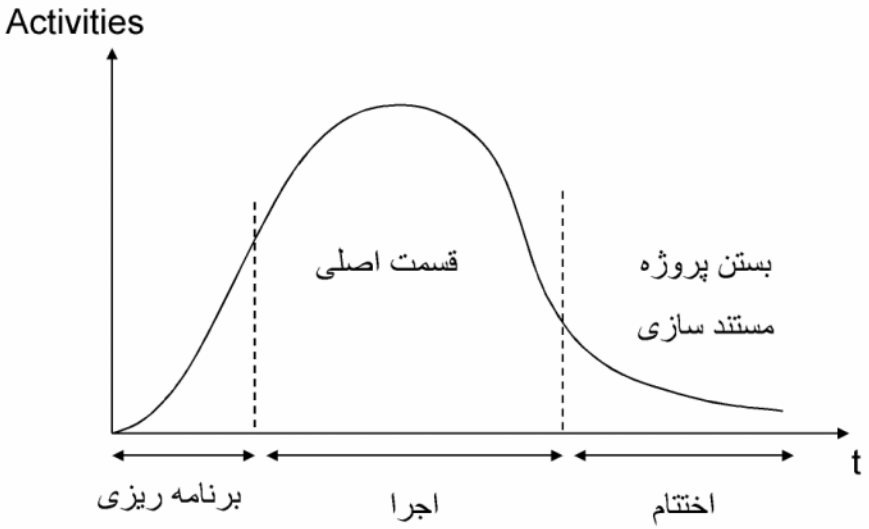
فاز 1: پیش برنامه ریزی

فاز 2: برنامه ریزی

فاز 3: اجرا

فاز 4: ختم پروژه

•چرخه حیات پروژه



•در فاز برنامه ریزی خطای زیاد قابل قبول است، مخصوصا اگر عمر پروژه بیش از یک سال باشد

فاز برنامه ریزی پروژه:

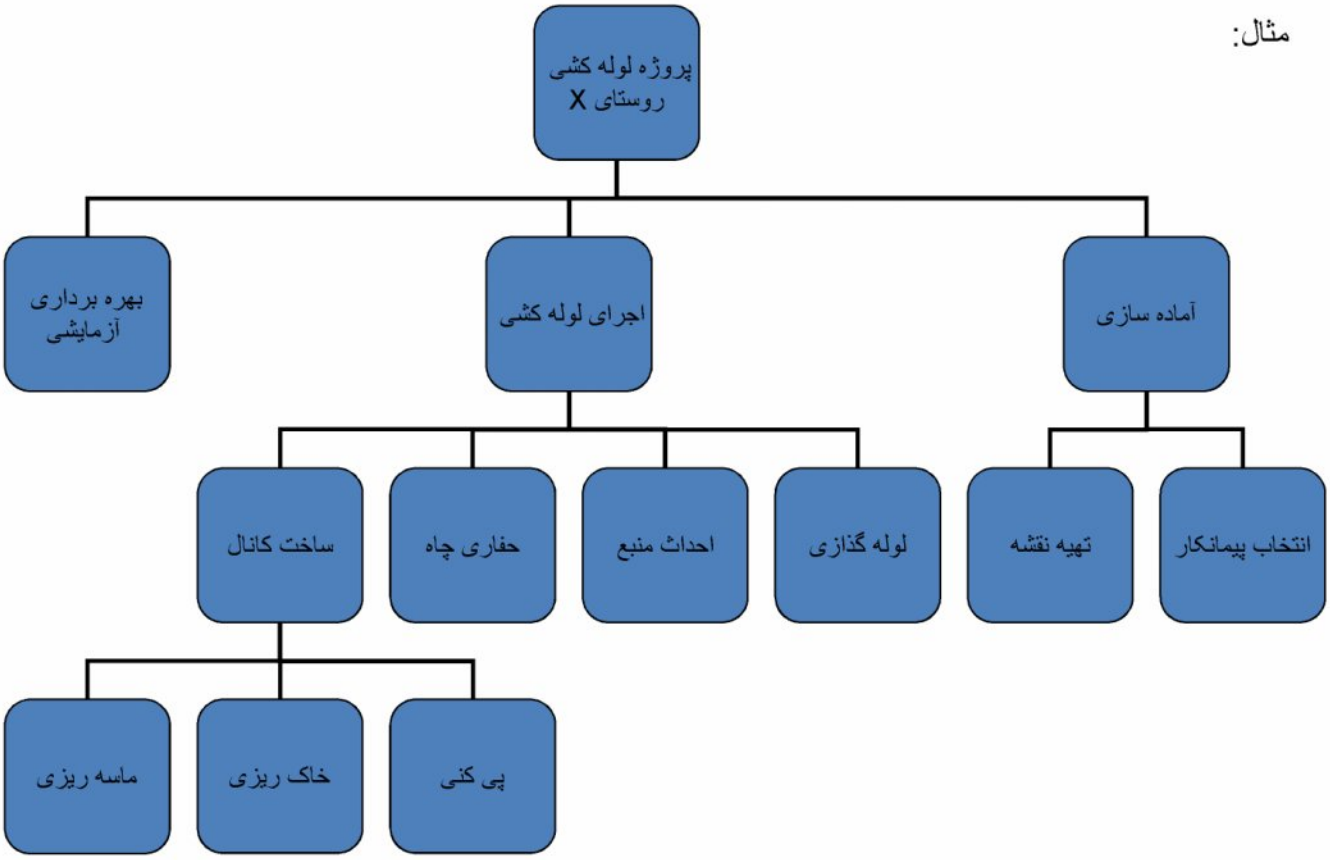
الف- تعیین فهرست فعالیت ها (شکست پروژه WBS)

روش های سلیقه ای و مختلف وجود دارد:

1- شکستن پروژه براساس مراحل اجرای آن Phase Orientation Approach

- هر مرحله شامل فعالیت ها و کارهای خاصی است که آن را از سایر مراحل متمایز می سازد.
- در پایان هر مرحله، نتایج بدست آمده برای شروع مرحله بعد لازم است.
- افراد مختلف می توانند تقسیم بندی متفاوتی نسبت به هم داشته باشند.

مثال:



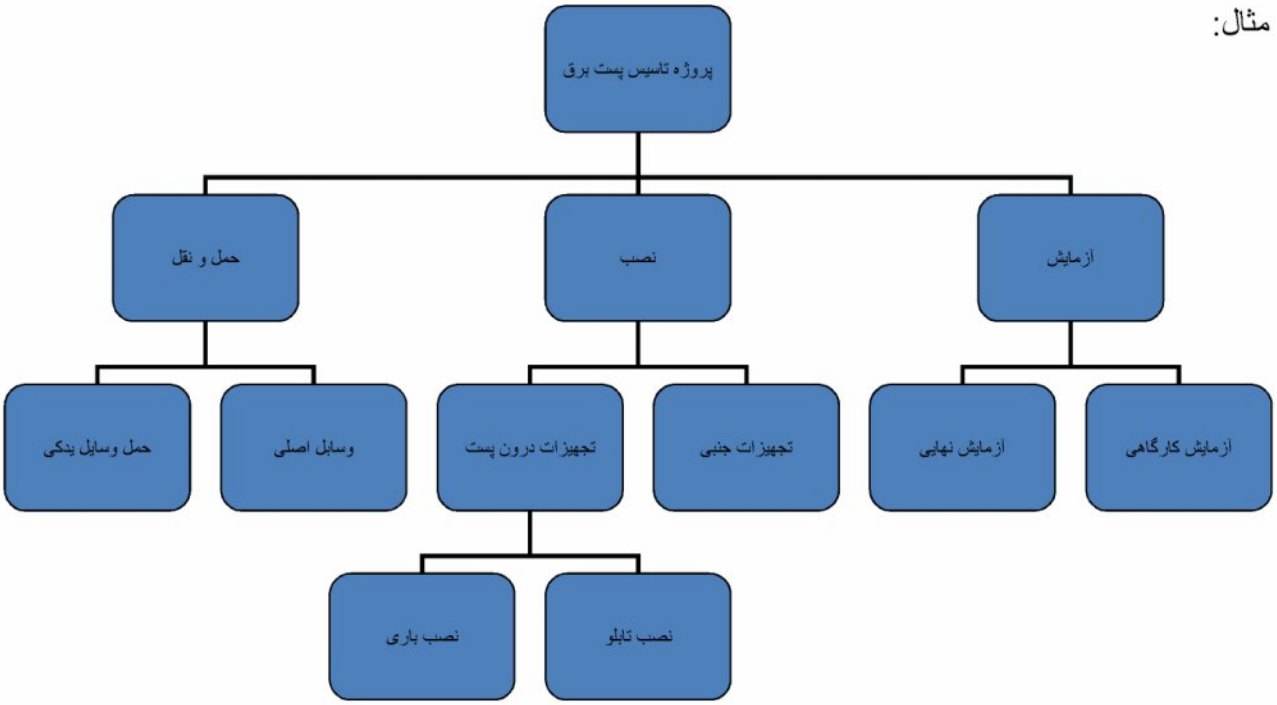
•فعالیت ها را تا جایی می شکنیم که فعالیت ها قابل کنترل، برنامه ریزی، مدیریت، تخمین و ... باشد.

2- شکستن پروژه بر اساس موضوعات و کارهای عمده پروژه Function Orientation Approach

•کارهای اصلی که ما را به هدف برساند در هر سطح لحاظ می شود.

•عناصر تشکیل دهنده یک جزء در یک سطح به عناصری از همان جنس در سطوح بعدی شکسته می شود.

مثال:



روش سیستماتیک تهیه فهرست فعالیت ها:

1. تهیه نمودار PCWBS (Project Control Work Breakdown Structure)
(نمودار اقلام قابل تحویل)
2. تهیه نمودار FWBS (Functional Work Breakdown Structure) (نمودار وظایف پروژه)
3. تهیه ماتریس (وظایف / اقلام قابل تحویل)
4. تهیه فهرست فعالیت ها AL(Activity List)

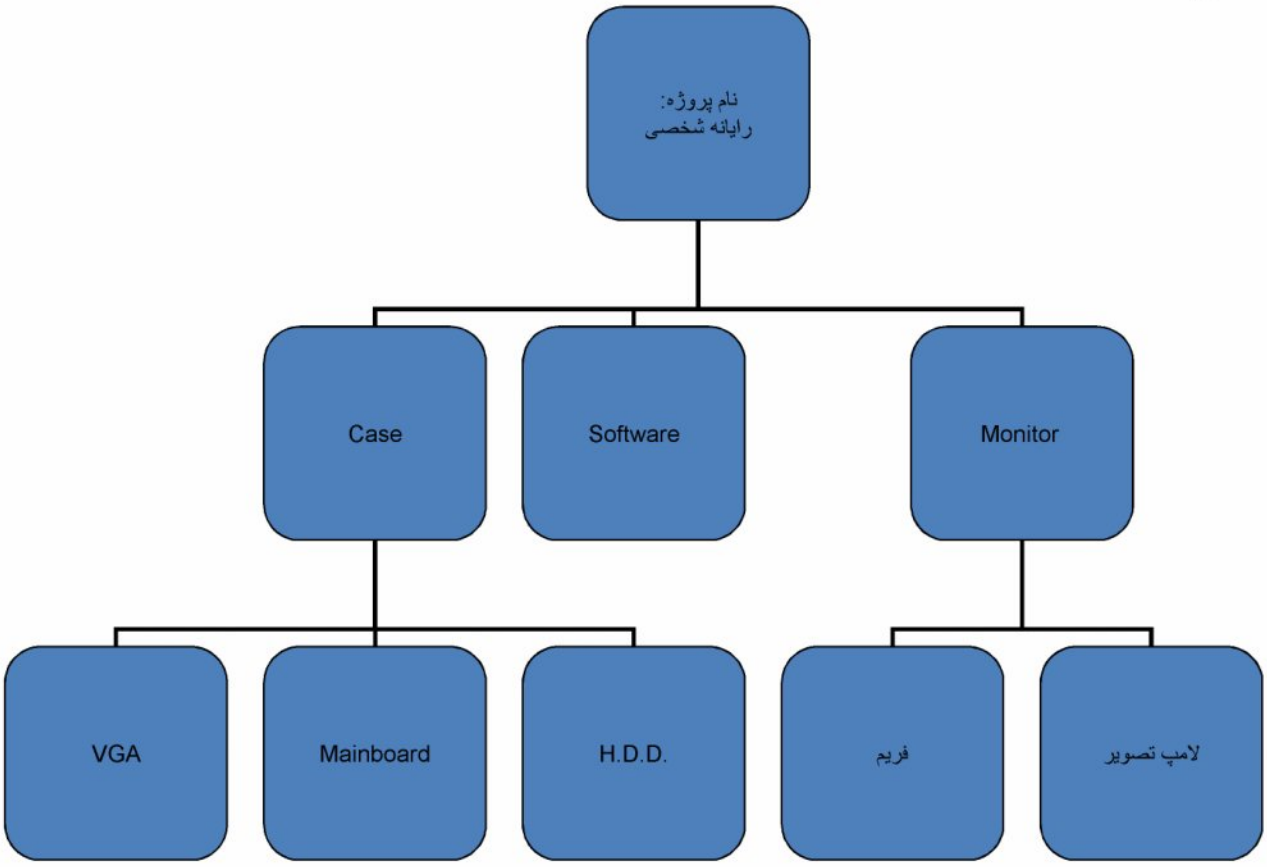
PCWBS:

تجزیه و تحلیل سلسله مراتبی (سطح به سطح) یک پروژه به اقلام قابل تحویل(End – Deliverables)

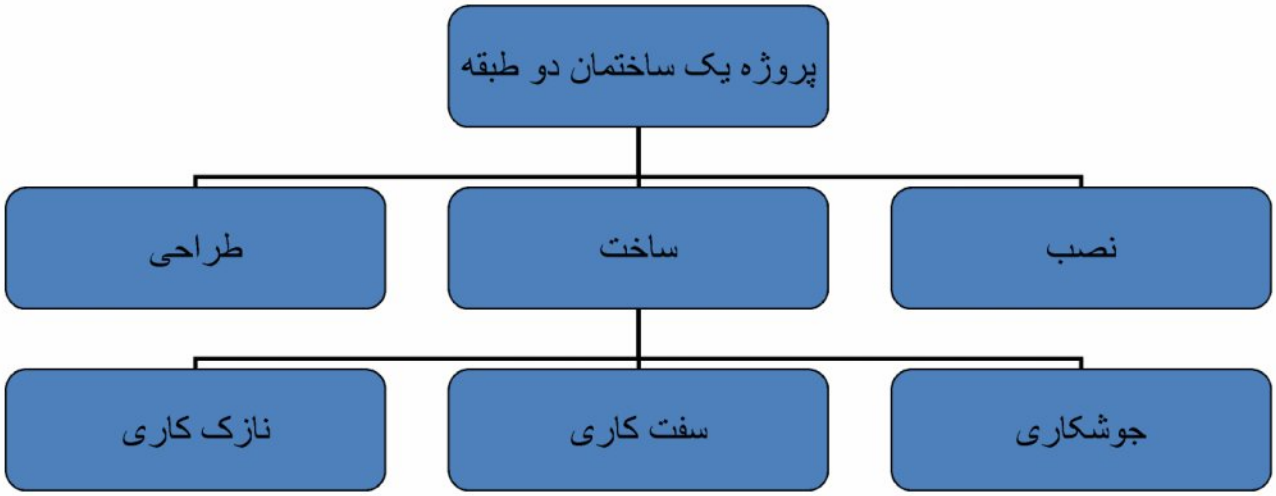
اقلام قابل تحویل: محصولات، تجهیزات، ماشین آلات، تسهیلات، نرم افزار، دستور العمل و ... و هر آنچه برای تکمیل پروژه لازم است.

- توجه ما به Things خواهد بود نه فعالیت های لازم
- تمام اجزاء سطوح با اسم نشان داده می شوند (از فعل استفاده نشود)
- هر سطحی که شکسته می شود اقلام جزء بالاتر خود را نشان می دهد.

مثال:


نام پروژه:
رایانه شخصی
Case
Software
Monitor
VGA
Mainboard
H.D.D.
فریم
لامپ تصویر

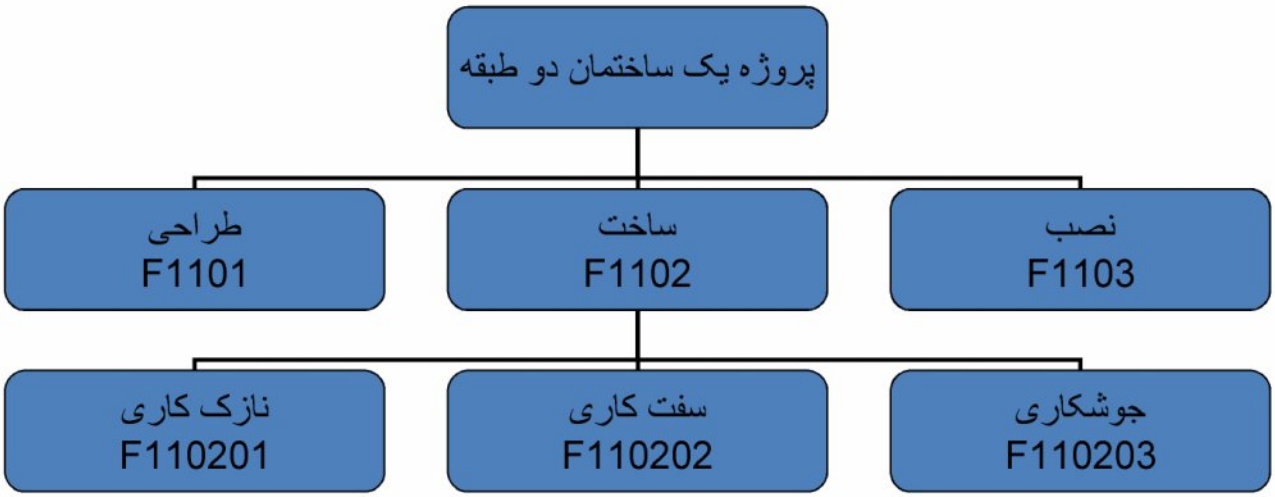
ساختار تقسیم عملیات یک پروژه (سلسله مراتبی) FWBS



- در رسم FWBS نحوه انجام کار مطرح نیست.
- نمودار عملیات مدیریتی را نیز شامل می شود.
- لزوما با ساختار سازمانی اجرائی پروژه مطابقت ندارد.
- بصورت سلسله مراتب عملیات رسم می شود.

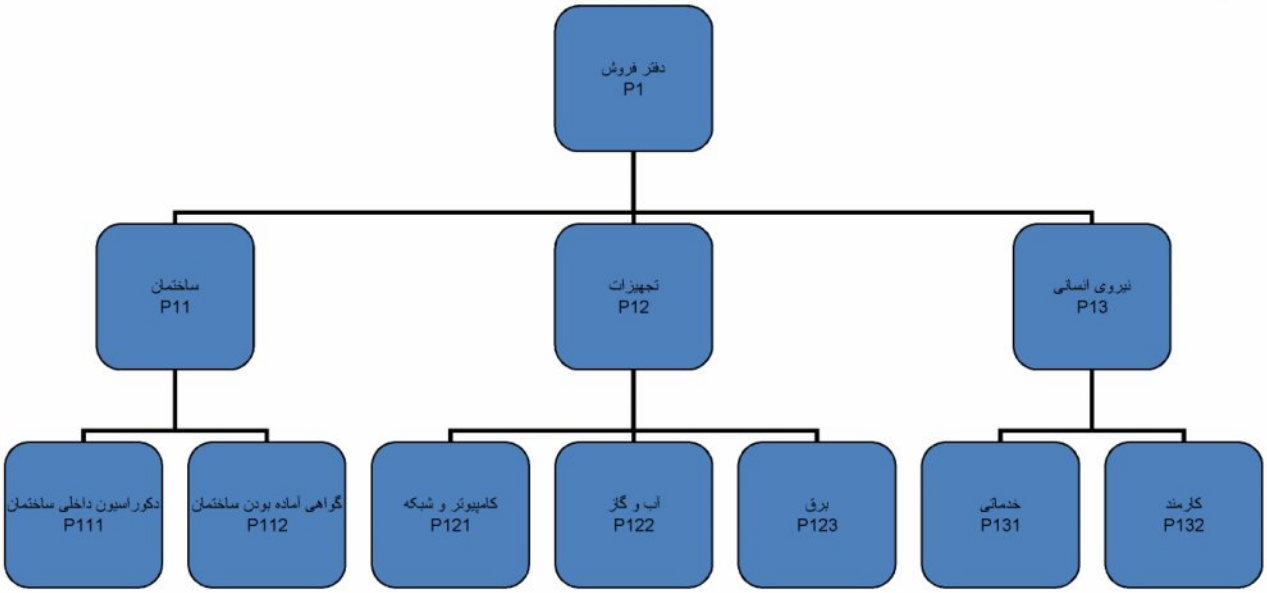
•در عناوین گره های درخت از افعال استفاده می شود.

•در صورت تمایل می توان کدگذاری خاص داشته باشد. (متفاوت از نمودار PCWBS)



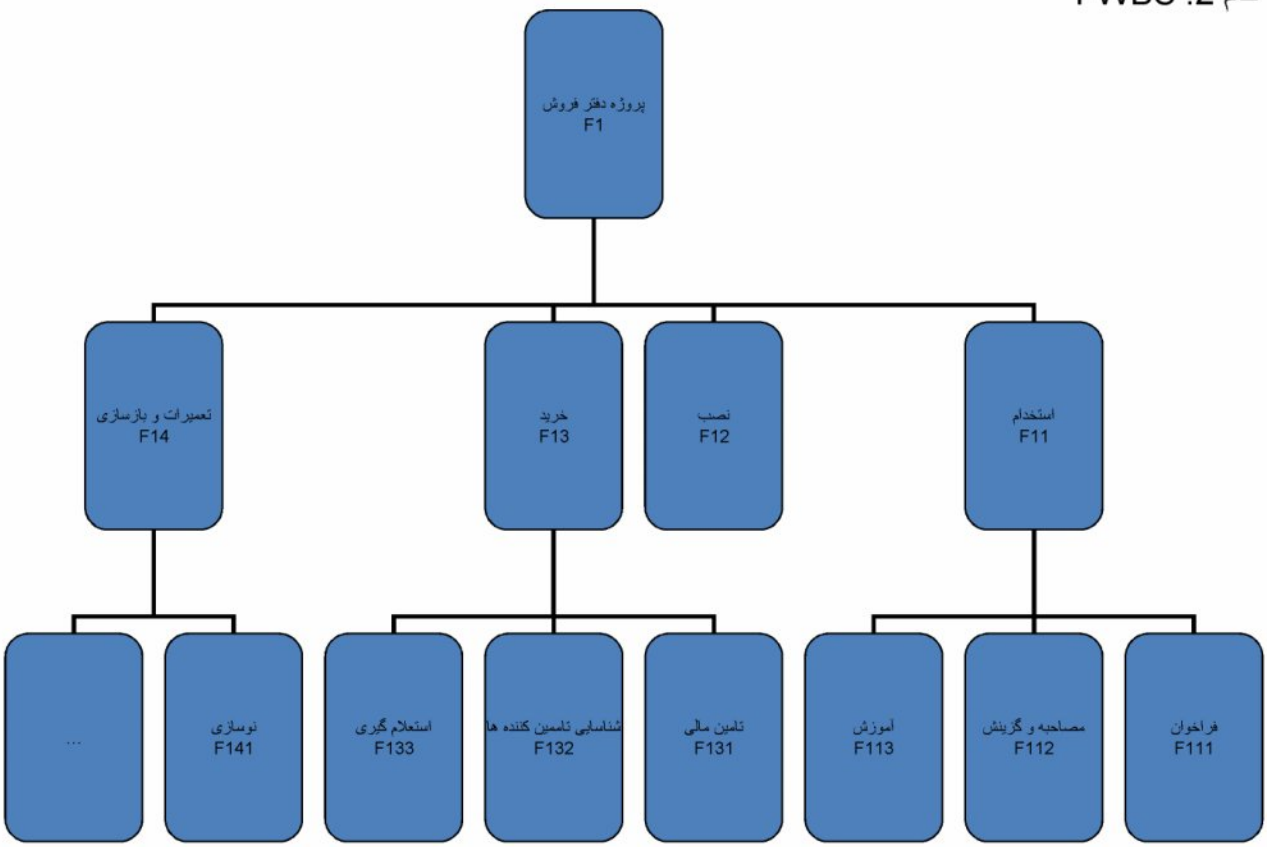
مثال:

گام 1: PCWBS



نکته: تقسیم بندی می تواند سلیقه ای باشد.

گام 2: FWBS


پروژه دفتر فروش
F1
استخدام
F11
نصب
F12
خرید
F13
تعمیرات و بازسازی
F14
فراخوان
F111
مصاحبه و گزینش
F112
آموزش
F113
تامین مالی
F131
شناسایی تامین کننده ها
F132
استعلام گیری
F133
نوسازی
F141
...

گام 3: تهیه ماتریس مسئولیت

در سطر ماتریس اجزاء PCWBS و در ستون اجزاء FWBS نوشته می شوند.

F / P	خرید	شناسایی	بازرسی	استعلام	استخدام	فراخوان	گزینش	آموزش
نیروی انسانی								
کارمند								
خدماتی								
ساختمان								
گواهی آماده بودن ساختمان								
دکوراسیون								
تجهیزات								
.....								

فعالیت : فعل + اسم

مثال: نصب + موتورخانه / نصب + شبکه کامپیوتری / خرید + لوازم اداری / استخدام + کارمند

•در هر سلول از ماتریس مسئول انجام با تحویل مشخص می شود. (شخصیت حقیقی یا حقوقی)

•اگر مسئول یک سلول مشخص شد، لزومی ندارد برای سطوح پایین دستی آن مسئول تعیین شود و برعکس

•اگر پس از تهیه فهرست فعالیت ها یا در حین انجام پروژه تغییراتی در پروژه روی داد یا فعالیتی لازم بود اجرا شود، هیچگاه مستقیما در فهرست تهیه شده تغییرات را اعمال نمی کنند.

ردیف	نام فعالیت	کد فعالیت	شرح
1	استخدام کارمند	F11P111	...
...	...	...	...

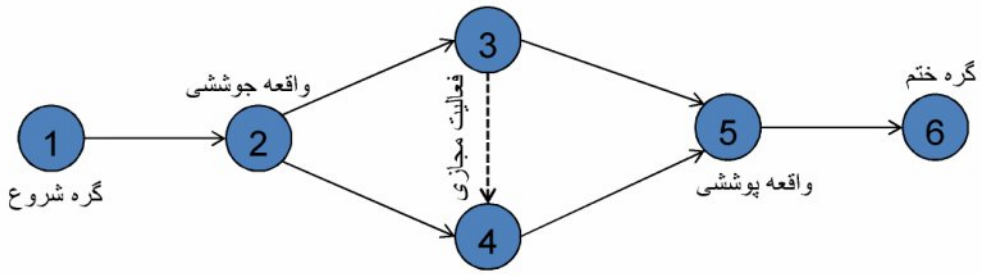
شناسایی روابط تقدم – تاخر بین فعالیت ها

1. محدودیت های فیزیکی و فنی در پروژه
2. محدودیت (روابط) منطقی
   - تشخیص تیم پروژه برای بهتر انجام شدن فعالیت های پروژه، روابط تقدم تاخری بین فعالیت را تعیین می کند
3. محدودیت های سازمانی (روابط سازمانی)
   - قوانین داخلی یا محیط پیرامون و مقررات ملی و دولتی لازم می دارند بعضی فعالیت ها پیش نیاز سایر فعالیت ها باشند.
4. محدودیت منابع مورد نیاز برای اجرای فعالیت ها

ردیف	کد فعالیت	شرح فعالیت	فعالیت های پیش نیاز

رسم شبکه فعالیت ها:

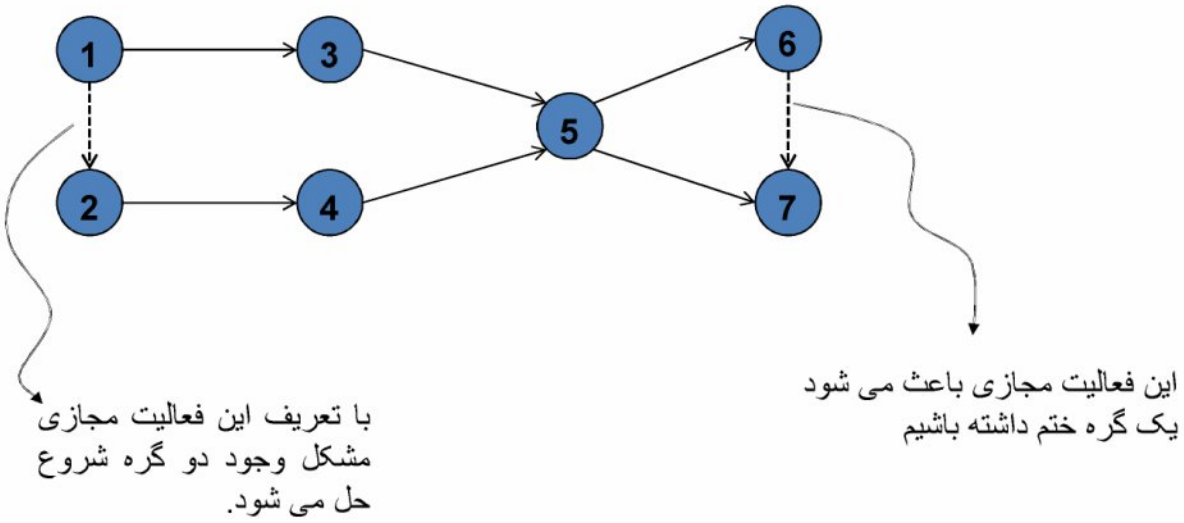
نحوه نمایش فعالیت ها توسط شاخه های جهت CPM (Critical Path Method) برای فعالیت های قطعی



- هر فعالیت با یک شاخه جهت دار با گره ختم و شروع مشخص می شود. معمولا در هنگام رسم شبکه اطلاعات دیگری نظیر طول زمان اجرای فعالیت را نشان می دهد.
- (گره) وقایع پروژه مصادف با زمان های ختم یا زمان های شروع یک یا چند فعالیت تعریف می شوند.
- شبکه های AOA دارای یک گره شروع و یک گره ختم هستند.
- می توان انواع گره های پوششی و جوششی و هر دو را داشت.

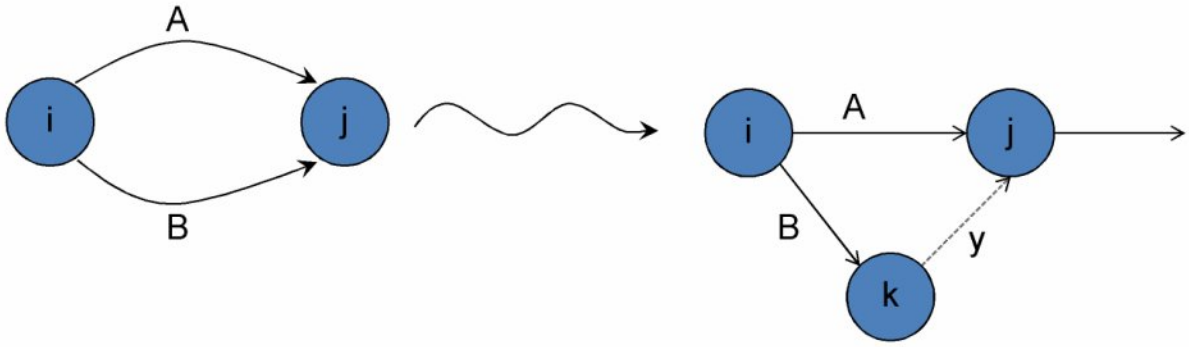
فعالیت های مجازی Dummy Activity

فعالیتی است که نه منبع نیاز دارد نه دارای زمان اجراست. تنها به دلیل صحیح بودن شبکه در نمایش روابط تقدم - تاخر بین فعالیت ها لازم است.



با تعریف این فعالیت مجازی مشکل وجود دو گره شروع حل می شود.

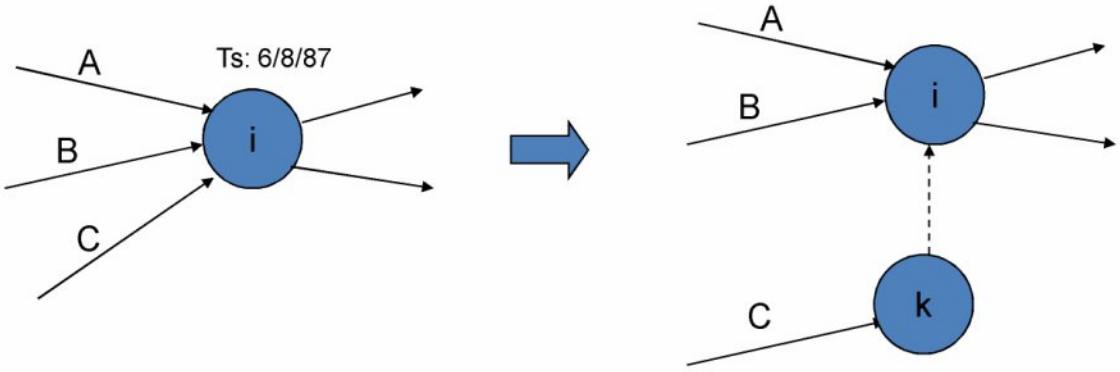
این فعالیت مجازی باعث می شود یک گره ختم داشته باشیم



در شبکه، فعالیت های مجازی باید حداقل باشد

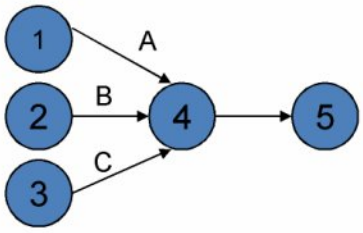
کاربردهای فعالیت های مجازی:

1. داشتن یک گره شروع
2. در نظر گرفتن روابط منطقی صحیح
3. در صورتیکه یک زمان مشخص برای یک گره تعیین شده باشد ولی لزوما تمام شاخه های وارد به آن مد نظر نبوده است.

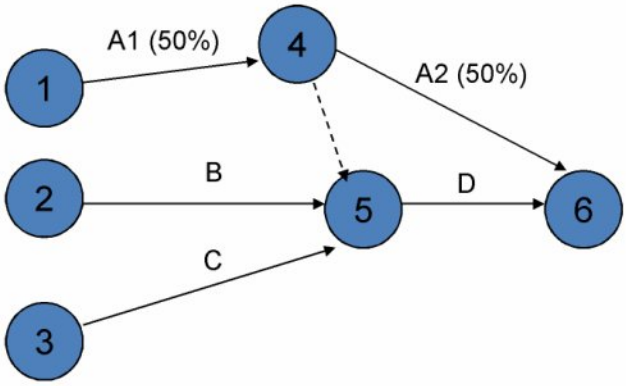


4. در حالت وجود نیم وابستگی

مثال: چهار فعالیت A, B, C, D به صورت زیر مرتبط با هم هستند:



فعالیت D به طور کامل به فعالیت های B,C وابسته است ولی پس از اجرای 50% از فعالیت A نیز می تواند آغاز شود.



محاسبات مسیربحرانی و زمان انجام فعالیت ها:

نمادها:

$d_{ij} =$ زمان مورد نیاز برای اجرای فعالیت ij (duration)

$E_i =$ زودترین زمان ممکن برای وقوع واقعه iام

$ES_{ij} =$ زودترین زمان شروع فعالیت ij

$EF_{ij} =$ زودترین زمان ختم فعالیت ij

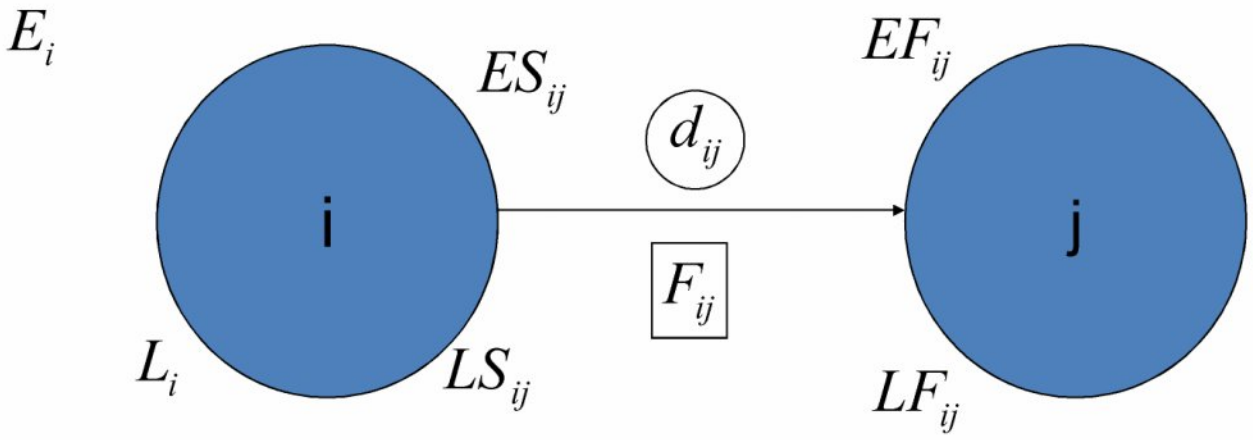
$L_i =$ دیرترین زمان وقوع واقعه iام

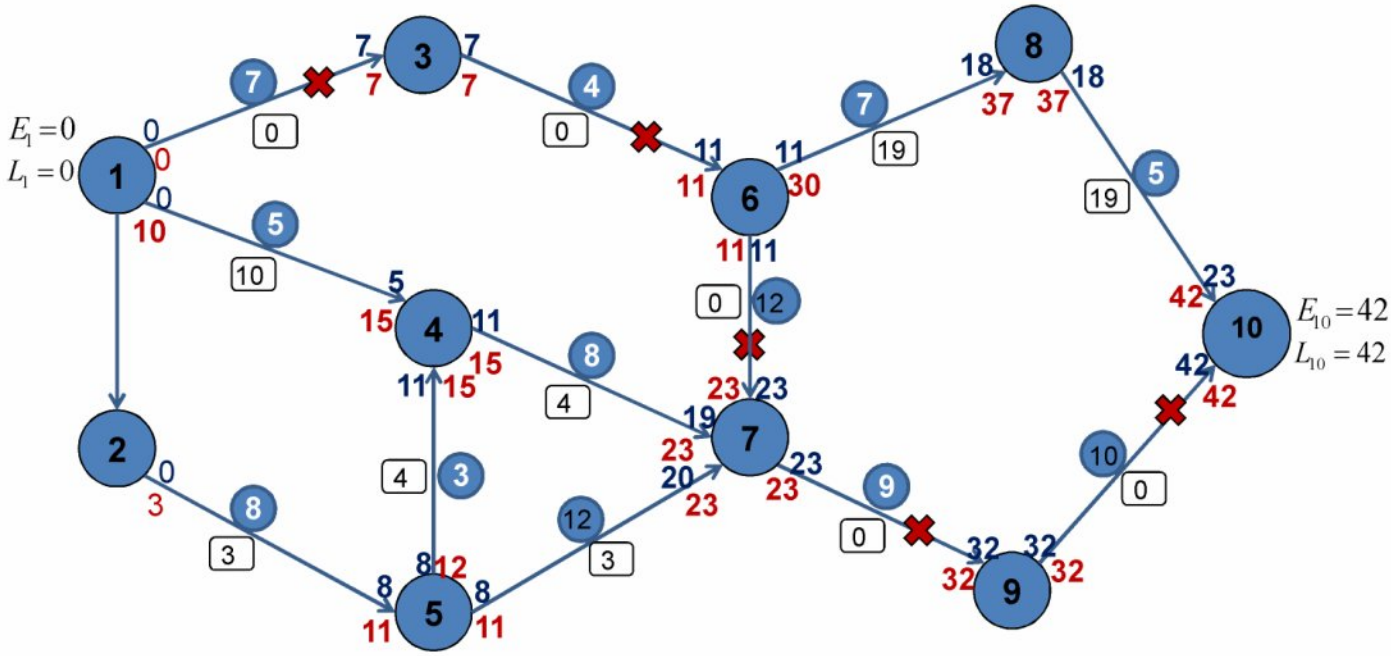
$LS_{ij} =$ دیرترین زمان شروع فعالیت ij

$LF_{ij} =$ دیرترین زمان ختم فعالیت ij

$F_{ij} =$ فرجه (شناوری) فعالیت ij

$T_s =$ زمان تعیین شده


E_i
ES_{ij}
d_{ij}
EF_{ij}
i
j
F_{ij}
L_i
LS_{ij}
LF_{ij}



مجموع زمان های مسیر ——✖—— ها طول پروژه را نشان می دهد

F_{ij}	LF_{ij}	LS_{ij}	EF_{ij}	ES_{ij}	d_{ij}	فعالیت

محاسبات حرکت رو به جلو Forward:

الف: در ابتدا زمان شروع پروژه را صفر در نظر بگیرید.

ب: کلیه زمان ها را در زودترین زمان برنامه ریزی کنید.

ج: از ابتدای پروژه به سمت جلو حرکت می کنیم.

$$ES_{ij} = E_i$$

$$E_j = \underset{h}{Max}\,(EF_{hj})$$

$$EF_{ij} = ES_{ij} + d_{ij}$$

محاسبات حرکت رو به عقب Backward:

الف: معمولا دیرترین زمان ختم پروژه را زودترین زمان ختم آن قرار می دهند.

ب: کلیه زمان ها در دیرترین زمان مجاز در نظر گرفته می شود.

ج: از انتهای پروژه به سمت ابتدا آن محاسبات صورت می گیرد.

$$LF_{ij} = L_j$$

$$L_j = \underset{k}{Min}(LS_{ik})$$

$$LS_{ij} = LF_{ij} - d_{ij}$$

محاسبه فرجه (شناوری) Slack (Float)

(فرجه کل) فرجه مسیر فعالیت: اختلاف بین زودترین زمان شروع و دیرترین زمان شروع فعالیت

$$F_{ij} = LS_{ij} - ES_{ij}$$

فرجه آزاد فعالیت: اختلاف بین زودترین زمان ختم و زودترین زمان وقوع واقعه ای که فعالیت به آن ختم می شود.

$$AF_{ij} = E_j - EF_{ij}$$

در مثال قبل:

$$F_{14} = 15 - 5 = 10$$

$$AF_{14} = 11 - 5 = 6$$

محاسبه مسیر بحرانی:

مسیری دارای فعالیت هایی با کمترین فرجه کل باشد، مسیر بحرانی است.

محاسبه فرجه ها (مسیر بحرانی) با کمک محاسبات رو به جلو (بدون T_s)

1. انجام محاسبات رو به جلو
2. از گره نهایی شروع می کنیم
3. در حین حرکت هر کجا به گره ای برخوردیم در صورت وجود بیش از یک مسیر از شاخه ای ادامه می دهیم که $E_j = EF_{ij}$ شده است

نکته: T_s برای گره های انتهایی و میانی دیرترین زمان مجاز معنی دارد و برای گره شروع زودترین زمان

- اگر زمان T_s و بیش از یک گره شروع یا ختم داشته باشیم

الف- در مورد گره های شروع:

- اگر T_s داشته باشد $E_b = T_s$
- اگر T_s نداشته باشد $E_b = 0$

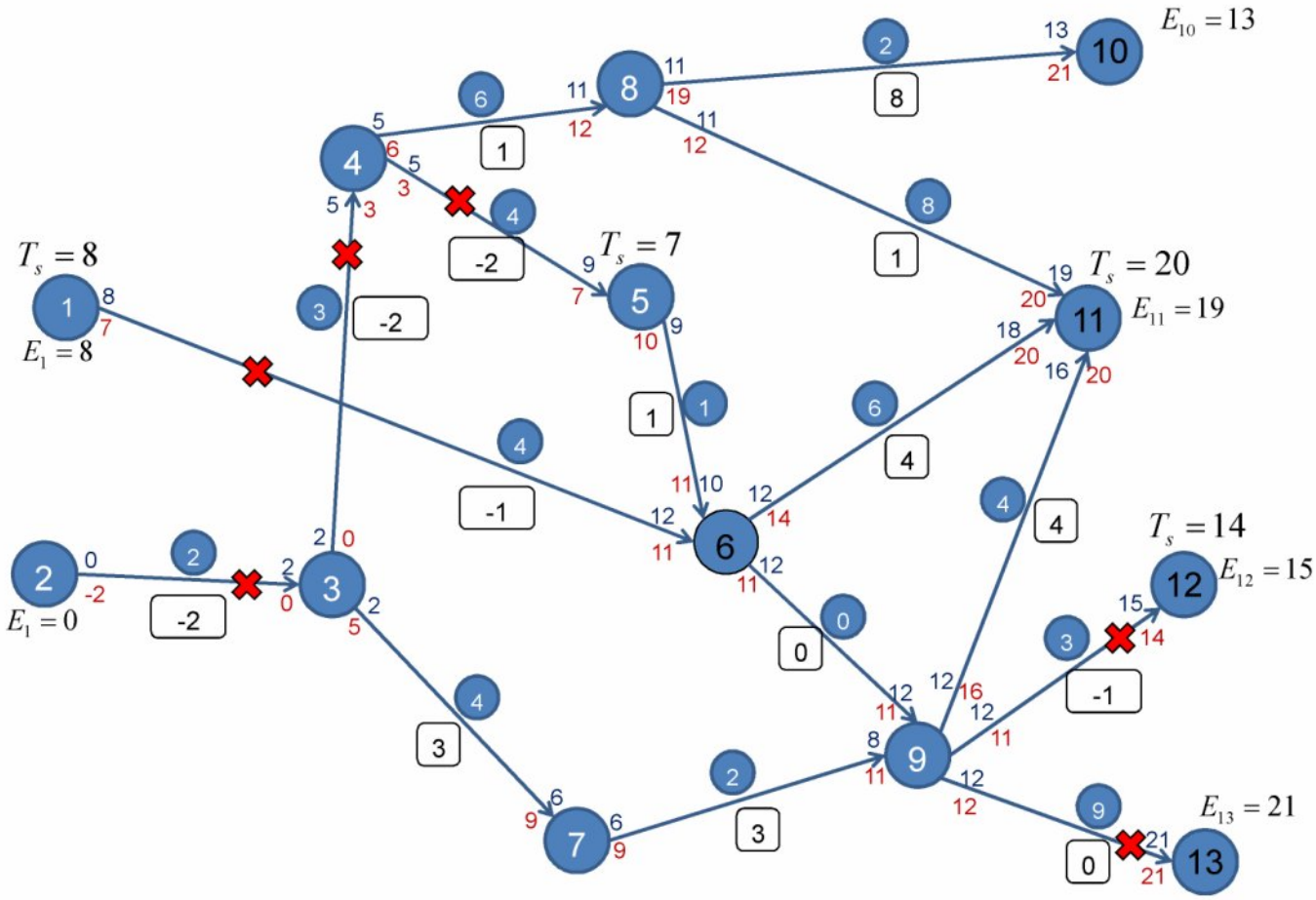
ب- در مورد گره های میانی:

- اگر T_s داشته باشد: $L_j = \underset{k}{Min}(T_s, LS_{jk})$
- اگر T_s نداشته باشد: $L_j = \underset{k}{Min}(LS_{jk})$

ج- در مورد گره انتهایی :

- گره هایی که T_s داشته باشد: $L_t = T_s$
- گره هایی که T_s نداشته باشد: $L_t = \underset{p,q}{Max}\{(E_t)_p, (T_s)_q\}$

q: گره هایی که T_s دارند.
p: گره هایی که T_s ندارند.


$E_{10} = 13$
$T_s = 8$
$E_1 = 8$
$T_s = 7$
$T_s = 20$
$E_{11} = 19$
$T_s = 14$
$E_{12} = 15$
$E_1 = 0$
$E_{13} = 21$

فعالیت های بحرانی:

درجه یک: دارای فرجه 2- : 2-3 ، 3-4 ، 4-5

درجه دو: دارای فرجه 1- : 1-6 و 9-12

درجه سه: دارای فرجه 0 : 9-13

مقابله هزینه – زمان Time – Cost trade off

-بررسی اثرات کوتاه کردن طول پروژه بر هزینه های پروژه

-انتخاب راهی که کمترین هزینه کل اجرای پروژه را دارد

-دلایل انجام این نوع تحلیل:

a) خواست کارفرما که معمولا در قرارداد ذکر می شود
b) خواست مجریان پروژه برای جبران عقب ماندگی (چه در حین اجرا و چه در مرحله اولیه)
c) تهیه جدول تصمیم گیری برای مدیران ارشد تا بهترین برنامه را انتخاب کنند

-مفروضات:

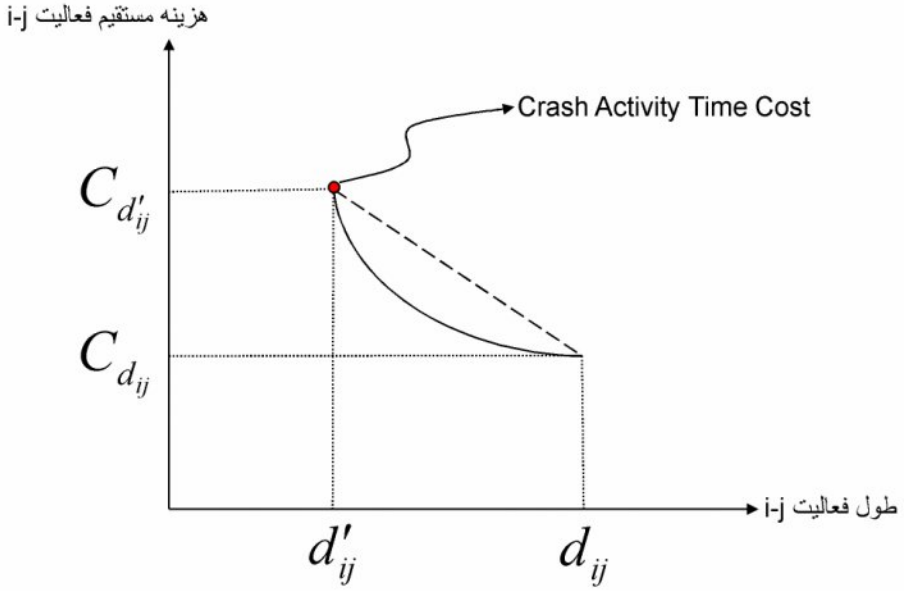
A. وجود فعالیت هایی که کاهش طول آنها امکان پذیر باشد
B. امکانات کاهش طول فعالیت های شناسایی شده وجود داشته باشد
C. امکانات قابل اندازه گیری بر اساس هزینه باشد
D. رابطه بین زمان و هزینه فعالیتی را که می خواهیم کاهش طول دهیم داشته باشد

-پیش از انجام این تحلیل راه های زیر را امتحان کنید:

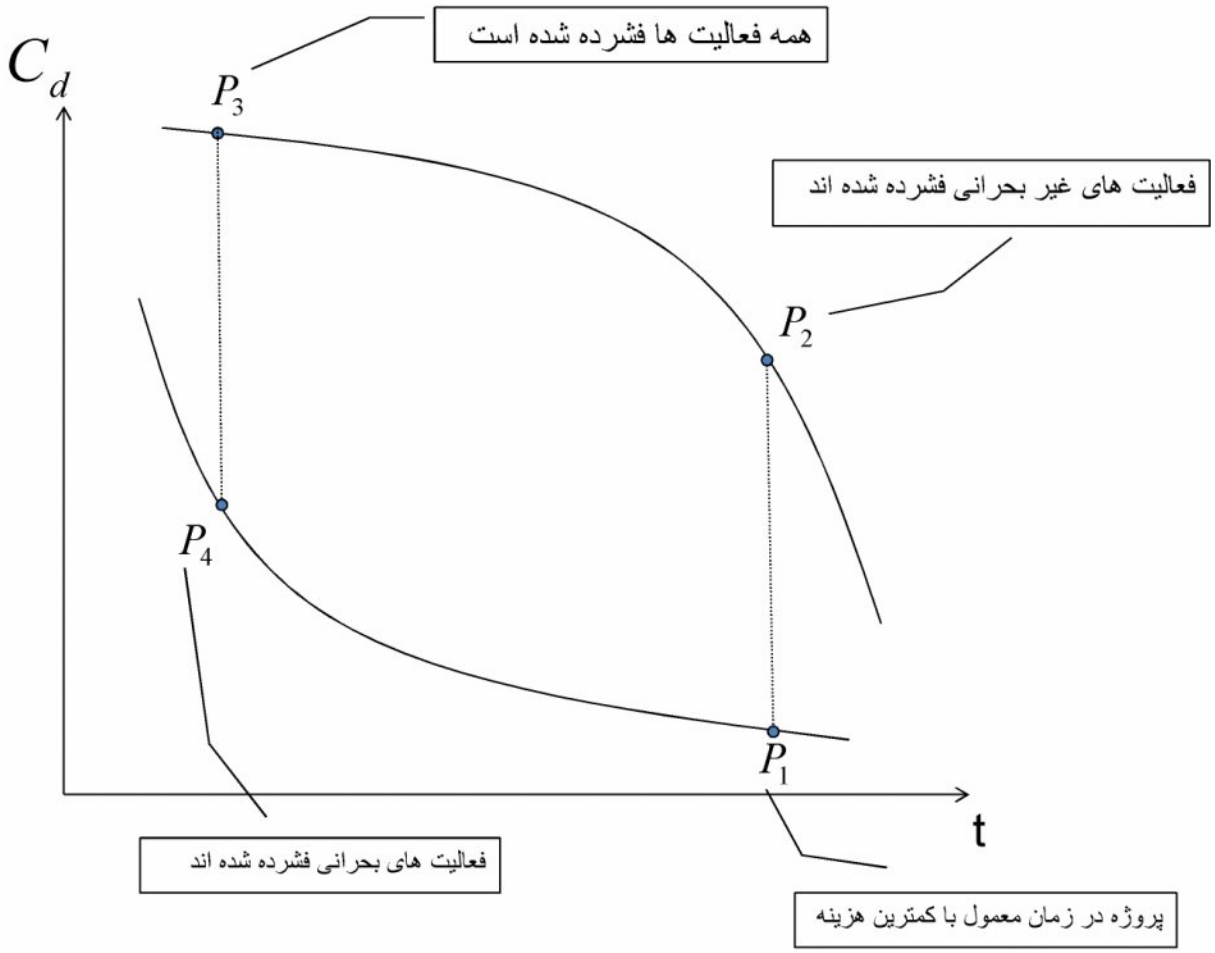
1. تجدید نظر در محدوده پروژه
2. افزایش بهره وری نیروی انسانی
3. موازی انجام دادن کارها
4. استفاده از تکنولوژی بهتر

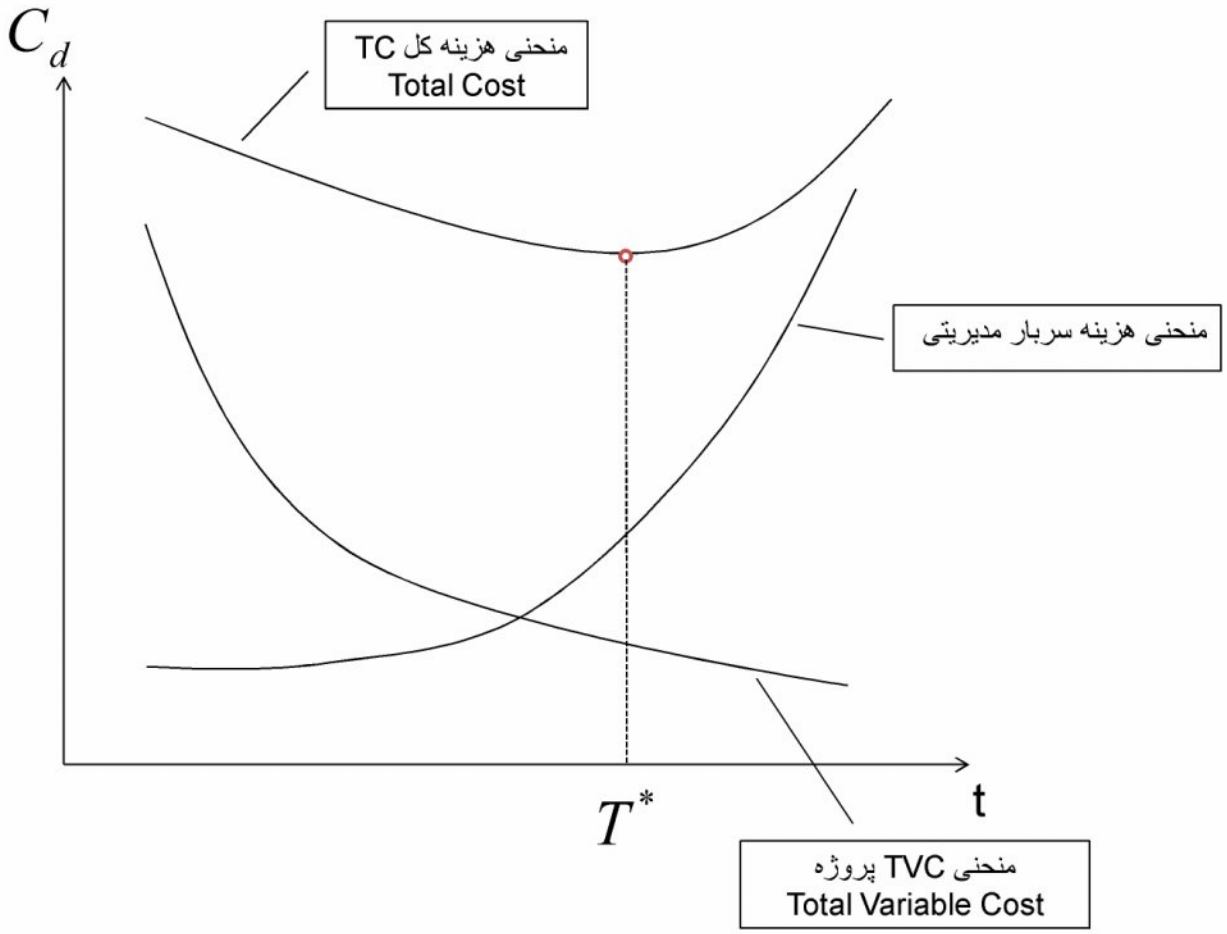
منحنی هزینه مستقیم یک فعالیت Activity Direct Cost

هزینه های مواد و نیروی انسانی و سایر امکاناتی که بطور مستقیم در اجرای فعالیت نقش دارند



$$C_{ij} = \frac{C_{d'_{ij}} - C_{d_{ij}}}{d_{ij} - d'_{ij}}$$


C_d
P_3
همه فعالیت ها فشرده شده است
فعالیت های غیر بحرانی فشرده شده اند
P_2
P_4
P_1
t
فعالیت های بحرانی فشرده شده اند
پروژه در زمان معمول با کمترین هزینه


C_d
منحنی هزینه کل TC
Total Cost
منحنی هزینه سربار مدیریتی
T^*
t
منحنی TVC پروژه
Total Variable Cost

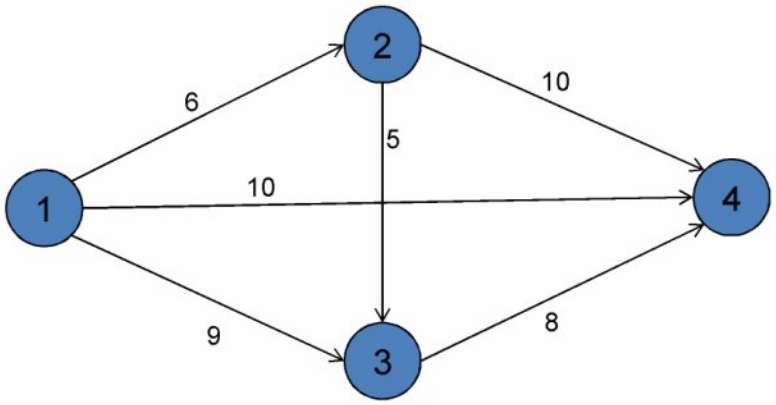
الگوریتم یافتن منحنی TC پروژه:

1) کلیه فعالیت های پروژه را در زمان معمول انجام دهید. زمان و هزینه را بدست آورید
2) مسیر (های) بحرانی را شناسایی کنید
3) در مسیر بحرانی فعالیت هایی که کمترین زمان خود هستند را شناسایی می کنیم
4) راه های مختلفی را که می شود به طور همزمان مسیر(های) بحرانی را کاهش داد، بدست آورید
5) هزینه انجام هر یک از راه های فوق جهت کاهش یک واحد زمانی از طول پروژه را محاسبه کنید

▪تبصره: اگر یکی از راه های مشخص شده طول بعضی از مسیرهای بحرانی را بیش از یک واحد ک.تاه می کند، می توان طول یکی از فعالیت های غیر موثر آن مسیر را که قبلا کوتاه شده است را افزایش داد

6) راهی که کمترین افزایش هزینه را دارد انتخاب کنید و فعالیت های مربوط به آن را به اندازه حداقل مقادیر زیر کاهش دهید
   a) اختلاف بین طول مسیر بحرانی با طولانی ترین مسیر بعدی
   b) کمترین زمان قابل کاهش برای فعالیت هایی که در راه کار انتخابی وجود دارند
   c) حداکثر افزایشی که با توجه به تبصره قدم پنجم در صورت واقع شدن می توان داشت
   d) فاصله تا نقطه شکست بعدی مربوط به فعالیت هایی که باید کاهش داده شوند

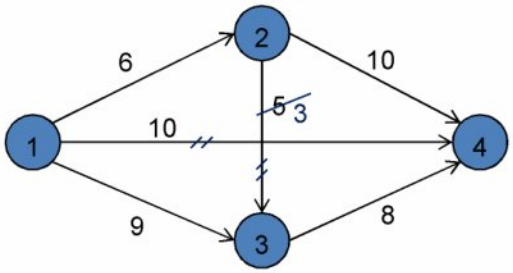
مثال:



فعالیت	C_d	$C_{d'}$	d	d'	C_{ij}
1 – 2	100	160	6	5	60
1 – 3	200	360	9	5	40
1 – 4	400	400	10	10	-
2 – 3	60	120	5	3	30
2 – 4	300	650	10	5	70
3 - 4	240	360	8	6	60

طول پروژه: TP = 19

هزینه کل پروژه: PDC = 1300



فعالیت	C_d	$C_{d'}$	d	d'	C_{ij}
1 – 2	100	160	6	5	60
1 – 3	200	360	9	5	40
1 – 4	400	400	10	10	-
2 – 3	60	120	5	3	30
2 – 4	300	650	10	5	70
3 - 4	240	360	8	6	60

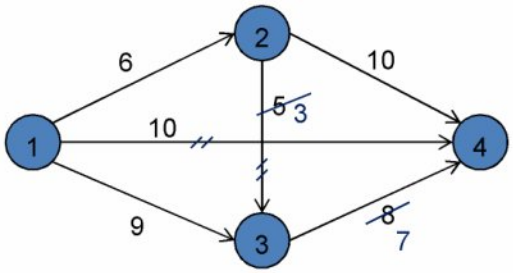
مسیر بحرانی: (1 – 2 – 3 – 4)

فعالیت	C_{ij}	
1 – 2	60	راه های کاهش:
2 – 3	30	← انتخاب می شود
3 – 4	60	

میزان کاهش: $= Min\{(19-17),(5-3)\} = 2$

$$TP = 19 - 2 = 17$$

$$PDC = 1300 + 2 \times 30 = 1360$$



فعالیت	C_d	$C_{d'}$	d	d'	C_{ij}
1 – 2	100	160	6	5	60
1 – 3	200	360	9	5	40
1 – 4	400	400	10	10	-
2 – 3	60	120	5	3	30
2 – 4	300	650	10	5	70
3 - 4	240	360	8	6	60

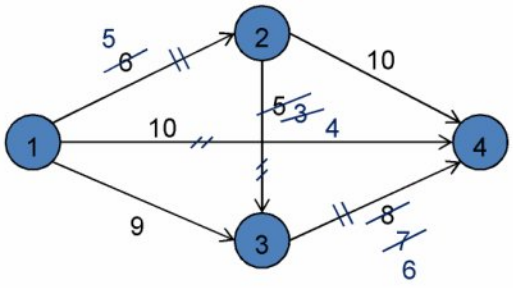
مسیر بحرانی: (4 – 3 – 2 – 1) و (4 – 3 – 1)

فعالیت	C_{ij}	
2 – 1 و 3 - 1	40+60 =100	راه های کاهش:
3 – 4	60	← انتخاب می شود
2 – 1 و 3 – 4	120	

میزان کاهش: $= Min\{(17-16),(8-6)\} = 1$

$$TP = 17 - 1 = 16$$

$$PDC = 1360 + 1 \times 60 = 1420$$



فعالیت	C_d	$C_{d'}$	d	d'	C_{ij}
1 – 2	100	160	6	5	60
1 – 3	200	360	9	5	40
1 – 4	400	400	10	10	-
2 – 3	60	120	5	3	30
2 – 4	300	650	10	5	70
3 - 4	240	360	8	6	60

مسیر بحرانی: (4 – 3 – 2 – 1) و (4 – 3 – 1) و (4 – 2 – 1)

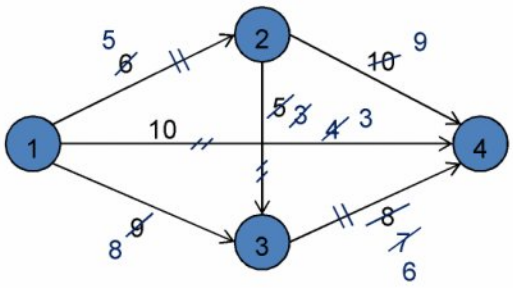
فعالیت	C_{ij}	
1 – 2 و 1 – 3	100	راه های کاهش:
1 – 2 و 3 – 4	120	
3 – 4 و 2 – 4	130	

120-30=90 ← انتخاب می شود ← تبصره

میزان کاهش: $= Min\{(16-10),(6-5),(7-6)\} = 1$

$$TP = 16 - 1 = 15$$

$$PDC = 1420 + 1 \times 90 = 1510$$



فعالیت	C_d	$C_{d'}$	d	d'	C_{ij}
1 – 2	100	160	6	5	60
1 – 3	200	360	9	5	40
1 – 4	400	400	10	10	-
2 – 3	60	120	5	3	30
2 – 4	300	650	10	5	70
3 - 4	240	360	8	6	60

مسیر بحرانی: (4 – 3 – 2 – 1) و (4 – 3 – 1) و (4 – 2 – 1)

	فعالیت	C_{ij}
راه های کاهش:	3 – 1 و 3 – 2 و 4 – 2	140

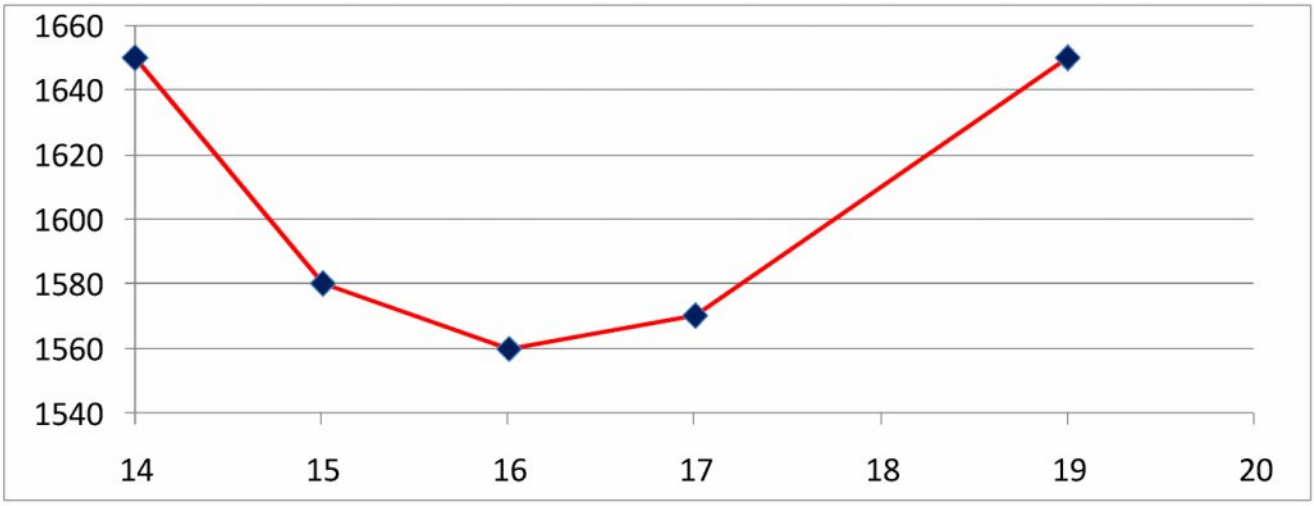
میزان کاهش: $= Min\{(16-10),(4-3),(10-5),(9-5)\} = 1$

$$TP = 15 - 1 = 14$$

$$PDC = 1510 + 1 \times 140 = 1650$$

اگر فرض شود که به ازاء هر روز کاهش طول پروژه 70 واحد پولی صرفه جویی می شود، طول بهینه اجرای پروژه چقدر است؟

$$TC_{19} = 1300 + 5 \times 70 = 1650$$
$$TC_{17} = 1360 + 3 \times 70 = 1570$$
$$TC_{16} = 1420 + 2 \times 70 = 1560 \longrightarrow *$$
$$TC_{15} = 1510 + 1 \times 70 = 1580$$
$$TC_{14} = 1650$$



محدودیت منابع

منابع محدود: با توجه به محدودیت موجود، حداقل تاخیر در پروژه ایجاد شود

منابع نامحدود: هموارسازی مصرف از منابع در طول اجرای پروژه بدون تاخیر

تخصیص منابع محدود:

•شبکه پروژه و محاسبات فرجه انجام شده است

•سطح منابع مورد نیاز مشخص است

•میزان مصرف از منابع فعالیت ها مشخص است

•فرض می شود میزان مصرف منابع در طول اجرای فعالیت ثابت است

قوانین مورد استفاده در انتخاب فعالیت هایی که به علت محدودیت منابع ناچار به تاخیر افتادن نسبت به زمانبندی اولیه هستند:

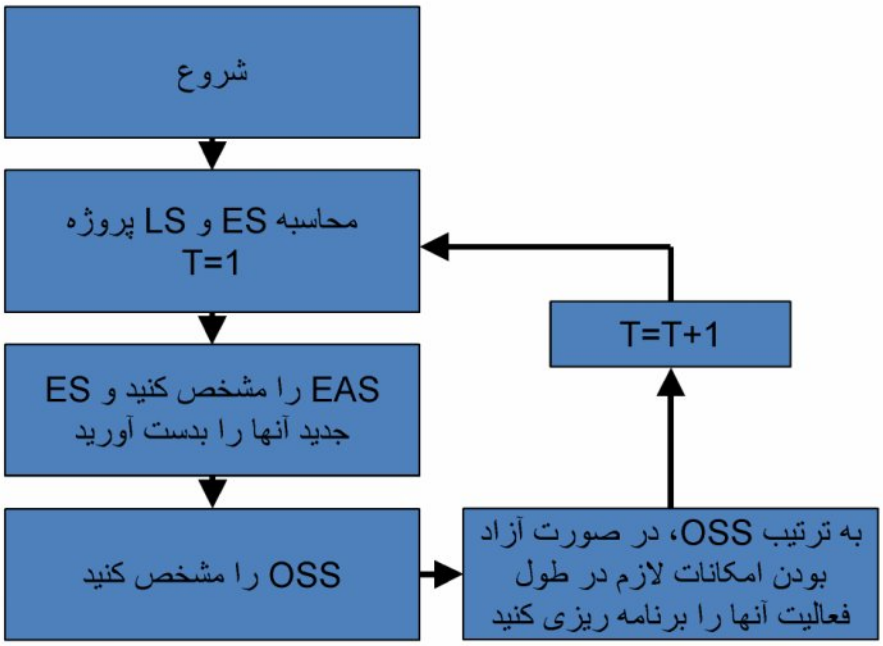
1. فعالیتی که فرجه بیشتری دارد [فعالیتی که فرجه کمتری دارد، زودتر برنامه ریزی می شود]
2. فعالیتی که طول کمتری دارند را زودتر برنامه ریزی خواهیم کرد [اگر فرجه مساوی داشته باشند]
3. اگر براساس معیارهای 1 و 2 فعالیت هایی مشابه داشتیم فعالیتی که تعداد شاخه های خروجی بیشتری دارد، زودتر برنامه ریزی می شود

الگوریتم تجربی (ابتکاری – Heuristic)

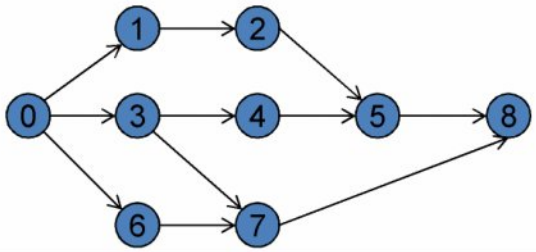
EAS (Eligible Activity Set): مجموعه فعالیت های واجد شرایط جهت برنامه ریزی [آنهایی که فعالیت های ما قبل آنها برنامه ریزی شده است]

OSS: Ordered Scheduling Set

مجموعه فعالیت هایی از EAS که زمان اجرای آنها فرا رسیده است و به ترتیب قوانین اشاره شده مرتب شده اند



مثال:

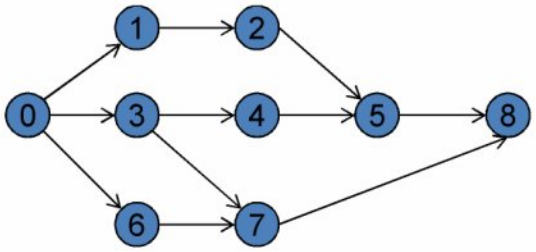


	منابع						T																	
Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6																		
1-2	-	2	4	3	5	8																		
0-3	6	-	2	1	0	1																		
3-4	-	2	5	3	1	4																		
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9																		
0-6	3	-	1	1	6	7																		
3-7	4	4	8	3	0	3																		
6-7	5	-	3	2	6	8																		
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=1:

EAS	0-1	0-3	0-6
ES	1	1	1
LS	6	1	7
OSS	0-3	0-1	0-6

→ 0-3

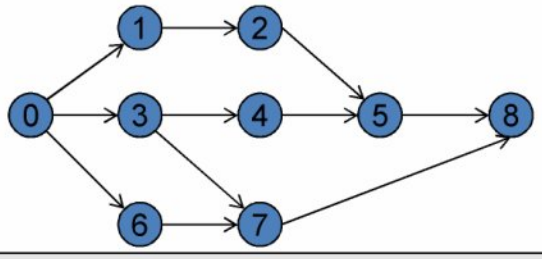


	منابع						T																	
Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6																		
1-2	-	2	4	3	5	8																		
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4																		
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9																		
0-6	3	-	1	1	6	7																		
3-7	4	4	8	3	0	3																		
6-7	5	-	3	2	6	8																		
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=2:

EAS	0-1	0-6	3-4	3-7
ES	2	2	3	3
LS	6	7	4	3
OSS	0-1	0-6	-	-

→ X

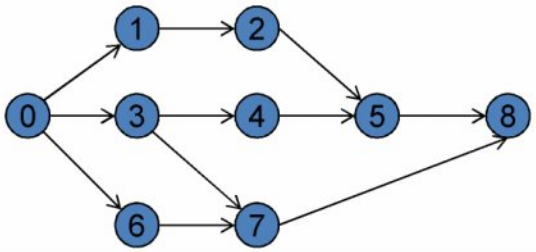


	منابع						T																	
Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6																		
1-2	-	2	4	3	5	8																		
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4																		
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9																		
0-6	3	-	1	1	6	7																		
3-7	4	4	8	3	0	3																		
6-7	5	-	3	2	6	8																		
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=3:

EAS	0-1	0-6	3-4	3-7
ES	3	3	3	3
LS	6	7	4	3
OSS	3-7	3-4	0-1	0-6

→ 3-7; 3-4; 0-1;

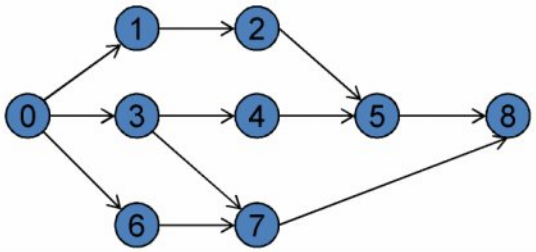


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8																		
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9																		
0-6	3	-	1	1	6	7																		
3-7	4	4	8	3	0	3			4α 4β	4α 4β	4α 4β	4α 4β	4α 4β	4α 4β	4α 4β	4α 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8																		
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=4:

EAS	0-6	1-2	4-5
ES	4	5	8
LS	7	8	9
OSS	0-6	-	-

→X

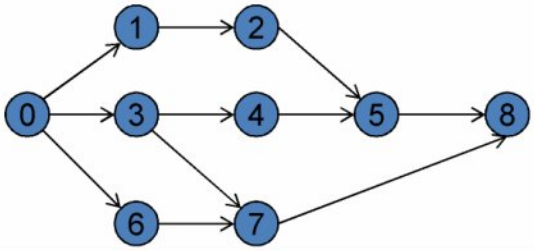


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8																		
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9																		
0-6	3	-	1	1	6	7																		
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8																		
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=5:

EAS	0-6	1-2	4-5
ES	5	5	8
LS	7	8	9
OSS	0-6	1-2	-

→ 0-6;

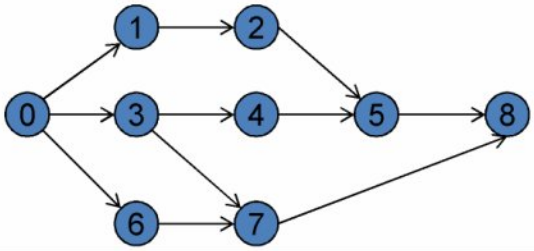


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8																		
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9																		
0-6	3	-	1	1	6	7					3α													
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8																		
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=6:

EAS	1-2	4-5	6-7
ES	6	8	6
LS	8	9	8
OSS	6-7	1-2	-

→X

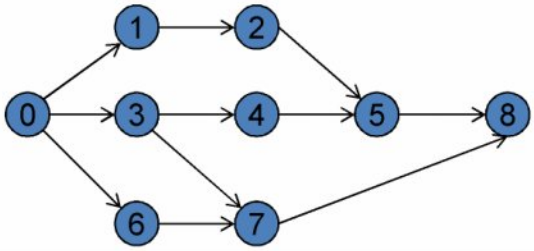


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8																		
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9																		
0-6	3	-	1	1	6	7					3α													
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8																		
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=7:

EAS	1-2	4-5	6-7
ES	7	8	7
LS	8	9	8
OSS	6-7	1-2	-

→X

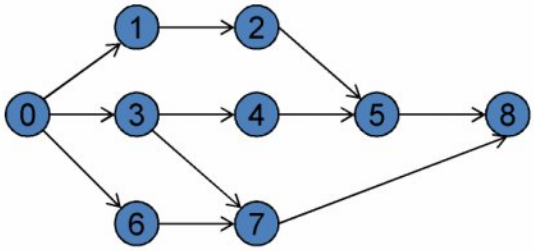


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8																		
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9																		
0-6	3	-	1	1	6	7					3α													
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8																		
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=8:

EAS	1-2	4-5	6-7
ES	8	8	8
LS	8	9	8
OSS	6-7	1-2	4-5

→ 1-2; 4-5;

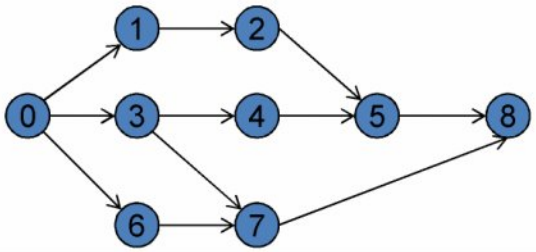


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8								2β	2β	2β	2β							
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9								2α	2α	2α	2α							
0-6	3	-	1	1	6	7					3α													
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8																		
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=9:

EAS	6-7	2-5
ES	9	12
LS	8	12
OSS	6-7	-

→ X

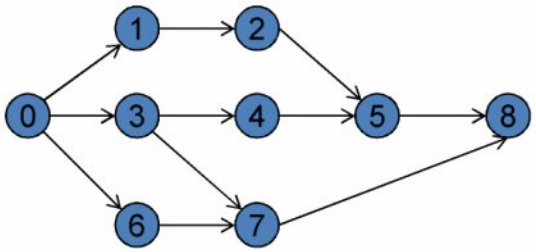


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8								2β	2β	2β	2β							
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9								2α	2α	2α	2α							
0-6	3	-	1	1	6	7					3α													
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8																		
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=10:

EAS	6-7	2-5
ES	10	12
LS	8	12
OSS	6-7	-

→ X

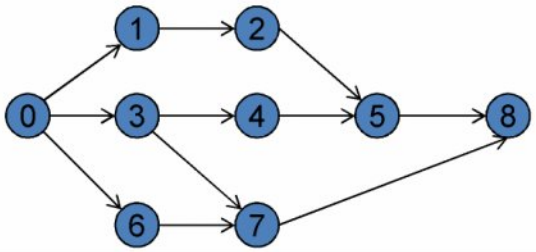


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8								2β	2β	2β	2β							
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9								2α	2α	2α	2α							
0-6	3	-	1	1	6	7					3α													
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8																		
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=11:

EAS	6-7	2-5
ES	11	12
LS	8	12
OSS	6-7	-

→ 6-7

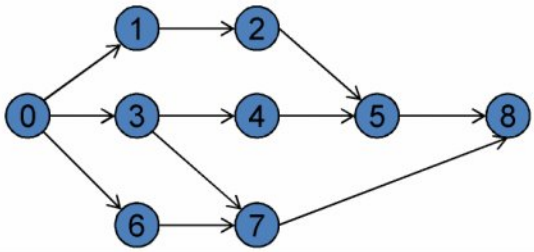


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8								2β	2β	2β	2β							
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9								2α	2α	2α	2α							
0-6	3	-	1	1	6	7					3α													
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8											5α	5α	5α					
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=12:

EAS	2-5	7-8
ES	12	14
LS	12	11
OSS	2-5	-

→X

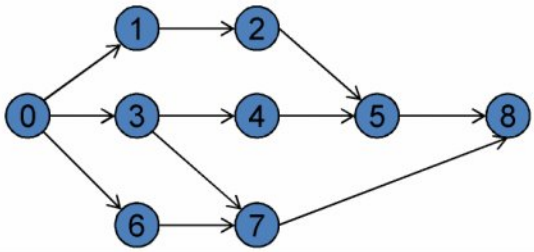


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8								2β	2β	2β	2β							
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9								2α	2α	2α	2α							
0-6	3	-	1	1	6	7					3α													
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8											5α	5α	5α					
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=13:

EAS	2-5	7-8
ES	13	14
LS	12	11
OSS	2-5	-

→X

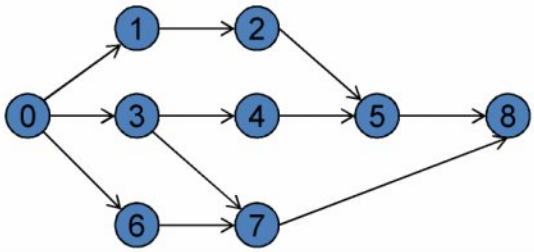


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8								2β	2β	2β	2β							
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12																		
4-5	2	-	4	8	1	9								2α	2α	2α	2α							
0-6	3	-	1	1	6	7					3α													
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8											5α	5α	5α					
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11																		
Σ	8	6																						

T=14:

EAS	2-5	7-8
ES	14	14
LS	12	11
OSS	7-8	2-5

→ 7-8; 2-5;

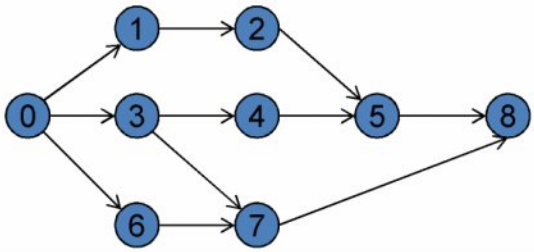


Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8								2β	2β	2β	2β							
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12														4α				
4-5	2	-	4	8	1	9								2α	2α	2α	2α							
0-6	3	-	1	1	6	7					3α													
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8											5α	5α	5α					
5-8	-	5	3	12	1	13																		
7-8	2	-	5	11	0	11														2α	2α	2α	2α	2α
Σ	8	6																						

T=15:

EAS	5-8
ES	15
LS	13
OSS	5-8

→ 5-8;



Act.	α	β	d	ES	F	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	-	2	1	5	6			3α	3α														
1-2	-	2	4	3	5	8								2β	2β	2β	2β							
0-3	6	-	2	1	0	1	6α	6α																
3-4	-	2	5	3	1	4			2β	2β	2β	2β	2β											
2-5	4	-	1	7	5	12														4α				
4-5	2	-	4	8	1	9								2α	2α	2α	2α							
0-6	3	-	1	1	6	7					3α													
3-7	4	4	8	3	0	3			4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β	4^{α} 4β								
6-7	5	-	3	2	6	8											5α	5α	5α					
5-8	-	5	3	12	1	13															5β	5β	5β	
7-8	2	-	5	11	0	11														2α	2α	2α	2α	2α
Σ	8	6																						

تخصیص منابع نامحدود

روش برگس Burgess

• قدم اول: فعالیت ها را در شبکه به نحوی شماره گذاری کنید که شماره انتهای هر فعالیت از ابتدای آن بیشتر باشد.

در جدول این فعالیت ها را بر اساس افزایش شماره انتهایی آنها مرتب کنید.

محاسبات ES، LS و سطح منبع لازم در جدول آورده می شود.

• قدم دوم: در جدول تهیه شده پایین ترین فعالیتی که هنوز برنامه ریزی نشده است را در نظر گرفته و آن را به نحوی برنامه ریزی می کنیم که مجموع مربعات سطح استفاده از منبع کمتری ایجاد کند، در صورتی که بیش از یک راه حل داشته باشیم، فعالیت را در دیرترین زمان برنامه ریزی می کنیم.

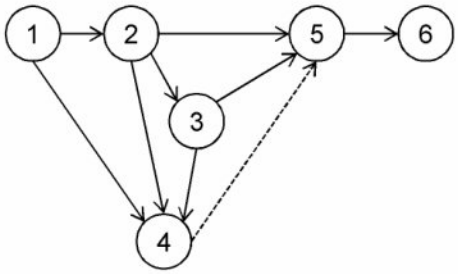
• قدم سوم: فعالیتی که برنامه ریزی کرده اید را ثابت نگه داشته و فعالیت بالایی آن را برنامه ریزی کنید. این قدم را تا رسیدن به اولین فعالیت جدول تکرار نمائید.

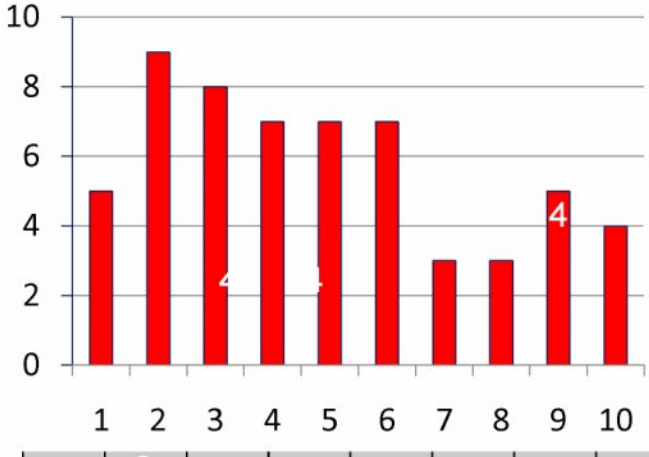
• قدم چهارم: تکرار بعدی الگوریتم با اجرای قدم دوم و سوم برای جدول در صورتیکه منجر به کاهش مجموع مربعات مصرف از منبع گردد، اجرا خواهد شد.

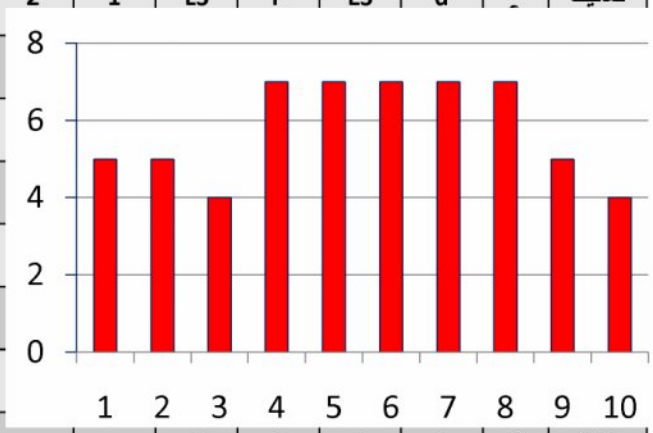
در انجام این قدم همواره فعالیت ها به سمت دیرترین زمان انتقال داده می شود.

• قدم پنجم: قدم های دوم و سوم و چهارم را با شماره گذاری جدیدی برای فعالیت ها اجرا نمائید تا احتمال یافتن جواب بهتر را افزایش دهید.

مثال:







2	1	LS	F	ES	d	منبع	فعالیت
2		9	5	4	1	2	3-5
		10	4	6	-	-	4-5
4		10	0	10	1	4	5-6

روش تعدیل شده ویست Weist:

•قدم اول: فعالیت ها را همانند روش برگس شماره گذاری و مرتب نمائید. کلیه فعالیت ها را در زودترین زمان ممکن برنامه ریزی کنید.

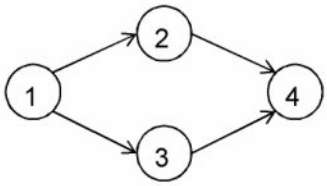
•قدم دوم: حداکثر مصرف از منبع را حساب نمائید و حداکثر مجاز جدید که یک واحد کمتر از حداکثر مصرف است تعریف کنید.

•قدم سوم: از بالای جدول زمانبندی فعالیت ها شروع کرده و فعالیت ها را در زودترین زمان ممکن به نحوی برنامه ریزی می کنیم تا مصرف از منبع از سطح مجاز جدید تعریف شده بیشتر نشود و اگر بیشتر گردید به قدم بعد بروید.

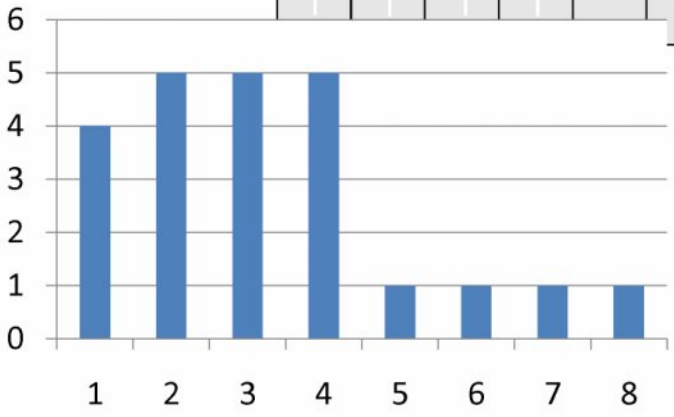
•قدم چهارم: فعالیت هایی که در نقض حد جدید موثر هستند را شناسایی کرده و به ترتیب کاهش فرجه مرتب نمائید. با تغییر اولین فعالیت سعی می نماییم تا حد جدید جدید رعایت شود.

•قدم پنجم: برنامه ریزی را برای فعالیت های بعدی در زودترین زمان ممکن با توجه به فرجه های آنها ادامه دهید. اگر مورد جدیدی از نقض حد جدید به وجود آمد، به قدم چهارم برگردید. اگر همه فعالیت ها با موفقیت برنامه ریزی شدند، به قدم دوم بروید.

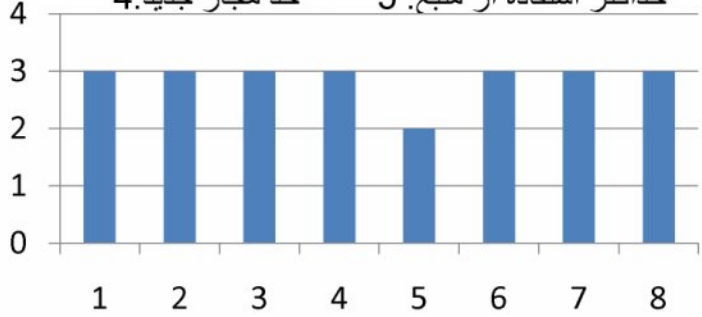
مثال:



فعالیت	منبع	d	ES	F	1	2	3	4	5	6	7	8
1-2	1	1	1	4	1				1			
1-3	3	4	1	0	3	3	3	3				
2-4	2	3	2	4		2	2	2	2	2	2	2
3-4	1	4	5	0					1	1	1	1

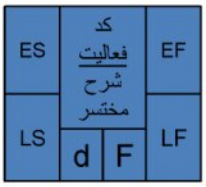


حداکثر استفاده از منبع: 5 حد مجاز جدید:4

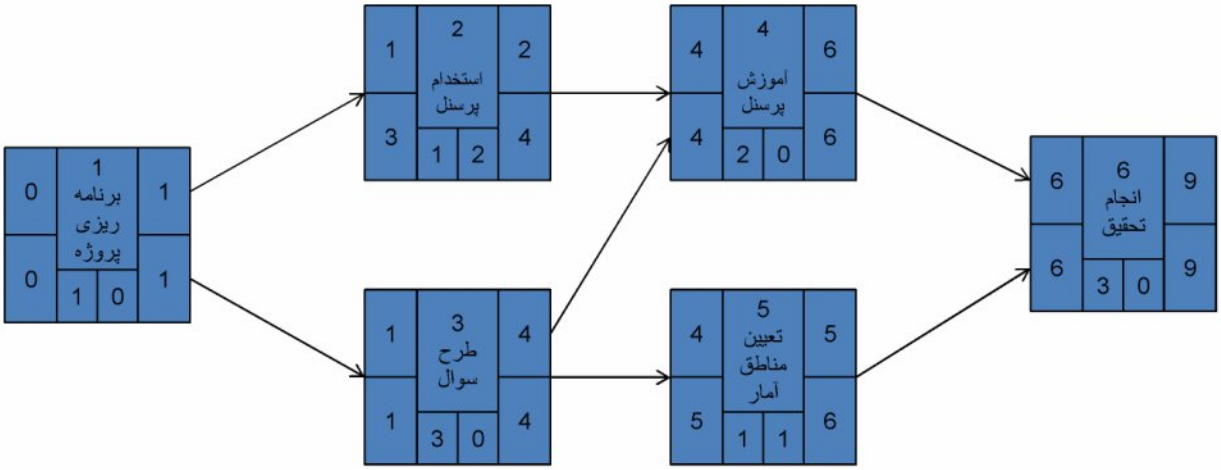


شبکه های AON (Activity On Node)

شبکه های معمولی: نمایش فعالیت توسط یک گره

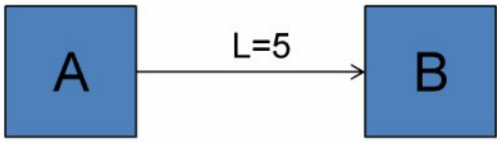


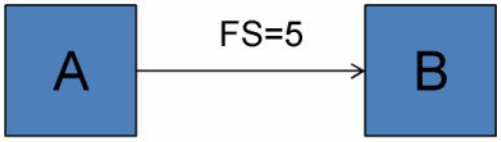
مثال:



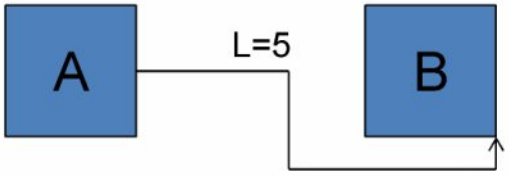
شبکه فعالیت روی گره تقدم تاخری PDM (Precedence Diagram Method)

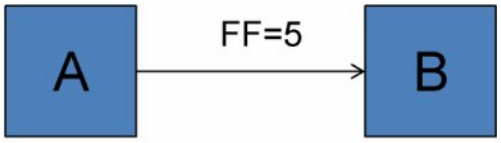
•روابط ختم به شروع:



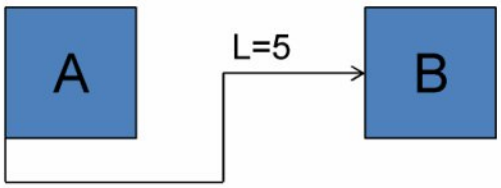


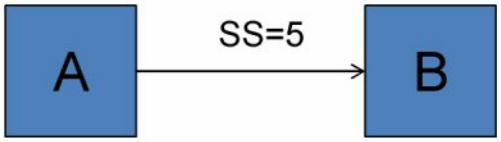
•روابط ختم به ختم:



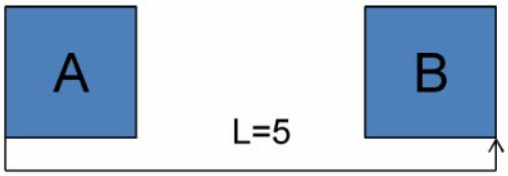


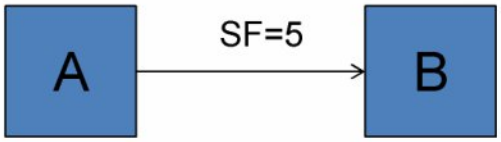
•روابط شروع به شروع:





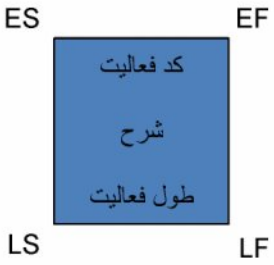
•روابط شروع به ختم:

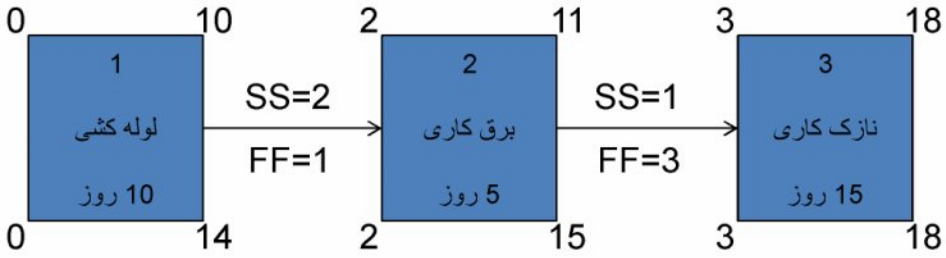




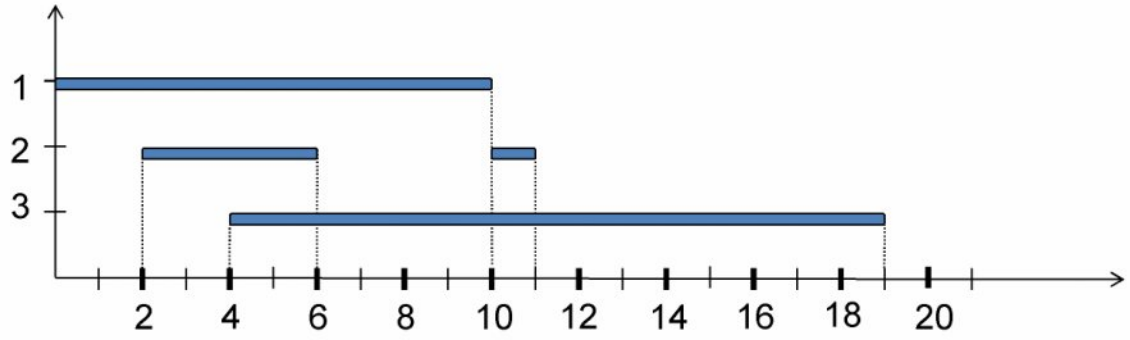
تحلیل شبکه های PDM:

راهنما:

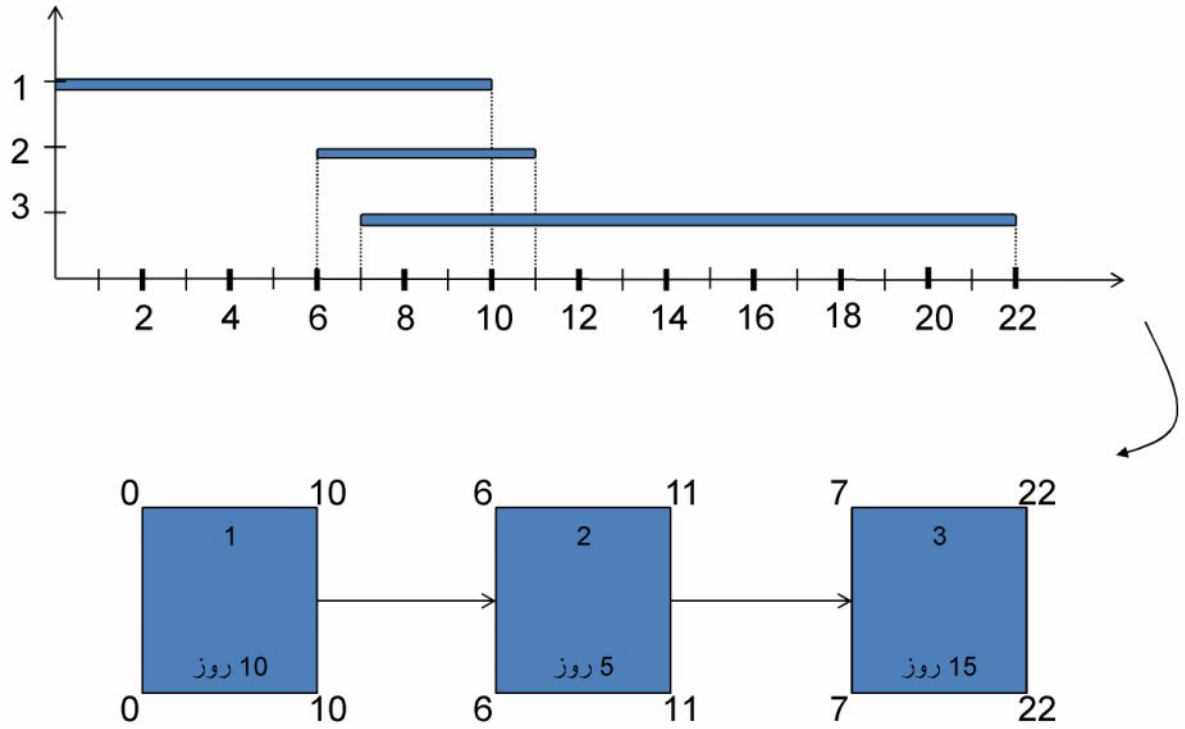




•اگر مجاز به شکستن فعالیت ها باشیم:



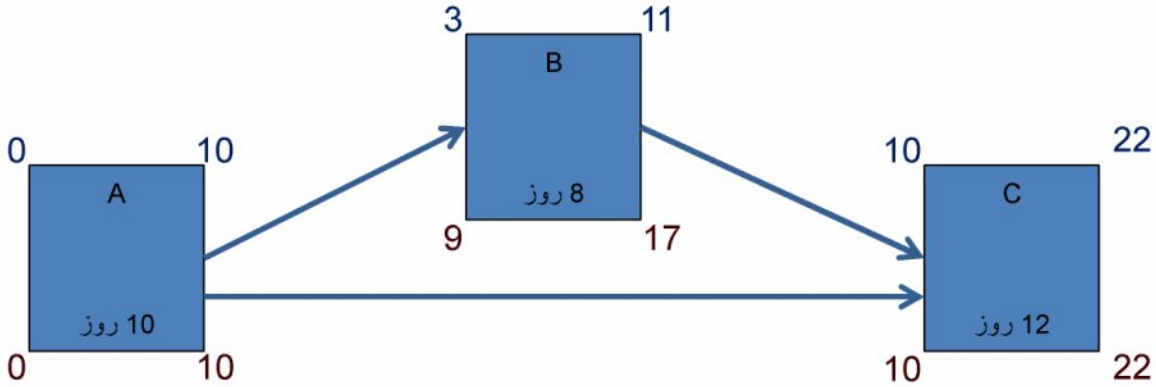
•اگر مجاز به شکستن فعالیت ها نباشیم:



روابط در حالیت مجاز نبودن به شکستن فعالیت ها:

$$ES_j = \underset{i}{Max} \begin{cases} (T_s)_b \\ ES_i + SS_{ij} \\ ES_i + SF_{ij} - D_j \\ EF_i + FS_{ij} \\ EF_i + FF_{ij} - D_j \end{cases} \qquad EF_j = ES_j + D_j$$

$$LF_i = \underset{j}{Min} \begin{cases} (T_s)_t \\ LF_j - FF_{ij} \\ LF_j _ SF_{ij} + D_i \\ LS_j - FS_{ij} \\ LS_j - SS_{ij} + D_i \end{cases} \qquad LS_i = LF_i - D_i$$



$$ES_A = 0$$

$$EF_A = 10$$

$$ES_B = \underset{A}{Max}\{0,0+3\} = 3$$

$$ES_C = \underset{B,C}{Max}\{11+5-12,10+0,0\} = 10$$

$$LF_B = 22 \Rightarrow LS_C = 10$$

$$LF_B = \underset{C}{Min}\{22,22-5\} = 17$$

$$LF_A = \underset{B,C}{Min}\{22,9-3+10,10\} = 10$$

شبکه های احتمالی

PERT – GERT

طول فعالیت ها احتمالی می باشد.

برای سادگی محاسبات فرض می شود زمان فعالیت ها از توزیع بتا پیروی می کند که دارای میانگین $\frac{a+4m+b}{6}$ وانحراف استاندارد تخمینی $\frac{b-a}{3.2}$ است.

b, m, a تخمین خوشبینانه، محتمل و بدبینانه اجرای یک فعالیت می باشد.

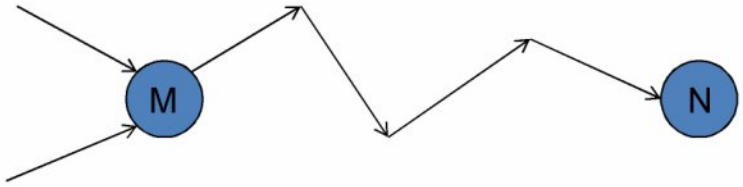
طول مسیر بحرانی iام: $D_i = d_1 + d_2 + ... + d_k$

d_j طول فعالیت jام (متغیر تصادفی)

قضیه حد مرکزی: اگر $X_1, X_2, ..., X_n$ متغیرهای تصادفی مستقل باشند (با تابع توزیع یکسان) در آن صورت $X = X_1 + X_2 + ... + X_n$ دارای توزیع نرمال خواهد بود اگر $n \to \infty$

- اگر $n \geq 4$ شرایط بهره گیری از قضیه حد مرکزی برقرار است.

$$E(D_i) = \sum_{d_j \in i} E(d_j) \qquad Var(D_j) = \sum Var(d_j)$$



$$D_i = E_M + D_{M-N}$$

زمان وقوع گره M

طول مسیر از گره M تا N

•در حالت کلی:

$$E(D_i) = E(E_M) + E(D_{M-N})$$
$$Var(D_i) = Var(E_M) + Var(D_{M-N})$$

بدست آوردن مقدار احتمال وقوع واقعه N تا یک تاریخ معین:

$$P(E_N < D) = ?$$

الف: اگر فقط یک مسیر بین گره شروع و N وجود داشته باشد:

$$P(E_N < D) = P(\frac{D_1 - E(D_1)}{\sigma_{D_1}} < \frac{D - E(D_1)}{\sigma_{D_1}}) = P(z < \alpha)$$

با مراجعه به جدول نرمال استاندارد مقدار نرمال بدست می آید

ب: اگر بیش از یک مسیر بین گره شروع و N موجود باشد و K مسیر داشته باشیم:

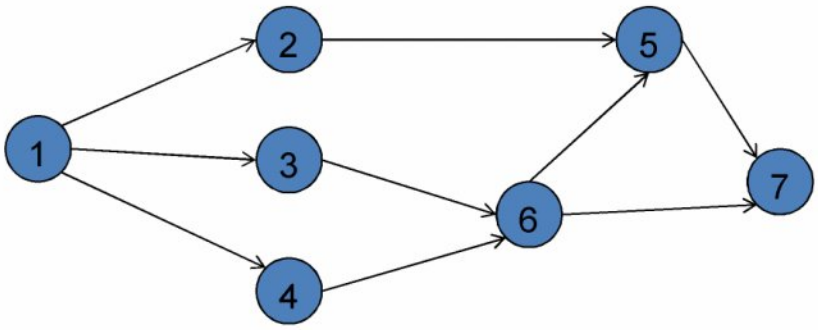
$$P(E_N < D) = P(D_1 < D, D_2 < D, \ldots, D_k < D)$$

•اگر فرض کنیم مسیرها مستقل از هم باشند داریم:

$$P(E_N < D) = P(D_1 < D).P(D_2 < D)\ldots P(D_k < D)$$

•در محاسبات PERT پس از در نظر گرفتن متوسط طول فعالیت ها، مسیری که طولانی ترین زمان را دارد، در ادامه محاسبات به کار گرفته می شود.

مثال: احتمال آنکه واقعه 5 حداکثر تا آخر روز 13 روی دهد چقدر است؟



فعالیت	a	m	b	$E(d_j)$	σ_{d_j}
1-2	3	4	5	4	2/3.2
1-3	2	4	5	23/6	3/3.2
1-4	1	1.5	4	11/6	3/3.2
2-5	2	2	2	2	0
3-7	5	6	8	37/6	3/3.2
4-6	1	3	4	17/6	3/3.2
6-5	1	2	3	2	2/3.2

طولانی ترین مسیر عبارت است از 1-3-6-5

$$E(D_m) = \frac{37}{6} + \frac{23}{6} + 2 = 12$$

$$Var(D_m) = (\frac{3}{3.2})^2 + (\frac{3}{3.2})^2 + (\frac{2}{3.2})^2 = (1.5)^2 \Rightarrow \sigma_{D_m} = 1.5$$

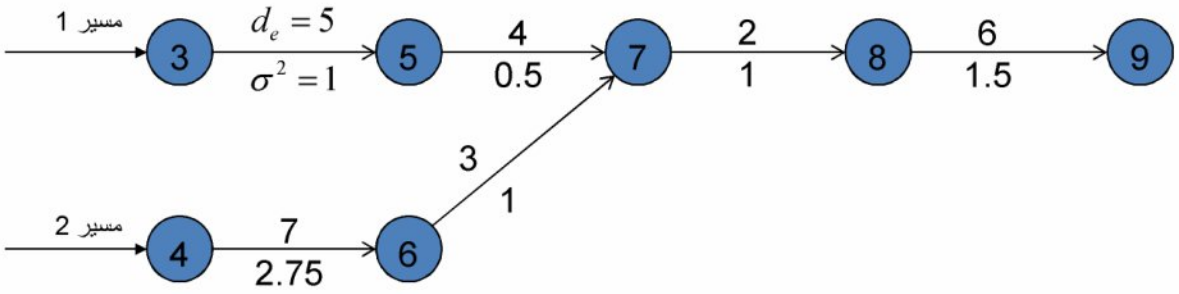
$$P(E_s < 13) = ?$$

$$P(D_m \leq 13) = P(Z \leq \frac{13-12}{1.5}) = P(Z \leq 0.67) = 0.75$$

•اگر بخواهیم بدانیم با احتمال 0.95 واقعه 5 در چه زمانی روی خواهد داد:

$$P(D \leq x) = 0.95 \Rightarrow P(Z \leq \frac{x-12}{1.5}) = 0.95$$

$$\Rightarrow \frac{x-12}{1.5} = 1.64 \Rightarrow x = 14.46$$



$$P(E_9 \le 36 \mid E_3 = 14, E_4 = 10) = ? = P(D_m \le 36)$$

$$D_1 = 5 + 4 + 2 + 6 = 17$$

$$E_3 = 14 \Rightarrow D_1 = 31$$

$$D_2 = 7 + 3 + 2 + 6 = 18$$

$$E_4 = 10 \Rightarrow D_2 = 28$$

$$\sigma_{D_1} = \sqrt{1 + 0.5 + 1 + 1.5} = 2$$

$$P(D_m \le 36) = P(Z \le \frac{36 - 31}{2}) = P(Z \le 2.5) = 0.994$$

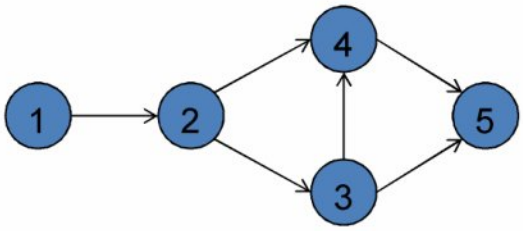
خطا در پرت:

- اگر متوسط طول مسیرهای منتهی به واقعه مورد بررسی به مسیری که طولانی تر است نزدیک باشد، خطا در پرت افزایش می یابد.
- اگر واریانس طول مسیرهای منتهی به واقعه مورد بررسی زیاد باشد
- اگر تفاوت طول متوسط در مسیری که دارای طولانی ترین زمان هستند کمتر از انحراف معیار هر کدام از آنها باشد، خطا قابل توجه است

استفاده از شبیه سازی (مونت کارلو) در پروژه:

- توزیعات واقعی فعالیت ها در نظر گرفته می شود
- شبیه سازی به تعداد مشخص
- در هر بار به ازاء یک فعالیت، یک عدد تصادفی با توزیع آن تولید می شود
- در هر بار با مساله ای قطعی مواجهیم

مثال:



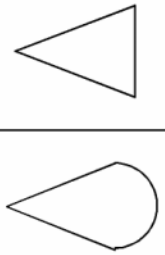
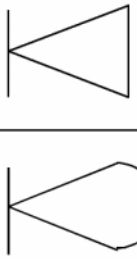
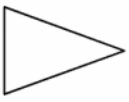
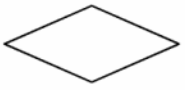
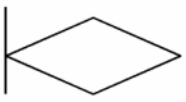
4-5	3-5	3-4	2-4	2-3	1-2	Run
7	3	5	3	6	2	1
4	3	5	10	4	2	2
4	2	4	7	3	4	3
4	3	6	9	9	3	4

D_m	Critical Path	Run
20	1-2-3-4-5	1
16	1-2-4-5	2
15	1-2-3-4-5 1-2-4-5	3
21	1-2-3-4-5	4

شبکه های گرت GERT

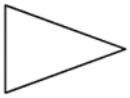
در شبکه هایی که بعضی از فعالیت ها دارای احتمال وقوع می باشد و حلقه نیز وجود دارد.

تعاریف:

ورودی / خروجی	«و» and	«یا»ی شامل Inclusive – or	«یا»ی مستثنی کننده Exclusive – or
قطعی			
احتمالی			

خروجی:

: تمام شاخه های خروجی گره روی خواهند داد.

 : در صورت وقوع این گره فقط یکی از فعالیت های خروجی آن روی خواهد داد

ورودی:

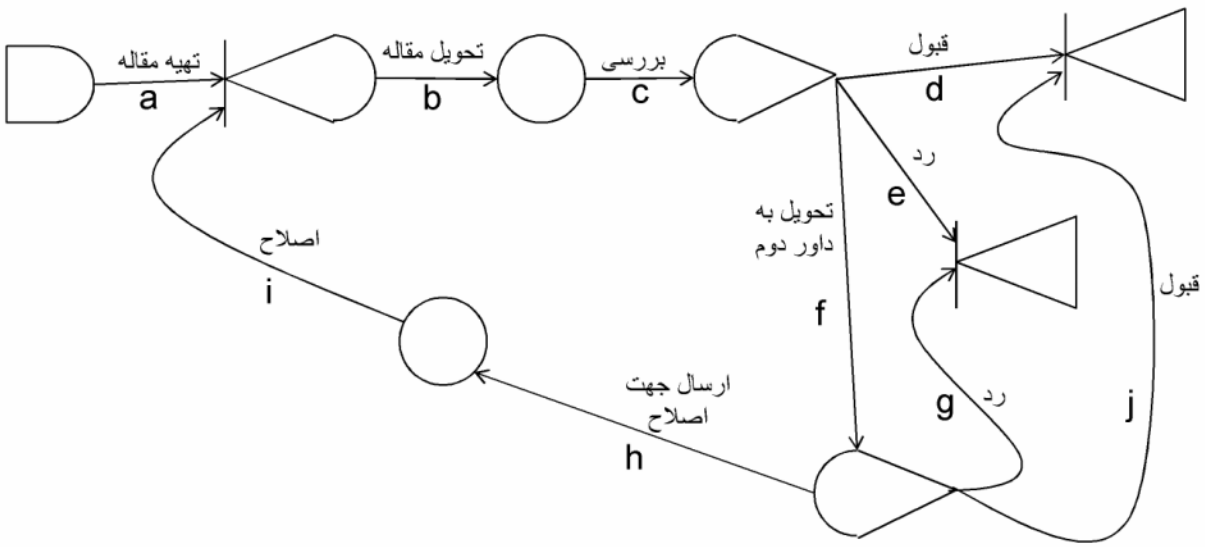
• «یا»ی مستثنی کننده: وقوع هر یک از شاخه های ورودی به این گره باعث وقوع گره خواهد شد، اما یک زمان مشخص تنها یکی از شاخه ها روی داده است.

•«یا»ی شامل: وقوع هر یک از شاخه های ئارد به این گره باعث وقوع گره می شود، هر فعالیتی که زودتر روی دهد زمان وقوع گره را معین می کند.

•«و»: برای رویداد گره، وقوع تمام شاخه های وارد به آن ضروری است.

شاخه: هر شاخه ای نمایانگر یک فعالیت است که زمان و احتمال وقوع آن مشخص است.

مثال:



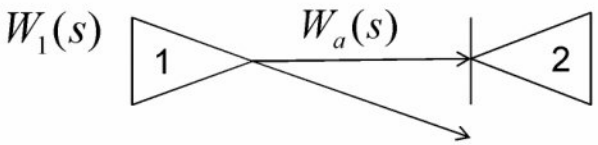
هدف تحلیل: در این مثال بدست آوردن $E_{(t_a)}, P_a, E_{(t_r)}, P_r$

تحلیل شبکه گرت:

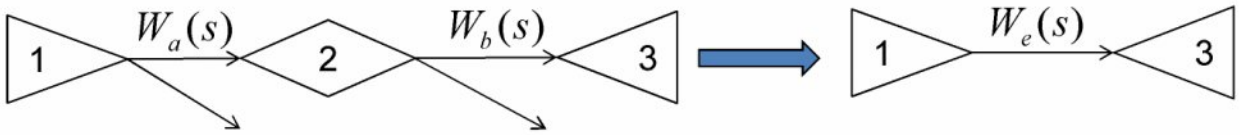
تابع W را به صورت $W_t(s) = P_t.M_t(s)$ تعریف می کنیم که در آن P_t احتمال وقوع متغیر تصادفی t و $M_t(s)$ تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی t:

$$M_t(s) = E(e^{st}) = \int_t e^{st} f(t)dt$$

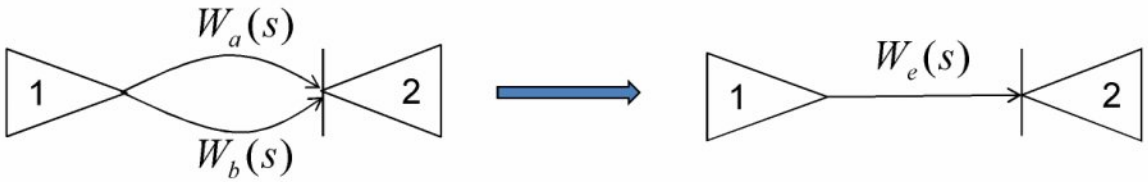
خواص توابع W در شبکه های گرت:



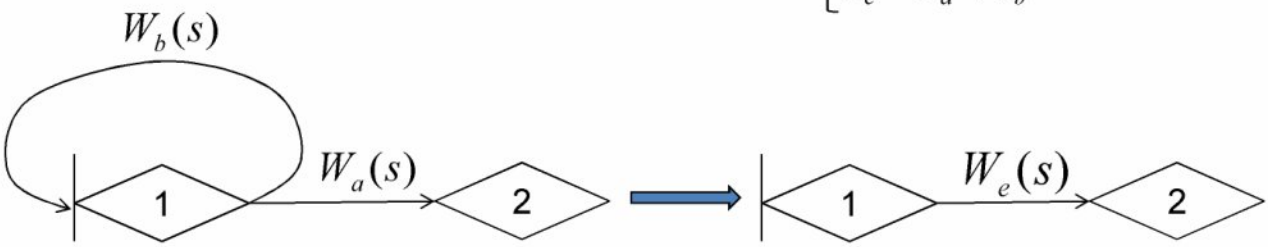
$$\begin{cases} t_2 = t_1 + t_a \\ W_2(s) = W_1(s).W_a(s) \end{cases}$$



$$\begin{cases} W_e(s) = W_a(s).W_b(s) \\ t_e = t_a + t_b \end{cases}$$



$$\begin{cases} W_e(s) = W_a(s) + W_b(s) \\ P_e = P_a + P_b \end{cases}$$



$$W_e = \frac{W_a}{1 - W_b}$$

رابطه توپولوژی در گراف جریان:

$$H(s) = 1 + \sum_{m} \sum_{i} (-1)^m . L_i(m, s) = 0$$

$L_i(m, s)$: ارزش m حلقه منفصل $(m \neq 1)$

حلقه منفصل: حلقه بدون فصل مشترک با سایر حلقه ها

حلقه: مسیری که از یک گره شروع و به همان گره ختم شود و از هر گره بیش از یک بار عبور نکند.

$L_i(1, s)$: ارزش حلقه iام

$$L_i(1, s) = \prod_{j \in i} W_j(s)$$

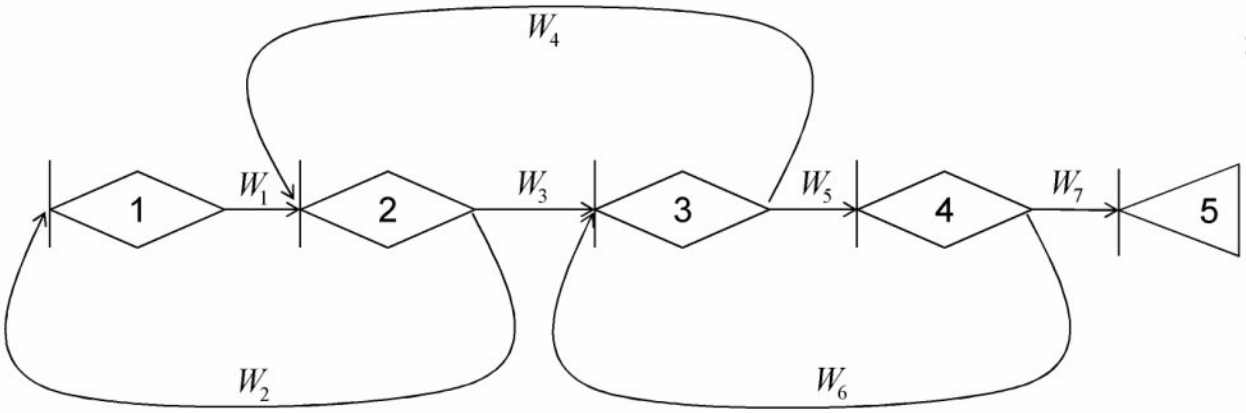
•تابع W برای فعالیت هایی که بر روی حلقه iام قرار می گیرند.

$$L_i(m, s) = \prod_{k} L_k(1, s)$$

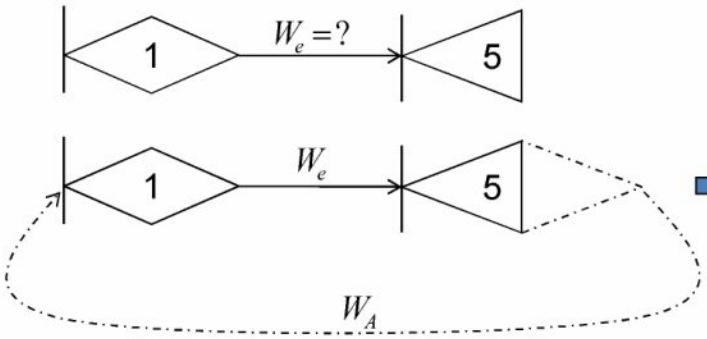
$$H(s) = 1 + \sum_{m} \sum_{i} (-1)^m . L_i(m, s) = 0$$

K: تعداد حلقه های منفصل در مجموعه iام

مثال:



•تابع بین گره 1 و 5 را بدست آورید.



$$H(s) = 1 - W_e.W_A = 0 \Rightarrow W_e = \frac{1}{W_A}$$

$$H(s) = 1 - W_1.W_2 - W_3.W_4 - W_5.W_6 - W_1.W_3.W_5.W_7.W_A + W_1.W_2.W_5.W_6 = 0$$

$$\Rightarrow W_e = \frac{1}{W_A} = \frac{W_1.W_3.W_5.W_7}{1 - W_1.W_2 - W_5.W_6 - W_3.W_4 + W_1.W_2.W_5.W_6}$$

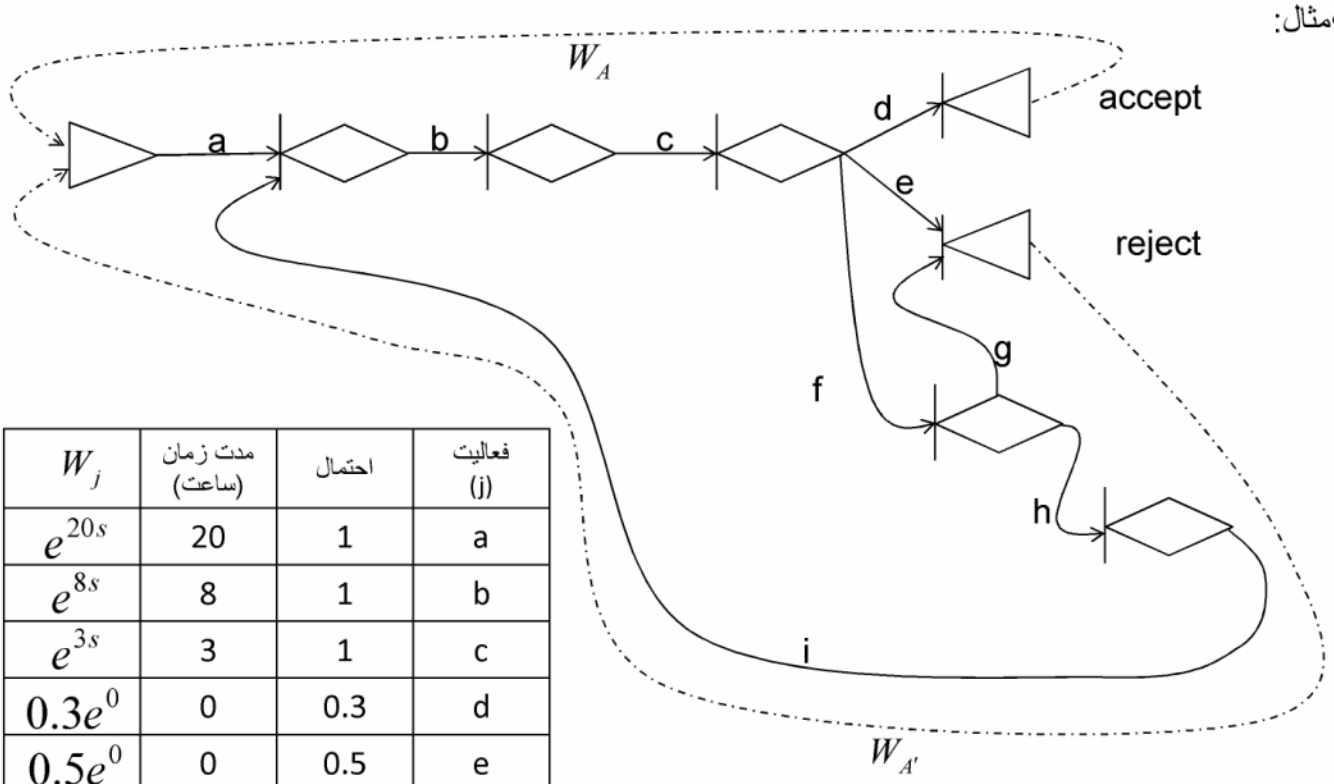
یادآوری:

$$W_e(s) = P_e.M_e(s)$$

$$s = 0 \Rightarrow W_e(s=0) = P_e.M_e(s=0) = P_e$$

$$E(t_e) = \frac{dM_e(s)}{ds}\Big|_{s=0}$$

•مثال:



W_j	مدت زمان (ساعت)	احتمال	فعالیت (j)
e^{20s}	20	1	a
e^{8s}	8	1	b
e^{3s}	3	1	c
$0.3e^{0}$	0	0.3	d
$0.5e^{0}$	0	0.5	e
$0.2e^{0}$	0	0.2	f
$0.4e^{4s}$	4	0.4	g
$0.6e^{2s}$	2	0.6	h
e^{8s}	8	1	i

•یافتن احتمال قبولی و زمان متوسط قبولی:

$$1 - W_A.W_{e_{accept}} = 0 \Rightarrow W_{e_{accept}} = \frac{1}{W_A}$$

$$H(s) = 1 - W_a.W_b.W_c.W_d.W_A - W_b.W_c.W_f.W_h.W_i$$

$$W_A = \frac{1 - 0.12e^{21s}}{0.3e^{31s}} \Rightarrow W_{e_{accept}} = \frac{0.3e^{31s}}{1 - 0.12e^{21s}}$$

$$P_{e_{accept}} = W_{e_{accept}}(s = 0) = \frac{15}{44}$$

$$E(t_{accept}) = \frac{d}{ds} M_e(s)\Big|_{s=0}$$

$$M'_e(s) = \frac{44}{15} \times 0.3[\frac{31e^{31s}(1 - 0.12e^{21s}) + 0.12 \times 21e^{52s}}{(1 - 0.12e^{21s})^2}]$$

$$M'_e(s = 0) = 33.86$$

•یافتن احتمال و متوسط زمان رد شدن:

$$H(s) = 1 - W_{e_{reject}} W_{A'} = 0 \Rightarrow W_{e_{reject}} = \frac{1}{W_{A'}}$$

$$H(s) = 1 - W_a.W_b.W_c.W_e.W_{A'} - W_a.W_b.W_c.W_f.W_g.W_{A'} - W_b.W_c.W_f.W_h.W_i = 0$$

$$\Rightarrow W_{e_{reject}} = \frac{e^{31s}(0.5 + 0.08e^{4s})}{1 - 0.12e^{21s}}$$

$$\Rightarrow P_{e_{reject}} = \frac{22}{44}$$

$$E(t_{reject}) = M'_{e_{reject}}(s = 0) = 33.41$$

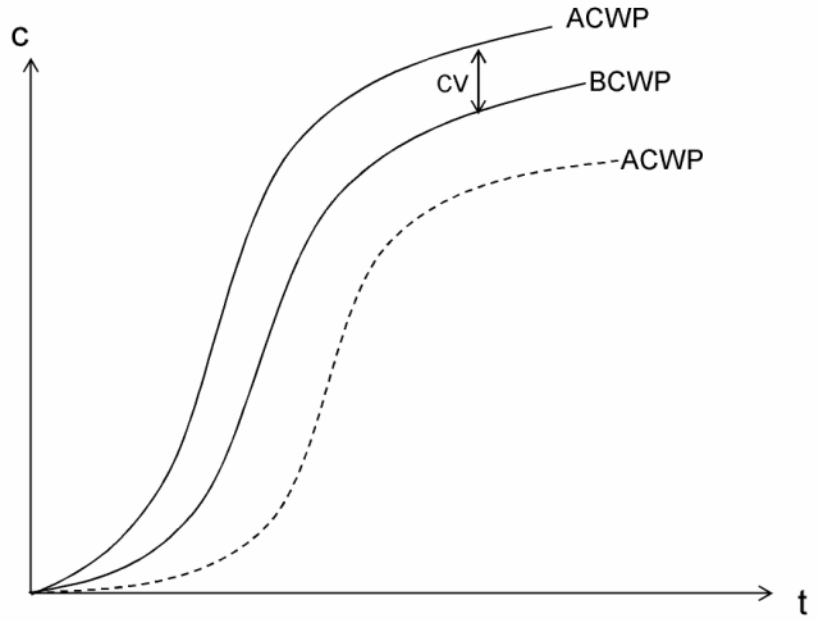
روش ارزش افزوده (کنترل زمانی و هزینه ای پروژه)

•گزارش بر اساس هزینه ها تهیه شده

•هزینه های تخمینی در هنگام برنامه ریزی تهیه شده اند و در زمان اجرای پروژه دقیقا اجزا هزینه های تخمینی دربرگیرنده فعالیت مد نظر قرار می گیرد، نه کمتر نه بیشتر

:BCWP (Budget Cost Work Performed)

•هزینه های پیش بینی شده برای بخشی از کار که عملا بر اساس گزارشات پیشرفت دریافتی تمام شده است.



مثال:

فعالیت	هزینه پیش بینی شده در بودجه	درصد تکمیل	BCWP
A	100	50	50
B	200	50	100
C	50	25	12.5
D	20	25	12.5
E	30	25	12.5

ACWP (Actual Cost Work Performed)

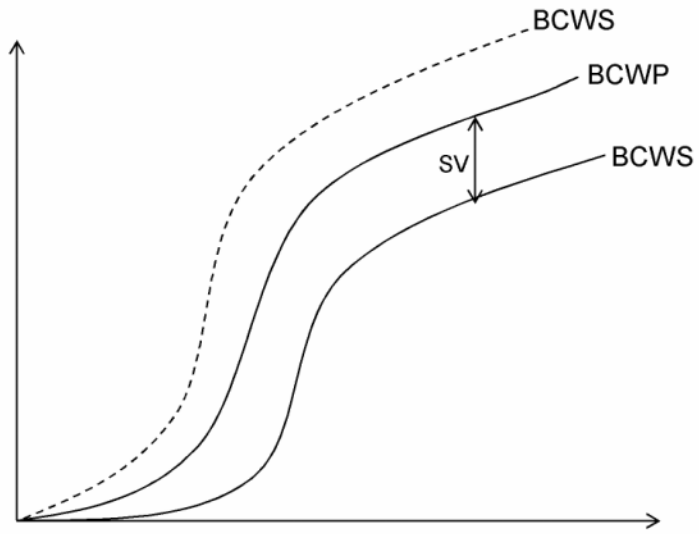
CV (Cost Variation)= BCWP – ACWP

CV>0 به معنی خرج کمتر

CV<0 به معنی خرج بیشتر از بودجه پیش بینی شده

BCWS (Budget Cost Work Scheduled):

منحنی هزینه های پیش بینی شده برای زمان بندی پیش بینی شده



SV=BSWP – BCWS

SV>0 یعنی عقب افتادن از زمان پیش بینی شده
SV<0 یعنی جلو افتادن از زمان پیش بینی شده

ECAC (Estimation Cost of Completion) **تخمین هزینه در زمان تکمیل:**

$$ECAC = PB - CV$$

با این فرض که مابقی کارهای باقیمانده مطابق بودجه باشد:

$$ECAC = PB(\frac{ACWP}{BCWP})$$